



POLITECHNIKA GDAŃSKA  
WYDZIAŁ MECHANICZNY



Katedra Mechaniki i Mechatroniki

MAREK CHODNICKI

NADZOROWANIE DRGAŃ PODCZAS  
FREZOWANIA PRZEDMIOTÓW  
PODATNYCH Z WYKORZYSTANIEM  
AKTYWNEGO STEROWANIA  
OPTYMALNEGO

ROZPRAWA DOKTORSKA

PROMOTOR:

dr hab. inż. Krzysztof J. Kaliński, prof. nadzw. PG

GDAŃSK 2011



# Spis treści

1. Wstęp.....	5
1.1. Cele i zakres pracy.....	5
1.2. Tezy pracy.....	7
2. Wprowadzenie i przegląd literatury .....	8
2.1. Wprowadzenie.....	8
2.2. Frezowanie kształtowe.....	8
2.2.1. Parametry frezowania frezem trzpieniowym o profilu kulistym.....	9
2.3. Aktualne tendencje w obróbce skrawaniem .....	14
2.3.1. Obróbka szybkościowa .....	17
2.4. Rodzaje i źródła drgań w procesach obróbkowych.....	20
2.4.1. Drgania samowzбудne typu <i>chatter</i> .....	22
2.5. Nadzorowanie drgań.....	28
2.5.1. Sposoby redukcji drgań w procesach obróbkowych .....	29
2.5.2. Aktywne sterowanie drganiami .....	35
2.6. Modelowanie dynamiki procesu skrawania.....	39
2.7. Modelowanie przedmiotów podatnych.....	40
3. Niestacjonarny model dynamiki frezowania przedmiotów podatnych .....	43
3.1. Dynamiczna charakterystyka procesu skrawania.....	43
3.2. Dynamika niestacjonarnego układu sterowanego we współrzędnych hybrydowych .....	48
3.2.1. Opis dynamiki procesu skrawania we współrzędnych hybrydowych .....	53
4. Nadzorowanie drgań z wykorzystaniem sterowania optymalnego przy energetycznym wskaźniku jakości.....	59
4.1. Równania stanu sterowanego układu niestacjonarnego .....	59
4.2. Sterowanie optymalne .....	60
4.2.1. Sterowanie optymalne we współrzędnych hybrydowych.....	61

4.3. Sterowanie modalne.....	64
5. Symulacje komputerowe nadzorowania drgań w wybranych przypadkach procesów obróbkowych.....	70
5.1. Model obliczeniowy przedmiotu obrabianego .....	74
5.2. Wybrane trajektorie narzędzia.....	82
5.3. Wybrane przykłady symulacji komputerowych nadzorowania drgań.....	85
6. Badania doświadczalne.....	100
6.1. Cel badań.....	100
6.2. Stanowisko badawcze .....	100
6.3. Identyfikacja modelu modalnego próbki podatnej wykonanej z brązu CC331G (BA1032) .....	106
6.3.1. Identyfikacja metodą LSCE – testy impulsowe.....	106
6.3.2. Identyfikacja metodą <i>swept-sine</i> .....	110
6.4. Redukcja drgań próbki podatnej wykonanej z brązu CC331G (BA1032).....	112
6.4.1. Analiza redukcji drgań przy wymuszeniu impulsowym .....	112
6.4.2. Analiza redukcji drgań przy wymuszeniu procesem skrawania .....	114
7. Wnioski.....	122
8. Literatura.....	126
9. Dodatek.....	147
9.1. Wzbudniki Noliac CMBP06 .....	147
9.2. Opisy programów użytych w trakcie realizacji pracy.....	152
9.3. Opis programu MADEM4 oraz procesu symulacji obróbki skrawaniem.....	158
9.4. Wyniki symulacji nadzorowania drgań.....	160
9.4.1. Zestawienie wyników symulacji, przebiegi czasowe oraz widma amplitudowe przemieszczeń drgań przedmiotu obrabianego .....	160
9.4.2. Zestawienie wyników symulacji, wartości RMS przemieszczeń drgań przedmiotu obrabianego.....	269
9.5. Opis metody <i>swept-sine</i> .....	290

# 1. Wstęp

Praca dotyczy metod nadzorowania drgań niestacjonarnego procesu frezowania szybkościowego frezem kulistym. Dynamikę układu sterowanego opisano we współrzędnych hybrydowych, czyli wyodrębniono w nim podukład strukturalny, modalny i łączący, reprezentujące odpowiednio wirujące narzędzie, przedmiot obrabiany i umowny punkt styku między nimi. W wyniku takiego podejścia zmniejszono wymiar układu sterowanego, co wydatnie skróciło czas obliczeń komputerowych. Przez nadzorowanie drgań podczas procesu frezowania rozumie się tutaj cały zbiór świadomych czynności mających na celu zapewnienie pożądanego efektu, czyli obniżenie amplitudy drgań samowzbudnych typu *chatter* oraz ich wartości skutecznych RMS (*ang. Root Mean Square*).

W pracy zaproponowano metodę aktywnego sterowania optymalnego z wykorzystaniem zmiennego w czasie energetycznego wskaźnika jakości. Podawany na wzbudnik (piezoaktuator) sygnał sterujący generowany był na podstawie odpowiedzi układu mierzonych przez akcelerometry przymocowane do przedmiotu obrabianego. W celu potwierdzenia poprawności proponowanego sposobu modelowania i nadzorowania wykonano za pomocą autorskiego oprogramowania symulacje komputerowe dla wybranych ścieżek narzędzia oraz parametrów obróbki. Otrzymane wyniki symulacji zweryfikowano podczas badań na obrabiarkach Quaser MV204IIU/15 (w zakładzie Hydromechanika Wiesław Szajda w Ostaszewie) oraz Mikron VCP600 i Deckel Maho 50eVolution (w zakładzie LONZAPet Sp. z o.o. w Gdańsku). Badania dotyczyły płaskich płytek wykonanych ze stopu aluminium EN AW-6101A (PA38), brązu CC331G (BA1032) i stali C45 (45).

## 1.1. Cele i zakres pracy

Podstawowe cele pracy to:

1. Opracowanie metody nadzorowania drgań narzędzie – przedmiot obrabiany z zastosowaniem aktywnego sterowania optymalnego, podczas frezowania przedmiotów podatnych.

2. Potwierdzenie skuteczności nadzorowania drgań poprzez weryfikację opracowanej metody z wykorzystaniem symulacji komputerowej oraz badań eksperymentalnych na nowoczesnym centrum obróbkowym.

Pracę podzielono na 9 rozdziałów.

W rozdziale pierwszym stanowiącym wstęp, przedstawiono cele i zakres oraz sformułowano tezy pracy.

Rozdział drugi to wprowadzenie z jednoczesnym przeglądem literatury dotyczącej nadzorowania drgań podczas frezowania z wykorzystaniem sterowania aktywnego. Przedstawiono parametry frezowania frezem o profilu kulistym. Omówiono aktualne trendy w obróbce skrawaniem, szczególną uwagę koncentrując na obróbce szybkościowej. Opisano rodzaje drgań występujących podczas obróbki skrawaniem, a szczególnie drgań samowzбудnych typu *chatter*. Podano też sposoby redukcji tych drgań, skupiając się na metodach aktywnych. W rozdziale tym omówiono także sposób modelowania przedmiotów podatnych.

Rozdział trzeci stanowi opis niestacjonarnego modelu frezowania. Wprowadzono także pojęcie modeli hybrydowych służących do opisu dynamiki układów niestacjonarnych.

W rozdziale czwartym przedstawiono metodę nadzorowania drgań z wykorzystaniem sterowania optymalnego przy energetycznym wskaźniku jakości.

Rozdział piąty to przedstawienie i omówienie rezultatów symulacji komputerowych dla wybranych przykładów trajektorii narzędzia oraz parametrów obróbki skrawaniem.

W rozdziale szóstym opisano stanowisko badawcze i metodykę badań eksperymentalnych nadzorowania drgań. Zaprezentowano też zestawienie uzyskanych wyników oraz dokonano ich analizy.

W rozdziale siódmym podsumowano rezultaty pracy oraz sformułowano wnioski końcowe.

Rozdział ósmy zawiera wykaz cytowanej literatury.

Rozdział dziewiąty stanowi „Dodatek”, który zawiera szczegółowy opis zastosowanych wzbudników drgań oraz opisy użytych w trakcie realizacji pracy programów komputerowych. W „Dodatku” zamieszczono też zbiorcze wyniki (wykresy i tabele) dla wybranych przykładów symulacji nadzorowania drgań.

## 1.2. Tezy pracy

Tezy pracy sformułowano następująco:

1. Nadzorowanie drgań podczas frezowania szybkościowego przedmiotów podatnych za pomocą sterowania optymalnego przy energetycznym wskaźniku jakości w układzie hybrydowym prowadzi do obniżenia wartości skutecznej (RMS) przemieszczeń drgań oraz redukcji amplitudy drgań *chatter*.
2. Nadzorowanie drgań przedmiotu za pomocą aktywnego sterowania optymalnego w układzie hybrydowym jest skutecznym narzędziem prowadzącym do poprawy jakości procesu frezowania szybkościowego przedmiotów podatnych.

## **2. Wprowadzenie i przegląd literatury**

### **2.1. Wprowadzenie**

Drgania w obróbce skrawaniem są powszechnie występującym problemem przemysłu wytwórczego. Wywierają one negatywny wpływ na obróbkę metalu, a szczególnie niepożądane są podczas wykańczania danej powierzchni. Ich skutkiem jest duża chropowatość obrabianej powierzchni, przyspieszenie zużycia ostrza skrawającego oraz hałas o wysokiej częstotliwości, który sprawia, że praca w takim środowisku jest uciążliwa dla pracowników. Powstawanie drgań może być wynikiem wielu różnych czynników, takich jak parametry skrawania, rodzaj materiału i kształt przedmiotu obrabianego, struktura narzędzia i jego zamocowanie oraz stabilność całej obrabiarki. W obróbce skrawaniem bardzo ważne jest zapewnienie stabilności procesu skrawania. Należy wiedzieć, że na tę stabilność wpływa nie tylko zmiana któregośkolwiek z wyżej wymienionych czynników, ale w dużej mierze ich kombinacja [215].

### **2.2. Frezowanie kształtowe**

Frezowanie jest ubytkową obróbką skrawaniem ze zdefiniowanym ostrzem, w której narzędzie (frez) wykonuje ruch obrotowy, a przedmiot obrabiany wykonuje ruch posuwowy krzywoliniowy lub prostoliniowy [197]. Frezowanie możemy podzielić na: walcowe – z dominującym udziałem powierzchni bocznej (walcowej) freza oraz czołowe – z dominującym udziałem powierzchni czołowej freza. Zależnie zaś od kierunku posuwu przedmiotu względem obracającego się freza rozróżnia się frezowanie współbieżne – gdy kierunki ruchu obrotowego freza oraz posuwu przedmiotu obrabianego są zgodne, frezowanie przeciwbieżne – gdy kierunki są przeciwne, a także frezowanie pełne.

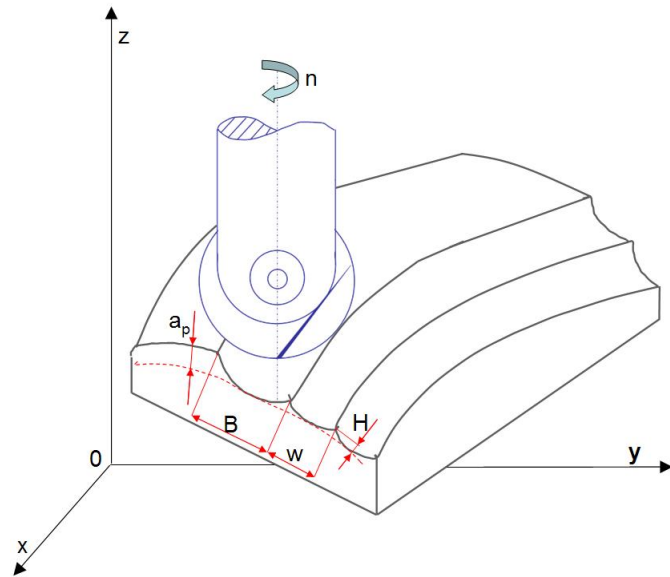


### 2.2.1. Parametry frezowania frezem trzpieniowym o profilu kulistym

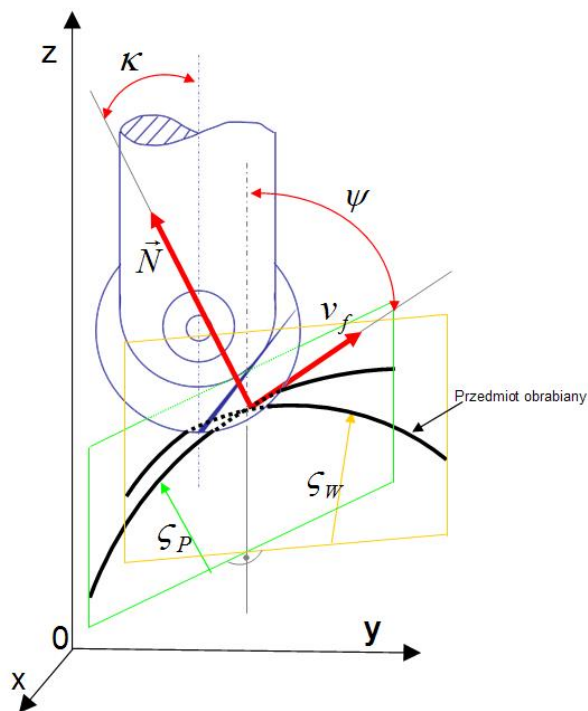
Wśród wielu rodzajów frezów możemy wyróżnić frez trzpieniowy o profilu kulistym (*ang. ball or bullnose end mill*), który jest bardzo często stosowany w procesie wytwarzania form wtryskowych i matryc. Proces frezowania przestrzennego frezem kulistym (rys. 1) może być opisany za pomocą parametrów przedstawionych na rys. 2 i 3.



Rys. 1. Frez kulisty



Rys. 2. Parametry geometryczne procesu skrawania



Rys. 3. Parametry trajektorii ruchu freza

Oznaczenia występujące na rysunkach:

- $a_p$  - głębokość skrawania [mm],
- $n$  - prędkość obrotowa narzędzia [obr/min],
- $v_f$  - prędkość posuwu [mm/min];  $v_f = n f_z z$ , (1)
- $f_z$  - posuw na ostrze [mm],
- $z$  - liczba ostrzy freza,
- $B$  - szerokość frezowania [mm],
- $w$  - szerokość wierszowania [mm],
- $H$  - wysokość nierówności powierzchni obrabianej [mm],
- $\kappa$  - kąt pomiędzy osią freza, a normalną do powierzchni obrabianej, w chwilowym punkcie styku narzędzia z przedmiotem obrabianym [°],
- $\psi$  - kąt pomiędzy osią freza, a wektorem prędkości posuwu, w chwilowym punkcie styku narzędzia z przedmiotem obrabianym [°],
- $\zeta_p$  - promień krzywizny powierzchni w płaszczyźnie osi freza i wektora prędkości posuwu [mm],
- $\zeta_w$  - promień krzywizny powierzchni obrabianej w płaszczyźnie prostopadłej do wektora prędkości posuwu [mm].

Ponadto możemy oznaczyć:

- $R$  - promień powierzchni kulistej freza [mm],
- $B_w$  - kierunek wierszowania określający miejsce kolejnego przejścia wierszowania, nad czy pod ostatnim przejściem, czyli wierszowanie „w górę” lub „w dół”.

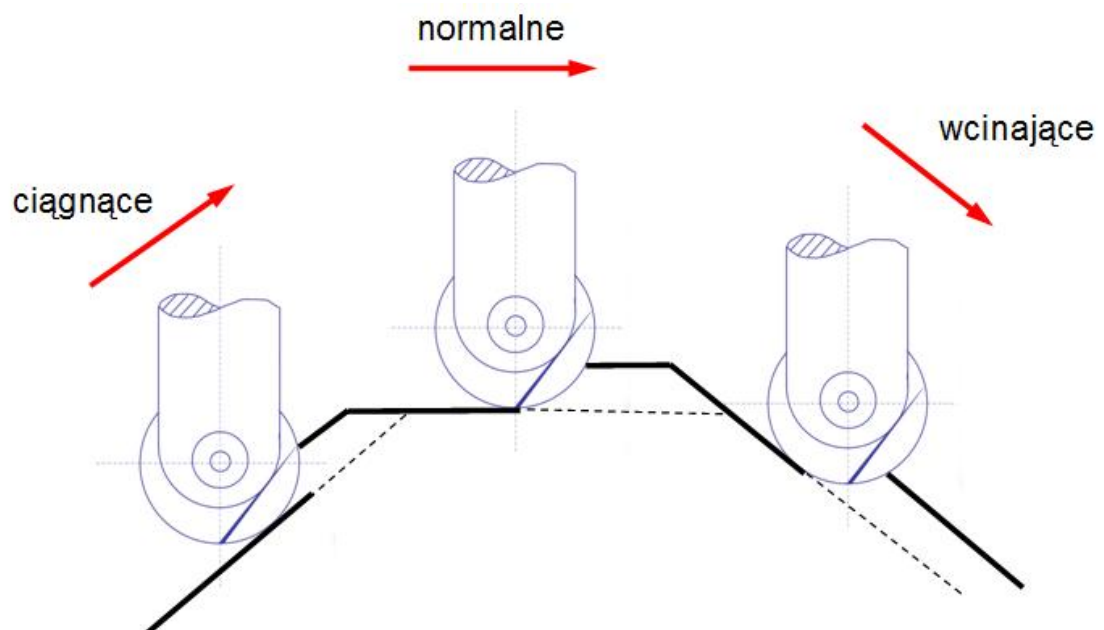
Można wskazać trzy podstawowe odmiany frezowania przestrzennego frezem kulistym, które charakteryzują się odmiennymi warunkami obróbki w zależności od strefy powierzchni działania freza:

- frezowanie odbywa się z udziałem ścina freza;
- frezowanie realizowane jest powierzchnią kulistą bez udziału ścina;
- frezowanie odbywa się powierzchnią kulistą i walcową freza.

To, jaką strefą powierzchni freza dokonywana jest obróbka, zależy od kąta  $\kappa$  oraz od szeregu innych parametrów takich jak  $a_p, R, w, B_w$ .

Podobnie jak kąt  $\kappa$ , tak i kąt  $\psi$  jest parametrem, który skupia w sobie szereg warunków oddziaływujących na proces obróbki. Kąt  $\psi$  jest zmienny w czasie w zależności od kierunku i zwrotu wektora prędkości posuwu wyznaczonego trajektorią narzędzia. Podział frezowania w zależności od kąta  $\psi$  na trzy zasadnicze odmiany, to (rys. 4):

- frezowanie normalne, gdy  $\psi = 90^\circ$ ;
- frezowanie ciągnące, gdy  $\psi > 90^\circ$ ;
- frezowanie wcinające, gdy  $\psi < 90^\circ$ .



Rys. 4. Odmiany frezowania w zależności od kąta  $\psi$

Ponadto możemy wyróżnić frezowanie zgrubne i wykańczające. I tak, podczas frezowania zgrubnego udział w skrawaniu zwykle mają wszystkie powierzchnie skrawające freza, tj. powierzchnia kulista i walcowa oraz ścin. Cechy obróbki zgrubnej frezem kulistym są następujące [97].

- Obróbka zgrubna frezem trzpieniowym o profilu kulistym jest uznawana za nieekonomiczną ze względu na małą wydajność tego procesu i małą trwałość ostrza oraz względnie małą dokładność.
- Największy wpływ na wartość sił skrawania mają wymiary geometryczne warstwy skrawanej, gdyż chwilowa siła skrawania zależy od pola powierzchni wióra.

- Obciążenie ostrza przy frezowaniu ciągnącym jest zawsze mniejsze od obciążenia przy frezowaniu normalnym, dla identycznej prędkości posuwu. Obciążenie całego freza na stromych częściach (duża wartość  $\kappa$ ) może jednak znacznie przewyższać wartość obciążenia przy frezowaniu normalnym.
- Frezowanie wcinające ujemnie wpływa nie tylko na sposób powstawania wióra, ale także na jego odprowadzanie i chłodzenie oraz przyczynia się do zwiększenia maksymalnej jego grubości.

Z kolei frezowanie wykańczające to ta faza procesu produkcyjnego, która ma na celu zapewnienie uzyskania ostatecznych wymiarów i właściwości warstwy wierzchniej [87]. W przypadku frezowania frezem kulistym konieczne jest opracowanie odpowiedniego systemu doboru warunków skrawania dla frezowania wykańczającego.

Doświadczenie uczy, że wzrost kąta  $\kappa$  powoduje większe zużycie ostrza. Stąd postulat, aby dążyć do obróbki przy jak najmniejszych kątach  $\kappa$  pod warunkiem, że nie występuje obróbka ścinem. Obróbka powierzchnią walcową występuje w przypadku obróbki wykańczającej przy kątach  $\kappa$  bliskich  $90^\circ$ .

Ogólnie zasady doboru kąta  $\kappa$  można sprowadzić do dwóch zaleceń, a mianowicie:

- należy unikać pracy frezów dla małych kątów  $\kappa$  szczególnie wtedy, gdy może wystąpić obróbka ścinem;
- obróbkę powierzchnią walcową, w przypadku frezów trzpieniowych o profilu kulistym, należy uznać za niewskazaną, gdyż można ją zastąpić obróbką tańszymi narzędziami.

Następnym parametrem geometrycznym trajektorii ruchu narzędzia jest kąt  $\psi$ . Na rys. 4 pokazano trzy zależne od kąta  $\psi$  rodzaje frezowania, które mogą być realizowane przy różnych kątach  $\kappa$  i w dwóch kierunkach wierszowania. Parametry te są ze sobą ściśle powiązane. Wartość kąta  $\psi$ , w przeciwieństwie do kąta  $\kappa$  pozostawia większą swobodę wyboru. Wybór ten ograniczony jest warunkiem styczności prędkości posuwu do powierzchni obrabianej, a jego wartość może zmieniać się w zakresie

$$90^\circ - \kappa \leq \psi \leq 90^\circ + \kappa \quad (2)$$

Prowadzone badania z wykorzystaniem stali szybkoobrotowych wykazały, że najkorzystniejsze warunki skrawania uzyskuje się w przypadku kątów  $\psi$  zbliżonych do  $90^\circ$ . Przyjmuje się, że do takiego właśnie modelu należy dążyć w celu optymalizacji trajektorii narzędzia [97].

Oprócz lepszych warunków skrawania, kąt  $\psi = 90^\circ$  ułatwia programowanie obróbki. Pozwala również uzyskać lepszą dokładność poprzez zmniejszenie wpływów odwzorowania, jakie występują przy frezowaniu 3-osiowym (zastąpienie frezowaniem 2-osiowym). Kierując się zasadą unikania obróbki ścinem freza, stosuje się frezowanie ciągnące, które powoduje odsunięcie powierzchni działania ostrza od wierzchołka freza. Natomiast frezowanie wcinające prowadzi do przybliżania krawędzi skrawającej freza do jego wierzchołka.

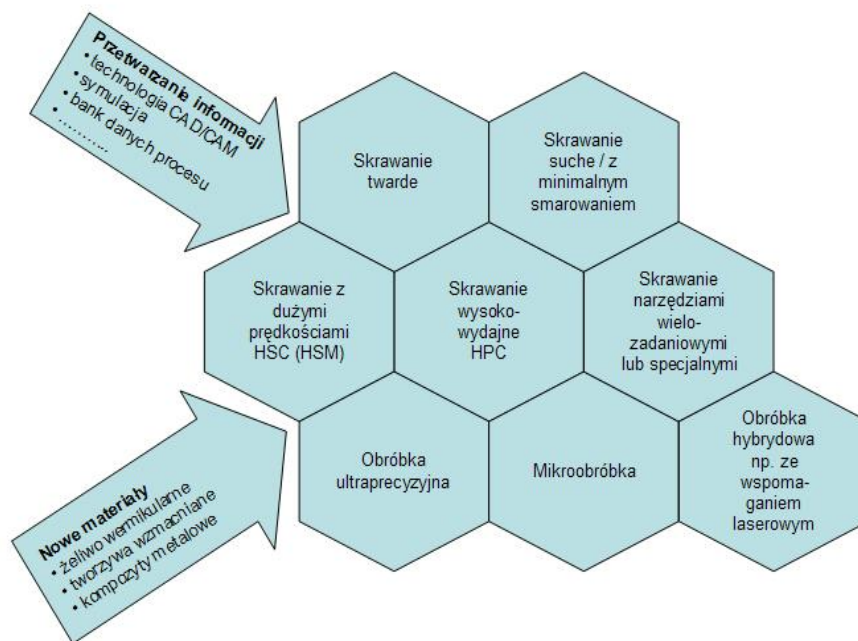
Kolejnym parametrem geometrycznym trajektorii narzędzia jest kierunek wierszowania  $B_w$ . Podobnie, jak omówione wyżej parametry, tak i kierunek wierszowania należy wybierać w powiązaniu z pozostałymi parametrami. Rozróżnia się dwa kierunki wierszowania, które umownie oznaczono jako:  $+B_w$  wierszowanie „w górę” lub  $-B_w$  wierszowanie „w dół”. Punktem granicznym dla dokonania wyboru jest przypadek, w którym wierszowanie odbywa się w płaszczyźnie prostopadłej do osi obrotu freza.

Badania wykazały, że dla małych kątów  $\kappa$  należy stosować wierszowanie w górę. Wiąże się to z unikaniem pracy ścinem i odprowadzaniem wiórów. Hipotetycznie, przy projektowaniu trajektorii, można przyjąć zasadę, że dla kątów  $\kappa \leq 45^\circ$  należy stosować wierszowanie w górę, a dla kątów  $\kappa > 45^\circ$  - wierszowanie w dół.

Projektowanie cykli obróbkowych, oprócz spełnienia wymagań optymalizacyjnych, musi być przede wszystkim dostosowane do możliwości układu sterującego obrabiarki CNC (*ang. Computer Numerical Control*).

## 2.3. Aktualne tendencje w obróbce skrawaniem

Obróbka skrawaniem należy do ogólnie stosowanych technik kształtowania wyrobów. Techniki te są obecnie realizowane w warunkach zglobalizowanej gospodarki światowej, w której dominuje presja cen, wywoływana rosnącą i ostrą konkurencją [157]. Wysokie tempo usuwania materiału i jakość powierzchni są głównymi celami stawianymi przed obróbką skrawaniem. W Stanach Zjednoczonych Ameryki Północnej na ten cel wydaje się rocznie ponad 100 miliardów dolarów [17]. Aktualne trendy (tendencje) rozwojowe w obróbce skrawaniem narzędziami z geometrycznie określonymi ostrzami przedstawione są na schemacie (rys. 5). Centralną pozycję zajmuje skrawanie wysokowydajne oraz skrawanie z dużymi prędkościami.



Rys. 5. Aktualne trendy rozwojowe w skrawaniu narzędziami z geometrycznie określonymi ostrzami [156]

Stałym trendem w całej historii obróbki metali było wykorzystywanie coraz większych prędkości skrawania [2]. W ostatnich latach zainteresowanie w tej dziedzinie ponownie wzrosło ze względu na możliwości zwiększania tempa produkcji, skracania czasu, obniżenia kosztów i poprawie jakości wykonywanych części [59]. Obróbka szybkościowa HSM (*ang. High Speed Machining*) oraz często stosowane węższe pojęcie HSC (*ang. High Speed Cutting*) oznaczające skrawanie szybkościowe

jest zaawansowaną technologią produkcji z wielkim potencjałem przyszłościowym [183]. Jest ona obecna prawie we wszystkich rodzajach obróbki ubytkowej. Począwszy od lat dziewięćdziesiątych minionego wieku zaczęło zyskiwać na znaczeniu skrawanie wysokowydajne HPC (*ang. High Performance Cutting*), bazujące na wcześniejszych dokonaniach skrawania z dużymi prędkościami [156]. Obróbka HPC - w przeciwieństwie do HSC - odnosi się głównie do przestrzeni dwuwymiarowej. Jest to proces, w którym usuwamy większe objętości materiału. Stosowana jest głównie w obróbce płaszczyzn za pomocą dużych wielostrzowych frezów czółowych i wiertel oraz innych narzędzi, które są w stanie usuwać większe ilości obrabianego materiału [117]. Można powiedzieć, że HPC jest rozwojowym trendem obróbki skrawaniem [88].

Wynikiem globalnej tendencji do miniaturyzacji jest wykorzystanie skrawania (głównie HSM) w mikroprodukcji [72]. Miniaturyzacja wyrobów, rozumiana również jako miniaturyzacja procesów produkcyjnych mierzona jest rosnącymi wymaganiami w zakresie dokładności wymiarowej [106]. Istnieje również rosnące zapotrzebowanie na specjalnie opracowane narzędzia skrawające do obróbki metali i stopów nanokrystalicznych [83].

Rozwojowi obróbki skrawaniem sprzyjają takie okoliczności, jak wzrost liczby wariantów wyrobu w odniesieniu do jego ukształtowania oraz zmniejszenie wielkości partii i wzrost liczby stosowanych materiałów [106].

W celu szybkiego wytwarzania np. prototypowych form wtryskowych, podejmuje się próby łączenia różnych technik wytwarzania. W takich hybrydowych obróbkach, oprócz HSM wykorzystuje się także drażenie elektroerozyjne EDM (*ang. Electro Discharge Machining*) oraz selektywne spiekanie laserowe DMLS (*ang. Direct Metal Laser Sintering*) [143].

Dzięki coraz szybszym parametrom skrawania (m.in. prędkości obrotowej i prędkości posuwu) wióry są „zmuszone” do szybszego opuszczania otworów, przez co zmniejsza się temperatura i tym samym wydłuża się trwałość narzędzia. Dzięki temu istnieje możliwość prowadzenia bardzo wydajnej obróbki bez chłodzenia (tzn. na sucho) lub z chłodzeniem minimalnym [61]. Ta tendencja wpisuje obróbkę skrawaniem w globalne tendencje proekologiczne.

Najbardziej wielostronnym sposobem obróbki ubytkowej staje się obecnie frezowanie. Można nim kształtować zarówno duże przedmioty, jak i realizować mikroobróbkę, tak w produkcji jednostkowej, jak też w obróbce wielkoseryjnej.

Jest to możliwe za sprawą dużego postępu w odniesieniu do produktywności narzędzi frezarskich [157]. Producenci narzędzi co jakiś czas wprowadzają nowe rozwiązania dotyczące nie tylko samej geometrii, ale też sposobu skrawania, mając na celu polepszenie ich właściwości eksploatacyjnych poprzez skrócenie czasów maszynowych i niezawodność czyli zwiększanie czasu trwałości ostrza [184]. Rozwija się nowe narzędziowe materiały na bazie azotku boru służące do obróbki szybkościowej, pozwalające dłużej i z większą precyzją obrabiać stale utwardzone bądź stopy tytanu [88, 225].

W ostatnich latach obserwuje się ogromny wzrost efektywności 5-osiowych centrów obróbkowych [217]. Rosnący popyt na tego rodzaju obrabiarki wynika przede wszystkim z ich predyspozycji do wykonywania wyrobów o złożonej geometrii, gdyż za pomocą frezowania – z jednoczesnym wykorzystaniem ruchu pięciu osi – stała się realna obróbka z wysoką jakością swobodnych powierzchni kształtowych. Stałe doskonalenie układów sterowania pozwala coraz efektywniej przenosić wymaganą dokładność konturu i jakość powierzchni na profile ruchu osi posuwowych, a przy tym coraz bardziej redukować czas wytwarzania. Regulacja napędów posuwu tłumi coraz skuteczniej oddziaływanie zakłóceń na ruch względny między narzędziem i przedmiotem. Nowoczesne sterowanie 5-osiowej obrabiarki jest możliwe dzięki wspomagającym funkcjom edytowania i kontrolowania programów NC (*ang. Numerical Control*) lub ich sekwencji oraz dzięki rozszerzonym funkcjom do nadzorowania ruchów maszyny ze względu na możliwe kolizje [157]. Oprócz rozwoju szybkościowych i wysokowydajnych rodzajów obróbki, obecnie mamy do czynienia z postępem w ciągłym udoskonalaniu tak układów sterowania jak i konstrukcji obrabiarek. Wyposażenie dodatkowe coraz częściej staje się standardem. Zdecydowana większość nowoczesnych obrabiarek ma możliwość stosowania liniałów pomiarowych, oświetlenia strefy roboczej, transportera wiórów, pistoletu do spłukiwania wiórów, stołów obrotowych (tzw. 4 osi), czujnika do automatycznego pomiaru i ustalania długości narzędzia. Stosuje się także różne warianty wrzecion, separatory oleju, zmieniacze palet, możliwość współpracy z robotami zewnętrznymi, stabilizację temperaturową chłodziwa, różne warianty układów sterowania czy wersje magazynków narzędzi [145]. W aktualne trendy rozwojowe obróbki skrawaniem doskonale wpisuje się coraz bardziej rozwijająca się mechatronika. Mechatroniczne moduły obrabiarek służą do dokładniejszego pozycjonowania narzędzia i do kompensacji błędów oraz do pasywnych i aktywnych układów tłumienia drgań [151].



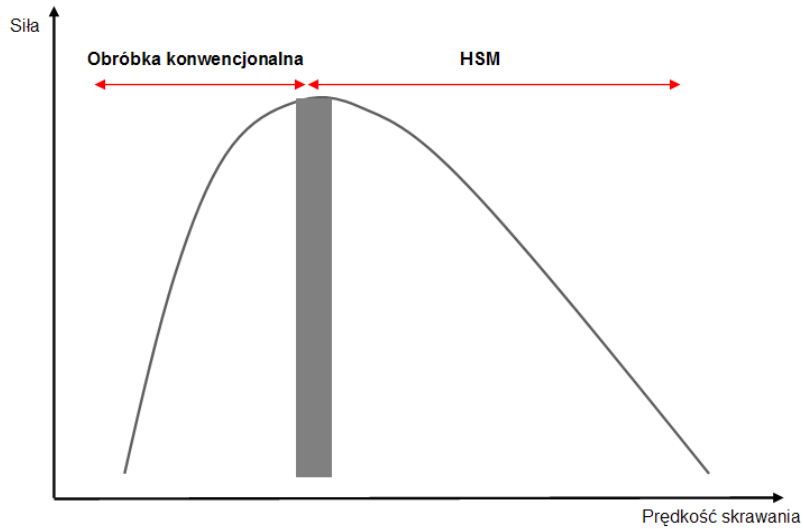
### 2.3.1. Obróbka szybkościowa

Pomimo tego, że HSM jest znana od długiego czasu (pierwsze próby były przeprowadzone we wczesnych latach 20-tych ubiegłego stulecia), to wciąż jest wiele mniej lub bardziej skomplikowanych definicji HSM. Najprościej definiując - obróbka szybkościowa - oznacza użycie znacznie wyższych (5 do 10 razy) prędkości skrawania (tab. 1) niż w konwencjonalnych operacjach obróbkowych [165], co prowadzi do [61, 72, 102, 128, 148, 165 183]:

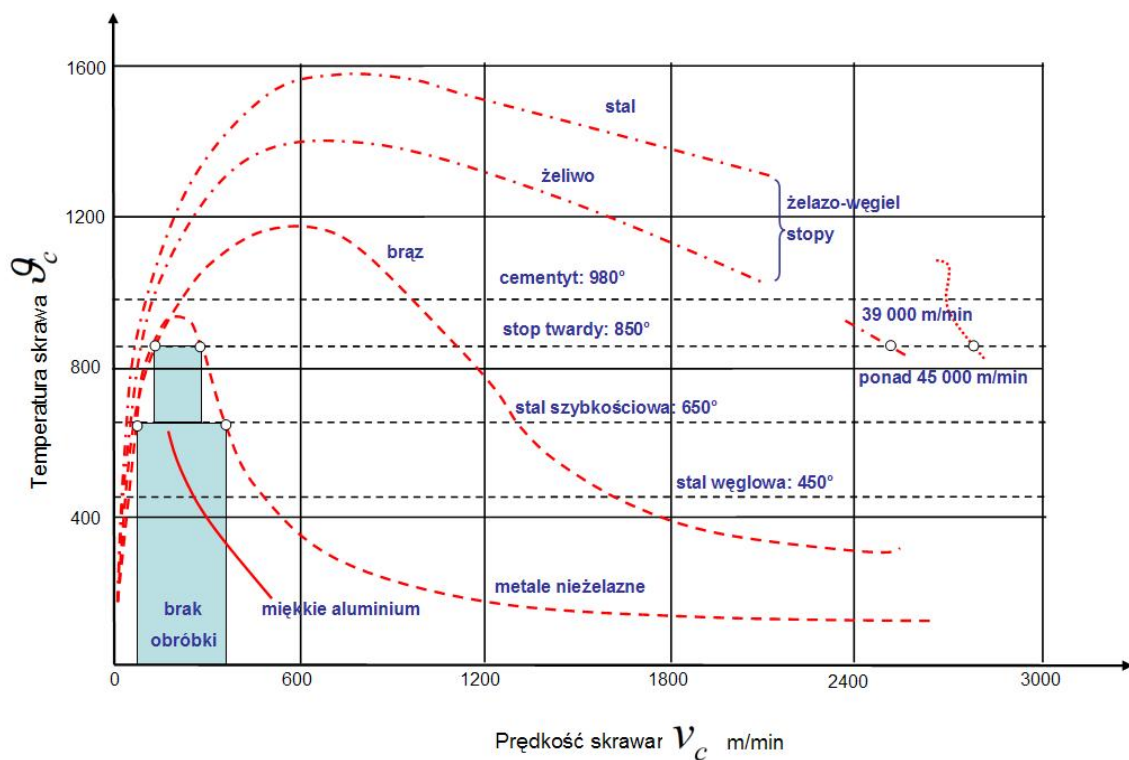
- uzyskania mniejszych wartości sił skrawania (rys. 6),
- korzystniejszego rozproszenia energii cieplnej (rys. 7),
- poprawy jakości powierzchni,
- zwiększenia objętości wiórów,
- wydłużenia czasu pracy narzędzia,
- skrócenia łącznego czasu wykonywania wyrobu,
- zmniejszenia zużycia środka chłodzącego,
- uzyskania optymalnego kształtu wióra,
- redukcji kosztów.

Wszystkie wyżej wymienione zalety HSM są ze sobą ściśle powiązane i w równym stopniu ważne.

<i>Tabela 1. Porównanie prędkości skrawania używanych w obróbce konwencjonalnej i HSM, frezem trzpieniowym, dla wybranych materiałów [59]</i>		
<b>Material obrabiany</b>	<b>Obróbka konwencjonalna</b>	<b>HSM</b>
	[m/min]	
Stop aluminium	300 +	3 000 +
Żeliwo miękkie	150	360
Żeliwo plastyczne	105	250
Stal	105	360
Stal stopowa	75	250
Tytan	40	60



Rys. 6. Zależność pomiędzy siłą i prędkością skrawania podczas obróbki konwencjonalnej oraz obróbki szybkościowej (HSM) [72]



Rys. 7. Temperatura obróbki podczas frezowania wysokowydajnego [183]

Inną popularną definicją HSM jest indeks DN tj. średnica wewnętrzna łożysk [mm] pomnożona przez maksymalną prędkość obrotową [obr/s]. Dla HSM typowa wartość DN zawiera się pomiędzy 500 000 – 1 000 000. Ta definicja pozwala zaliczać do HSM także narzędzia z większymi łożyskami, chociaż ich prędkość obrotowa jest

mała [59]. Typowe prędkości obrotowe - przy obróbce szybkościowej - zawierają się w granicach od 8 000 do 35 000 [obr/min], chociaż niektóre obecnie projektowane wrzeciona są przystosowane do prędkości obrotowych wynoszących nawet 100 000 [obr/min] [59].

Kolejna definicja HSM bazuje na stosunku mocy i maksymalnej prędkości obrotowej obrabiarki. Dla maszyn przeznaczonych do obróbki konwencjonalnej stosunek ten jest dużo wyższy niż dla obrabiarek HSM. Inne definicje podkreślają wyższe tempo obróbki i krótszy czas w funkcji prędkości obrotowej wrzeciona. W tym przypadku wchodzi w grę inne czynniki takie, jak np. szybkość automatycznej wymiany narzędzi [59]. Współcześnie terminem HSM określa się także kompleksowe obróbki wysokowydajne, z uwzględnieniem systemów transportu przedmiotów obrabianych [128]. Stosowanie obróbki HSM wymaga od konstruktorów znajomości nie tylko zalet tej metody, ale też jej pewnych wad. Duże prędkości skrawania w przypadku narzędzi obrotowych, zwłaszcza tych o niewielkich średnicach, wymagają stosowania bardzo dużych prędkości obrotowych wrzecion. Przy tak dużych prędkościach obrotowych wrzeciona ważną sprawą jest dokładne wyważenie dynamiczne wrzecion oraz mocowanych w nich zespołów oprawka – narzędzie. Brak wyważenia może bowiem spowodować powstanie dość znacznych sił bezwładności, oddziałujących nie tylko na narzędzie, oprzyrządowanie i obrabiarkę, ale i na sam proces skrawania. Konsekwencją tego stanu rzeczy może być [26]:

- pogorszenie efektów technologicznych obróbki,
- zmniejszenie trwałości narzędzi,
- zmniejszenie trwałości łożysk wrzeciona obrabiarki,
- zwiększenie natężenia hałasu na stanowisku pracy.

Obszary zastosowań oraz przykłady użycia wysokowydajnej obróbki szybkościowej przedstawiono w tab. 2.

Tabela 2. Obszary zastosowania wysokowydajnej obróbki szybkościowej [212]

Obszar zastosowań	Przykłady
Przemysł lotniczy i kosmiczny	Elementy konstrukcyjne (części integralne) Obróbka kompozytów Obróbka łopatek turbin
Przemysł samochodowy	Modele Urządzenia do formowania blach Formy wtryskowe
Towary konsumpcyjne, przemysł elektryczny i elektroniczny	Elektrody (grafit, miedź) Utwardzane narzędzia
Systemy transportu, wytwarzanie energii	Koła sprzężarek, zgarniacze, obudowy

Niektóre ośrodki badawcze we współpracy z przemysłem prowadzą liczne badania usprawniające i rozwijające HSM. Trudności stwarza modelowanie i symulacja samego procesu skrawania szybkościowego. Prowadzone prace bazują na metodzie elementów skończonych. Nowoczesne modele wyjaśniają efekty dynamiczne, przewodnictwo cieplne, zjawiska tarcia itp., pozwalają na uwzględnienie inicjacji i propagacji pęknięć oraz obrazują przejście z wióra ciągłego do segmentowego w czasie zwiększania prędkości skrawania [136]. Ponadto umożliwiają przewidywanie sił skrawania w czasie rzeczywistym [63].

## 2.4. Rodzaje i źródła drgań w procesach obróbkowych

Wszystkie maszyny posiadające ruchome części generują podczas normalnej pracy określone siły oddziaływania. Warunki pracy maszyn, a co za tym idzie generowane siły, ulegają ciągłym zmianom z powodu zużycia pracujących elementów, zmian środowiska pracy czy też zmian obciążeń. Zrozumienie dynamiki maszyn i tego jak siły wzbudzają drgania poszczególnych komponentów maszyny jest kluczem do poznania źródeł drgań. Drgania nie powstają samoistnie lecz są zjawiskiem fizycznym. Definiujemy je jako ruch wokół położenia równowagi [146]. Każdy element maszyny o  $n$  stopniach swobody ma  $n$  kołowych częstości drgań własnych  $\omega_0$ .

Są to częstotliwości z jakimi układ drga po wytrąceniu z położenia równowagi. Ogólnie rzecz ujmując drgania możemy podzielić na swobodne, wymuszone i samowzбудne [134].

Drgania swobodne zachodzą wówczas, gdy na dany układ – po wstępnym wzbudzeniu – nie działają żadne wymuszenia [141]. Mogą być one wywołane zmianą warunków ruchu lub obciążenia podczas obróbki skrawaniem. Drgania te są drganiami tłumionymi, bowiem w układzie obrabiarka – uchwyt – przedmiot obrabiany – narzędzie skrawające (OUPN) występuje rozproszenie energii [134]. Częstotliwość tych drgań jest bliska częstotliwości drgań własnych układu.

Równanie drgań swobodnych układu o jednym stopniu swobody ma postać:

$$m\ddot{q}(t) + c\dot{q}(t) + kq(t) = 0, \quad (3)$$

przy czym:  $\omega \cong \omega_0$ ,  $q_0 \rightarrow 0$ ,

gdzie:  $m$  – masa układu [kg],

$c$  – współczynnik tłumienia [Ns/m],

$k$  – współczynnik sztywności [N/m],

$\omega$  – częstotliwość kołowa drgań [rad/s],

$\omega_0$  – częstotliwość kołowa drgań własnych [rad/s],

$q_0$  – amplituda drgań [m],

$q$  – przemieszczenie [m].

Drgania wymuszone zachodzą wtedy, gdy na układ OUPN działają zmienne w czasie wymuszenia. W praktyce rozróżnia się dwa typy takich wymuszeń: siłowe i kinematyczne. W procesach obróbkowych wymuszenie siłowe może być spowodowane m.in. niewyważeniem części obrotowych, mimośrodowością części obrabianej względem obrobionej i przerywanym charakterem pracy ostrza skrawającego. Drgania te są wzbudzane także kinematycznie drganiami przenoszonymi przez fundament, a generowanymi najczęściej przez inne pracujące w pobliżu maszyny [134].

Równanie drgań wymuszonych układu o jednym stopniu swobody ma postać:

$$m\ddot{q}(t) + c\dot{q}(t) + kq(t) = F(t), \quad (4)$$

gdzie:  $F(t)$  – wektor zredukowanych wymuszeń uwzględniający zarówno wymuszenia kinematyczne, jak i siłowe [N].

W stanie ustalonym (drżania harmoniczne) otrzymamy:

$$\omega = \omega_F, \quad q_0 = const,$$

gdzie:  $\omega_F$  – częstość kołowa siły wymuszającej [rad/s].

Drgania samowzbudne powstają przy pobudzeniu układu niestabilnego i nie zanikają pomimo zaniku wymuszenia (są to tzw. drżania niezanikające). Amplituda drgań samowzbudnych narasta, aż ustali się pewien cykl graniczny. Z powodu drgań samowzbudnych przy obróbce skrawaniem powstają prawie periodyczne błędy kształtu obrabianego przedmiotu. Drgania te w układzie OUPN są wynikiem oscylacji wartości sił tarcia i sił skrawania oraz sił odpowiedzialnych za przeniesienie energii z napędu do układu OUPN [23, 134]. Przykładem drgań samowzbudnych są też powstające podczas frezowania drżania typu *chatter* [75].

Równanie układu o jednym stopniu swobody z drżaniami samowzbudnymi ma postać:

$$m\ddot{q}(t) + c\dot{q}(t) + kq(t) = F(q(t)), \quad (5)$$

przy czym:  $\omega \cong \omega_0$ ,  $q_0 \rightarrow q_{gr}$ ,

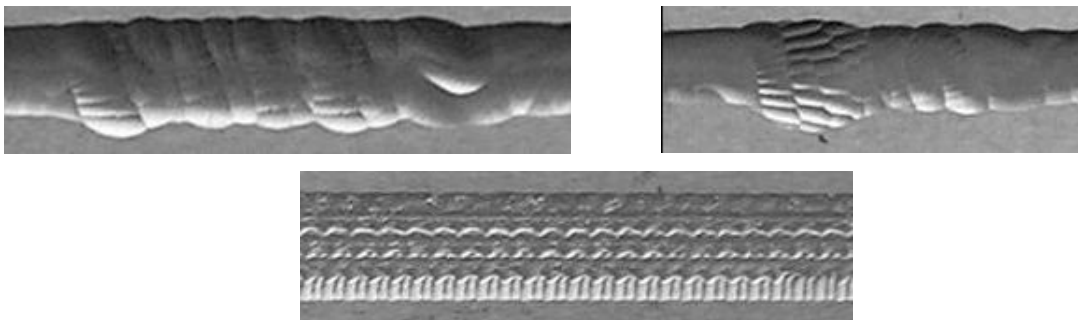
gdzie:  $q_{gr}$  – amplituda drgań w cyklu granicznym.

### 2.4.1. Drgania samowzbudne typu *chatter*

Rodzaje i przyczyny powstawania drgań samowzbudnych typu *chatter* oraz cechy niestabilności podczas procesów obróbkowych przedstawiono w tab. 3. Drgania sklasyfikowano jako drżania *chatter*, drżania przypadkowe i swobodne oraz drżania wymuszone. Pokazano także metody tłumienia poszczególnych rodzajów drgań oraz sposób ich modelowania.



W procesach obróbkowych najczęściej mamy do czynienia z drganiami samowzbudnymi typu *chatter*. Mają one miejsce w przypadku stosowania długich smukłych narzędzi (np. frezy trzpieniowe) lub obróbki bardzo podatnych przedmiotów (np. łopatki turbin, wirniki wentylatorów). Cechą charakterystyczną drgań samowzbudnych jest to, że pojawiają się nagle i natychmiast osiągają pełną skalę nie dając operatorowi obrabiarki czasu na reakcję [229]. Drgania te podczas obróbki skrawaniem są zjawiskiem niekorzystnym, gdyż następuje zwiększenie chropowatości powierzchni (rys. 8), niedokładność kształtu obrabianego przedmiotu, następuje szybsze zużycie narzędzia, a nawet jego zniszczenie. Maleje też tempo usuwania materiału, rosną koszty produkcji, zwiększa się zużycie energii i wzrasta ilość odpadów materiałowych. Pojawia się również nadmierny hałas, którego limit - w środowisku pracy - reguluje dyrektywa Parlamentu Europejskiego 2003/10/EC [40].



Rys. 8. Pogorszenie jakości powierzchni frezowanego przedmiotu po wystąpieniu niekorzystnego zjawisko drgań *chatter* [50]

Historia rozwoju badań nad zjawiskiem drgań typu *chatter* sięga 1946 roku [4]. R. N. Arnold, jako jeden z pierwszych opisał zjawisko *chatteru* w prostych układach narzędziowych. W roku 1965, S. A. Tobias, przedstawił obszerne podsumowanie wyników wielu badań naukowych dotyczących dynamiki operacji toczenia i drgań *chatter*. Później rozwinął on badania samego zjawiska w relacji ze zmienną grubością wióra oraz przesunięciem fazowym pomiędzy wewnętrzną i zewnętrzną modulacją grubości warstwy skrawanej. W tym samym roku H. E. Merritt omówił stabilność układów o  $n$  stopniach swobody. Zaproponował on także proste kryterium stabilności. S. A. Tobias i H. E. Merritt oraz F. Koenigsberger i J. Tlustý są uważani za pionierów opracowania zjawiska regeneracji śladu w teorii drgań *chatter*. Ponadto, w 1975 roku, S. M. Pandit i inni rozwinęli procedurę modelowania drgań *chatter* w dziedzinie czasu uwzględniając nieznanne czynniki przypadkowych zakłóceń występujących w procesie



skrawania. Opisali też samowzbudne przypadkowe drgania z białym szumem w funkcji wymuszenia. W 1974, S. Kato i inni zbadali zjawisko regeneracji drgań *chatter* spowodowane odkształceniem przedmiotu obrabianego i na podstawie danych empirycznych wyprowadzili równania różniczkowe opisujące te zjawiska [4].

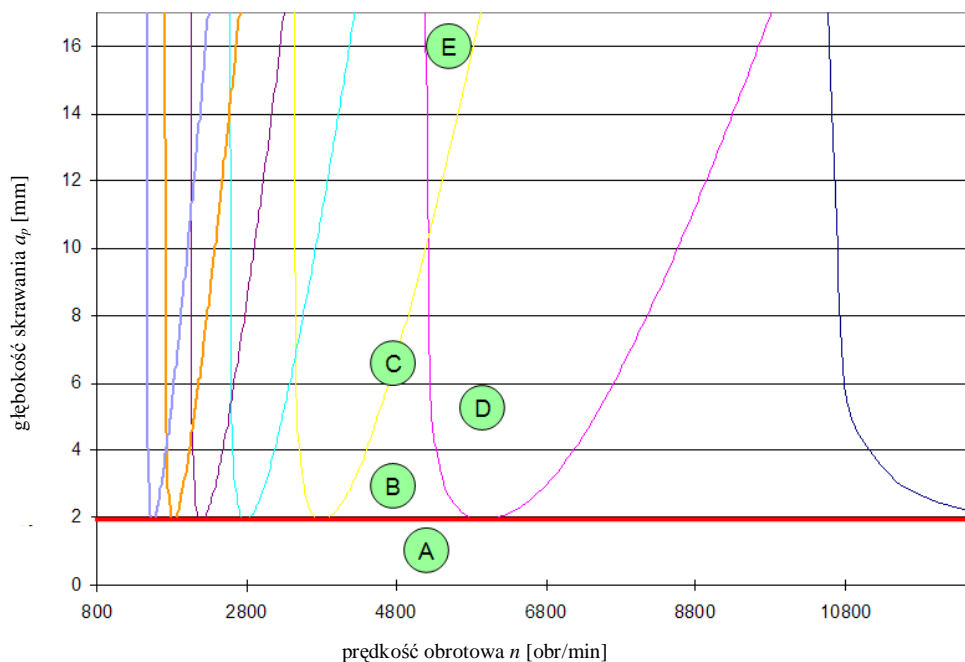
Ogólnie rzecz ujmując, drgania samowzbudne typu *chatter* możemy podzielić na dwie kategorie: pierwotne i wtórne. Tak zwany *chatter* pierwotny pojawia się samoczynnie, rozpoznajemy tu *chatter* tarciowy, sprzężenie przez przemieszczenie, i termomechaniczny [226], natomiast *chatter* wtórny spowodowany jest przez reprodukcję (regenerację) drgań [134, 171].

Drgania reprodukcyjne nazywane też obróbką po śladzie, powstają wtedy, gdy drgające narzędzie względem przedmiotu obrabianego powoduje zmianę grubości warstwy skrawanej, zwane wewnętrzną modulacją tej grubości. Zostaje to „zarejestrowane” na powierzchni skrawania w postaci naciętej fali. Po wykonaniu przez narzędzie części obrotu, przy przejściu kolejnego ostrza fala ta staje się zewnętrzną modulacją grubości warstwy skrawanej, powodując zmienność siły skrawania, czyli wymuszenie na które układ OUPN (obrabiarka – uchwyt – przedmiot – narzędzie) odpowiada z opóźnionymi fazowo drganiami o tej samej częstotliwości [41, 87].

Pierwotne drgania *chatter* zwane sprzężeniem przez przemieszczenie pojawiają się na kierunku siły odporowej i powodują drgania na kierunku siły skrawania, i na odwrót. W rezultacie, powstają równoczesne drgania w dwóch sprzężonych kierunkach. Fizycznie jest to spowodowane przez szereg źródeł, takich jak tarcie na powierzchni natarcia i przyłożenia [226]. Tor jaki zakreśla narzędzie względem przedmiotu obrabianego w czasie tych drgań jest bardziej lub mniej złożoną krzywą zamkniętą. Układ OUPN „napina się” czyli zwiększa swoją energię potencjalną, a przy ruchu powrotnym energia ta zmniejsza się. Grubość warstwy skrawanej, a więc i siła skrawania jest większa podczas pobierania energii, niż podczas jej oddawania. Nadwyżka energii powoduje rozwój i podtrzymanie drgań samowzbudnych [1, 87]. Ta forma drgań *chatter* pojawia się często podczas obróbki skrawaniem z użyciem robotów przemysłowych [163].

Kolejny rodzaj drgań *chatter*, to drgania pierwotne spowodowane zjawiskiem tarcia pomiędzy powierzchnią przyłożenia narzędzia, a przedmiotem obrabianym oraz pomiędzy powierzchnią natarcia narzędzia, a powstającym wiórem. Drgania te należą do zjawisk nieliniowych.

Bardzo ważne jest modelowanie i przewidywanie stabilności podczas frezowania z powodu ciągłego rozwoju i coraz częstszego stosowania wysokowydajnych sposobów obróbki szybkościowej, co wiąże się ze spełnieniem wielu wymagań i nakłada na użytkowników wiele ograniczeń. Aby osiągnąć pożądane efekty obróbki HSM, należy wziąć pod uwagę szereg czynników, które bezpośrednio mogą wpływać na stabilność procesu frezowania [215]. Stabilność rozumiana jest jako stan, w którym nie występują drgania samowzbudne lub powstające drgania ulegają wytłumieniu [210]. W wielu przypadkach, do obróbki szybkościowej, stosowane są frezy monolityczne palcowe, dla których stosunek długości do średnicy jest większy od 10. W takich sytuacjach należy się liczyć z możliwością utraty stabilności procesu, co może skutkować występowaniem drgań samowzbudnych typu *chatter*. Przy analizie stabilności procesu obróbkowego nie można także pominąć składowych siły całkowitej i ich wpływu na efekty obróbki [216]. Oprócz tego na stabilność ma wpływ wiele czynników, np. konstrukcja i konfiguracja obrabiarki [191], struktura narzędzi, właściwości materiału obrabianego [29, 103, 166, 176], zużycie ostrza skrawającego [43], długość narzędzia [208], parametry frezowania, tj. głębokość skrawania, szerokość i prędkość frezowania [20, 67, 82], kąty ścinania i natarcia [108]. Teoria drgań samowzbudnych *chatter* tworzy powiązania pomiędzy tymi czynnikami. Tematem wielu prac jest modelowanie, przewidywanie oraz detekcja drgań *chatter* w różnych procesach obróbkowych, np. frezowanie [29, 44, 47, 78, 126, 139, 175, 189, 194, 199, 206], frezowanie równoległe [158], frezowanie szybkościowe [181, 182, 215], wiercenie [140], toczenie [55, 73, 131, 187, 202, 222], szlifowanie [6, 53, 77]. Efektywnym narzędziem do przewidywania drgań *chatter* są bazujące na teorii tych drgań wykresy granic stabilności tzw. krzywe workowe (rys. 9). Tworzone są one analitycznie na podstawie założonego modelu skrawania [3] czy też wyznaczone eksperymentalnie [172]. Krzywe te pozwalają określić obszary procesu skrawania (tzn. dobrać głębokość skrawania oraz prędkość obrotową wrzeciona lub przedmiotu obrabianego), dla których tempo usuwania naddatku będzie największe [87, 230]. Prawie wszystkie techniki przewidywania i sterowania drgań *chatter* zakładają liniowość procesu skrawania, choć w rzeczywistości jest to proces nieliniowy [48, 115, 125, 169, 196, 222, 224].



Rys. 9. Zależność głębokości skrawania od prędkości obrotowej wrzeciona (krzywa workowa); A – stabilność bezwzględna; B – stabilność względna; C – granica stabilności; D – obszar z jedną dominującą częstotliwością drgań chatter; E – obszar z co najmniej dwiema dominującymi częstotliwościami drgań chatter

Modele dynamiki układu pod kątem badania drgań *chatter* będą się różniły w zależności od założonej podatności narzędzia i przedmiotu obrabianego. Jeśli podatność narzędzia jest dominująca, można założyć sztywność przedmiotu obrabianego [51, 103]. Taki model drgań *chatter* jest zrozumiały w przypadku smukłych narzędzi. Jednak w praktyce dość często podatność przedmiotów obrabianych (łopatki turbin, poszycia samolotów) odgrywa ważniejszą rolę, niż podatność narzędzia skrawającego. Dlatego model bazujący na podatności tych przedmiotów modelowanych jako belka Eulera-Bernulliego lub belka Timoshenki [45, 229], ma duże znaczenie z punktu widzenia zastosowań praktycznych w przemyśle.

## 2.5. Nadzorowanie drgań

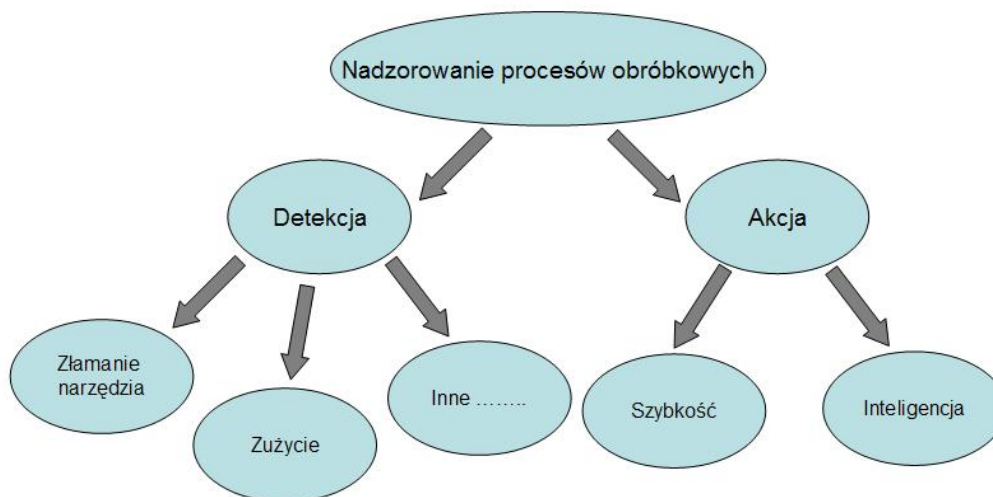
Nadzorowaniem drgań nazywamy zbiór czynności stanowiących efekt świadomego oddziaływania w celu zapewnienia pożądanego przebiegu tych drgań [91]. W przypadku nadzorowania drgań - podczas obróbki skrawaniem - ma miejsce [146, 210]:

- obserwacja wielkości fizycznych (poziom drgań, amplituda przemieszczeń, siły oddziaływania, temperatura) oraz rzeczywiście występujących cech (zużycie narzędzia, chropowatość powierzchni) decydujących o jakości procesu nadzorowania. Obserwacja może być prowadzona w czasie obróbki (w sposób ciągły) lub poza obróbką (z przerwami) [174]. Obserwacja w czasie trwania obróbki nie powoduje przestoju i zapewnia ciągle przekazywanie informacji pozwalające na odpowiednią reakcję w czasie rzeczywistym;
- generowanie chwilowych wartości sygnału sterującego, zgodnie z przyjętą zasadą (strategią nadzorowania).

W celu skutecznego rozwiązania problemu nadzorowania drgań proponuje się wykorzystanie [91]:

- symulacji komputerowej. Jest to proces rozwiązywania modelu obliczeniowego układu nadzorowanego i stanowi efektywne narzędzie wspomagające proces nadzorowania;
- prognozowania skutków strategii nadzorowania. Ma ono miejsce wtedy, gdy przeprowadzono symulację komputerową strategii nadzorowania, przewidzianej do realizacji na obiekcie rzeczywistym;
- wdrożenia, czyli realizacji uprzednio prognozowanej strategii nadzorowania na rzeczywistym obiekcie drgającym. Stanowi ono końcową fazę nadzorowania drgań.

Podczas obróbki skrawaniem nadzorowanie drgań ma na celu zapewnienie poprawnego funkcjonowania procesu produkcyjnego. W przypadku wykrycia niepożądanych zjawisk (np. drgań *chatter*), nadzorowanie powinno skutkować podjęciem odpowiednich działań zmierzających w kierunku rozwiązania danego problemu. Rys.10 ilustruje oczekiwane funkcje nadzorowania procesów obróbkowych.



Rys. 10. Funkcje nadzorowania procesów obróbkowych [174]

Podjęte działania interwencyjne powinny być „szybkie” i „inteligentne”. Szybkość wiąże się z interwencją jeszcze przed wystąpieniem niepożądanego zjawiska. Tak zwana inteligencja nadzorowania, to uzbrojenie procesu skrawania w czujniki i systemy automatycznego monitorowania [144]. Opracowanie procedur nadzoru wiąże się zawsze z potrzebą [18]:

- określenia atrybutów poszczególnych stanów dynamicznych,
- wyboru zestawu czujników i ich jak najlepszym ustawieniem,
- opracowania zasad oraz algorytmów klasyfikacji stanów,
- wybrania wartości granicznych,
- optymalizacji procedur obliczeniowych.

### 2.5.1. Sposoby redukcji drgań w procesach obróbkowych

W literaturze naukowej oraz w komercyjnych poradnikach (np. [178]), można znaleźć wiele informacji dotyczących sposobów przeciwdziałania drganiom w procesach obróbkowych. W zależności od sposobu doprowadzania energii, układy sterowania drganiami możemy podzielić na pasywne (*off-line*), semi-aktywne i aktywne (*on-line*). Podstawową metodą pasywną jest tworzenie krzywych workowych i na tej podstawie dobór odpowiedniej prędkości i głębokości skrawania. Jednak modelowanie procesu skrawania w celu utworzenia i analizy krzywych

workowych zwłaszcza gdy mamy do czynienia z procesami nieliniowymi nie jest zadaniem prostym [44, 171]. Ponadto metody pasywne mają ograniczone zastosowanie ze względu na ich małą skuteczność w zakresie niskich częstotliwości oraz dlatego, iż są wrażliwe na warunki eksploatacji. Nie sprawdzają się także w przypadku zmian parametrów macierzy bezwładności i sztywności [16]. Pasywne eliminatory drgań są dostrajane do jednej częstotliwości drgań własnych. Z tego powodu mają ograniczone zastosowanie w obróbce skrawaniem, gdzie pojawiające się częstotliwości drgań samowzbudnych zazwyczaj ulegają zmianie [36]. Lepsze rezultaty są osiągnięte przy użyciu metod aktywnych (będą one szerzej opisane w kolejnych rozdziałach rozprawy).

Sposoby redukcji drgań można także podzielić na dwie inne grupy. Pierwsza grupa obejmuje metody polegające na zmianie zależności fazowych pomiędzy drganiami narzędzia i przedmiotu obrabianego. Druga grupa metod polega na zmniejszeniu wpływu tzw. regeneracji śladu oraz sterowaniu przepływem energii w procesie obróbki mechanicznej poprzez wykorzystanie różnego rodzaju elementów pochłaniających drgania [36]. Kolejny podział odróżnia metody związane z ingerencją w strukturę obrabiarki oraz związane z ingerencją w proces obróbkowy [134]. W każdym procesie nadzorowania, czyli redukcji drgań, należy wyróżnić monitorowanie (obserwację) [205] i sterowanie. Podczas monitorowania, w zależności od typu stosowanego sygnału oraz jego funkcji, możemy sformułować pewne wnioski na temat zjawisk występujących w trakcie obróbki (tab. 4).

Wśród wielu metod redukcji drgań należy wyróżnić takie, które wykorzystują zmianę kształtu narzędzia, uchwytu czy konstrukcji obrabiarki. W pracy [208] przedstawiono dwie techniki użycia długich smukłych frezów trzpieniowych podczas frezowania szybkościowego. Pierwsza metoda polega na potraktowaniu najwyższej prędkości obrotowej jako stałej wartości i doborze takiej długości narzędzia, przy której obróbka będzie stabilna. Zauważono, że wydłużanie narzędzia niekiedy prowadziło do zwiększenia tempa usuwania materiału. Druga technika pozwala obrabiać przedmioty z bardzo cienkimi zębami. Zaobserwowano, że drgania powodowane są poprzez kontakt narzędzia z zębem powyżej strefy skrawania. Zmiana średnicy trzpienia narzędzia pozwala uniknąć zwiększania szerokości warstwy skrawanej, a tym samym wymuszania przez narzędzie drgań zębów.

Tabela 4. Sygnały w monitorowaniu procesów obróbkowych [121]

Typ sygnału / zjawisko	Obserwowana funkcja	Wnioski
Wizyjny	Intensywność odbitego światła	Chropowatość powierzchni
	Obraz z użyciem lampy halogenowej, lasera lub złożony z podwójnego oświetlenia	Zużycie narzędzia
	Obraz stereo	Objętość krateru zużycia
Siła	Posuwowa i poprzeczna siła skrawania	Zużycie narzędzia, zużycie powierzchni przyłożenia
	Siła posuwowa / siła skrawania	
	Poprzeczna siła skrawania	Zużycie ostrza
	Średnia siła skrawania	Zniszczenie narzędzia
	Standardowe odchylenie siły odporowej	<i>Chatter</i>
	Wartość skuteczna (RMS) siły osiowej podczas frezowania	Niedokładność wymiarów, chropowatość powierzchni
Emisja akustyczna	Obniżenie poziomu, zmiany tempa	Zużycie narzędzia i wykruszenie
	Średnia zmiana RMS	Zużycie narzędzia
	Zmiana RMS w czasie	Zużycie lub zniszczenie narzędzia
	Komponent DC	Niedokładność wymiarów i chropowatość powierzchni
Moc	Intensywność ( <i>ang. intensity</i> )	Przypalenie powierzchni (ścieranie)
	Standardowe odchylenie	<i>Chatter</i> , Zużycie (wiercenie)
Drgania skądne	Gęstość widmowa mocy	<i>Chatter</i>
	Niezgodność sygnałów przyspieszeń	
	Względny sygnał pomiędzy narzędziem i przedmiotem obrabianym	Chropowatość powierzchni
	Piki na przebiegu przyspieszeń	Zniszczenie narzędzia Chropowatość powierzchni
Dźwiękowy	Ciśnienie akustyczne	<i>Chatter</i>
Mikromagnetyzm	Szumy Barkhausena i koercja magnetyczna	Przypalenie, starcie i utwardzenie powierzchni, utwardzenie w głąb
Temperatura	Ogniwo termoelektryczne z tyłu narzędzia	Zużycie narzędzia
	Ogniwo termoelektryczne pomiędzy narzędziem i przedmiotem obrabianym	Zużycie powierzchni przyłożenia
	Ogniwo termoelektryczne i termo model	Temperatura w strefie skrawania
	Pirometr na podczerwień i odwrotna metoda elementów skończonych	
	Termoogniwo i technika odwrotnego przewodnictwa cieplnego	

Zmiana struktury narzędzia to także zastosowanie, jak np. w przypadku frezów czołowych, tłumika w postaci warstwowej belki [105]. Belka umieszczona jest w wydrążonym wewnątrz narzędzia otworze. Wysokie obroty powodują silny kontakt pomiędzy belką, a narzędziem. Kiedy występują drgania *chatter*, generują one względny ruch pomiędzy narzędziem, a belką. Na powierzchni styku pojawiają się siły tarcia, które tłumią drgania. Ponadto stosuje się coraz częściej narzędzia składane, z płytkami skrawającymi o oryginalnej konstrukcji, która pozwala połączyć kształt płytki okrągłej oraz kwadratowej, o geometrii gwarantującej, że w czasie trwania procesu skrawania działa na wrzeciono obrabiarki przede wszystkim siła osiowa. W rezultacie otrzymuje się niższy poziom drgań oraz zwiększoną trwałość ostrza [39]. Stosuje się także narzędzia ze zmienną linią śrubową czy podziałką ostrzy [214]. Narzędzia mocowane są w specjalnych oprawkach bądź w adapterach o małych wartościach bicia promieniowego i zdolnych tłumić pojawiające się drgania [85]. Projektowane są także specjalnie uchwyty i platformy służące do mocowania narzędzi w obrabiarce [32] czy też podatne uchwyty przedmiotów obrabianych, stosowanych szczególnie przy obróbce takich przedmiotów jak np. łopatki turbin [112]. Spotkać się można również ze stosowaniem np. wiskoelastycznych tłumików drgań montowanych przy uchwytach narzędzia [104]. Ważne jest wyważenie narzędzia skrawającego. Ma to mniejsze znaczenie przy frezowaniu, ponieważ dokładność wykonania frezów jest wysoka (6-ta klasa dokładności, co przy kilkunastu milimetrach średnicy daje odchyłkę rzędu kilku  $\mu\text{m}$ ), jednak nabiera znaczenia, np. przy szlifowaniu [77].

Tłumienie niepożądanych drgań to nie tylko zmiana struktury narzędzia czy uchwytu, ale także konstruowanie nowych bądź modyfikacja istniejących obrabiarek. Nowe rozwiązania konstrukcyjne pozwalają w taki sposób ukształtować wibrostanowienie systemu obrabiarka-proces skrawania żeby uzyskiwać pożądane właściwości dynamiczne w szerokim zakresie stosowanych parametrów skrawania i w całej przestrzeni obróbki [167]. W pracy [33] pokazano prototypowe centrum do obróbki szybkościowej z aktywnie sterowanymi magnetycznymi przewodnikami. Obrabiarka jest wyposażona w liniowe bezpośrednie napędy we wszystkich trzech osiach. Zastosowanie magnetycznych przewodnic umożliwia osiągnięcie dużych prędkości obrotowych (60 000 obr/min), wysoką dokładność pozycjonowania oraz aktywne sterowanie drganiami.

Kolejna z metod redukcji drgań to pochylenie freza. Przy frezowaniu frezem trzpieniowym stosowanie standardowej obróbki, kiedy narzędzie i przedmiot



obrabiwany pozostają pod kątem prostym, otrzymujemy zerową prędkość na krawędzi skrawania. W takim przypadku obserwujemy niepożądane efekty w postaci kurczenia się wióra, wzrostu temperatury skrawania, rozwoju drgań *chatter* [177]. Wysiłki badaczy skupiają się na poszukiwaniu odpowiedniego kąta oraz kierunku pochylenia freza. Badania przeprowadzane są dla obróbki różnych materiałów, przy użyciu wielu rodzajów frezów oraz dla różnych parametrów skrawania, pochylając frez w kierunku prędkości posuwu [13] czy też dodatkowo w kierunku poprzecznym do prędkości posuwu [177]. W pracy [31] udowodniono, że w obu przypadkach pochylenia narzędzia najlepszy z punktu widzenia jakości powierzchni po obróbce jest kąt wynoszący  $25^\circ$ . W innych pracach pokazane są badania dla kątów wynoszących  $45^\circ$  [12] oraz kątów o wartości  $15^\circ$  [123], za każdym razem otrzymując zadowalające efekty. Można więc stwierdzić, że pochylanie freza wpływa pozytywnie na jakość obrabianej powierzchni oraz na samą obróbkę. Złożone kształty przedmiotów nie zawsze jednak pozwalają uzyskać odpowiednie kąty pochylenia narzędzia skrawającego.

Zmiana prędkości obrotowej to grupa metod redukcji drgań polegająca na skrawaniu ze zmienną prędkością obrotową zmienianą na bieżąco w trakcie trwania tego procesu [14, 80, 110, 122, 193]. Może też być zaprogramowaną na podstawie wcześniejszej obserwacji procesu [98] lub też stanowić kombinację obu tych metod [81]. Zmiana prędkości obrotowej w trakcie trwania obróbki wymaga ciągłej obserwacji procesu skrawania. Oznacza to potrzebę dobrania odpowiedniego algorytmu i na jego podstawie generowania w trybie *on-line* optymalnej prędkości skrawania dopasowanej do wartości kąta przesunięcia fazowego między dwoma kolejnymi przejściami narzędzia. Tą metodę można zaliczyć do aktywnych sposobów tłumienia drgań. Jest ona często stosowana i traktowana jako skuteczna tylko przy niskich prędkościach obrotowych wrzeciona, choć nie brakuje prac przedstawiających jej wpływ na stabilność obróbki przy zmianach wyższych prędkości [185]. W przypadku zaprogramowanej wcześniej prędkości obrotowej, wymagana jest wcześniejsza symulacja i/lub obserwacja procesu oraz dobór optymalnych prędkości, które zapisujemy w programie sterowania obrabiarki przed rozpoczęciem obróbki. Zmiany prędkości mogą mieć charakter periodyczny ze stałą amplitudą i częstotliwością. Na przykład, mogą to być zmiany sinusoidalne [127, 180], zmiany skokowe (np. sygnały pseudo przypadkowe) [228], zmiany określone na podstawie minimalizacji zdefiniowanego wskaźnika jakości [51], zmiany polegające na

doprowadzeniu minimalnej ilości energii do procesu skrawania [7]. W pracy [133] przedstawiono sterowanie prędkością obrotową wrzeciona przy frezowaniu szybkościowym podatnych przedmiotów. Optymalną prędkość obrotową, w zależności od położenia narzędzia skrawającego, określono na podstawie symulacji komputerowej tworząc tzw. mapę optymalnych prędkości obrotowych na bazie krzywych workowych. Badania takie prowadzone są także na Politechnice Gdańskiej [99], gdzie jest tworzona mapa optymalnych prędkości dopasowanych do optymalnego kąta przesunięcia fazowego. Wcześniejsze badania z programowaną prędkością obrotową prowadzone na Politechnice Gdańskiej [91] polegały na frezowaniu czołowym rowka, podczas którego program realizował skokowe zmiany prędkości obrotowej w czasach przełączenia od 0,08 do 0,04 s. Wykazano dużą skuteczność takiej metody dla prędkości poniżej 4 000 obr/min. Do metod redukcji drgań operujących zmianą prędkości obrotowej możemy zaliczyć jeszcze metody polegające na zwiększaniu prędkości skrawania [155] czy sterowaniu pulsacją prędkości obrotowej wrzeciona [89].

Metody polegające na redukcji drgań poprzez zmianę prędkości obrotowej narzędzia posiadają jednak pewne ograniczenia. W obrabiarkach, które nie posiadają możliwości płynnej zmiany prędkości obrotowej (obrabarki starszego typu), zmiana tej prędkości wymaga chwilowego zatrzymania prędkości posuwu, co powoduje wydłużenie trwania procesu oraz miejscowe pogorszenie jakości powierzchni obrabianej. Wyznaczona prędkość optymalna może powodować, że nie są w pełni wykorzystane możliwości technologiczne obrabiarki (maksymalna prędkość obrotowa może znacznie przewyższać wyznaczoną prędkość optymalną). Ograniczenie to wynika z uogólnionego warunku Liao-Younga (6) [122], gdzie dla  $k=0$  otrzymujemy maksymalną wartość optymalnej prędkości obrotowej.

$$\frac{zn_{\alpha}}{60} = \frac{f_{\alpha}}{0,25+k}, \quad k = 0,1,2\dots, \quad (6)$$

gdzie:

- $f_{\alpha}$  - częstotliwość drgań *chatter* zaobserwowanych w widmie amplitudowym,
- $n_{\alpha}$  - optymalna prędkość obrotowa odpowiadająca drganiom o częstotliwości  $f_{\alpha}$ ,
- $z$  - liczba ostrzy skrawających.

Podejście takie umożliwia dobór optymalnej prędkości obrotowej z uwzględnieniem wpływu wyłącznie drgań typu *chatter* o jednej częstotliwości. Wymaga zatem wyodrębnienia takich drgań, których amplituda dominuje w widmie, a pominięcia pozostałych częstotliwości.

## 2.5.2. Aktywne sterowanie drganiami

Zagadnienie aktywnego sterowania drganiami i hałasem jest znane od wielu lat [129], a w ostatnim czasie uległo intensywnemu rozwojowi. Jest szeroko opisywane w literaturze [27, 170]. Odbywają się też poświęcone temu tematowi liczne konferencje naukowe [34]. Do aktywnych metod zaliczyć można wiele z wcześniej już wymienionych sposobów redukcji drgań.

Termin „aktywne sterowanie drganiami” oznacza układ, w którym używamy zewnętrznych wzbudników generujących drgania do redukcji odpowiedzi spowodowanej niepożądanymi zakłóceniami. System monitorujący zawiera zestaw czujników monitorujących źródło zakłóceń oraz zestaw czujników monitorujących odpowiedź układu (w niektórych przypadkach mogą to być te same czujniki). Sygnały z czujników są podawane do sterownika, który je filtruje i generuje sygnały dla wzbudników. W dobrze zaprojektowanym układzie, wzbudniki wymuszają strukturę w taki sposób, że sygnały interferują z zakłóceniami i tym samym redukują niepożądane drgania [27]. Sygnałami sterującymi w sterowaniu aktywnym są zmienne przepływu, tj. wielkości geometryczne, kinematyczne i siłowe [91].

W projektowaniu aktywnych i optymalnych układów redukcji drgań prowadzących do maksymalnej skuteczności należy dokonywać wielu wyborów dotyczących lokalizacji czujników i wzbudników oraz jakości sygnału, struktury oprogramowania i algorytmu sterowania, a także - tzw. architektury sprzętowej. Trudno jest skonstruować optymalny układ sterowania dla wszystkich praktycznych zastosowań. Każda kolejna aplikacja będzie się charakteryzowała innym zestawem optymalnych wyborów [65].

Aktywne tłumienie drgań przedmiotów i konstrukcji podatnych takich jak belki, płyty, przedmioty obrabiane i narzędzia w obróbce szybkościowej, wahadłowce kosmiczne, duże anteny, długie mosty, itp., jest powszechnym problemem inżynierów.

W literaturze przedmiotu można znaleźć wiele prac na temat nieliniowego sterowania przekąźnikowego lub minimalno-czasowego podatnych konstrukcji [22]. W latach 70-tych XX wieku M. J. Balas [15] przeprowadził udane próby aktywnego sterowania drgań podpartej belki stosując w pętli sprzężenia zwrotnego czujnik oraz wzbudnik. Zauważył on problem sterowania wielowymiarowych układów oraz wpływu odpowiedzi w postaci drgań o częstotliwościach wyższych od częstotliwości Nyquista na sterowanie i sprzężenie zwrotne, nazywanego w literaturze angielskiej: *control and observation spillover*. Problemy te rozważa się też w późniejszych pracach, gdzie stosuje się wzbudniki piezoceramiczne do sterowania drgań jednostronnie podpartych belek [195]. Bardzo często liczba możliwych do zastosowania wzbudników i czujników jest ograniczona [116, 137]. Dlatego bardzo ważne jest znalezienie najlepszego ich umiejscowienia, w celu maksymalizacji efektu tłumienia drgań. Jedną z takich metod wykorzystującą kryterium zamkniętej pętli zaproponowano w pracy [62]. W przypadku, gdy model obliczeniowy jest dostępny przed rzeczywistą implementacją, można sprawdzić czy umiejscowienie czujnika pozwoli na właściwą identyfikację odpowiednich postaci drgań. Do tego celu służy narzędzie zwane z angielskiego *pre-testing*. W metodzie tej analizuje się model utworzony za pomocą metody elementów skończonych w celu uzyskania informacji, które można wykorzystać do planowania i optymalizacji badań eksperymentalnych [221].

Efektywność aktywnego sterowania drganiami zależy też od przyjętego algorytmu sterowania. Stosuje się tutaj m.in. klasyczne regulatory PID [124], sztuczne sieci neuronowe [28], sterowanie rozmyte [35, 74, 110], algorytmy genetyczne [37], sterowanie predykcyjne [19, 66], liniowe nierówności macierzowe LMI (*ang. linear matrix inequalities*) [21], minimalizację kwadratowego wskaźnika jakości tzw. algorytm LQR (*ang. linear quadratic regulator*) [9, 107, 149, 159], minimalizację energetycznego wskaźnika jakości [91, 111], sterowanie we współrzędnych modalnych [25, 186], teorię fali bieżącej [58] i wiele innych. Układy sterowania eliminatorami drgań mogą też bazować na regule modelu wewnętrznego IMP (*ang. internal model principle*) [36] czy też na gęstości widmowej mocy drgań otrzymaną metodą Welch'a [138].

W procesach obróbkowych zadaniem aktywnego sterowania drganiami jest przeciwdziałanie powstawaniu i rozwijaniu się drgań samowzbudnych. Można to osiągnąć poprzez minimalizację względnych drgań narzędzia skrawającego i przedmiotu obrabianego, albo drogą zmiany parametrów skrawania w trakcie

obróbki [134]. Przegląd aktywnych materiałów używanych w procesach obróbkowych można znaleźć w literaturze przedmiotu [164]. Aktywnymi materiałami nazywamy takie, które są zdolne zmieniać wielkości siłowe i kinematyczne w inne formy energii. Przykładami są [49, 170, 200]:

Piezoelektryki [100], które pod wpływem pola elektrycznego wykazują odkształcenie około 0,1 % (monokryształy 1,7%). Są dwie obszerne klasy materiałów piezoelektrycznych, tj. ceramiki i polimery. Piezopolimery są używane częściej jako czujniki. Piezoceramiki stosowane są powszechnie jako wzbudniki i czujniki. Najlepiej znanym piezoceramikiem jest cyrkonian - tytanian ołowiu PZT. W obróbce mechanicznej piezoelektryczne ceramiki i polimery używane są do pomiarów drgań występujących w procesie skrawania lub jako wzbudniki pomocne w tłumieniu drgań *chatter*. Piezoelementy przymocowane mogą być do noży tokarskich [10, 24, 64, 201, 204], wrzecion frezarek [38], uchwytów [173], frezów [135, 188] oraz przedmiotów obrabianych [190]. Obrabiarki montowane są także na fundamentach z pasywnymi izolatorami, które wewnątrz posiadają aktywne wzbudniki piezoelektryczne [153]. W niniejszej pracy wykorzystano piezoelektryczne czujniki (akcelerometry) ICP<sup>®</sup> typu PCB 353B01 oraz wzbudniki (piezoaktuatory) Noliac CMBP06 (patrz p. 9.1).

Ogólnie znane są też materiały magnetostrykcyjne (MM) [118], które wykazują odkształcenie do 0,15% pod wpływem pola magnetycznego. Używane są w aplikacjach wymagających precyzji. Najbardziej znanym jest Terfenol-D. Wzbudniki magnetostrykcyjne używane są w obróbce skrawaniem jako pozycjonery narzędzia przy toczeniu [203] przy wykorzystaniu sterowania ślizgowego [162]. Wzbudniki z Terfenolu-D znalazły też zastosowanie w tłumiących drgania aktywnych uchwytach narzędzia [42]. Przymocowywane są także do narzędzi działając na dwóch kierunkach ruchu (posuwowym i osiowym) w celu niezależnego wywierania na nie siły [8].

W użyciu są też materiały z pamięcią kształtu SMA (*ang. shape memory alloys*) [101], które pozwalają uzyskać odkształcenia powyżej 5% pod wpływem zmiany temperatury. Najbardziej znanym materiałem jest Nitinol. Używane są w aplikacjach o niskiej częstotliwości i małej precyzji, głównie z powodu trudności z chłodzeniem. Z tego też powodu nie są stosowane w tłumieniu drgań samowzbudnych występujących podczas obróbki skrawaniem.

Spotyka się również płyny magnetoreologiczne (MR) i elektroreologiczne (ER) [119], które składają się z kleistych płynów zawierających mikronowych rozmiarów cząstki materiałów magnetycznych. One to pod wpływem pola magnetycznego lub elektrycznego zmieniają swoją konsystencję. Stosowane są w semi-aktywnych i aktywnych tłumikach drgań *chatter* np. noży tokarskich [223].

Wśród najnowszych prac w dziedzinie aktywnego sterowania można wyróżnić pracę [68], w której pokazano aktywny system narzędziowych uchwytów podciśnieniowych zastosowany w obróbce podatnych kompozytowych płyt. Każdy z uchwytów jest dodatkowo wyposażony we wzbudniki piezoelektryczne, a całość zintegrowana ze stołem. Do sterowania użyto systemu MIMO (*ang. multiple input multiple output*) wykorzystującego algorytm filtracji adaptacyjnej najmniejszego błędu średniokwadratowego LMS (*ang. Least Mean Square*) i/lub rekurencyjny algorytm najmniejszych kwadratów RLS (*ang. Recursive Least Square*). Filtracja adaptacyjna polega na nieustannym dostrajaniu się układu filtrującego do zmiennych warunków pracy, to jest zmiennego w czasie charakteru zakłócenia, które dany układ ma za zadanie eliminować [227]. Aktywną metodę detekcji i sterowania w czasie rzeczywistym drgań *chatter* podczas frezowania szybkościowego przedstawiono w pracach [38, 219]. Specjalnie zaprojektowany sterownik, na podstawie pomiarów prędkości obrotowej oraz przyspieszeń drgań wrzeciona, generuje w trybie *on-line* sygnały do pięciu wzbudników piezoelektrycznych, które są zamocowane na wrzecionie. Może też poprzez bezpośrednią regulację prędkości obrotowej głównego napędu zmieniać prędkość obrotową narzędzia. W rozprawie doktorskiej [52] zaproponowano aktywne tłumienie drgań za pomocą aktywnych mas przymocowanych do przedmiotu obrabianego tzw. AMD (*ang. Active Mass Damper*).

Stosowanie aktywnych technik redukcji drgań podczas rzeczywistych procesów obróbki skrawaniem wymaga zastosowania najnowszych rozwiązań konstrukcyjnych. Jednak techniki te charakteryzują się dużym potencjałem rozwojowym. Są coraz częściej stosowane w przemyśle, gdzie wymagana jest elastyczność i możliwość dostosowania do ciągle zmieniających się wymagań. Dotychczasowe metody polegające na zmianie prędkości obrotowej nie są przydatne do obróbki przedmiotów podatnych. Wyznaczone prędkości optymalne (uogólniony warunek Liao-Younga) nie wykorzystują w pełni zakresu prędkości obrotowych maszyny. Metody te wymagają także chwilowego zatrzymania prędkości posuwu w celu zmiany prędkości obrotowej wrzeciona (np. w obrabiarkach wyposażonych

w sterowniki Heidenhain). Sterowanie aktywne jest niezależne od parametrów procesu obróbkowego (prędkości obrotowej wrzeciona i prędkości posuwu). Dlatego w niniejszej rozprawie proponuje się aktywny sposób redukcji drgań podczas obróbki przedmiotów podatnych, który polega na wykorzystaniu **sterowania optymalnego przy energetycznym wskaźniku jakości**.

## 2.6. Modelowanie dynamiki procesu skrawania

Należy zauważyć, że w nowoczesnych obrabiarkach proces skrawania może okazać się słabym ogniwem. Dlatego bardzo duże znaczenie ma tworzenie jego wiarygodnego modelu dynamiki. Rzetelne i dokładne modele dynamiki procesu skrawania są wymagane zarówno do analizy, jak i do prognozowania jakości obróbki. Opis dynamiki procesu skrawania odgrywa istotną rolę zwłaszcza w kontekście symulacji komputerowej nadzorowania drgań narzędzie-przedmiot obrabiany [91]. Modele sił skrawania są rozwijane już od ponad 50 lat. Można je podzielić na trzy główne grupy: analityczne, eksperymentalne i modele mechanistyczne [86]. Tworzenie modelu dyskretnego układu rzeczywistego daje możliwość opisu zjawisk dynamicznych za pomocą skończonej liczby równań różniczkowych zwyczajnych. Model taki może być zatem użyty jako model obliczeniowy. Do modelowania dyskretnego procesów skrawania wykorzystuje się metodę elementów skończonych (MES) [30, 60, 160, 161], oraz mieszaną metodę sztywnych i odkształcalnych elementów skończonych uzupełnioną o możliwość uwzględnienia w modelu zmiennej w czasie konfiguracji, a także uzupełnioną o elementy sprzęgające [91, 210]. Trudności i ograniczenia w tworzeniu niezawodnych modeli analitycznych bardziej złożonych rodzajów obróbki (np. frezowanie) doprowadziły do rozwoju modeli eksperymentalnych [71]. Podejście takie jest łatwe do realizacji w laboratoriach badawczych, nie jest jednak wygodne w stosowaniu w praktyce przemysłowej, przede wszystkim ze względu na konieczność instalacji siłomierza, co pociąga za sobą zmiany uchwytów obróbkowych oraz programu obróbki [168]. Siły skrawania są najczęściej opisane modelami mechanistycznymi [192]. Siłotwórcze oddziaływanie procesu skrawania [209] stanowi inspirację do poszukiwania opisujących siły skrawania analitycznych związków w funkcji własności materiałowych, geometrii

narzędzia i przedmiotu obrabianego, warunków chłodzenia, rodzaju uchwytu obróbkowego, parametrów skrawania oraz konfiguracji całego procesu. W literaturze znaleźć można bardzo wiele mniej lub bardziej skomplikowanych modeli opracowanych przez wielu badaczy, w tym szereg prac dotyczących frezowania frezami trzpieniowymi [5, 11, 46, 76, 113, 120, 142, 207, 232]. Najprostszym modelem jest *model proporcjonalny* [51, 86, 91]. Przyjmuje się w nim proporcjonalną zależność sił skrawania od powierzchni przekroju warstwy skrawanej, wynikających zarówno z wewnętrznej, jak i zewnętrznej modulacji oraz efektu wyjścia ostrza z materiału. Ponieważ model ten jest stosunkowo prosty i w wielu przypadkach pozwala uzyskać wyniki zgodne z badaniami doświadczalnymi, dlatego jest często stosowany.

W pracy proponuje się modelowanie hybrydowe dynamiki frezowania. Przez modelowanie hybrydowe rozumiemy utworzenie układu (modelu obliczeniowego), w którym wyodrębnia się:

- podukład modalny stanowiący model dyskretny przedmiotu obrabianego;
- podukład strukturalny będący niestacjonarnym modelem dyskretnym freza kulistego wraz z procesem skrawania;
- podukład łączący czyli umowny punkt styku narzędzia z przedmiotem obrabianym.

Sposób tworzenia i szczegółowy opis oraz zalety modelowania hybrydowego dynamiki procesu skrawania będą szerzej opisane w kolejnych rozdziałach rozprawy.

## **2.7. Modelowanie przedmiotów podatnych**

Struktura podatna jest traktowana jako układ liniowy o określonych własnościach. Jedną z nich jest rezonans – silne wzmocnienie ruchu w otoczeniu określonych częstotliwości zwanych częstotliwościami drgań własnych układu. Dla każdej z nich ruch układu jest ruchem harmonicznym lub sinusoidalnym i przedstawia zawsze taką samą formę deformacji. Tę formę nazywamy postaciami drgań własnych. Bieguny układu są sprzężonymi liczbami zespolonymi. Ich części rzeczywiste, – zawierające bezwymiarowy współczynnik tłumienia – są zazwyczaj małe. Wówczas ich odległość na płaszczyźnie zespolonej od początku układu współrzędnych oznacza w przybliżeniu częstość kołową drgań własnych układu [54].

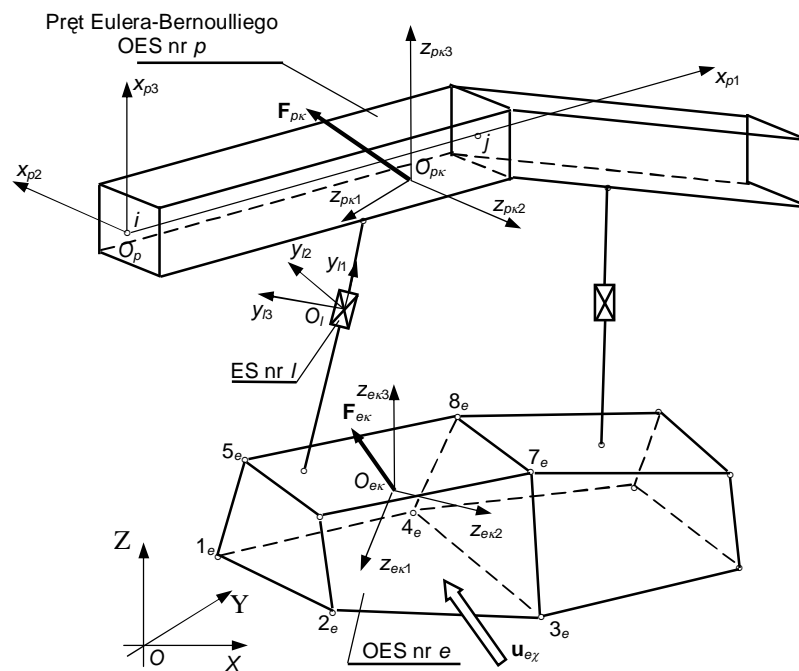


W pracy opracowano model obliczeniowy układu sterowanego z wykorzystaniem metody elementów skończonych (MES). Metoda ta należy do najbardziej rozpowszechnionych sposobów dyskretyzacji układów ciągłych [141, 233].

Stacjonarny model dyskretny układu sterowanego składa się z (rys. 11) [91]:

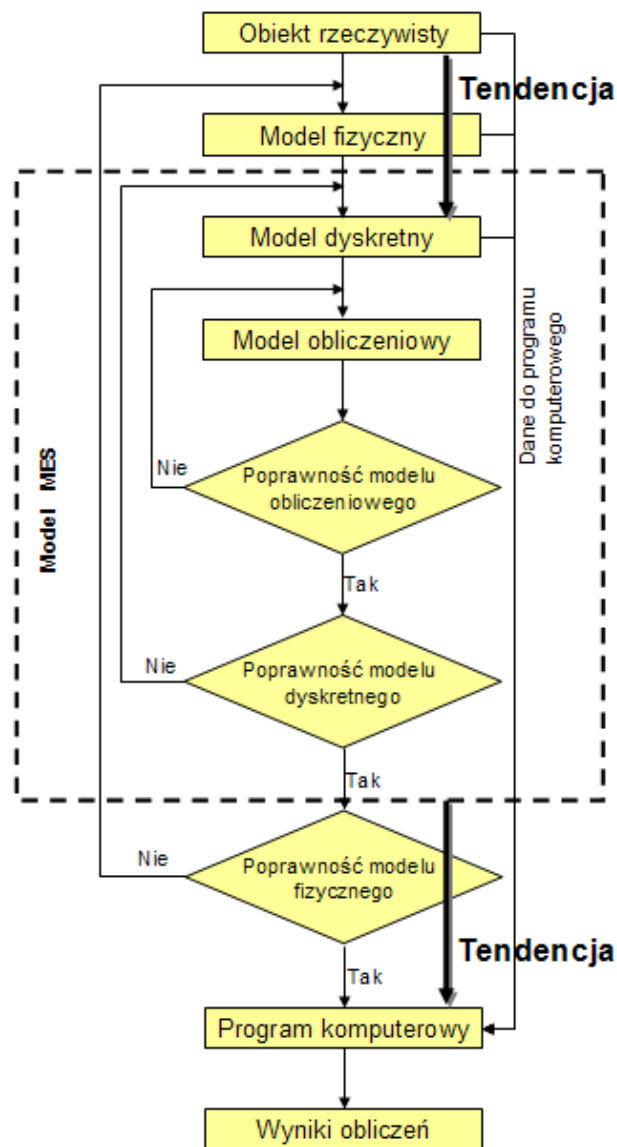
- odkształcalnych elementów skończonych (OES) połączonych ze sobą w węzłach tworzących model podatnego przedmiotu obrabianego. Na OES nr  $e$  oddziałuje wektor zewnętrznych sił uogólnionych  $\mathbf{F}_{e\chi}$  oraz wektor sygnałów sterujących  $\mathbf{u}_{e\chi}$ ;
- odkształcalnych elementów skończonych (pręt Eulera-Bernoulliego), będących modelem narzędzia skrawającego. Na OES nr  $p$  oddziałuje wektor zewnętrznych sił uogólnionych  $\mathbf{F}_{p\chi}$ . Przemieszczenia uogólnione węzłów  $i, j$  opisane zostały w lokalnym układzie współrzędnych  $x_{p1}, x_{p2}, x_{p3}$ ;
- elementów sprzęgających (ES) łączących element odkształcalny z prętem Eulera-Bernoulliego. Elementy te wykorzystane są do opisu modelu mechanicznego procesu skrawania [92].

Do opisu dynamiki stacjonarnego układu sterowanego można wykorzystać zasadę prac wirtualnych [91].



Rys. 11. Schemat modelu dyskretnego układu mechanicznego utworzonego metodą elementów skończonych, z sygnałem sterującym  $\mathbf{u}_{e\chi}$

Modelowanie jest istotnym etapem projektowania i powinno wiernie odwzorowywać zachowanie przedmiotu podanego. Schemat przedstawiający etapy modelowania i obliczeń wraz z weryfikacją poszczególnych modeli przedstawiono na rys. 12 [141]. Dzięki zastosowaniu nowoczesnych programów inżynierskich obserwuje się w modelowaniu tendencję do pomijania etapów tworzenia i weryfikowania modelu fizycznego. W niniejszej pracy użyto zaawansowanych programów komputerowych służących do modelowania i obliczeń przedmiotów podatnych: NASTRAN FOR WINDOWS, T-SYSTEMS MEDINA oraz produkt niemieckiej firmy Intes Engineering Software tj. programu PERMAS (opisy programów znajdują się w Dodatku, p. 9.2).



Rys. 12. Schemat modelowania obiektów rzeczywistych z uwzględnieniem modelu MES

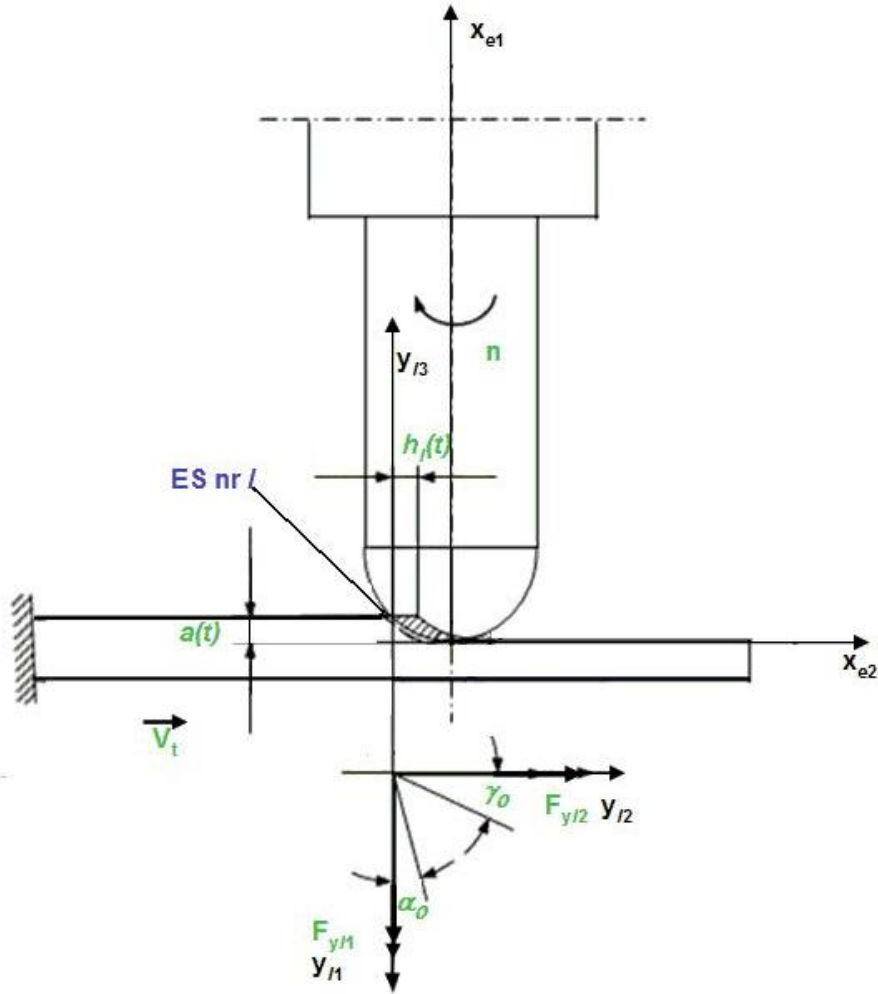
### **3. Niestacjonarny model dynamiki frezowania przedmiotów podatnych**

Niniejszy rozdział zawiera opis modelowania dynamiki układów niestacjonarnych na przykładzie procesu frezowania przedmiotów podatnych. Zaproponowano i opisano ogólną zasadę modelowania układów we współrzędnych hybrydowych. Opisano dynamiczną charakterystykę procesu frezowania oraz jego model niestacjonarny.

#### **3.1. Dynamiczna charakterystyka procesu skrawania**

Niestacjonarny model obliczeniowy procesu obróbkowego [96, 97] utworzono wyodrębniając w strukturze obrabiarki wrzeciono z zamocowanym w uchwycie narzędziem wieloostrzowym oraz stół z przedmiotem obrabianym, jako podukłady wykonujące zadane ruchy względne (rys. 13). Badania i symulacje prowadzone dla obrabiarek starszej generacji wykazały [92, 210], że podukłady te są najbardziej istotne z punktu widzenia dynamiki skrawania, zaś udział innych elementów struktury obrabiarki w drganiach względnych narzędzie-przedmiot obrabiany jest znikomy. Nowoczesne centra obróbkowe charakteryzują się sztywnymi układami nośnymi co sprawia, że poczynione założenie jest tym bardziej słuszne [91, 210].

Dla chwilowego punktu styku ostrza z przedmiotem obrabianym, modelowanego jako ES nr 1, przyjęto elementarny model proporcjonalny dynamiki procesu skrawania [210], uwzględniający ponadto efekty wewnętrznej i zewnętrznej modulacji grubości warstwy skrawanej oraz wyjścia ostrza z przedmiotu obrabianego [89]. Podejście takie uzasadniają znaczne (powyżej 100 m/min) wartości prędkości skrawania oraz częstotliwości spodziewanych drgań *chatter* (rzędu kilkuset Hz).



Rys. 13. Schemat procesu frezowania jednostronnie utwardzonej płytki podatnej smukłym frezem kulistym

Zgodnie z założeniami przyjętego modelu skrawania, a także uwzględniając w przypadku podatnego przedmiotu obrabianego zmianę w czasie głębokości skrawania ( $a_p \neq const.$ ), otrzymamy:

$$F_{y11}(t) = \begin{cases} k_{dl} a(t) [h_{Dl}(t) - \Delta h_1(t) + \Delta h_1(t - \tau_1)], & h_{Dl}(t) - \Delta h_1(t) + \Delta h_1(t - \tau_1) > 0, \\ 0, & h_{Dl}(t) - \Delta h_1(t) + \Delta h_1(t - \tau_1) \leq 0, \end{cases} \quad (7)$$

$$F_{y12}(t) = \begin{cases} \mu_l k_{dl} a(t) [h_{Dl}(t) - \Delta h_1(t) + \Delta h_1(t - \tau_1)], & h_{Dl}(t) - \Delta h_1(t) + \Delta h_1(t - \tau_1) > 0, \\ 0, & h_{Dl}(t) - \Delta h_1(t) + \Delta h_1(t - \tau_1) \leq 0, \end{cases} \quad (8)$$

$$F_{y13} = 0, \quad (9)$$

gdzie:

$F_{yl1}$  - siła główna skrawania, w kierunku nominalnej prędkości skrawania,

$F_{yl2}$  - siła poprzeczna skrawania, w kierunku zmiany grubości warstwy  $h_l$ ,

$F_{yl3}$  - siła skrawania, prostopadła do płaszczyzny ortogonalnej,

$k_{dl}$  - dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy,

$$k_{dl} = \frac{1}{a_{pl}} \frac{dF_{yl1}}{dh_l} [89], \quad (10)$$

$a(t)$  - zmienna w czasie głębokość skrawania,

$$a(t) = a_{pl}(t) - \Delta a_{pl}(t), \quad (11)$$

$a_{pl}(t)$  - nominalna głębokość skrawania,

$\Delta a_{pl}(t)$  - dynamiczna zmiana głębokości skrawania w chwili czasu  $t$ ,

$h_{Dl}(t)$  - nominalna grubość warstwy skrawanej,

$$h_{Dl}(t) \cong f_z \cos \varphi_l(t) \text{ dla } f_z \ll 2r [231], \quad (12)$$

$\Delta h_l(t)$  - dynamiczna zmiana grubości warstwy skrawanej w chwili czasu  $t$ ;

$\Delta h_l(t - \tau)$  - dynamiczna zmiana grubości warstwy skrawanej w chwili czasu  $t - \tau$ ;

$\mu_l$  - współczynnik siły skrawania,

$$\mu_l = \frac{F_{yl2}}{F_{yl1}}; \quad (13)$$

$r$  - promień śladu frezowania.

Zerowe wartości składowych odpowiadają utracie kontaktu ostrza z przedmiotem obrabianym. Siła  $F_{yl3} = 0$ , ponieważ wypadkowa chwilowa siła skrawania leży w płaszczyźnie ortogonalnej.

Czas opóźnienia  $\tau_l$  wyznaczamy z zależności [91]:

$$\tau_l = \int_{\varphi_l - \varphi_{0l}}^{\varphi_l} \frac{60d\varphi}{2\pi n(\varphi)}, \quad (14)$$

gdzie:

- $\varphi_l$  - bieżący kąt ostrza,
- $\varphi_{0l}$  - różnica położenia kątownych ostrza bieżącego i poprzedniego (podziałka kątowna),
- $n(\varphi)$  - chwilowa prędkość obrotowa wrzeciona w funkcji położenia kątownego  $\varphi$ .

Dla stałej prędkości obrotowej wzór (14) przyjmuje postać:

$$\tau_l = \frac{60\varphi_{0l}}{2\pi n} . \quad (15)$$

Zależności (7) - (9) wygodniej jest przedstawić w zapisie macierzowym:

$$\underbrace{\begin{Bmatrix} F_{yl1} \\ F_{yl2} \\ F_{yl3} \end{Bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{F}}_l(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} k_{dl}a_{pl}(t)h_{Dl}(t) \\ \mu_l k_{dl}a_{pl}(t)h_{Dl}(t) \\ 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{F}}_l^0(t)} -$$

$$- \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & k_{dl}a_{pl}(t) & k_{dl}h_{Dl}(t) \\ 0 & \mu_l k_{dl}a_{pl}(t) & \mu_l k_{dl}h_{Dl}(t) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_{pl}(t)} - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & k_{dl}\Delta a_{pl}(t) & 0 \\ 0 & \mu_l k_{dl}\Delta a_{pl}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_{pl}^{(n)}(t)} \underbrace{\begin{Bmatrix} q_{zl}(t) \\ \Delta h_l(t) \\ \Delta a_{pl}(t) \end{Bmatrix}}_{\Delta \tilde{\mathbf{w}}_l(t)} +$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & k_{dl}a_{pl}(t) & k_{dl}h_{Dl}(t) \\ 0 & \mu_l k_{dl}a_{pl}(t) & \mu_l k_{dl}h_{Dl}(t) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_{ol}(t)} - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & k_{dl}\Delta a_{pl}(t) & 0 \\ 0 & \mu_l k_{dl}\Delta a_{pl}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_{ol}^{(n)}(t)} \underbrace{\begin{Bmatrix} q_{zl}(t-\tau_l) \\ \Delta h_l(t-\tau_l) \\ \Delta a_{pl}(t-\tau_l) \end{Bmatrix}}_{\Delta \tilde{\mathbf{w}}_l(t-\tau_l)} \quad (16)$$

czyli:

$$\tilde{\mathbf{F}}_l(t) = \tilde{\mathbf{F}}_l^0(t) - (\mathbf{D}_{pl}(t) - \mathbf{D}_{pl}^{(n)}(t))\Delta \tilde{\mathbf{w}}_l(t) + (\mathbf{D}_{ol}(t) - \mathbf{D}_{ol}^{(n)}(t))\Delta \tilde{\mathbf{w}}_l(t-\tau_l), \quad (17)$$

gdzie:

- $\tilde{\mathbf{F}}_l(t)$  - wektor sił oddziaływania ES nr  $l$ ,
- $\tilde{\mathbf{F}}_l^0(t)$  - wektor sił oddziaływania ES nr  $l$ , wynikających z geometrii i kinematyki skrawania,
- $\tilde{\mathbf{D}}_{Pl}(t)$  - macierz liniowych sprzężeń proporcjonalnych,
- $\tilde{\mathbf{D}}_{Pl}^{(n)}(t)$  - macierz nieliniowych sprzężeń proporcjonalnych,
- $\tilde{\mathbf{D}}_{Ol}(t)$  - macierz liniowych sprzężeń opóźniających,
- $\tilde{\mathbf{D}}_{Ol}^{(n)}(t)$  - macierz nieliniowych sprzężeń opóźniających,
- $\Delta\tilde{\mathbf{w}}_l(t)$  - wektor różnic przemieszczeń punktów zamocowania ES nr  $l$  w chwili  $t$ ,
- $\Delta\tilde{\mathbf{w}}_l(t-\tau)$  - wektor różnic przemieszczeń punktów zamocowania ES nr  $l$  w chwili  $t-\tau$ ,
- $q_{zl}(t)$  - względne przemieszczenie ostrza i przedmiotu obrabianego w kierunku  $y_{l1}$  w chwili  $t$ ,
- $q_{zl}(t-\tau)$  - względne przemieszczenie ostrza i przedmiotu obrabianego w kierunku  $y_{l1}$  w chwili  $t-\tau$ .

Wektor sił (17) możemy zapisać w postaci:

$$\mathbf{F}_l(t) = \mathbf{F}_l^0(t) - (\mathbf{D}_{Pl}(t) - \mathbf{D}_{Pl}^{(n)}(t))\Delta\mathbf{w}_l(t) + (\mathbf{D}_{Ol}(t) - \mathbf{D}_{Ol}^{(n)}(t))\Delta\mathbf{w}_l(t-\tau), \quad (18)$$

gdzie:

$$\mathbf{F}_l(t) = \text{col}(\tilde{\mathbf{F}}_l(t), 0), \quad (19)$$

$$\Delta\mathbf{w}_l(t) = \text{col}(\Delta\tilde{\mathbf{w}}_l(t), 0), \quad (20)$$

$$\mathbf{F}_l^0(t) = \text{col}(\tilde{\mathbf{F}}_l^0(t), 0), \quad (21)$$

$$\mathbf{D}_{Pl}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_{Pl}(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$\mathbf{D}_{pl}^{(n)}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{pl}^{(n)}(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$\mathbf{D}_{ol}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_{ol}(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$\mathbf{D}_{ol}^{(n)}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{ol}^{(n)}(t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Ponadto pominięcie sprzężeń nieliniowych w zależności (17) powoduje jej uproszczenie, tj.:

$$\mathbf{F}_l(t) = \mathbf{F}_l^0(t) - \mathbf{D}_{pl}(t)\Delta\mathbf{w}_l(t) + \mathbf{D}_{ol}(t)\Delta\mathbf{w}_l(t - \tau_l). \quad (26)$$

### 3.2. Dynamika niestacjonarnego układu sterowanego we współrzędnych hybrydowych

Typowy układ hybrydowy modelowany dyskretnie składa się z następujących podukładów [96]:

- podukład modalny, którego ruch opisuje się we współrzędnych uogólnionych  $\mathbf{q}_m$ . Odpowiednie macierze bezwładności, tłumienia i sztywności to  $\mathbf{M}_{mm}$ ,  $\mathbf{L}_{mm}$ ,  $\mathbf{K}_{mm}$ , zaś wektor sił uogólnionych –  $\mathbf{f}_m$ ;
- podukład strukturalny, którego ruch opisuje się we współrzędnych uogólnionych  $\mathbf{q}_s$ ;
- podukład łączący, którego ruch opisuje się we współrzędnych uogólnionych  $\mathbf{q}_c$ , są to współrzędne zależne.



Własności podukładu modalnego definiują:

$$\mathbf{\Omega}_m = \text{diag}[\omega_{01} \quad \omega_{02} \quad \dots \quad \omega_{0mod}] \quad - \text{macierz częstości kołowych drgań swobodnych nietłumionych } \omega_{0k}, k=1, \dots, mod,$$

$$\mathbf{\Psi}_m = [\Psi_1 \quad \Psi_2 \quad \dots \quad \Psi_{mod}] \quad - \text{macierz postaci drgań własnych } \Psi_k \text{ odpowiadających częstościom kołowym drgań swobodnych nietłumionych podukładu } \omega_{0k}, k=1, \dots, mod,$$

$$\mathbf{Z}_m = \text{diag}[\zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \dots \quad \zeta_{mod}] \quad - \text{macierz bezwymiarowych współczynników tłumienia odpowiadających postaciom } k=1, \dots, mod,$$

$mod$  – liczba uwzględnionych postaci drgań własnych.

Ponadto, spełnione są następujące zależności [132]:

$$\mathbf{q}_m = \mathbf{\Psi}_m \mathbf{a}_m, \quad \dot{\mathbf{q}}_m = \mathbf{\Psi}_m \dot{\mathbf{a}}_m, \quad \ddot{\mathbf{q}}_m = \mathbf{\Psi}_m \ddot{\mathbf{a}}_m, \quad (27)$$

oraz

$$\mathbf{\Psi}_m^T \mathbf{M}_{mm} \mathbf{\Psi}_m = \mathbf{I}_m, \quad \mathbf{\Psi}_m^T \mathbf{L}_{mm} \mathbf{\Psi}_m = 2\mathbf{Z}_m \mathbf{\Omega}_m, \quad \mathbf{\Psi}_m^T \mathbf{K}_{mm} \mathbf{\Psi}_m = \mathbf{\Omega}_m^2. \quad (28)$$

Wektory własne macierzy  $\mathbf{\Psi}_m$  spełniające pierwszą z zależności (28) są wektorami unormowanymi w ten sposób, że są one M-ortonormalne.

Zakładamy istnienie więzów reonomicznych–holonomicznych między współrzędnymi uogólnionymi podukładu modalnego  $\mathbf{q}_m$  oraz podukładu łączącego  $\mathbf{q}_c$ . Równania więzów przyjmują postać:

$$\mathbf{W}_c \mathbf{q}_c = \mathbf{W}_m \mathbf{q}_m \text{ lub } \mathbf{q}_c = \mathbf{W} \mathbf{q}_m \quad (29)$$

gdzie:

$$\mathbf{W} = (\mathbf{W}_m \mathbf{W}_c)^{-1} \mathbf{W}_m = \mathbf{W}(t). \quad (30)$$

Niestacjonarny układ sterowany możemy opisać macierzowym równaniem dynamiki [91]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{L}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (31)$$

który po oswoobodzeniu z więzów staje się układem stacjonarnym. Stąd równanie dynamiki układu swobodnego przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{mm} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{cc} & \mathbf{M}_{cs} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{sc} & \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_m \\ \ddot{\mathbf{q}}_c \\ \ddot{\mathbf{q}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{mm} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}_{cc} & \mathbf{L}_{cs} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}_{sc} & \mathbf{L}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_m \\ \dot{\mathbf{q}}_c \\ \dot{\mathbf{q}}_s \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{cc} & \mathbf{K}_{cs} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{sc} & \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_m \\ \mathbf{q}_c \\ \mathbf{q}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_m \\ \mathbf{f}_c \\ \mathbf{f}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{um} \\ \mathbf{B}_{uc} \\ \mathbf{B}_{us} \end{bmatrix} \mathbf{u}. \end{aligned} \quad (32)$$

Uwzględniając równanie reakcji więzów:

$$\mathbf{R}_m + \mathbf{W}^T \mathbf{R}_c = \mathbf{0} \quad (33)$$

otrzymamy równanie dynamiki układu sterowanego z więzami:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{mm} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{cc} & \mathbf{M}_{cs} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{sc} & \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_m \\ \ddot{\mathbf{q}}_c \\ \ddot{\mathbf{q}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{mm} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}_{cc} & \mathbf{L}_{cs} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L}_{sc} & \mathbf{L}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_m \\ \dot{\mathbf{q}}_c \\ \dot{\mathbf{q}}_s \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{mm} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{cc} & \mathbf{K}_{cs} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{sc} & \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_m \\ \mathbf{q}_c \\ \mathbf{q}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_m \\ \mathbf{f}_c \\ \mathbf{f}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m \\ \mathbf{R}_c \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{um} \\ \mathbf{B}_{uc} \\ \mathbf{B}_{us} \end{bmatrix} \mathbf{u}. \end{aligned} \quad (34)$$

Powyższe równanie można zapisać za pomocą układu trzech równań macierzowych:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{mm}\ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{L}_{mm}\dot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{K}_{mm}\mathbf{q} = \mathbf{f}_m + \mathbf{R}_m + \mathbf{B}_{um}\mathbf{u} \\ \mathbf{M}_{cc}\ddot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{M}_{cs}\ddot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{L}_{cc}\dot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{L}_{cs}\dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{K}_{cc}\mathbf{q}_c + \mathbf{K}_{cs}\mathbf{q}_s = \mathbf{f}_c + \mathbf{R}_c + \mathbf{B}_{uc}\mathbf{u} \\ \mathbf{M}_{sc}\ddot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{M}_{ss}\ddot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{L}_{sc}\dot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{L}_{ss}\dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{K}_{sc}\mathbf{q}_c + \mathbf{K}_{ss}\mathbf{q}_s = \mathbf{f}_s + \mathbf{B}_{us}\mathbf{u}. \end{cases} \quad (35)$$

Uwzględniając równania więzów (29) oraz równania transformacji do współrzędnych modalnych (27) otrzymujemy:

$$\begin{cases} \mathbf{q}_c = \mathbf{W}\Psi_m\mathbf{a}_m \\ \dot{\mathbf{q}}_c = \dot{\mathbf{W}}\Psi_m\mathbf{a}_m + \mathbf{W}\Psi_m\dot{\mathbf{a}}_m \\ \ddot{\mathbf{q}}_c = \ddot{\mathbf{W}}\Psi_m\mathbf{a}_m + 2\dot{\mathbf{W}}\Psi_m\dot{\mathbf{a}}_m + \mathbf{W}\Psi_m\ddot{\mathbf{a}}_m. \end{cases} \quad (36)$$

Po podstawieniu wyrażeń (36) do równań (35) możemy zapisać:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{mm}\Psi_m\ddot{\mathbf{a}}_m + \mathbf{L}_{mm}\Psi_m\dot{\mathbf{a}}_m + \mathbf{K}_{mm}\Psi_m\mathbf{a}_m = \mathbf{f}_m + \mathbf{R}_m + \mathbf{B}_{um}\mathbf{u} \\ \mathbf{M}_{cc}\left(\ddot{\mathbf{W}}\Psi_m\mathbf{a}_m + 2\dot{\mathbf{W}}\Psi_m\dot{\mathbf{a}}_m + \mathbf{W}\Psi_m\ddot{\mathbf{a}}_m\right) + \mathbf{M}_{cs}\ddot{\mathbf{q}}_s + \\ \quad + \mathbf{L}_{cc}\left(\dot{\mathbf{W}}\Psi_m\mathbf{a}_m + \mathbf{W}\Psi_m\dot{\mathbf{a}}_m\right) + \mathbf{L}_{cs}\dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{K}_{cc}\mathbf{W}\Psi_m\mathbf{a}_m + \\ \quad + \mathbf{K}_{cs}\mathbf{q}_s = \mathbf{f}_c + \mathbf{R}_c + \mathbf{B}_{uc}\mathbf{u} \\ \mathbf{M}_{sc}\left(\ddot{\mathbf{W}}\Psi_m\mathbf{a}_m + 2\dot{\mathbf{W}}\Psi_m\dot{\mathbf{a}}_m + \mathbf{W}\Psi_m\ddot{\mathbf{a}}_m\right) + \mathbf{M}_{ss}\ddot{\mathbf{q}}_s + \\ \quad + \mathbf{L}_{sc}\left(\dot{\mathbf{W}}\Psi_m\mathbf{a}_m + \mathbf{W}\Psi_m\dot{\mathbf{a}}_m\right) + \mathbf{L}_{ss}\dot{\mathbf{q}}_s + \\ \quad + \mathbf{K}_{sc}\mathbf{W}\Psi_m\mathbf{a}_m + \mathbf{K}_{ss}\mathbf{q}_s = \mathbf{f}_s + \mathbf{B}_{us}\mathbf{u}. \end{cases} \quad (37)$$

Wymnażając pierwsze równanie obustronnie przez  $\Psi_m^T$ , drugie równie przez  $\Psi_m^T\mathbf{W}^T$  oraz podstawiając zależności (28) otrzymujemy:

$$\begin{cases} \mathbf{I}_m\ddot{\mathbf{a}}_m + 2\mathbf{Z}_m\Omega_m\dot{\mathbf{a}}_m + \Omega_m^2\mathbf{a}_m = \Psi_m^T\mathbf{f}_m + \Psi_m^T\mathbf{R}_m + \Psi_m^T\mathbf{B}_{um}\mathbf{u} \\ \Psi_m^T\mathbf{W}^T\mathbf{M}_{cc}\mathbf{W}\Psi_m\ddot{\mathbf{a}}_m + \left(2\Psi_m^T\mathbf{M}_{cc}\dot{\mathbf{W}}\Psi_m + \Psi_m^T\mathbf{W}^T\mathbf{L}_{cc}\mathbf{W}\Psi_m\right)\dot{\mathbf{a}}_m + \\ \quad + \left(\Psi_m^T\mathbf{W}^T\mathbf{M}_{cc}\ddot{\mathbf{W}}\Psi_m + \Psi_m^T\mathbf{W}^T\mathbf{L}_{cc}\dot{\mathbf{W}}\Psi_m + \Psi_m^T\mathbf{W}^T\mathbf{K}_{cc}\mathbf{W}\Psi_m\right)\mathbf{a}_m + \\ \quad + \Psi_m^T\mathbf{W}^T\mathbf{M}_{cs}\ddot{\mathbf{q}}_s + \Psi_m^T\mathbf{W}^T\mathbf{L}_{cs}\dot{\mathbf{q}}_s + \Psi_m^T\mathbf{W}^T\mathbf{K}_{cs}\mathbf{q}_s = \Psi_m^T\mathbf{W}^T\mathbf{f}_c + \\ \quad + \Psi_m^T\mathbf{W}^T\mathbf{R}_c + \Psi_m^T\mathbf{W}^T\mathbf{B}_{uc}\mathbf{u} \\ \mathbf{M}_{sc}\mathbf{W}\Psi_m\ddot{\mathbf{a}}_m + \left(2\mathbf{M}_{sc}\dot{\mathbf{W}}\Psi_m + \mathbf{L}_{sc}\mathbf{W}\Psi_m\right)\dot{\mathbf{a}}_m + \\ \quad + \left(\mathbf{M}_{sc}\ddot{\mathbf{W}}\Psi_m + \mathbf{L}_{sc}\dot{\mathbf{W}}\Psi_m + \mathbf{K}_{sc}\mathbf{W}\Psi_m\right)\mathbf{a}_m + \\ \quad + \mathbf{M}_{ss}\ddot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{L}_{ss}\dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{K}_{ss}\mathbf{q}_s = \mathbf{f}_s + \mathbf{B}_{us}\mathbf{u}. \end{cases} \quad (38)$$

Po dodaniu równania pierwszego i drugiego stronami oraz uwzględnieniu równania reakcji więzów (33), otrzymujemy układ dwóch równań macierzowych:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\mathbf{I}_m + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{M}_{cc} \mathbf{W} \Psi_m) \ddot{\mathbf{a}}_m + \\ + (2\mathbf{Z}_m \Omega_m + 2\Psi_m^T \mathbf{M}_{cc} \dot{\mathbf{W}} \Psi_m + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{L}_{cc} \mathbf{W} \Psi_m) \dot{\mathbf{a}}_m + \\ + (\Omega_m^2 + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{M}_{cc} \ddot{\mathbf{W}} \Psi_m + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{L}_{cc} \dot{\mathbf{W}} \Psi_m + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{K}_{cc} \mathbf{W} \Psi_m) \mathbf{a}_m + \\ + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{M}_{cs} \ddot{\mathbf{q}}_s + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{L}_{cs} \dot{\mathbf{q}}_s + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{K}_{cs} \mathbf{q}_s = \Psi_m^T \mathbf{f}_m + \\ + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{f}_c + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{B}_{uc} + \Psi_m^T \mathbf{B}_{um} \mathbf{u} \\ \mathbf{M}_{sc} \mathbf{W} \Psi_m \ddot{\mathbf{a}}_m + (2\mathbf{M}_{sc} \dot{\mathbf{W}} \Psi_m + \mathbf{L}_{sc} \mathbf{W} \Psi_m) \dot{\mathbf{a}}_m + \\ + (\mathbf{M}_{sc} \ddot{\mathbf{W}} \Psi_m + \mathbf{L}_{sc} \dot{\mathbf{W}} \Psi_m + \mathbf{K}_{sc} \mathbf{W} \Psi_m) \mathbf{a}_m + \\ + \mathbf{M}_{ss} \ddot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{L}_{ss} \dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{K}_{ss} \mathbf{q}_s = \mathbf{f}_s + \mathbf{B}_{us} \mathbf{u}. \end{array} \right. \quad (39)$$

Równania (39) przedstawiają opis dynamiki niestacjonarnego układu sterowanego we współrzędnych hybrydowych  $\xi$ :

$$\mathbf{M}_\xi \ddot{\xi} + \mathbf{L}_\xi \dot{\xi} + \mathbf{K}_\xi \xi = \mathbf{f}_\xi + \mathbf{B}_{u\xi} \mathbf{u} \quad (40)$$

gdzie:  $\mathbf{M}_\xi$ ,  $\mathbf{L}_\xi$ ,  $\mathbf{K}_\xi$  - macierze bezwładności, tłumienia i sztywności układu hybrydowego

$$\mathbf{M}_\xi = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_m + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{M}_{cc} \mathbf{W} \Psi_m & \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{M}_{cs} \\ \mathbf{M}_{sc} \mathbf{W} \Psi_m & \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\mathbf{L}_\xi = \begin{bmatrix} 2\mathbf{Z}_m \Omega_m + 2\Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{M}_{cc} \dot{\mathbf{W}} \Psi_m + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{L}_{cc} \mathbf{W} \Psi_m & \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{L}_{cs} \\ 2\mathbf{M}_{sc} \dot{\mathbf{W}} \Psi_m + \mathbf{L}_{sc} \mathbf{W} \Psi_m & \mathbf{L}_{ss} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\mathbf{K}_\xi = \begin{bmatrix} \Omega_m^2 + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{M}_{cc} \ddot{\mathbf{W}} \Psi_m + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{L}_{cc} \dot{\mathbf{W}} \Psi_m + & \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{K}_{cs} \\ + \Psi_m^T \mathbf{W}^T \mathbf{K}_{cc} \mathbf{W} \Psi_m & \\ \mathbf{M}_{sc} \ddot{\mathbf{W}} \Psi_m + \mathbf{L}_{sc} \dot{\mathbf{W}} \Psi_m + \mathbf{K}_{sc} \mathbf{W} \Psi_m & \mathbf{K}_{ss} \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\xi = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_m \\ \mathbf{q}_s \end{bmatrix} - \text{współrzędne hybrydowe układu,} \quad (44)$$

$$\mathbf{f}_\xi = \begin{bmatrix} \Psi_m^T (\mathbf{f}_m + \mathbf{W}^T \mathbf{f}_c) \\ \mathbf{f}_s \end{bmatrix} - \text{siły „hybrydowe” układu,} \quad (45)$$

$$\mathbf{B}_{u_\xi} = \begin{bmatrix} \Psi_m^T (\mathbf{B}_{um} + \mathbf{W}^T \mathbf{B}_{uc}) \\ \mathbf{B}_{us} \end{bmatrix} - \text{macierz sterowań układu hybrydowego.} \quad (46)$$

Z zależności (27) oraz (28) wynika, że dla opisu układu dynamicznego we współrzędnych hybrydowych potrzebna jest m.in. znajomość macierzy częstości kołowych drgań własnych  $\mathbf{\Omega}_m$  oraz odpowiadających im postaci drgań  $\Psi_m$  podukładu modalnego. Są one niezmiennie z uwagi na stacjonarność tego podukładu. Do ich wyznaczenia można zatem wykorzystać:

- programy obliczeń częstotliwości i postaci drgań własnych układów modelowanych dyskretnie (w praktyce mamy do czynienia z modelami obliczeniowymi o dużej liczbie swobody, utworzonymi metodą elementów skończonych);
- metody eksperymentalnej analizy modalnej.

Wykorzystanie któregośkolwiek z proponowanych podejść wskazuje na próbę poszukiwania optymalnego sygnału sterującego w układzie hybrydowym w ujęciu mechatronicznym [93]. W pracy zastosowano oba podejścia.

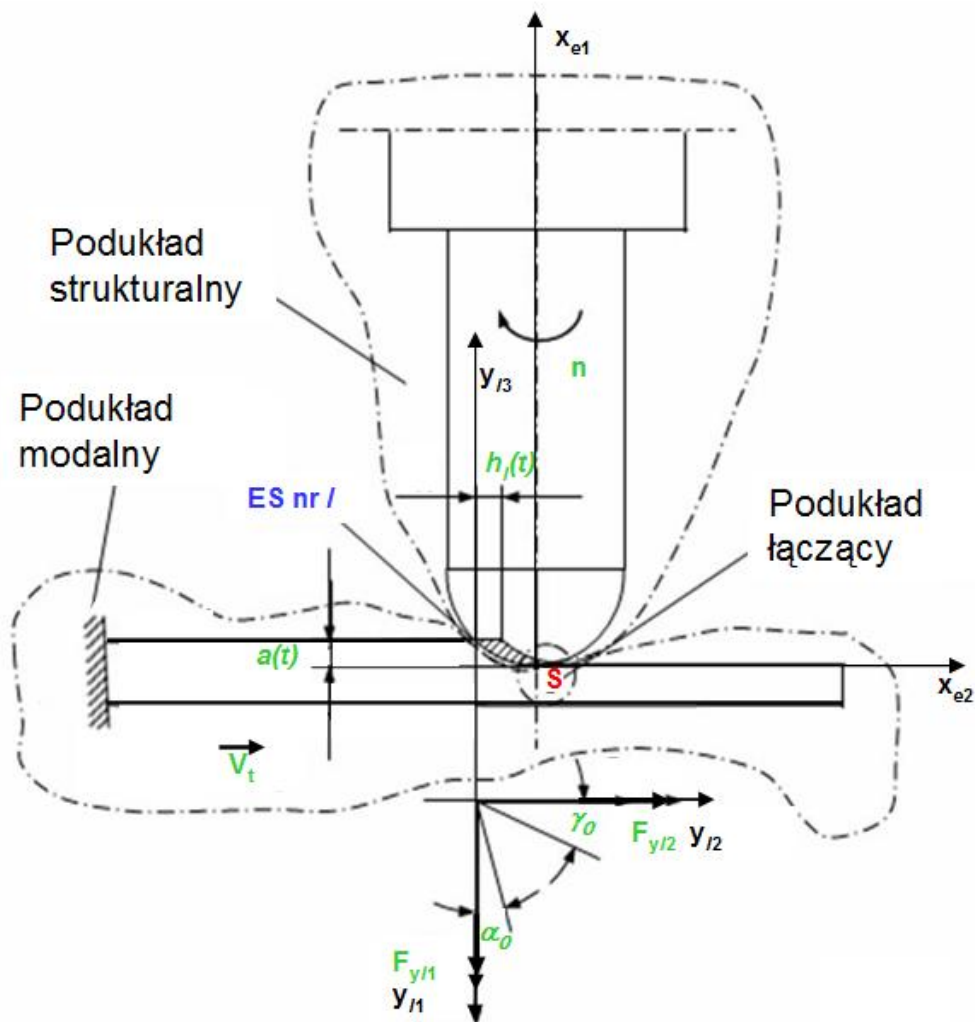
### 3.2.1. Opis dynamiki procesu skrawania we współrzędnych hybrydowych

Opisu dynamiki układu we współrzędnych hybrydowych dokonano na przykładzie procesu frezowania jednostronnie utwierdzonego przedmiotu podatnego smukłym frezem kulistym.

Zgodnie z zasadą modelowania hybrydowego, w schemacie procesu frezowania możemy wyodrębnić (rys. 14):

- podukład modalny. Jest to stacjonarny model dyskretny jednostronnie utwierdzonego przedmiotu podatnego, przemieszczającego się z prędkością posuwu  $v_f$ ;

- podukład strukturalny, na który składa się niestacjonarny model dyskretny freza kulistego (prędkość obrotowa  $n$ ), wraz z modelem procesu skrawania. Oznaczono również kąt natarcia  $\gamma_0$  oraz kąt przyłożenia  $\alpha_0$  jako elementy geometrii ostrza, zmienną w czasie grubość warstwy skrawanej  $h_i(t)$ , zaś siłę działającą w kierunku jej zmiany –  $F_{y12}$ , zmienną w czasie głębokość skrawania  $a(t) = a_{pl}(t) - \Delta a_{pl}(t)$  oraz siłę  $F_{y11}$  działającą w kierunku prędkości skrawania;
- podukład łączący stanowiący umowny punkt styku narzędzia z przedmiotem obrabianym.



Rys. 14. Schemat procesu frezowania jednostronnie utwardzonego przedmiotu podatnego smukłym frezem kulistym, modelowanie hybrydowe – podział na podukłady

Ponadto uwzględniono, że przejście bieżącego ostrza narzędzia wzdłuż warstwy skrawanej powoduje sprzężenie proporcjonalne, zaś ślad przejścia ostrza poprzedniego – dodatkowo sprzężenie opóźniające. Oznaczono także, lokalny niewirujący układ współrzędnych  $x_{e1}, x_{e2}, x_{e3}$  dla podukładu strukturalnego, oraz układ  $y_{11}, y_{12}, y_{13}$  dla ES nr  $l$ .

Wektor przemieszczeń ES nr  $l$  wyrażamy w funkcji wektora współrzędnych uogólnionych  $\mathbf{q}_s$ , oraz wektora współrzędnych modalnych  $\mathbf{a}_m$ .

Otrzymamy wówczas zależność:

$$\Delta \mathbf{w}_l(t) = \mathbf{T}_l(t) \mathbf{q}_s - \mathbf{W}_{ml}(t) \mathbf{a}_m = [\mathbf{T}_l(t) - \mathbf{W}_{ml}(t)] \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_s \\ \mathbf{a}_m \end{Bmatrix}, \quad (47)$$

przy czym:

$$\mathbf{T}_l(t) = \mathbf{\Theta}_l(t) \mathbf{S}_l(t) \quad (48)$$

- macierz transformacji przemieszczeń z układu współrzędnych  $x_{e1}, x_{e2}, x_{e3}$  do układu współrzędnych  $y_{11}, y_{12}, y_{13}$  ES nr  $l$  [92],

$$\mathbf{\Theta}_l(t) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{\Theta}}_l(t) & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{\Theta}}_l(t) \end{bmatrix}, \quad (49)$$

- macierz współczynników kierunkowych kątów pomiędzy osiami układu  $x_{e1}, x_{e2}, x_{e3}$  oraz osiami układu  $y_{11}, y_{12}, y_{13}$ ,

zaś:

$\mathbf{S}_l(t)$  - macierz współrzędnych zamocowania ES nr  $l$  w układzie współrzędnych  $x_{e1}, x_{e2}, x_{e3}$ ,

$\mathbf{W}_{ml}(t)$  - macierz więzów pomiędzy przemieszczeniami we współrzędnych modalnych  $\mathbf{a}_m$ , a przemieszczeniami w układzie współrzędnych  $y_{11}, y_{12}, y_{13}$  ES nr  $l$ .

Po transformacji wektora sił (26), do współrzędnych hybrydowych (44) układu otrzymamy:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \mathbf{T}_l^T(t) \\ -\mathbf{W}_{ml}^T(t) \end{bmatrix} \mathbf{F}_l(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_l^T(t) \\ -\mathbf{W}_{ml}^T(t) \end{bmatrix} \mathbf{F}_l^0(t) - \\
&- \begin{bmatrix} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{D}_{Pl}(t) \mathbf{T}_l(t) & -\mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{D}_{Pl}(t) \mathbf{W}_{ml}(t) \\ -\mathbf{W}_{ml}^T(t) \mathbf{D}_{Pl}(t) \mathbf{T}_l(t) & \mathbf{W}_{ml}^T(t) \mathbf{D}_{Pl}(t) \mathbf{W}_{ml}(t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_s \\ \mathbf{a}_m \end{Bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{D}_{Ol}(t) \\ -\mathbf{W}_{ml}^T(t) \mathbf{D}_{Ol}(t) \end{bmatrix} \Delta \mathbf{w}_l(t - \tau_l).
\end{aligned} \tag{50}$$

Ostatecznie, równanie dynamiki niestacjonarnego modelu procesu skrawania we współrzędnych hybrydowych przyjmie postać:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{a}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 2\mathbf{Z}\mathbf{\Omega} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{a}} \end{Bmatrix} + \\
+ \begin{bmatrix} \mathbf{K} + \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{D}_{Pl}(t) \mathbf{T}_l(t) & -\sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{D}_{Pl}(t) \mathbf{W}_{ml}(t) \\ -\sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{W}_{ml}^T(t) \mathbf{D}_{Pl}(t) \mathbf{T}_l(t) & \mathbf{\Omega}^2 + \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{W}_{ml}^T(t) \mathbf{D}_{Pl}(t) \mathbf{W}_{ml}(t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{a} \end{Bmatrix} = \\
\begin{bmatrix} \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{F}_l^0(t) \\ -\sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{W}_{ml}^T(t) \mathbf{F}_l^0(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{D}_{Ol}(t) \Delta \mathbf{w}(t - \tau_l) \\ -\sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{W}_{ml}^T(t) \mathbf{D}_{Ol}(t) \Delta \mathbf{w}(t - \tau_l) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{51}$$

gdzie:

$\mathbf{M}, \mathbf{L}, \mathbf{K}$  - macierze bezwładności, tłumienia i sztywności podukładu strukturalnego,

$i_l$  - liczba „aktywnych” elementów sprzęgających.

W przypadku szczególnym, aczkolwiek dość często spotykanym w praktyce, kiedy oś freza jest prostopadła do powierzchni obrabianej ( $\kappa = 0^\circ, \psi = 90^\circ$ ), macierz więzów nie zależy od położenia ES nr  $l$ . Otrzymamy wówczas:

$$\mathbf{W}_{ml}(t) = \mathbf{W}_m(t) = \mathbf{C}_w \mathbf{W}(t) \mathbf{\Psi}_m, \tag{52}$$



gdzie:

$$\mathbf{C}_w = \text{col}(0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0), \quad (53)$$

- wektor wyboru współrzędnej (niezerowy element wektora odpowiada wybranej współrzędnej).

$\mathbf{W}(t)$  - macierz więzów pomiędzy przemieszczeniami w kierunku współrzędnych uogólnionych  $\mathbf{q}_m$  podukładu modalnego, a przemieszczeniami umownego punktu styku narzędzia z przedmiotem S, w kierunku prostopadłym do powierzchni obrabianej.

Następnie:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{a}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 2\mathbf{Z}\mathbf{\Omega} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{a}} \end{Bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{K} + \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{D}_{pl}(t) \mathbf{T}_l(t) & - \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{D}_{pl}(t) \mathbf{W}_m(t) \\ 0 & \mathbf{\Omega}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{a} \end{Bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{F}_l^0(t) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{D}_{ol}(t) \Delta \mathbf{w}(t - \tau_l) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (54)$$

Na bazie powyższych rozważań można wykazać, że w tym szczególnym przypadku również i dynamiczna zmiana głębokości skrawania nie zależy od położenia ES nr  $l$ , czyli:

$$\Delta a_{pl} = \Delta a_p = \mathbf{W}(t) \mathbf{\Psi}_m \mathbf{a}_m. \quad (55)$$

W przypadku ogólnym frezowanie można wykonywać frezem pochyłym wokół osi  $x_{e2}$  oraz  $x_{e3}$ , a rzut osi freza na obrabianą powierzchnię może przyjmować dowolny kąt względem kierunku prędkości posuwu. Pochylenie freza pociąga za sobą konieczność modyfikacji pewnych elementów modelu. Nową postać przyjmuje macierz współczynników kierunkowych kątów pomiędzy osiami układów współrzędnych  $x_{e1}, x_{e2}, x_{e3}$  i  $y_{l1}, y_{l2}, y_{l3}$  tj.  $\mathbf{\Theta}_l(t)$  oraz macierz współrzędnych

zamocowania ES nr  $l$  w układzie  $x_{e1}, x_{e2}, x_{e3}$  tj.  $S_l(t)$ . W przypadkach tych ma miejsce zmiana nominalnej głębokości skrawania dla poszczególnych położań ostrzy podczas obrotu freza. Chwilowa głębokość skrawania przyjmuje postać [51]:

$$a_{pl} = R[\cos(\alpha_{Sl} - \kappa) - \cos(\alpha_{Al} - \kappa)] \cong R[1 - \cos(\alpha_{Al} - \kappa)], \quad (56)$$

gdzie:

- $\alpha_{Al}$  - kąt położenia umownego punktu styku ostrza z przedmiotem obrabianym,
- $\alpha_{Sl}$  - kąt położenia umownego punktu styku narzędzia z przedmiotem obrabianym.

Zauważyć jednak należy, że ostrze skrawa materiał tylko wtedy gdy:

$$\alpha_l = \alpha_{Al} - \alpha_{Sl} > 0. \quad (57)$$

Gdy  $\alpha_l < 0$ , ostrze opuszcza materiał.

Równania dynamiki frezowania opisane we współrzędnych hybrydowych posiadają znacznie mniejszy wymiar, w porównaniu z opisem tego układu we współrzędnych uogólnionych. Model dyskretny podukładu modalnego (przedmiotu obrabianego) może liczyć nawet kilkadziesiąt tysięcy stopni swobody, zaś po przekształceniu do współrzędnych modalnych branych jest zazwyczaj pod uwagę jedynie kilka pierwszych postaci drgań własnych. Z punktu widzenia wykonywania obliczeń układów o dużej liczbie stopni swobody ma to duże znaczenie.

## 4. Nadzorowanie drgań z wykorzystaniem sterowania optymalnego przy energetycznym wskaźniku jakości

W niniejszym rozdziale zaproponowano metodę nadzorowania drgań podczas frezowania przedmiotów podatnych z wykorzystaniem aktywnego sterowania optymalnego w układzie hybrydowym.

### 4.1. Równania stanu sterowanego układu niestacjonarnego

Równanie dynamiki układu sterowanego we współrzędnych hybrydowych (40) po przekształceniu do równań stanu przyjmuje postać [90]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_\xi \mathbf{x} + \mathbf{D}_\xi \mathbf{z} + \mathbf{B}_\xi \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}_\xi \mathbf{x} + \mathbf{w} \end{cases} \quad (58)$$

gdzie:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \dot{\xi}^T \\ \xi^T \end{bmatrix}^T \quad (59)$$

- wektor współrzędnych hybrydowych stanu,

$$\mathbf{A}_\xi = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}_\xi^{-1} \mathbf{L}_\xi & -\mathbf{M}_\xi^{-1} \mathbf{K}_\xi \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (60)$$

- macierz stanu układu we współrzędnych hybrydowych,

$$\mathbf{D}_\xi = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_\xi^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (61)$$

- macierz zakłóceń,

$$\mathbf{B}_\xi = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_\xi^{-1} \mathbf{B}_{\xi u} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (62)$$

- macierz wejść.

$\mathbf{C}_\xi$  - macierz wyjść,

$\mathbf{z} \equiv \mathbf{f}_\xi$  - wektor zakłóceń,

$\mathbf{y}$  - wektor wyjść, którego składowe są zarejestrowanymi odpowiedziami układu,

$\mathbf{w}$  - wektor zakłóceń pomiarowych.

Można zauważyć, że w przypadku rejestracji wszystkich składowych wektora przemieszczeń hybrydowych  $\xi$ , co stanowi przypadek szczególny, spełniony jest warunek  $\mathbf{y} \equiv \xi$ . Ponadto, w powyższym sformułowaniu wszystkie niepotencjalne siły uogólnione czyli, wektor  $\mathbf{f}_\xi$ , niezwiązane z efektem sterowania, są uważane za zakłócenie.

## 4.2. Sterowanie optymalne

W niestacjonarnym układzie z opóźniającym sprzężeniem zwrotnym, sterowanie optymalne można zrealizować z wykorzystaniem energetycznego wskaźnika jakości [95]. Aktywne sterowanie optymalne umożliwia:

- sformułowanie problemu w dziedzinie czasu oraz w ujęciu minimalno-energetycznym,
- opracowanie efektywnego algorytmu symulacji komputerowej,
- nadzorowanie drgań nieustalonych układów niestacjonarnych,
- nadzorowanie drgań układów niestacjonarnych ze sprzężeniem zwrotnym,
- syntezę układu sterowania optymalnego w rzeczywistym procesie skrawania.

### 4.2.1. Sterowanie optymalne we współrzędnych hybrydowych

Sterowany układ niestacjonarny opisany jest układem równań (58). Po zastosowaniu metody tranzycji stanu do rozwiązania pierwszego z równań układu, rozwiązanie to przyjmuje postać [91]:

$$\mathbf{x}(t) = \Phi_{\xi}(t, t_0)\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi_{\xi}(t, \tau) [\mathbf{B}_{\xi}(\tau)\mathbf{u}(\tau) + \mathbf{D}_{\xi}(\tau)\mathbf{z}(\tau)] d\tau \quad (63)$$

gdzie:

$\Phi_{\xi}(t, t_0)$  - rozwiązanie równania różniczkowego jednorodnego:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{\xi}(t)\mathbf{x}, \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{I} \quad (64)$$

Definiujemy energetyczny wskaźnik jakości [91] we współrzędnych hybrydowych, uwzględniający zmianę w czasie energii potencjalnej i kinetycznej układu względem trajektorii ruchu zadanego, a także chwilową energię sygnału sterującego:

$$\mathbf{J}(t) = \frac{1}{2} (\dot{\xi} - \dot{\bar{\xi}})^T \mathbf{Q}_{1\xi} \mathbf{M}_{\xi} (\dot{\xi} - \dot{\bar{\xi}}) + \frac{1}{2} (\xi - \bar{\xi})^T \mathbf{Q}_{2\xi} \mathbf{K}_{\xi} (\xi - \bar{\xi}) + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{R}_{\xi} \mathbf{u} \quad (65)$$

gdzie:

$\mathbf{Q}_{1\xi}$  - macierz bezwymiarowych współczynników wpływu energii kinetycznej,

$\mathbf{Q}_{2\xi}$  - macierz bezwymiarowych współczynników wpływu energii potencjalnej,

$\mathbf{R}_{\xi}$  - macierz efektu sygnału sterującego.

Trajektoria ruchu zadanego określona jest wektorem przemieszczeń hybrydowych  $\bar{\xi}$  (wynikającym z geometrii i kinematyki skrawania) oraz wektorem prędkości hybrydowych  $\dot{\bar{\xi}}$ .

Przedstawiony wskaźnik jakości wyraża różnicę pomiędzy rzeczywistą energią układu w chwili  $t$ , a energią jaką układ powinien mieć w chwili  $t$ , gdyby frez poruszał się dokładnie po zadanej trajektorii wynikającej z kinematyki skrawania.

Dążenie do minimalizacji drgań przekłada się więc na dążenie do minimalizacji tej różnicy, czyli do minimalizacji energetycznego wskaźnika jakości [51].

Wariacja energetycznego wskaźnika jakości (65) przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \delta J(t) = & \frac{1}{2} \left( \dot{\xi} - \dot{\bar{\xi}} \right)^T \left( \mathbf{Q}_{1\xi} \mathbf{M}_\xi + \mathbf{M}_\xi^T \mathbf{Q}_{1\xi}^T \right) \delta \left( \dot{\xi} - \dot{\bar{\xi}} \right) + \\ & + \frac{1}{2} \left( \xi - \bar{\xi} \right)^T \left( \mathbf{Q}_{2\xi} \mathbf{K}_\xi + \mathbf{K}_\xi^T \mathbf{Q}_{2\xi}^T \right) \delta \left( \xi - \bar{\xi} \right) + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \left( \mathbf{R}_\xi + \mathbf{R}_\xi^T \right) \delta \mathbf{u}. \end{aligned} \quad (66)$$

Stosując podstawienia:

$$\dot{\xi} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \vdots & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{1\xi}} \mathbf{x} = \mathbf{T}_{1\xi} \mathbf{x}, \quad (67)$$

oraz

$$\xi = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \vdots & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{2\xi}} \mathbf{x} = \mathbf{T}_{2\xi} \mathbf{x}, \quad (68)$$

otrzymamy:

$$\delta \dot{\xi} = \mathbf{T}_{1\xi} \delta \dot{\mathbf{x}}, \quad (69)$$

$$\delta \xi = \mathbf{T}_{2\xi} \delta \mathbf{x}. \quad (70)$$

Wyznaczamy wariację wyrażenia (63):

$$\delta \mathbf{x} = \int_{t_0}^t \Phi_\xi(t, \tau) \mathbf{B}_\xi(\tau) \delta \mathbf{u}(\tau) d\tau = \int_{t_0}^t \Phi_\xi(t, \tau) \mathbf{B}_\xi(\tau) d\tau \delta \mathbf{u}. \quad (71)$$

Zakładamy, że nadzorowanie drgań jest zadaniem sterowania. Z tego założenia wynika, że nadzorowanie drgań nie wpływa na zadaną trajektorię ruchu, a jedynie minimalizuje odchylenia od zadanej trajektorii. Dzięki temu założeniu można przyjąć:

$$\delta \left( \dot{\xi} - \dot{\bar{\xi}} \right) \cong \delta \dot{\xi}, \quad (72)$$

$$\delta(\xi - \bar{\xi}) \equiv \delta\xi. \quad (73)$$

Przyrównujemy także wariację wskaźnika jakości (66) do zera:

$$\begin{aligned} \delta J = & \left[ \frac{1}{2} \left( \dot{\xi} - \dot{\bar{\xi}} \right)^T \left( \mathbf{Q}_{1\xi} \mathbf{M}_\xi + \mathbf{M}_\xi^T \mathbf{Q}_{1\xi}^T \right) \mathbf{T}_{1\xi} \int_{t_0}^t \Phi_\xi(t, \tau) \mathbf{B}_\xi(\tau) d\tau \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left( \xi - \bar{\xi} \right)^T \left( \mathbf{Q}_{2\xi} \mathbf{K}_\xi + \mathbf{K}_\xi^T \mathbf{Q}_{2\xi}^T \right) \mathbf{T}_{2\xi} \int_{t_0}^t \Phi_\xi(t, \tau) \mathbf{B}_\xi(\tau) d\tau + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \left( \mathbf{R}_\xi + \mathbf{R}_\xi^T \right) \right] \delta \mathbf{u} = 0. \end{aligned} \quad (74)$$

Przy założeniu  $\delta \mathbf{u} \neq 0$ , możemy przekształcić wyrażenie (74) otrzymując zależność opisującą optymalny sygnał sterujący:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & \left( -\mathbf{R}_\xi + \mathbf{R}_\xi^T \right)^{-1} \int_{t_0}^t \mathbf{B}_\xi^T(\tau) \Phi_\xi^T(t, \tau) d\tau \left\{ \mathbf{T}_{1\xi}^T \left( \mathbf{M}_\xi^T \mathbf{Q}_{1\xi}^T + \mathbf{Q}_{1\xi} \mathbf{M}_\xi \right) \left( \dot{\xi} - \dot{\bar{\xi}} \right) + \right. \\ & \left. + \mathbf{T}_{2\xi}^T \left( \mathbf{K}_\xi^T \mathbf{Q}_{2\xi}^T + \mathbf{Q}_{2\xi} \mathbf{K}_\xi \right) \left( \xi - \bar{\xi} \right) \right\} \end{aligned} \quad (75)$$

Chwilowe wartości wektorów współrzędnych hybrydowych  $\xi$  oraz ich prędkości  $\dot{\xi}$  są wyznaczone na bieżąco (*on-line*) w trakcie trwania procesu skrawania. Wyznaczony sygnał minimalizuje w czasie energetyczny wskaźnik jakości (65).

Ostatecznie równanie dynamiki niestacjonarnego modelu procesu skrawania we współrzędnych hybrydowych (51) z uwzględnieniem sterowania, przyjmie postać:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{a}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 2\mathbf{Z}\mathbf{\Omega} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{a}} \end{Bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{K} + \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{D}_{Pl}(t) \mathbf{T}_l(t) & - \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{D}_{Pl}(t) \mathbf{W}_{ml}(t) \\ - \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{W}_{ml}^T(t) \mathbf{D}_{Pl}(t) \mathbf{T}_l(t) & \mathbf{\Omega}^2 + \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{W}_{ml}^T(t) \mathbf{D}_{Pl}(t) \mathbf{W}_{ml}(t) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{a} \end{Bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{F}_l^0(t) \\ - \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{W}_{ml}^T(t) \mathbf{F}_l^0(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{T}_l^T(t) \mathbf{D}_{Ol}(t) \Delta \mathbf{w}(t - \tau_l) \\ - \sum_{l=1}^{i_l} \mathbf{W}_{ml}^T(t) \mathbf{D}_{Ol}(t) \Delta \mathbf{w}(t - \tau_l) \end{bmatrix} + \mathbf{B}_\xi \mathbf{u} \end{aligned} \quad (76)$$

Do niewątpliwych zalet sterowania optymalnego przy energetycznym wskaźniku jakości należy możliwość uwzględniania ograniczeń podczas realizacji w trybie *on-line* procesu skrawania. Ograniczenie wartości bezwzględnej sygnału sterującego można zapisać w postaci:

$$u_i(t) = \begin{cases} u_i(t), & |u_i(t)| \leq U_i \\ U_i \operatorname{sign}(u_i(t)), & |u_i(t)| > U_i \end{cases} \quad i = 1, \dots, i_u, \quad (77)$$

gdzie:

- $i_u$  - liczba składowych wektora sygnałów sterujących  $\mathbf{u}$ ,
- $U_i$  - ograniczenie wartości bezwzględnej składowej  $u_i$  wektora sygnałów sterujących  $\mathbf{u}$ .

Problem stanowi także dobór odpowiednich wartości elementów macierzy  $\mathbf{Q}_1$ ,  $\mathbf{Q}_2$  i  $\mathbf{R}$ . Od tego doboru zależy bowiem ostateczny wynik nadzorowania. Jedną z zalecanych metod jest przeprowadzenie symulacji komputerowych [57] lub przy małej przestrzeni zmiennych decyzyjnych można zastosować metodę prób i błędów [211]. Procedura doboru elementów macierzy współczynników wpływu oraz efektu sygnału sterującego została opisana w pracy [91].

Jak już wspomniano, opis we współrzędnych hybrydowych znacznie zmniejsza wymiar układu sterowanego, co nie jest bez znaczenia z punktu widzenia zastosowań praktycznych do obliczeń układów o dużej liczbie stopni swobody.

### 4.3. Sterowanie modalne

Rozważania dotyczące sterowania w układzie hybrydowym ulegają znacznemu uproszczeniu, jeżeli sygnał sterujący  $u$  oddziałuje jedynie w podukładzie modalnym. Ponieważ ten ostatni z założenia spełnia warunki stacjonarności patrz p. 3.2. do wyznaczenia optymalnego sygnału sterującego można zastosować koncepcję sterowania modalnego przy energetycznym wskaźniku jakości [84].



Wówczas równanie dynamiki sterowanego podukładu modalnego (patrz równanie (32)) po transformacji do współrzędnych modalnych, możemy zapisać w postaci:

$$\ddot{\mathbf{a}}_m + 2\mathbf{Z}_m\boldsymbol{\Omega}_m\dot{\mathbf{a}}_m + \boldsymbol{\Omega}_m^2\mathbf{a}_m = \mathbf{f}_\Psi + \mathbf{B}_{u\Psi}\mathbf{u}, \quad (78)$$

gdzie:

$$\mathbf{f}_\Psi = \boldsymbol{\Psi}_m^T \mathbf{f}_m \quad - \text{wektor sił „modalnych”}$$

$$\mathbf{B}_{u\Psi} = \boldsymbol{\Psi}_m^T \mathbf{B}_{um} \quad - \text{macierz sterowań „modalnych”}.$$

Ponieważ:

$$\boldsymbol{\Omega}_m \equiv \text{diag}[\omega_{0i}], \quad \mathbf{Z}_m = \text{diag}[\zeta_i], \quad \mathbf{a}_m = \text{col}[a_i], \quad \dot{\mathbf{a}}_m = \text{col}[\dot{a}_i], \quad i=1, \dots, \text{mod} \quad (79)$$

otrzymujemy dla współrzędnej modalnej nr  $i$ :

$$\ddot{a}_i + 2\zeta_i\omega_{0i}\dot{a}_i + \omega_{0i}^2 a_i = f_{\Psi i} + \mathbf{B}_{u\Psi i} \mathbf{u}. \quad (80)$$

Pomijamy tymczasowo efekt rozproszenia energii ( $\zeta_i = 0$ ), co pozwala otrzymać:

$$\ddot{a}_i + \omega_{0i}^2 a_i = f_{\Psi i} + \mathbf{B}_{u\Psi i} \mathbf{u}. \quad (81)$$

Dla warunków początkowych:

$$a_i(t_0) = a_{0i}, \quad \dot{a}_i(t_0) = \dot{a}_{0i} \quad (82)$$

i dokonaniu przekształcenia Laplace'a równanie dynamiki (81) możemy zapisać w postaci:

$$(s^2 + \omega_{0i}^2)a_i(s) = sa_{0i} + \dot{a}_{0i} + f_{\Psi i}(s) + \mathbf{B}_{u\Psi i} \mathbf{u}(s). \quad (83)$$

Następnie wyznaczamy transformatę  $a_i(s)$ , tj.:

$$a_i(s) = \frac{s}{s^2 + \omega_{0i}^2} a_{0i} + \frac{\omega_{0i}}{(s^2 + \omega_{0i}^2)\omega_{0i}} \dot{a}_{0i} + \frac{\omega_{0i}}{(s^2 + \omega_{0i}^2)\omega_{0i}} [f_{\Psi_i}(s) + \mathbf{B}_{u\Psi_i} \mathbf{u}(s)]. \quad (84)$$

Dokonujemy odwrotnego przekształcenia Laplace'a:

$$a_i(t) = a_{0i} \cos \omega_{0i}(t - t_0) + \frac{1}{\omega_{0i}} \dot{a}_{0i} \sin \omega_{0i}(t - t_0) + \frac{1}{\omega_{0i}} \int_{t_0}^t \sin(\omega_{0i}(t - \tau)) [f_{\Psi_i}(\tau) + \mathbf{B}_{u\Psi_i} \mathbf{u}(\tau)] d\tau \quad (85)$$

Możemy zapisać wariację wyrażenia (85):

$$\delta a_i = \frac{1}{\omega_{0i}} \int_{t_0}^t \sin \omega_{0i}(t - \tau) d\tau \cdot \mathbf{B}_{u\Psi_i} \delta \mathbf{u} = \frac{1}{\omega_{0i}^2} [1 - \cos \omega_{0i}(t - t_0)] \mathbf{B}_{u\Psi_i} \delta \mathbf{u} \quad (86)$$

oraz jej pochodną:

$$\delta \dot{a}_i = \frac{1}{\omega_{0i}} \sin \omega_{0i}(t - t_0) \mathbf{B}_{u\Psi_i} \delta \mathbf{u}. \quad (87)$$

Przyjmując oznaczenia:

$$\mathbf{C}_m(t - t_0) = \text{diag}[1 - \cos \omega_{0i}(t - t_0)] \quad \text{oraz} \quad \mathbf{S}_m(t - t_0) = \text{diag}\left[\frac{1}{\omega_{0i}} \sin \omega_{0i}(t - t_0)\right], \quad (88)$$

dla  $i = 1, \dots, \text{mod}$  możemy zapisać:

$$\delta \mathbf{a}_m = \mathbf{\Omega}_m^{-2} \mathbf{C}_m(t - t_0) \mathbf{B}_{u\Psi} \delta \mathbf{u}, \quad (89)$$

$$\delta \dot{\mathbf{a}}_m = \mathbf{S}_m(t - t_0) \mathbf{B}_{u\Psi} \delta \mathbf{u}. \quad (90)$$

Energetyczny wskaźnik jakości, tym razem we współrzędnych modalnych, przyjmuje postać:

$$J(t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{a}}_m^T \mathbf{Q}_{1m} \dot{\mathbf{a}}_m + \frac{1}{2} \mathbf{a}_m^T \mathbf{Q}_{2m} \mathbf{\Omega}_m^2 \mathbf{a}_m + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}. \quad (91)$$

Wariacja wskaźnika jakości (91) przyjmuje postać:

$$\delta J = \dot{\mathbf{a}}_m^T \mathbf{Q}_{1m} \delta \ddot{\mathbf{a}}_m + \mathbf{a}_m^T \mathbf{Q}_{2m} \Omega_m^2 \delta \mathbf{a}_m + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \delta \mathbf{u}. \quad (92)$$

Po podstawieniu wyrażen (89) i (90) do (92) otrzymamy:

$$\delta J = \left\{ \dot{\mathbf{a}}_m^T \mathbf{Q}_{1m} \mathbf{S}_m(t-t_0) + \mathbf{a}_m^T \mathbf{Q}_{2m} \Omega_m^{-2} \mathbf{C}_m(t-t_0) \right\} \mathbf{B}_{u\psi} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \delta \mathbf{u}. \quad (93)$$

Stąd otrzymujemy optymalny sygnał sterujący we współrzędnych modalnych:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1} \left\{ \mathbf{B}_{u\psi}^T \left[ \mathbf{S}_m(t-t_0) \mathbf{Q}_{1m} \dot{\mathbf{a}}_m + \mathbf{C}_m(t-t_0) \Omega_m^{-2} \mathbf{Q}_{2m} \mathbf{a}_m \right] \right\}. \quad (94)$$

Jeżeli

$$\mathbf{Q}_1 = \text{diag}[q_{1i}], \quad i=1, \dots, \text{mod},$$

$$\mathbf{Q}_2 = \text{diag}[q_{2i}], \quad i=1, \dots, \text{mod},$$

$$\mathbf{R} \equiv r \text{ (sygnał sterujący jednowymiarowy), \quad oraz } t = 0,$$

optymalny sygnał sterujący przy uwzględnieniu postaci nr  $i$ , przyjmuje postać:

$$u^{(i)} = -\frac{1}{r} \mathbf{B}_{um}^T \Psi_{mi} \left\{ \dot{a}_i \frac{q_1}{\omega_{0i}} \sin \omega_{0i} t + a_i \frac{q_2}{\omega_{0i}^2} [1 - \cos \omega_{0i} t] \right\}. \quad (95)$$

Zapisując równanie dynamiki układu z tłumieniem:

$$\ddot{a}_i + \left[ 2\zeta_i \omega_{0i} + \frac{q_1}{\omega_{0i} r} \Psi_{mi}^T \mathbf{B}_{um} \mathbf{B}_{um}^T \Psi_{mi} \sin \omega_{0i} t \right] \dot{a}_i + \left[ \omega_{0i}^2 + \frac{q_2}{r \omega_{0i}^2} \Psi_{mi}^T \mathbf{B}_{um} \mathbf{B}_{um}^T \Psi_{mi} [1 - \cos \omega_{0i} t] \right] a_i = \Psi_{mi}^T \mathbf{f}_m, \quad (96)$$

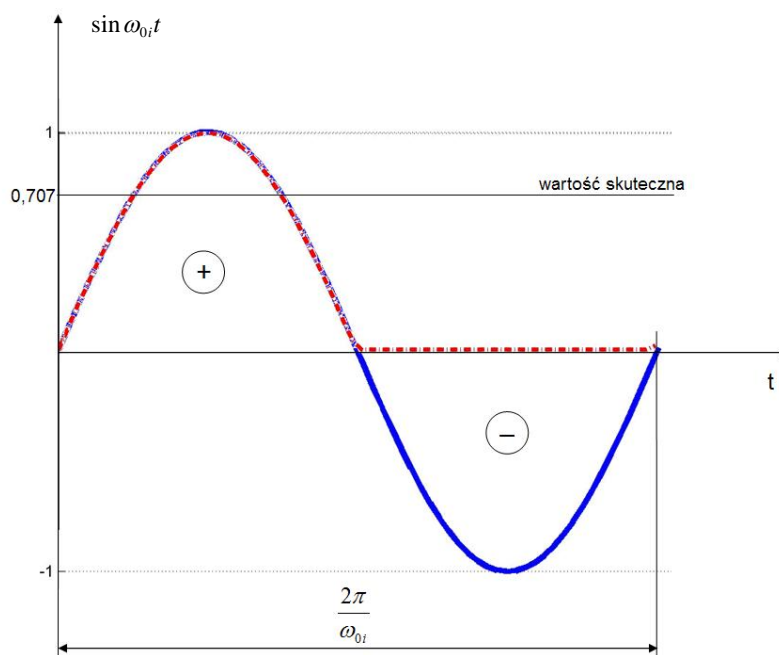
możemy zauważyć dla  $\sin \omega_{0i} t < 0$ , przy znacznych wartościach  $q_1$ , może wystąpić okresowo „ujemne” tłumienie, a co za tym idzie - wzrost poziomu drgań.

W pracy [198] zaproponowano ograniczenie sygnału sterującego tylko do wartości dodatnich (rys. 15):

$$u^{(i)} = \begin{cases} -\frac{1}{r} \mathbf{B}_{um}^T \boldsymbol{\Psi}_{mi} \frac{q_1}{\omega_{0i}} \dot{a}_i \sin \omega_{0i} t & , dla 0 \leq t \leq \frac{\pi}{\omega_{0i}} \\ 0 & , dla \frac{\pi}{\omega_{0i}} < t < \frac{2\pi}{\omega_{0i}} \end{cases} \quad (97)$$

W równaniu (97) pominięto wpływ energii potencjalnej drgań na wartości opylanego sygnału sterującego ( $q_2 = 0$ ) z uwagi na jego marginalny charakter. Pominięcie to zastosowano również w dalszych rozważaniach.

Z powodu trudności z realizacją ciągłego sygnału  $\sin \omega_{0i} t$  w niniejszej pracy zaproponowano zastosowanie jego wartości skutecznej. Podejście takie uzasadnia także celowość symulacji dla stałych współczynników wzmocnienia  $q_1, r$ .



Rys. 15. Wartość  $\sin \omega_{0i} t$  sygnału sterującego

- przed wprowadzeniem ograniczenia
- - - po ograniczeniu

Optymalny sygnał sterujący możemy także zapisać uwzględniając bezpośrednio sygnały z czujników zamocowanych na przedmiocie obrabianym. Sygnały te możemy zapisać w postaci wektora [84]:

$$\mathbf{y} = [y_1 \quad y_2 \quad \dots \quad y_{i_c}]^T, \quad (98)$$

gdzie:  $i_c$  – liczba czujników zamocowanych na przedmiocie obrabianym.

Uwzględniając równanie wyjść z równań stanu (58) oraz zależność (27) wektor wyjść możemy też zapisać w postaci:

$$\mathbf{y} = [\mathbf{C} \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \Psi_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Psi_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{a}} \\ \mathbf{a} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_\Psi \dot{\mathbf{a}}, \quad (99)$$

$$\text{gdzie: } \mathbf{C}_\Psi = \mathbf{C}\Psi_m \quad (100)$$

- modalna macierz wyjść.

Stosując przekształcenie:

$$\mathbf{C}_\Psi^T \mathbf{y} = \mathbf{C}_\Psi^T \mathbf{C}_\Psi \dot{\mathbf{a}}_m \quad (101)$$

otrzymujemy:

$$\dot{\mathbf{a}}_m = (\mathbf{C}_\Psi^T \mathbf{C}_\Psi)^{-1} \mathbf{C}_\Psi^T \mathbf{y}. \quad (102)$$

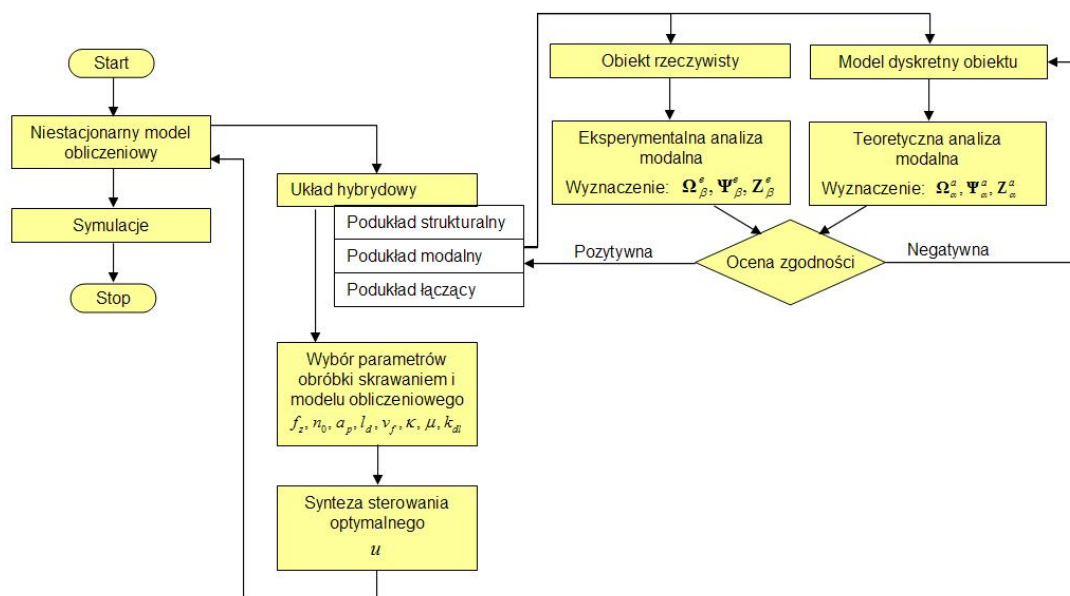
Optymalny sygnał sterujący (97) po uwzględnieniu wyrażenia (102) można zapisać jako:

$$u^{(i)} = -\frac{1}{r} \mathbf{B}_{um}^T \Psi_{mi} \frac{q_1}{\omega_{0i}} (\mathbf{C}_\Psi^T \mathbf{C}_\Psi)^{-1} \mathbf{C}_\Psi^T \mathbf{y} \sin \omega_{0i} t, \quad (103)$$

gdzie  $q_1$  oraz  $r$  są parametrami nastrajnymi.

## 5. Symulacje komputerowe nadzorowania drgań w wybranych przypadkach procesów obróbkowych

W niniejszym rozdziale przedstawiono możliwość zastosowania metod komputerowych do analizy oraz nadzorowania za pomocą aktywnego sterowania optymalnego, drgań narzędzie – przedmiot obrabiany w trakcie trwania obróbki skrawaniem. Symulacje komputerowe wykonano w celu potwierdzenia poprawności proponowanego sposobu modelowania procesów obróbkowych oraz zaproponowanej procedury nadzorowania drgań. Schemat ideowy procedury nadzorowania, z uwzględnieniem oceny zgodności modelu modalnego, przedstawiono na rys. 16.



Rys. 16. Schemat ideowy procedury sterowania optymalnego z uwzględnieniem oceny zgodności modelu modalnego

Zgodność parametrów modelu obliczeniowego podukładu modalnego (tj. częstotliwości, postaci drgań, bezwymiarowych współczynników tłumienia) jest warunkiem koniecznym poprawnego przeprowadzenia symulacji komputerowych i badań nadzorowania drgań w układzie rzeczywistym. Wymaga tego proponowana

procedura nadzorowania drgań w układzie hybrydowym. Oceny zgodności (walidacji) modelu obliczeniowego z obiektem rzeczywistym można dokonać na podstawie:

- porównania geometrycznego, (tj. zgodności kształtu i wymiarów) modelu obliczeniowego i obiektu rzeczywistego;
- kryterium zgodności modalnej. Wskaźnik MAC (ang. *Modal Assurance Criterion*) [132] przyjmuje postać:

$$MAC^{e-a}(\alpha, \beta) = \frac{(\Psi_{\alpha}^{aT} \cdot \Psi_{\beta}^e)^2}{(\Psi_{\alpha}^{aT} \cdot \Psi_{\alpha}^a) \cdot (\Psi_{\beta}^{eT} \cdot \Psi_{\beta}^e)}, \quad (104)$$

gdzie:

$\Psi_{\alpha}^a$  - wektor obliczeniowych postaci drgań nr  $\alpha$ ,

$\Psi_{\beta}^e$  - wektor eksperymentalnych postaci drgań nr  $\beta$ .

Wartość wskaźnika MAC zawiera się w przedziale [0, 1]. Wartość 1 przyjmuje w przypadku, gdy występuje pełna zgodność wybranych wektorów postaci drgań modelu obliczeniowego z obiektem rzeczywistym. Natomiast wartość bliska 0 wskazuje na brak zgodności. Przyjmuje się, że występuje dobra zgodność, gdy wartość  $MAC > 0,8$  [218];

- kryterium zgodności w dziedzinie częstotliwości. Wskaźnik FRAC (ang. *Frequency Responce Assurance Criteria*) [69, 150] przyjmuje postać:

$$FRAC^{e-a} = \frac{|\mathbf{H}(\omega)^{aT} \mathbf{H}(\omega)^e|^2}{(\mathbf{H}(\omega)^{aT} \mathbf{H}(\omega)^a)(\mathbf{H}(\omega)^{eT} \mathbf{H}(\omega)^e)}, \quad (105)$$

gdzie:

$\mathbf{H}(\omega)^a$  - wektor odpowiedzi impulsowych w dziedzinie częstotliwości modelu obliczeniowego,

$\mathbf{H}(\omega)^e$  - wektor odpowiedzi impulsowych w dziedzinie częstotliwości obiektu rzeczywistego.

Wartość wskaźnika FRAC (tak jak MAC) przyjmuje wartość 1, gdy zgodność jest pełna, 0 - gdy jest brak zgodności;

– innych kryteriów. Stosowanych w rozwiązaniach szczególnych przypadków analizy modalnej [70, 132, 221].

Optymalny sygnał sterujący wyznaczany jest w trybie *on-line*, w trakcie trwania obróbki skrawaniem. Nie jest wymagana tutaj znajomość parametrów struktury układu masowo-sprężystego obrabiarki. Konieczny jest za to dobór odpowiednich parametrów obróbki skrawaniem oraz parametrów modelu obliczeniowego przedmiotu obrabianego. Parametry obróbki skrawaniem dobiera się tak, aby odpowiadały rzeczywistym warunkom skrawania; nie dąży się jednak do dokładnego odwzorowania wyników badań eksperymentalnych. Wybrane parametry przedstawiono w tab. 5. Symulację przeprowadzono dla różnych prędkości obrotowych wrzeciona  $n_0$ , kąta pochylenia freza  $\kappa$ , nominalnej głębokości skrawania  $a_p$ , dynamicznego oporu skrawania powierzchniowego właściwego  $k_{dl}$ , bezwymiarowego współczynnika tłumienia  $\zeta$ .

Doboru wartości parametrów modelu obliczeniowego, takich jak dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}$  czy współczynnik siły skrawania  $\mu_l$ , dokonuje się na podstawie wcześniejszych prac prowadzonych w Katedrze Mechaniki i Mechatroniki Politechniki Gdańskiej [50] oraz na bazie innych pozycji literaturowych [87, 179, 210].

Dla potrzeb symulacji komputerowych frezowania smukłym frezem trzpieniowym o profilu kulistym, wykorzystano zestaw autorskich programów obliczeniowych napisanych w języku FORTRAN oraz środowisku MATLAB. Są to:

APARA1 – program tworzenia strukturalnego modelu obliczeniowego mieszaną metodą sztywnych i odkształcalnych elementów skończonych [91];

MADDEM4 – program symulacji komputerowej nadzorowania drgań za pomocą aktywnego sterowania optymalnego w układzie hybrydowym. Opis programu zamieszczono w Dodatku, p. 9.3;

CHOMAR31, CHOMAR32, CHOMAR33 – skrypty obliczeniowe utworzone w środowisku MATLAB służące do wyboru kierunku oraz kształtu ścieżki narzędzia oraz miejsca umocowania czujników i wzbudników.



Ponadto do tworzenia, rozwiązywania i obróbki uzyskanych wyników wykorzystano oprogramowanie NASTRAN FOR WINDOWS, MEDINA, PERMAS, FEGRAPH oraz MATLAB.

*Tabela 5. Wybrane parametry obróbki skrawaniem oraz modelu obliczeniowego przedmiotu obrabianego*

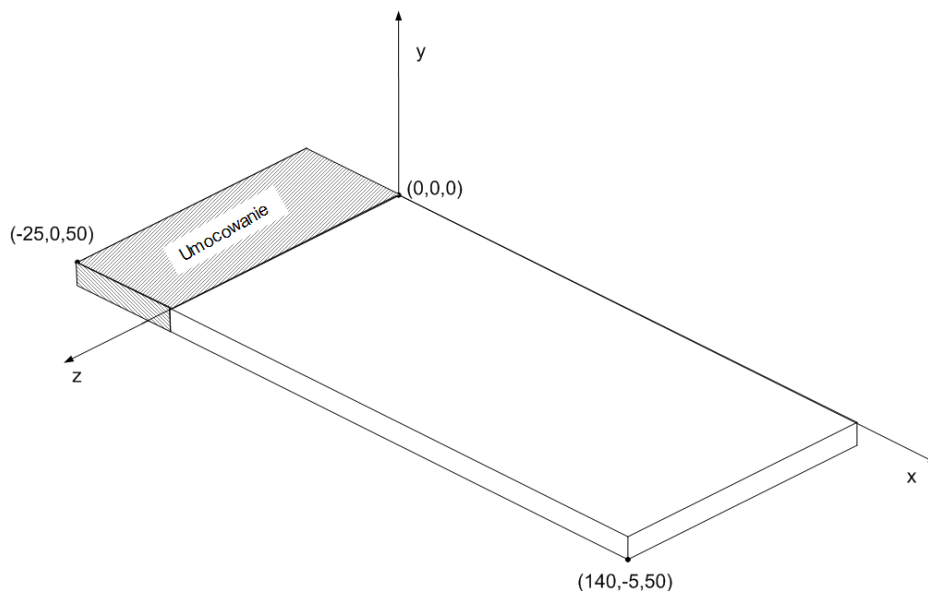
Nazwa	Oznaczenie	Wartość	Jednostka
Maksymalny czas trwania procesu	$t$	6	s
Liczba ostrzy	$z$	2	-
Posuw na ostrze	$f_z$	0,1	mm
Prędkość obrotowa wrzeciona	$n_0$	[4 000 6 000 8 000 9 000 10 000 12 000 14 000 16 000 18 000 20 000]	obr/min
Szerokość frezowania	$B$	zależy od głębokości skrawania $B = \sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 - \left(\frac{R}{2} - a_p\right)^2}$	mm (106)
Średnica kuli freza	$R$	16	mm
Głębokość skrawania	$a_p$	[0,1 0,2 0,3 0,4]	mm
Długość śladu (ścieżki narzędzia)	$l_d$	zależy od wybranej ścieżki narzędzia	mm
Prędkość posuwu	$v_f$	$v_f = n_0 f_z z$	mm/min (107)
Kąt pochylenia freza	$\kappa$	[0 15 30]	°
Dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy	$k_{dl}$	[100 200 300]	daN/mm <sup>2</sup>
Współczynnik siły skrawania	$\mu_l$	0,3	
Masa narzędzia	$m_n$	0,3	kg
Mimośród	$e_n$	0,5	mm
Bezwymiarowy współczynnik tłumienia	$\zeta$	[0,005 0,01 0,02]	
Pierwsza częstość kołowa drgań własnych przedmiotu obrabianego	$\omega_{01}$	$2\pi f_1$ $f_1$ - pierwsza częstotliwość drgań własnych przedmiotu obrabianego	rad/s

Celem zbadania skuteczności nadzorowania drgań za pomocą aktywnego sterowania optymalnego przy energetycznym wskaźniku jakości, rezultaty symulacji komputerowych porównano dla przypadków drgań nienadzorowanych i nadzorowanych. Należy wiedzieć, że symulacja w zastosowaniu do nadzorowania

procesów frezowania przedmiotów podatnych dostarcza jedynie informacji o stanie drgań. Na jej podstawie nie można formułować wniosków dotyczących jakości wykonania wyrobu (dokładność geometryczna, chropowatość). Ponadto, prognozy komputerowe dokonywane na bazie metod symulacji nie zawsze wykazują dobrą trafność. Mankamenty te nie wpływają jednak na przydatność symulacji do obliczeń drgań oraz prognozowania skuteczności ich nadzorowania.

## 5.1. Model obliczeniowy przedmiotu obrabianego

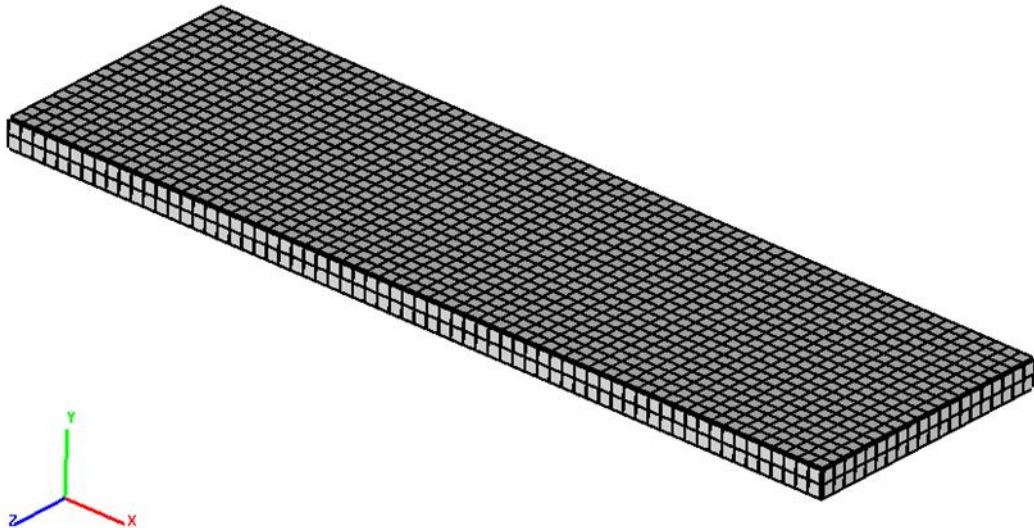
Przedmiotem obrabianym była płaska próbka o wymiarach 140×50×5 mm (rys. 17) wykonana z brązu CC331G (BA1032) umocowana jednostronnie w uchwycie w stole obrabiarki. Symulacje przeprowadzono także dla płytek wykonanych ze stopu aluminium EN AW-6101A (PA38) oraz stali C45 (45). Model obliczeniowy jest zgodny z rzeczywistą próbką poddaną skrawaniu na frezarskim centrum obróbkowym.



Rys. 17. Próbką płaska

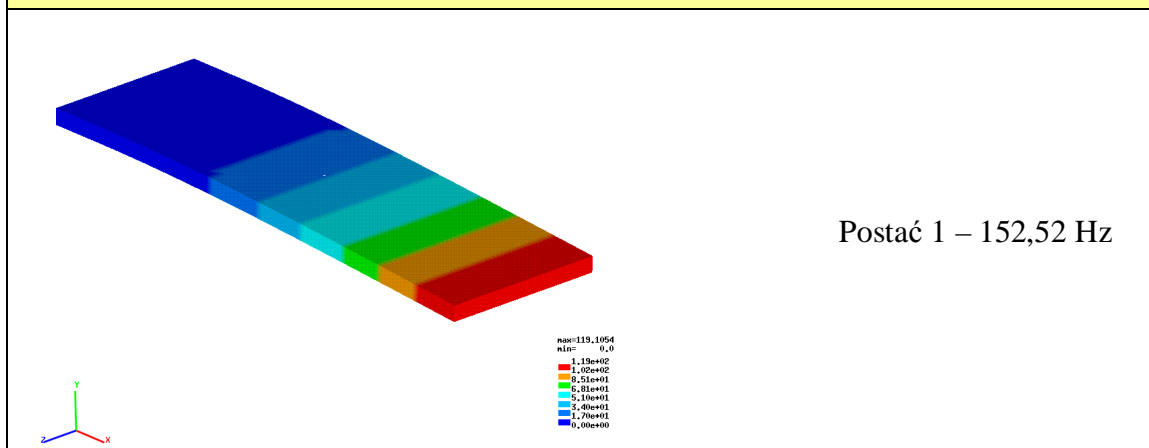
Dla potrzeb symulacji przygotowano za pomocą programu T-SYSTEMS MEDINA oraz NASTRAN FOR WINDOWS modele przedmiotu obrabianego bez uwzględnienia oraz z uwzględnieniem masy czujnika drgań przymocowanego na

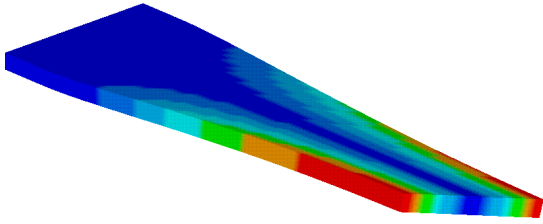
swobodnym końcu płytki, oraz obliczono za pomocą programu PERMAS częstotliwości i postaci drgań własnych (tab. 6 – 9). Struktura modelu liczy 2640 elementów typu HEXE8, o wymiarach  $2,5 \times 2,5$  mm, model posiada 4221 węzłów (rys. 18).



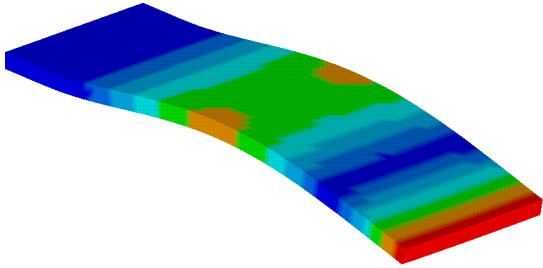
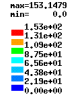
Rys. 18. Struktura modelu obliczeniowego próbki płaskiej

Tabela 6. Wyniki obliczeń postaci i częstotliwości drgań własnych modelu płytki z brązu CC331G (BA1032), bez uwzględnienia masy czujnika

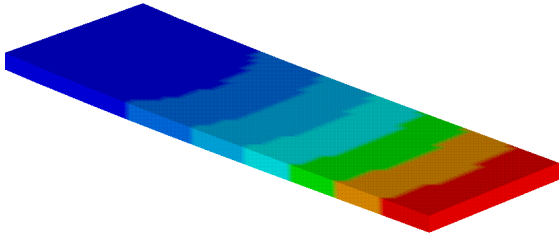




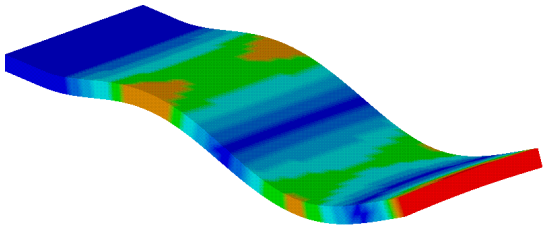
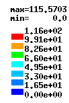
Postać 2 – 881,43 Hz



Postać 3 – 947,06 Hz

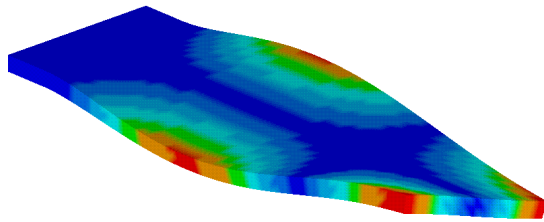


Postać 4 – 1363,02 Hz



Postać 5 – 2640,07 Hz

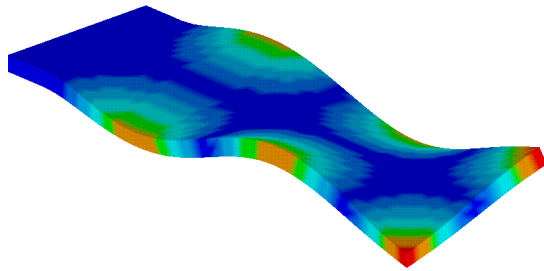




Postać 6 – 2767,17 Hz



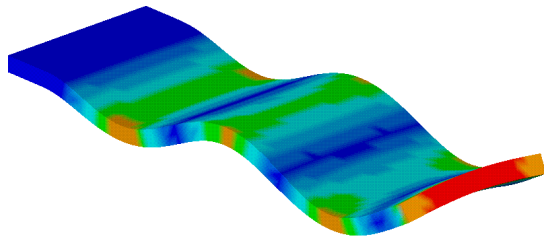
max=167,3285  
min=0,0  
1,68e+02  
1,44e+02  
1,20e+02  
9,60e+01  
7,20e+01  
4,80e+01  
2,40e+01  
0,00e+00



Postać 7 – 4992,06 Hz



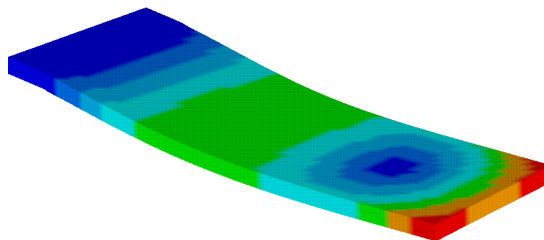
max=185,2125  
min=0,0  
1,85e+02  
1,57e+02  
1,31e+02  
1,05e+02  
7,95e+01  
5,23e+01  
2,62e+01  
0,00e+00



Postać 8 – 5132,25 Hz



max=130,6733  
min=0,0  
1,31e+02  
1,12e+02  
9,35e+01  
7,67e+01  
5,60e+01  
3,75e+01  
1,97e+01  
0,00e+00



Postać 9 – 6209,99 Hz



max=114,6686  
min=0,0  
1,15e+02  
9,85e+01  
8,19e+01  
6,52e+01  
4,91e+01  
3,29e+01  
1,64e+01  
0,00e+00

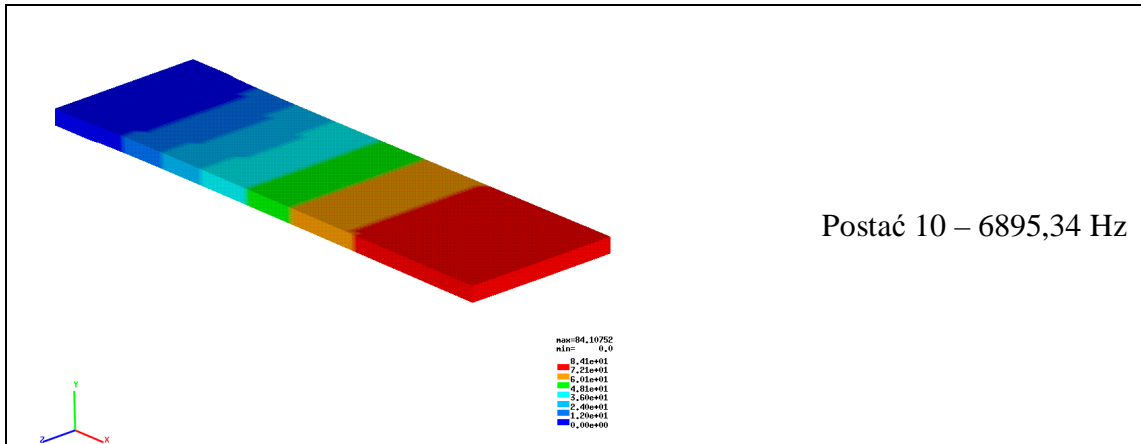
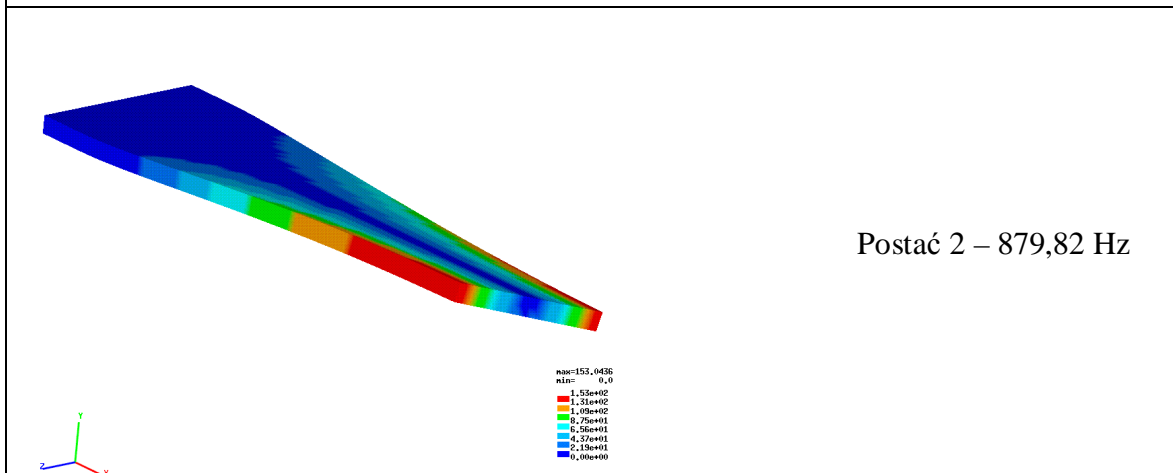
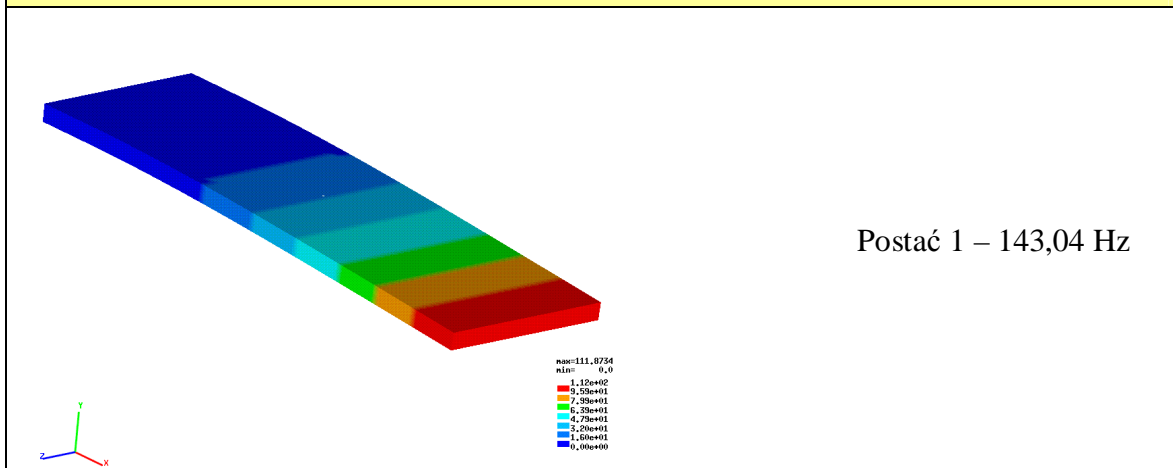
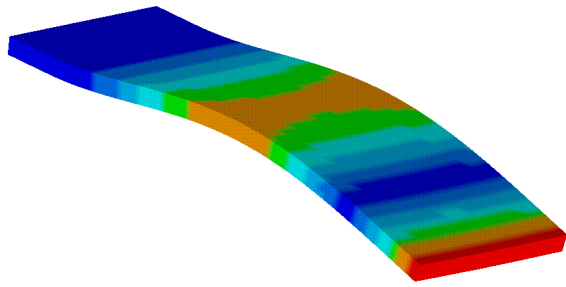


Tabela 7. Wyniki obliczeń postaci i częstotliwości drgań własnych modelu płytki z brązu CC331G (BA1032), z uwzględnieniem masy czujnika drgań przymocowanego do swobodnego końca płytki

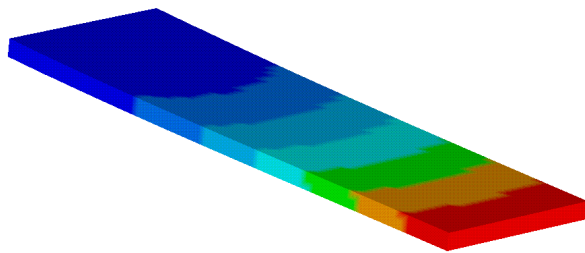




Postać 3 – 891,60 Hz



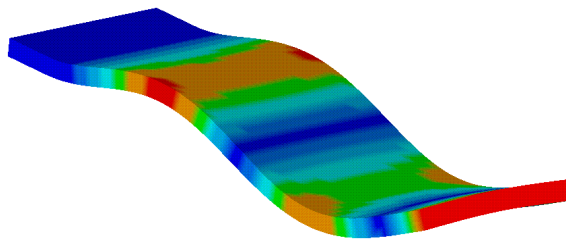
nbc=108,1781  
 n1n= 0,0  
 1,08e+02  
 9,27e+01  
 7,73e+01  
 6,19e+01  
 4,64e+01  
 3,09e+01  
 1,55e+01  
 0,00e+00



Postać 4 – 1283,25 Hz



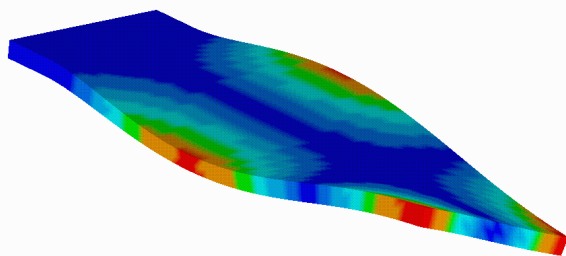
nbc=109,5455  
 n1n= 0,0  
 1,10e+02  
 9,29e+01  
 7,82e+01  
 6,28e+01  
 4,63e+01  
 3,15e+01  
 1,56e+01  
 0,00e+00



Postać 5 – 2593,81 Hz



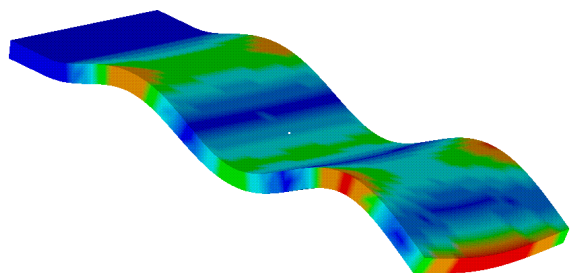
nbc=109,6488  
 n1n= 0,0  
 1,10e+02  
 9,49e+01  
 7,83e+01  
 6,27e+01  
 4,70e+01  
 3,15e+01  
 1,57e+01  
 0,00e+00



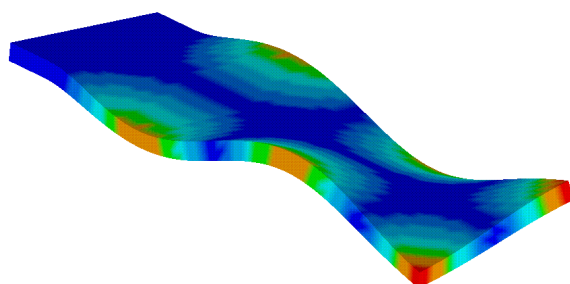
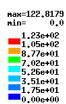
Postać 6 – 2762,58 Hz



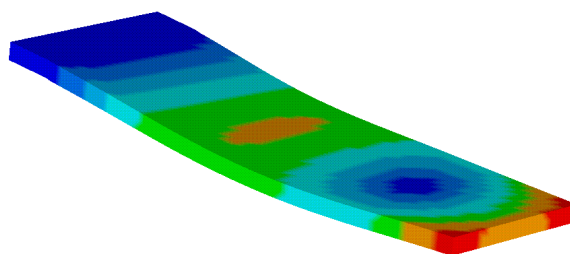
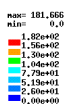
nbc=167,7741  
 n1n= 0,0  
 1,68e+02  
 1,46e+02  
 1,20e+02  
 9,53e+01  
 7,13e+01  
 4,73e+01  
 2,90e+01  
 0,00e+00



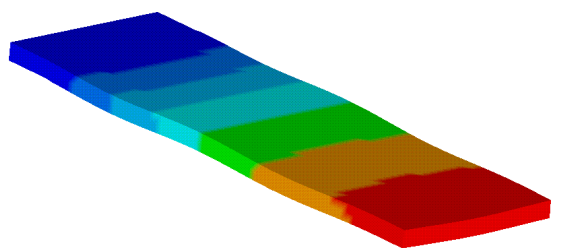
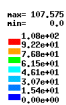
Postać 7 – 4938,65 Hz



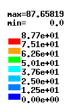
Postać 8 – 4984,36 Hz



Postać 9 – 5909,90 Hz



Postać 10 – 6510,51 Hz





*Tabela 8. Wyniki obliczeń częstotliwości drgań własnych modeli płytki wykonanej ze stopu aluminium EN AW-6101A (PA38) oraz ze stali C45 (45), bez uwzględnienia masy czujnika*

	<b>Stop aluminium EN AW-6101A (PA38)</b>	<b>Stal C45 (45)</b>
Postać 1	186,92 Hz	187,68 Hz
Postać 2	1094,90 Hz	1119,06 Hz
Postać 3	1161,49 Hz	1167,17 Hz
Postać 4	1677,52 Hz	1693,05 Hz
Postać 5	3236,62 Hz	3250,87 Hz
Postać 6	3432,62 Hz	3501,91 Hz
Postać 7	6179,43 Hz	6286,35 Hz
Postać 8	6289,86 Hz	6314,94 Hz
Postać 9	7672,77 Hz	7783,20 Hz
Postać 10	8478,60 Hz	5846,06 Hz

*Tabela 9. Wyniki obliczeń częstotliwości drgań własnych modeli płytki wykonanej ze stopu aluminium EN AW-6101A (PA38) oraz ze stali C45 (45), z uwzględnieniem masy czujnika drgań przymocowanego do swobodnego końca płytki*

	<b>Stop aluminium EN AW-6101A (PA38)</b>	<b>Stal C45 (45)</b>
Postać 1	158,51 Hz	176,51 Hz
Postać 2	997,49 Hz	1101,34 Hz
Postać 3	1088,02 Hz	1117,10 Hz
Postać 4	1439,78 Hz	1597,94 Hz
Postać 5	3111,68 Hz	3196,57 Hz
Postać 6	3416,16 Hz	3496,35 Hz
Postać 7	5652,39 Hz	6085,08 Hz
Postać 8	6127,94 Hz	6276,78 Hz
Postać 9	6697,96 Hz	7423,44 Hz
Postać 10	7172,22 Hz	8090,09 Hz

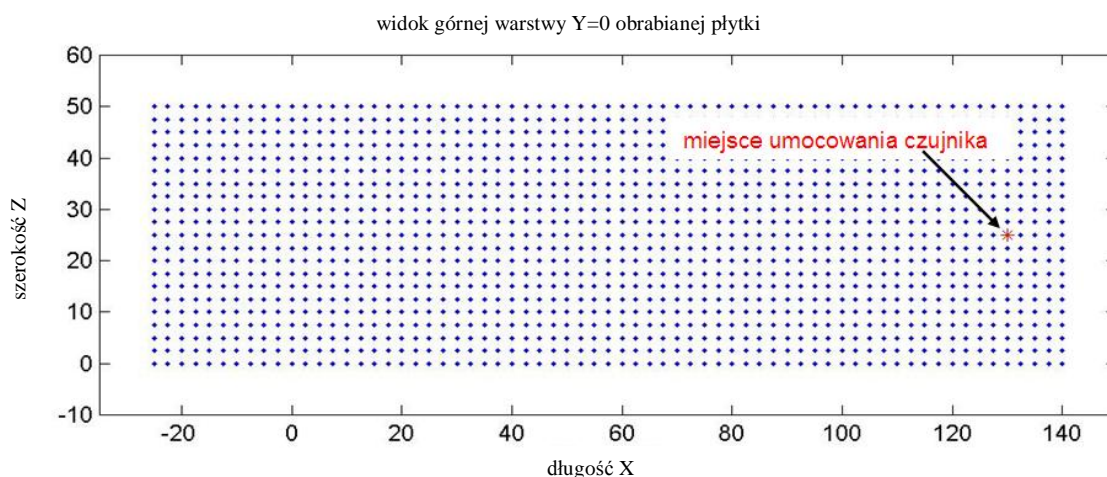
Podczas przeprowadzania symulacji komputerowych stosowano modele nominalne rzeczywistych konstrukcji mechanicznych [97]. Jeżeli obiekt rzeczywisty jeszcze nie istnieje, albo nie jest możliwa identyfikacja własności dynamicznych wszystkich egzemplarzy, symulacja komputerowa jest narzędziem dostarczającym cennych informacji o przewidywanym przebiegu rzeczywistego procesu, a także – wskazówek dotyczących syntezy układu nadzorowania. Model nominalny konstrukcji jest jednak pewnym jej uproszczeniem, zatem korzystanie z proponowanej metody nadzorowania drgań jedynie w oparciu o symulację komputerową z wykorzystaniem takiego modelu nie jest całkowicie wystarczające. W przypadku braku weryfikacji doświadczalnej, wyniki symulacji mogą być bowiem obarczone znaczną niepewnością [91]. Z uwagi na pewną wadliwość stosowania modeli nominalnych dla potrzeb oceny

zgodności przedmiotów podatnych z ich modelami modalnymi przeprowadzono badania doświadczalne dla niektórych materiałów (np. brąz CC331G (BA1032)) (p. 6.3). Zgodność wartości parametrów modelu obliczeniowego z obiektem rzeczywistym wykorzystano w programach symulacji komputerowej.

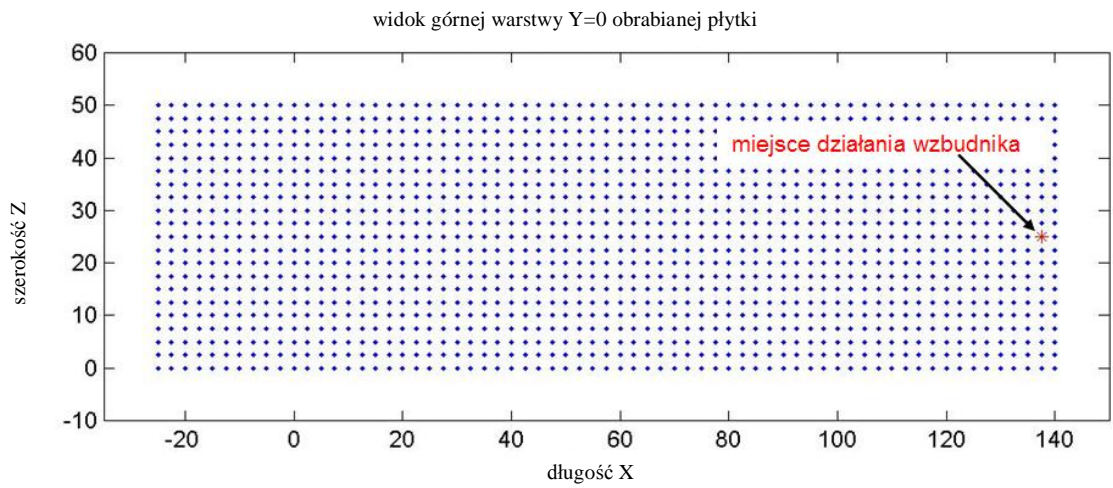
## 5.2. Wybrane trajektorie narzędzia

W pierwszym etapie symulacji dokonuje się wyboru ścieżki narzędzia, miejsca umocowania czujników oraz działania siły wymuszającej (miejsca działania wzbudnika). Uzyskane w ten sposób zbiory punktów oraz odpowiadające im przemieszczenia służą jako dane wejściowe do programu obliczeniowego nadzorowania drgań.

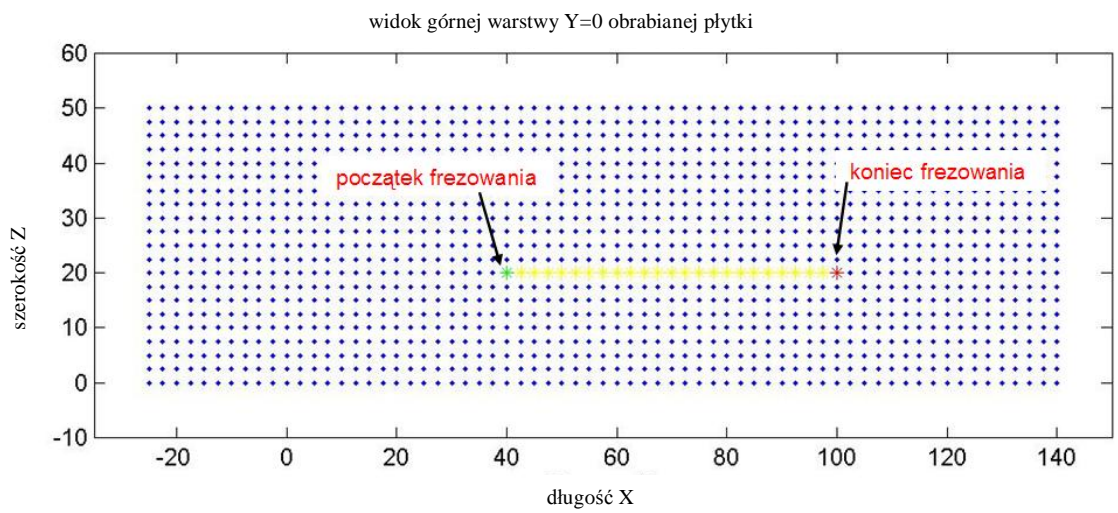
Wybrane miejsca (węzły modelu obliczeniowego) umocowania czujnika oraz miejsce wzbudzania przedstawiono na rys. 19 i 20. Wybrano pięć rodzajów trajektorii ruchu narzędzia. Jest to frezowanie od utwierdzonego końca płytki do jej końca swobodnego (rys. 21), frezowanie od końca swobodnego w kierunku utwierdzenia (rys. 22) oraz frezowanie wyznaczonych obszarów przedmiotu obrabianego - zygzak równoległy (rys. 23), zygzak prostopadły (rys. 24), a także zygzaki ukośne (rys. 25).



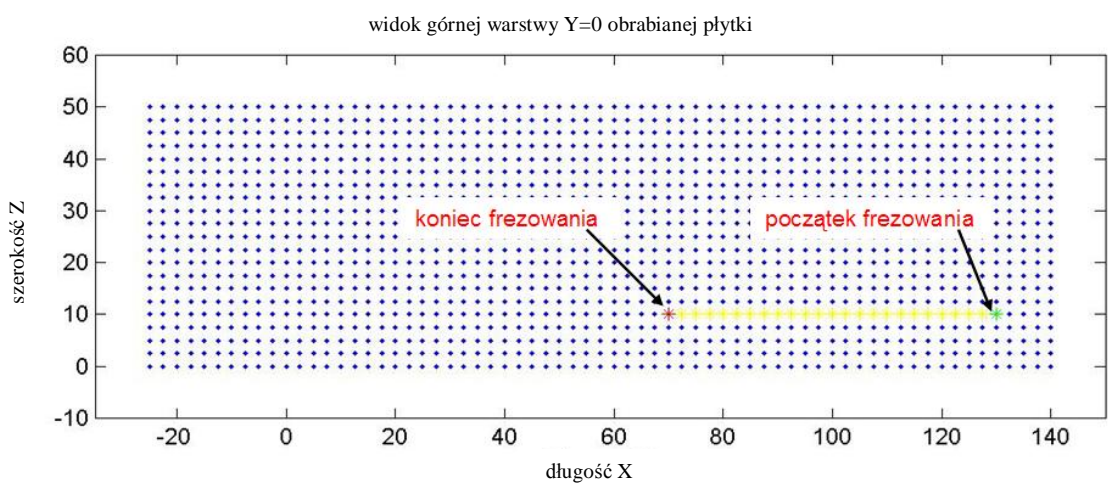
Rys. 19. Wybrane miejsce umocowania czujnika



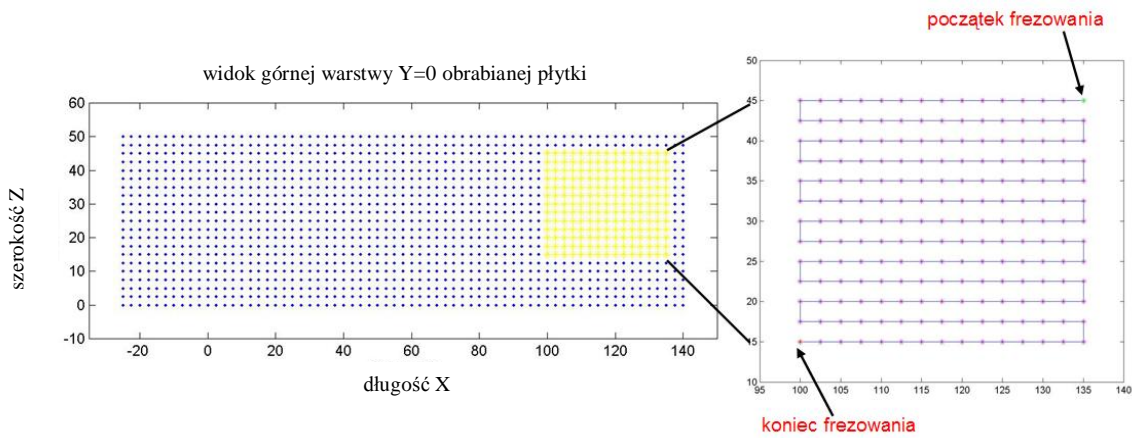
Rys. 20. Wybrane miejsce umocowania wzbudnika



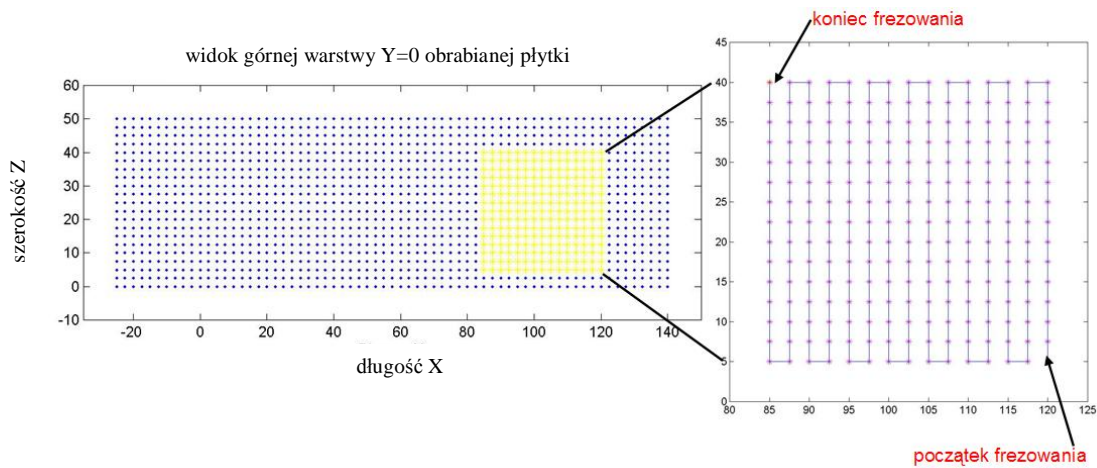
Rys. 21. Przykład ścieżki narzędzia – frezowanie lewa-prawa  $l_d = 60$  mm



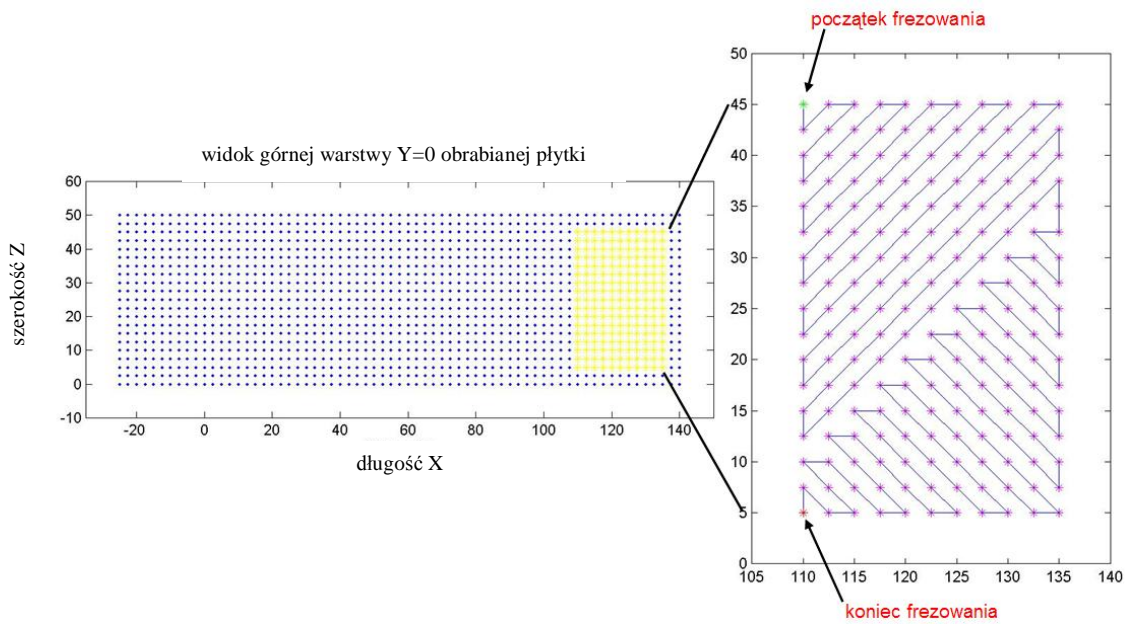
Rys. 22. Przykład ścieżki narzędzia – frezowanie prawa-lewa  $l_d = 60$  mm



Rys. 23. Przykład złożonej ścieżki narzędzia – zygzak równoległy  $l_d = 485 \text{ mm}$



Rys. 24. Przykład złożonej ścieżki narzędzia – zygzak prostopadły  $l_d = 560 \text{ mm}$



Rys. 25. Przykład złożonej ścieżki narzędzia – zygzaki ukośne  $l_d = 465 \text{ mm}$

### 5.3. Wybrane przykłady symulacji komputerowych nadzorowania drgań

Wynikiem symulacji są drgania przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y (normalnej do powierzchni obrabianej). Wybór takiego kierunku jest wygodny, gdyż daje on możliwość bezpośredniego porównania wyników symulacji z wynikami pomiarów uzyskanych podczas badań doświadczalnych (p. 6). Przemieszczenia w tym kierunku są też dominujące dla pierwszej postaci drgań przedmiotu obrabianego.

W celu dokonania oceny obliczonych drgań (przemieszczeń) zdefiniowano wartość skuteczną przebiegu czasowego:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{i_\alpha} \sum_{\alpha=1}^{i_\alpha} Y_\alpha^2}, \quad (108)$$

gdzie:

$Y_{1\alpha}$  - przemieszczenie w punkcie  $\alpha$  przebiegu czasowego w kierunku współrzędnej Y,

$i_\alpha$  - liczba punktów przebiegu czasowego drgań,

oraz wskaźnik wartości skutecznej  $F_{RMS}$  drgań nadzorowanych [91]:

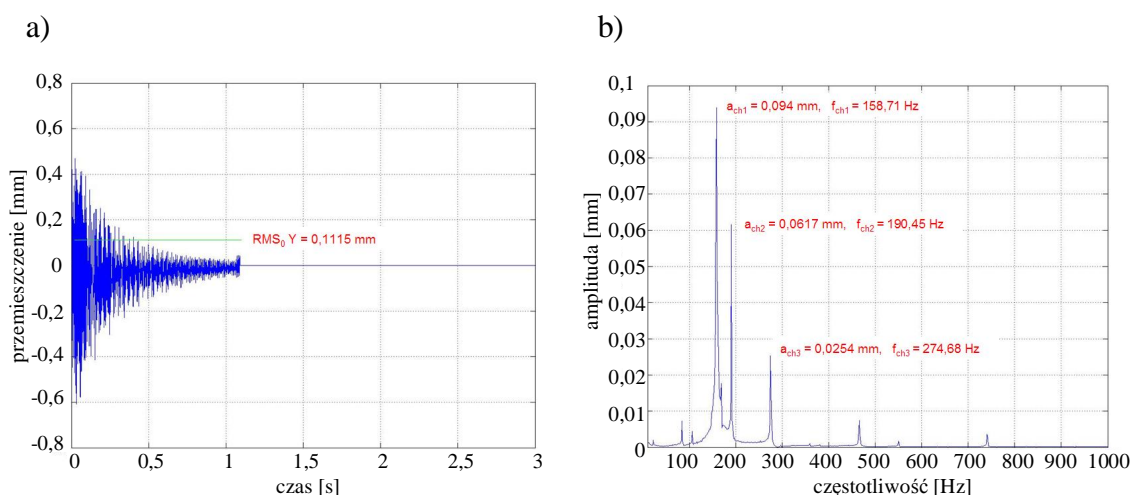
$$F_{RMS} = \frac{RMS}{RMS_0}, \quad (109)$$

gdzie  $RMS_0$  oznacza wartość  $RMS$  przebiegu czasowego bez nadzorowania drgań.

Można także zdefiniować wskaźnik redukcji amplitudy drgań *chatter* [91], wyrażający stosunek amplitudy drgań *chatter* po nadzorowaniu do amplitudy tych drgań przed nadzorowaniem. Jednak jak pokazały wyniki symulacji, w przeważającej ilości przypadków redukcja drgań była na tyle znaczna, że niemożliwe było jednoznacznie przyporządkowanie sobie dwóch amplitud.

O absolutnej skuteczności nadzorowania drgań możemy mówić wtedy gdy  $F_{RMS} \leq 0,7$  dla przedziału:  $0,7 < F_{RMS} \leq 0,8$  mamy do czynienia z bardzo dobrą skutecznością nadzorowania, dla wartości wyższych  $0,8 < F_{RMS} < 0,85$  skuteczność nadzorowania można uznać za zadowalającą. Gdy wskaźnik  $F_{RMS} \geq 0,85$  ocena skuteczności nadzorowania jest arbitralna [97].

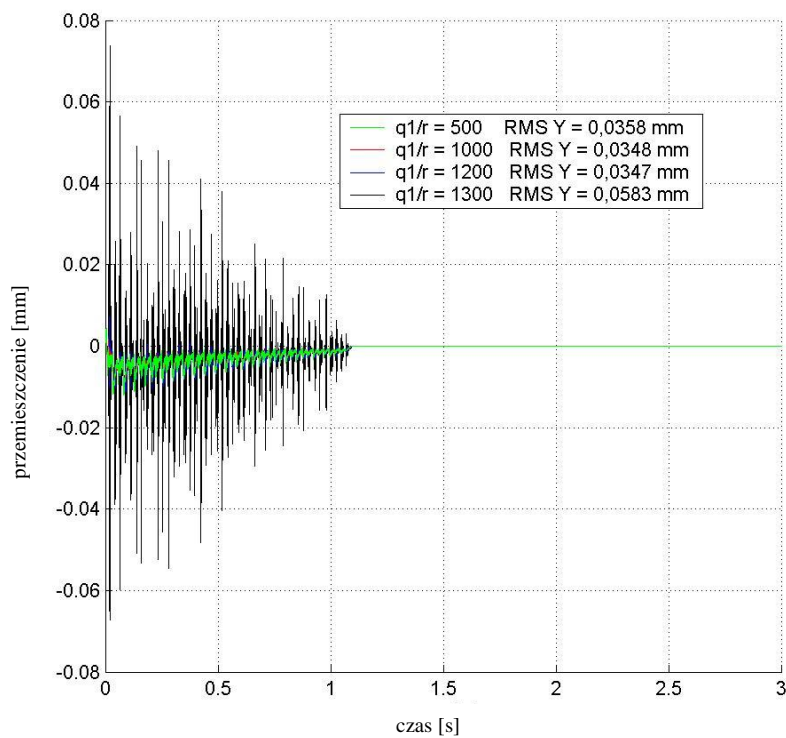
**Przykład 1.** Dobór wartości współczynników  $q_1$  oraz  $r$  na przykładzie symulacji komputerowej nadzorowania drgań podczas frezowania podatnego przedmiotu obrabianego wykonanego ze stopu aluminium. Do obliczeń przyjęto następujące dane:  $n_0 = 16500$  obr/min,  $k_{dl} = 200$  daN/mm<sup>2</sup>,  $a_p = 0,2$  mm,  $\zeta = 0,005$ ,  $\kappa = 0^\circ$ , oraz pierwszą częstotliwość drgań własnych modelu obliczeniowego  $f_{a1} = 158,51$  Hz. Frezowanie od końca swobodnego w kierunku utwierdzenia (rys. 22). Wyniki przeprowadzonych symulacji, przy braku nadzorowania, ilustruje rys. 26.



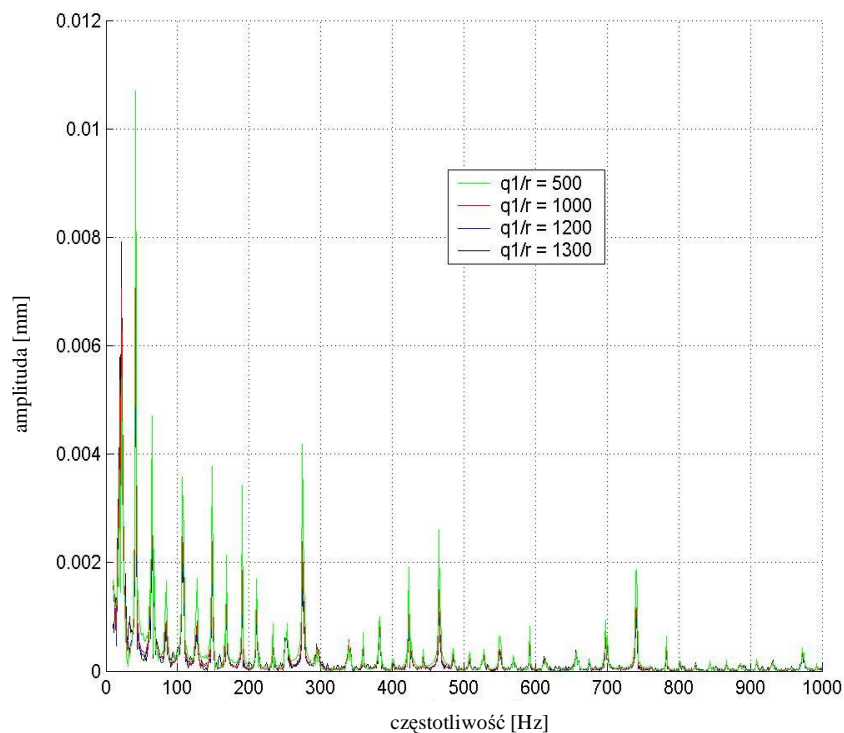
Rys. 26. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej ze stopu aluminium EN AW-6101A (PA38) przy braku nadzorowania: (a) przebieg czasowy przemieszczeń przedmiotu w kierunku osi Y oraz (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y

Kolejnym krokiem było przeprowadzenie cyklu symulacji dla różnych wartości współczynnika  $\frac{q_1}{r}$  dla sygnału ograniczonego zgodnie ze wzorem (97) oraz sygnału, w którym zastosowano wartość skuteczną  $\sin \omega_0 t$  równą 0,707. Widma amplitudowe oraz przebiegi czasowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y po nadzorowaniu przedstawiono na rys. 27 i 28.

a)

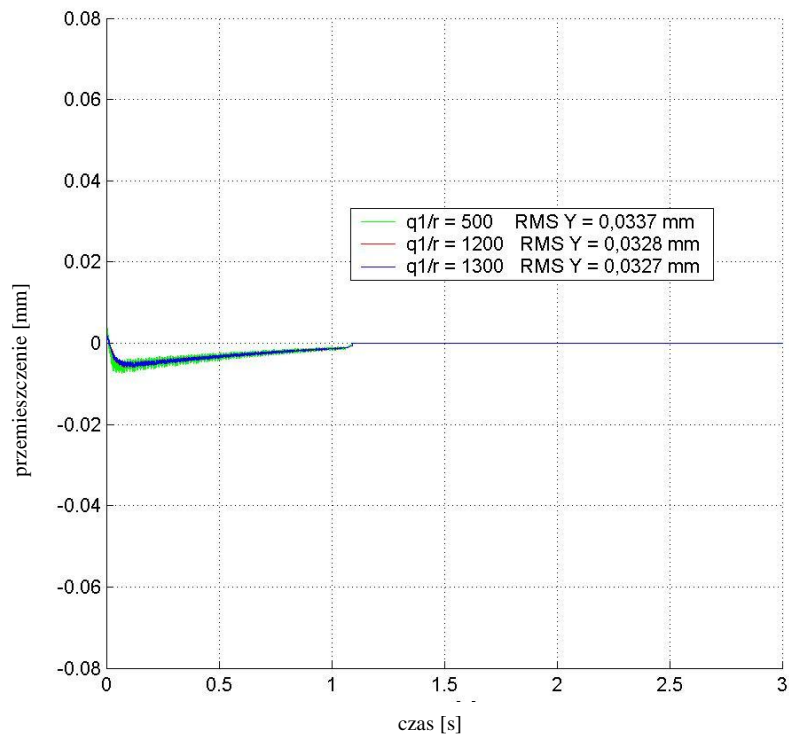


b)

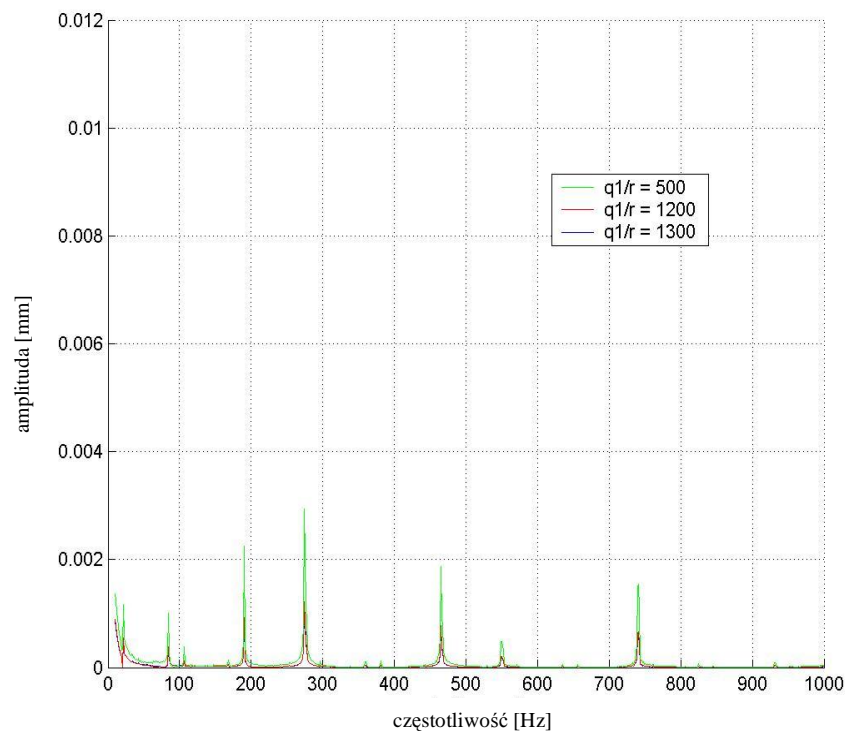


Rys. 27. Wyniki symulacji komputerowej frezowania płytki wykonanej ze stopu aluminium EN AW-6101A (PA38) z nadzorowaniem drgań w zależności od wartości współczynnika  $q_1/r$ , przy zastosowaniu sygnału ograniczonego wg wzoru (97): (a) przebieg czasowy przemieszczeń przedmiotu w kierunku osi Y oraz (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y

a)



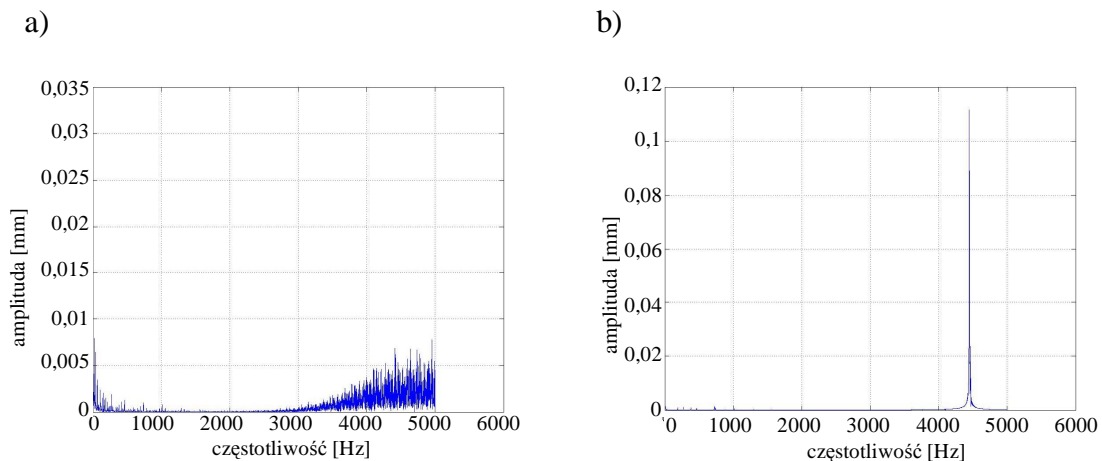
b)



Rys. 28. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej ze stopu aluminium EN AW-6101A (PA38) z nadzorowaniem drgań w zależności od wartości współczynnika  $q_1/r$ , przy zastąpieniu  $\sin \omega_0 t$  przez 0,707, (a) przebieg czasowy przemieszczeń przedmiotu w kierunku osi Y oraz (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y



Z przeprowadzonych symulacji wynika, że zastosowanie sterowania optymalnego przy energetycznym wskaźniku jakości znacznie redukuje drgania przedmiotu obrabianego. Bardziej efektywne rezultaty nadzorowania uzyskuje się stosując ograniczenie sygnału poprzez zastąpienie funkcji  $\sin \omega_0 t$  jej wartością skuteczną. Dla przyjętych danych wskaźnik  $F_{RMS} = 0,3$  (przy  $q_1/r = 500$ ) co oznacza bardzo dobrą skuteczność nadzorowania. Sygnał taki jest też łatwiejszy w realizacji w trakcie badań na obiekcie rzeczywistym. Zauważyć można także, że zwiększanie ilorazu  $q_1/r$  powoduje intensywny silny wzrost amplitudy przemieszczeń dla wyższych częstotliwości (rys. 27a i 29). Zjawisko takie zaobserwowano także dla frezowania przedmiotów z innych materiałów oraz różnych konfiguracji parametrów skrawania.



Rys. 29. Widma amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y. Wzrost amplitudy dla wyższych częstotliwości (a) przy zastosowaniu sygnału ograniczonego wg wzoru (97) dla  $q_1/r=1300$ , (b) przy zastąpieniu  $\sin \omega_0 t$  przez 0,707,  $q_1/r=1358$

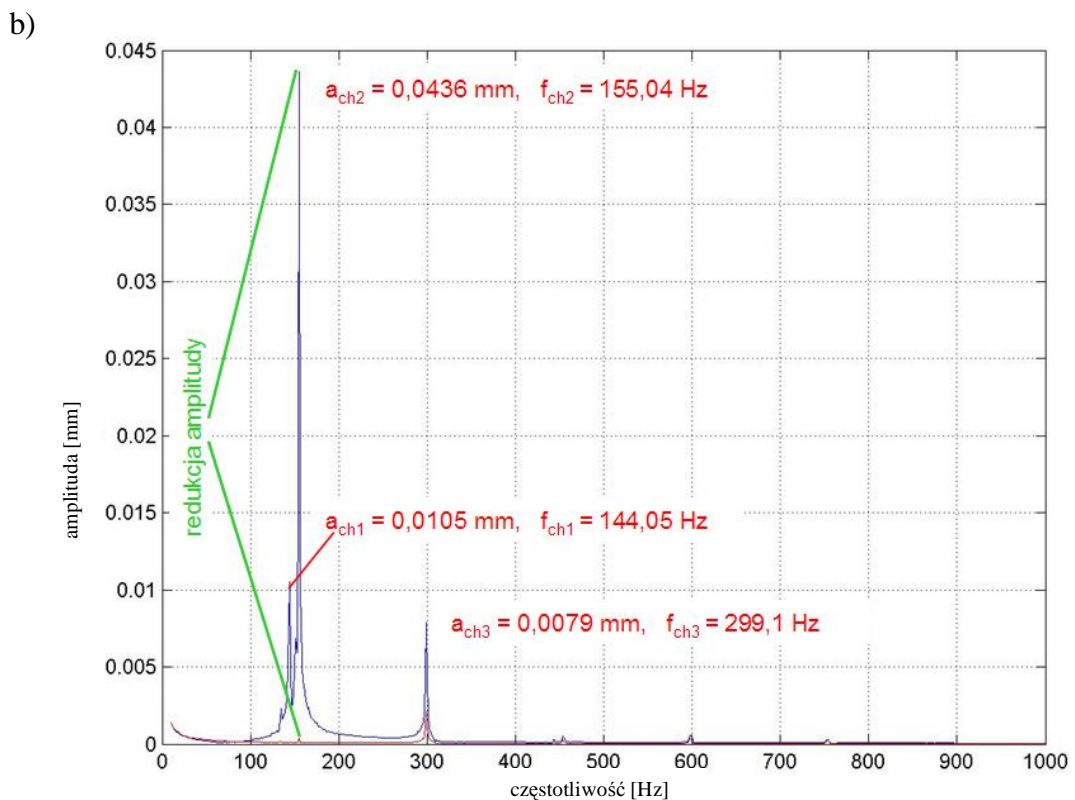
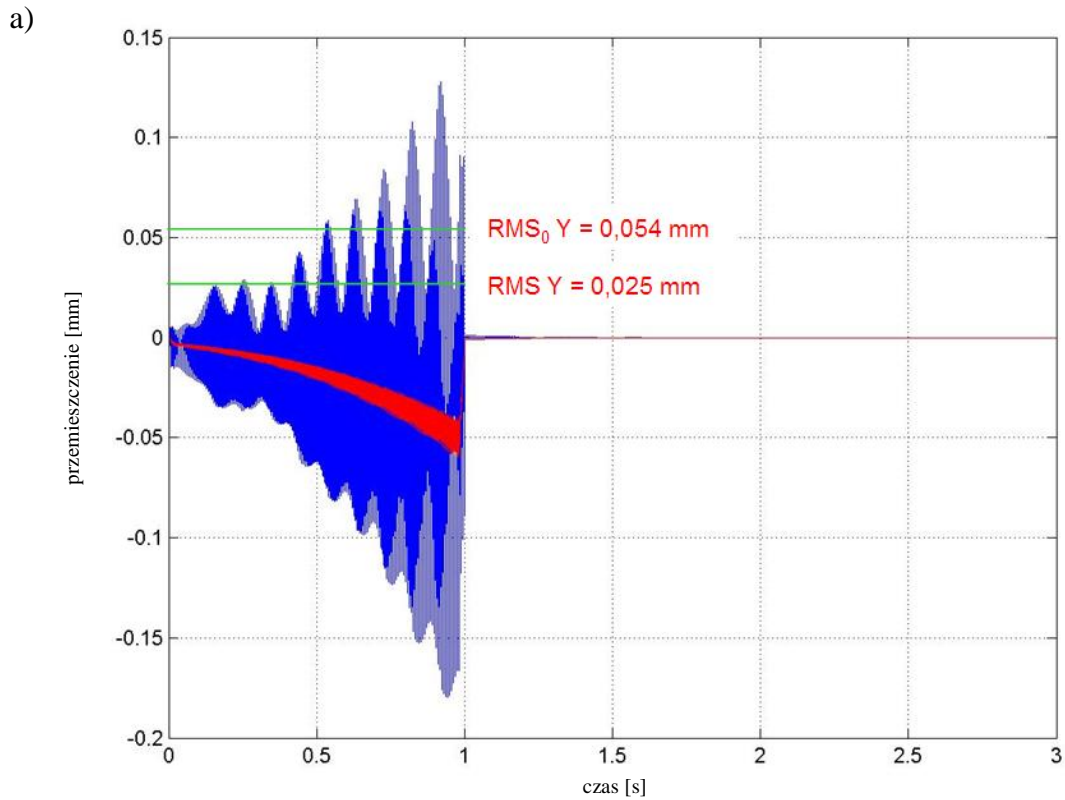
W kolejnych przykładach symulacji nadzorowania drgań stosowano stałą wartość ilorazu  $q_1/r = 500$  oraz wartość skuteczną  $\sin \omega_0 t$  równą 0,707. Takie podejście gwarantowało skuteczne wyniki nadzorowania drgań nie powodując jednocześnie wystąpienia wysokich amplitud przy wyższych częstotliwościach.

**Przykład 2.** Symulacje komputerowe nadzorowania drgań podczas frezowania podatnej płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Obliczenia wykonano dla zakresu prędkości obrotowych  $n_0 = 4\,000 - 20\,000$  obr/min,  $k_{dl} = 100, 200$  i  $300$  daN/mm<sup>2</sup>,  $a_p = 0,1 - 0,4$  mm,  $\zeta = 0,005$ ,  $\kappa = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ ,  $f_{a1} = 152,52$  Hz. Ścieżka narzędzia pokazana jest na rys. 21 - frezowanie od utwierdzonego końca płytki w kierunku końca swobodnego. Wybrane przebiegi czasowe oraz widma amplitudowe przemieszczeń przedmiotu w kierunku osi Y przedstawiono na rys. 30. Wartości RMS<sub>0</sub> Y oraz RMS Y dla  $\kappa = 0^\circ$  pokazano na rys. 31 - 34.

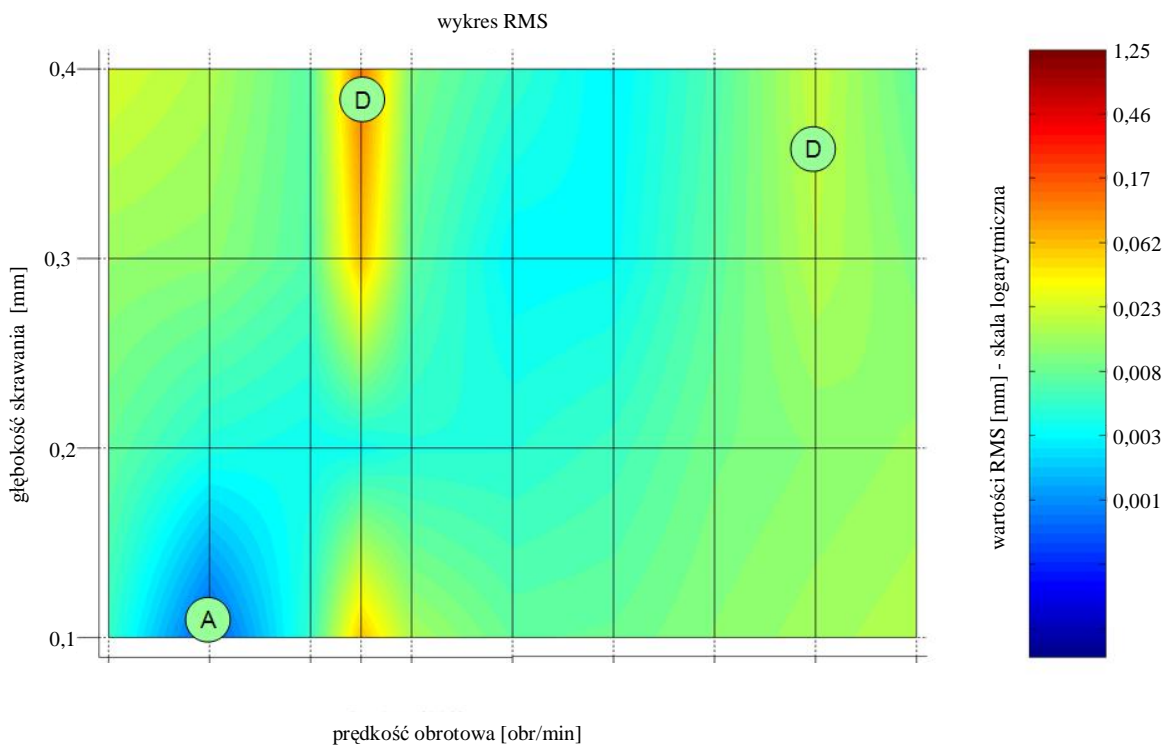
Nawiązując do wykresów granic stabilności (krzywych workowych) na rys. 31 oraz rys. 33 oznaczono przykładowe obszary obróbki stabilnej, a także obszary obróbki niestabilnej (dla których zaobserwowano wysokie amplitudy drgań rezonansowych oraz drgania *chatter*).

Wyniki symulacji komputerowych potwierdziły celowość proponowanej metody nadzorowania drgań. Dla przykładu pokazanego na rys. 30 wskaźnik wartości skutecznej osiągnął wartość znacznie poniżej zdefiniowanego progu, tj.  $F_{RMS} = 0,46$ .

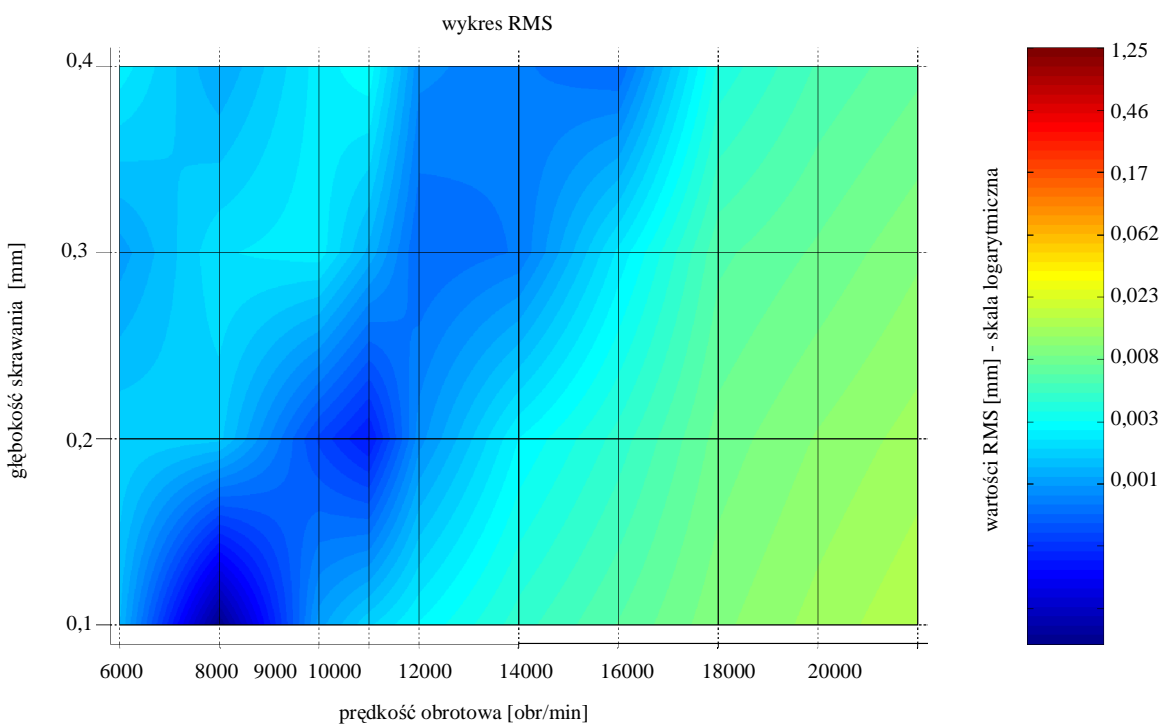
Dla głębokości skrawania 0,4 mm i prędkości obrotowych wrzeciona wynoszących od 4 000 do 8 000 obr/min oraz dla  $\kappa = 0^\circ$ ,  $k_s = 300$  daN/mm<sup>2</sup> w wyniku symulacji otrzymano drgania o amplitudach znacznie przekraczających możliwości obliczeniowe programu. Na przedstawionych wykresach (rys. 33 i 34) przypisano im wartość maksymalną RMS<sub>0</sub> otrzymaną z symulacji wynoszącą 1,25 mm oraz maksymalny RMS po nadzorowaniu wynoszący 0,25 mm. Zbiorcze wyniki dla tego przykładu znajdują się w dodatku w p. 9.4.



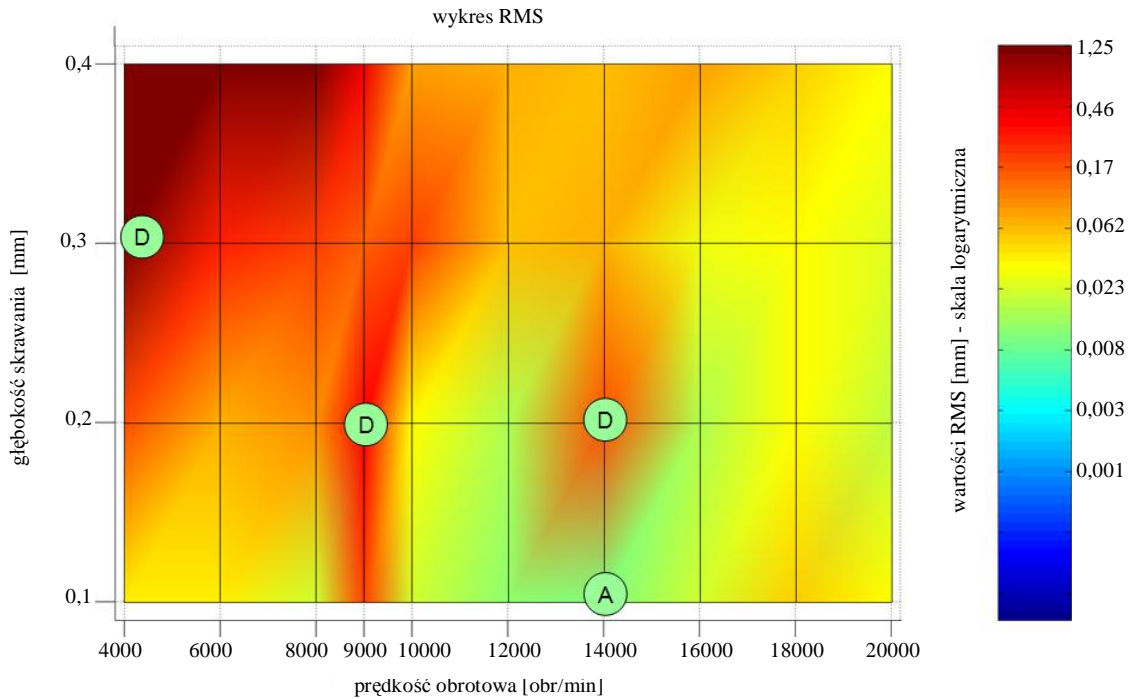
Rys. 30. Wyniki symulacji komputerowej nadzorowania drgań podczas frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032), prędkość obrotowa  $n_0=18\ 000$  obr/min, kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ , dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



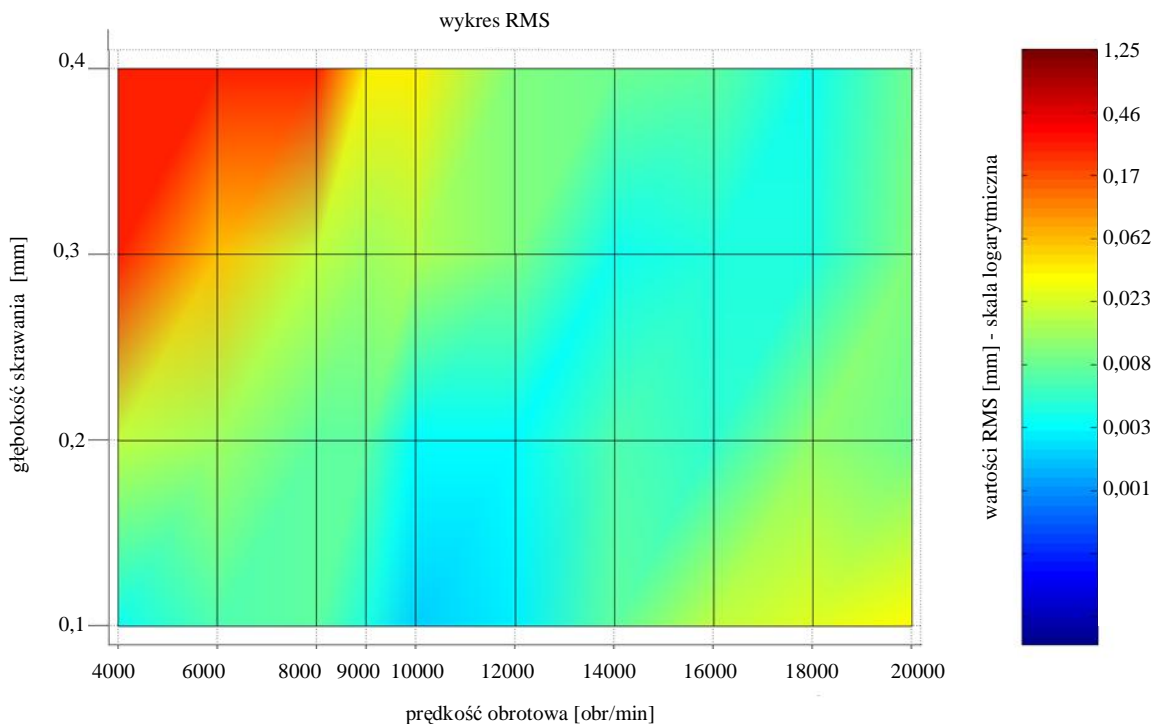
Rys. 31. Zestawienie zbiorcze wartości  $RMS_0$  przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, przy braku nadzorowania, w zależności od prędkości obrotowej wrzeciona i głębokości skrawania; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ , dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100 \text{ daN/mm}^2$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ . Oznaczenia na wykresie: A – obszar obróbki stabilnej, D – obszar obróbki niestabilnej



Rys. 32. Zestawienie zbiorcze wartości  $RMS$  przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, z nadzorowaniem, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia i głębokości skrawania; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ , dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100 \text{ daN/mm}^2$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$



Rys. 33. Zestawienie zbiorcze wartości  $RMS_0$  przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, przy braku nadzorowania, w zależności od prędkości obrotowej wrzeciona i głębokości skrawania; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ , dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300 \text{ daN/mm}^2$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ . Oznaczenia na wykresie: A – obszar obróbki stabilnej, D – obszar obróbki niestabilnej

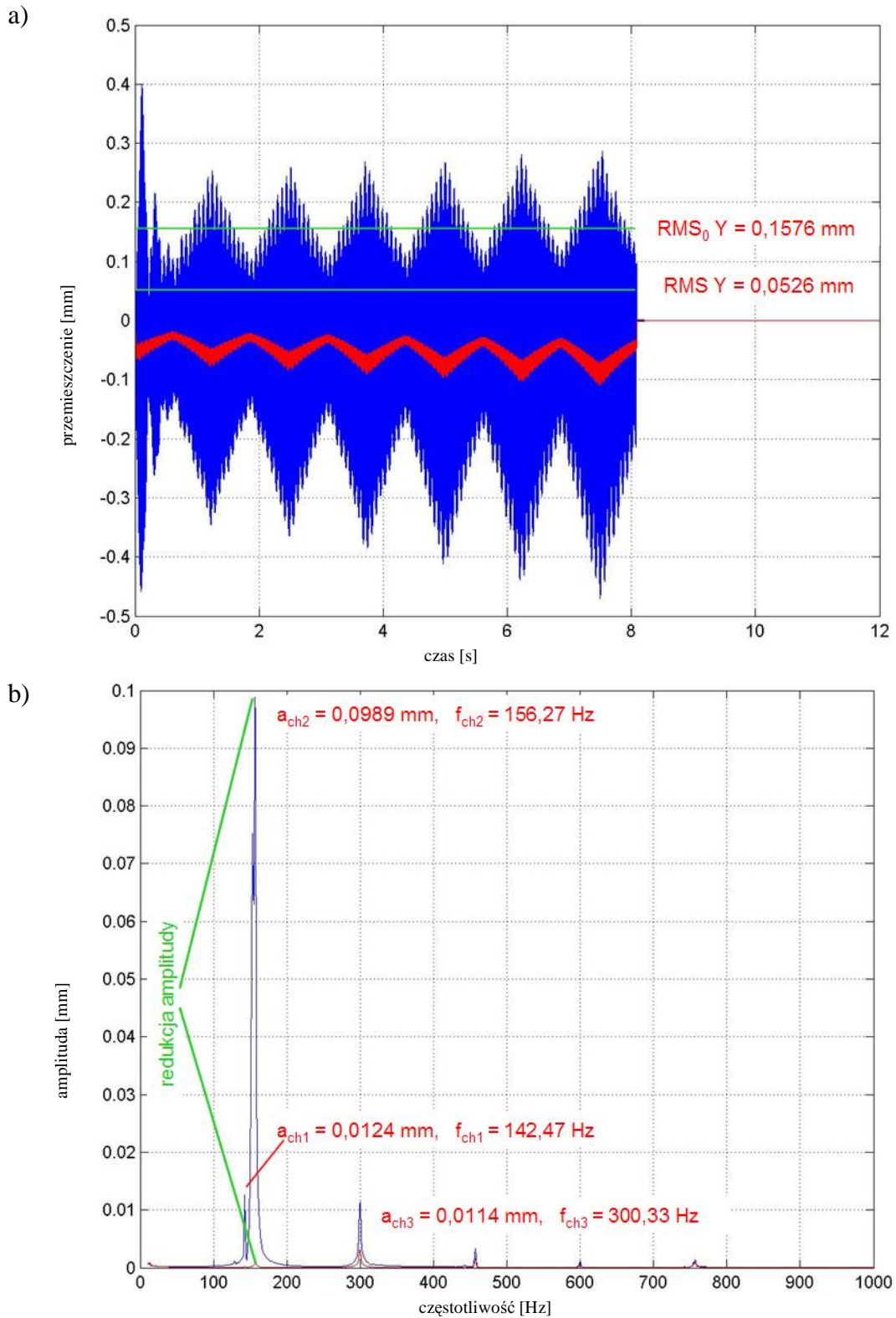


Rys. 34. Zestawienie zbiorcze wartości RMS przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, z nadzorowaniem, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia i głębokości skrawania; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ , dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300 \text{ daN/mm}^2$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$

**Przykład 3.** Symulacje komputerowe nadzorowania drgań podczas frezowania podatnej płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Obliczenia wykonano dla prędkości obrotowej  $n_0 = 18\,000$  obr/min oraz  $k_{dl} = 200$  daN/mm<sup>2</sup>,  $a_p = 0,2$  mm,  $\zeta = 0,005$ ,  $\kappa = 0^\circ$ ,  $f_{a1} = 152,52$  Hz. Ścieżka narzędzia - zygzak równoległy (rys. 23). Wybrane przebiegi czasowe oraz widma amplitudowe przemieszczeń przedmiotu w kierunku osi Y przedstawiono na rys. 35.

Frezowanie przy tak dobranych parametrach powoduje utratę stabilności procesu skrawania, co prowadzi do wystąpienia intensywnych drgań samowzbudnych typu *chatter*. Wartość  $RMS_0$  dla całego zakresu obróbki bez nadzorowania wyniosła 0,1576 mm. W widmie amplitudowym przemieszczeń wystąpiły rezonanse dla częstotliwości  $f_{ch1} = 142,41$  Hz,  $f_{ch2} = 156,27$  Hz,  $f_{ch3} = 300,33$  Hz, przy czym trzecia amplituda związana jest z wirującym z prędkością  $n_0 = 18\,000$  obr/min frezem. Wartości amplitud oznaczonych przemieszczeń wynoszą odpowiednio:  $a_{ch1} = 0,0124$  mm,  $a_{ch2} = 0,0989$  mm,  $a_{ch3} = 0,0114$  mm. Taki poziom drgań może doprowadzić do bardziej intensywnego niż podczas normalnej obróbki zużycia ostrza skrawającego oraz pogorszenia jakości obrabianej powierzchni.

W celu przeciwdziałania niepożądanym drganiom na podstawie znajomości modelu modalnego przedmiotu obrabianego wygenerowano w trybie *on-line* optymalny sygnał sterujący wg wzoru (97) p. 4.3. Z wyników przeprowadzonej symulacji można wnioskować, że dzięki zastosowaniu proponowanej procedury nadzorowania drgań osiągnięto wynik  $F_{RMS} = 0,34$ , co świadczy o jej skuteczności.



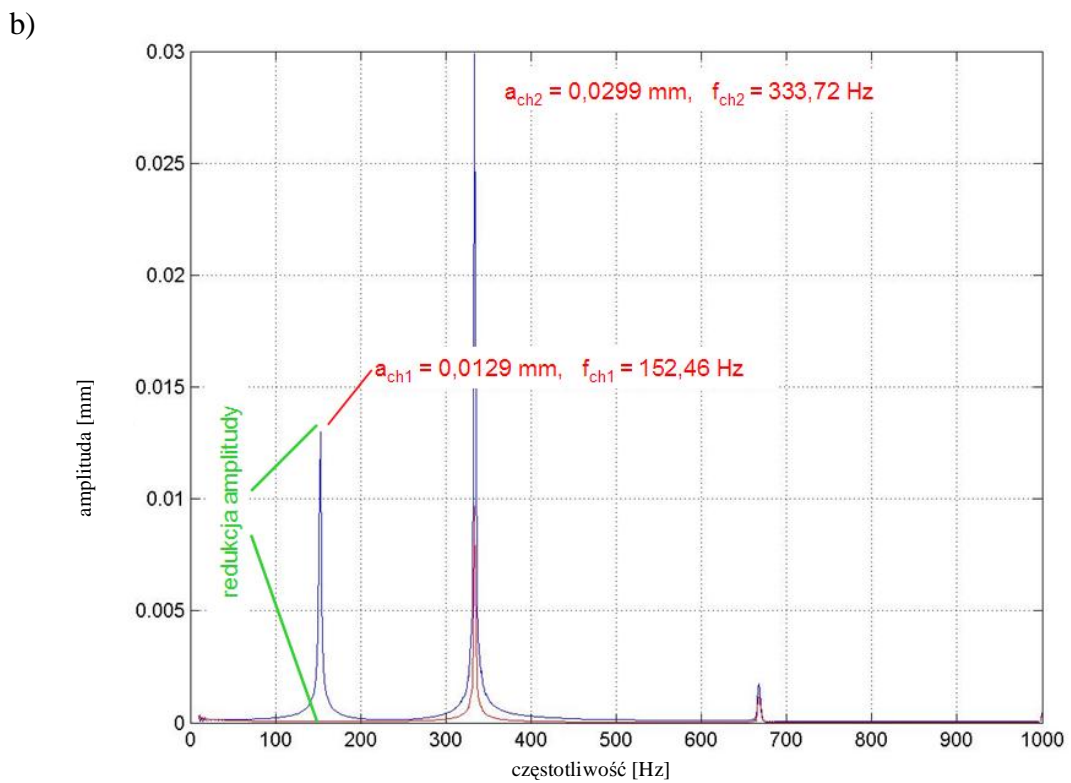
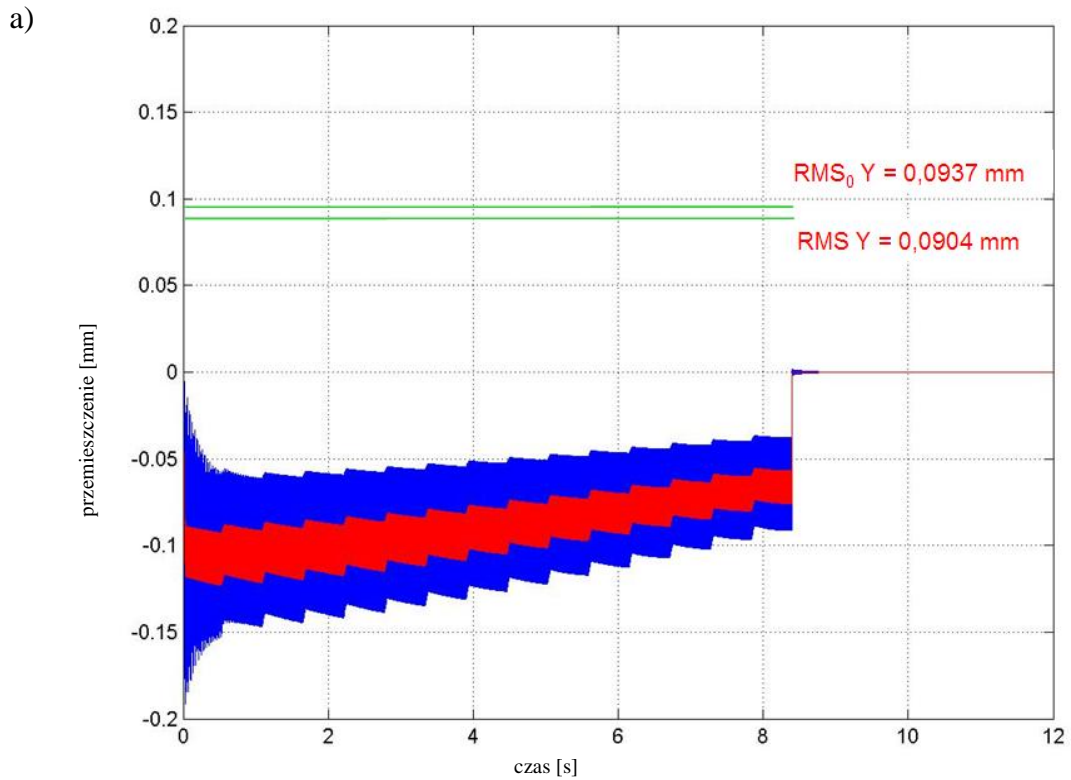
Rys. 35. Wyniki symulacji komputerowej nadzorowania drgań podczas frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032); (a) przebiegi czasowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.

**Przykład 4.** Symulacje komputerowe nadzorowania drgań podczas frezowania podatnej płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Obliczenia wykonano dla prędkości obrotowej  $n_0 = 20\,000$  obr/min oraz  $k_{dl} = 300$  daN/mm<sup>2</sup>,  $a_p = 0,1$  mm  $\zeta = 0,005$ ,  $\kappa = 0^\circ$ ,  $f_{a1} = 152,52$  Hz. Ścieżka narzędzia - zygzak prostopadły (rys.24). Wybrane przebiegi czasowe oraz widma amplitudowe przemieszczeń przedmiotu w kierunku osi Y przedstawione są na rys. 36.

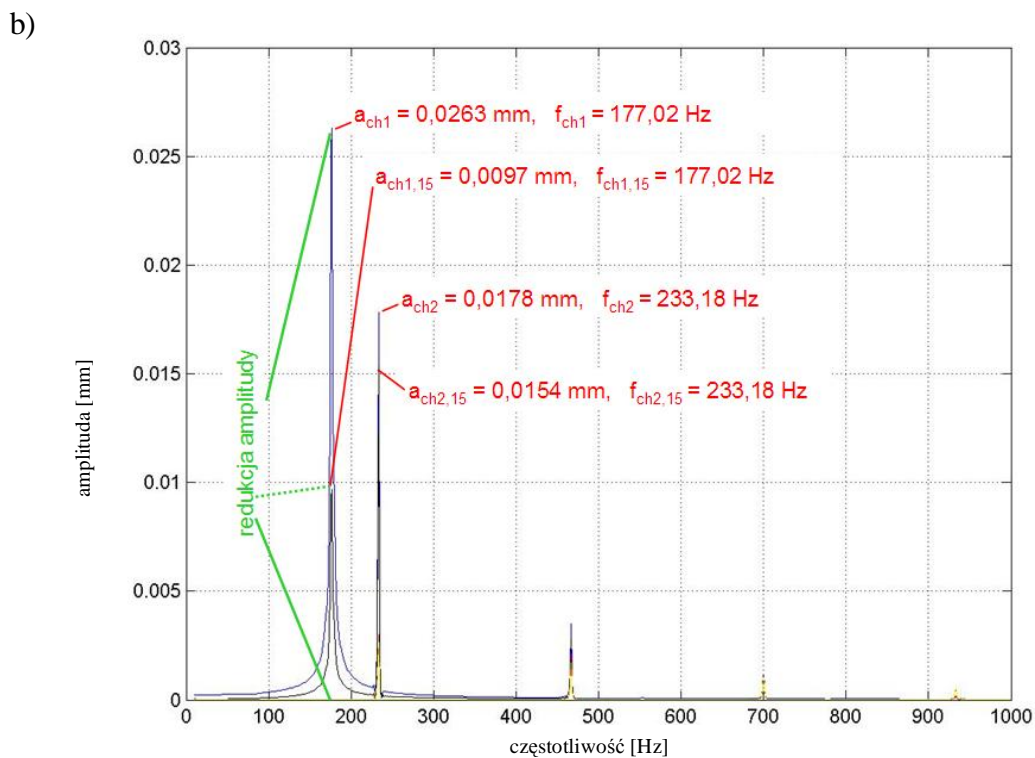
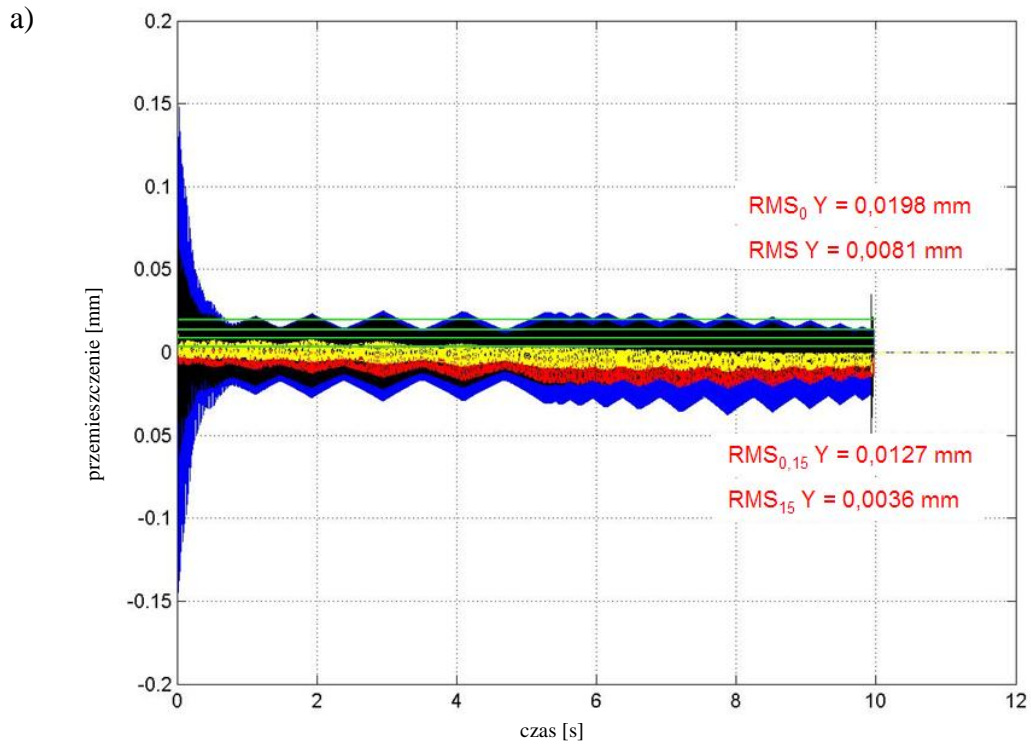
W tym przypadku obserwujemy wzrost amplitudy drgań związanych z wirującym narzędziem. Zastosowana procedura nadzorowania polegająca na oddziaływaniu na przedmiot obrabiany nie ma istotnego wpływu na tę częstotliwość drgań. Zauważyć jednak możemy redukcję amplitudy dla częstotliwości  $f_{ch1} = 152,51$  Hz, która odpowiada pierwszej częstotliwości drgań własnych przedmiotu obrabianego. Ta amplituda przemieszczeń o wartości  $a_{ch1} = 0,0129$  mm została zredukowana całkowicie. Dla danego przykładu wskaźnik wartości skutecznej wynosi  $F_{RMS} = 0,96$ . Na jego wysoką wartość wpływ ma głównie amplituda o częstotliwości  $f_{ch2} = 333,72$  Hz.

**Przykład 5.** Symulacje komputerowe nadzorowania drgań podczas frezowania podatnej płytki wykonanej ze stali C45 (45). Obliczenia wykonano dla prędkości obrotowej  $n_0 = 14000$  obr/min oraz  $k_{dl} = 200$  daN/mm<sup>2</sup>,  $a_p = 0,2$  mm,  $\zeta = 0,005$ ,  $\kappa = 0^\circ$ ,  $f_{a1} = 176,51$  Hz. Ścieżka narzędzia - zygzaki ukośne (rys. 25). Wybrane przebiegi czasowe oraz widma amplitudowe przemieszczeń przedmiotu w kierunku osi Y przedstawiono na rys. 37.





Rys. 36. Wyniki symulacji komputerowej nadzorowania drgań podczas frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032); (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



Rys. 37. Wyniki symulacji komputerowej nadzoru drgań podczas frezowania płytki wykonanej ze stali C45 (45); (a) przeszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przeszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;

----- $\kappa=0^\circ$ , ----- $\kappa=15^\circ$  brak nadzoru;  
 - - - -  $\kappa=0^\circ$ , - - - -  $\kappa=15^\circ$  z nadzorem.

Frezowanie pochyłonym frezem trzpieniowym o profilu kulistym stabilizuje obróbkę w porównaniu z przypadkiem gdy frez ustawiony jest prostopadle do powierzchni obrabianej. Obrobiona powierzchnia posiada mniejszą chropowatość w porównaniu z obróbką ścinem [13, 123]. Można zauważyć redukcję amplitudy przemieszczeń w rezonansie  $f_{ch1} = 177,02$  Hz, wynoszącej dla frezowania z narzędziem prostopadłym  $a_{ch1} = 0,0263$  mm, do  $a_{ch1,15} = 0,0097$  mm dla freza pochyłonego pod kątem  $\kappa = 15^\circ$ . W obu przypadkach efektywne jest nadzorowanie; wskaźnik wartości skutecznej wynosi odpowiednio  $F_{RMS} = 0,41$  dla kąta  $\kappa = 0^\circ$  oraz  $F_{RMS,15} = 0,28$  dla  $\kappa = 15^\circ$ . Należy jednak zauważyć, że frezowanie frezem pochyłonym nie jest jednak zawsze możliwe, zwłaszcza przy obróbce powierzchni zakrzywionych jak np. łopatki turbin na obrabiarkach starszego typu. Dlatego zasadna wydaje się w takich przypadkach redukcja niepożądanych drgań w inny sposób, np. drogą stosowania sterowania aktywnego poprzez wzbudnik przymocowany do przedmiotu obrabianego.

## **6. Badania doświadczalne**

Rozważania teoretyczne na temat nadzorowania drgań z wykorzystaniem aktywnego sterowania optymalnego przy energetycznym wskaźniku jakości oraz przeprowadzone symulacje komputerowe, które znalazły się w p. 4 i 5 niniejszej rozprawy stanowiły przesłankę do badań doświadczalnych zrealizowanych w zakładzie Hydromechanika Wiesław Szajda w Ostaszewie.

### **6.1. Cel badań**

Celem badań jest doświadczalne potwierdzenie skuteczności nadzorowania drgań podczas frezowania podatnych przedmiotów za pomocą aktywnego sterowania optymalnego w układzie hybrydowym przy energetycznym wskaźniku jakości. Przeprowadzone badania doświadczalne stanowią także ocenę trafności rezultatów realizowanych symulacji komputerowych, a co za tym idzie - weryfikację opracowanego algorytmu nadzorowania drgań.

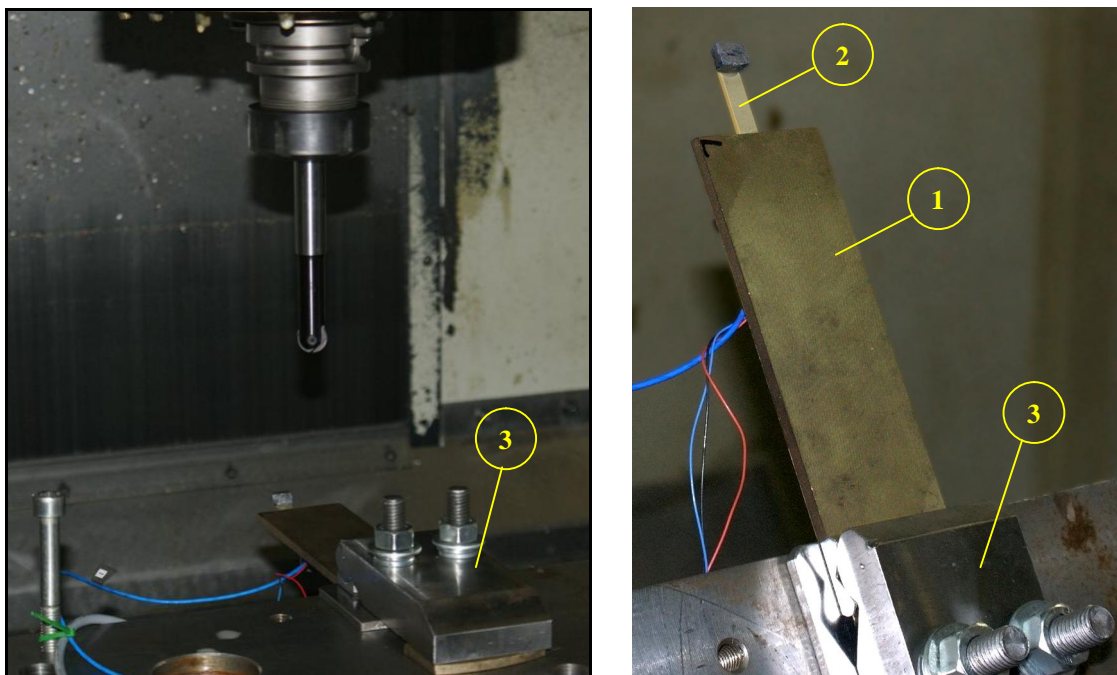
Zbudowano stanowisko badawcze, które wyposażono w piezoelektryczny czujnik przyspieszeń oraz wzbudnik drgań. W zintegrowanym układzie nadzorowania wykorzystano przenośny system komputerowy, który pełnił w nim jednocześnie rolę sterownika generującego optymalny sygnał sterujący. Na stanowisku badawczym przeprowadzono pomiar drgań przedmiotu obrabianego w kierunku prostopadłym do powierzchni obrabianej podczas frezowania rowka w próbce mocowanej w imadle na stole obrabiarki.

### **6.2. Stanowisko badawcze**

Przedmiotem obrabianym była płaska próbka o wymiarach części swobodnej 140×50×5 mm (rys. 17) wykonana z brązu CC331G (BA1032) i umocowana w specjalnym uchwycie na stole obrabiarki Quaser MV204IIU/15 (rys. 38) w sposób pokazany na rys. 39. Dane wykorzystywanego w trakcie badań centrum obróbkowego Quaser MV204IIU/15 przedstawiono w tab. 10.



Rys. 38. Frezarka Quaser MV204IU/15

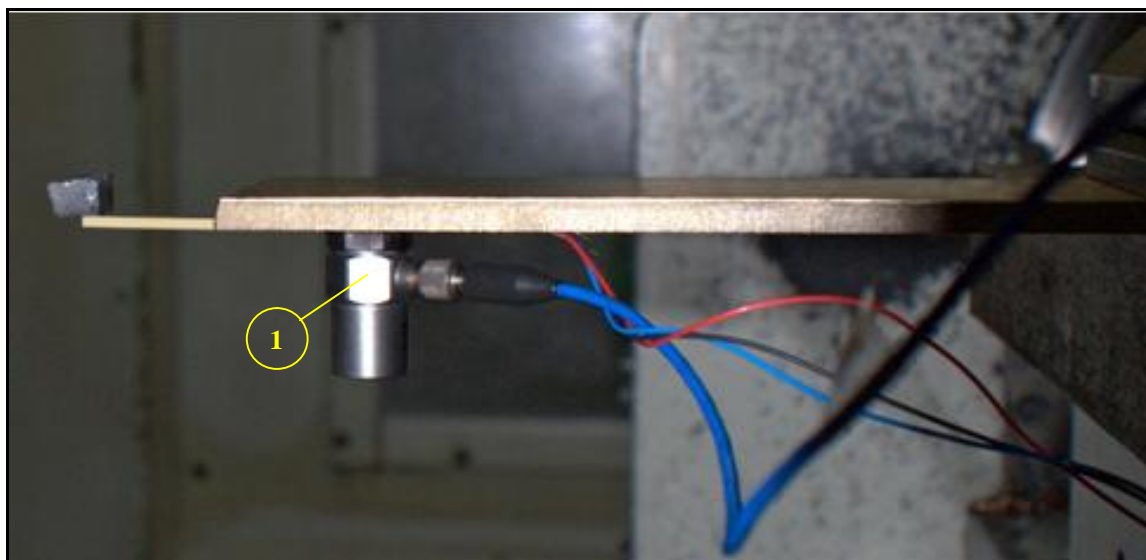


Rys. 39. Próbką płaską (1) wykonaną z brązu CC331G (BA1032) z wzbudnikiem piezoelektrycznym (2), umocowana w specjalnym uchwycie (3) na stole obrabiarki Quaser MV204IU/15

Wzbudnik przyklejony był na długości 5 mm do swobodnego końca próbki. Do wzbudnika przymocowano masę 4,4 g w celu możliwości generowania określonej wartości siły wymuszającej. Akcelerometr był zamocowany w odległości 15 mm od swobodnej krawędzi próbki (rys. 40).

<i>Tabela 10. Dane 5-osiowego centrum obróbkowego Quaser MV204IIU/15</i>	
Producent	Quaser (Tajwan)
Typ/Oznaczenie	MV204U/15 pionowe centrum obróbkowe CNC do wysokowydajnej obróbki w przestrzeni 3D
Przemieszczenia w poszczególnych osiach	X: 700 mm, Y: 590 mm, Z: 480 mm Wszystkie osie ze szklanymi linami pomiarowymi
Odległość wrzeciona od stołu	150 – 610 mm
Średnica stołu obrotowego	Ø 280 mm
Zakres obrotu wokół osi poziomej A	+/- 110°
Zakres obrotu wokół osi pionowej C	360°
Minimalny indeksowany kąt	0,001°
Moc napędu głównego	17,5 – 33 kW
Moment maksymalny	350 Nm
Maksymalna prędkość obrotowa wrzeciona	15 000 obr/min
Liczba narzędzi	48
Czas od opuszczenia miejsca obróbki, przejścia do pozycji zmiany narzędzia, zmiany narzędzia i powrotu do obróbki	6 sekund
Stożek wrzeciona	SK40 lub HSK 63
Układ sterowania	Heidenhain iTNC-530
Maksymalna masa przedmiotu obrabianego	265 kg
Maksymalne wymiary przedmiotu obrabianego	500 × 300 (wysokość) mm
Prędkość posuwu	32 m/min

Jako narzędzie skrawające wykorzystano frez kulisty FETTE EBG R.16.016AN160 o długości 160 mm (swobodna długość narzędzia 104 mm) i średnicy 16 mm z wymiennymi płytkami skrawającymi WPR-16 F LC 610T o dwóch ostrzach (rys. 41).



*Rys. 40. Próbką wraz z przymocowanym wzbudnikiem drgań i akcelerometrem (1)*



*Rys. 41. Końcówka freza FETTE R.16.016AN160*

Układ pomiarowy i sterujący, skonfigurowany i wykorzystywany dla potrzeb badań doświadczalnych, składa się z następujących elementów (rys. 42):

Tor pomiarowy:

- akcelerometry ICP PCB 353B01 o zakresie pomiarowym +/- 250 g;
- wzmacniacz pomiarowy EC Test Systems PA 16000D;
  - 8 kanałów;
  - filtry antyaliasingowe, dolnoprzepustowe 2 kHz;
  - filtry górnoprzepustowe 20 Hz (wyłączone);
  - wzmocnienia sygnałów  $\times 1$ ,  $\times 10$ ,  $\times 100$ ;
- panel połączeniowy;
  - panel umożliwiający połączenie kanałów wyjściowych wzmacniacza z kartą pomiarową.

Układ akwizycji danych i sterowania:

- komputer pomiarowy National Instruments PXI-8106 RT;
  - procesor dwurdzeniowy Intel Core 2 Duo 2.16 GHz, 512 MB pamięci RAM;
  - system operacyjny czasu rzeczywistego LabView RealTime;
  - karta przetworników A/C i C/A National Instruments PXI-6221;
  - 16 wejść analogowych, 16-bit, 250 kS/s;
  - 2 wyjścia analogowe, 16-bit, 833 kS/s.

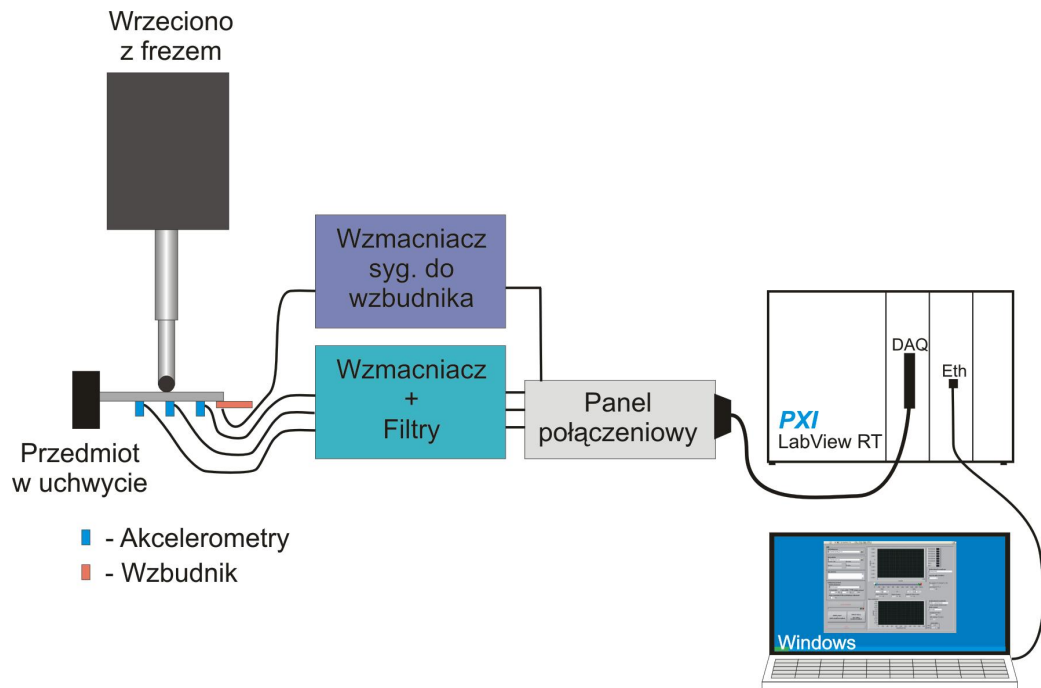
Tor sterujący:

- wzmacniacz EC Electronics PAHV2000 (rys. 43);
  - 2 kanały;
  - zakres napięć +/- 200 V;
  - wzmocnienie regulowane w zakresie  $\times 10$ .. $\times 100$ ;
  - filtr dolnoprzepustowy Butterwortha 50 kHz, 350 kHz lub wyłączony;
  - maksymalna moc wyjściowa 30 W;
- wzбудnik Noliac CMBP06 (szczegółowy opis zamieszczono w Dodatku, p. 9.1);



### Komputer przenośny:

- procesor dwurdzeniowy Intel Core 2 Duo 2.0 GHz, 2 GB pamięci RAM;
- system operacyjny Windows XP;
- środowisko LabView 2009.



Rys. 42. Schemat układu pomiarowego i sterującego



Rys. 43. Panel czołowy wzmacniacza PAHV2000

### 6.3. Identyfikacja modelu modalnego próbki podatnej wykonanej z brązu CC331G (BA1032)

#### 6.3.1. Identyfikacja metodą LSCE – testy impulsowe

Metoda identyfikacji modalnej LSCE (ang. *Least Squares Complex Exponential*) pozwala wyznaczyć częstotliwości i bezwymiarowe współczynniki tłumienia drgań przedmiotu na podstawie pomiarów drgań zarejestrowanych jednym lub większą ilością czujników [70].

Wykonano 7 testów modalnych pobudzając sygnałem impulsowym próbkę z zamocowanym wzbudnikiem drgań (wzbudnik podczas pobudzania sygnałem impulsowym nie był aktywny) i akcelerometrem (tab. 11)

*Tabela 11. Zestawienie wyników testów modalnych dla próbki ze wzbudnikiem*

Numer testu	Częstotliwość drgań własnych $f_{e1}$ [Hz]	Bezwymiarowy współczynnik tłumienia $\zeta_{e1}$	Uwagi
1_zw	130,28	0,001485	$t = 0,50 - 1,50$ s
2_zw	130,26	0,001561	$t = 0,50 - 1,50$ s (rys. 44 – 46)
3_zw	130,33	0,001204	$t = 0,50 - 1,50$ s
4_zw	130,21	0,001720	$t = 0,50 - 1,50$ s
5_zw	130,16	0,001816	$t = 0,50 - 1,50$ s
6_zw	130,18	0,001762	$t = 0,50 - 1,50$ s
7_zw	130,16	0,001811	$t = 0,50 - 1,50$ s

Dla porównania, wykonano 4 testy modalne pobudzając sygnałem impulsowym identyczną próbkę, ale w konfiguracji bez wzbudnika (tab. 12). Brak wzbudnika istotnie zmienia cechy drgającego przedmiotu podatnego, co pokazują różnice w wartościach zidentyfikowanych częstotliwości drgań własnych. Warto również zauważyć, że w niektórych przypadkach w początkowej fazie po pobudzeniu, bezwymiarowy współczynnik tłumienia jest ok. 30% większy, niż później, po dłuższym czasie od chwili pobudzenia. Widać to najwyraźniej w wynikach testu nr 3\_bw.

*Tabela 12. Zestawienie wyników testów modalnych dla próbki bez wzbudnika*

Numer testu	Częstotliwość drgań własnych $f_{e1}$ [Hz]	Bezwymiarowy współczynnik tłumienia $\zeta_{e1}$	Uwagi
1_bw	143,23	0,001530	$t = 0,50 - 1,50$ s
2_bw	143,41	0,001143	$t = 0,50 - 1,50$ s
3_bw	143,43 / 143,30	0,00137/0,00108	$t = 0,5 - 1,0$ s / $1,0 - 2,0$ s (rys. 47 – 49)
4_bw	143,39	0,001153	$t = 0,50 - 1,50$ s

Po uśrednieniu wartości parametrów modalnych uzyskanych na podstawie pomiaru odpowiedzi impulsowych otrzymano, dla próbki ze wzbudnikiem:

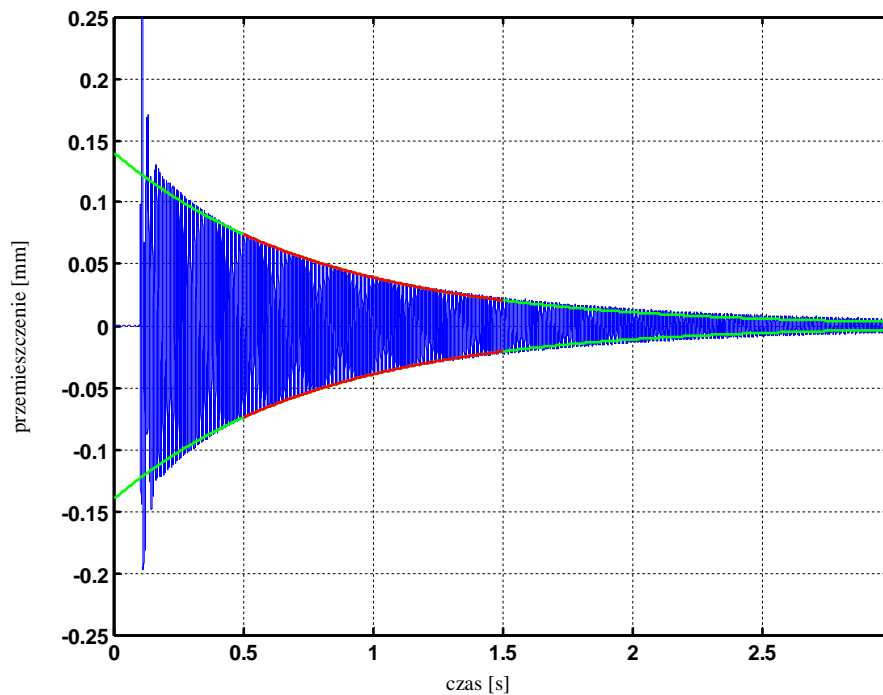
- $f_{e1} = 130,23$  Hz - pierwsza częstotliwość drgań własnych,
- $\zeta_{e1} = 0,001623$  - bezwymiarowy współczynnik tłumienia,

a dla próbki bez wzbudnika:

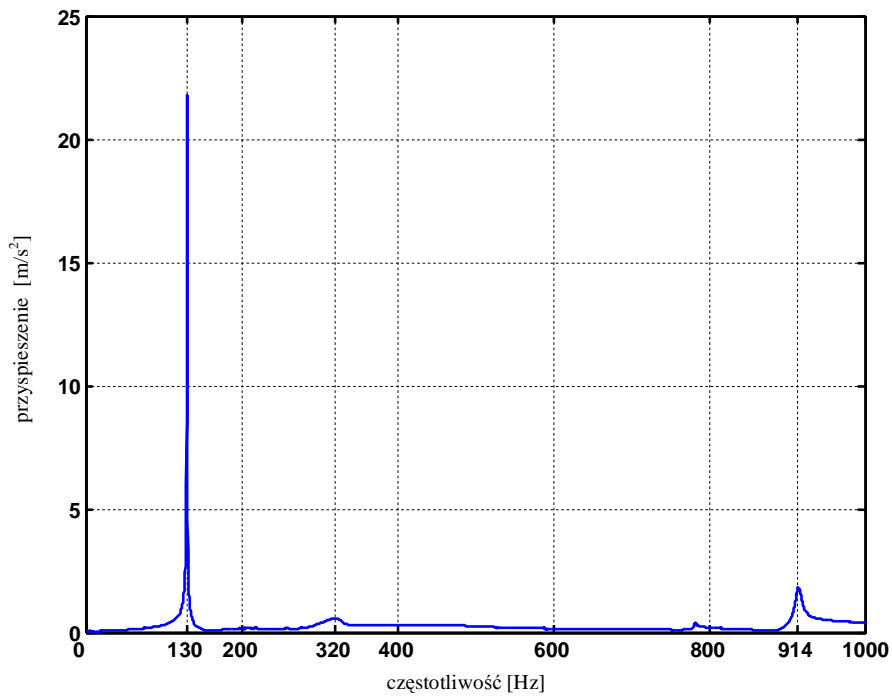
- $f_{e1} = 143,34$  Hz - pierwsza częstotliwość drgań własnych,
- $\zeta_{e1} = 0,001255$  - bezwymiarowy współczynnik tłumienia.

Wyniki badań przy pobudzeniu impulsowym próbki podatnej przedstawiono za pomocą:

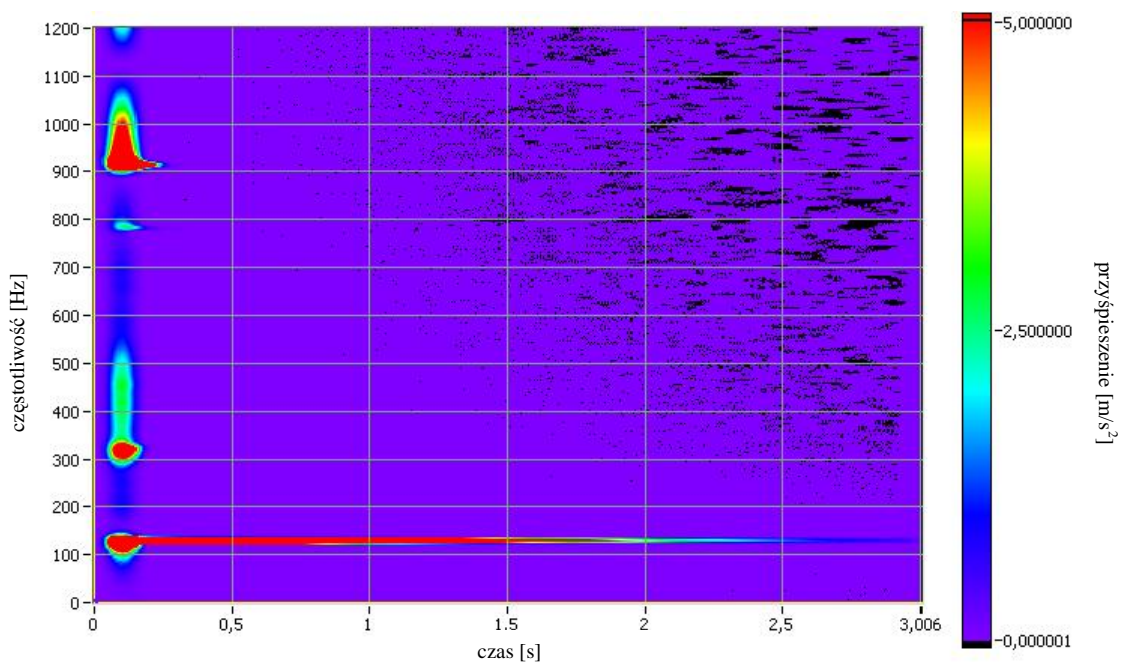
- zarejestrowanych z wykorzystaniem aparatury pomiarowej (p. 6.2) przebiegów przemieszczeń drgań w dziedzinie czasu,
- charakterystyk częstotliwościowych (widma amplitudowe przyspieszeń drgań),
- spektrogramów przyspieszeń drgań, ilustrujących zmiany widma amplitudowego w czasie trwania procesu.



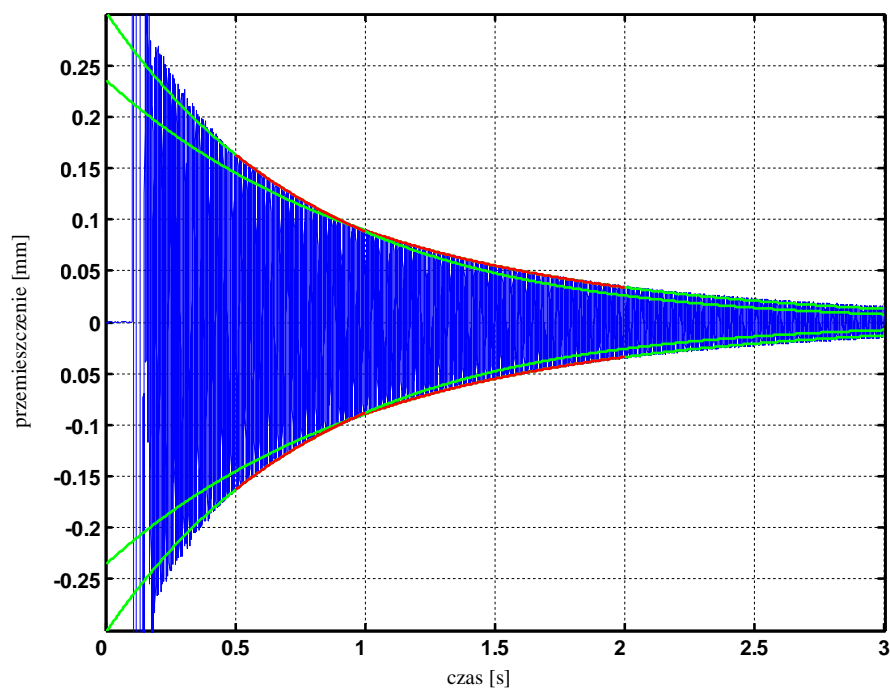
Rys. 44. Test 2\_zw. Przebieg czasowy przemieszczeń drgań przedmiotu w kierunku osi Y, test modalny, wyniki identyfikacji metodą LSCE, próbka ze wzbudnikiem, --- obwódnie drgań, --- zakres obwiedni w przedziale czasu wybranym do analizy widmowej



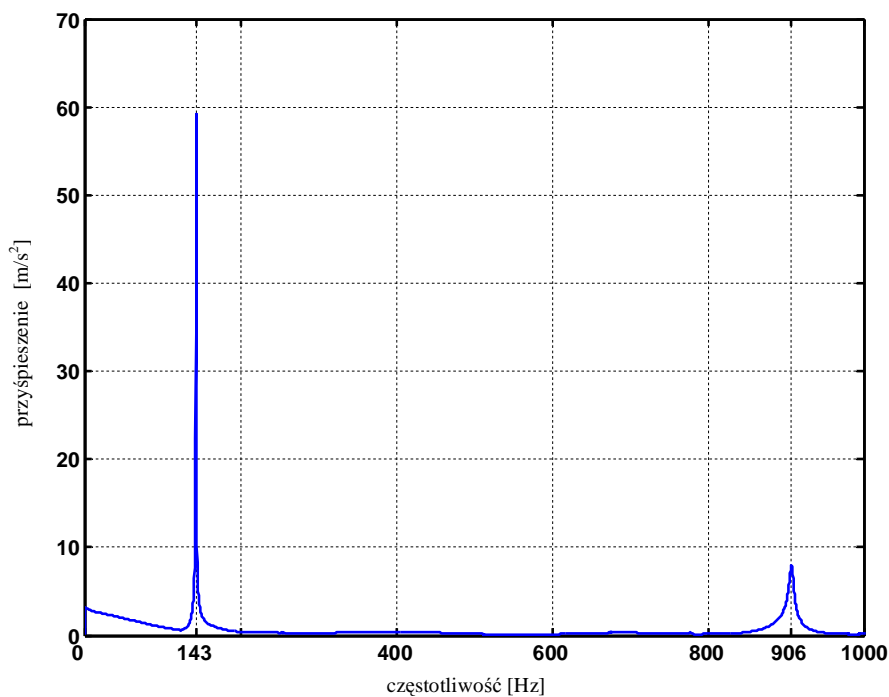
Rys. 45. Test 2\_zw. Widmo amplitudowe przyspieszeń drgań przedmiotu w kierunku osi Y, test modalny, próbka ze wzbudnikiem



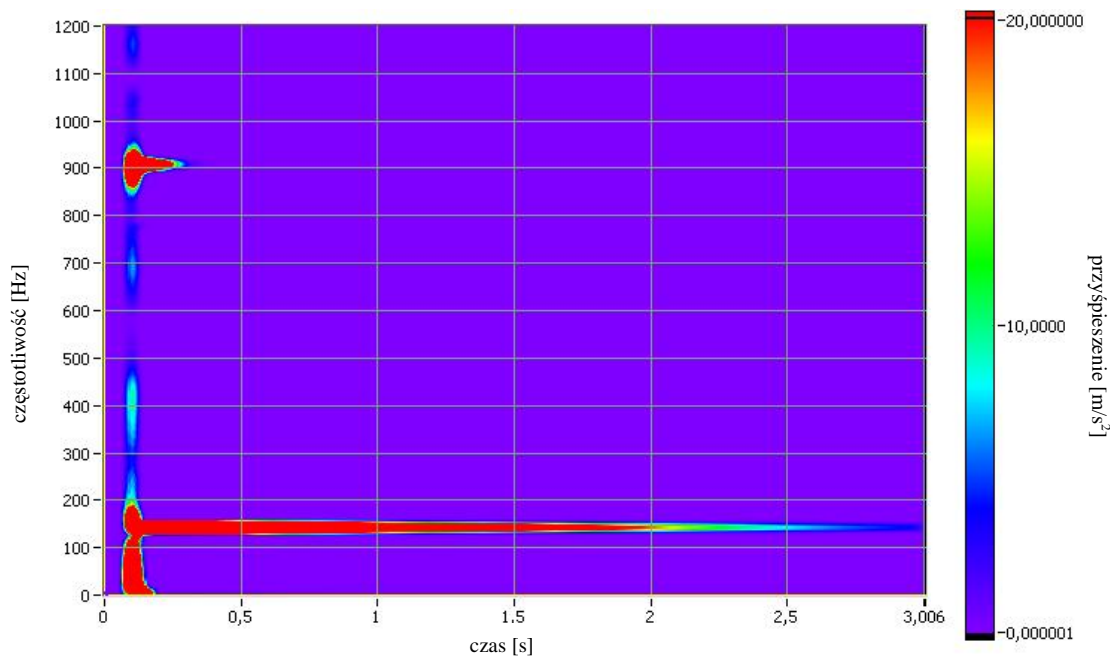
Rys. 46. Test 2\_zw. Spektrogram przyspieszeń drgań przedmiotu w kierunku osi Y, test modalny, próbka ze wzbudnikiem



Rys. 47. Test 3\_bw. Przebieg czasowy przemieszczeń drgań przedmiotu w kierunku osi Y, test modalny, wyniki identyfikacji metodą LSCE, próbka bez wzbudnika, --- obwiednie drgań, --- zakres obwiedni w przedziale czasu wybranym do analizy widmowej



Rys. 48. Test 3\_bw. Widmo amplitudowe przyspieszeń drgań przedmiotu w kierunku osi Y, test modalny, próbka bez wzbudnika



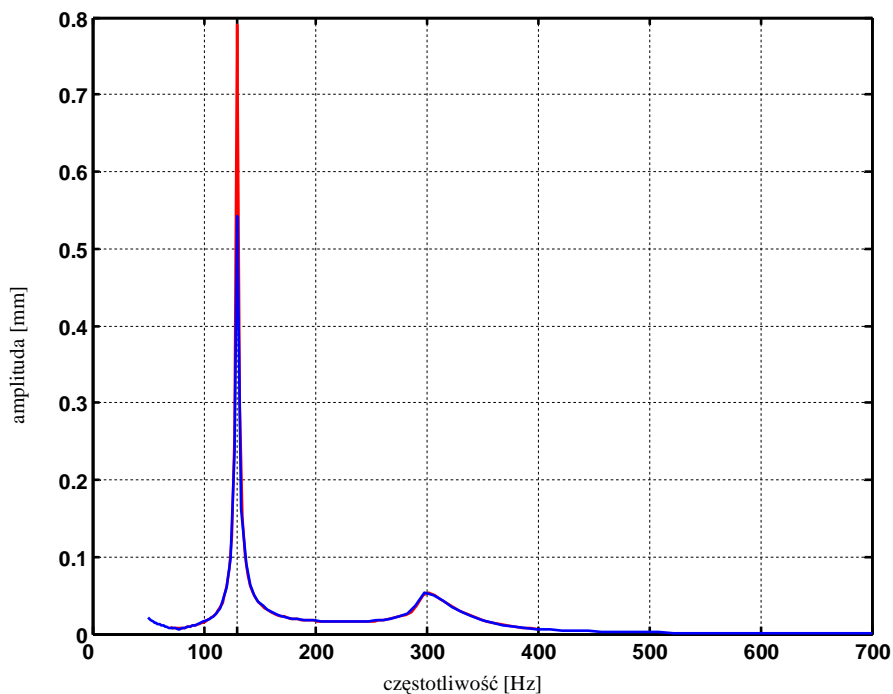
Rys. 49. Test 3\_bw. Spektrogram przyspieszeń drgań przedmiotu w kierunku osi Y, test modalny, próbka bez wzbudnika

Należy zauważyć, że wartość pierwszej eksperymentalnej częstotliwości drgań własnych próbki bez przymocowanego wzbudnika  $f_{e1} = 143,34$  Hz jest bliska częstotliwości uzyskanej z obliczeń  $f_{a1} = 143,04$  Hz (tab. 7). Dowodzi to zgodności analizowanego modelu obliczeniowego przedmiotu obrabianego z rzeczywistą próbką podatną użytą w eksperymencie. Na rys. 45 i 48 możemy zaobserwować także niewielkie maksima rezonansowe dla częstotliwości  $f_{e2} = 914$  Hz oraz  $f_{e2} = 906$  Hz. Są one związane z drugą postacią drgań własnych. Ponieważ druga postać drgań jest postacią skrętną (tab. 7), jej identyfikacja na drodze eksperymentu za pomocą jednego czujnika przymocowanego w środku próbki może być błędna. Stąd też wynika rozbieżność w stosunku do wartości częstotliwości z obliczeń  $f_{a2} = 879,82$  Hz.

### 6.3.2. Identyfikacja metodą *swept-sine*

Innym sposobem identyfikacji parametrów modelu modalnego przedmiotu podatnego jest pobudzenie sygnałem w funkcji monotonicznie zmiennej częstotliwości wymuszenia. Sygnał pobudzający jest generowany z zainstalowanego na przedmiocie wzbudnika piezoelektrycznego. Metoda ta nosi nazwę *swept-sine* (patrz p. 9.5). Podczas dwóch prób identyfikacji modelu modalnego metodą *swept-sine*

wykorzystano zakresy częstotliwości 50 – 700 Hz oraz 70 – 400 Hz. W każdym teście przyjęto po 100 kroków częstotliwości. Pierwszy rezonans zidentyfikowano dla częstotliwości 130 Hz, drugie maksimum, najprawdopodobniej związane z częstotliwością rezonansową wzbudnika oraz dodatkową masą, zaobserwowano dla częstotliwości 300 Hz. Podczas testu, z wyjścia karty pomiarowej podawany był sygnał 0 – 2 V, który po 100-krotnym wzmacnieniu na wzmacniaczu (otrzymując zakres (0 – 200 V) był podawany na wzbudnik. Wartością mierzoną były przyspieszenia transformowane następnie do przemieszczeń, których widma amplitudowe pokazane są na rys. 50.



Rys. 50. Charakterystyka amplitudowa przemieszczeń drgań uzyskanych metodą *swept-sine*,

--- test 1, --- test 2

Wynik identyfikacji częstotliwości drgań własnych płytki 130 Hz metodą *swept-sine* potwierdza wartość uzyskaną podczas badań przy wymuszeniu impulsowym (p. 6.3.1). Badania metodą *swept-sine* nie dają jednak możliwości identyfikacji bezwymiarowego współczynnika tłumienia. Stąd w głównej mierze wykorzystuje się je jako badania pomocnicze, w celu potwierdzenia słuszności rezultatów badań impulsowych w zakresie identyfikacji częstotliwości drgań własnych.

## 6.4. Redukcja drgań próbki podatnej wykonanej z brązu CC331G (BA1032)

### 6.4.1. Analiza redukcji drgań przy wymuszeniu impulsowym

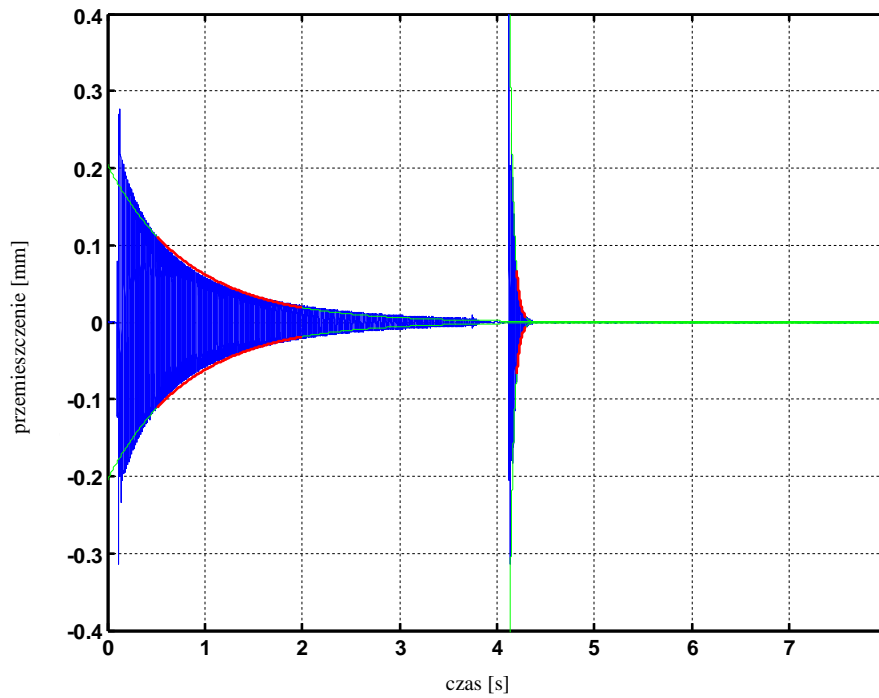
W czasie testu próbkę zamocowaną na stole obrabiarki pobudzano impulsowo dwa razy, przy czym przy drugim pobudzeniu włączony był wzбудnik drgań. Algorytm sterujący procesem nadzorowania pobierał sygnał przyspieszeń z akcelerometru i generował odpowiedni sygnał podawany na wzбудnik.

W układzie aktywnego sterowania optymalnego zastosowano filtry o skończonej odpowiedzi impulsowej FIR (*ang. Finite Impulse Response*), których pracę charakteryzują dwa istotne parametry, tj. współczynnik wzmocnienia  $k$  oraz rząd filtru dostrojony do określonej częstotliwości (maksimum lokalne w widmie amplitudowym). Do badań skuteczności redukcji drgań przy wymuszeniu impulsowym zastosowano filtr 23-go rzędu, dopasowany do częstotliwości drgań 110 Hz oraz współczynnik wzmocnienia  $k=0,015$ .

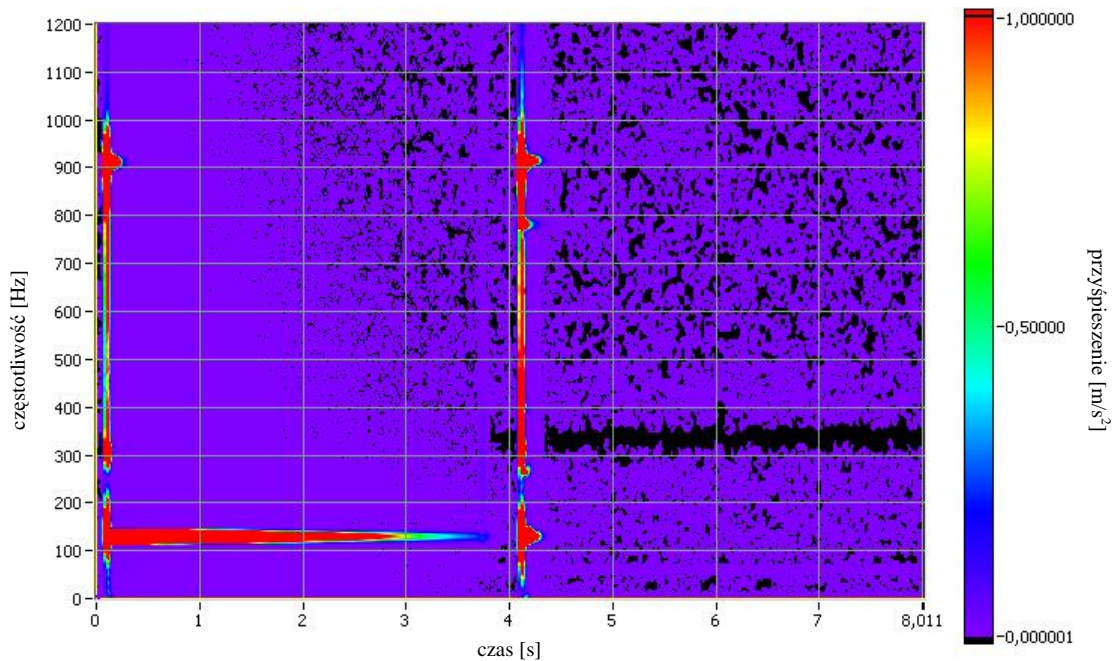
Wykonano 3 próby nadzorowania drgań przedmiotu podatnego przy wymuszeniu impulsowym. Wyniki testu 1 przedstawiono na rys. 51 – 52. Zauważa się ok. 20-krotny wzrost wartości bezwymiarowego współczynnika tłumienia, tzn.:

- dla uderzenia 1, z wyłączonym wzбудnikiem,  $\zeta_{bw} = 0,00145$ ;
- dla uderzenia 2, z włączonym wzбудnikiem,  $\zeta_{zw} = 0,03$ .





Rys. 51. Test 1. Porównanie przemieszczeń drgań dla dwóch uderzeń z wyłączonym i z włączonym wzбудnikiem, --- obwiednie drgań, --- zakres obwiedni w przedziale czasu wybranym do analizy widmowej



Rys. 52. Test 1\_du. Spektrogram przyspieszeń drgań dla dwóch uderzeń z wyłączonym i z włączonym wzбудnikiem

Analiza pozostałych wyników uzyskanych podczas badań (tab. 13) pokazała, że po zastosowaniu aktywnego tłumienia drgań, jest możliwe uzyskanie ponad 20-krotnego wzrostu bezwymiarowego współczynnika tłumienia. To ostatnie świadczy o skuteczności aktywnego sterowania optymalnego w stanie nieustalonym, po pobudzeniu impulsowym przedmiotu podatnego. Czas tłumienia drgań nieustalonych uległ wydatnemu skróceniu.

*Tabela 13. Zestawienie wyników dla przeprowadzonych prób z dwoma uderzeniami*

Numer testu	Wzbudnik włączony	Częstotliwość drgań własnych $f$ [Hz]	RMS [mm]		Amplituda przyspieszeń $a_{max}$		Bezwymiarowy współczynnik tłumienia $\zeta$	
				Redukcja		Redukcja		Wzrost
1	Nie	130,1	37,561	1,721	27,399	7,357	0,00145	20,69
	Tak	131,4	21,828		3,724		0,03	
2	Nie	130,2	38,899	1,261	29,180	5,032	0,00167	20,86
	Tak	132,1	30,850		5,799		0,03584	
3	Nie	130,2	29,568	1,417	22,924	6,087	0,00141	24,79
	Tak	130,2	20,869		3,766		0,035	

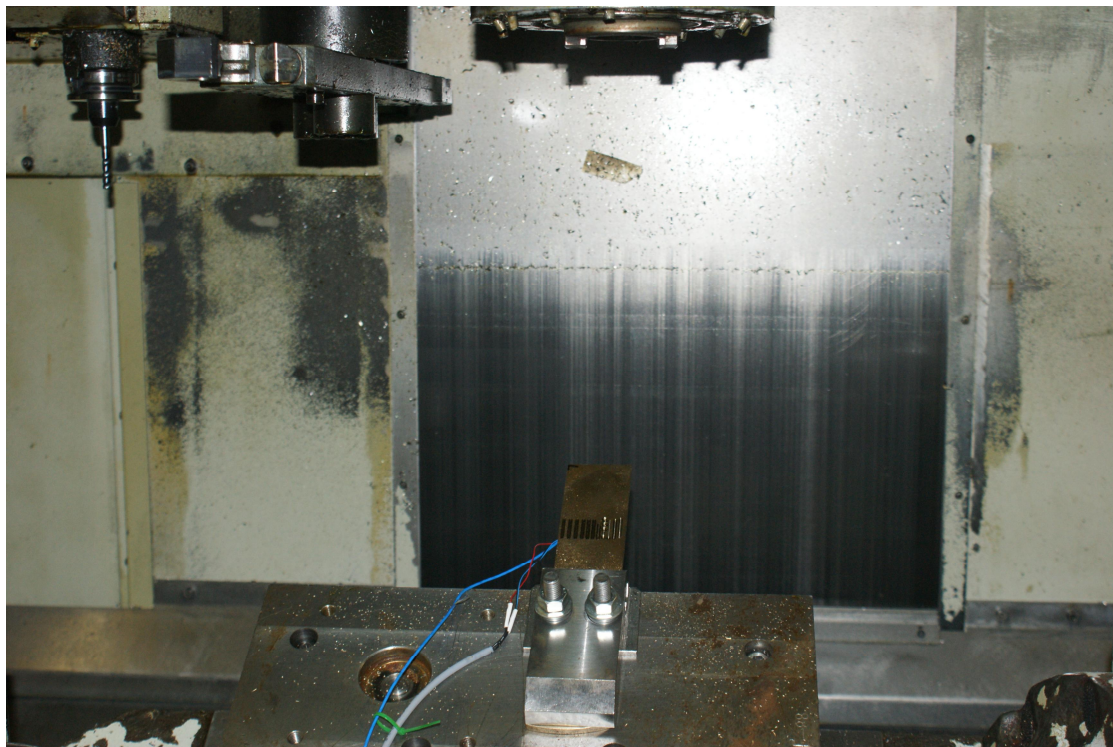
#### 6.4.2. Analiza redukcji drgań przy wymuszeniu procesem skrawania

Podczas prób nadzorowania drgań podatnego przedmiotu obrabianego przy wymuszeniu procesem skrawania wykonano 6 testów dla różnych parametrów algorytmu sterowania (tab. 14).

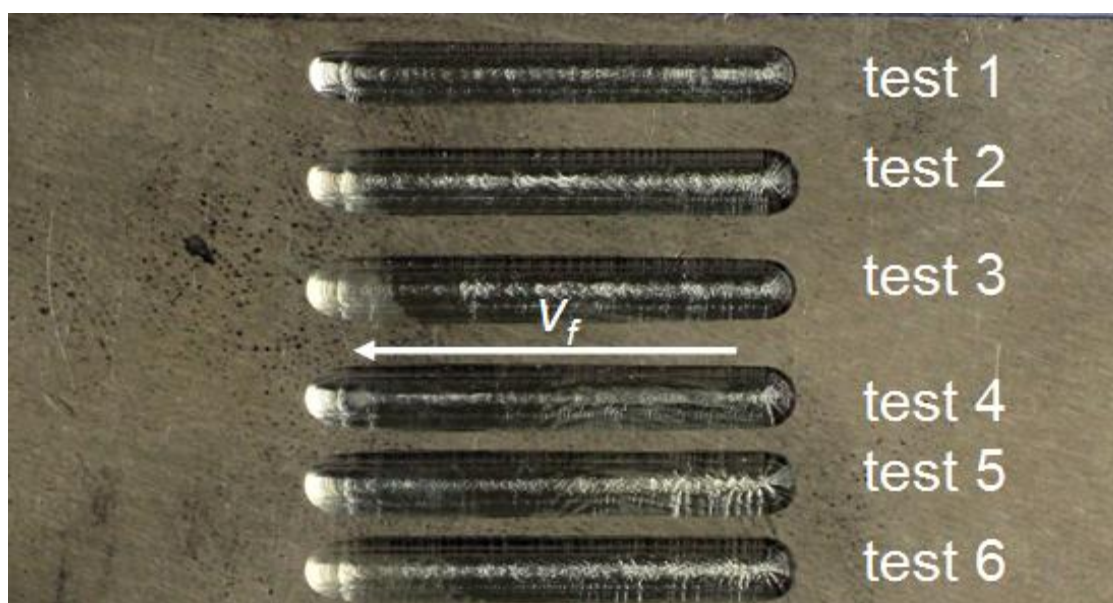
*Tabela 14. Zestawienie wyników przeprowadzonych prób redukcji drgań przy wymuszeniu procesem skrawania*

Numer testu	Współczynnik wzmocnienia filtra $k$	Rząd filtra	Częstotliwość dostrojenia filtra		RMS	Napięcie dopuszczalne sygnału sterującego
			[Hz]	Uwagi		
1	-	-	-		0,0354	-
2	0,15	23	110	Ustawienie wstępne	0,0535	0 – 2
3	0,1	23	110		0,0375	0 – 2
4	0,1	13	190	Bliska częstotliwości cyklu granicznego	0,0357	0,4 – 1,6
5	0,14	13	190		0,0271	0,2 – 1,8
6	0,12	17	150	Częstotliwość obrotów freza	0,0395	0 – 2

Każdy test polegał na skrawaniu rowka o długości 20 mm w środkowej części próbki (rys. 53 i 54). Kąt pochylenia osi freza wynosił we wszystkich próbach  $\kappa=15^\circ$ . Testy ponumerowano odpowiednio w kolejności ich wykonywania od 1 do 6.



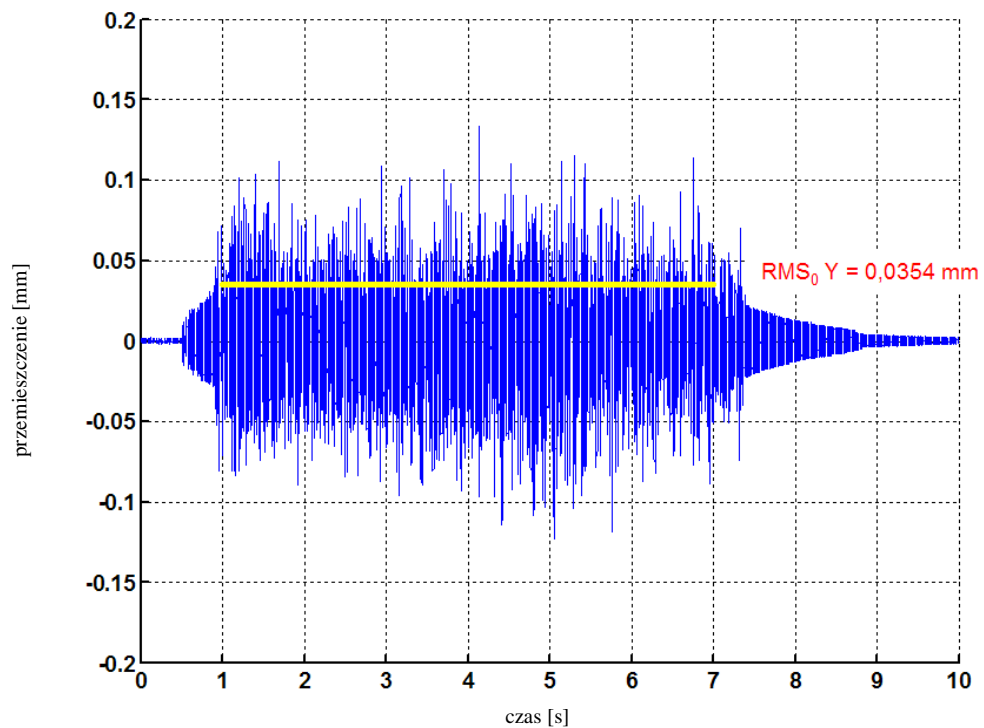
Rys. 53. Widok umocowanej na stole obrabiarki próbki podatnej z wyfrezowanymi rowkami



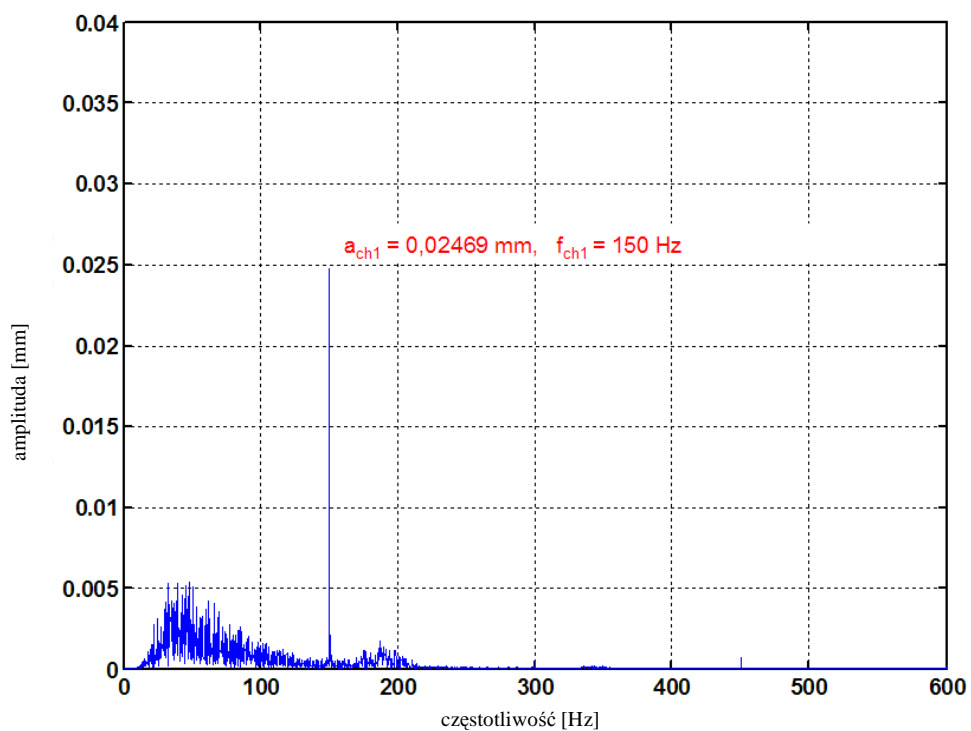
Rys. 54. Widok próbki podatnej z poszczególnymi przejściami narzędzia (testy 1 - 6)

**Test 1.** Próba skrawania przy wyłączonym wzbudniku drgań. Prędkość obrotowa wrzeciona  $n_0=9000$  obr/min, głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm, prędkość posuwu  $v_f=180$  mm/min. Przebieg w dziedzinie czasu przemieszczeń drgań próbki (w miejscu zamocowania akcelerometru), widmo amplitudowe przemieszczeń oraz spektrogram pomierzonych przyspieszeń pokazano na rys. 55-57.

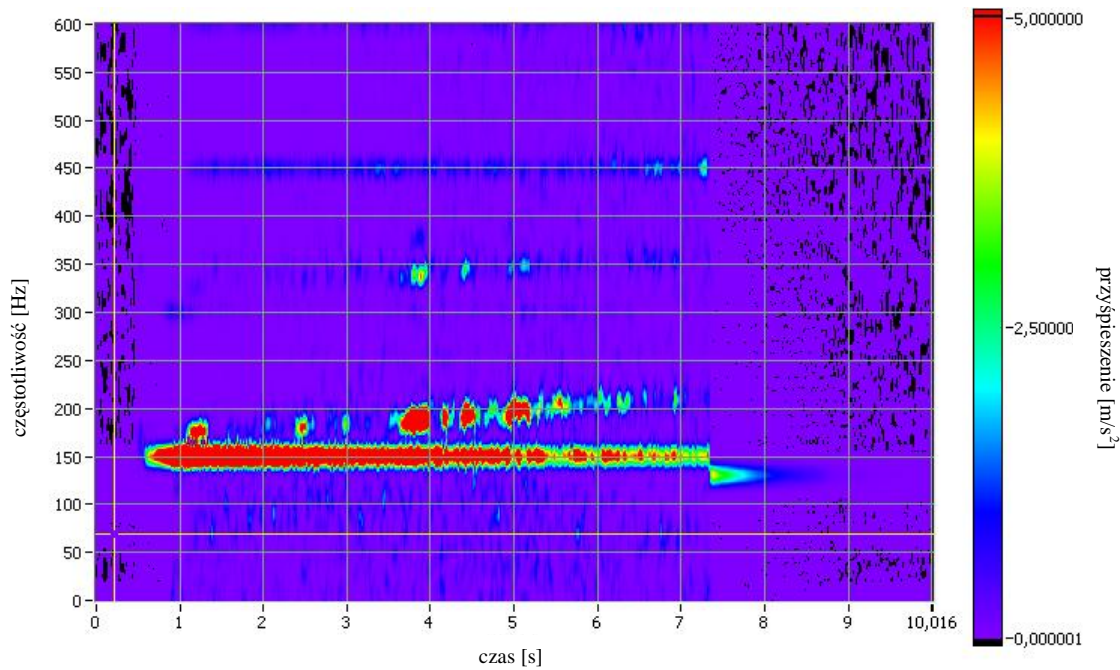
Poziom drgań (rys. 55) przekracza wartość 0,1 mm (równą nominalnej głębokości skrawania) w trakcie całego procesu, a po jego zakończeniu – charakteryzuje się długim (ok. 2 s.) czasem tłumienia. To ostatnie jest szczególnie niekorzystne w przypadku dużej koncentracji operacji obróbkowych (cecha nowoczesnych maszyn technologicznych). Wówczas narzędzie skrawające rozpoczyna kolejne przejście, kiedy nie zostały jeszcze wytłumione drgania z przejścia poprzedniego. Widoczne w widmie amplitudowym (rys. 56) maksimum dla częstotliwości 150 Hz jest związane z wymuszeniem harmonicznym od wirującego narzędzia ( $n_0=9000$  obr/min). Maksimum to położone jest blisko częstotliwości drgań własnych płytki 130,23 Hz. Na spektrogramie (rys. 57) można zauważyć drgania o częstotliwości około 170 Hz, która wraz z przemieszczaniem się freza, z uwagi na miejscowe usztywnienie przedmiotu obrabianego, ”przesuwa się” do częstotliwości około 220 Hz. W widmie amplitudowym całego przebiegu drgania te są widoczne jako „rozmyte” maksimum o niewielkiej amplitudzie w otoczeniu 200 Hz. Na spektrogramie zauważa się także słabe drgania o częstotliwości harmonicznej ok. 450 Hz. Natomiast zauważalne w widmie amplitudowym przemieszczeń amplitudy drgań w zakresie poniżej 100 Hz są rezultatem algorytmu podwójnego całkowania sygnału przyspieszeń i związanego z tym wielokrotnego filtrowania sygnału pomiarowego. Amplitud tych nie należy brać pod uwagę; brak ich występowania potwierdza zresztą spektrogram przyspieszeń (rys. 57).



Rys. 55. Test 1. Przebieg czasowy przemieszczeń drgań przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y

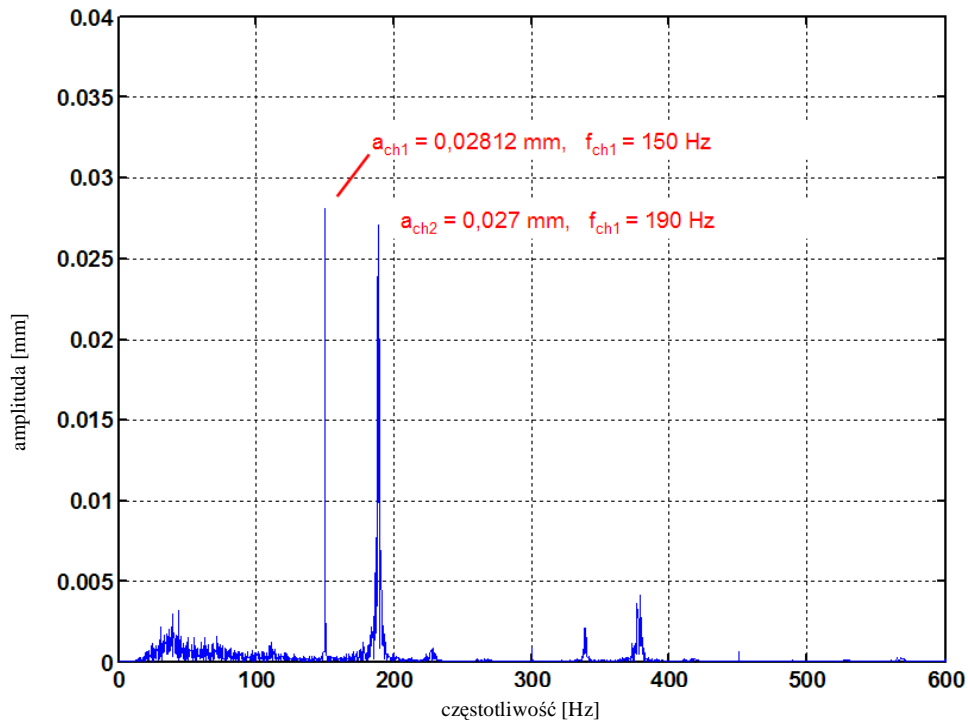


Rys. 56. Test 1. Widmo amplitudowe przemieszczeń drgań przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y



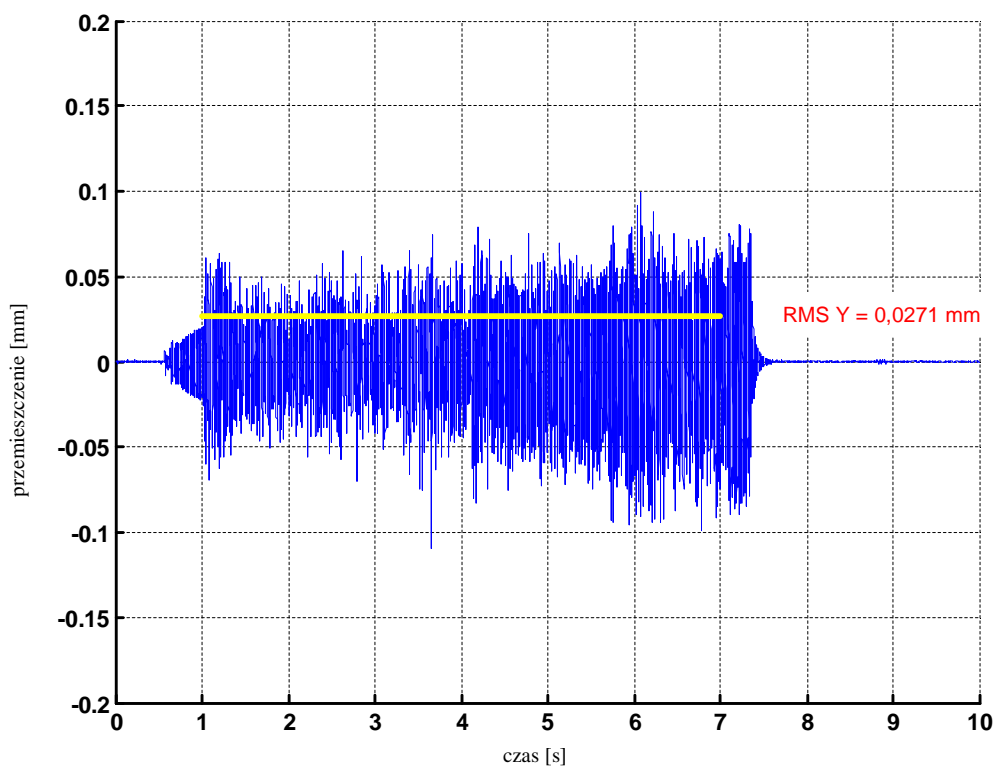
Rys. 57. Test 1. Spektrogram przyspieszeń drgań przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y

**Testy 2 – 6.** Próby skrawania z włączonym wzbudnikiem. Prędkość obrotowa wrzeczona  $n_0=9\,000$  obr/min, głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm, prędkość posuwu  $v_f=180$  mm/min. W kolejnych testach podjęto próbę nadzorowania drgań za pomocą aktywnego sterowanie optymalnego (tab. 14). Podczas prób doboru parametrów algorytmu sterowania zauważono, że wygenerowany sygnał sterujący podawany na wzmacniacz wzbudnika ma tendencję do przekraczania dopuszczalnego zakresu wartości, co skutkuje wystąpieniem cyklu granicznego, a co za tym idzie – dodatkowych maksimum w widmie amplitudowym. Przykładowo, w widmie amplitudowym przemieszczeń uzyskanym podczas testu 2 (rys. 58) zaobserwowano maksimum o częstotliwości 190 Hz, które jest wynikiem „obciążenia” sygnału sterującego do zakresu dopuszczalnego, tym przypadku 0 – 2 V. Analogiczne zjawisko, chociaż intensywne w różnym stopniu, wystąpiło również podczas realizacji pozostałych testów z udziałem włączonego wzbudnika. Stąd skuteczność nadzorowania za pomocą sterowania aktywnego jest w dużej mierze uwarunkowana doбором parametrów algorytmu sterowania.

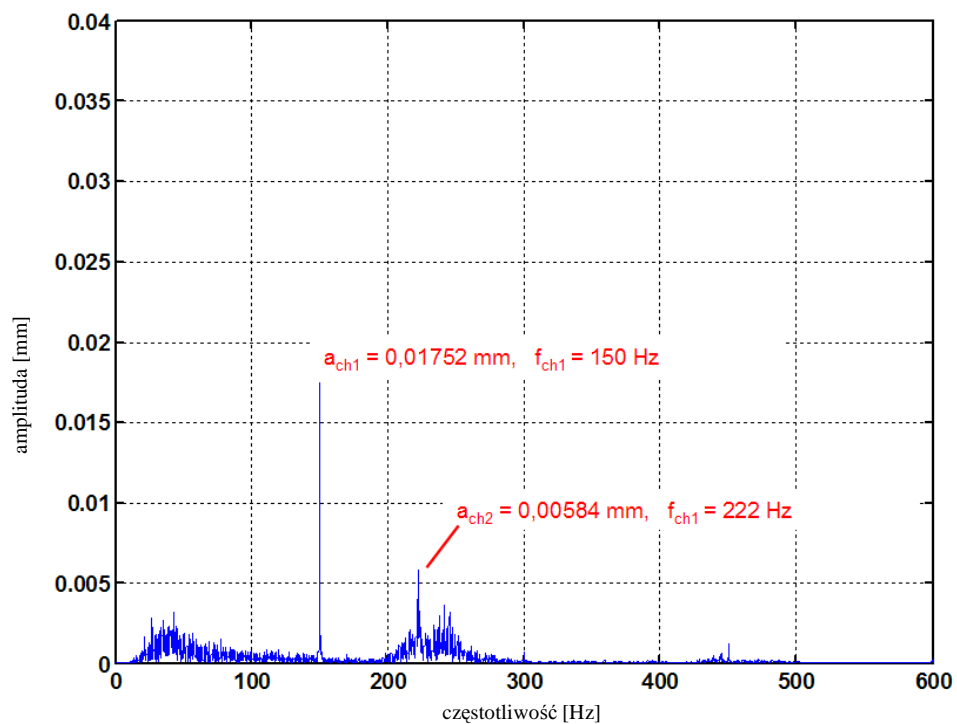


Rys. 58. Test 2. Widmo amplitudowe przemieszczeń drgań. Dodatkowe maksimum o częstotliwości 190 Hz powstało w wyniku przekroczenia przez sygnał sterujący zakresu dopuszczalnych wartości 0 – 2 V

W teście 5 ustawiono dopuszczalny zakres napięcia sygnału sterującego podawanego na wzmacniacz wzbudnika w granicach 0,2 – 1,8 V. Zakres ten pozwalał na skuteczną redukcję amplitudy drgań o częstotliwości rezonansowej 150 Hz oraz generował niewielkie maksimum amplitudy o częstotliwości około 220 Hz, wynikające z przekraczania dopuszczalnych wartości napięcia. Maksimum to w postaci zaburzeń widoczne jest w widmie amplitudowym (rys. 60) oraz w spektrogramie przyspieszeń (rys. 61). Przebieg czasowy przemieszczeń (rys. 59) dostarcza informacji o znacznym obniżeniu wartości skutecznej drgań nadzorowanych w przeprowadzonym teście ( $RMS=0,0271$  mm), przez co wskaźnik wartości skutecznej, świadczący o dobrej skuteczności nadzorowania, wyniósł  $F_{RMS} = 0,76$ . Wniosek ten potwierdza także wspomniana wcześniej redukcja amplitudy przemieszczeń dla częstotliwości rezonansowej 150 Hz. Amplituda ta po nadzorowaniu osiągnęła wartość  $a_{ch1}=0,01752$  mm, w porównaniu z wartością  $a_{ch1}=0,02469$  mm zmierzoną w przypadku drgań nienadzorowanych.

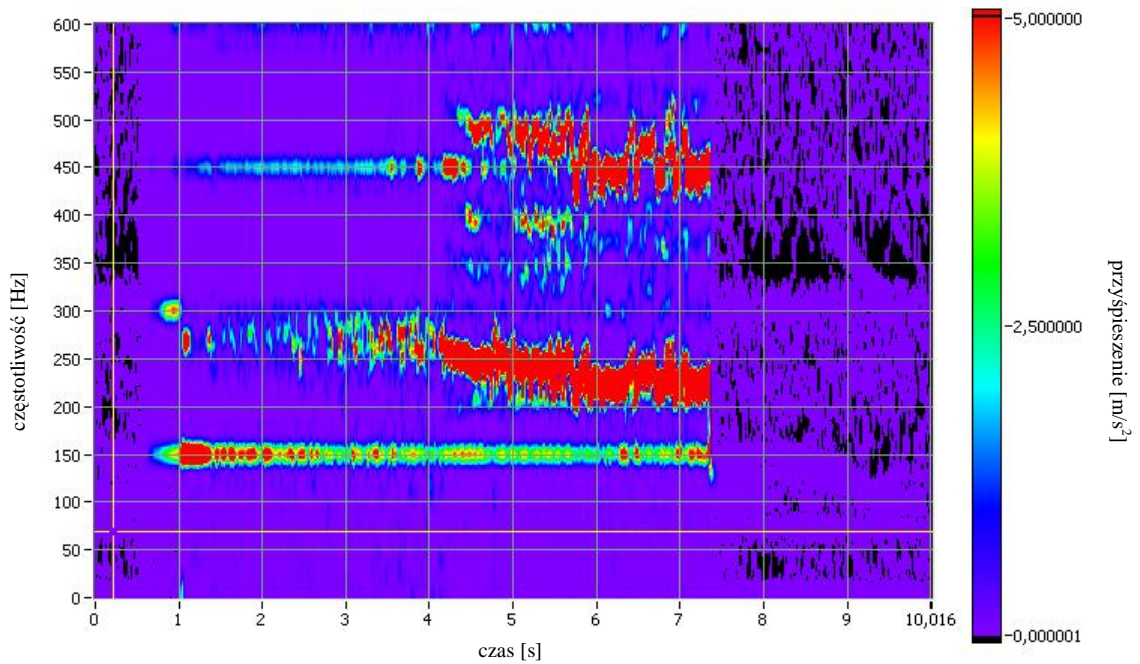


Rys. 59. Test 5. Przebieg czasowy przesieszczeń drgań przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y



Rys. 60. Test 5. Widmo amplitudowe przesieszczeń drgań przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y





Rys. 61. Test 5. Spektrogram przyspieszeń drgań przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y

Przeprowadzone badania dowiodły, że jest możliwe uzyskanie skuteczności nadzorowania za pomocą aktywnego tłumienia drgań podatnego przedmiotu obrabianego w trakcie procesu skrawania. Pomimo nie uzyskania we wszystkich przypadkach drgań nadzorowanych redukcji RMS, jak również – wystąpienia niekorzystnego zjawiska przekraczania dopuszczalnych wartości sygnału sterującego podawanego na wzmacniacz wzbudnika, we wszystkich nadzorowanych przypadkach obróbki uzyskano znaczny wzrost bezwymiarowego współczynnika tłumienia. Porównując bowiem przebiegi czasowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y oraz spektrogramy dla testu 1 - wzbudnik wyłączony (rys. 55 i 57) i testu 5 - wzbudnik włączony (rys. 59 i 61), można zauważyć szybko postępujący proces redukcji drgań po zakończeniu bieżącego przejścia narzędzia. Powyższe potwierdza zatem wcześniejsze rezultaty badań impulsowych w zakresie znacznego zwiększenia bezwymiarowego współczynnika tłumienia, uzyskane tym razem podczas rzeczywistego procesu obróbkowego. Zaproponowany sposób aktywnego sterowania optymalnego jest skuteczny także w stanach przejściowych drgań podczas obróbki przedmiotów podatnych.

## 7. Wnioski

Przedstawione w pracy rozważania, a w szczególności rezultaty symulacji komputerowych oraz badań doświadczanych, upoważniają do sformułowania wniosków dotyczących skuteczności proponowanej metody nadzorowania drgań za pomocą aktywnego sterowania optymalnego podczas frezowania przedmiotów podatnych. Wnioski te wychodzą również naprzeciw aspektom ekonomicznym, czyli obniżanie kosztów produkcji przy jednoczesnym zwiększaniu jej tempa. Rosnące wymagania dotyczące jakości wytwarzanych elementów maszyn sprawiają, że współczesna obróbka skrawaniem charakteryzuje się znacznym stopniem zautomatyzowania. Ponadto nowoczesne konstrukcje centrów obróbkowych oraz stosowanie niezawodnych narzędzi skrawających, sprawia, że najsłabszym ogniwem staje się sam proces skrawania. Szczególnie niepożądane są drgania samowzbudne typu *chatter*, które pozostawiają na powierzchni obrabianego elementu faliste głębokie ślady. Nadzorowanie drgań samowzbudnych w zautomatyzowanych centrach obróbkowych ma zatem duże znaczenie praktyczne.

1. Potwierdzono skuteczność nadzorowania drgań podczas frezowania przedmiotów podatnych za pomocą sterowania optymalnego przy energetycznym wskaźniku jakości w układzie hybrydowym, w szerokim zakresie prędkości obrotowych wrzeciona, właściwych również frezowaniu szybkościowemu. Potwierdzono także eksperymentalnie skuteczność proponowanej metody nadzorowania drgań za pomocą sterowania aktywnego. Dzięki zastosowaniu czujników przyspieszeń oraz wzbudników drgań możliwe jest obniżenie amplitudy oraz wartości skutecznej (RMS) przemieszczeń drgań przedmiotu obrabianego. Obniżenie wartości skutecznej (RMS) przemieszczeń i redukcja amplitudy drgań *chatter* świadczą o tendencji w kierunku poprawy jakości procesu frezowania przedmiotów podatnych. Potwierdzenie skuteczności nadzorowania dowodzi także prawidłowości przyjętego sposobu modelowania dynamiki procesu obróbkowego.
2. Proponowana metoda nadzorowania drgań podczas frezowania przedmiotów podatnych wykazuje duże zalety tego rozwiązania w porównaniu z metodami bazującymi na sterowaniu prędkością obrotową wrzeciona. I tak, stosowanie programów zmiennej prędkości obrotowej w przypadku frezowania przedmiotów

podatnych, z uwagi na ewidentne pogorszenie jakości obróbki, nie znajduje uzasadnienia. Ponadto, wiele systemów sterowania obrabiarek (np. Heidenhain) wymaga, w celu zmiany prędkości obrotowej wrzeciona, okresowego zatrzymywania posuwu. Inne rozwiązania, bazujące na poszukiwaniu optymalnych lokalnie (stałych) prędkości obrotowych implikują skrawanie w ograniczonym zakresie prędkości i tym samym – nie wykorzystują pełnych możliwości obrabiarki. Proponowana metoda nie jest uwarunkowana ani zakresem prędkości obrotowych wrzecion, ani też – innymi parametrami procesu obróbkowego. To ostatnie rokuje nadzieję na pełne wykorzystanie możliwości technologicznych obrabiarki. Optymalny sygnał sterujący wzbudnikiem drgań jest generowany w trybie *on-line*, w trakcie trwania procesu skrawania.

3. W pracy starano się umiejętnie wykorzystać współdziałanie różnych komercyjnych programów komputerowych (NASTRAN FOR WINDOWS, PERMAS, MEDINA, FEGRAPH). Wymaga tego konieczność tworzenia, jeszcze przed rozpoczęciem procesu symulacji komputerowej czy implementacji, modeli modalnych podatnych przedmiotów obrabianych metodą elementów skończonych, identyfikacji ich parametrów oraz oceny zgodności z obiektem rzeczywistym.
4. Opis dynamiki układu we współrzędnych hybrydowych skutkuje znacznym zmniejszeniem wymiaru modelu obliczeniowego w porównaniu z opisem dynamiki układu we współrzędnych uogólnionych. Podejście takie ma duże znaczenie praktyczne z punktu widzenia wykonywania obliczeń układów o dużej liczbie stopni swobody. W niniejszej pracy, po przekształceniu posiadającego kilkadziesiąt tysięcy stopni swobody modelu dyskretnego przedmiotu obrabianego do współrzędnych modalnych, brana jest pod uwagę jedna (pierwsza) lub co najwyżej kilka początkowych postaci drgań własnych.
5. W niestacjonarnym układzie z opóźniającym sprzężeniem zwrotnym, jakim jest proces skrawania przedmiotów podatnych, zrealizowano sterowanie optymalne z wykorzystaniem zmiennego w czasie energetycznego wskaźnika jakości. Sformułowanie problemu w ujęciu minimalno - energetycznym umożliwiło opracowanie efektywnego algorytmu symulacji komputerowej oraz syntezę układu sterowania optymalnego w rzeczywistym procesie skrawania.
6. Symulacje komputerowe, które przeprowadzono na bazie autorskiego oprogramowania napisanego w języku FORTRAN i w środowisku MATLAB, potwierdziły poprawność merytoryczną proponowanej procedury nadzorowania

drgań. Symulowano nadzorowanie drgań dla przypadków obróbki różnych materiałów, ścieżek narzędzia, kątów pochylenia freza, prędkości obrotowych i innych zmiennych. Otrzymane wyniki, tj. obniżenie wartości skutecznej (RMS) przemieszczeń oraz redukcja amplitudy drgań *chatter*, uzyskano w każdym z przypadków. Symulacje pokazały też, że pochylenie osi freza w stosunku do obrabianej powierzchni wpływa korzystnie na jakość realizowanego procesu obróbkowego. Następuje wydatna redukcja wartości skutecznej (RMS) oraz amplitud drgań w widmie.

7. Jednym z ważniejszych elementów pracy było wykonanie badań doświadczalnych skuteczności nadzorowania za pomocą aktywnego sterowania optymalnego na zbudowanym do tego celu stanowisku badawczym. Zintegrowano elementy oryginalnej aparatury pomiarowej i sterującej, pracującej w systemie czasu rzeczywistego. To ostatnie umożliwiło wykonanie badań doświadczalnych, z jednoczesnym generowaniem optymalnych sygnałów sterujących piezoelektrycznym wzbudnikiem drgań w trybie *on-line*. Zbudowane stanowisko wykazało dużą przydatność pod kątem realizacji nadzorowania drgań przedmiotów podatnych na maszynie Quaser MV204U/15 i może być z powodzeniem wykorzystane do współpracy z innymi nowoczesnymi frezarskimi centrami obróbkowymi.
8. W implementacji układu aktywnego sterowania w rzeczywistym procesie obróbkowym pewną uciążliwością jest konieczność mocowania akcelerometrów oraz wzbudników na przedmiocie obrabianym. Nie ma natomiast ingerencji w strukturę obrabiarki, dzięki czemu proponowana metoda może być stosowana w dowolnym centrum obróbkowym. W wykorzystanej konfiguracji układu nadzorowania z zastosowaniem wzbudnika Noliac CMBP06, ograniczeniem jest też zakres napięcia, jakie może być podawane na wzbudnik. Należy przypuszczać, że przy zastosowaniu wzbudników innego rodzaju bądź typu, można uniknąć tego problemu.
9. Przedstawiona w pracy metoda nadzorowania drgań z wykorzystaniem aktywnego sterowania optymalnego jest interesującym rozwiązaniem niskokosztowym i łatwym do zastosowania w nowoczesnych centrach obróbkowych. Proponowana metoda nie wymaga modyfikacji struktury obrabiarki, a jedynie jej wyposażenia w dodatkowy układ sterowania aktywnego, całkowicie niezależny od pracującej obrabiarki, a przede wszystkim – co jest godne podkreślenia – od właściwości

systemu sterowania pracą maszyny. Niezależność systemu aktywnego sterowania optymalnego umożliwia jego instalację na różnych frezarskich centrach obróbkowych, także tych, które są w przedsiębiorstwach wykonujących rutynową produkcję. To ostatnie stanowi obiecującą ofertę zastosowań praktycznych proponowanej metody nadzorowania drgań w obrabiarkach pracujących w ruchu ciągłym.

Wprawdzie w pracy skoncentrowano uwagę na wykorzystaniu sterowania optymalnego przy energetycznym wskaźniku jakości, to przedstawiona metoda wychodzi na przeciw koncepcji „inteligentnych” technik wytwarzania, z możliwością implementacji różnych algorytmów sterowania. Dalsze prace powinny zmierzać w kierunku zastosowań do nadzorowania drgań przedmiotów podatnych złożonych geometrycznie, w przypadku których obróbkę charakteryzują skomplikowane trajektorie. Z uwagi na niezależność procesu nadzorowania drgań od parametrów procesu skrawania, proponowana metoda tworzy obiecujące perspektywy zastosowań praktycznych obejmujących prędkości obrotowe wrzecion i prędkości posuwu, w znacznie większym stopniu, aniżeli rozważane w niniejszej pracy.

Realizację pracy finansowano ze środków:

Projektu Badawczego MNI nr 5 T07C 037 25

oraz

Projektu badawczego MNISzW nr N N503 147134.

Autor pragnie złożyć podziękowania za udostępnienie do celów badań eksperymentalnych:

- frezarek Mikron VCP600 oraz Deckel Maho 50eVolution – Zakładowi LONZAPet Sp. z o.o. w Gdańsku;
- frezarki Quaser MV204IIU/15 – Przedsiębiorstwu Hydromechanika Wiesław Szajda w Ostaszewie k/Gdańska.

**Tabela 3. Klasyfikacja niestabilności podczas obróbki skrawaniem [75, 130]**

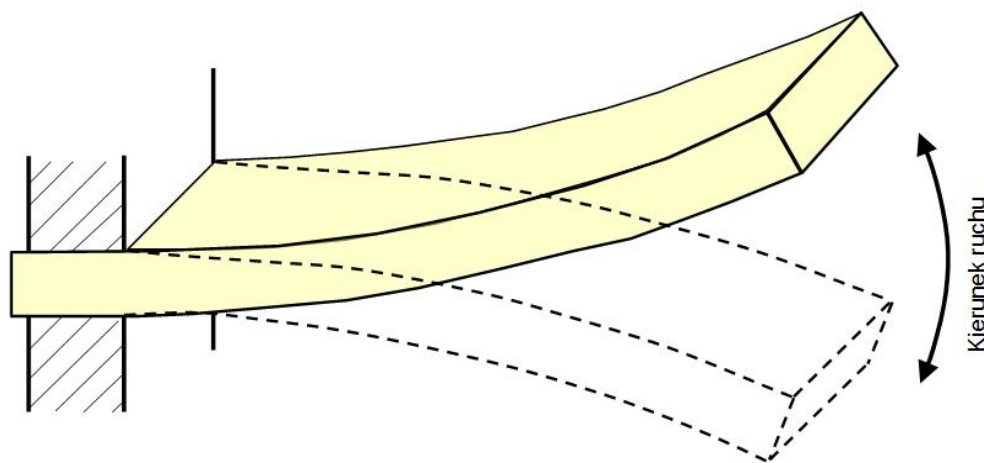
	<b>Drgania typu chatter</b>				<b>Drgania przypadkowe i swobodne</b>			<b>Drgania wymuszone</b>
	<i>Regeneracyjne (dominujące)</i>	<i>Tarciowe</i>	<i>Sprężenie przez przemieszczenie</i>	<i>Termo-mechaniczne</i>	<i>Zależne od narzędzia</i>	<i>Zależne od przedmiotu obrabianego</i>	<i>Zależne od środowiska pracy</i>	<i>Zależne od elementów wyposażenia</i>
<b>Miejsce występowania</b>	Pomiędzy krawędzią skrawającą, a przedmiotem obrabianym	Powierzchnia przyłożenia – przedmiot; wiór – powierzchnia natarcia	Na kierunku sił skrawania i odporowej	Ostrze – strefa plastyczności wióra	Powierzchnia przyłożenia – przedmiot; wiór – powierzchnia natarcia	Strefa skrawania	Cały proces skrawania	Cały proces skrawania
<b>Przyczyna</b>	Nakładające się modulacje kolejnych grubości warstw skrawanych	Tarcie na powierzchni przyłożenia i natarcia	Tarcie na powierzchni przyłożenia i natarcia; zmiany grubości wióra; oscylacje kąta ścinania	Temperatura i naprężenia przy formowaniu wióra	Uszkodzenie lub zniszczenie narzędzia; narost	Twardość materiału, twarde ziarna i inne skazy materiału	Zakłócenia zewnętrzne	Niewyważone poruszające się komponenty takie jak np. wrzeciono
<b>Cecha</b>	Drgania samowzbudne, pozostawiają pofalowaną powierzchnię obrabianą	Drgania samowzbudne, amplituda zależy od układu tłumienia	Równoczesne drgania w dwóch kierunkach	Drgania zależne od prędkości	Przypadkowe i chaotyczne, zależą od warunków skrawania	Przypadkowe i chaotyczne, zależą od właściwości materiału i jego obróbki cieplej	Przypadkowe i chaotyczne zależą od środowiska pracy	Drgania wymuszone
<b>Metoda tłumienia</b>	Dobranie odpowiedniej głębokości skrawania i prędkości obrotowej	Dobranie odpowiedniego kąta przyłożenia i natarcia	Zmiana ścieżki narzędzia; dobranie odpowiednich parametrów skrawania	Dobranie odpowiedniej prędkości skrawania	Dobranie narzędzi z materiałów lepszej jakości; dobranie odpowiednich parametrów skrawania	Dobranie odpowiednich narzędzi i parametrów skrawania	Jeśli jest to niezbędne odizolowanie narzędzia skrawającego	Dobre wyważenie poruszających się komponentów
<b>Modelowanie</b>	Liniowe równania różniczkowe	Nieliniowe równania różniczkowe	Zestaw liniowych równań różniczkowych	Zestaw cząstkowych i zwyczajnych równań różniczkowych	Czynniki nieliniowe w procesie skrawania	Czynniki nieliniowe w procesie skrawania	Czynniki nieliniowe w procesie skrawania	



## 9. Dodatek

### 9.1. Wzбудniki Noliac CMBP06

Wielowarstwowe ceramiczne elementy zginające CMB (*ang. Ceramic Multilayer Benders*) to jeden z produktów duńskiej firmy Noliac [154]. Wykorzystują one w pełni efekt piezoelektryczny przy bardzo niskich napięciach zasilania. Są produkowane przy wykorzystaniu technologii wysokotemperaturowej z warstwami ceramicznymi i wewnętrznymi elektrodami skonfigurowanymi tak, aby wymusić tryb zginający. Kierunek ruchu pokazano na rys. 62. Najczęściej wykorzystywany jest element zginający w postaci wąskiego (o małej szerokości) prostokąta (CMBP). Typowe wykonanie to zakres przemieszczenia do  $\pm 1500 \mu\text{m}$  i siły blokującej do 10 N. Noliac opracował i wprowadził na rynek także element zginający o kształcie pierścienia (CMBR) z zakresem do  $\pm 150 \mu\text{m}$  i do 100 N siły blokującej. Wielowarstwowe elementy zginające firmy Noliac znajdują zastosowanie w wielu aplikacjach z dziedziny optyki i telekomunikacji oraz w przemyśle samochodowym i przy produkcji oprzyrządowania czy zaworów.



Rys. 62. Element zginający o kształcie wąskiego prostokąta – kierunek ruchu

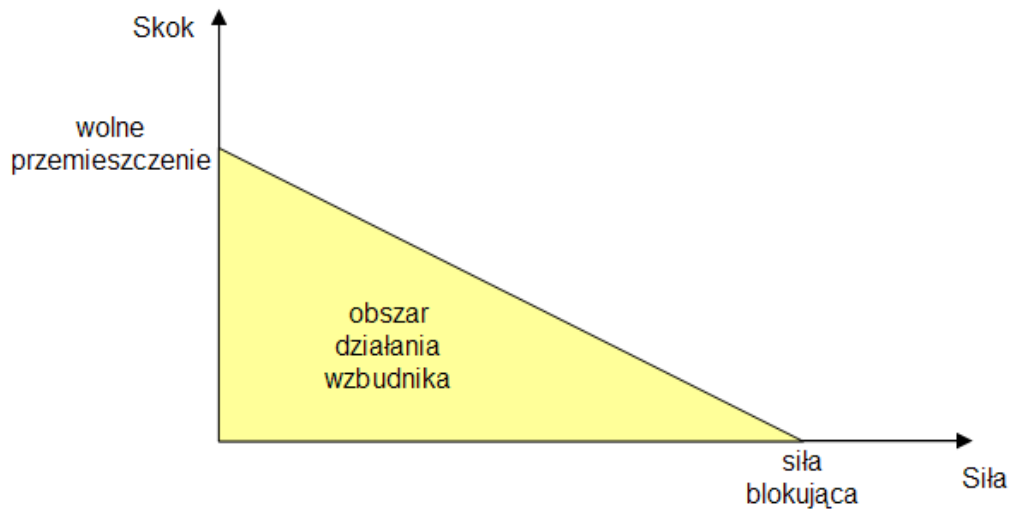
Wzbudniki (zwane także akuatorami) CMBP są zazwyczaj używane wtedy, gdy jest wymagane duże przemieszczenie przy małej sile oddziaływania (rys. 63).



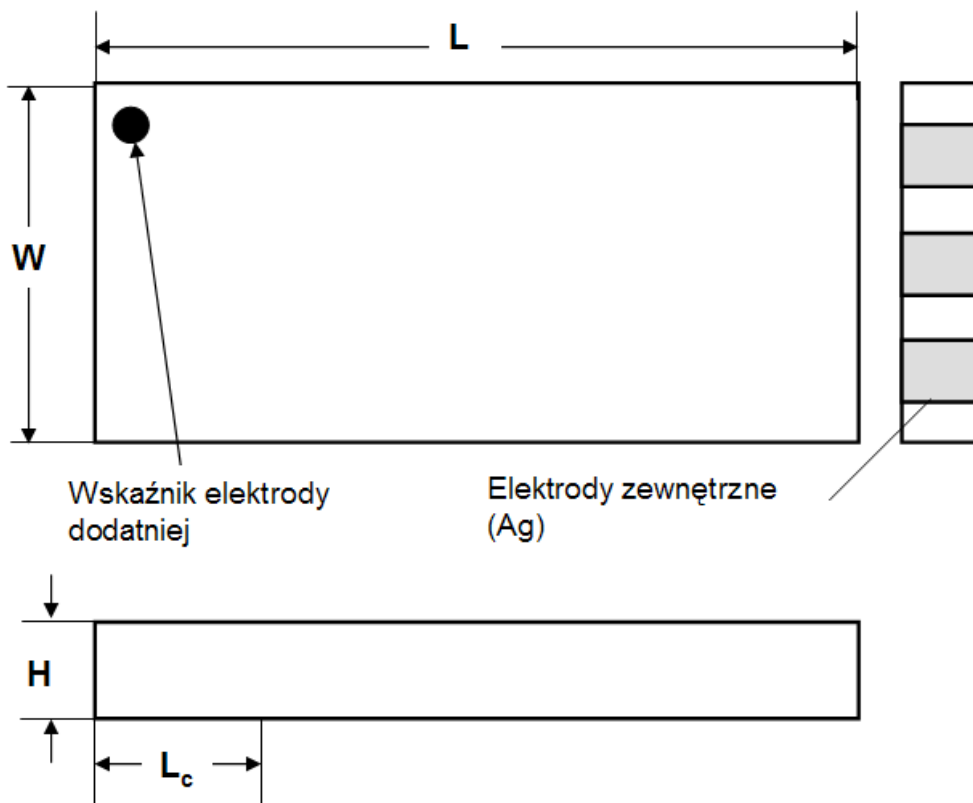
Płytkowe elementy zginające są monolitowymi piezoelektrycznymi niskonapięciowymi wzbudnikami, które zmieniają moc wejściową na wysoki moment zgięcia na końcu płytki. Elementy zginające Noliac standardowo posiadają ceramiczną warstwę o grubości do 67  $\mu\text{m}$ . Pozwala to na sterowanie niskim napięciem dla uzyskania maksymalnej siły blokującej.

Najważniejsze dane stosowanego w niniejszej pracy wzbudnika CMBP06 zamieszczono w tab. 15.

<i>Tabela 15. Najważniejsze dane wielowarstwowego płytkowego elementu zginającego Noliac typu CMBP06 (rys. 64)</i>		
	<b>Wartość</b>	<b>Tolerancja</b>
Długość / wymiar zewnętrzny - L	32 mm	+/- 0,65 mm
Szerokość / wymiar wewnętrzny - W	7,8 mm	+/- 0,15 mm
Wysokość - H	1,8 mm	+/- 0,10 mm
Napięcie pracy	200 V	
Wolne przemieszczenie	+/- 210 $\mu\text{m}$	+/- 15 %
Siła blokująca	4,3 N	+/- 20 %
Pojemność elektryczna	2 $\times$ 480 mF	+/- 15 %
Sztywność	0,0205 N/ $\mu\text{m}$	+/- 20 %
Maksymalna temperatura pracy	150 °C	
Temperatura Curie	350 °C	
Materiał: Standardowy piezoceramiczny materiał NCE57		
Częstotliwość rezonansowa bez obciążenia	>705 Hz	
Materiał elektrod	Ag	
Długość umocowania - Lc	3,5 mm	
Przewody: 28 AWG $\times$ 200 mm (+/- 20 mm) Teflon		



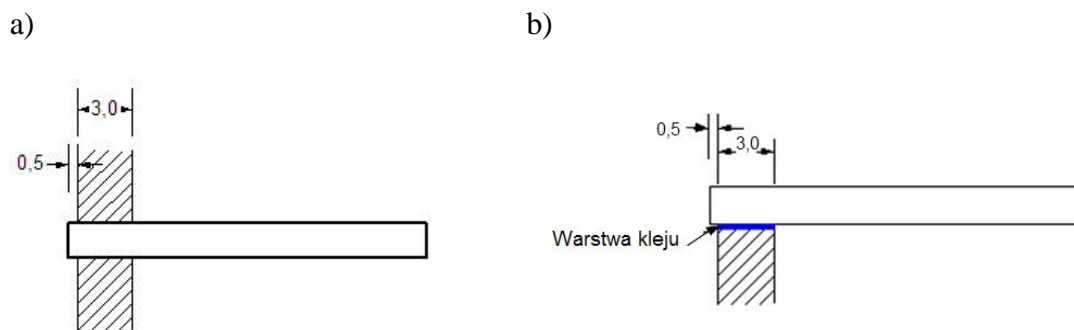
Rys. 63. Obszar działania wzbudnika



Rys. 64. Schemat elementu zginającego CMBP,

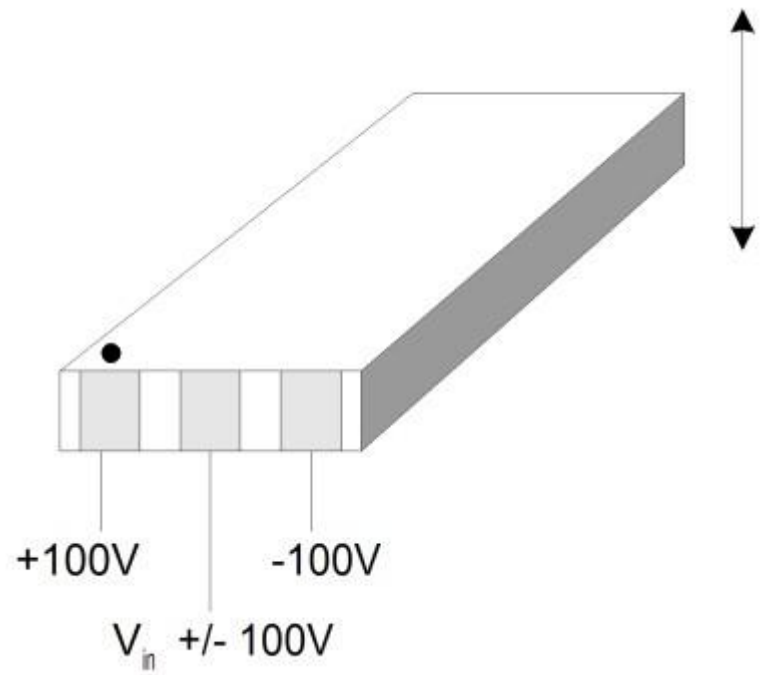
$L$  – długość, z wyłączeniem połączeń zewnętrznych,  $L_c$  – długość umocowania,  $W$  – szerokość,  $H$  – wysokość

Wzбудniki CMBP mogą być montowane za pomocą mechanicznych zacisków lub za pomocą kleju (rys. 65). Górne i dolne powierzchnie aktuatorów nie są obrabiane mechanicznie i mogą nieznacznie się różnić. Z tego powodu przy montowaniu z użyciem mechanicznego zacisku należy używać umiarkowanej siły o wartości około 5-krotnej siły blokującej. W przypadku montażu za pomocą kleju pokrywa się tylko nieaktywną część elementu zginającego, co nie zmniejsza jego skoku.

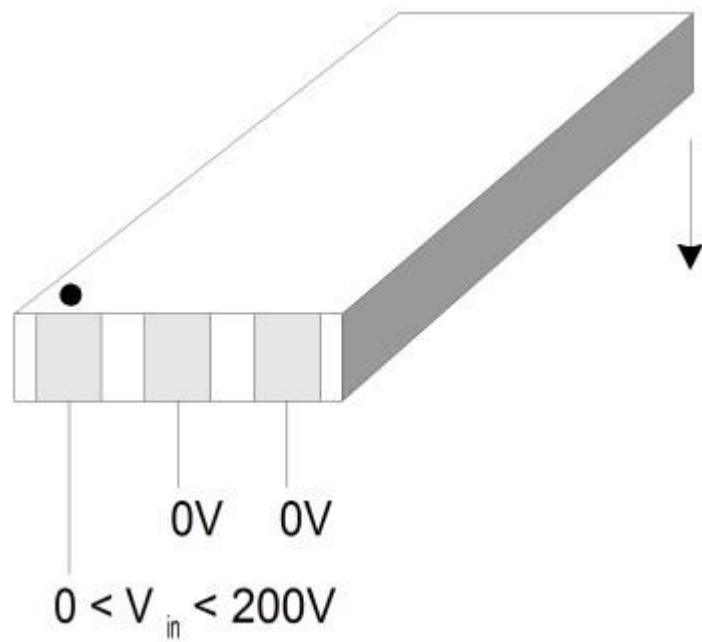


Rys. 65. Montaż aktuatorów CMBP, a) w zacisku mechanicznym, b) za pomocą kleju

Sterowanie wzбудników CMBP odbywa się poprzez jednostronne bądź obustronne podłączenie napięcia. Przy obustronnie podłączonym napięciu (rys. 66) możliwe jest wyginanie wzбудnika zarówno w górę, jak i w dół. Podłączamy napięcie +100 V do elektrody zewnętrznej po oznaczonej czarną kropką stronie, następnie napięcie -100 V po stronie przeciwnej, oraz napięcie sterujące  $V_{in}$  do elektrody pośrodku płytki. Jeśli napięcie  $V_{in} = 0$  do 100 V płytka wygina się do dołu, patrząc do strony czarnego punktu. Jeśli napięcie  $V_{in} = -100$  do 0 V płytka wygina się ku górze, patrząc do strony czarnego punktu. Przy jednostronnym podłączeniu napięcia (rys. 67) płytka wyginać się może tylko ku górze, patrząc do strony czarnego punktu. W tym przypadku napięcie sterujące  $V_{in}$  podłączamy do elektrody po stronie oznaczonej czarną kropką. Może ono zmieniać się w zakresie od 0 do 200 V.



Rys. 66. Sterowanie wzбудnikiem CMBP – obustronnie podłączone napięcie



Rys. 67. Sterowanie wzbudnikiem CMBP – jednostronnie podłączone napięcie

## 9.2. Opisy programów użytych w trakcie realizacji pracy\*

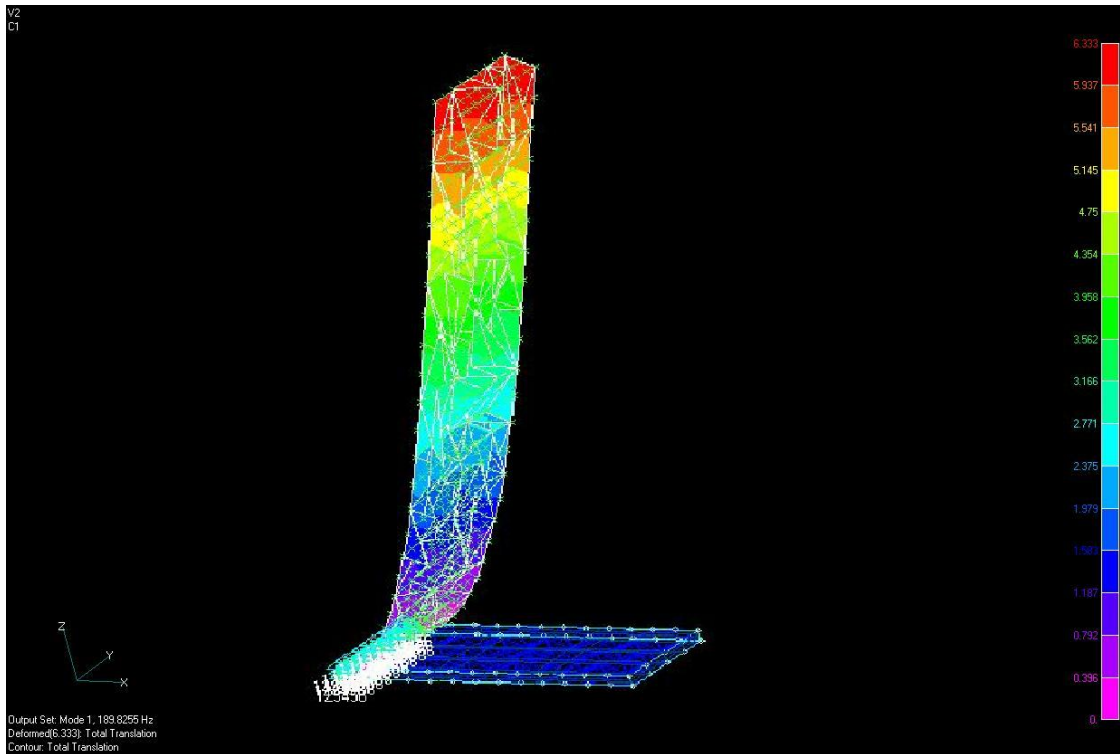
### NASTRAN FOR WINDOWS



Historia Nastrana ma prawie 40 lat. Pierwsza wersja programu została zaprojektowana w ramach projektu sponsorowanego przez NASA, co nadal ma swoje odzwierciedlenie w nazwie programu (ang. *NASTRAN = NASA STructural ANalysis Program*). Program dostępny jest w wielu różnych wydaniach. Jedną z wersji jest MSC NASTRAN FOR WINDOWS dystrybuowany przez MacNeal Schwendler Corporation [109]. Program służy do modelowania konstrukcji i komponentów mechanicznych oraz do postprocesingu. Pozwala na szybkie i pewne wykonywanie analizy numerycznej. Służy do zaawansowanych obliczeń metodą elementów skończonych naprężeń, drgań i analizy przepływu ciepła. Łączy zalety procesora MSC/NASTRAN z łatwym do użyciu interfejsem systemu operacyjnego WINDOWS. Z powodu łatwego dostępu do programów CAD (ang. *Computer Aided Design*) oraz narzędzi biurowych, pozwala osiągnąć lepsze wydajności w pracy w porównaniu z tradycyjnymi metodami. Program integruje automatycznie wszystkie niezbędne do analizy składniki. Może tworzyć geometrię lub importować ją z programów CAD. Dostarcza też zaawansowanych narzędzi do tworzenia siatek oraz definiowania warunków brzegowych. Obliczenia dokonane za pomocą procesora MSC/NASTRAN można ponownie zaimportować do programu. Jako postprocesor program jest wyposażony w narzędzia do wizualizacji wyników obliczeń oraz tworzenia raportów [147]. Program MSC NASTRAN FOR WINDOWS był używany we wcześniejszych etapach pracy autora [93, 94]. Przykładowe okno programu pokazano na rys. 68.

---

\* Zawarte w niniejszym dodatku nazwy produktów i ich znaki towarowe są wyłączną własnością ich twórców.

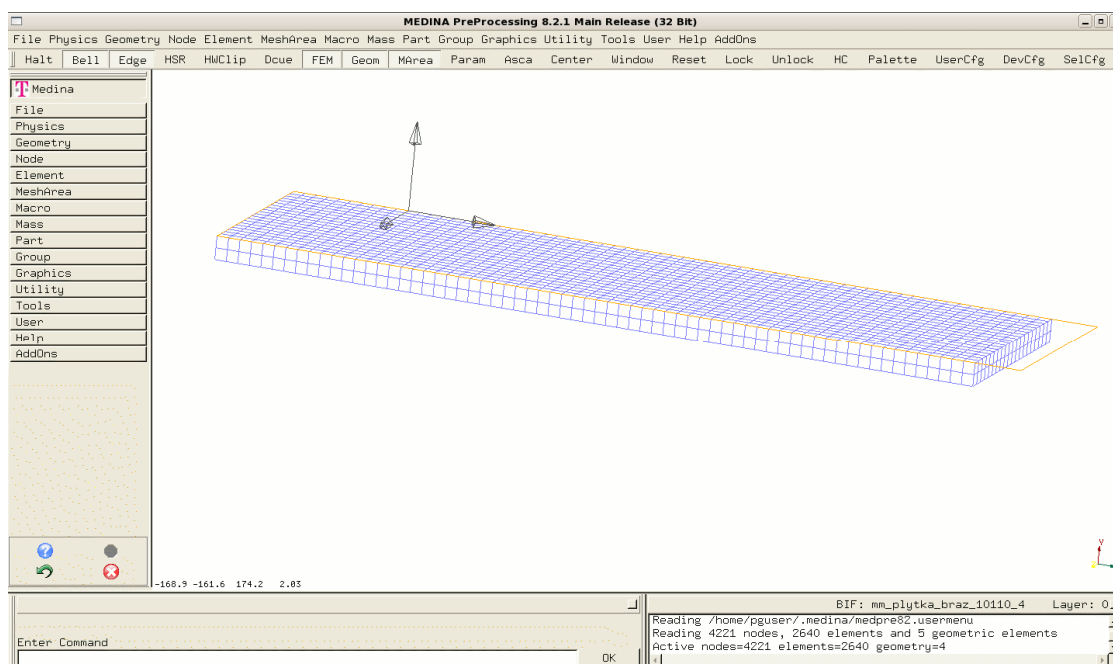


Rys. 68. Okno programu MSC NASTRAN FOR WINDOWS

## T-SYSTEMS MEDINA

# T Systems

Program T-SYSTEMS MEDINA (rys. 69) jest uniwersalnym pre- i post procesorem, który obsługuje pliki tworzone we wszystkich obecnie używanych formatach CAD oraz pliki z popularnych programów do obliczeń metodą elementów skończonych. MEDINA zapewnia najwyższą wydajność przetwarzania złożonych geometrii, dostarczając dużej ilości wartościowych danych wynikowych [213].

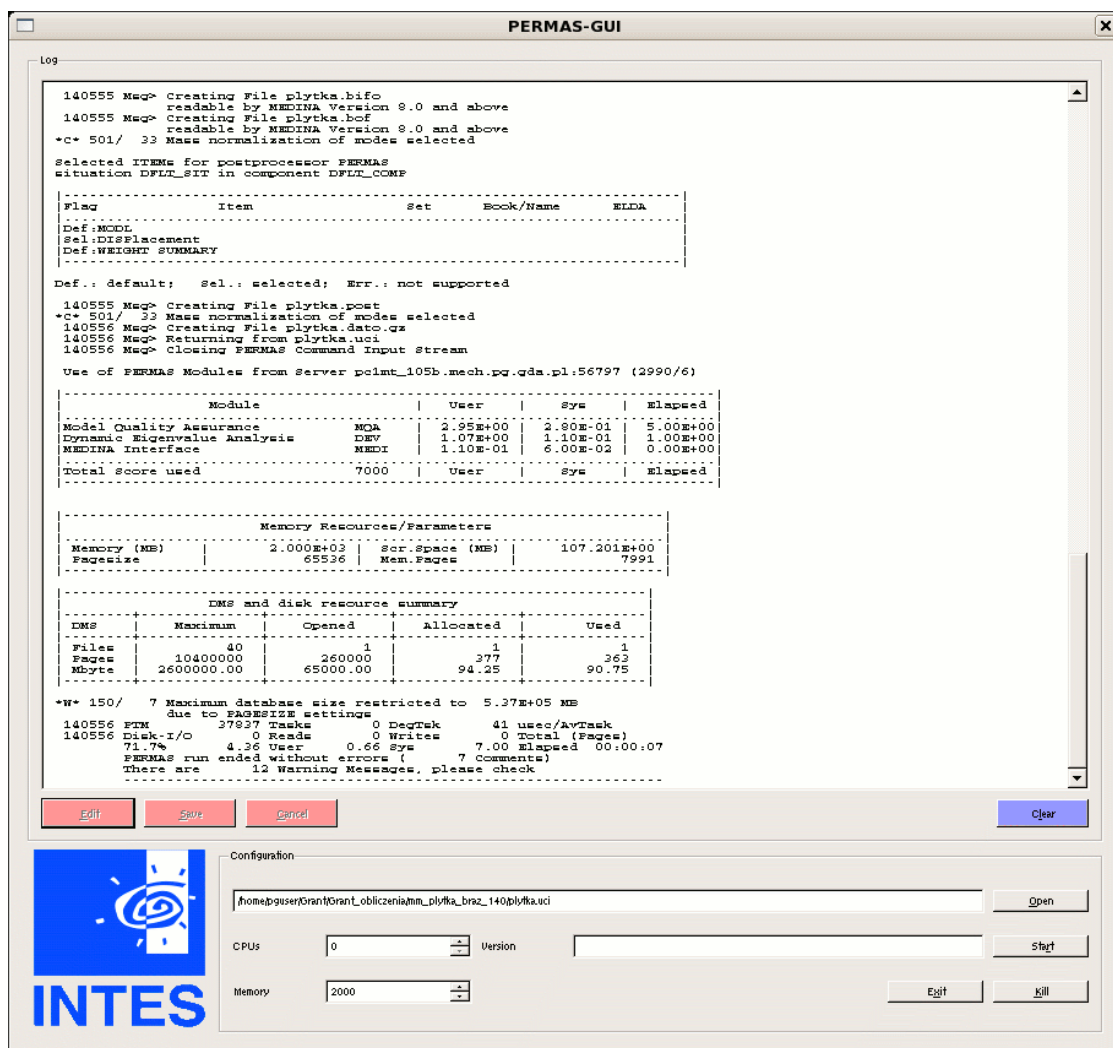


Rys. 69. Okno programu T-SYSTEMS MEDINA

## PERMAS



PERMAS jest jednym z najbardziej zaawansowanych na świecie i niezawodnych, programów obliczeń metodą elementów skończonych. Oferuje pełną gamę modeli fizycznych w najwyższej możliwej wydajności i jakości. Producentem oprogramowania jest założona w 1984 firma Intes ze Stuttgartu w Niemczech. Program, którego przykładowe okno pokazano na rys. 70, umożliwia rozwiązanie w zakresie obliczeń statycznych i dynamicznych, transferu ciepła, mechaniki płynów, akustyki oraz optymalizacji. PERMAS jest dostępny na wielu różnych platformach sprzętowych oraz współdziała z wieloma systemami operacyjnymi. Do zalet programu należy możliwość zarówno odczytywania jak i zapisywania danych w wielu formatach takich, jak MEDINA, CATIA, PATRAN, I-DEAS, ADAMS, DADA, SIMPACK, NASTRAN, MATLAB. W wielu przypadkach PERMAS jest całkowicie kompatybilny z obecnym na rynku oprogramowaniem CAD [79].



Rys. 70. Okno programu PERMAS

## FEGRAPH

# vMACH

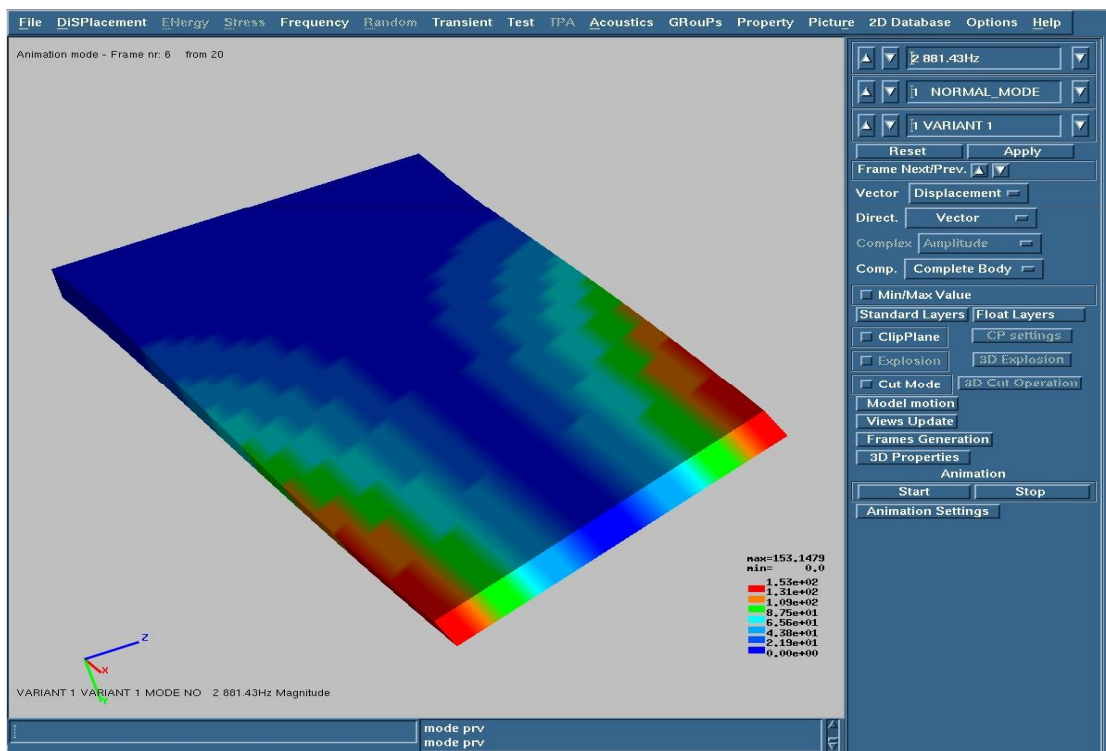
## Engineering

Producent programu jest firma vMach Engineering z Markt Indersdorf w Niemczech, która powstała w 1993 roku jako biuro konstrukcyjne i szybko sprawdziła się w przemyśle motoryzacyjnym stając się cenionym partnerem w rozwoju nowych metod obliczeniowych. Firma rozwija się nadal w dwóch zasadniczych kierunkach: rozwoju oprogramowania oraz przeprowadzania projektów polegających na obliczeniach i analizach inżynierskich. Główne programy



obliczeniowe, tworzone i ciągle rozwijane przez vMach Engineering, to: FEGRAPH, FEOPTIM, Beakus, FEJOINT.

FEGRAPH to post-procesor służący do kompleksowej analizy statycznej i dynamicznej konstrukcji inżynierskich. Wyposażony w wiele różnych narzędzi i intuicyjny interfejs użytkownika (rys. 71). Umożliwia bardzo szybką i skuteczną interpretację oraz porównanie danych analitycznych i eksperymentalnych [221]. Ciągły rozwój programu, bezpośredni kontakt z przemysłem oraz wieloma instytucjami badawczymi czynią FEGRAPH narzędziem atrakcyjnym o dużych możliwościach [220].



Rys. 71. Okno programu FEGRAPH

Główne cechy programu to:

1. W zakresie przetwarzanie końcowe (*ang. post processing*):

- możliwość dynamicznego przełączania częstotliwości podczas animacji;
- możliwość ukazywania i ukrywania poszczególnych części podczas animacji;
- kilka opcji wyświetlania przedmiotów: cienie, granice, zarys i inne;
- tworzenie wykresów: XY, słupkowych, polarnych;
- szybki dostęp do wszystkich danych bez ponownego wczytywania plików;

- porównywanie wielu wyników obliczeń i danych pomiarowych;
- superpozycja danych z obliczeń statycznych i dynamicznych.

2. W zakresie wykorzystywanych narzędzi:

- wizualizacja 3D wyników obliczeń np. naprężeń, przemieszczeń, energii, ciśnienia akustycznego;
- animacja naprężeń, przemieszczeń i energii dla całego modelu lub zarysu;
- eksplozja konstrukcji na poszczególne elementy;
- wykresy XY z możliwością edycji grafiki;
- wykresy słupkowe 2D oraz 3D;
- wykresy polarne;
- tabele: np. ciężar, energia;
- możliwość tworzenia wykresów 2D z interaktywną bazą danych z wieloma matematycznymi funkcjami;
- bezpośredni transfer pomiędzy analizami 2D i 3D.

3. W zakresie obliczeń i analizy danych:

- statyka;
- wartości i wektory własne;
- analiza w dziedzinie częstotliwości oraz w dziedzinie czasu;
- interaktywne przeliczanie danych bazujące na wynikach obliczeń modalnych;
- akustyka;
- ciężar poszczególnych elementów;
- optymalizacja;
- porównywanie modeli;
- obliczanie i analiza grubości przekrojów;
- *post processing* połączeń spawanych punktowych.

4. W zakresie eksportu danych:

- postscript;
- obrazy: \*.gif, \*.rgb;
- filmy: \*.avi;
- EXCEL;

- prezentacje \*.html.

#### 5. W zakresie obsługiwanych formatów plików (danych)

- MSC/NASTRAN (\*.op2, \*.xdb i inne);
- SDRC Universal-File;
- PERMAS - wszystkie formaty;
- EXCEL;
- inne specjalne formaty (dane eksperymentalne, specyficzne dane klientów).

#### 6. W zakresie obsługiwanych systemów operacyjne

- SGI, SUN, IBM, HP, LINUX, WINDOWS.

### **9.3. Opis programu MADEM4 oraz procesu symulacji obróbki skrawaniem**

Środowisko programowania: Force – Version 2.0.8 FORTRAN Compiler and Editor  
Developed by: Guilherme Luiz Lepsch Guedes

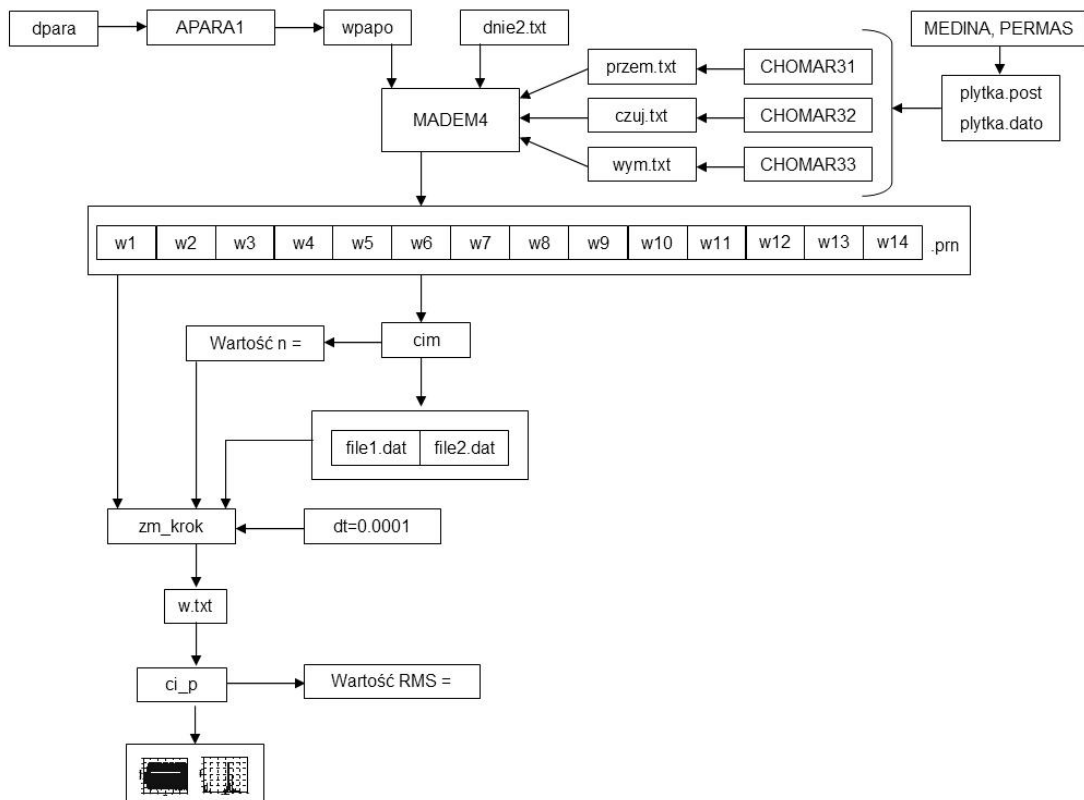


Autorski program MADEM4 umożliwia przeprowadzenie obliczeń dla frezowania frezem trzpieniowym o profilu kulistym z uwzględnieniem danych dotyczących:

- liczby stopni swobody układu,
- macierzy bezwładności, tłumienia i sztywności modelu obliczeniowego narzędzia skrawającego,
- bezwymiarowych współczynników tłumienia przedmiotu obrabianego,
- częstotliwości drgań własnych przedmiotu obrabianego,
- liczby ostrzy freza,
- prędkości obrotowej narzędzia,

- prędkości posuwu,
- głębokości skrawania,
- średnicy części kulistej freza,
- długości śladu (ścieżki narzędzia),
- kąta pochylenia osi freza,
- masy oraz mimośrodru narzędzia,
- dynamicznego oporu skrawania powierzchniowego właściwego,
- współczynnika siły skrawania.

Program MADEM4 jest integralną częścią całego procesu symulacji obróbki skrawaniem. Schemat działania poszczególnych programów przedstawiono na rys. 72.



Rys. 72. Schemat procesu symulacji z uwzględnieniem roli poszczególnych autorskich programów wraz z danymi wejściowymi oraz plikami wynikowymi

Parametry wejściowe programu MADEM4 zadawane są w plikach tekstowych: dne2.txt, przem.txt, czuj.txt oraz wym.txt zaś macierze modelu MES narzędzia skrawającego pobierane są z pliku nazwanego wpapo o dostępie bezpośrednim. Jest on generowany w programie APARA1 na podstawie danych wejściowych

zdefiniowanych w pliku o nazwie dpara. Pliki przem.txt, czuj.txt oraz wym.txt generowane są w autorskich skryptach CHOMAR31, CHOMAR32 oraz CHOMAR33. Skrypty te korzystają z modelu przedmiotu obrabianego utworzonego oraz obliczonego za pomocą programów MEDINA oraz PEMRAS. Obliczenia w programie MADEM4 są prowadzone z użyciem numerycznego całkowania metodą Newmarka ze zmiennym krokiem całkowania [152]. Wyniki obliczeń czyli wartości przemieszczeń (narzędzia oraz przedmiotu obrabianego) oraz wartość sygnału sterującego w poszczególnych chwilach całkowania zapisywane są w plikach tekstowych. Wyniki te są przetwarzane w środowisku MATLAB z użyciem m.in. autorskiego skryptu ci\_p.

## **9.4. Wyniki symulacji nadzorowania drgań**

Wyniki przedstawione w tej części pracy uzyskano na bazie wykorzystania narzędzi symulacji komputerowej (m.in. autorskiego programu komputerowego MADEM4) i stanowią uzupełnienie wyników wiodących zamieszczonych w przyкладzie 2 w p. 5.3 niniejszej rozprawy.

### **9.4.1. Zestawienie wyników symulacji, przebiegi czasowe oraz widma amplitudowe przemieszczeń drgań przedmiotu obrabianego**

W niniejszym podrozdziale przedstawiono przebiegi czasowe oraz widma amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, przy braku nadzorowania drgań (kolor niebieski) oraz dla przypadku obróbki skrawaniem z nadzorowaniem drgań (kolor czerwony) (rys. 73 – 180). Wyniki porównano dla wybranych prędkości obrotowych z zakresu od 4 000 obr/min do 20 000 obr/min.

## 8. Literatura

- [1] Abdelkader M. R., Bourdim A., Bourdim M., Sahli A.: *Energetic Analysis of Nonlinear Metal Cutting Dynamics under Regenerative Chatter*. Advances in Production Engineering & Management 2010, Vol. 5, Issue 2, s. 85-92.
- [2] Abele E., Altintas Y., Brecher C.: *Machine tool spindle units*. CIRP Annals – Manufacturing Technology 2010, Vol. 59, Issue 2, s. 781-802.
- [3] Ahmadi K., Ismail F.: *Analytical stability lobes including nonlinear process damping effect on machining chatter*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2011, Vol. 51, Issue 4, s. 296-308.
- [4] Akesson H.: *Analysis of structural dynamic properties and active vibration control concerning machine tools and a turbine application*. Doctoral Dissertation Series No.2009:05. Blekinge Institute of Technology 2009. ISBN 978-91-7295-172-3.
- [5] Altintas Y., Engin S.: *Generalized Modeling of Mechanics and Dynamics of Milling Cutters*. CIRP Annals – Manufacturing Technology 2001, Vol. 50, Issue 1, s. 25-30.
- [6] Altintas Y., Weck M.: *Chatter Stability of Metal Cutting and Grinding*. CIRP Annals – Manufacturing Technology 2004, Vol. 53, Issue 2, s. 619-642.
- [7] Al-Regib E., Ni J., Lee S.-H.: *Programming spindle speed variation for machine tool chatter suppression*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2003, Vol. 43, Issue 12, s. 1229-1240.
- [8] Al-Zaharnah I. T.: *Suppressing vibration of machining processes in both feed and radial direction using an optimal control strategy: The case of interrupted cutting*. Journal of Materials Processing Technology 2006, Vol. 172, Issue 2, s. 305-310.
- [9] Ambrosino G., Celentano G., Setola R.: *Optimal Vibration Control of Flexible Systems*. W: *3rd IEEE Mediterranean Symposium on New Direction in Control and Automation*. Limassol 1995, s. 352-359.
- [10] Andrén L.: *Active Suppression of Vibration and Noise in Industrial Application..* Doctoral Dissertation Series No.2004:06. Blekinge Institute of Technology 2004. ISBN 91-7297-046-3.

- [11] Araujo A. C., Silveira J. L.: *Analysis of the specific force in end milling*. W: *XXII CILAMCE. 22nd Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*. Campinas – Sao Paulo 2001.
- [12] Aspinwall D. K., Dewes R. C., Ng E.-G., Sage C., Loo S. L.: *The influence of cutter orientation and workpiece angle on machinability when high-speed milling Inconel 718 under finishing conditio*. *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 2007, Vol. 47, Issues 12-13, s. 1839-1846.
- [13] Babtista R., Antune Simoes J. F.: *Three and five axes milling of sculptured surface*. *Journal of Materials Processing Technology* 2000, Vol. 103, Issue 3, s. 398-403.
- [14] Badiaga I., Munoa J., Hernández J., López de Localle L. N.: *An automatic spindle speed selection strategy to obtain stability in high-speed milling*. *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 2009, Vol. 49, Issue 5, s. 384-394.
- [15] Balas M. J.: *Active Control of Flexible Systems*. *Journal of Optimization Theory and Application* 1978, Vol. 25, No.3, s. 415-436.
- [16] Barcik M., Konieczny J., Kowal J., Sapiński B.: *Vibration Control of Mechanical Systems – introduction to the problem*. *Acta Montanistica Slovaca* 1998, Rocznik 3, Nr 4, s. 504-509.
- [17] Black J. T., Kohser R. A.: *Material and Processes in Manufacturing*. John Wiley & Sons, Inc. 2008. ISBN 978-0470-05512-0.
- [18] Bodnar A.: *Diagnostyka drgań samowzbudnych w systemie obrabiarka – proces skrawania*. *Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej nr 595*. Instytut Technologii Mechanicznej nr 18. Szczecin 2006. ISSN 0239-975X.
- [19] Boscariol P., Gasparetto A., Zanotto V.: *Active Position and Vibration Control of Flexible Links Mechanism Using Model-Based Predictive Control*. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 2010, Vol. 132, Issue 1, Article 014506, 4 s.
- [20] Bourdim A., Bourdim M., Metalsi F., Abdelkader M. R.: *Stability Analysis of Boring Process under Regenerative Cutting Condition*. *Advances in Production Engineering & Management* 2009, Vol. 4, Issue 4, s. 189-196.
- [21] Bueno D. D., Marqui C. R., Santos R. B., Neto C M., Lopes Jr. V.: *Experimental Active Vibration Control in Truss Structures Considering*

- Uncertainties in System Parameters*. Mathematical Problems in Engineering 2008, Article ID 754951, 14 s.
- [22] Casella F., Locatelli A., Schiavoni N.: *Nonlinear Controllers for Vibration Suppression in a Large Flexible Structure*. Control Engineering and Practice 1996, Vol. 4, Issue 6, s. 791-806.
- [23] Cempel Cz.: *Drgania mechaniczne – wprowadzenie*. Wyd. drugie poprawione. Poznań: Politechnika Poznańska 1984.
- [24] Choudhury S. K., Goudimenko N. N., Kudinov V. A.: *On-line Control of Machine Tool Vibration in Turning*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 1997, Vol. 37, Issue 6, s. 801-811.
- [25] Chu C.-L., Wu B.-S., Lin Y.-H.: *Active vibration control of flexible beam mounted on an elastic base*. Finite Elements in Analysis and Design 2006, Vol. 43, Issue 1, s. 59-67.
- [26] Cichosz P., Petyniak A.: *Wyważanie obrotowych narzędzi skrawających*. Mechanik 2003, T. 76, Nr 10, s. 595-600.
- [27] Coleman R., Remington P. J.: *Active Control of Noise and Vibration*. W: Editors I. L. VÉR, L. L. Beranek. *Noise and Vibration Control Engineering, Principles and Application*. John Wiley & Sons, Inc. 2006. ISBN 978-0-471-44942-3.
- [28] Cus F., Zuperl U., Kiker E., Milfelner M.: *Adaptive self-learning controller design for feedrate maximisation of machining process*. Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering 2008, Vol. 31, Issue 3, s. 469-476.
- [29] Daud R., Hasfa N. K., Tomadi S. H., Hassan M. A., Kadirgama K., Noor M. M., Rejab M. R. M.: *Prediction of Chatter in CNC Machining based on Dynamic Cutting Force for Ball End Milling*. International MultiConference of Engineers and Computer Scientists. Vol. II, Hong Kong 2009, s. 1751-1756.
- [30] Davim J. P.: *Machining Fundamentals and Recent Advances*. Springer-Verlag 2008. ISBN 978-1-84800-212-8.
- [31] Daymi A., Boujelbene M., Linares J. M., Bayraktar E., Ben Amara A.: *Influence of workpiece inclination angle on the surface roughness in ball end milling of the titanium alloy Ti-6Al-4V*. Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering 2009, Vol. 35, Issue 1, s. 79-86.



- [32] Deger Y.: *Optimisation of the Dynamic Behaviour of a Machine Tool Mounting Device*. W: *FENET / NAFEMS Seminar: FEM in Structural Dynamics*. Wiesbaden 2001.
- [33] Denkena B., Kallage F., Ruskowski M., Popp K., Tönshoff H. K.: *Machine Tool with Active Magnetic Guides*. CIRP Annals – Manufacturing Technology 2004, Vol. 53, Issue 1, s. 333-336.
- [34] Department of Process Control. Conference of Active Noise and Vibration Control Methods, 2011 [dostęp 28 lutego 2011]. Dostępny w internecie: <http://www.vibrationcontrol.pl>.
- [35] D'Errico G. E.: *Fuzzy control systems with application to machining processes*. Journal of Materials Processing Technology 2001, Vol. 109, Issues 1-2, s. 38-43.
- [36] Domek S., Parus A.: *Algorytmy eliminacji drgań w procesach obróbki mechanicznej*. Pomiary, Automatyka, Kontrola 2005, Nr 11, s. 35-37.
- [37] Domek S., Parus A.: *Wykorzystanie algorytmu genetycznego do optymalizacji układu sterowania eliminatorem drgań obrabiarki*. Modelowanie Inżynierskie 2006, Nr 32, s. 119-126.
- [38] Doppenberg E. J. J.: *Method and system for reducing milling failure*. Nederlandse Organisatie voor toegepastnatuurwetenschappelijk Onderzoek TNO, Delft (NL). Stany Zjednoczone Ameryki. Patent Pub. No. US 2010/0034609 A1, Pub. Date: Feb.11.2010.
- [39] Doroszuk R.: *Wysoko wydajna obróbka płaszczyzn i kieszeni frezami składanymi 217.799, 220.799 oraz frezami z węglika spiekanego Dolfa 4DF-H*. W: Red. J. Stós. *Obróbka skrawaniem innowacje*. Kraków: Instytut Zaawansowanych Technologii Wytwarzania 2008, s. 120-126.
- [40] Dyrektywa 2003/10/EC Parlamentu Europejskiego. *The minimum health and safety requirements regarding the exposure of workers to the risks arising from physical agents (noise)*. Official Journal of the European Union.
- [41] El-Badawy A. A., Nasr El-Deen T. N.: *Closed-Loop Feedback Model of Chatter in a Shaping Operation*. W: *ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering*. Rethymno 2007.
- [42] El-Sinawi A. H., Kashani R.: *Improving surface roughness in turning using optimal control of tool's radial position*. Journal of Materials Processing Technology 2005, Vol. 167, Issue 1, s. 54-61.

- [43] Elbestawi M. A., Ismail F., Du R., Ullagaddi B. C.: *Modelling Machining Dynamics Including Damping in the Tool-Workpiece Interface*. Journal of Engineering for Industry 1994, Vol. 116, Issue 4, s. 435-439.
- [44] Elías-Zúñiga A., Pacheco-Bolívar J., Araya F., Martínez-López A., Martínez-Romero O., Rodríguez C. A.: *Stability Prediction for End Milling Operations With a Nonlinear Cutting Force Model*. Journal of Manufacturing Science and Engineering 2009, Vol. 131, Issue 6, Article 064504, 6 s.
- [45] Ertürk A., Özgüven H. N., Budak E.: *Analytical Modeling of Spindle-Tool Dynamics on Machine Tools Using Timoshenko Beam Model and Receptance Coupling for the Prediction of Tool Point FRF*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2006, Vol. 46, Issue 15, s. 1901-1912.
- [46] Eynian M.: *Chatter stability of turning and milling with process damping*. Praca doktorska. The University of British Columbia. Vancouver 2010.
- [47] Eynian M., Altintas Y.: *Analytical Chatter Stability of Milling With Rotating Cutter Dynamics at Process Damping Speeds*. Journal of Manufacturing Science and Engineering 2010, Vol. 132, Issue 2, Article 021012, 14 s.
- [48] Faassen R.: *Chatter Prediction and Control for High-Speed Milling: Modeling and Experiments*. Praca doktorska. Technische Universiteit Eindhoven 2007.
- [49] Fraden J.: *Handbook of Modern Sensors, Physics, Designs, and Application*. Third Editio. Springer-Verlag 2004. ISBN 0-387-00750-4.
- [50] Galewski M.: *Nadzorowanie drgań podczas frezowania szybkościowego smukłymi narzędziami z wykorzystaniem zmiennej prędkości obrotowej wrzeciona*. Praca doktorska. Politechnika Gdańska 2007.
- [51] Galewski M., Kaliński K.: *Nadzorowanie drgań przy frezowaniu szybkościowym smukłymi narzędziami ze zmienną prędkością obrotową*. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej 2009. ISBN 987-83-7348-251-7.
- [52] Ganguli A.: *Chatter reduction through active vibration damping*. Praca doktorska. Universite Libre de Bruxelles 2005.
- [53] Garitaonandia I., Fernandes M. H., Albizuri J., Hernández J. M., Barrenetxea D.: *A new perspective on the stability study of centerless grinding process*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2009, Vol. 50, Issue 2, s. 165-173.
- [54] Gawronski W. K.: *Advanced Structural Dynamics and Active Control of Structures*. Springer-Verlag 2004. ISBN 0-387-40649-2.

- [55] Gilsinn D. E., Davies M. A., Balachandran B.: *Stability of Precision Diamond Turning Processes That Use Round Nosed Tools*. Journal of Manufacturing Science and Engineering 2001, Vol. 123, Issue 4, s. 747-748.
- [56] Girard A., Roy N.: *Structural Dynamics in Industry*. John Wiley & Sons 2008. ISBN 978-1-84821-004-2.
- [57] Górecki H., Fuksa S., Korytowski A., Mitkowski W.: *Sterowanie optymalne w systemach liniowych z kwadratowym wskaźnikiem jakości*. Warszawa: PWN 1983. ISBN 978-83-010418-16.
- [58] Greco D., Blanc P., Aubry E., Vaclavik I.: *Active vibration control of flexible materials found within printing machines*. Journal of Sound and Vibration 2007, Vol. 300, Issue 3-5, s. 831-846.
- [59] Groover P. M.: *Fundamentals of Modern Manufacturing: Materials, Processes, and Systems*. 4th Edition. John Wiley & Sons 2010. ISBN 978-0470-467008.
- [60] Grzesik W., Niesłony P.: *Modelowanie procesu skrawania z zastosowaniem metody elementów skończonych*. W: Red. H. Latoś. *Obróbka Skrawaniem Zaawansowana Technika*. Bydgoszcz: Wydawnictwa Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego 2009, s. 171-191.
- [61] Gühring oHG. *Obróbka szybkościowa na sucho (Dry HSC). 10 wskazówek obróbki szybkościowej na sucho*. Artykuł promocyjny. *Mechanik* 1999, Nr 7, s. 482-483.
- [62] Güney M., Eşkinat E.: *Optimal actuator and sensor placement in flexible structures using closed-loop criteria*. Journal of Sound and Vibration 2008, Vol. 312, Issue 1-2, s. 210-233.
- [63] Haber R. E., Alique J. R., Ros S., Haber R. H.: *Modeling and Simulation of High-Speed Machining Processes Based on Matlab/Simulink*. W: Editors V. S. Sunderam, G. D. van Albada, P. M. A. Sloom, J. J. Dongarra. *Computational Science – ICCS 2005. 5th International Conference*. Atlanta 2005, Part 3, s. 627-634.
- [64] Håkansson L., Ckaesson I., Pettersson L., Lagö T.: *Embedded piezoceramic actuators in a tool holder shank for the active control of machine-tool vibration*. W: *The 1999 International Symposium on Active Control of Sound and Vibration (Active 99)*. Fort Lauderdale 1999, s. 305-316.

- [65] Hansen C. H., Qui X., Petersen C., Howard C., Singh S.: *Active noise and vibration control systems design consideration*. Mechanics 2007, Vol. 26, No. 4, s. 37-46.
- [66] Hassan M., Dubay R., Li C., Wang R.: *Active vibration control of a flexible one-link manipulator using a multivariable predictive controller*. Mechatronics 2007, Vol. 17, Issue 6, s. 311-323.
- [67] Hayajneh M. T., Tahat M. S., Bluhm J.: *A Study of the Effects of Machining Parameters on the Surface Roughness in the End-Milling Process*. Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering 2007, Vol. 1, No. 1, s. 1-5.
- [68] Hesselbach J., Hoffmeister H. W., Schuller B. C., Loeis K.: *Development of an active clamping system for noise and vibration reduction*. CIRP Annals – Manufacturing Technology 2010, Vol. 59, Issue 1, s. 395-398.
- [69] Heylen W., Avitabile P.: *Correlation Considerations – Part 5 (Degree of Freedom Correlation Techniques)*. W: *Proceedings of 16th International Modal Analysis Conference*. Santa Barbara 1998, s. 207-214.
- [70] Heylen W., Lammens S., Sas P.: *Modal Analysis Theory and Testing*. Katholieke Universiteit Leuven 1998. ISBN 90-73802-61-X.
- [71] Hoffmann M., Powalka B., Berczyński S., Pajor M.: *Identification of Cutting Forces in Frequency Domain for Milling*. Advances in Manufacturing Science and Technology 2010, Vol. 34, No. 1, s. 5-20.
- [72] Hon K. K. B., Baharudin B. T. H. T.: *The Impact of High Speed Machining on Computing and Automation*. International Journal of Automation and Computing 2006, Vol. 3, No. 1, s. 63-68.
- [73] Hu C. Y., Weng C. I., Chen C. K.: *A Modified Model of Machining Chatter*. W: *Proceedings of 3rd International Modal Analysis Conference*. Orlando 1985, Vol. 1, s. 1178-1184.
- [74] Huang S.-J., Lian R.-J.: *Active Vibration Control of a Dynamic Absorber Using Fuzzy Algorithms*. Mechatronics 1996, Vol. 6, No. 3, s. 317-336.
- [75] Huo D., Cheng K.: *Basic Concepts and Theory*. W: Editor K. Cheng. *Machining Dynamics Fundamentals, Applications and Practices*. Springer-Verlag 2009, s. 7-20.
- [76] Ikua B. W., Tanaka H., Obata F., Sakamoto S.: *Prediction of cutting forces and machining error in ball end milling of curved surfaces – I theoretical analysis*. Precision Engineering 2001, Vol. 25, No. 4, s. 266-273.

- [77] Inasaki I., Karpuschewski B., Lee H.-S.: *Grinding Chatter – Origin and Suppression*, CIRP Annals – Manufacturing Technology 2001, Vol. 50, Issue 2, s. 515-534.
- [78] Insperger T., Mann B. P., Surmann T., Stépán G.: *On the chatter frequencies of milling processes with runout*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2008, Vol. 48, Issue 10, s. 1081-1089.
- [79] Intes GmbH Stuttgart, 2011 [dostęp 28 lutego 2011]. Dostępny w internecie: [www.intes.de](http://www.intes.de).
- [80] Ismail F., Kubica E. G.: *Active Suppression of Chatter in Peripheral Milling, Part 1. A Statistical Indicator to Evaluate the Spindle Speed Modulation Method*. International Journal of Advanced Manufacturing Technology 1995, Vol. 10, No. 5, s. 299-310.
- [81] Ismail F., Ziaei R.: *Chatter suppression in five-axis machining of flexible parts*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2002, Vol. 42, Issue 1, s. 115-122.
- [82] Jabłoński W., Zagórski K.: *Modelling of influence of some cutting process parameters on chatter amplitude*. Mechanics 2009, Vol. 28, No. 4, s. 101-105.
- [83] Jacson M. J., Morrell J. S.: *Machining with Nanomaterials*. Springer Science+Business Media LLC 2009. ISBN 978-0-387-87659-7.
- [84] Jasiński K.: *Nadzorowanie drgań układów nośnych robotów przemysłowych z zastosowaniem sterowania optymalnego przy energetycznym wskaźniku jakości*. Praca doktorska. Politechnika Gdańska 2008.
- [85] Javorek L., Hric J.: *Analiza wybranych konstrukcji oprawek do mocowania narzędzi*. W: Red. J. Stós. *Obróbka skrawaniem innowacje*. Kraków: Instytut Zaawansowanych Technologii Wytwarzania 2008, s. 402-407.
- [86] Jayaram S., Kapoor S. G., DeVor R. E.: *Estimation of the specific cutting pressures for mechanistic cutting force models*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2000, Vol. 41, Issue 2, s. 265-281.
- [87] Jemiłniak K.: *Obróbka skrawaniem*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 1998. ISBN 83-7207-048-2.
- [88] Jemiłniak K.: *Nowości w wysoko produktywnej obróbce skrawaniem*. W: Red. J. Stós. *Obróbka skrawaniem innowacje*. Kraków: Instytut Zaawansowanych Technologii Wytwarzania 2008, s. 23-32.

- [89] Jemielniak K.: *Modelling of dynamic cutting coefficients in three-dimensional cutting*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 1992, Vol. 32 Issue 4, s.509-519.
- [90] Kaczorek T.: *Teoria sterowania i systemów*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN 1999. ISBN 83-01-12072-X.
- [91] Kaliński K.: *Nadzorowanie drgań układów mechanicznych modelowanych dyskretnie*. Seria Monografie nr 22. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej 2001. ISBN 83-88007-83-1.
- [92] Kaliński K.: *The Finite Element Method Application to Linear Closed Loop Steady System Vibration Analysis*. International Journal of Mechanical Science 1997, Vol. 39, Issue 3, s. 315-330.
- [93] Kaliński K., Chodnicki M.: *Nadzorowanie drgań w układzie hybrydowym na przykładzie procesu skrawania w ujęciu mechatronicznym*. W: Red. T. Uhl. *Projektowanie Mechatroniczne Zagadnienia wybrane*. Kraków: Akademia Górniczo-Hutnicza 2004, s.161-169.
- [94] Kaliński K., Chodnicki M.: *Nadzorowanie drgań za pomocą sterowania optymalnego w układzie hybrydowym na przykładzie procesu skrawania*. W: Red. J. Wojnarowski, T. Uhl. *Teoria Maszyn i Mechanizmów*. Kraków: Akademia Górniczo-Hutnicza 2004, Tom II, s.197-202.
- [95] Kaliński K., Chodnicki M., Mazur M.: *Examples of a use the optimal control at energy performance index in mechatronic approach*. Acta Mechanica et Automatica 2008, Vol. 2, No. 4, s. 24-28.
- [96] Kaliński K., Chodnicki M., Sawiak S., Galewski M.: *Modelowanie i symulacja procesu nadzorowania drgań w układzie hybrydowym na przykładzie frezowania przedmiotów podatnych*. W: XII Konferencja. *Diagnostyka Maszyn Roboczych i Pojazdów*. Bydgoszcz 2005, Vol. 33, s.83-88.
- [97] Kaliński K., Dziewanowski L., Sawiak S., Galewski M.: *Nadzorowanie drgań narzędzie-przedmiot obrabiany podczas frezowania kształtowych przedmiotów podatnych*. Sprawozdanie merytoryczne z projektu badawczego MNiI nr 5 T07C 037 25. Gdańsk 2006.
- [98] Kaliński K., Galewski M.: *Chatter vibration surveillance by the optimal-linear spindle speed control*. Mechanical Systems and Signal Processing 2011, Vol. 25, Issue 1, s. 383-399.

- [99] Kaliński K., Mazur M.: *Building Optimal Spindle Velocity to Supervise High Velocity Milling of the Flexible Parts*. W: Red. T. Uhl. *Selected problems of modal analysis of mechanical systems*. Kraków: Akademia Górniczo-Hutnicza 2010.
- [100] Kaszuwara W.: *Ceramiczne materiały piezoelektryczne*. Inżynieria Materiałowa 2004, R. XXV, Nr 2, s. 65-67.
- [101] Kaszuwara W.: *Stopy z pamięcią kształtu*. Inżynieria Materiałowa 2004, R. XXV, Nr 2, s. 61-64.
- [102] Kauppinen V.: *High-speed milling – a new manufacturing technology*. W: *4th International DAAAM Conference “Industrial Engineering – Innovation as Competitive Edge for SME”*. Tallinn 2004, s. 131-134.
- [103] Kebdani S., Sahli A., Rahmani O., Boutchicha D., Belarbi A.: *Analysis of Chatter Stability in Facing*. Journal of Applied Sciences 2008, Vol. 8, Issue 11, s. 2050-2058.
- [104] Kim K. J., Ha J. Y.: *Suppression of Machine Tool Chatter Using a Viscoelastic Dynamic Damper*. Journal of Engineering for Industry 1987, Vol. 109, s. 58-65.
- [105] Kim N. H., Won D., Ziegert J. C.: *Numerical analysis and parameter study of a mechanical damper for use in long slender endmills*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2006, Vol. 46, Issue 5, s.500-507.
- [106] Kinkel S.: *Anforderungen an die Fertigungstechnik von Morgen*. W: *Mitteilungen aus der Produktionsinnovationserhebung*. Fraunhofer Institut System- und Innovationsforschung 2005, Nummer 37.
- [107] Koruba Z., Styczeń J.: *Active control of vibrations of a three-axis gyroscopic platform on board of a playing object*. Mechanics 2005, Vol. 24, No. 2, s. 82-87.
- [108] Kovačić I.: *The Chatter Vibration in Metal Cutting – Theoretical Approach*. The scientific journal FACTA UNIVERSITATIS. Series: Mechanical Engineering 1998, Vol. 1, No.5, s. 581-593.
- [109] Kreja I.: *Stability analysis of cylindrical composite shells in MSC/Nastran*. Archives of Civil and Mechanical Engineering 2005, Vol. 5, No. 3, s. 31-41.
- [110] Kubica E. G., Ismail F.: *Active Suppression of Chatter in Peripheral Milling. Part II. Application of Fuzzy Control*. International Journal of Advanced Manufacturing Technology 1996, Vol. 12, No. 4, s. 236-245.
- [111] Kucuk I., Sadek I., Yilmaz Y., Islam S.: *Optimal Vibration Control of Beam Using Piezoceramic Actuators and Sensors*. W: *Latest Trends on Applied*

- Mathematics, Simulation, Modeling. 4th International Conference. Corfu Island 2010, s. 57-60.*
- [112] Kurokawa E.: *Flexible Conformable Clamps for a Machining Cell with Application to Turbine Blade Machining*. Carnegie-Mellon University 1983.
- [113] Lai W.-H.: *Modeling of Cutting Forces in End Milling Operations*. Tamkang Journal of Science and Engineering 2000, Vol. 3, No. 1, s. 15-22.
- [114] Lalanne C.: *Mechanical Vibration and Shock Analysis, second edition – volume 1, Sinusoidal Vibration*. ISTE Ltd. 2009. ISBN 978-1-84821-122-3.
- [115] Landers R. G., Ulsoy A. G.: *Nonlinear Feed Effect in Machining Chatter Analysis*. Journal of Manufacturing Science and Engineering 2008, Vol. 130, Issue 1, Article 011017, 8 s.
- [116] Lee H.-K, Chen S.-T., Lee A.-C.: *Optimal Control of Vibration Suppression in Flexible Systems via Dislocated Sensors / Actuator Positioning*. Journal of the Franklin Institute 1996, Vol. 333, Issue 5, s. 789-802.
- [117] Leiser H.-J.: *High Performance Cutting (HPC) versus High Speed Cutting (HSC). Opposites, Partial Observation or Complementary Strategies ?* HSM today specialist journal from Mikron Nidau for the Milling Technology 2004, Issue 13, s.1.
- [118] Leonowicz M.: *Materiały magnetostrykcyjne*. Inżynieria Materiałowa 2004, R. XXV, Nr 2, s. 68-69.
- [119] Leonowicz M.: *Wykorzystanie cieczy reologicznych jako materiałów inteligentnych*. Inżynieria Materiałowa 2004, R. XXV, Nr 2, s. 70-72.
- [120] Li S.-J., Zhou Y.-F., Jin R.-C., Ji Z.: *Dynamic Force Modelling for a Ball-End Milling Cutter Based on the Merchant Oblique Cutting Theory*. International Journal of Advanced Manufacturing Technology 2001, Vol. 17, No. 7, s. 477-483.
- [121] Liang S. Y., Hacker R. L, Landers R. G.: *Machining Process Monitoring and Control: The State-of-the-Art*. Journal of Manufacturing Science and Engineering 2004, Vol. 126, Issue 2, Article 297, 14 s.
- [122] Liao Y. S., Young Y. C.: *A new on-line spindle speed regulation strategy for chatter control*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 1996, Vol. 36, Issue 5, s. 651-660.



- [123] Lim T.-S., Lee C.-M., Kim S.-W., Lee D.-W.: *Evaluation of cutter orientations in 5-axis high speed milling of turbine blade*. Journal of Materials Processing Technology 2002, Vol. 130-131, s. 401-406.
- [124] Lin J., Huang C. J., Chang J., Wang S.-W.: *Active-passive vibration absorber of beam-cart-seesaw system with piezoelectric transducers*. Journal of Sound and Vibration 2010, Vol. 329, Issue 20, s. 4109-4123.
- [125] Litak G.: *Chaotic vibration in a regenerative cutting process*. Chaos, Solitons & Fractals 2002, Vol. 13, Issue 7, s. 1531-1535.
- [126] Liu X., Cheng K.: *Modeling the machining dynamics of peripheral milling*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2005, Vol. 45, Issue 11, s. 1301-1320.
- [127] Long X., Balachandran B.: *Stability of Up-milling and Down-milling Operations with Variable Spindle Speed*. Journal of Vibration and Control 2010, Vol. 16, No.7-8, s. 1151-1168.
- [128] Lonkwic P.: *Zagadnienia obróbki wysokowydajnej: HSM i systemy CAM*. Projektowanie i Konstrukcje Inżynierskie 2008, Nr 3(06), s. 37-38.
- [129] Lueg P.: *Process of Silencing Sound Oscillations*. Patent US 2043416. Date: June 9, 1936.
- [130] Luo X. K., Cheng K., Luo X. C., Liu X. W.: *A simulated investigation on the machining instability and dynamic surface generation*. International Journal of Advanced Manufacture Technology 2005, Vol. 26, No. 7-8, s. 718-725.
- [131] Mahnama M., Movahhedy M. R.: *Prediction of machining chatter based on FEM simulation of chip formation under dynamic conditions*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2010, Vol. 50, Issue 7, s. 611-620.
- [132] Maia N. M. M., Silva J. M. M.: *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Research Studies Press Ltd. 1997. ISBN 0-86380-208-7.
- [133] Mané I., Gagnol V., Bouzgarrou B. C., Ray P.: *Stability-based spindle speed control during flexible workpiece high-speed milling*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2007, Vol. 48, Issue 2, s. 184-194.
- [134] Marchelek K.: *Dynamika obrabiarek*. Wydanie II. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo – Techniczne 1991. ISBN 83-204-1140-8.
- [135] Martinez D. R., Hinnerichs T. D., Radmond J. M.: *Vibration control for precision manufacturing using piezoelectric actuators*. W: *6th International Conference on Adaptive Structures*. Key West 1995.

- [136] Marusich T. D., Ortiz M.: *Modelling and simulation of high-speed machining*. International Journal of Numerical Methods in Engineering 1995, Vol. 38, Issue 21, s. 3675-3694.
- [137] Mehrabian A. R., Yousefi-Koma A.: *A novel technique for optimal placement of piezoelectric actuators on smart structures*. Journal of the Franklin Institute 2009, Vol. 348, Issue 1, s. 12-23.
- [138] Mei C.; Cherng J. G., Wang Y.: *Active Control of Regenerative Chatter During Metal Cutting Process*. Journal of Manufacturing Science and Engineering 2006, Vol. 128, Issue 1, Article 346, 4 s.
- [139] Merdol S. D., Altintas Y.: *Multi Frequency Solution of Chatter Stability for Low Immersion Milling*. Journal of Manufacturing Science and Engineering 2004 Vol. 126, Issue 3, Article 459, 8 s.
- [140] Messaoud A., Weihs C., Hering F.: *Time Series Analysis, Control Charts: An industrial Application*. W: *International Symposium on Applied Stochastic Models and Data Anaysis (ASMDA)*. Brest 2005.
- [141] *Metoda Elementów Skończonych w Dynamice Konstrukcji*. Kruszewski J., Gawroński W., Ostachowicz W., Tarnowski J., Wittbrodt E. Warszawa: Wydawnictwo Arkady 1984. ISBN 83-213-3159-9.
- [142] Milfelner M., Cus F.: *Simulation of cutting forces in ball-end milling*. Robotics and Computer Integrated Manufacturing 2003, Vol. 19, Issues 1-3, s. 85-96.
- [143] Mognol P., Rivette M., Jégou L., Lesprier T.: *A first approach to choose between HSM, EDM and DMLS processes in Hybrid Rapid Tooling*. Rapid Prototyping Journal 2007, Vol. 13, Issue 1, s. 7-13.
- [144] Moraru G., Brun-Picard D., Ouladsine M., Mas S.: *Diagnostic et maintenance prédictive des électrobroches UGV*. Mécanique & Industries 2005, Vol. 6, s. 425-430.
- [145] Morek R.: *Raport. Rynek obrabiarek CNC w Polsce 2006*. Design News Polska Miesięcznik luty 2006, s. 17-37.
- [146] Morel J.: *Drgania maszyn i diagnostyka ich stanu technicznego*. Przekład z francuskiego. Polskie Towarzystwo Diagnostyki Technicznej 1994. ISBN 83-902022-0-4.
- [147] MSC Software. *MSC/NASTRAN for Windows. Quick Start Guide*. MSC.Software Corporation 2000.

- [148] Müller B.: *Thermische Analyse des Zerspanens metallischer Werkstoffe bei hohen Schnittgeschwindigkeiten*. Praca doktorska. Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen 2004.
- [149] Mukhopadhyay V.: *Transonic Flutter Suppression Control Law Design, Analysis and Wind- Tunnel Results*. W: *International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics*. Williamsburg 1999.
- [150] Nefske D. J., Sung S. H.: *Correlation of a Coarse-Mesh Finite Element Model Using Structural System Identification and a Frequency Response Assurance Criterion*. W: *Proceedings of 14th International Modal Analysis Conference*. Dearborn 1996, s. 597-602.
- [151] Neugebauer R., Dankena B., Wegener K.: *Mechatronic Systems for Machine Tool*. CIRP Annals – Manufacturing Technology 2007, Vol. 56, Issue 2, s. 657-686.
- [152] Newmark N. M.: *A Method of Computation for Structural Dynamics*. Journal of the Engineering Mechanics Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers 1959, Vol. 85, EM3, s. 67-94.
- [153] Niu J.-C., Zhao G.-Q., Hu X.-X.: *Active control of structural vibration by piezoelectric stack actuators*. Journal of Zhejiang University SCIENCE 2005, Vol. 6A, Issue 9, s. 974-979.
- [154] Noliac A/S, 2008 [dostęp 28 lutego 2011]. Dostępny w internecie: [http://www.noliac.com/Plate\\_benders-57.aspx](http://www.noliac.com/Plate_benders-57.aspx).
- [155] Nosyreva E., Molinari A.: *Analysis of Nonlinear Vibration in Metal Cutting*. International Journal of Mechanical Sciences 1998, Vol. 40, No. 5, s. 735-748.
- [156] Oczó K. E.: *Obróbka wysoko produktywna – wiodącym trendem obróbki skrawaniem*. W: Red. P. Cichosz. *Obróbka skrawaniem wysoka produktywność*. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej 2007, s. 31-50.
- [157] Oczó K. E.: *Wybrane aspekty racjonalnego doboru technik kształtowania wyrobów (głównie ubytkowego)*. Mechanik 2008, Nr 5-6, s. 361-379.
- [158] Olgac N., Sipahi R.: *A Unique Methodology for Chatter Stability Mapping in Simultaneous Machining*. Journal of Manufacturing Science and Engineering 2005, Vol. 127, Issue 4, Article 791, 10 s.
- [159] Orman M., Snamina J.: *Porównanie Efektywności Semiaktywnych i Aktywnych Tłumików Drgań Lin*. Czasopismo Techniczne. Mechanika. Kraków:

- Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej 2009, Zeszyt 12, Rok 106, 3-M, s. 71-83.
- [160] Özel T., Altan T.: *Modeling of High Speed Machining Processes for Predicting Tool Forces, Stresses and Temperatures Using FEM Simulations*. W: *Proceedings of CIRP International Workshop on Modeling for Machining Operations*. Atlanta 1998, s. 225-245.
- [161] Özel T., Sima M.: *Finite Element Simulation of High Speed Machining Ti-6Al-4V Alloy Using Modified Material Models*. Transaction of NAMRI/SME 2010, Vol. 38, s. 49-56.
- [162] Panusittikorn W., Ro P. I.: *Modeling and Control of a Magnetostrictive Tool Servo System*, W: *Proceeding of the American Control Conference*. Boston 2004, s. 3770-3775.
- [163] Pan Z., Zhang H.: *Analysis and Suppression of Chatter in Robotic Machining Process*. W: *International Conference on Control, Automation and Systems*. Seul 2007, s. 595-600.
- [164] Park G., Bement M., Hartman D. A., Smith R. E., Farrar C. R.: *The use active materials for machining processes: A review*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2007, Vol. 47, Issue 15, s. 2189-2206.
- [165] Pasko R., Przybylski L., Słodki B.: *High speed machining (HSM) – the effective way of modern cutting*. W: *International Workshop CA Systems and Technologies*. WEB Electronic Journal, CA Systems in Production Process Planning. Zilina-Kraków 2002 [dostęp: 27 lutego 2011], s. 72-79. Dostępny w internecie: <http://fstroj.utc.sk/journal/engl/papers.html>. ISSN 1335-3799.
- [166] Patwari A. U., Nurul Amin A. K. M., Faris W., Sharulhazrin M. S., Hafizzudin I.: *A New Technique for the Investigation of Chatter Formulation during End Milling of Medium Carbon Steel (AISI 45)*. W: *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists*. Lecture Notes in Engineering and Computer Science. Hong Kong 2010, Vol. 2182, Issue 1, s. 1812-1816.
- [167] Powalka B.: *Metodyka kształtowania wibrostanilności systemu obrabiarka-proces skrawania*. Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej nr 586. Instytut Technologii Mechanicznej nr 17. Szczecin 2007. ISSN 0239-975X.

- [168] Powalka B., Marchelek K.: *Identyfikacja Sił Skrawania na Podstawie Mierzonych Sygnałów Przyspieszeń*. W: XLVI Sympozjon "Modelowanie w Mechanice". Wisła 2007.
- [169] Pratt J. R.: *Vibration Control for Chatter Suppression with Application to Boring Bars*. Praca doktorska. Virginia Polytechnic Institute and State University 1997.
- [170] Preumont A.: *Vibration Control of Active Structures An Introduction 2nd Edition*. Kluwer Academic Publishers 2004. ISBN 1-4020-0496-6.
- [171] Quintana G.: *Stability lobes diagram identification and surface roughness monitoring in milling processes*. Praca doktorska. Universitat de Girona 2009.
- [172] Quintana G., Ciurana J., Teixidor D.: *A new experimental methodology for identification of stability lobes diagram in milling operations*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2008, Vol. 48, Issue 15, s. 1637-1645.
- [173] Rashid M. K.: *Simulation study on the improvements of machining accuracy by using smart materials*. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 2005, Vol. 21, Issue 3, s. 249-257.
- [174] Ritou M.: *Surveillance d'Usinage en Freisage de Pieces Complexes par un Suivi de la Broche*. Praca doktorska. Université de Nantes 2006.
- [175] Rivière E., Filippi E., Dehombreux P.: *Forces, Vibration and Roughness Prediction in Milling Using Dynamic Simulation*. W: 5<sup>o</sup> Congrès International Usinage Grande Vitesse. Metz 2006.
- [176] Rivin E. I.: *Machine-Tool Vibration*. W: Editors C. M. Harris, A. G. Piersol. *Harris' Shock and Vibration Handbook (5th Edition)*. McGraw-Hill 2002, Chapter 40, 22 s.
- [177] Sadílek M., Čep R.: *Progressive Strategy of Milling by means of Tool Axis Inclination Angle*. Word Academy of Science, Engineering and Technology 2009, Issue 53, s. 661-665.
- [178] Sandvik Coromant. *How to reduce vibration in metal cutting*. Katalog produktów Silent Tools. AB Sandvik Coromat 2006.01.
- [179] Sandvik Coromant. *Technical Guide, Poradnik obróbki skrawaniem* [on-line]. Sandvik Coromant Polska, 2010 [dostęp 26 lutego 2011]. Dostępny w internecie: <http://www.coromant.sandvik.com/pl>.

- [180] Sastry S., Kapoor S. G., DeVor R. E., Dullerud E.: *Chatter Stability Analysis of the Variable Speed Face-Milling Process*. Journal of Manufacturing Science and Engineering 2001, Vol. 123, Issue 4, s. 753-756.
- [181] Schmitz T. L.: *Predicting High-Speed Machining Dynamics by Substructure Analysis*. CIRP Annals – Manufacturing Technology 2000, Vol. 49, Issue 1, s. 303-308.
- [182] Schmitz T. L., Ziegert J. C., Stanislaus C.: *A Method for Predicting Chatter Stability for Systems with Speed-Dependent Spindle Dynamics*. Transactions of the North American Manufacturing Research Institute of SME 2004. Technical Paper TP04PUB182, Vol. 32, s. 17-24.
- [183] Schulz H.: *The History of High Speed Machining*. Revista De Ciência & Tecnologia 1999, Vol. 13, s. 9-18.
- [184] Semotiuk L.: *Analiza cech eksploatacyjnych innowacyjnych konstrukcji narzędzi wykorzystywanych w procesach frezowania zgrubnego z wykorzystaniem technologii HSM*. Eksploatacja i Niezawodność 2009, Nr 1, s. 46-53.
- [185] Seguy S., Insperger T., Arnaud L., Desein G., Peigné G.: *On the stability of high-speed milling with spindle speed variation*. International Journal of Advanced Manufacturing Technology 2010, Vol. 48, No. 9-12, s. 883-895.
- [186] Shaw S., Greif R.: *Active Vibration Control Using The Independent Modal Space Control Technique*. W: *Proceedings of 14th International Modal Analysis Conference*. Dearborn 1996, s. 56-62.
- [187] Sidda Reddy B., Suresh Kumar J., Vijaya Kumar Reddy K.: *Prediction of Surface Roughness in Turning Using Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System*. Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering 2009, Vol. 3, No. 4, s. 252-259.
- [188] Sims N. D., Bayly P. V., Young K. A.: *Piezoelectric sensors and actuators for milling tool stability lobes*. Journal of Sound and Vibration 2005, Vol. 281, Issues 3-5, s. 743-762.
- [189] Sims N. D.: *The Self-Excitation Damping Ratio: A Chatter Criterion for Time-Domain Milling Simulations*. Journal of Manufacturing Science and Engineering 2005, Vol. 127, Issue 3, Article 433, 13 s.
- [190] Sims N. D.: *Vibration absorbers for chatter suppression: A new analytical tuning methodology*. Journal of Sound and Vibration 2007, Vol. 301, Issues 3-5, s. 592-607.

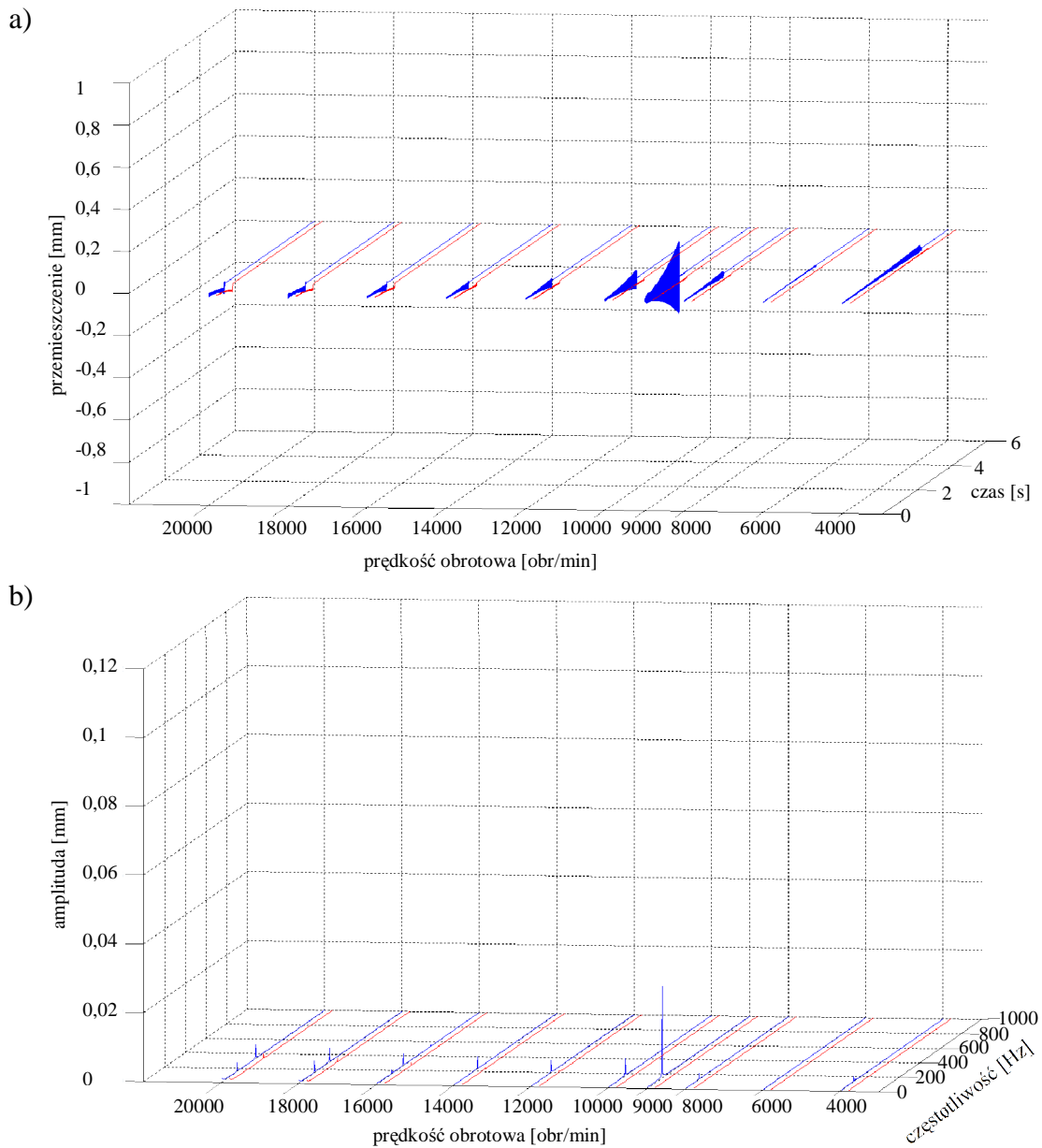
- [191] Skoczyński W.: *Ocena własności obrabiarek na podstawie dokładności obróbki przedmiotów próbnych*. Prace Naukowe Instytutu Technologii Maszyn i Automatyzacji Politechniki Wrocławskiej Nr 81. Seria Monografie Nr 25. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej 2001. ISSN 0867-5325.
- [192] Smith S., Tlustý J.: *An Overview of Modeling and Simulation of the Milling Process*. Journal of Engineering for Industry 1991, Vol. 113, s. 169-175.
- [193] Soliman E., Ismail F.: *Chatter Suppression by Adaptive Speed Modulation*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 1997, Vol. 37, Issue 3, s. 355-369.
- [194] Song D.-Y., Otani N., Aoki T., Kamakoshi Y., Ohara Y., Tamaki H.: *A New approach to cutting state monitoring in end-milling machining*. Journal of Machine Tools & Manufacture 2004, Vol. 45, Issues 7-8, s. 909-921.
- [195] Starek L., Šolek P., Starek D., Stareková A., Blesák P.: *Suppression of Vibration of a Clamped Beam via Piezoceramics*. Mechanics 2007, Vol. 26, No. 4, s. 187-194.
- [196] Stépán G., Szalai R., Mann B. P., Bayly P. V., Insperger T., Gradisek J., Govekar E.: *Nonlinear Dynamics of High-Speed Milling – Analyses, Numerics, and Experiments*. Journal of Vibration and Acoustics 2005, Vol. 127, Issue 2, Article 197, 7 s.
- [197] Storch B.: *Podstawy obróbki skrawaniem*. Koszalin: Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej 2001. ISBN 83-88283-62-6.
- [198] Su Y.-A., Tadjbakhsh I.G.: *Optimal control of beams with dynamic loading and buckling*. Journal of Applied Mechanics 1991, Vol. 58, Issue 1, Article 197, 6 s.
- [199] Surmann T., Enk D.: *Simulation of milling tool vibration trajectories along changing engagement conditions*. International Journal of Machine Tools & Manufactures 2007, Vol. 47, Issue 9, s. 1442-1448.
- [200] Świtoński E., Mężyk A., Klein W.: *Application of smart materials in vibration control systems*. Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering 2007, Vol. 24, Issue 1, s. 291-296.
- [201] Tanaka H., Obata F., Matsubara T., Mizumoto H.: *Active Chatter Suppression of Slender Boring Bar using Piezoelectric Actuators*. International Journal Japan Society of Mechanical Engineers 1994, Series C, Vol. 37, No. 3, s. 601-606.

- [202] Tangjitsitcharoen S., Moriwaki T.: *Intelligent monitoring and identification of cutting states of chips and chatter on CNC turning machine*. Journal of Manufacturing Processes 2008, Vol. 10, Issue 1, s. 40-46.
- [203] Tang Z., Xiang Z., Lv F.: *Modeling and Control Method Study of Magnetostrictive Micropositioner and its Application*. IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics 2004, Vol. 5, s. 4295-4300.
- [204] Tarng Y. S., Kao J. Y., Lee E. C.: *Chatter suppression in turning operations with a tuned vibration absorber*. Journal of Materials Processing Technology 2000, Vol. 105, Issues 1-2, s. 55-60.
- [205] Teti R., Jemielniak K., O'Donnell G., Dornfeld D.: *Advanced monitoring of machining operations*. CIRP Annals – Manufacturing Technology 2010, Vol. 59, Issue 2, s. 717-739.
- [206] Tian J., Hutton S. G.: *Chatter Instability in Milling System with Flexible Rotating Spindles – A New Theoretical Approach*. Journal of Manufacturing Science and Engineering 2001, Vol. 123, s. 1-9.
- [207] Tlustý J.: *Dynamics of High-Speed Milling*. Journal of Engineering for Industry 1986, Vol. 108, s. 59-67.
- [208] Tlustý J., Smith S., Winfough W. R.: *Techniques for the Use of Long Slender End Mills in High-speed Milling*. CIRP Annals – Manufacturing Technology 1996, Vol. 45, Issue 1, s. 393-396.
- [209] Tomków J.: *Podstawy projektowych obliczeń wibrostanilności wielowymiarowego układu OUPN ze szczególnym uwzględnieniem modelowania dynamiki procesu skrawania*. Prace Naukowe Politechniki Szczecińskiej nr 429, Instytut Technologii Mechanicznej nr 7. Szczecin 1991, ISSN 0239-975X.
- [210] Tomków J.: *Wibrostanilność obrabiarek. Komputerowe wspomaganie obliczeń i badań doświadczalnych*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo – Techniczne 1997. ISBN 83-204-2274-4.
- [211] Tou J. T.: *Nowoczesna teoria sterowania*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo – Techniczne 1967.
- [212] Tschätsch H., Dietrich J.: *Preis der Zerspantechnik Verfahren, Werkzeuge, Berechnung*. Wydanie 9. Vieweg+Teubner | GWV Fachverlage GmbH. Wiesbaden 2008. ISBN 978-3-8348-0540-9.

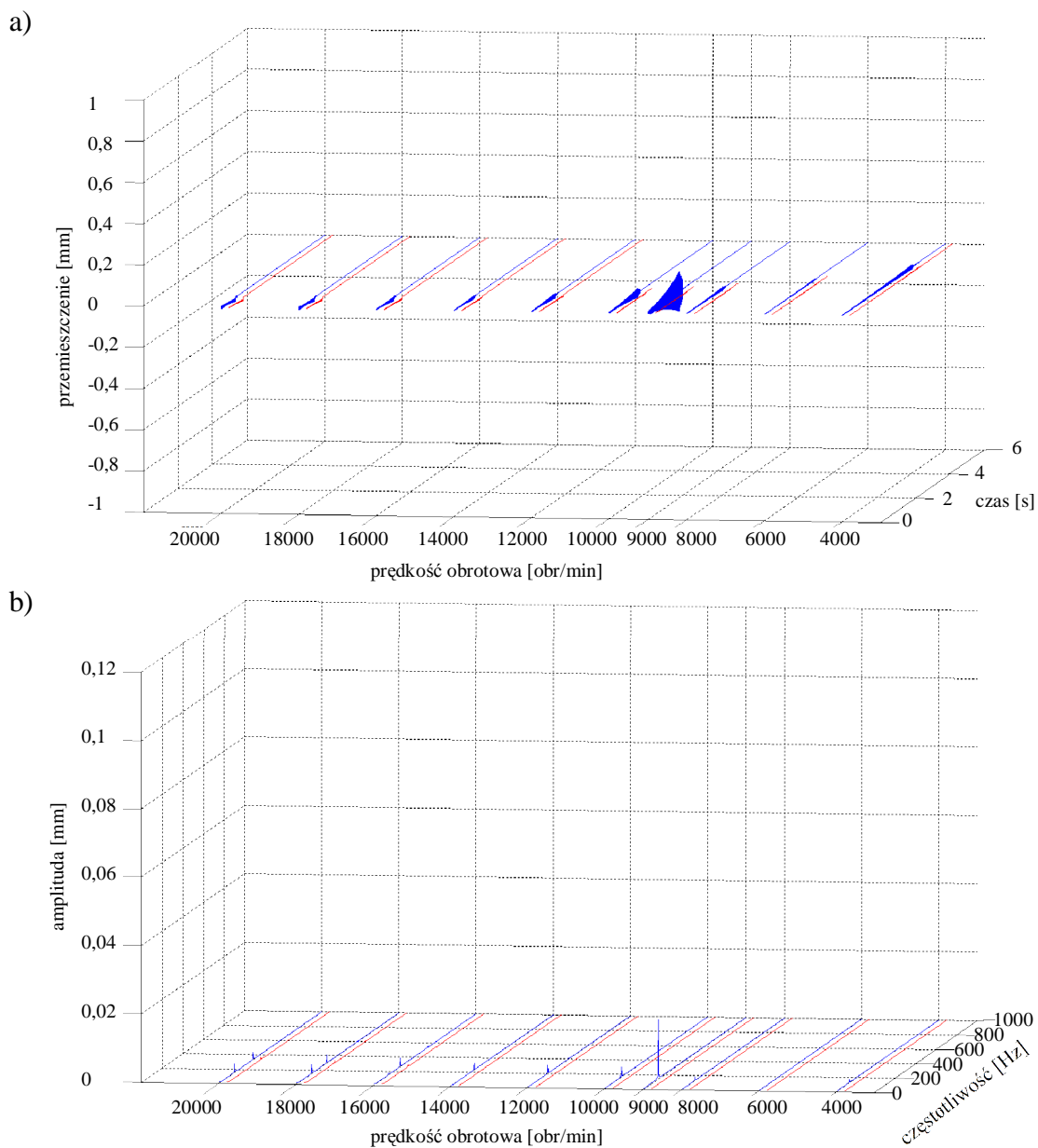


- [213] T-Systems International GmbH, 2011 [dostęp 28 lutego 2011]. Dostępny w internecie: <https://servicenet.t-systems.de/medina>.
- [214] Turner S., Merdol D., Altintas Y., Ridgway K.: *Modeling of the stability of variable helix end mills*. International Journal of Machine Tools & Manufacture 2007, Vol. 47, Issue 9, s. 1410-1416.
- [215] Twardowski P.: *Stabilność procesu frezowania zahartowanej stali w warunkach obróbki HSM*. W: Red. J. Stós. *Obróbka skrawaniem innowacje*. Kraków: Instytut Zaawansowanych Technologii Wytwarzania 2008, s. 244-251.
- [216] Twardowski P.: *Stabilność procesu frezowania stali na twardo w warunkach HSM*. Archiwum Technologii Maszyn i Automatykacji 2006, Vol. 26, Nr 2, s. 93-101.
- [217] Uebersax M.: *Automated 5-axis machining creates competitive advantages*. HSM today – Specialist Journal from Mikron Agie Charmilles AG for the Milling Technology 2007, Issue 18, s.1.
- [218] Uhl T.: *Komputerowo wspomagana identyfikacja modeli konstrukcji mechanicznych*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo – Techniczne 1997. ISBN 83-204-2239-6.
- [219] van Dijk N. J. M., van de Wouw N., Nijmeijer H., Faassen R. P. H., Doppenberg E. J. J., Oosterling J. A. J.: *Real-time detection and control of machine tool chatter in high speed milling*. W: *2nd International Conference "Innovative Cutting Processes & Smart Machining"*. Cluny 2008.
- [220] vMACH Engineering, 2010 [dostęp 28 lutego 2011]. Dostępny w internecie: <http://www.vonmach.de>.
- [221] von Mach A., Chodnicki M.: *System Identification and Test – Analysis Comparison*. W: *NAFEMS Seminar: Virtual Testing – Simulation Methods as Integrated Part of an Efficient Product Development*. Wiesbaden 2006.
- [222] Wahi P., Chatterjee A.: *Regenerative Tool Chatter Near a Codimension 2 Hopf Point Using Multiple Scales*. Nonlinear Dynamic 2005, Vol. 40, No. 4, s. 323-338.
- [223] Wang M., Fei R.: *Improvement of machining stability using a tunable-stiffness boring bar containing an electrorheological fluid*. Smart Materials and Structures 1999, Vol. 8, No. 4, s. 511-514.

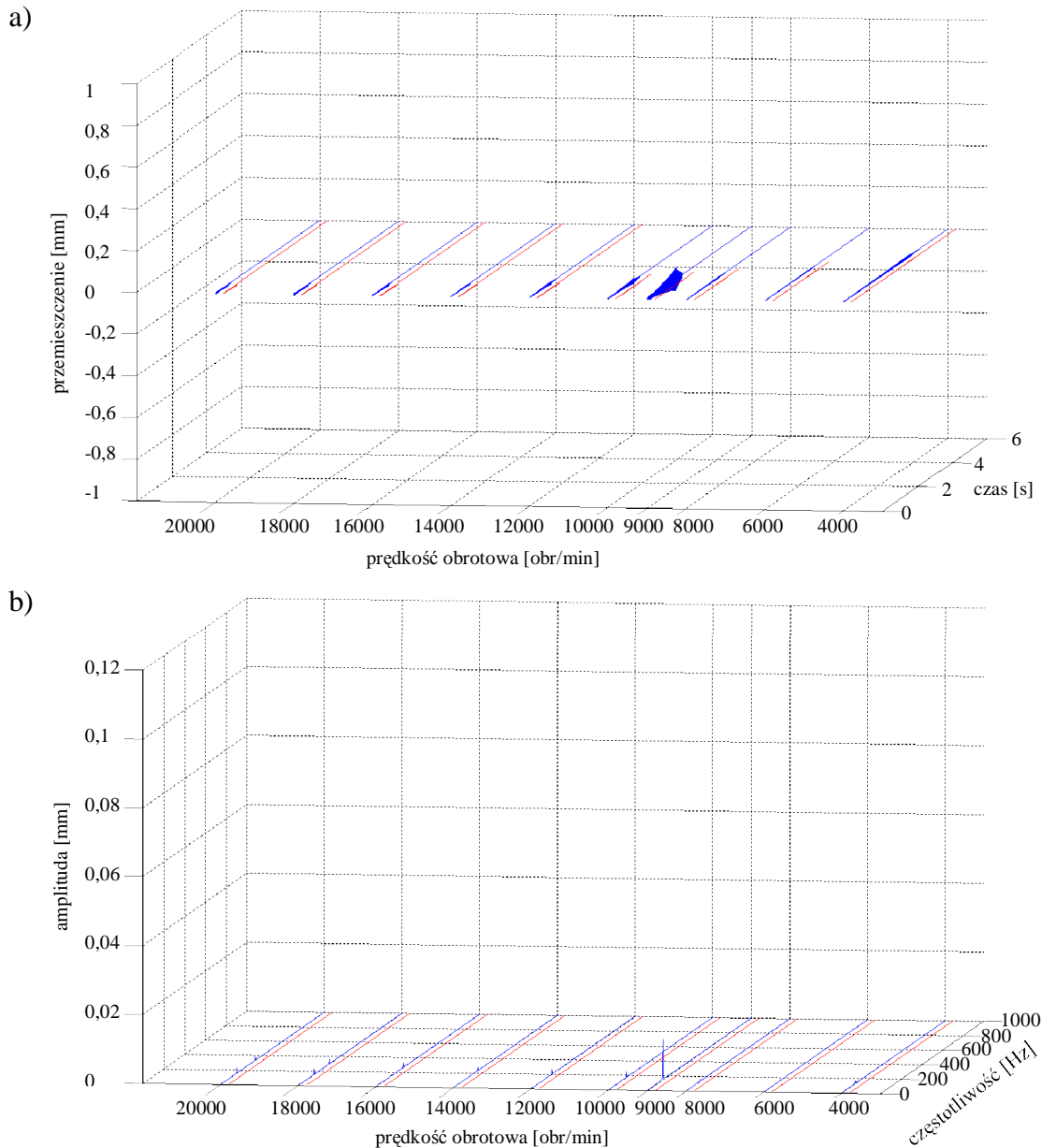
- [224] Wang X. S., Hu J., Gao J. B.: *Nonlinear dynamic of regenerative cutting processes – Comparison of two models*. *Chaos, Solitons & Fractals* 2006, Vol. 29, Issue 5, s. 1219-1228.
- [225] Wang Z. G., Wong Y. S., Rahman M.: *High-Speed milling of titanium alloys using binderless CBN tools*. *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 2005, Vol. 45, Issue 1, s. 105-114.
- [226] Wiercigroch M., Budak E.: *Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting*. *Philosophical Transactions of The Royal Society of London Series A* 2001, Vol. 359, No. 1781, s. 663-693.
- [227] Wołowik P.: *Procesory sygnałowe DSP jako układy oferujące nowe możliwości zastosowań w urządzeniach elektronicznych powszechnego użytku – Część 3*. *Miesięcznik Radioelektronik* 2005, Nr 5, s. 18-19.
- [228] Yilmaz A. AL-Regib E., Ni J.: *Machine Tool Chatter Suppresion by Multi-Level Random Spindle Speed Variation*. *Journal of Manufacturing Science and Engineering* 2002, Vol. 124, Issue 2, Article 208, 9 s.
- [229] Yu S. D., Shah V.: *Theoretical and Experimental Studies of Chatter in Turning for Uniform and Stepped Workpieces*. *Journal of Vibration and Acoustics* 2008, Vol. 130, Issue 6, Article 061005, 18 s.
- [230] Yue J.: *Creating a Stability Lobe Diagram*. W: *Proceedings of the IJME – Intertech Conference*. New Jersey 2006, Session IT 301-050.
- [231] Zheng L., Chiou Y. S., Liang S. Y.: *Three Dimensional Cutting Force Analysis in End Milling*. *International Journal of Mechanical Sciences* 1996, Vol. 38, Issue 3, s. 259-269.
- [232] Zheng L., Li Y., Liang S. Y.: *A Generalised Model of Milling Forces*. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 1997, Vol. 14, No. 3, s. 160-171.
- [233] Zienkiewicz O. C., Taylor R. L.: *The Finite Element Method*. 5th edition. Butterworth-Heinemann 2000. ISBN 0-7506-5049-4.



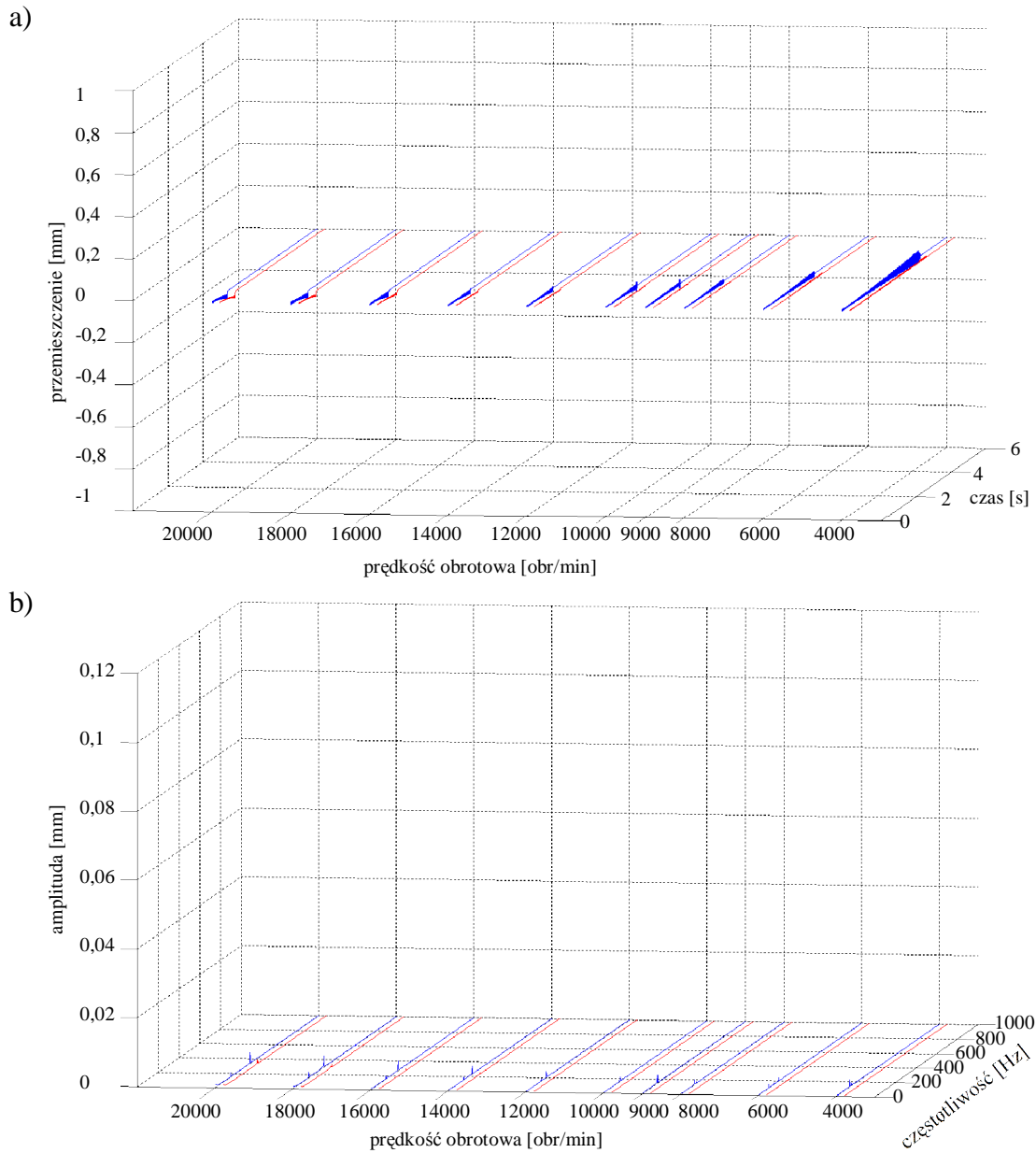
Rys. 73. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



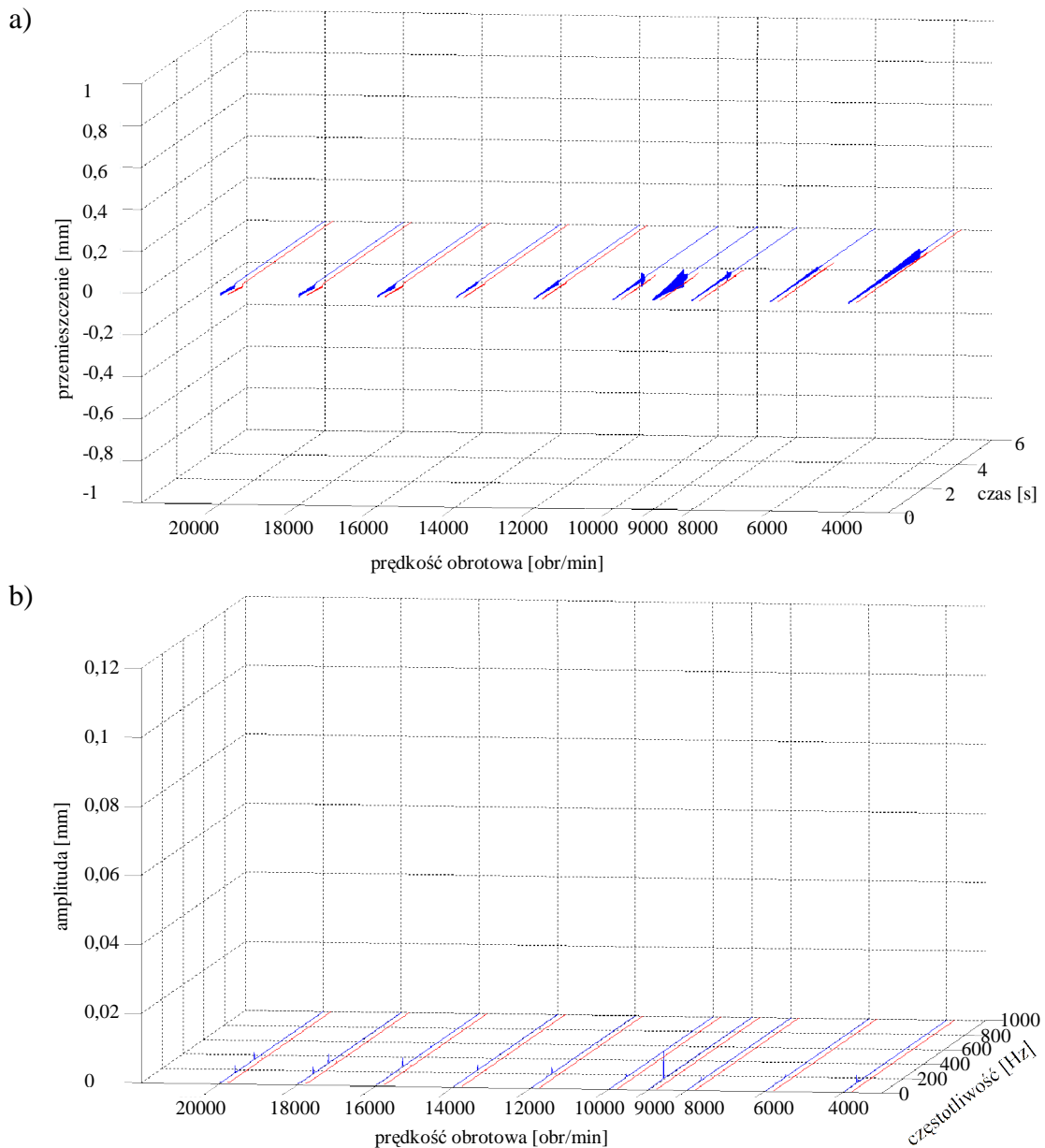
Rys. 74. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



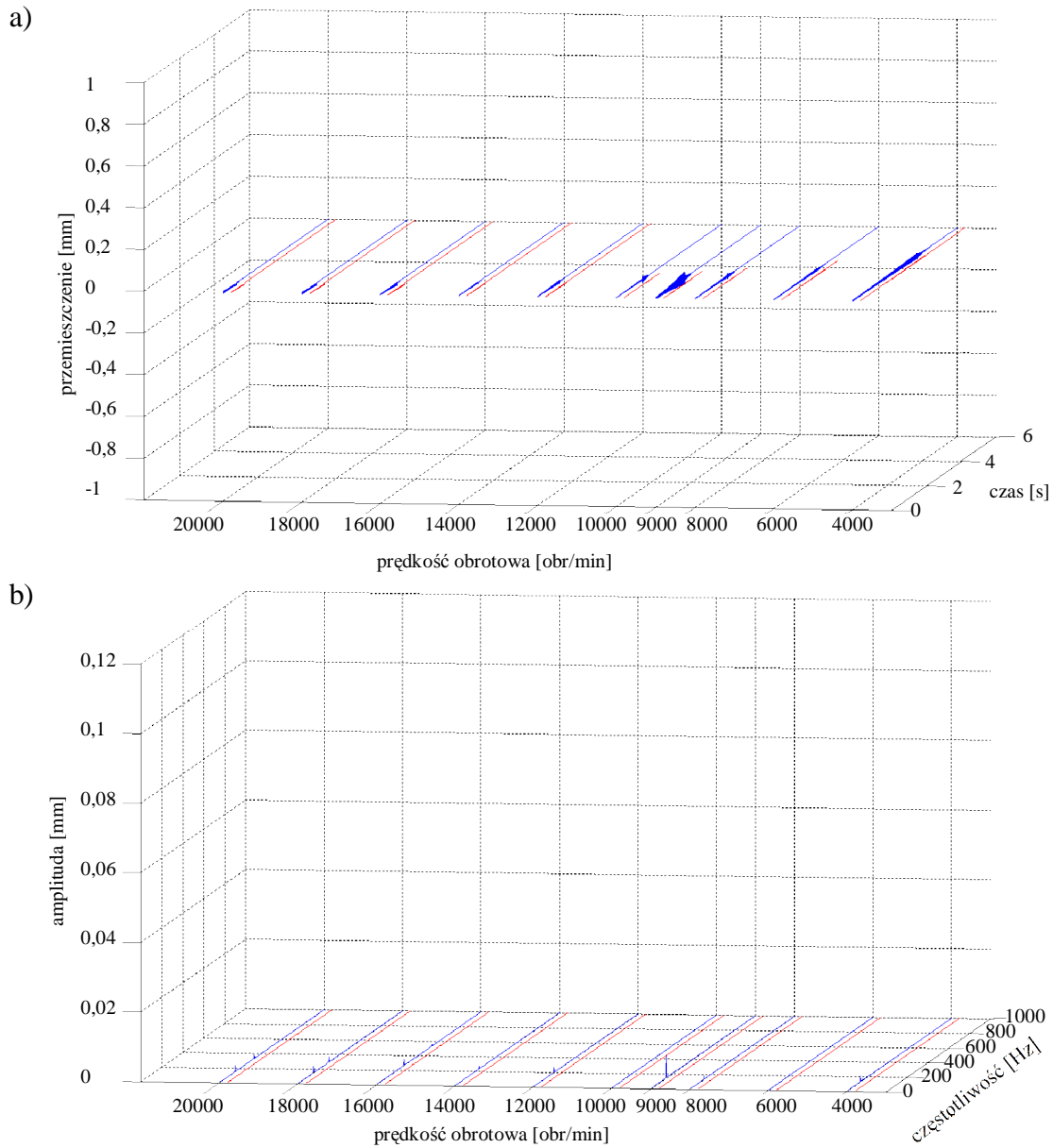
Rys. 75. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 76. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.

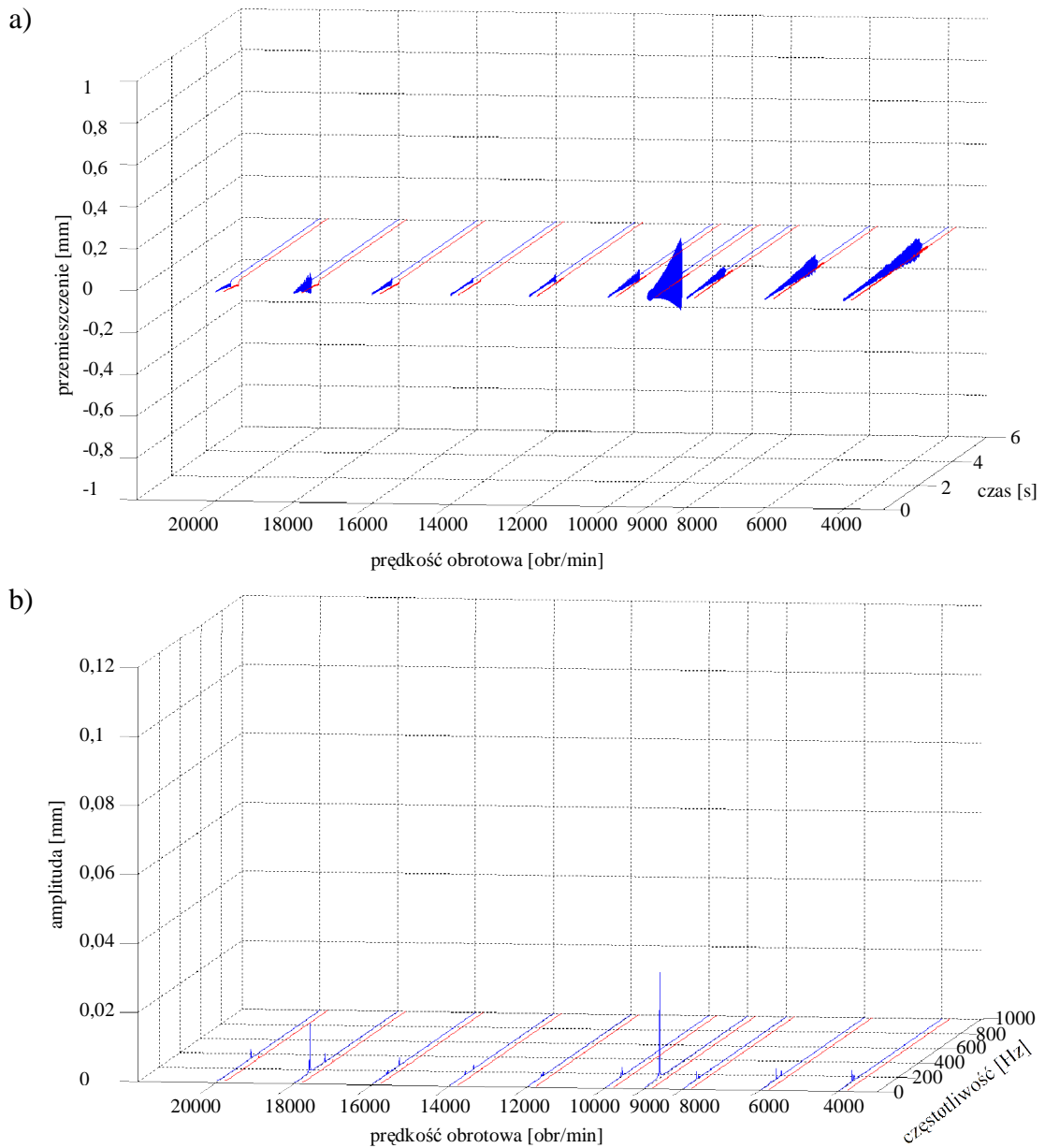


Rys. 77. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

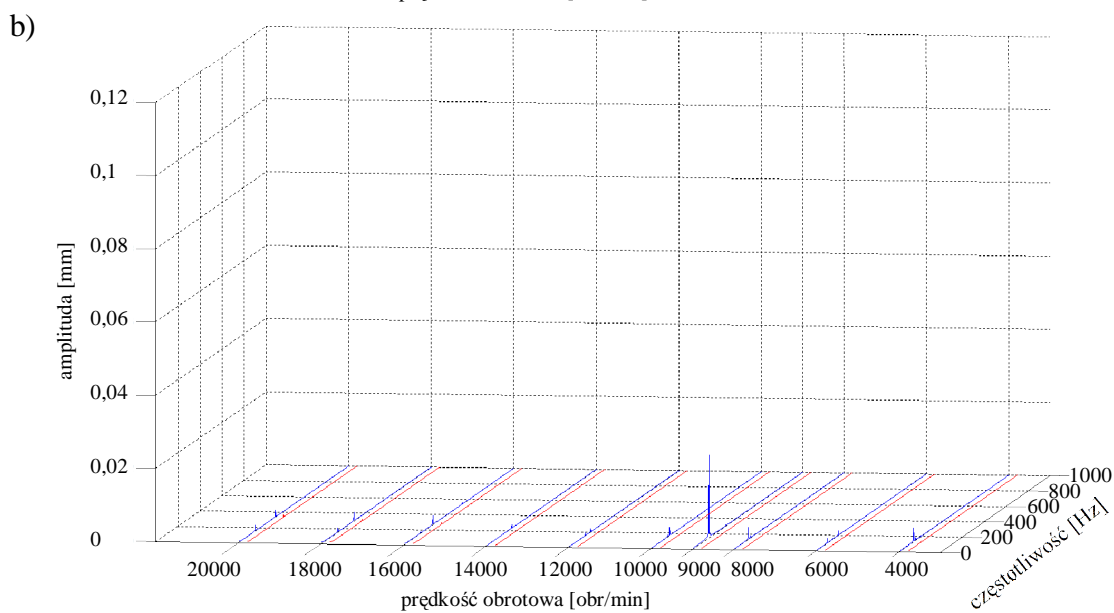
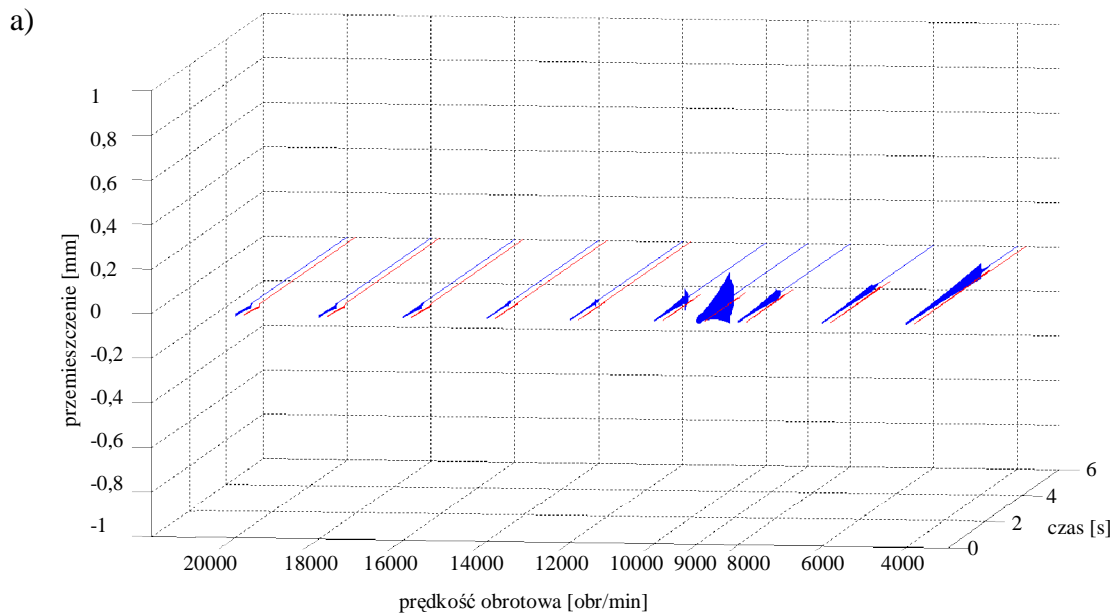


Rys. 78. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{d1}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

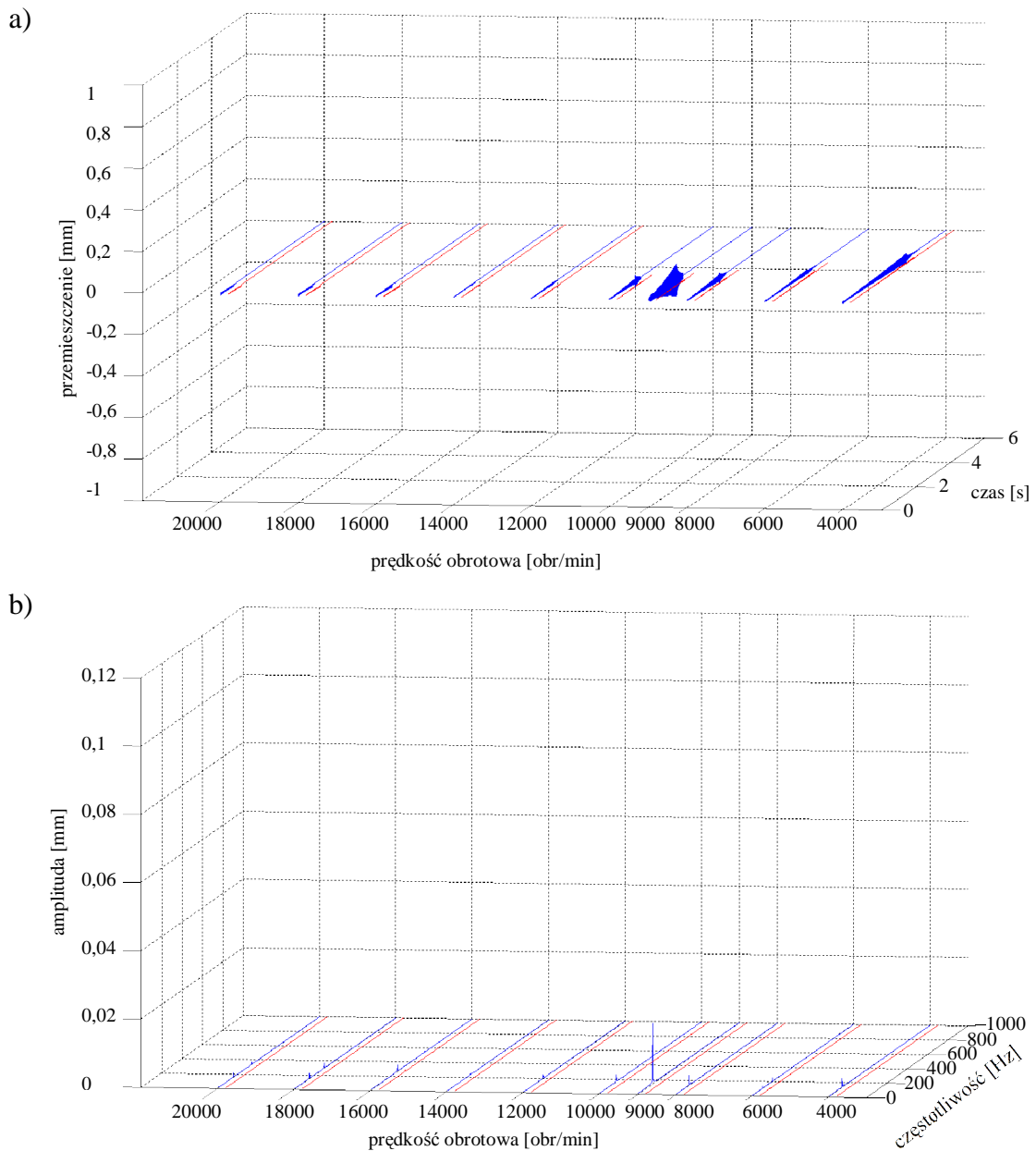




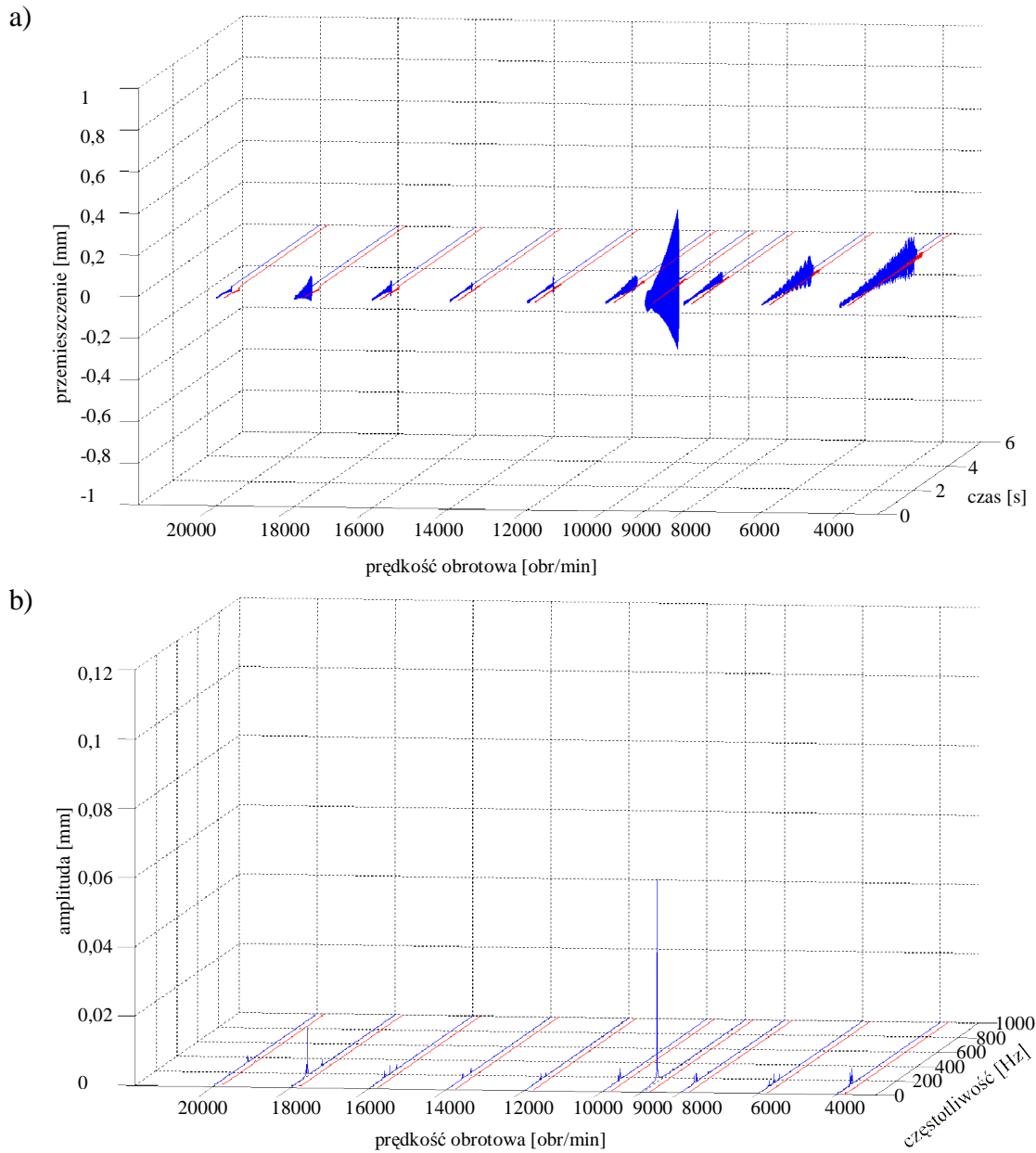
Rys. 79. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



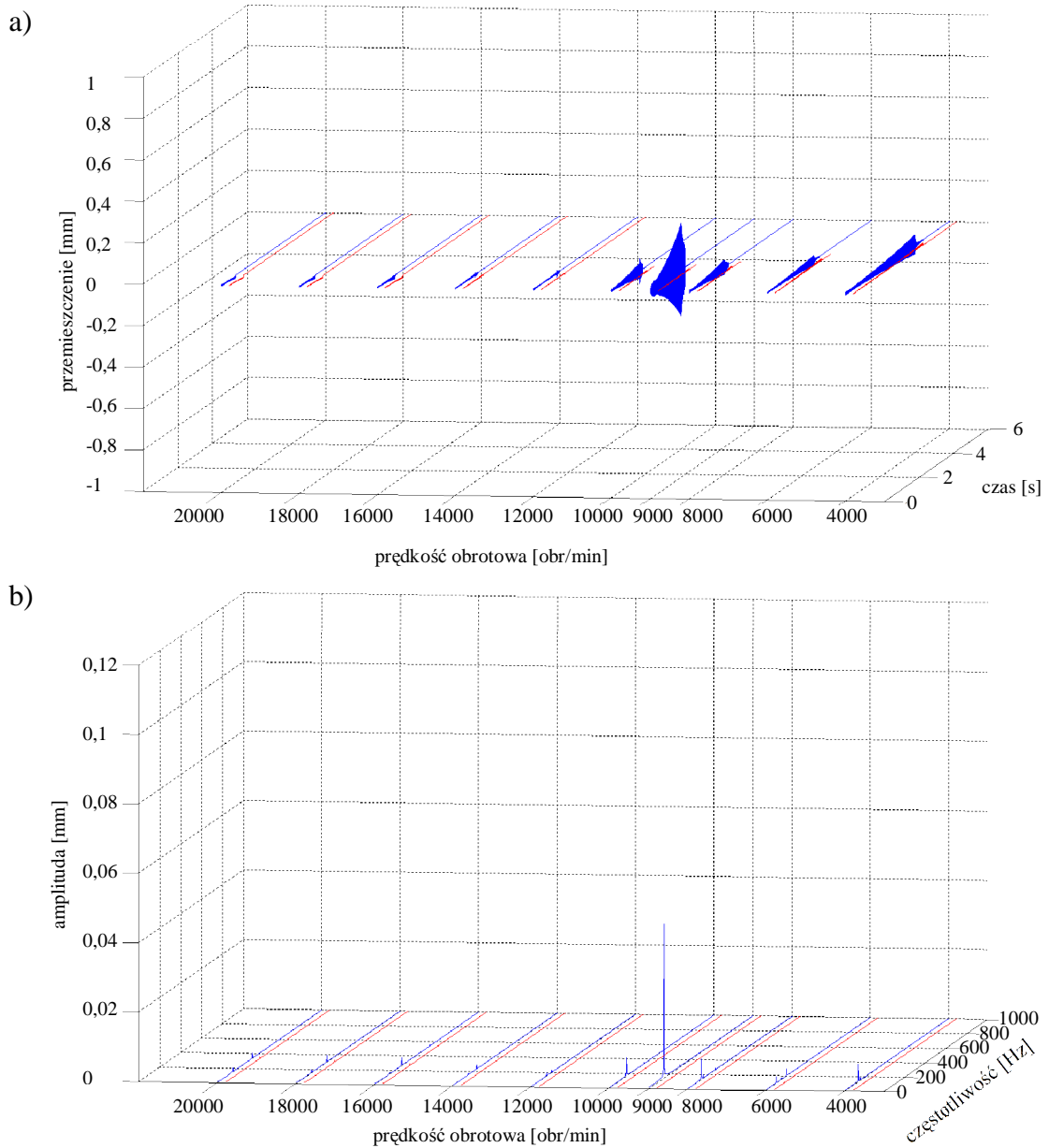
Rys. 80. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



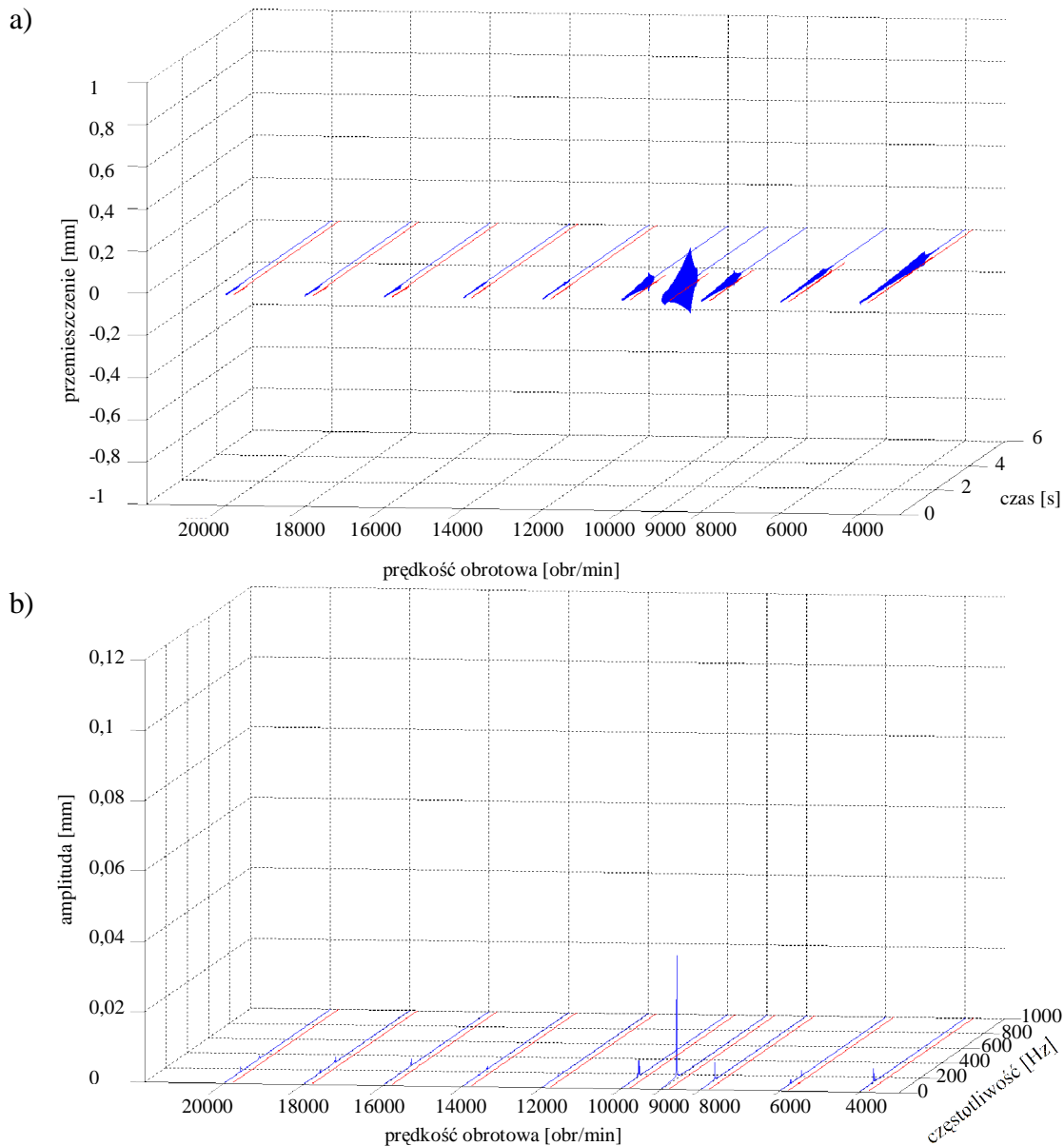
Rys. 81. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



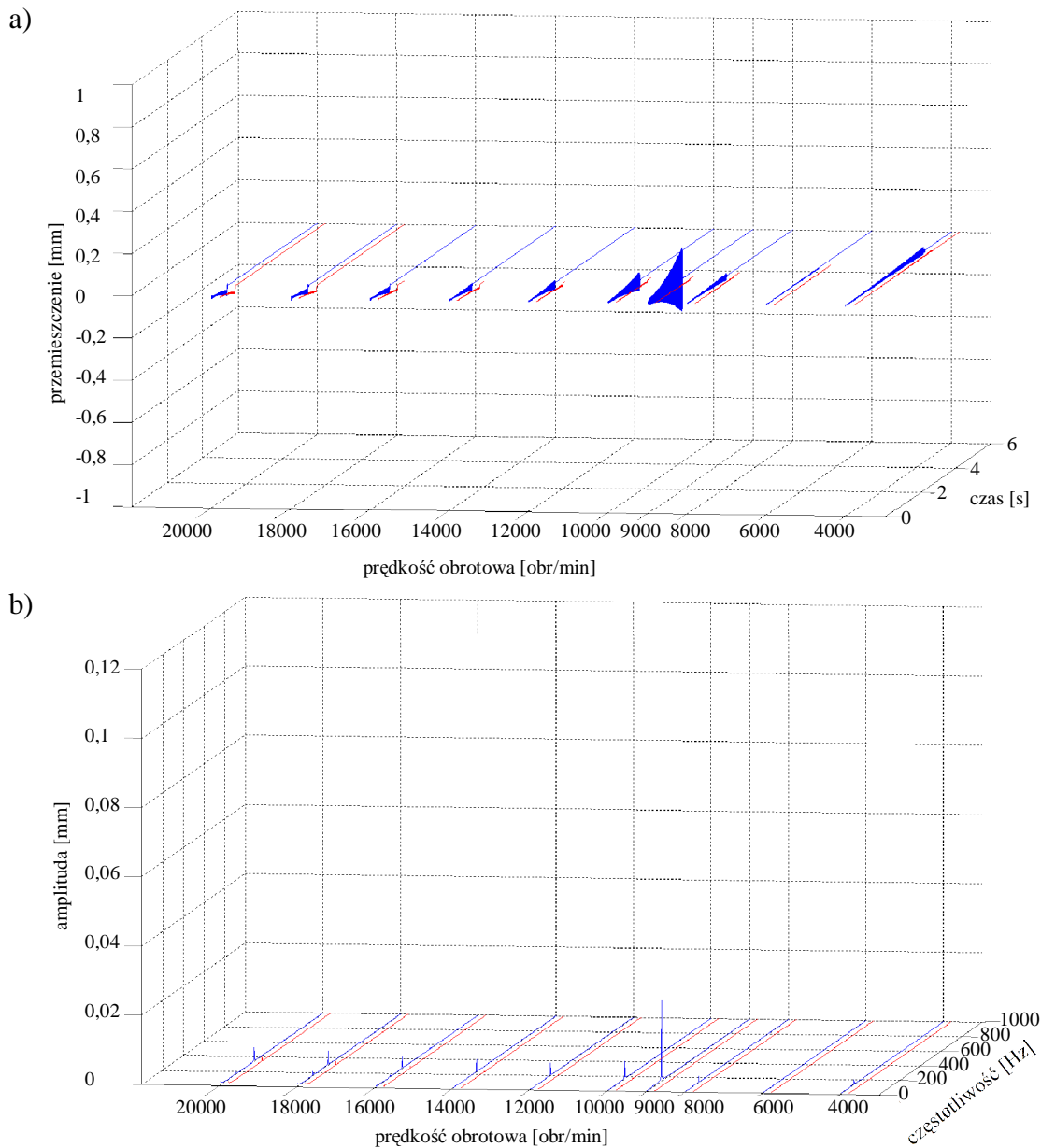
Rys. 82. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



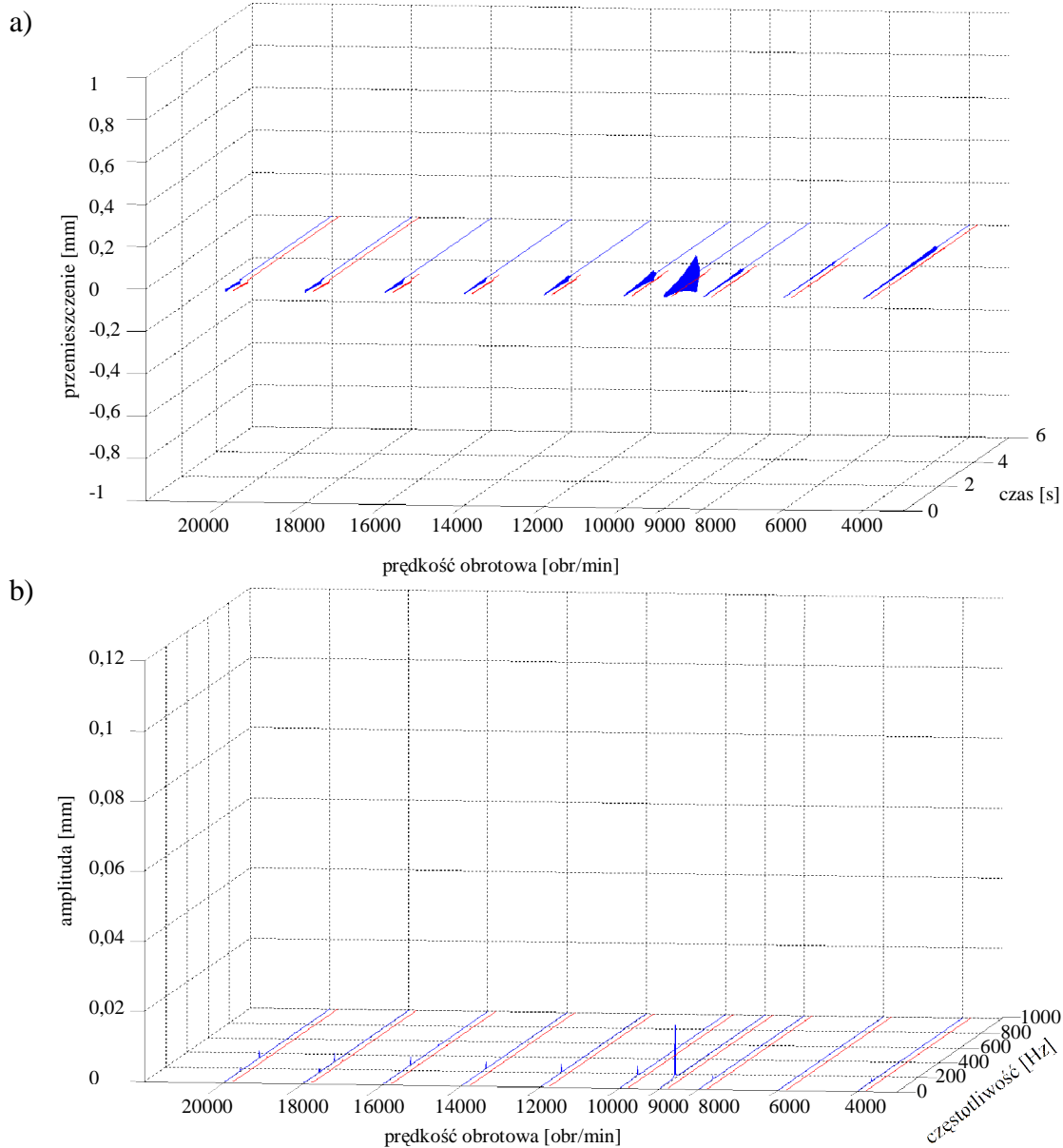
**Rys. 83.** Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 84. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

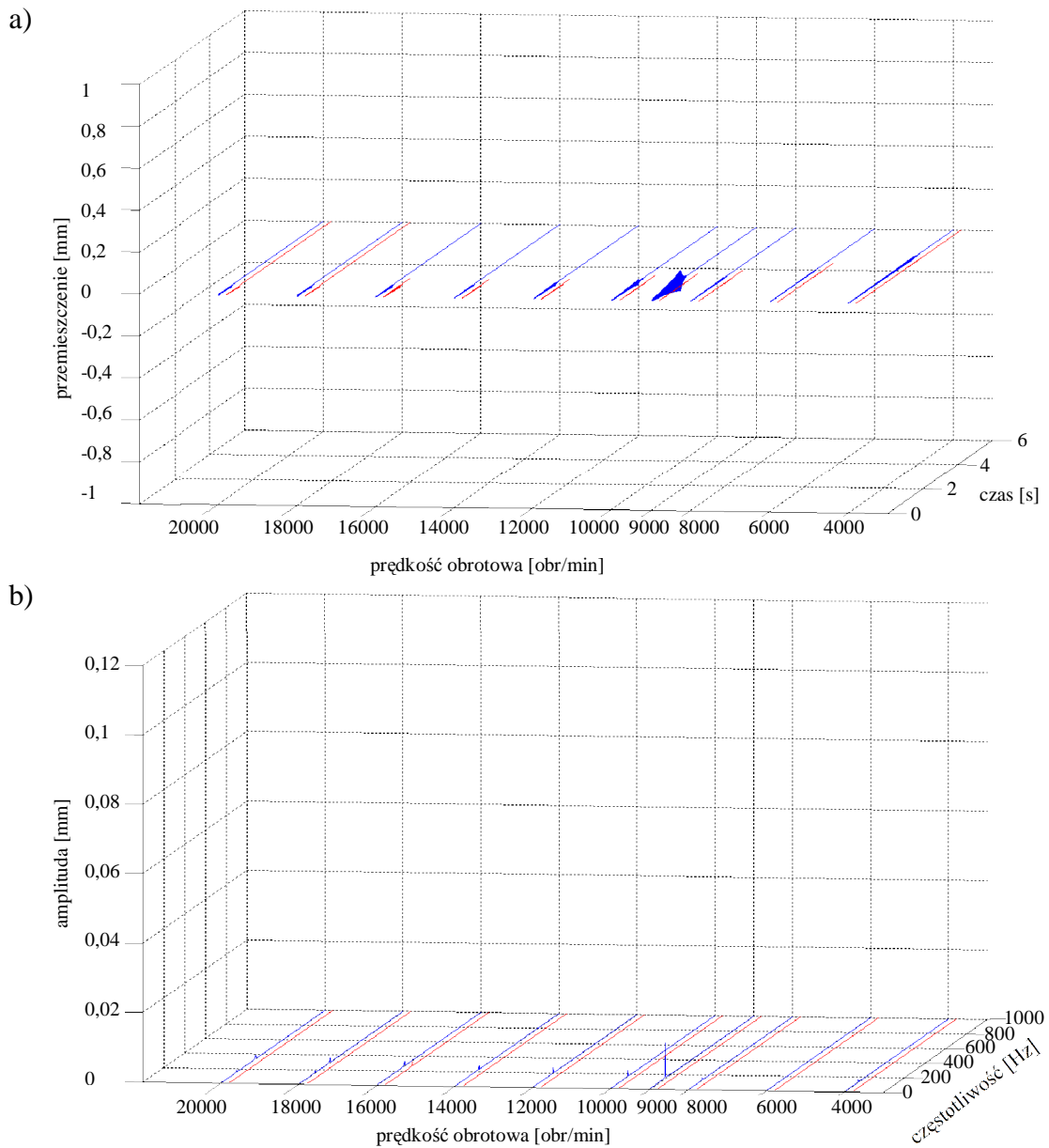


Rys. 85. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

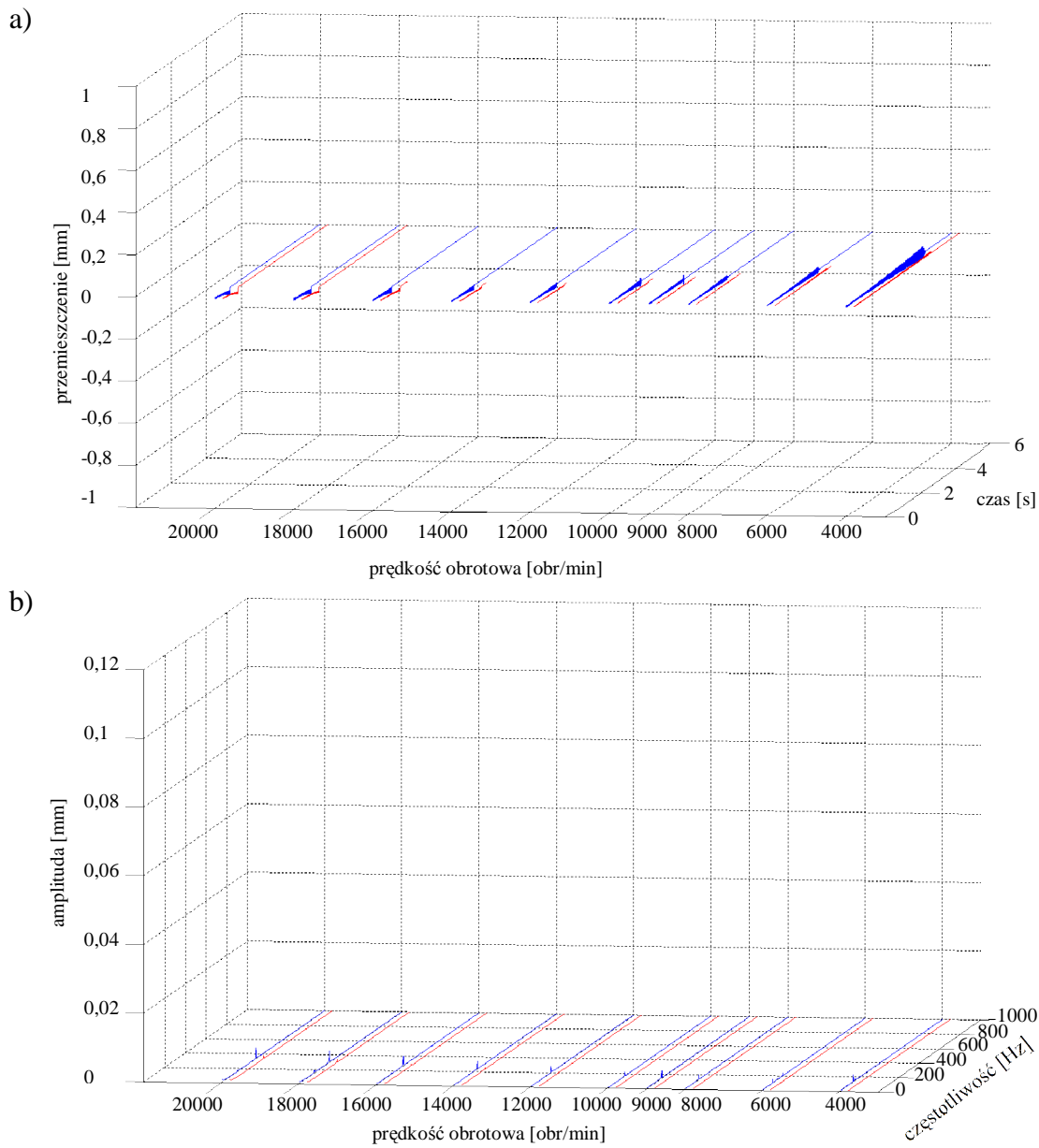


Rys. 86. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.

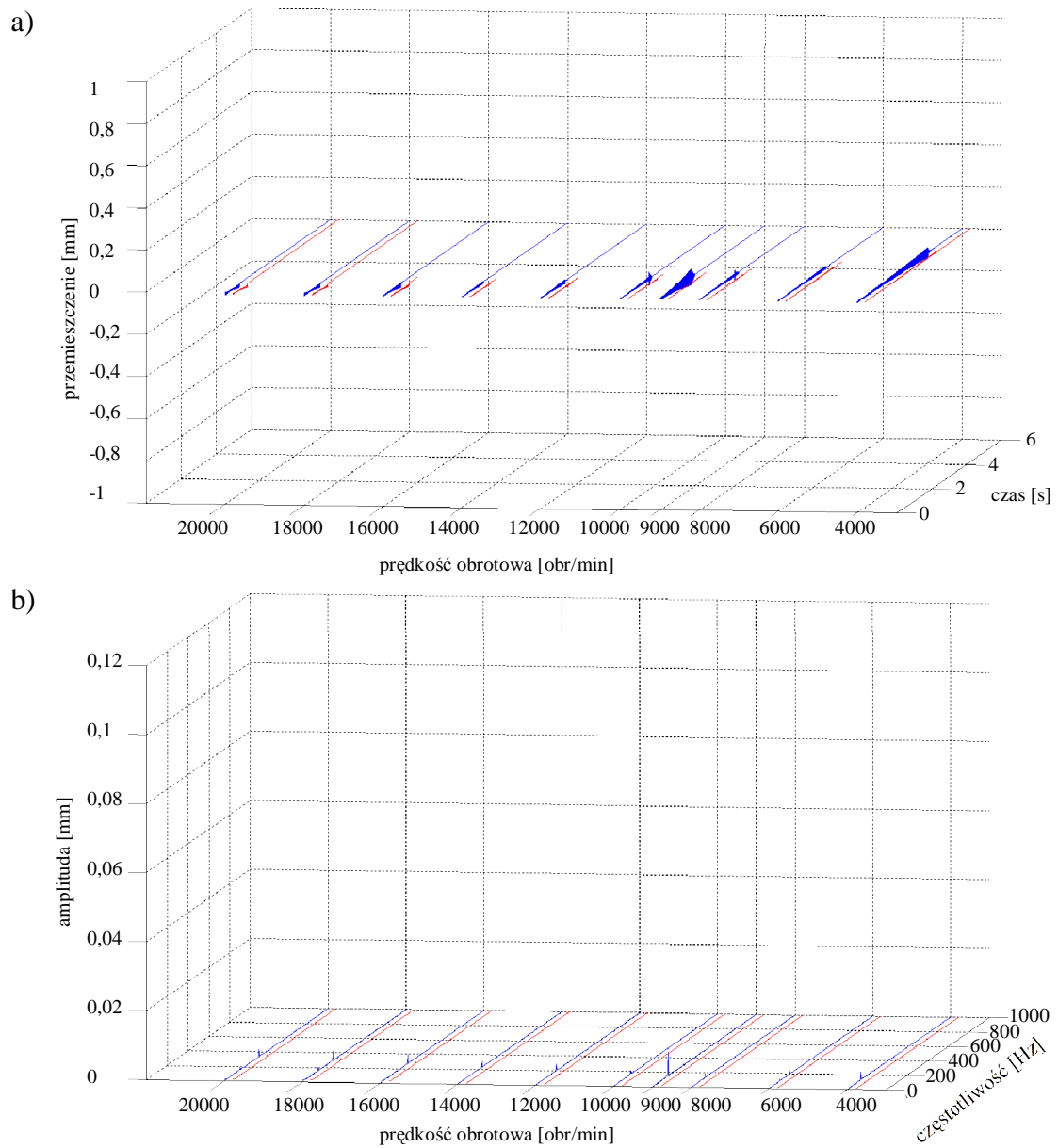




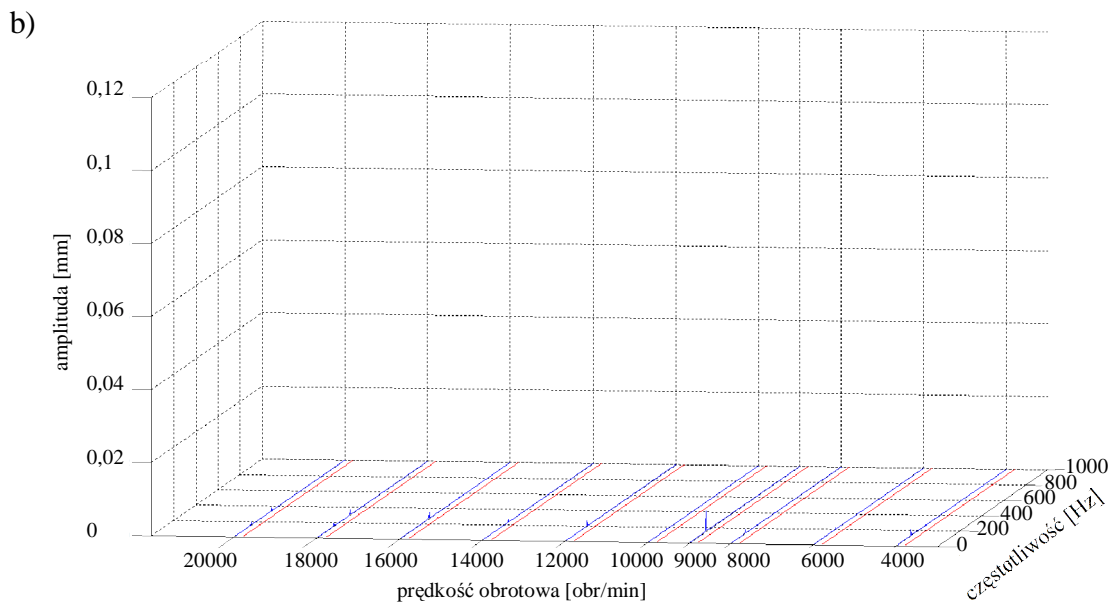
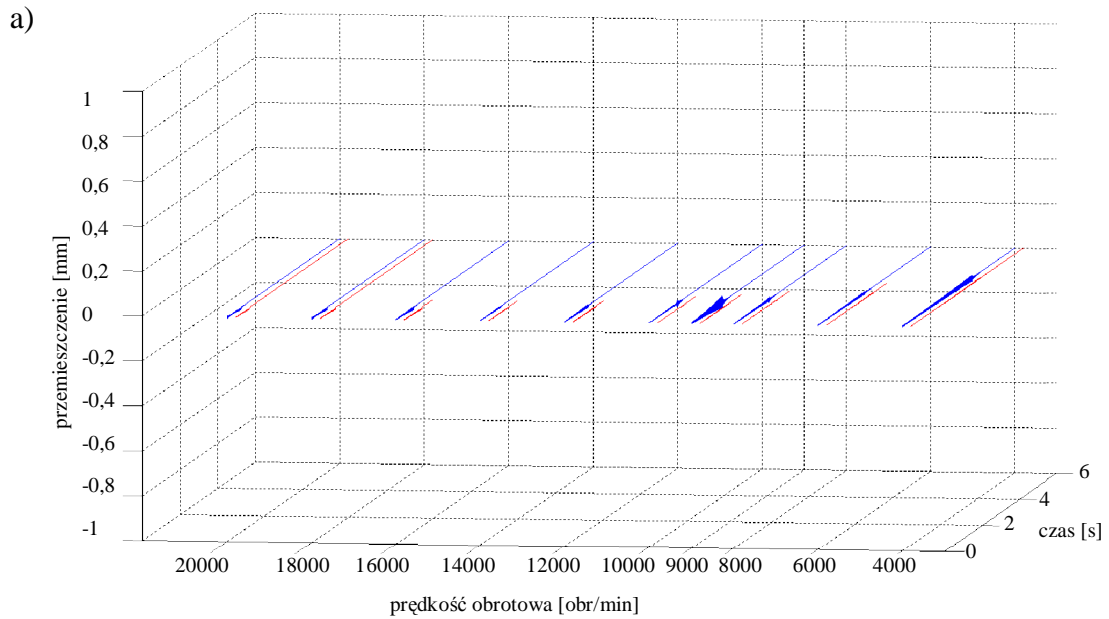
Rys. 87. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



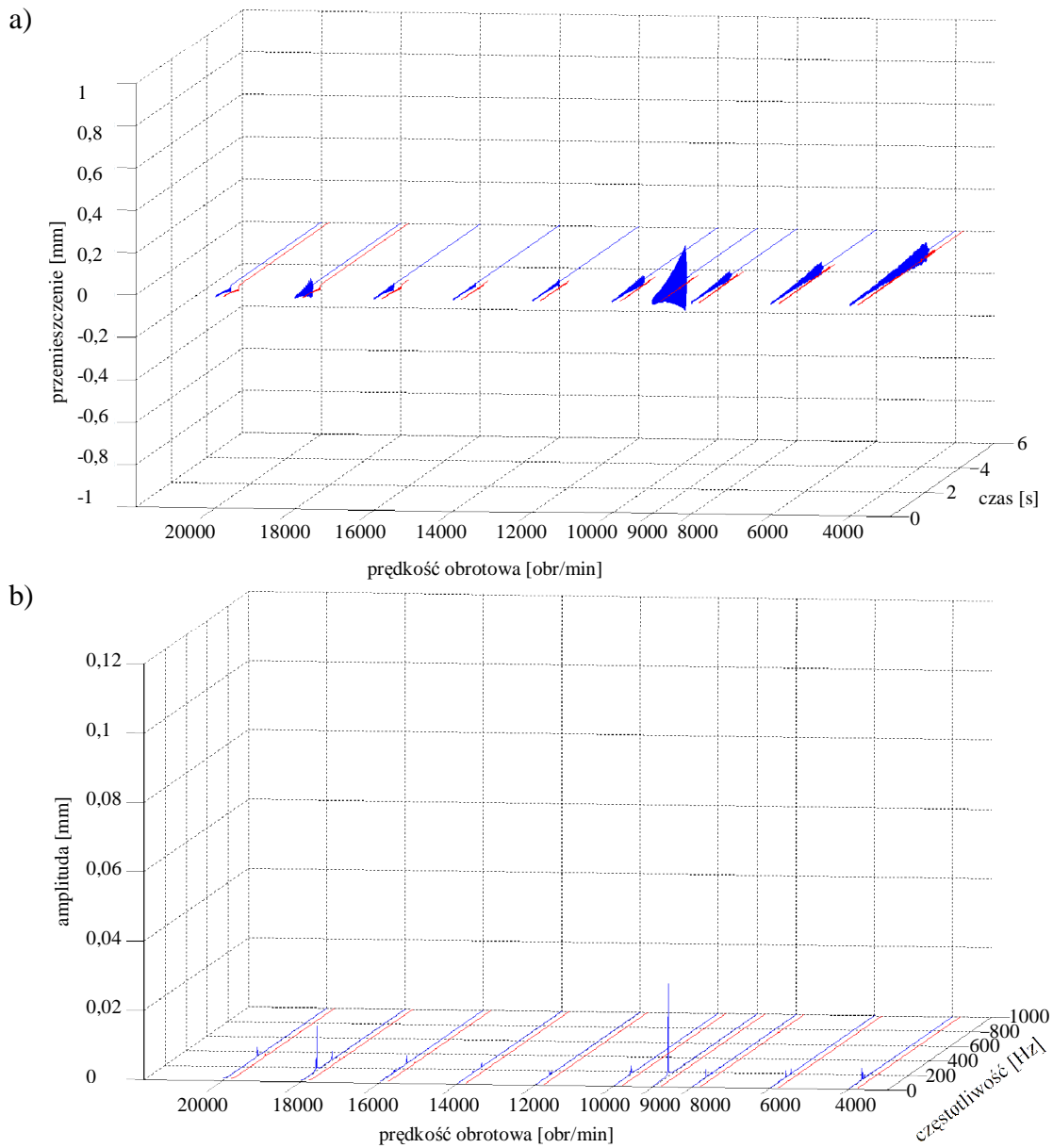
Rys. 88. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



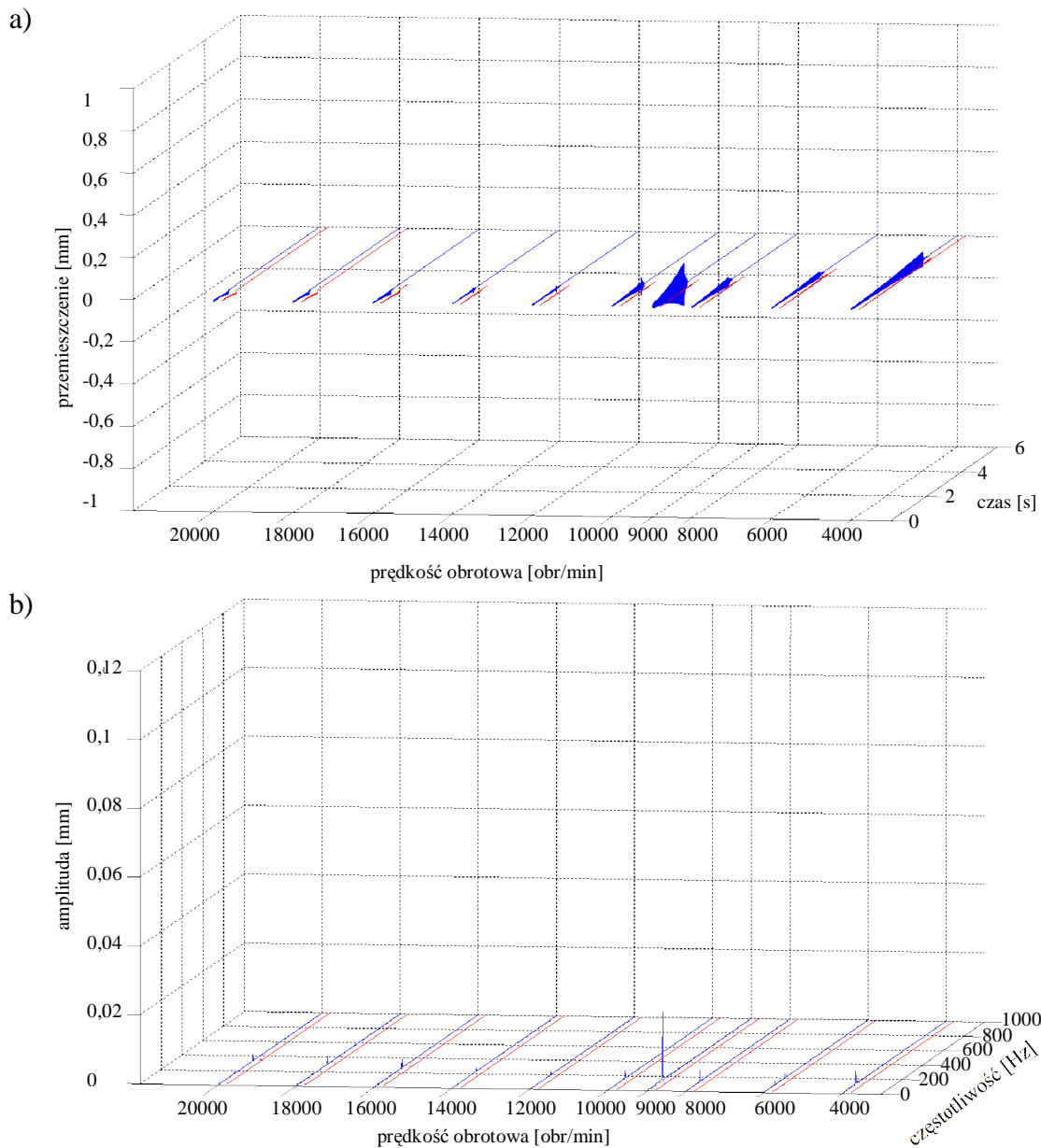
Rys. 89. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



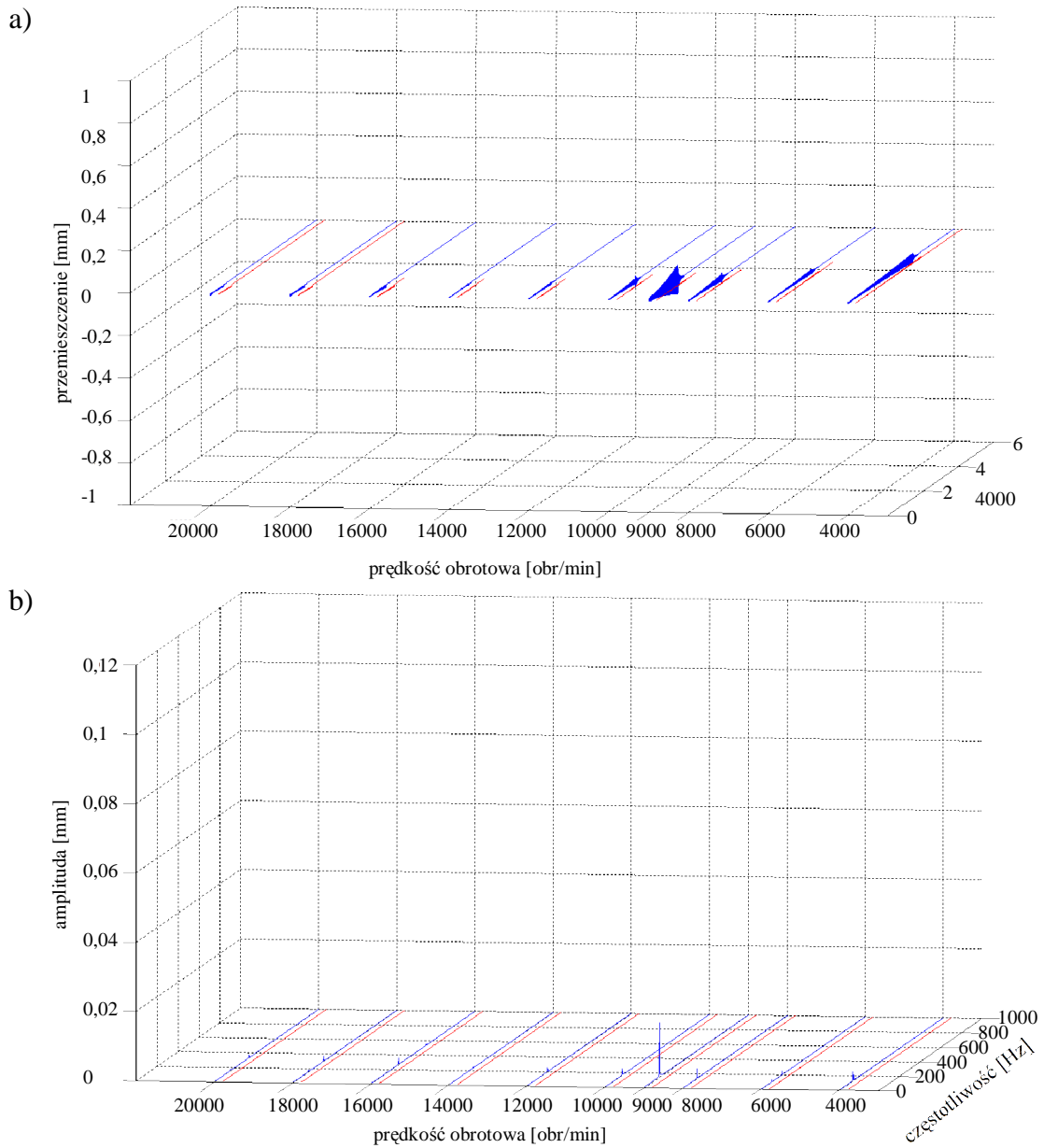
Rys. 90. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



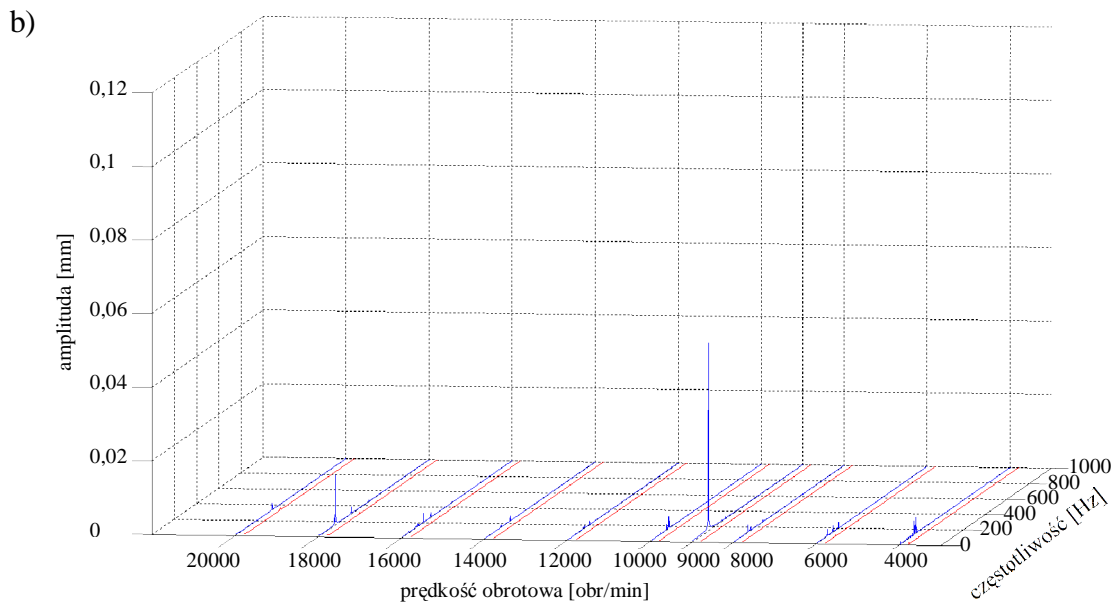
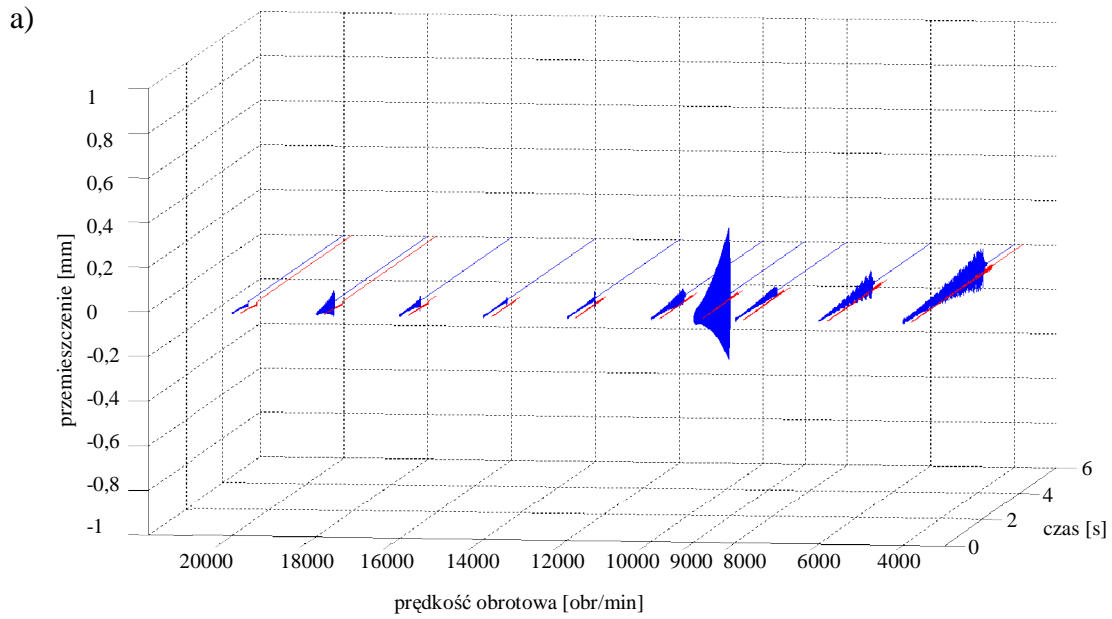
Rys. 91. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 92. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.

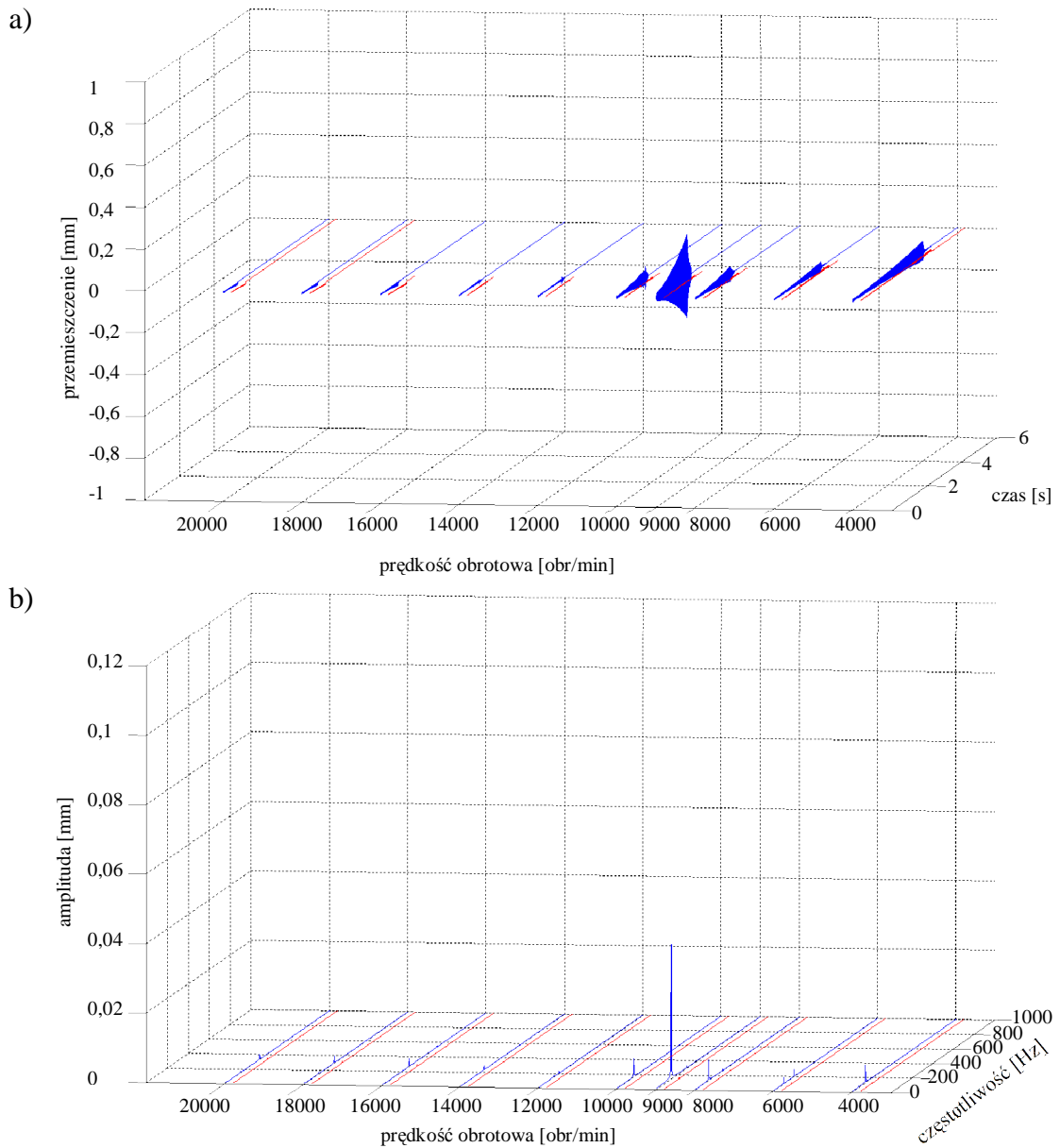


Rys. 93. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{d1}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

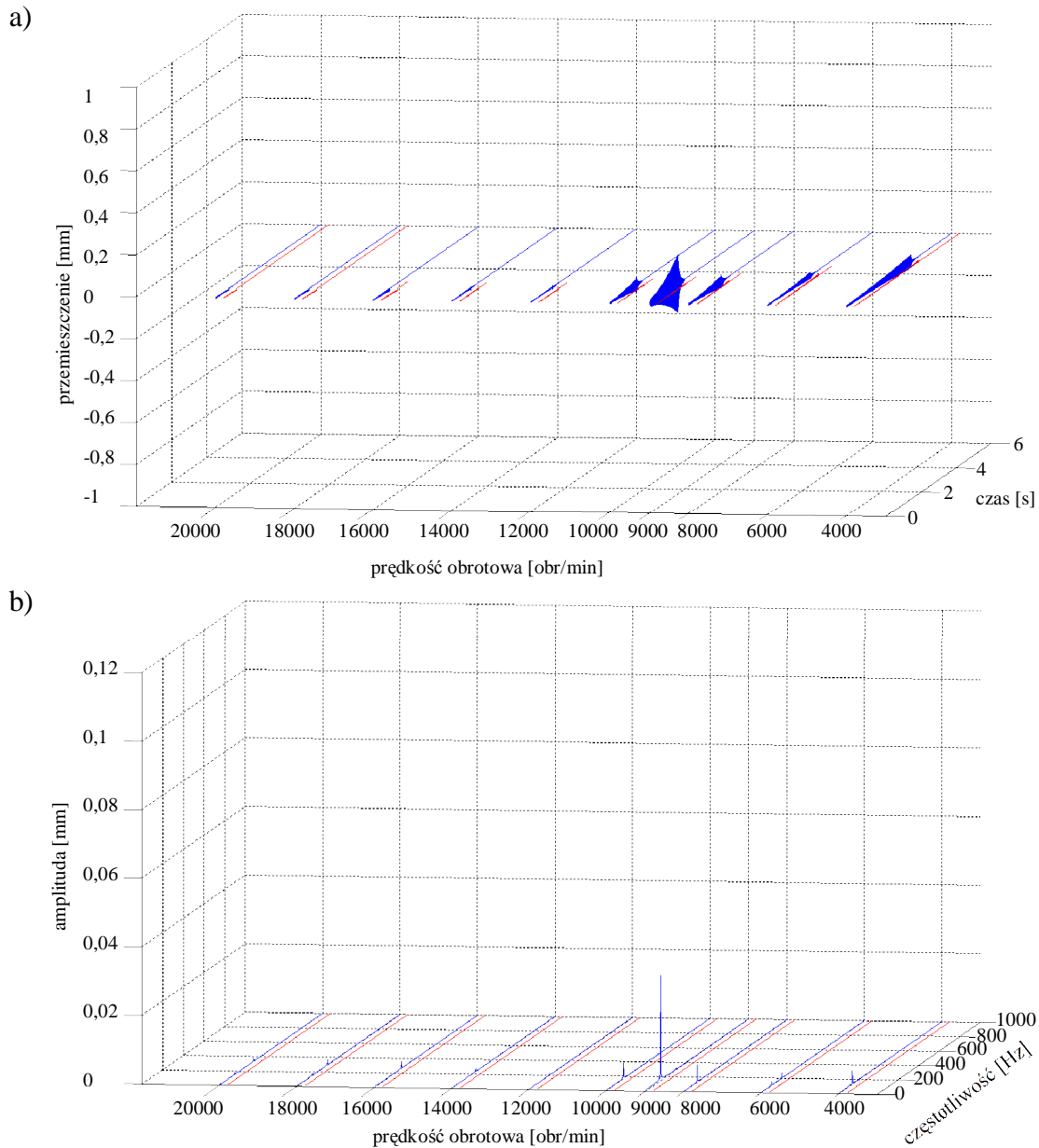


Rys. 94. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

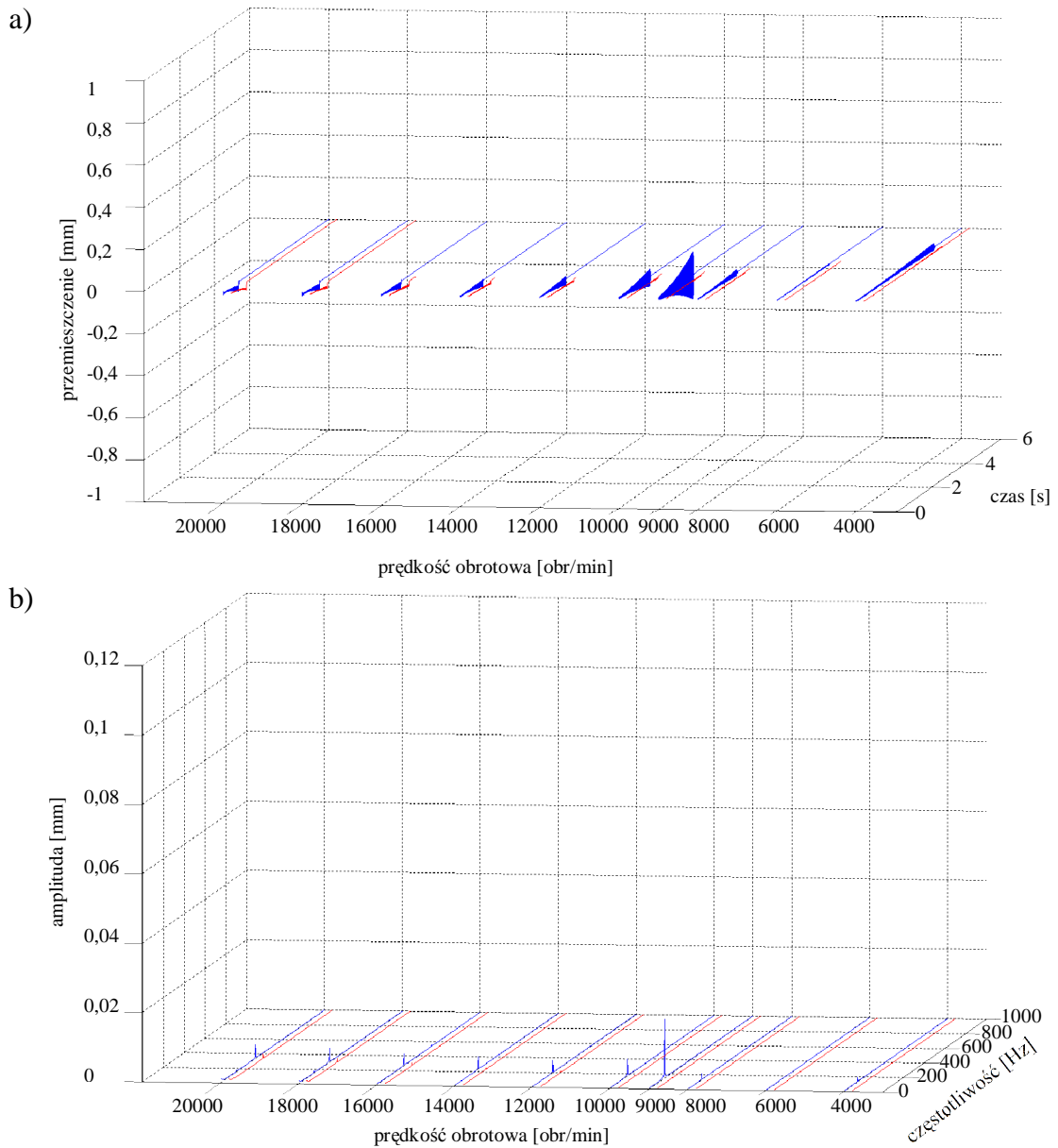




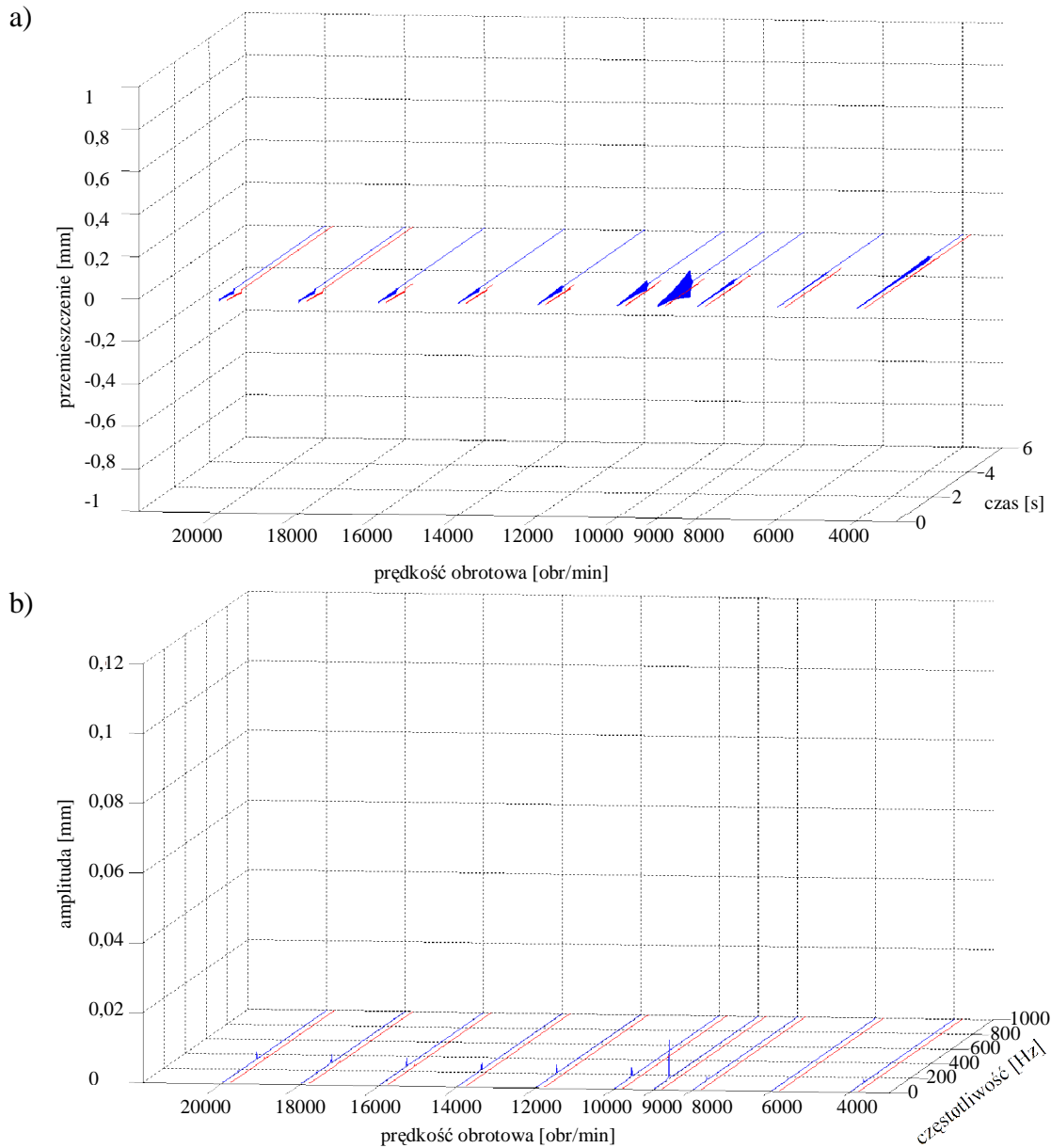
Rys. 95. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



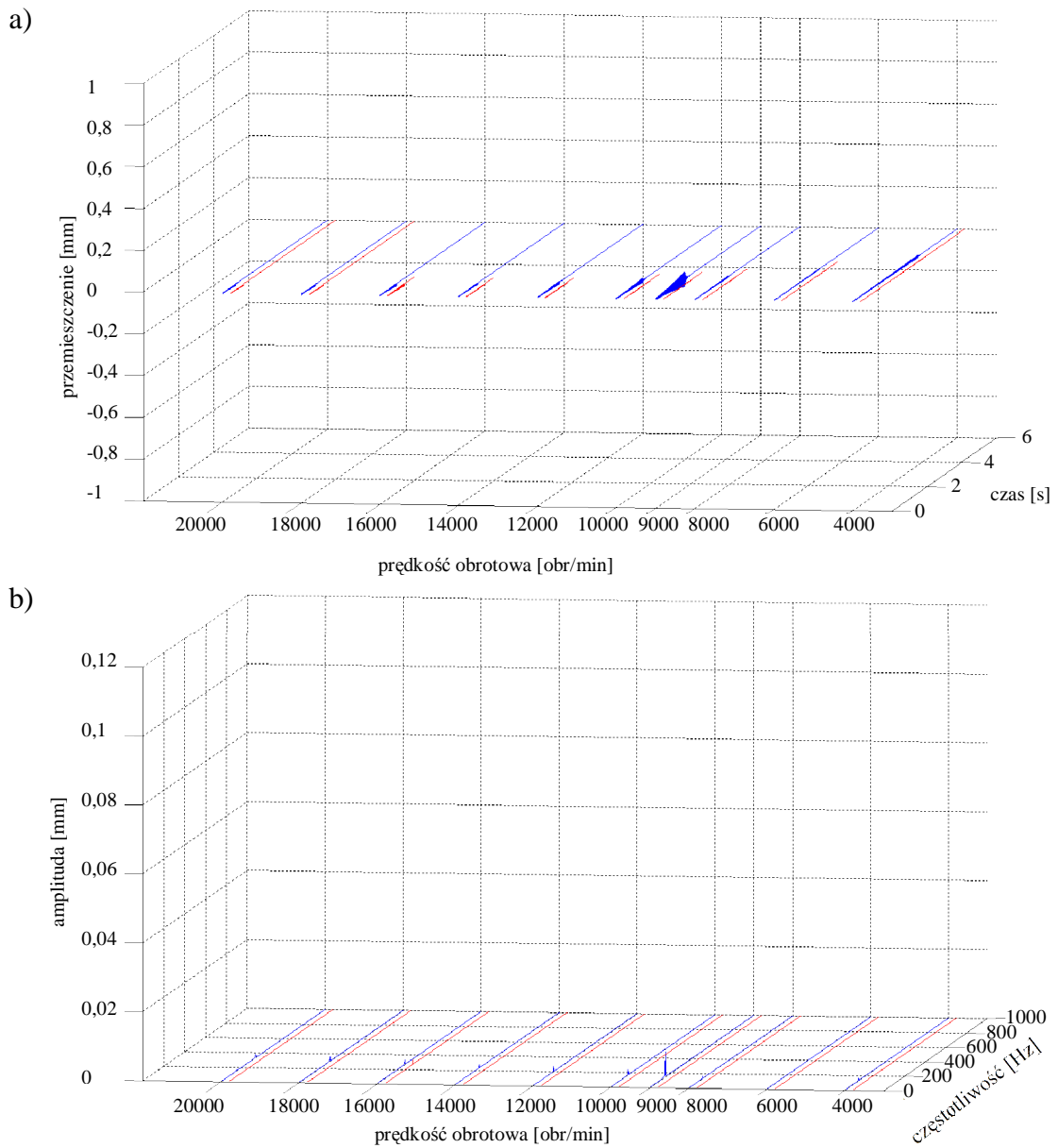
Rys. 96. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{d1}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



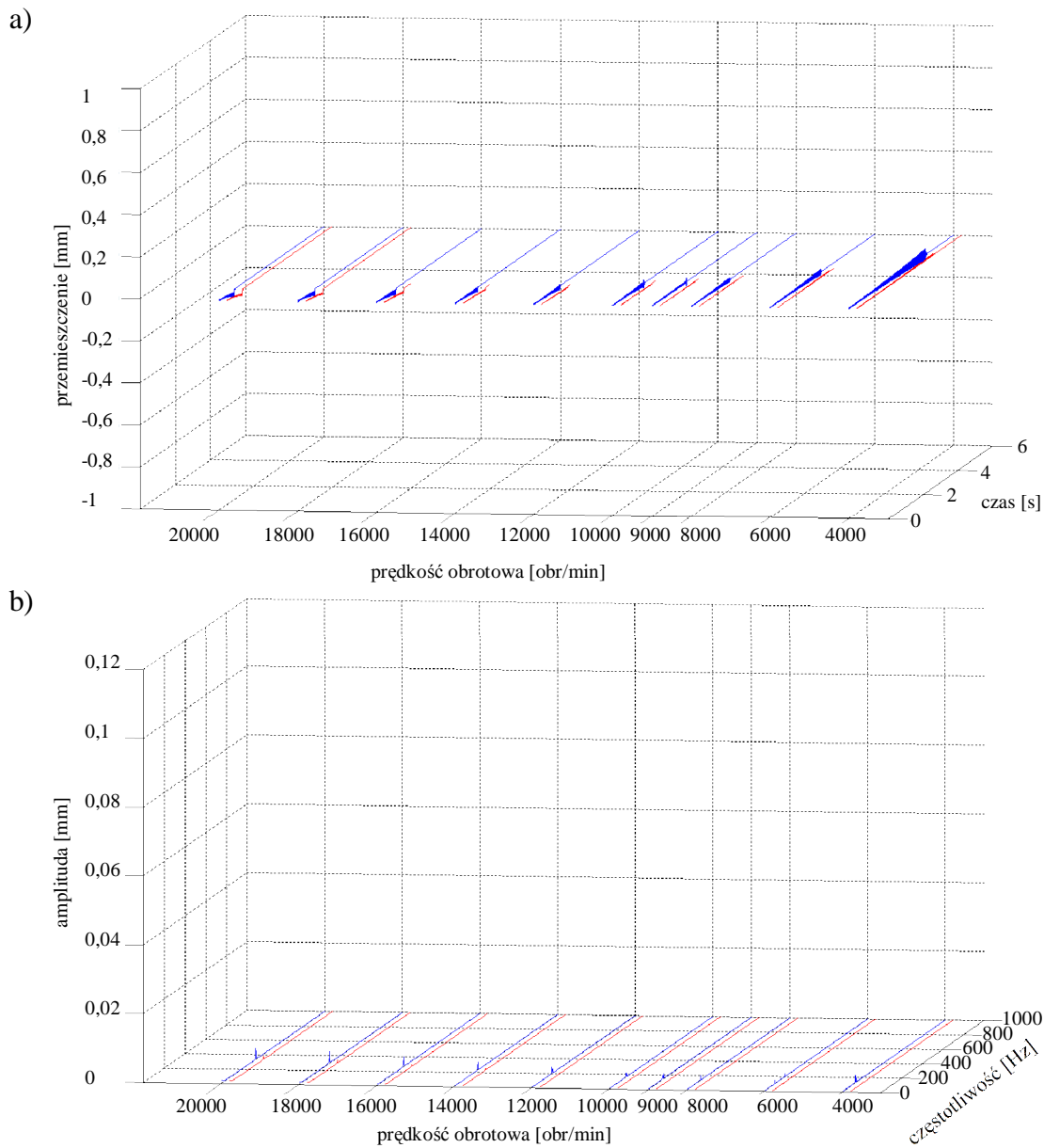
Rys. 97. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



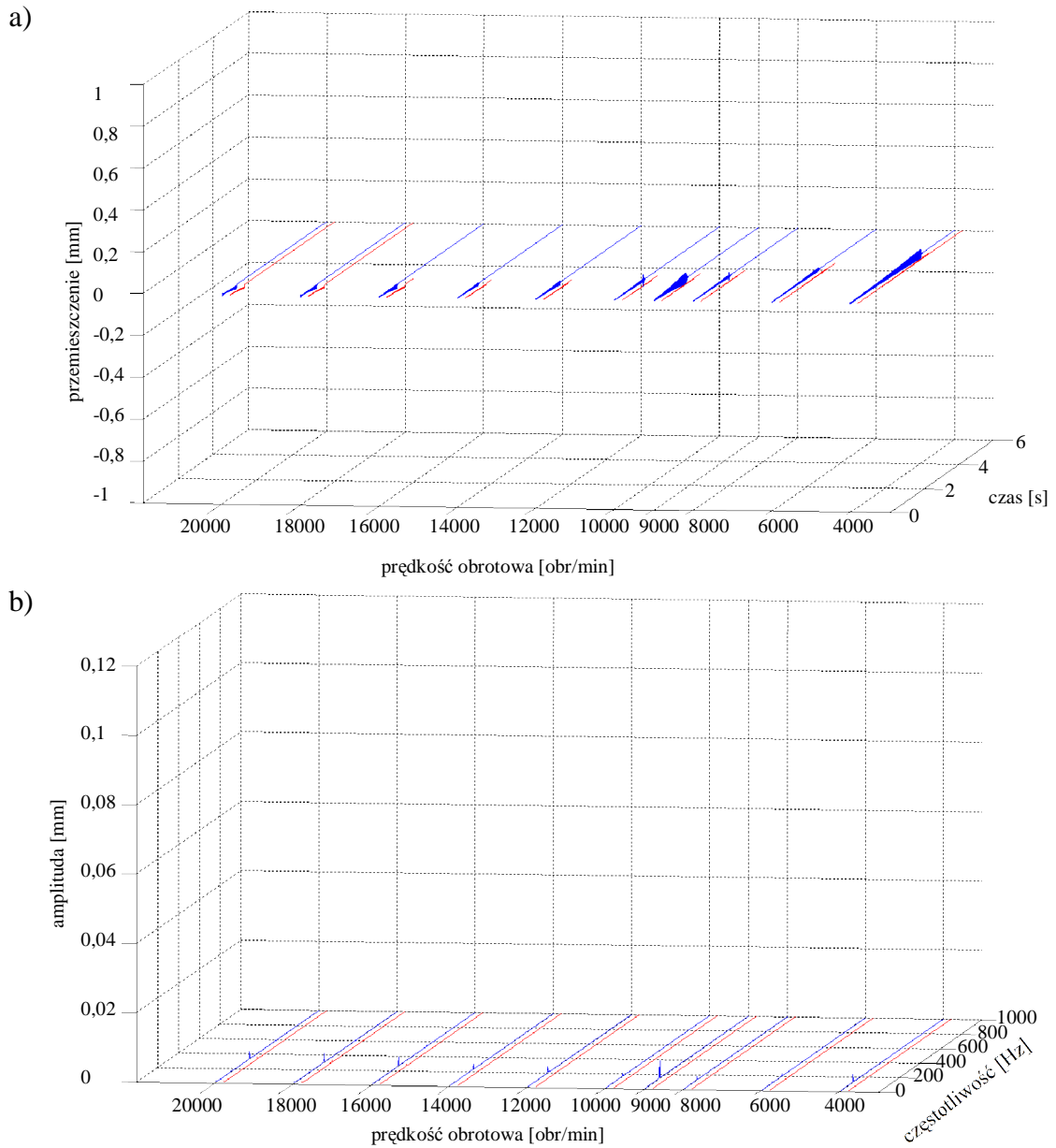
Rys. 98. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; - - - - - z nadzorowaniem.



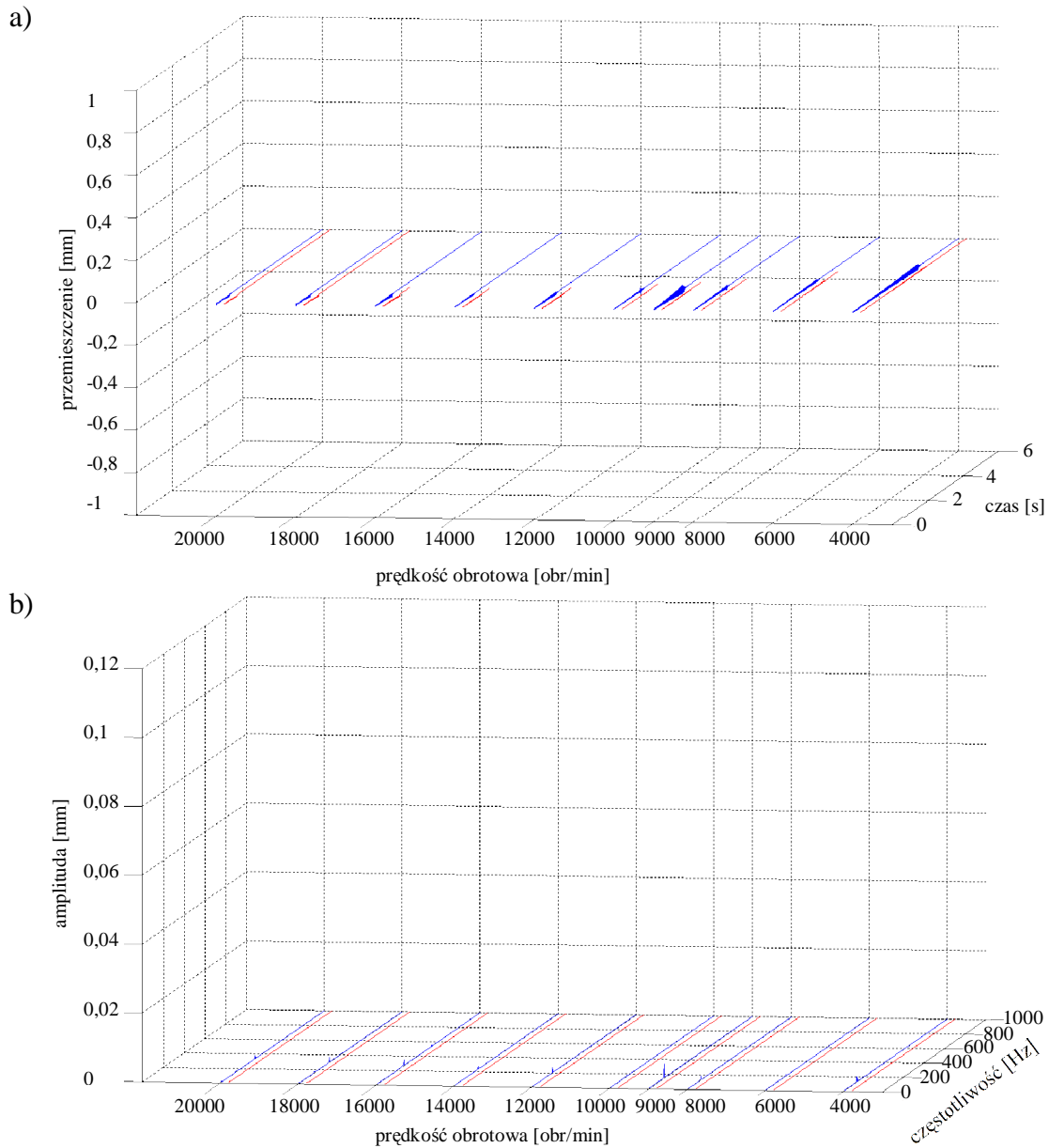
Rys. 99. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 100. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

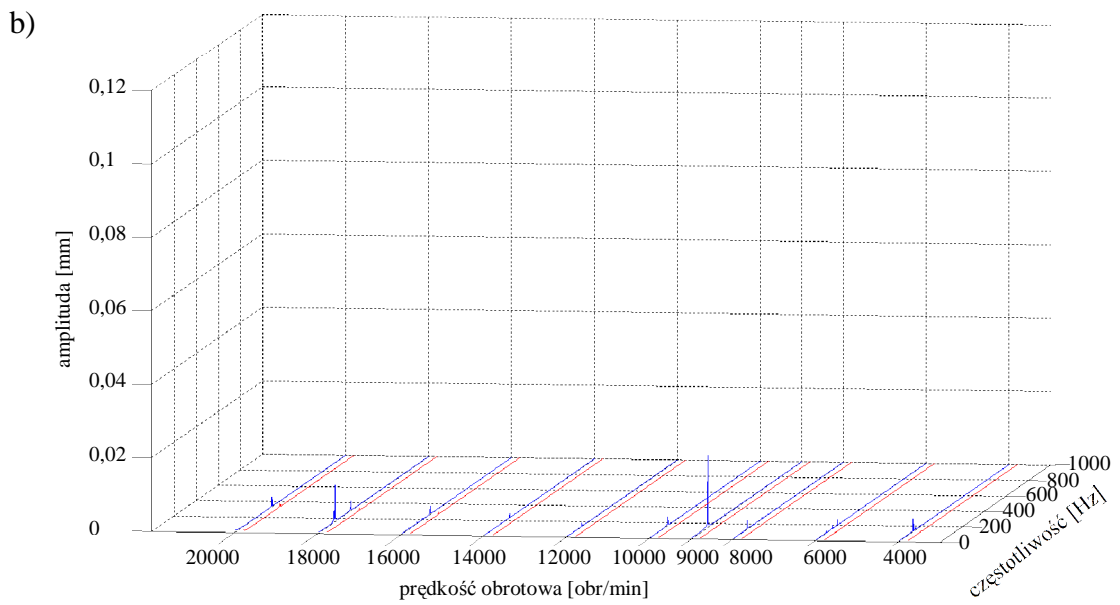
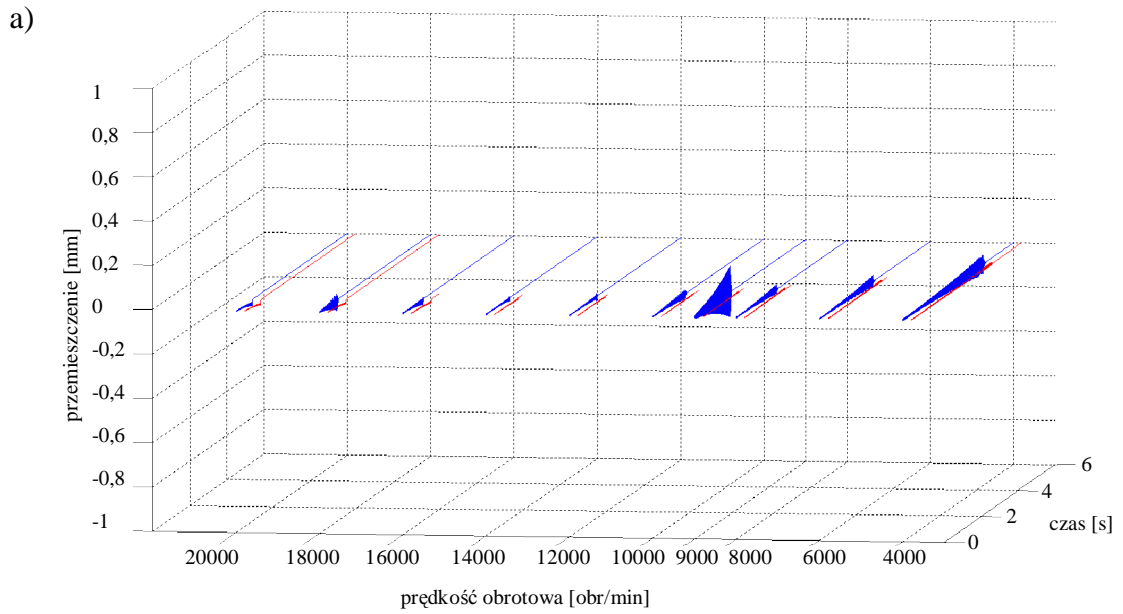


Rys. 101. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

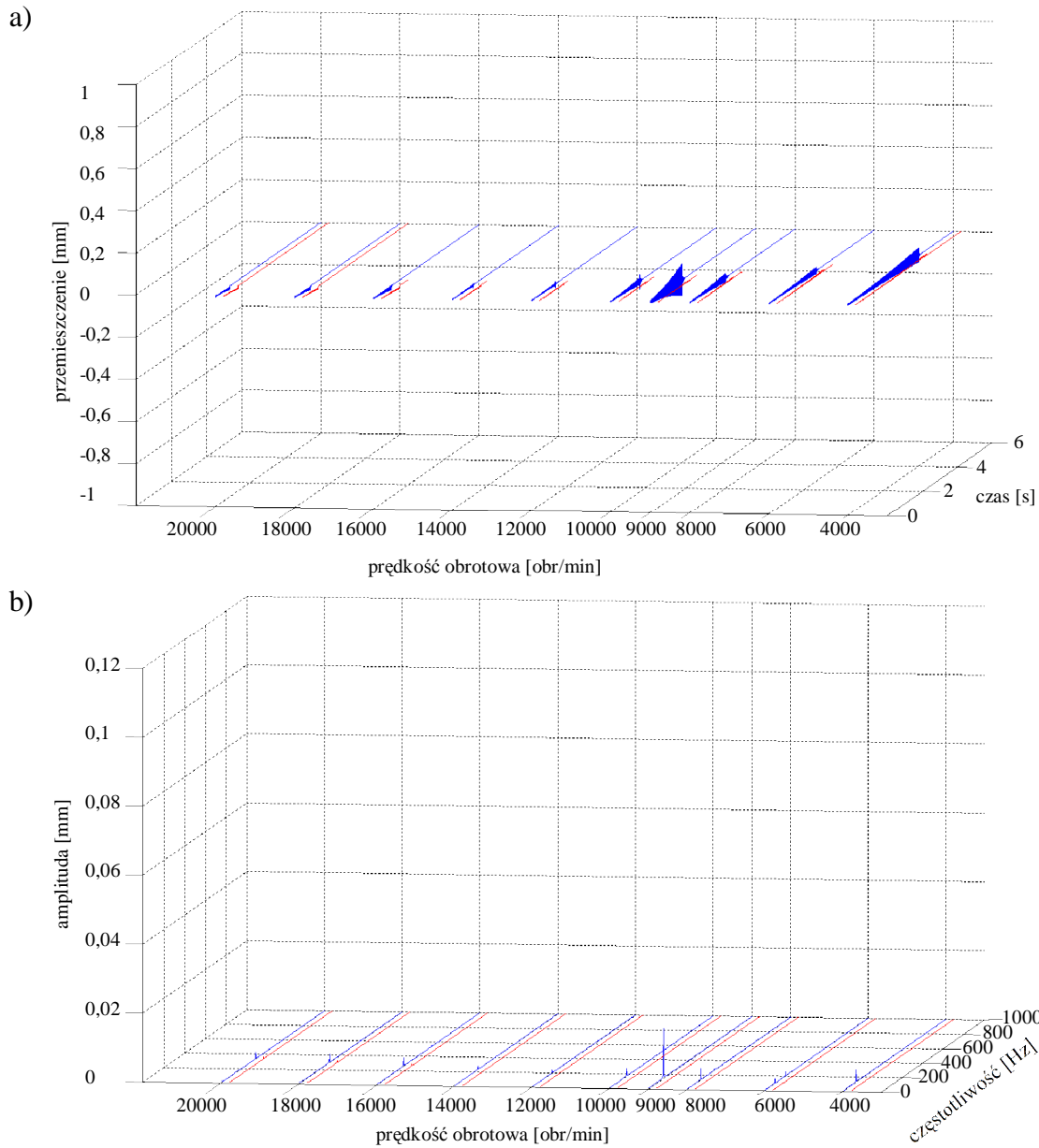


Rys. 102. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

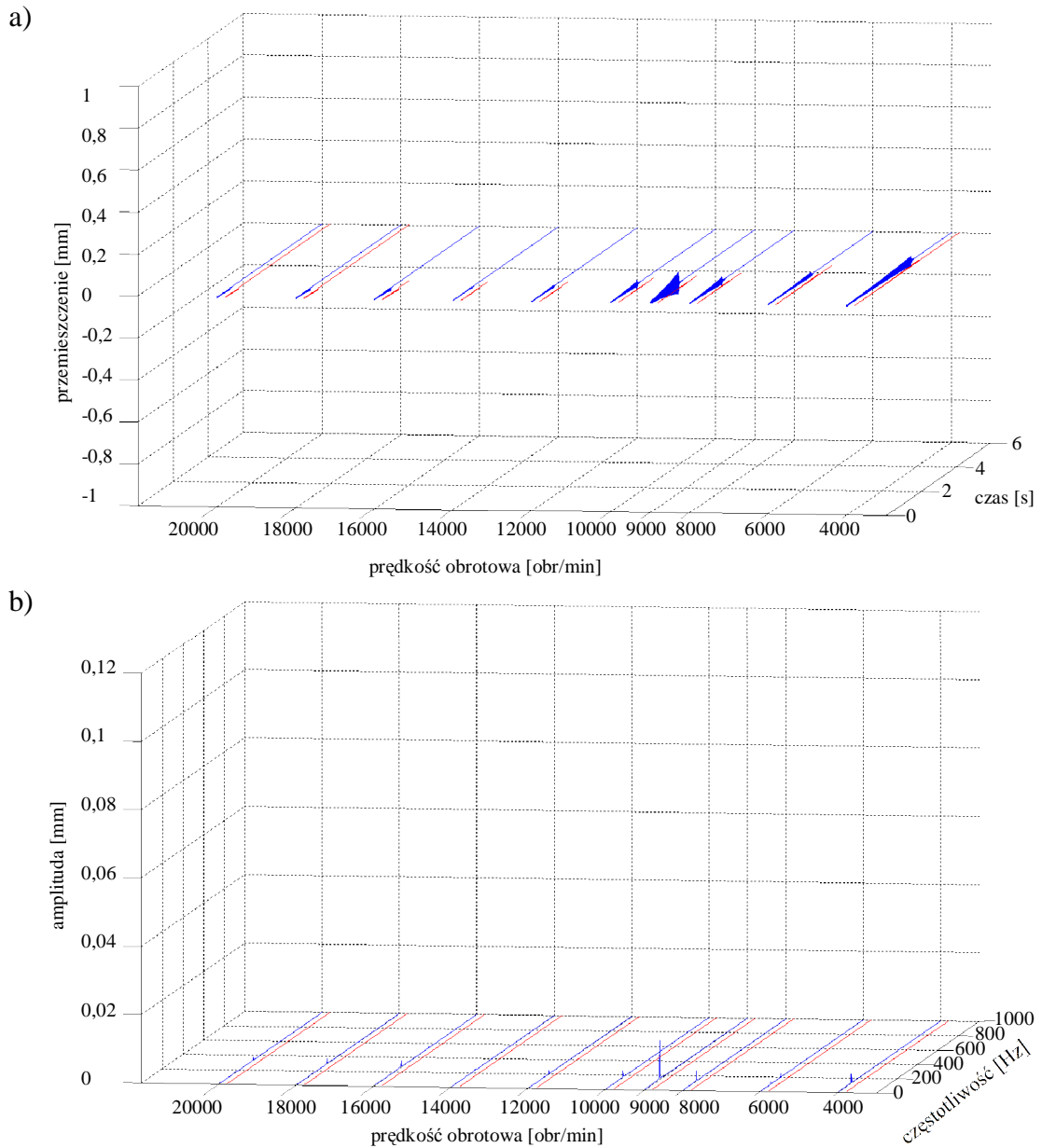




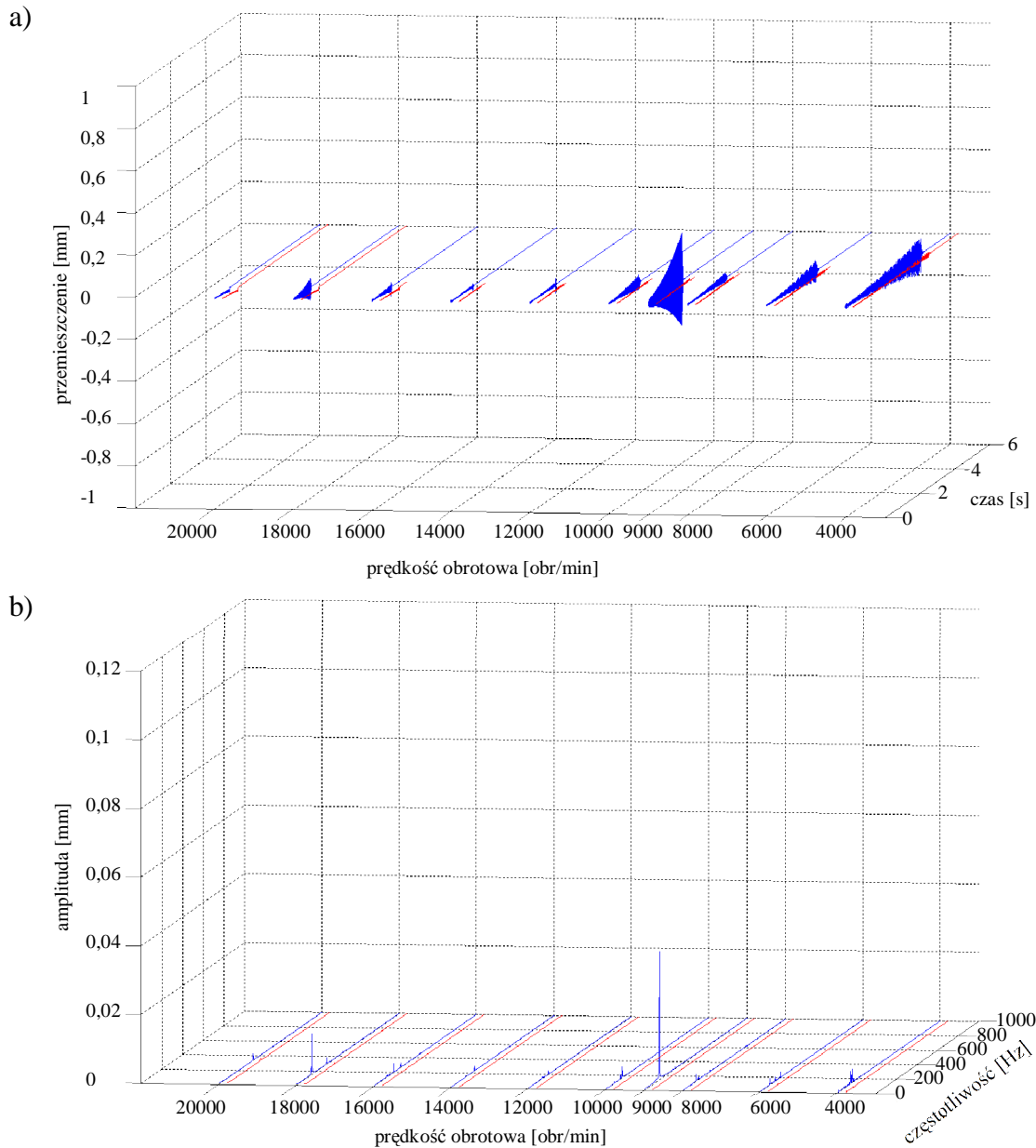
Rys. 103. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



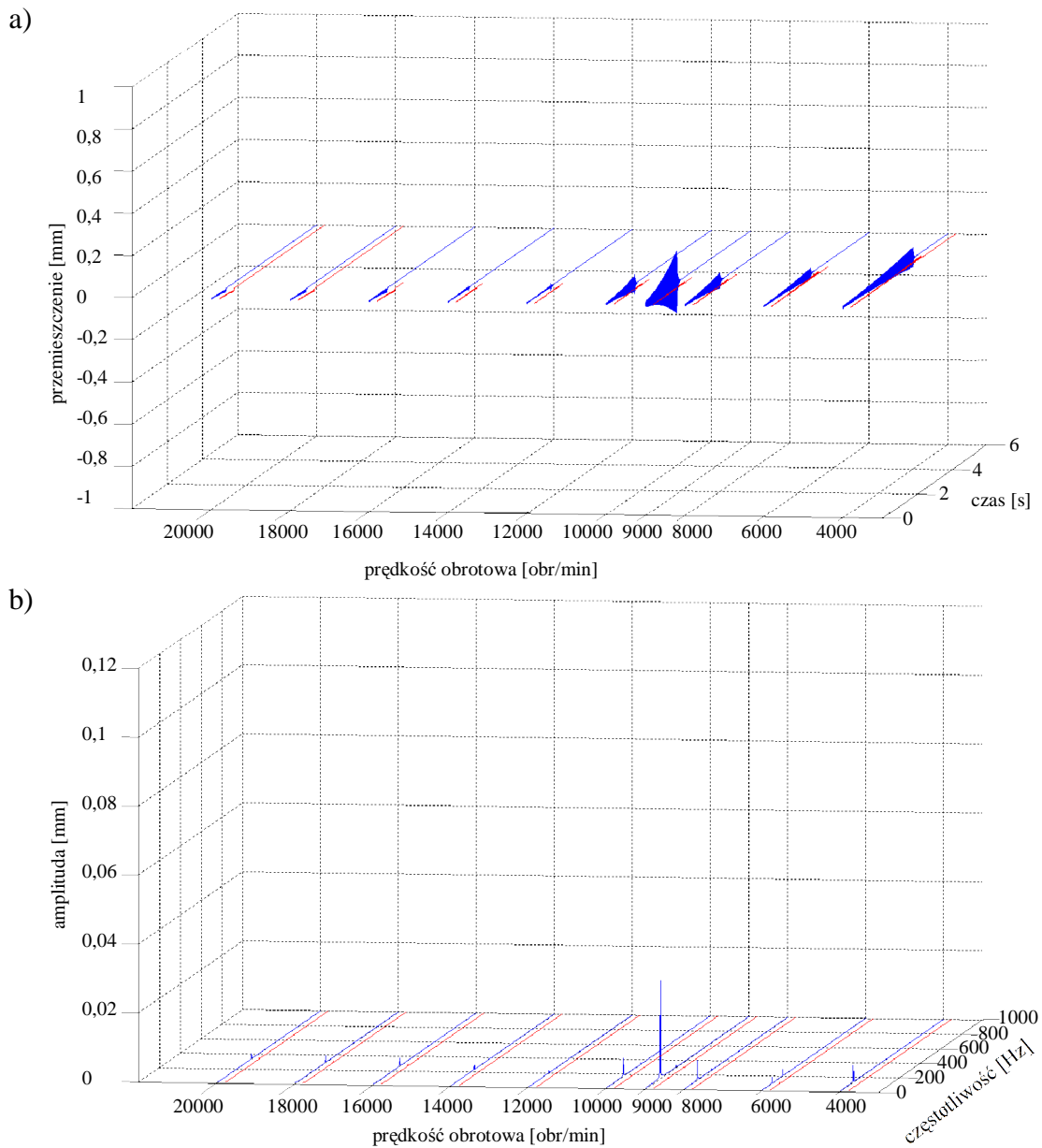
Rys. 104. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



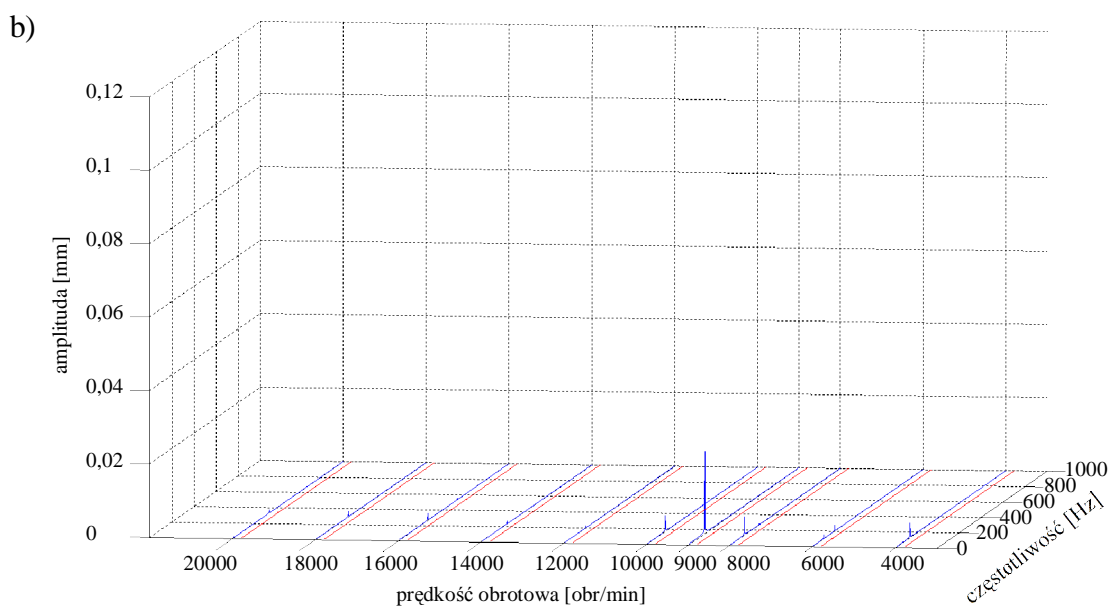
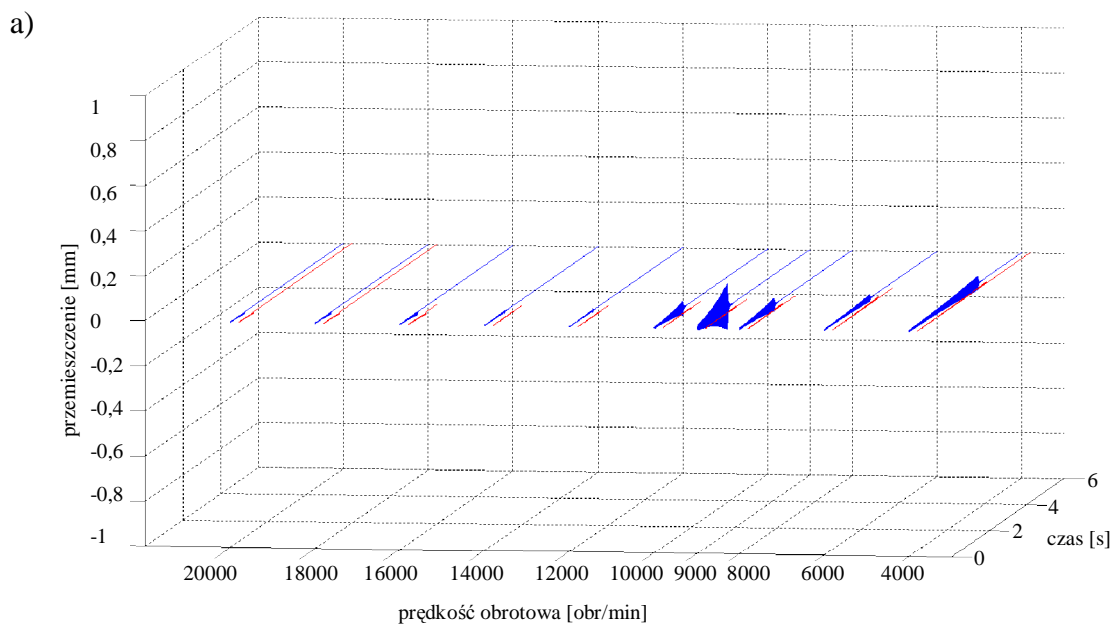
Rys. 105. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



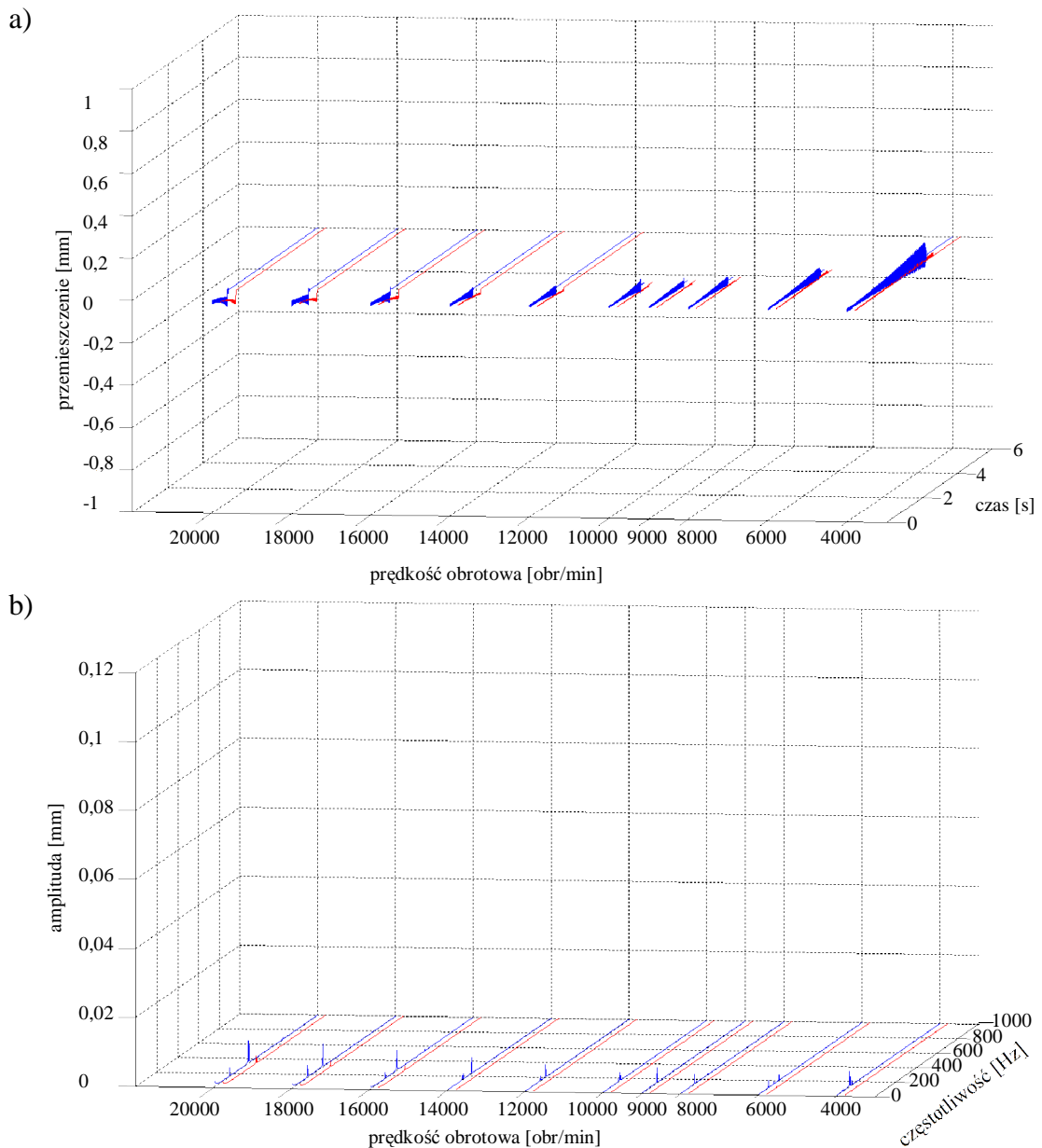
Rys. 106. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; ----- brak nadzorowania; -.-.-.- z nadzorowaniem.



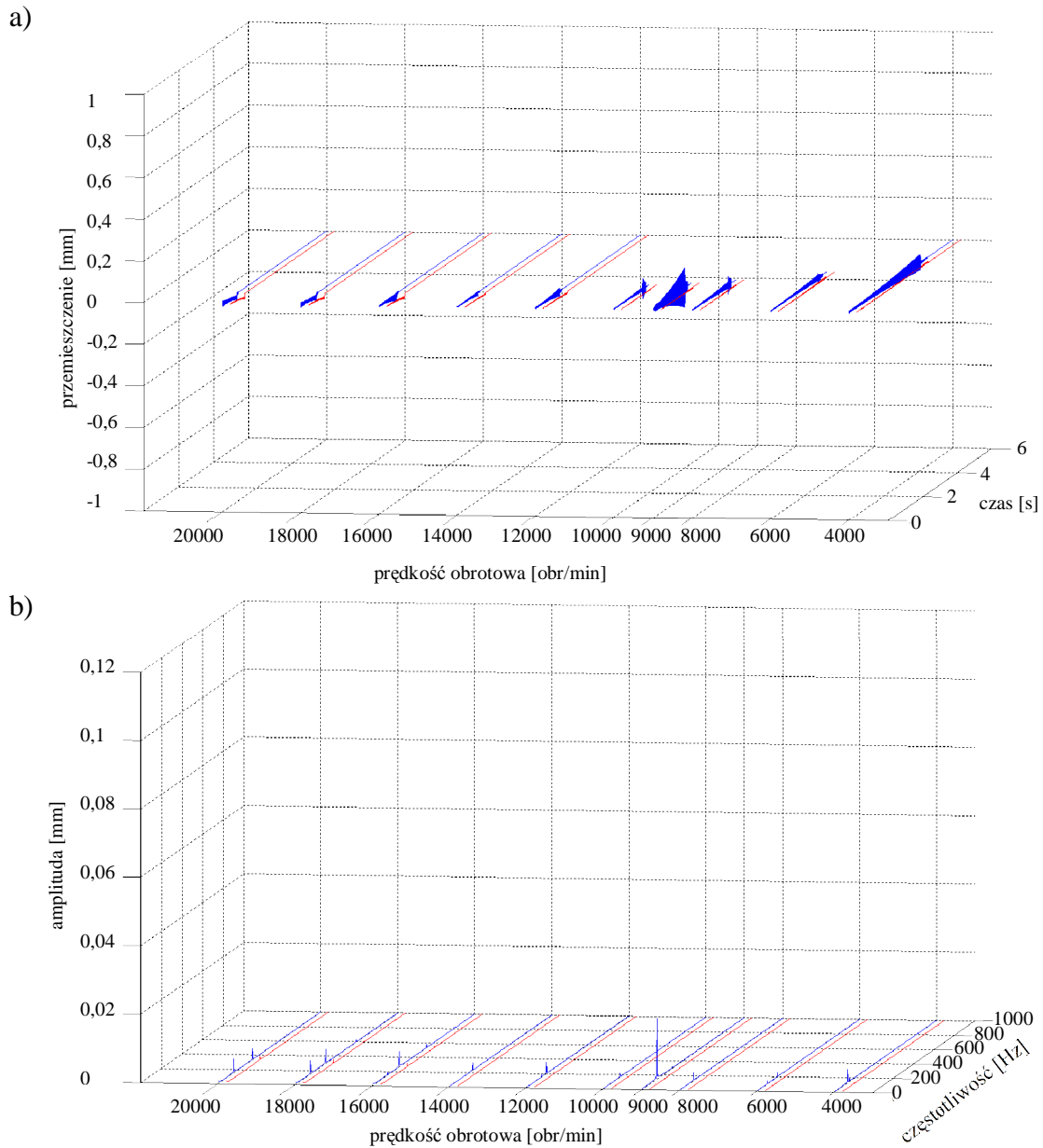
Rys. 107. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 108. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=100$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

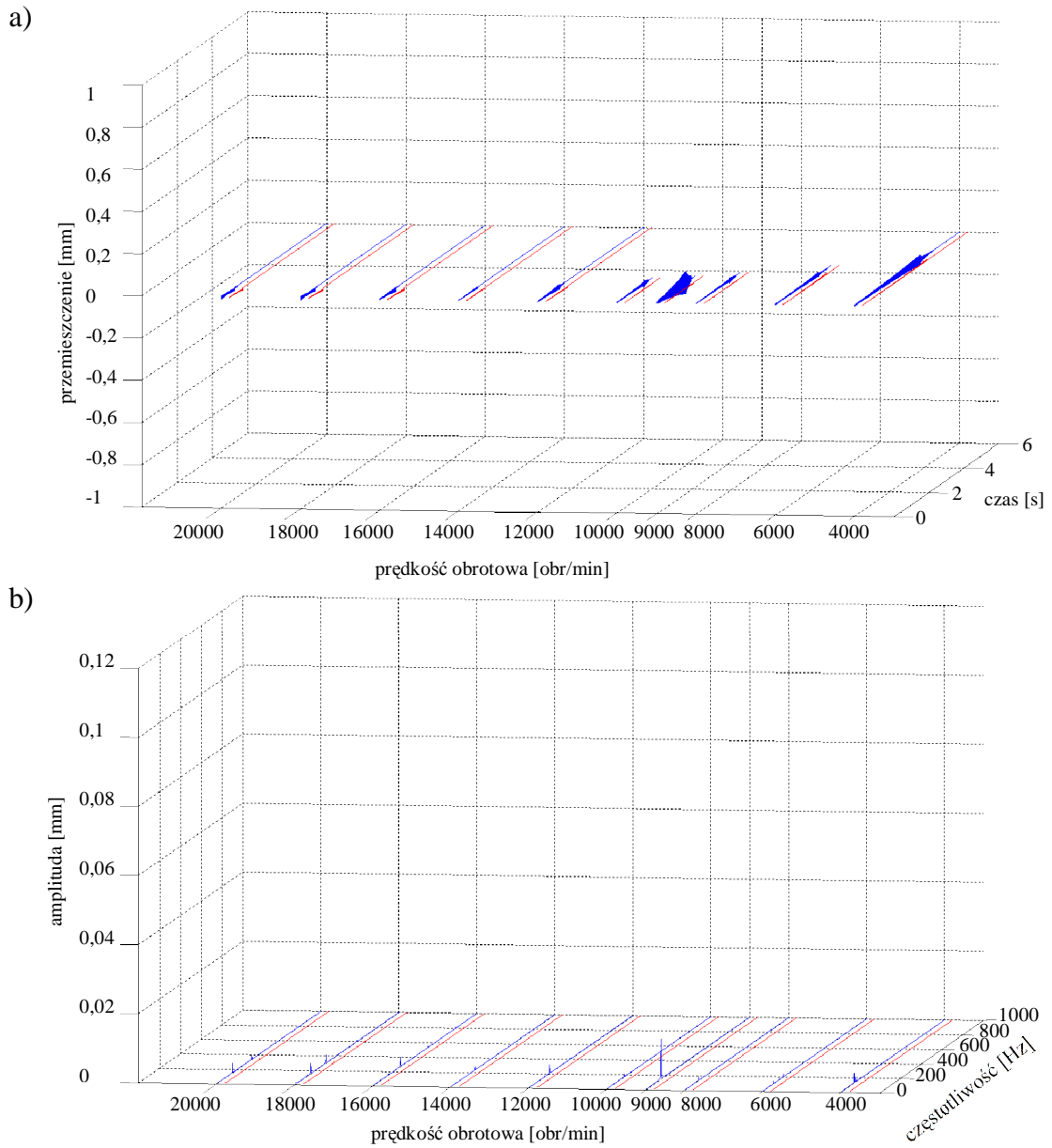


Rys. 109. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

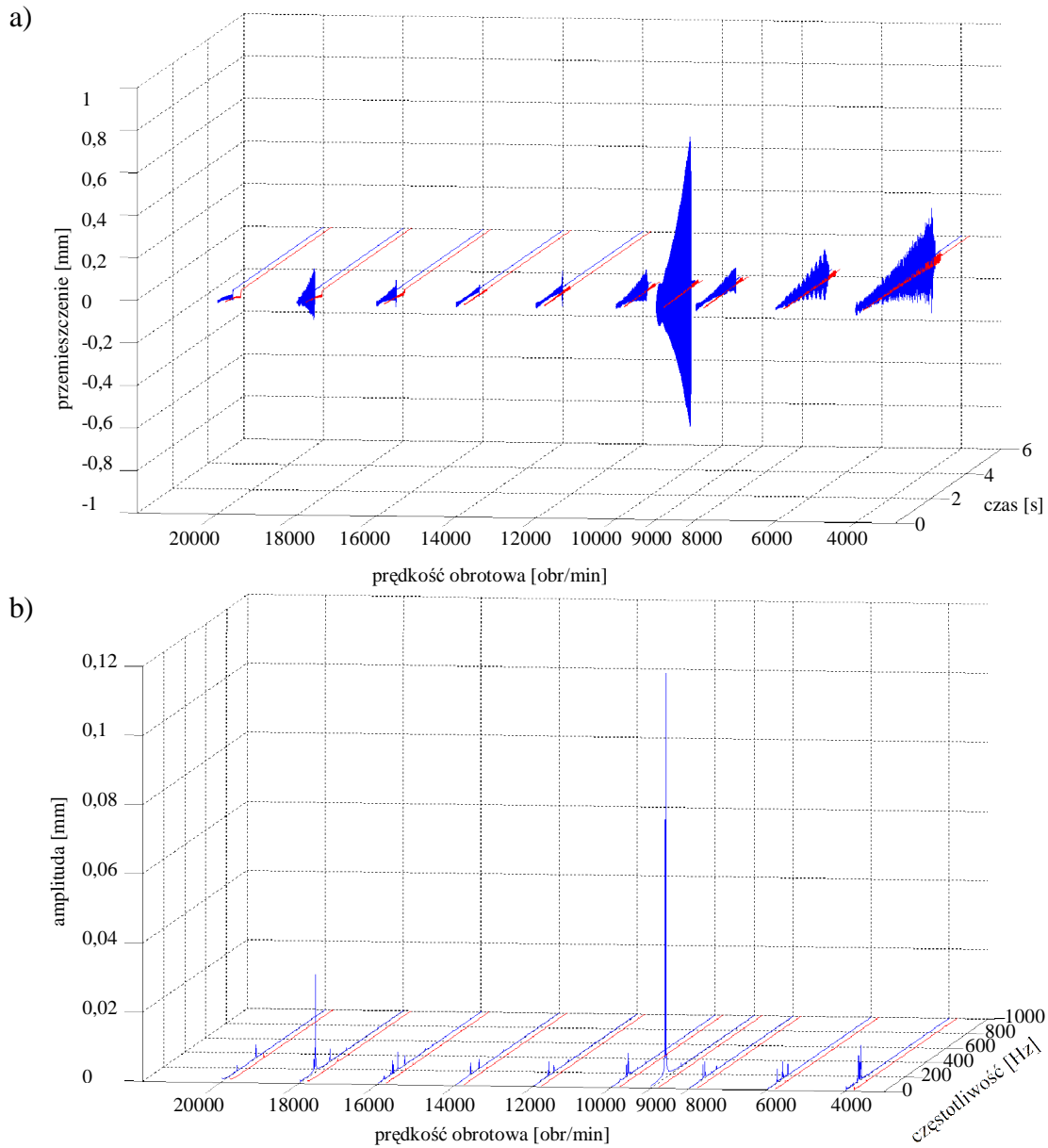


Rys. 110. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; - - - - - z nadzorowaniem.

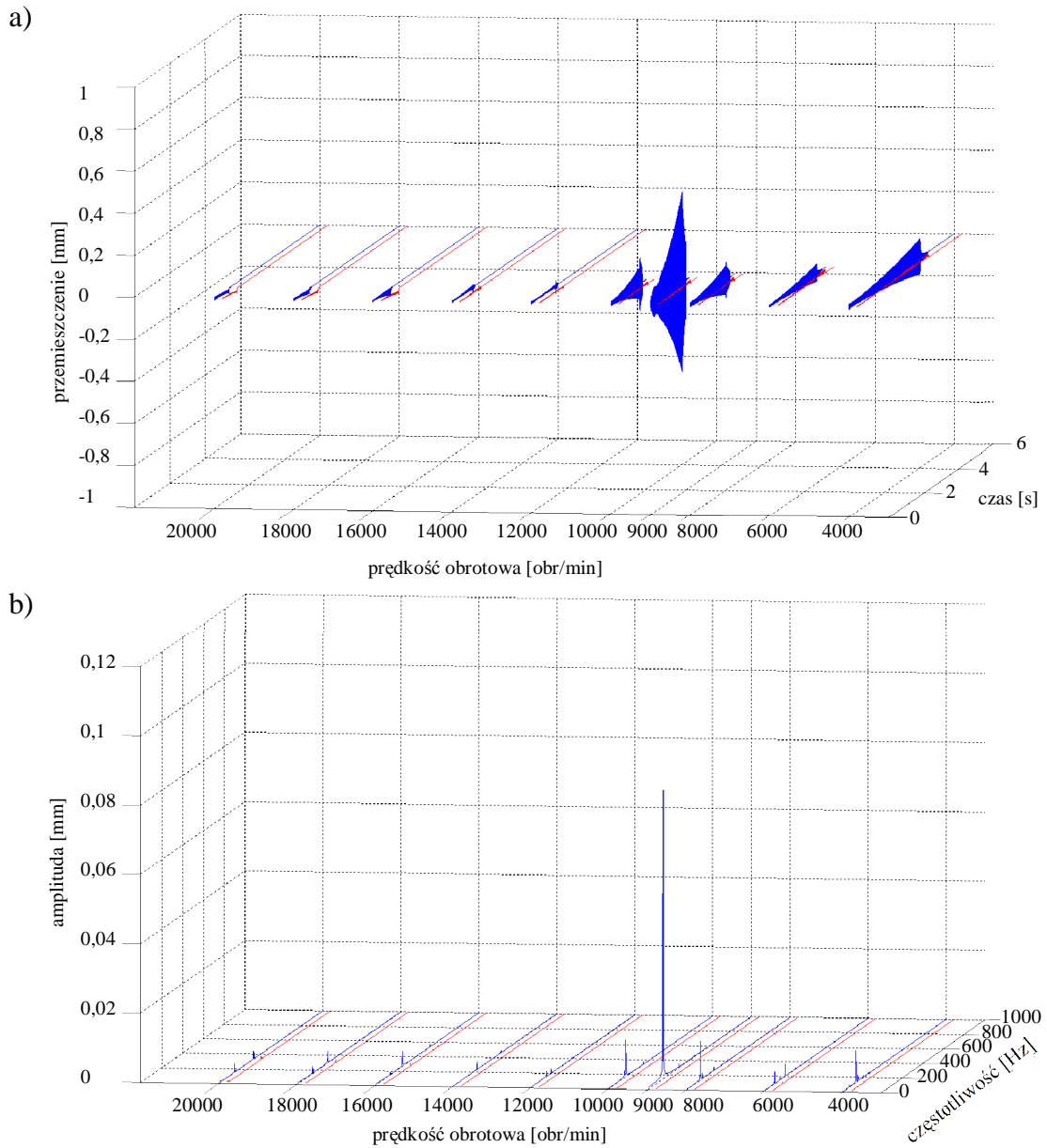




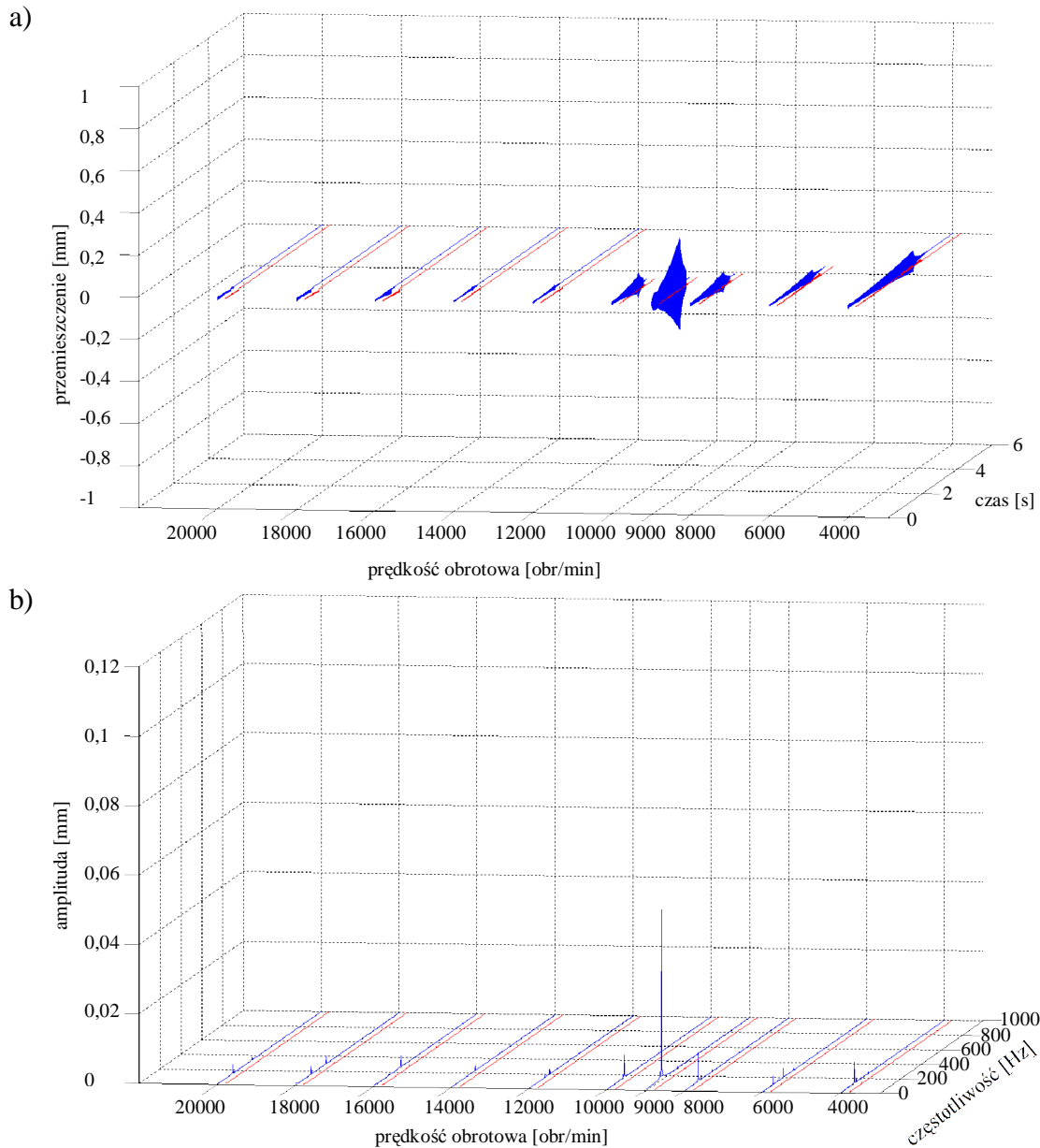
Rys. 111. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



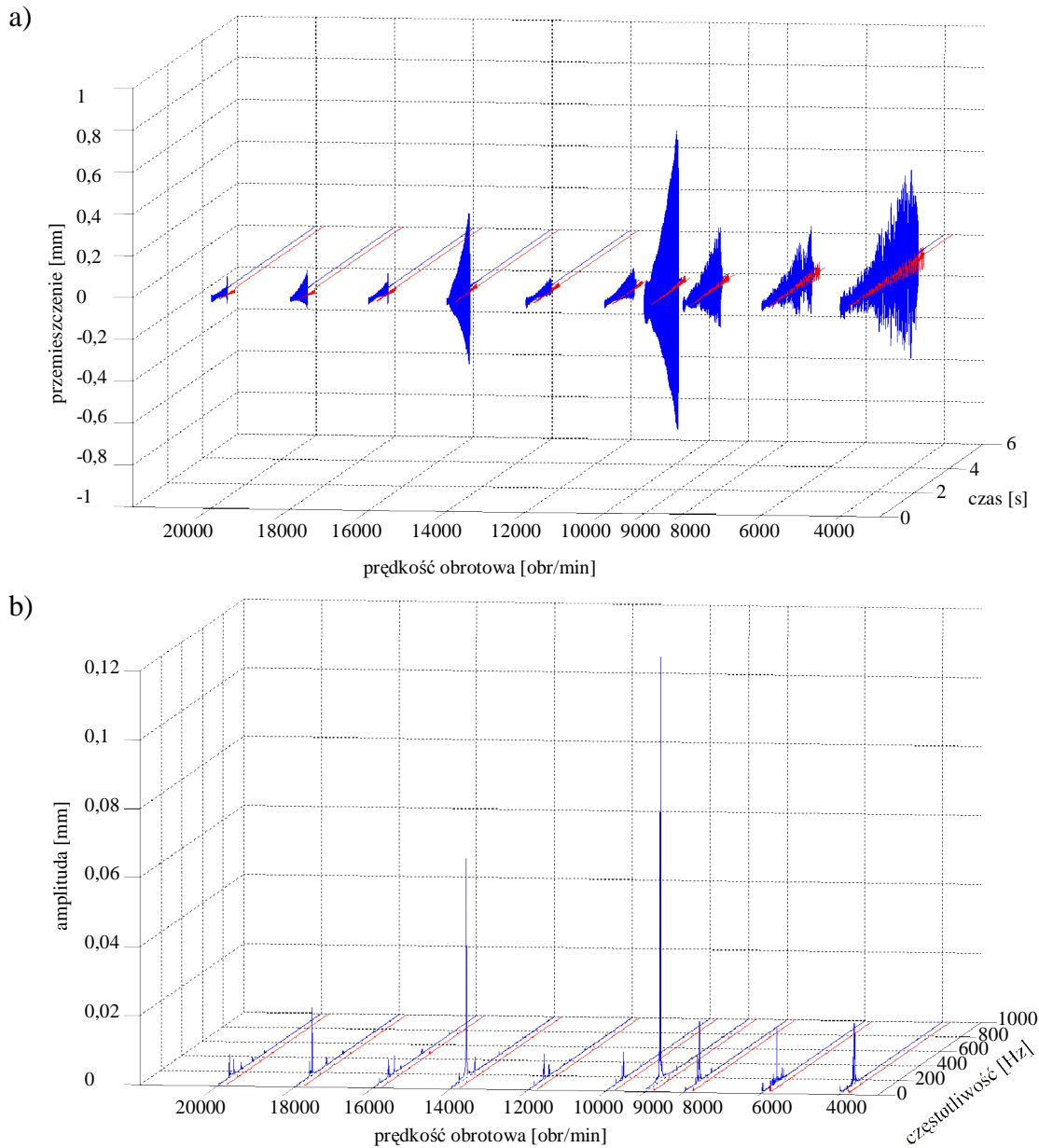
Rys. 112. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



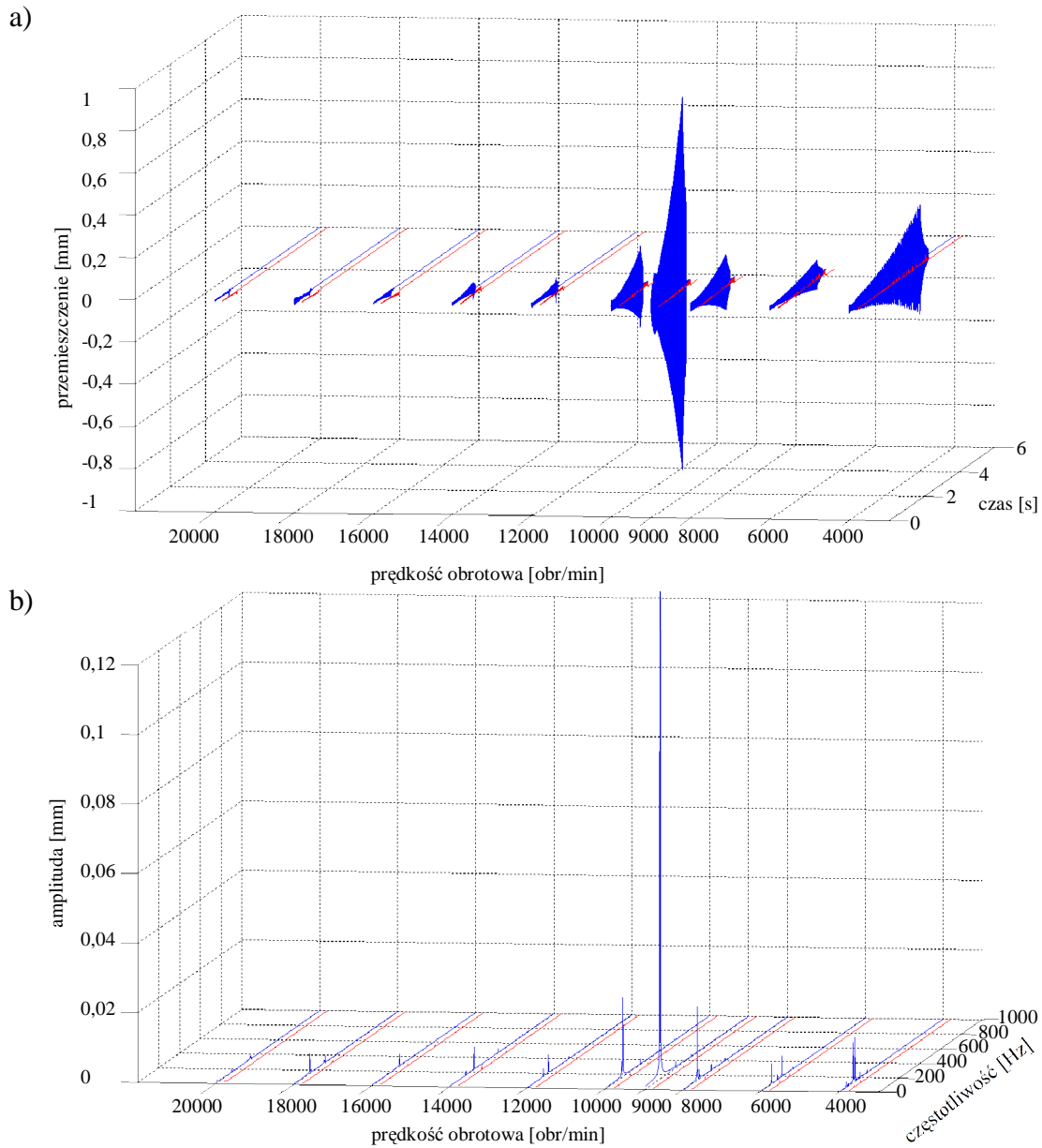
Rys. 113. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



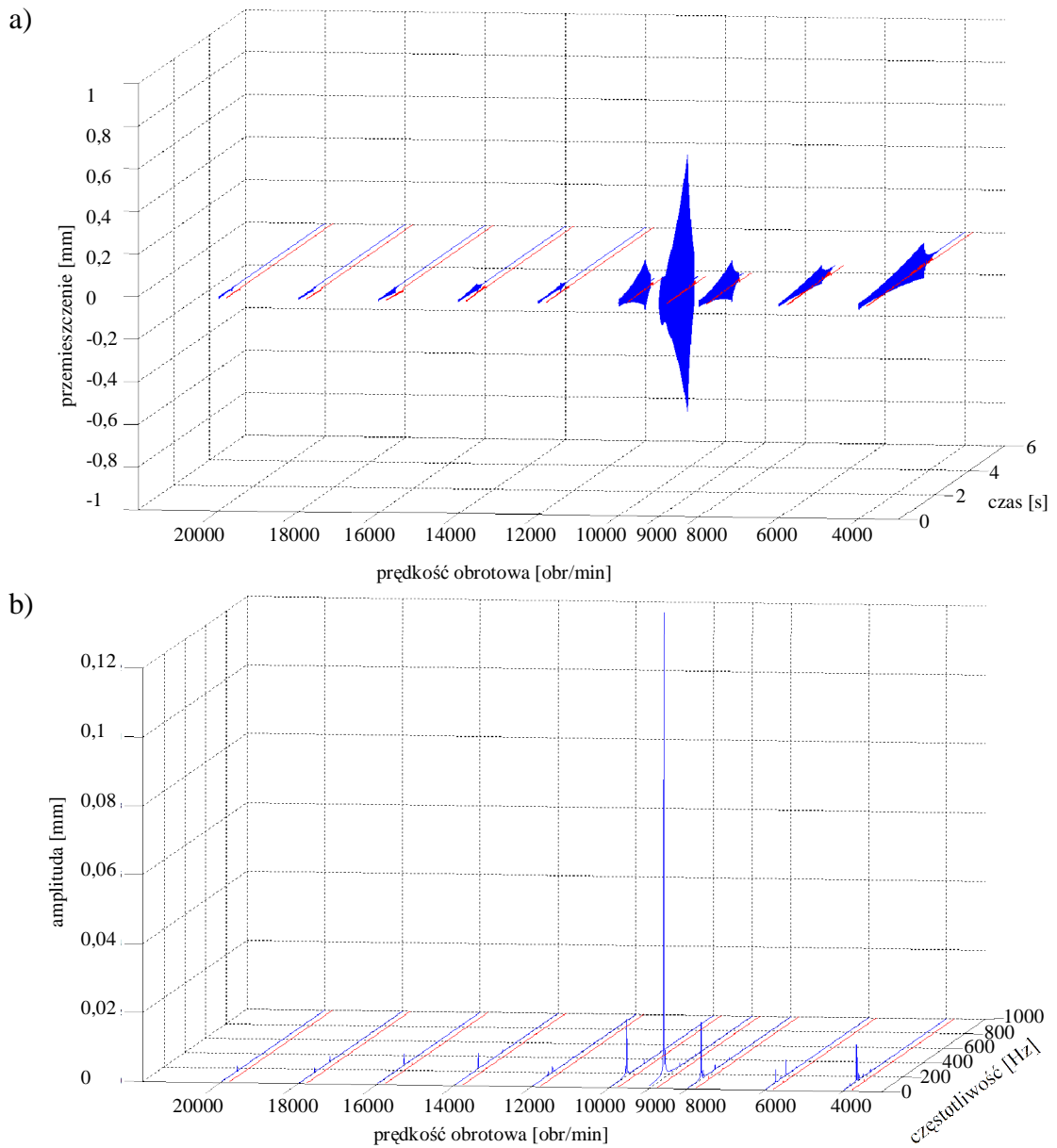
Rys. 114. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



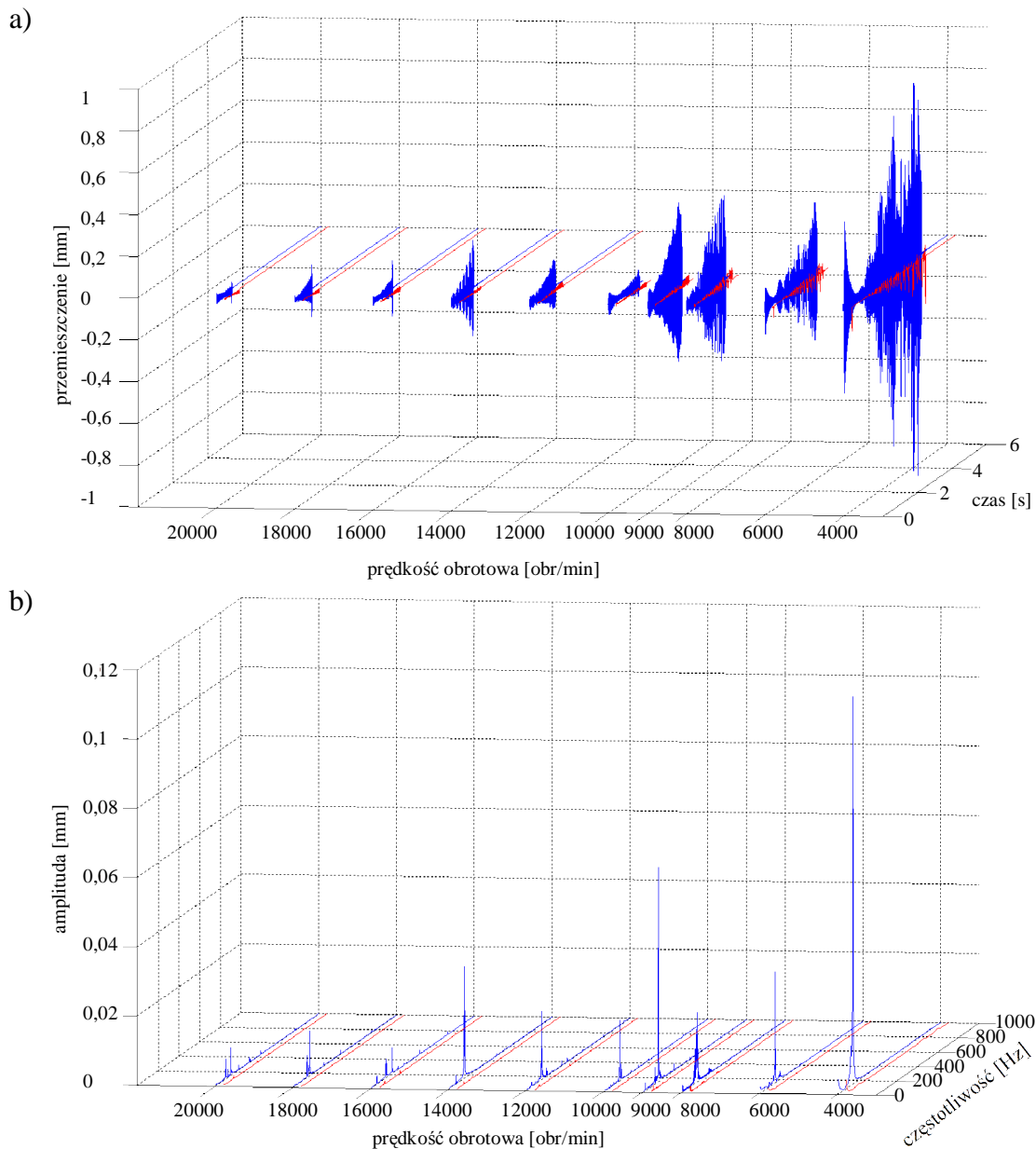
Rys. 115. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 116. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

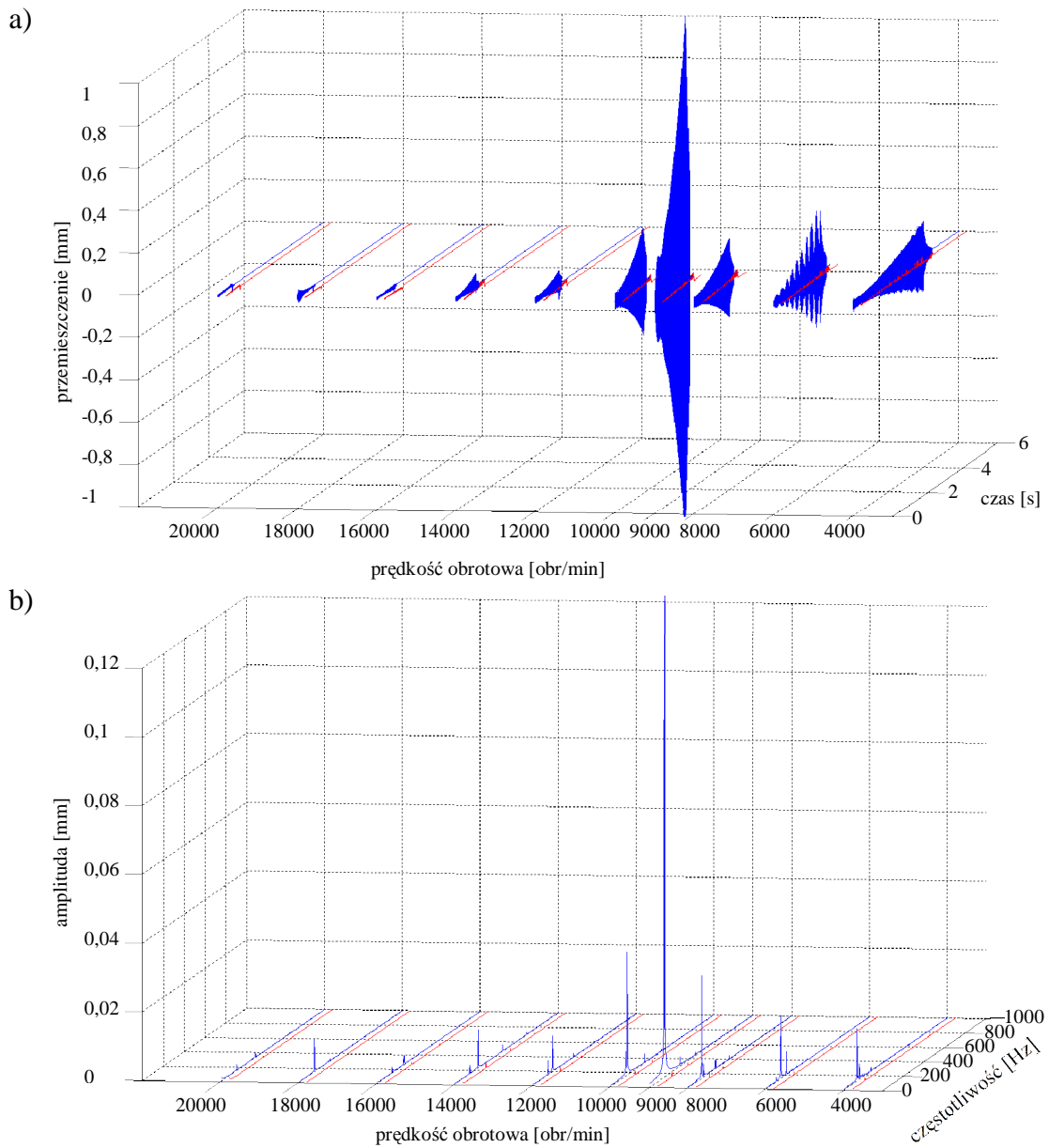


Rys. 117. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

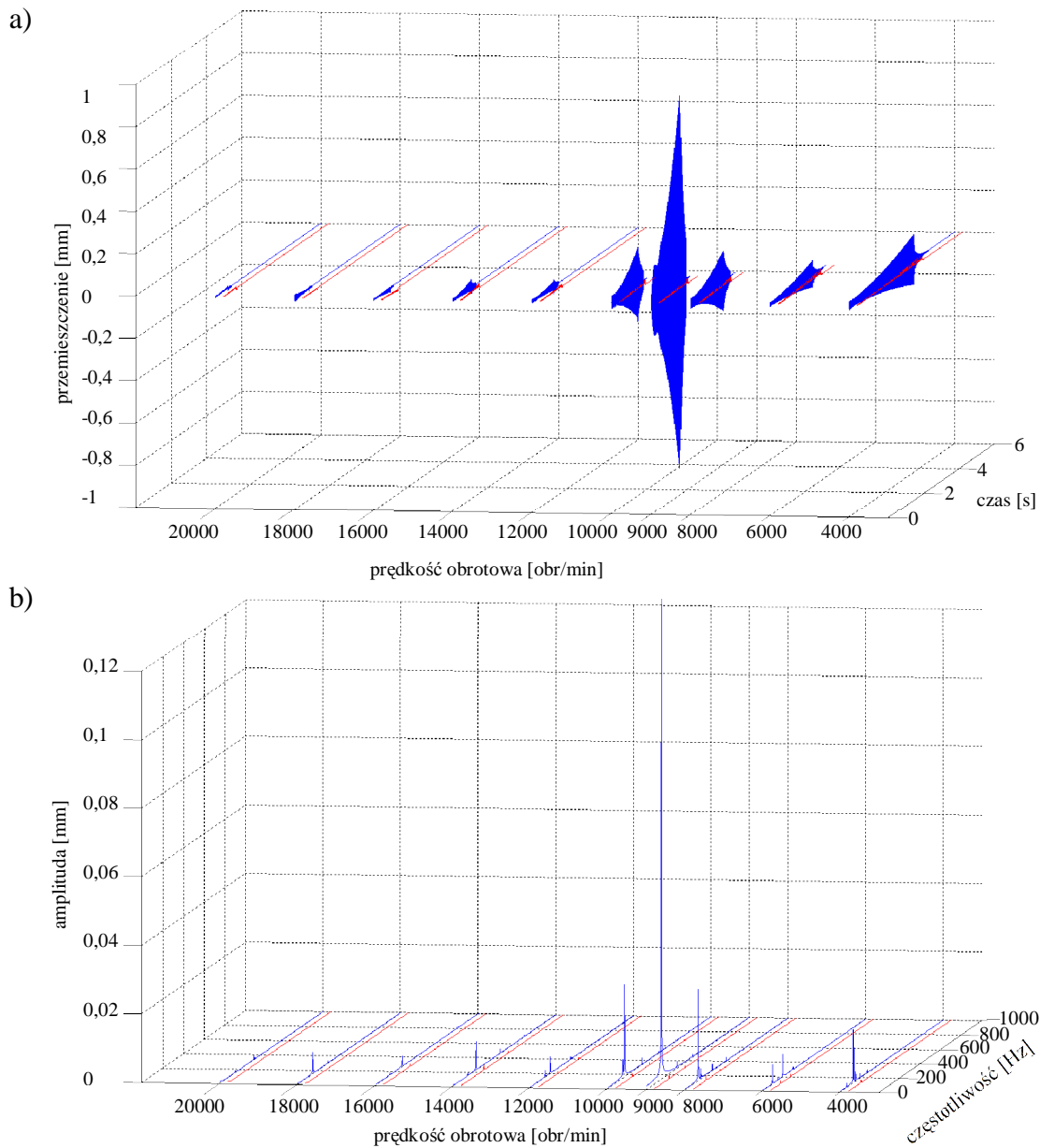


Rys. 118. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.

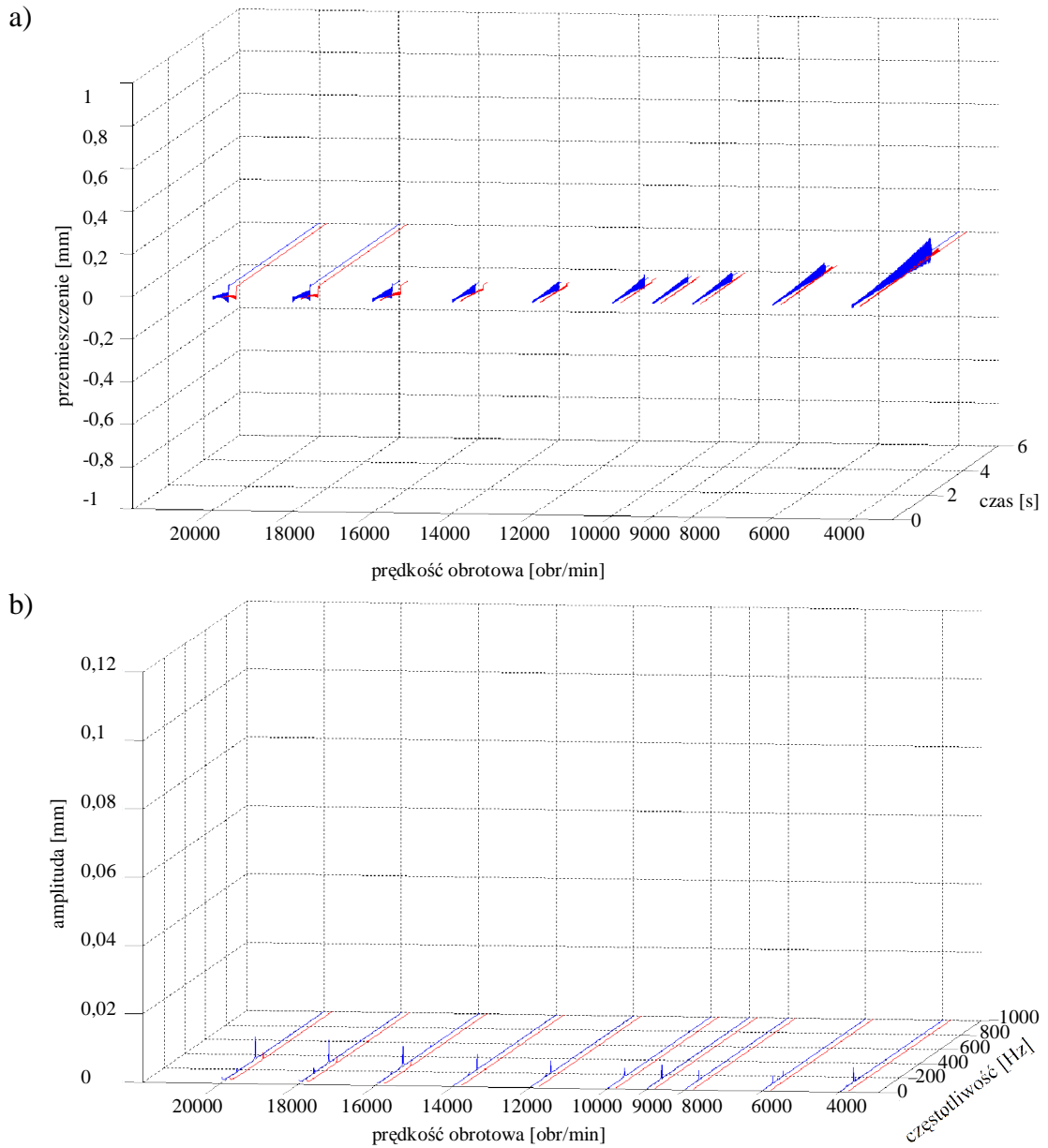




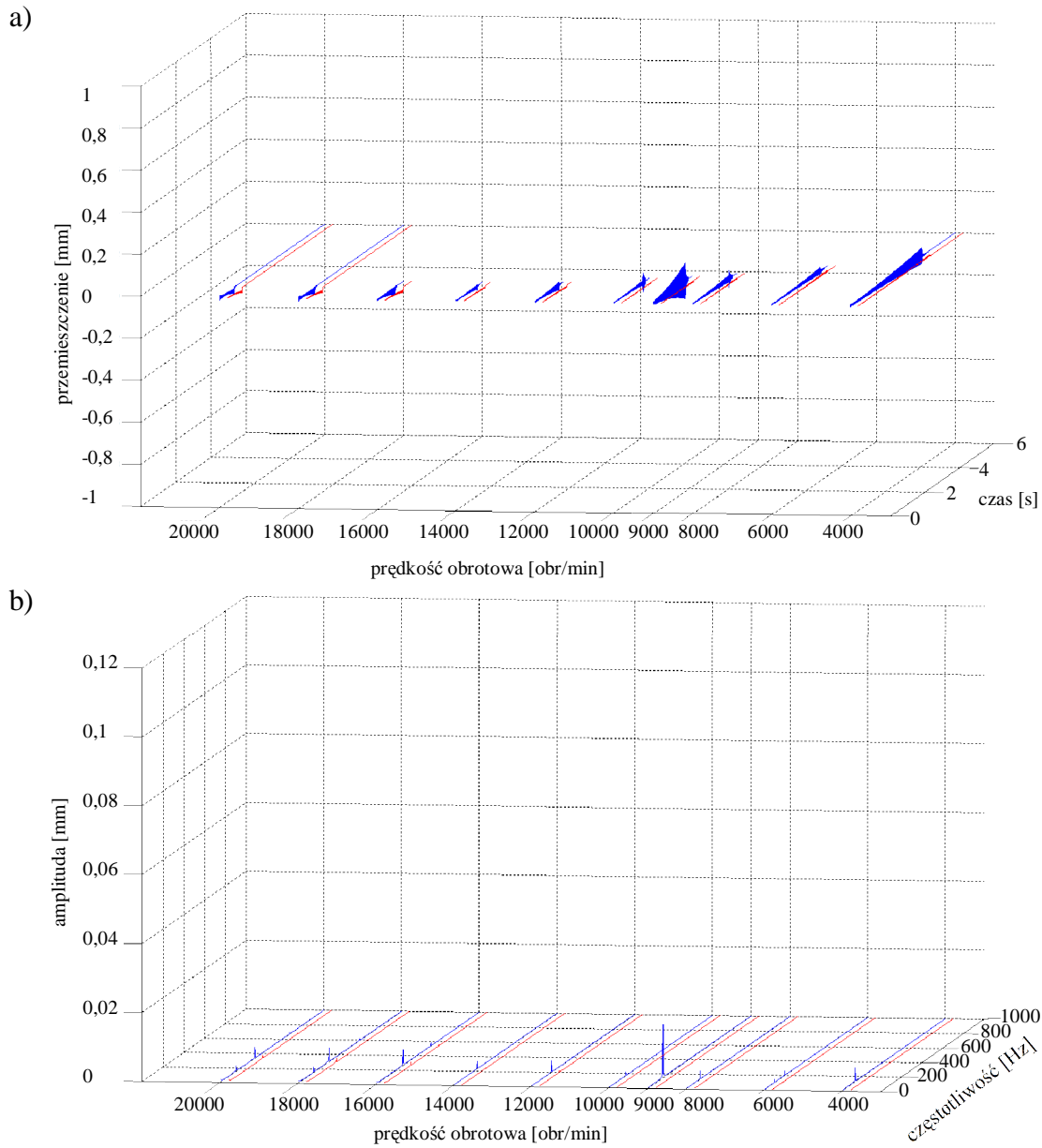
Rys. 119. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



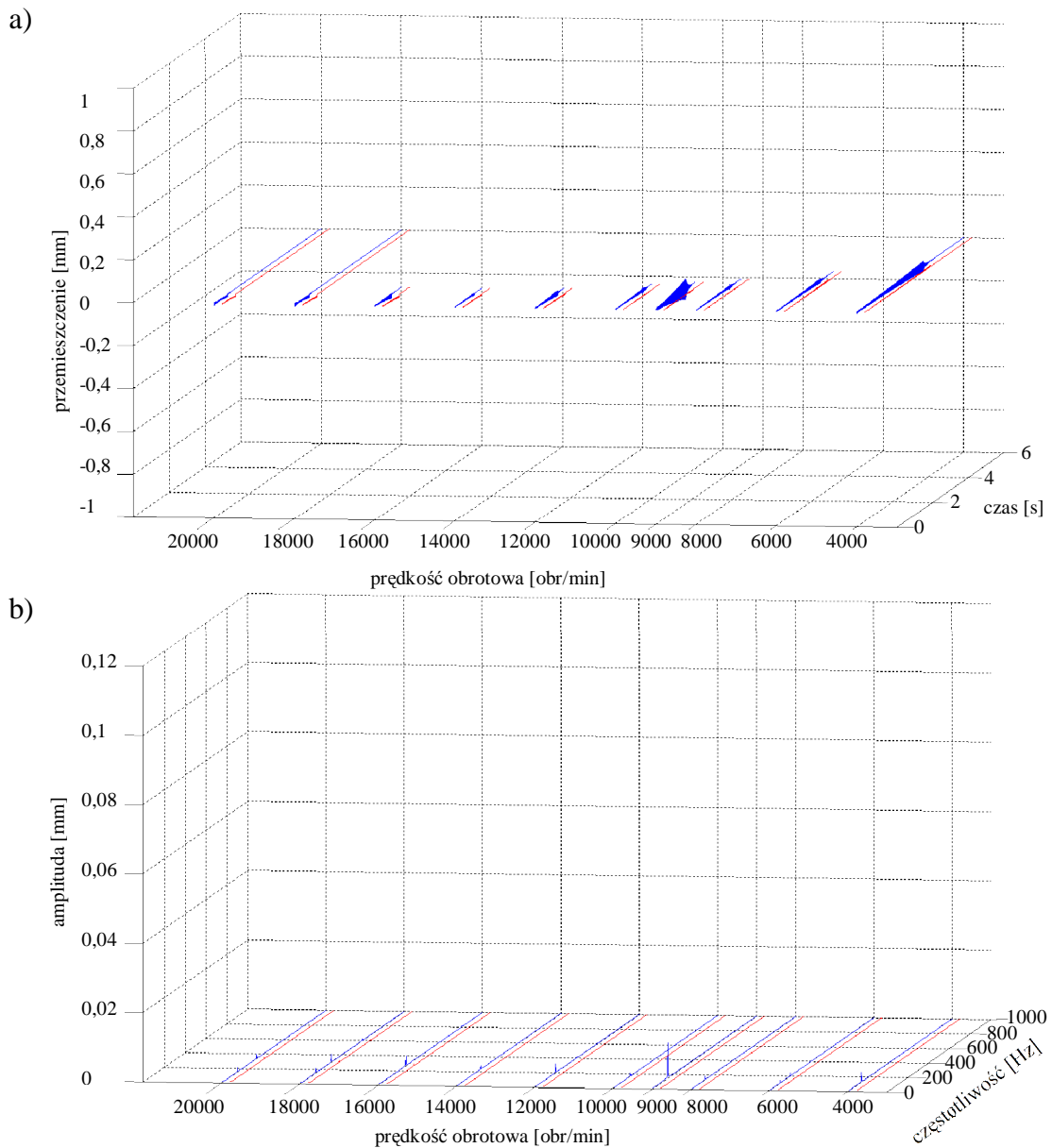
Rys. 120. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



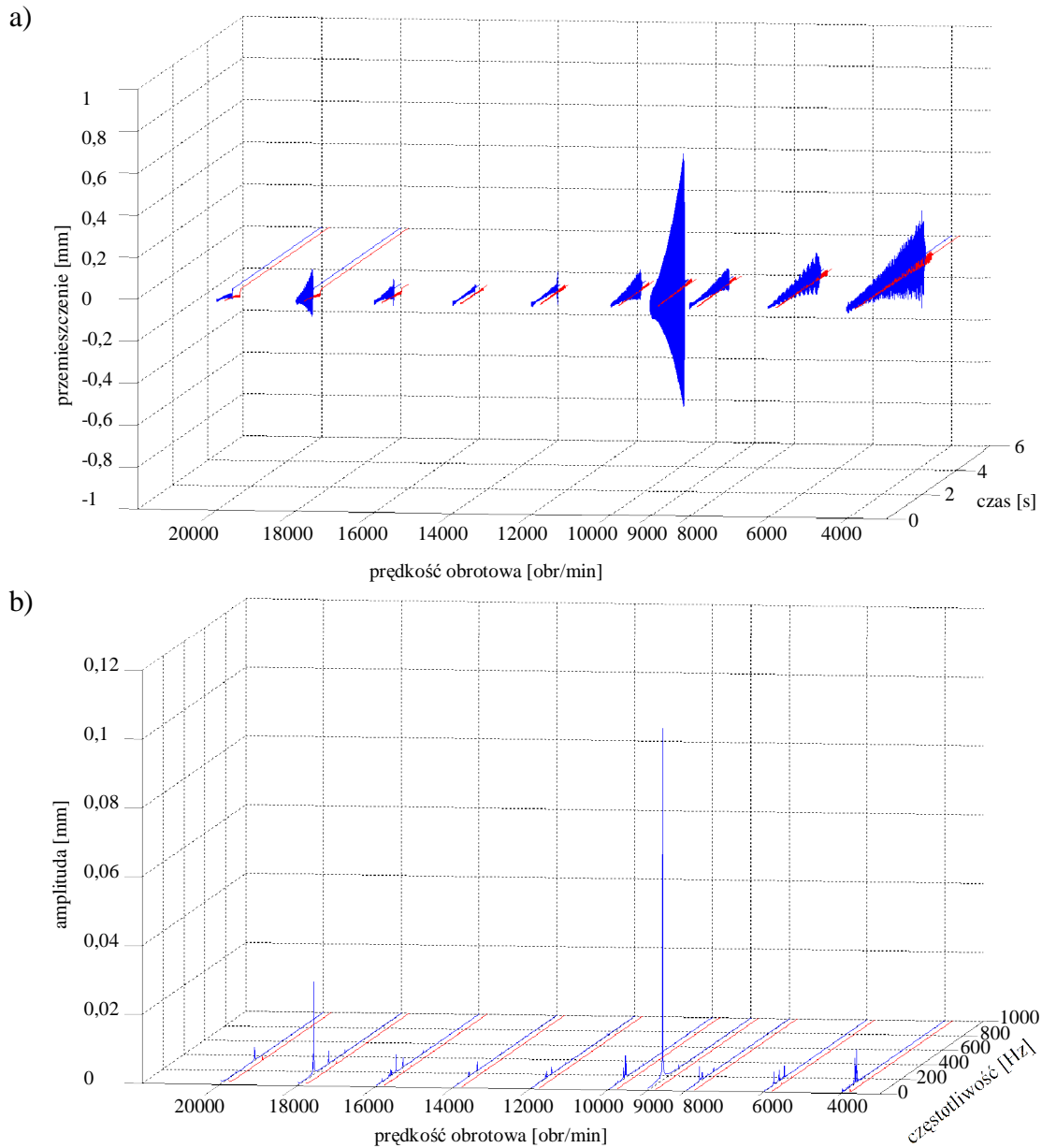
Rys. 121. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



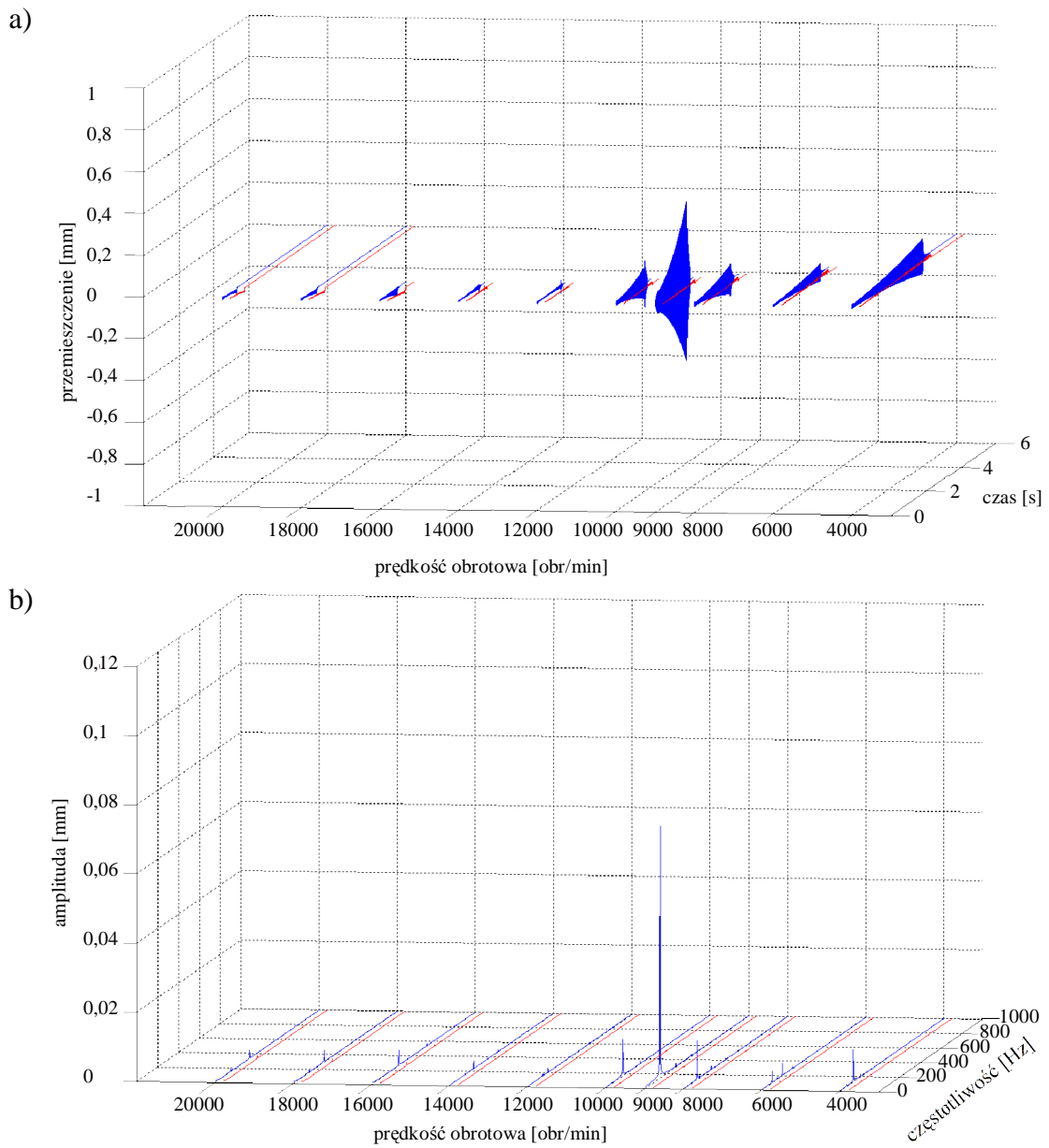
Rys. 122. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



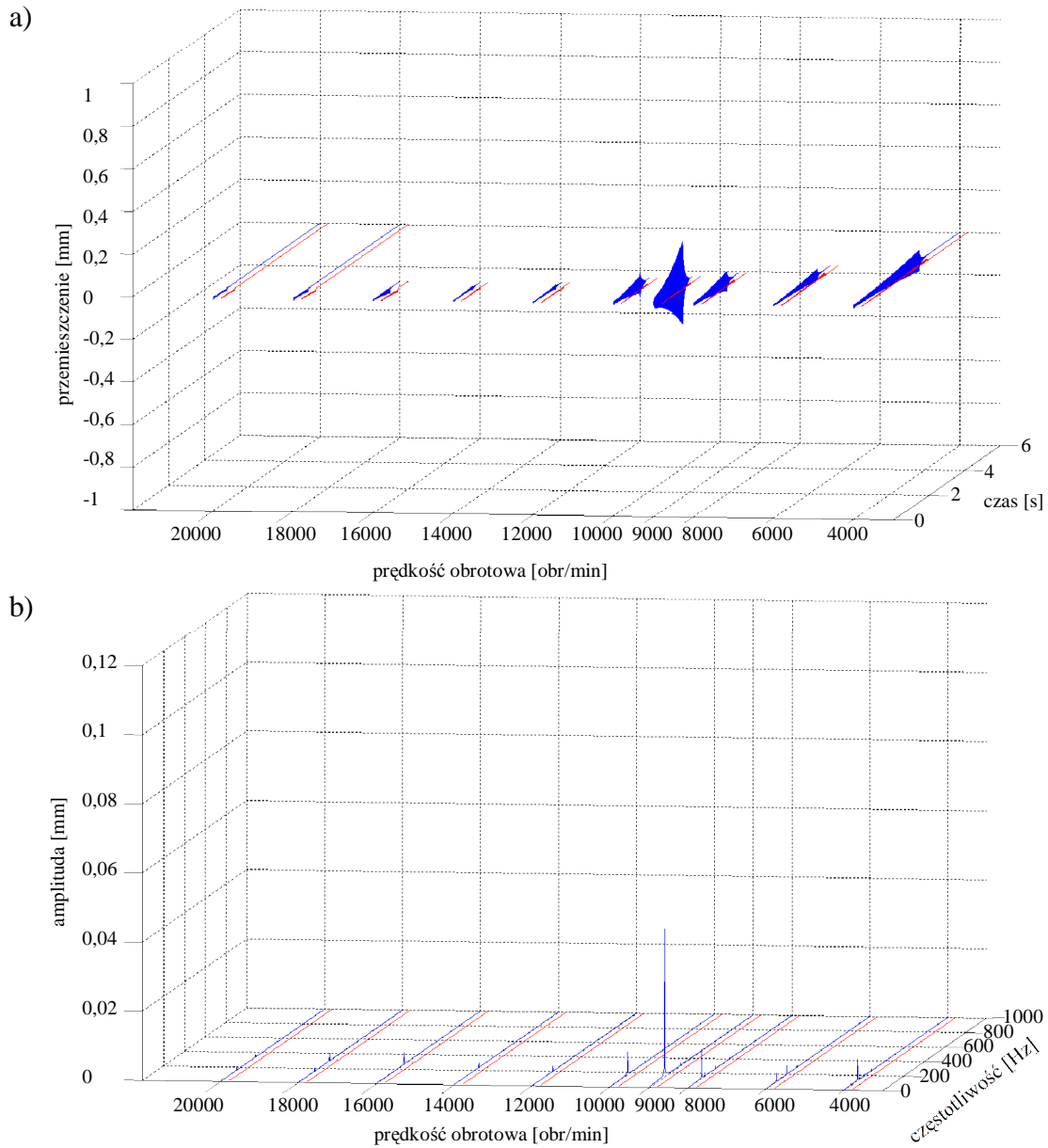
Rys. 123. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 124. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

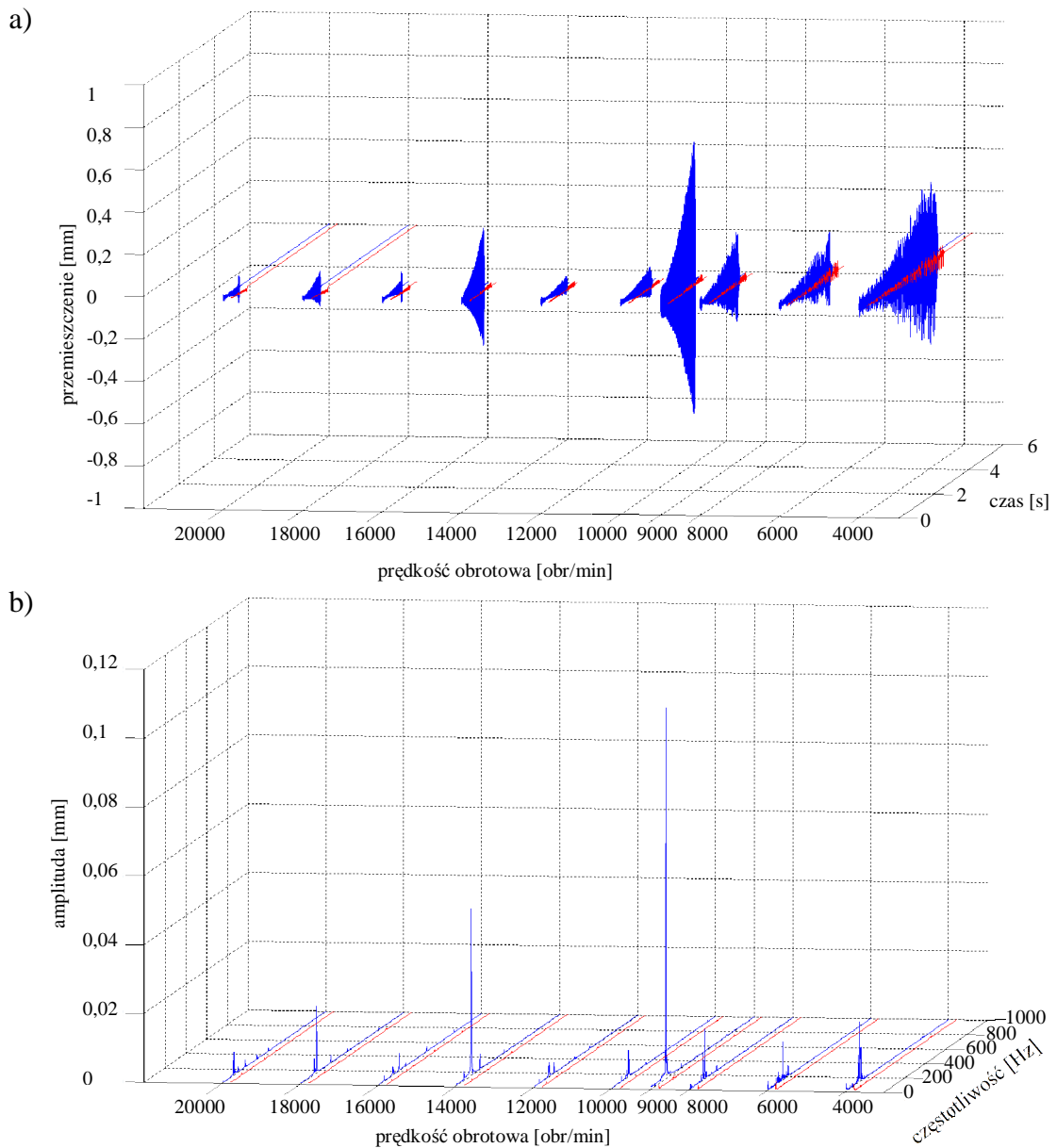


Rys. 125. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{d1}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

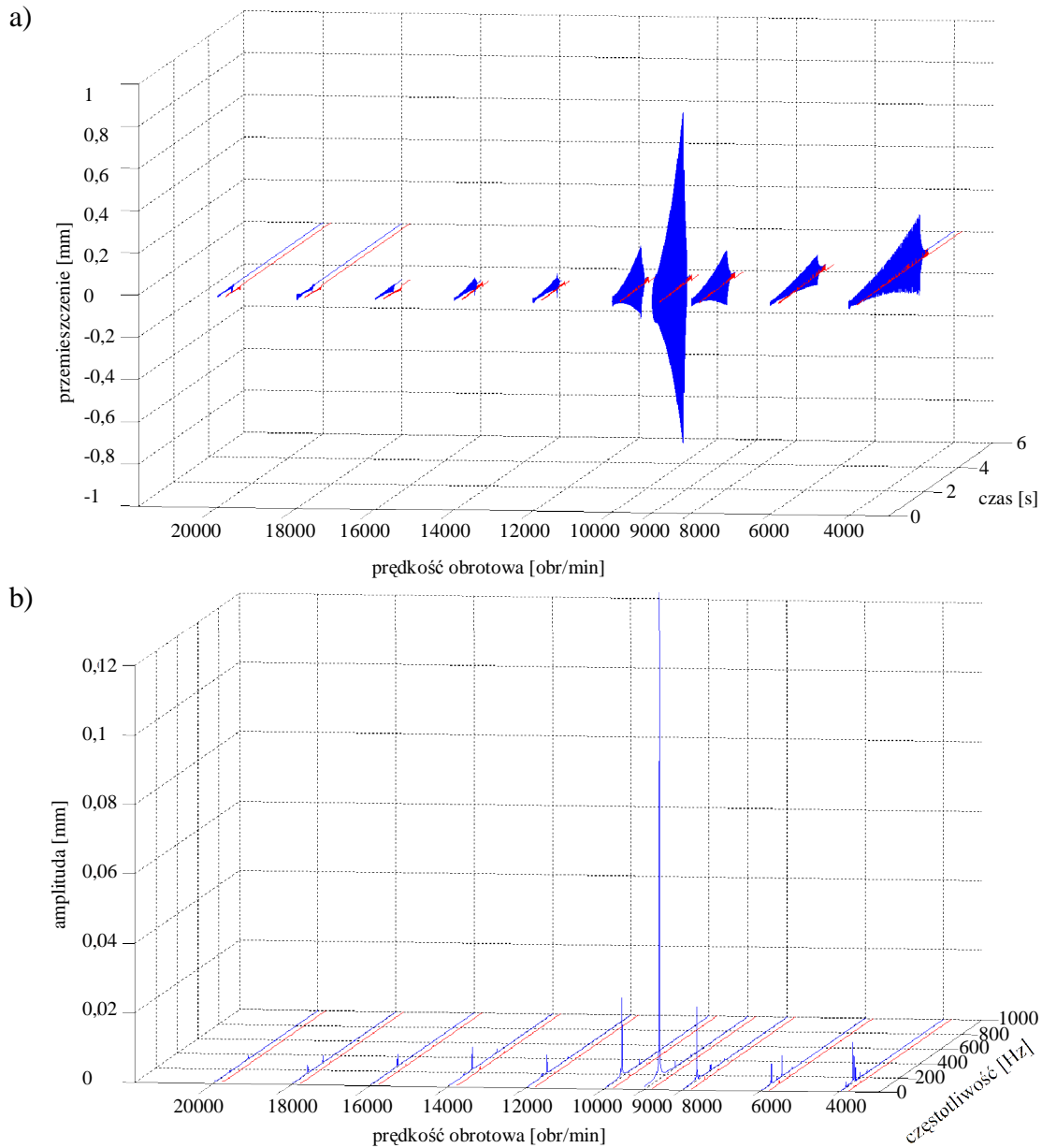


Rys. 126. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

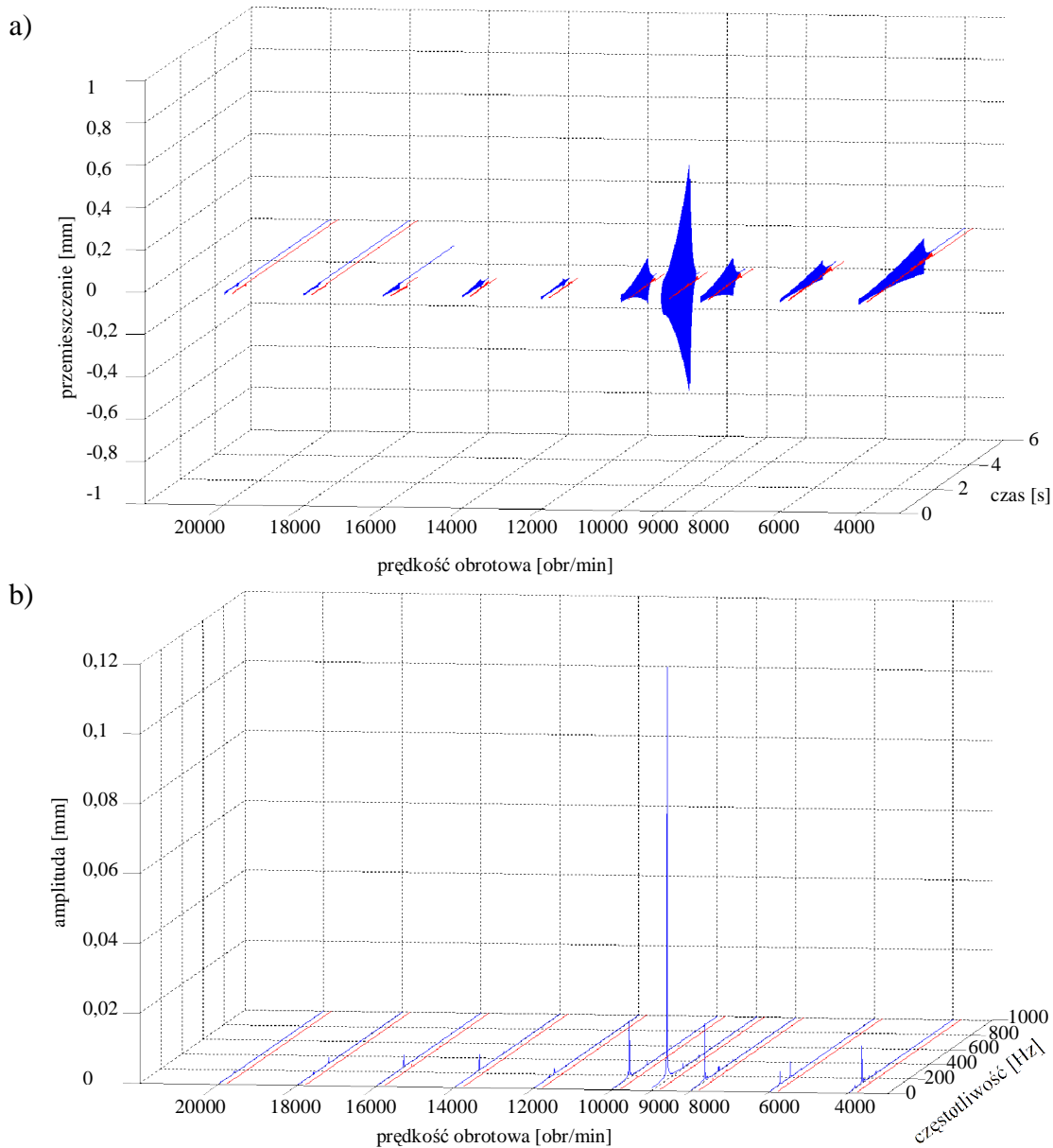




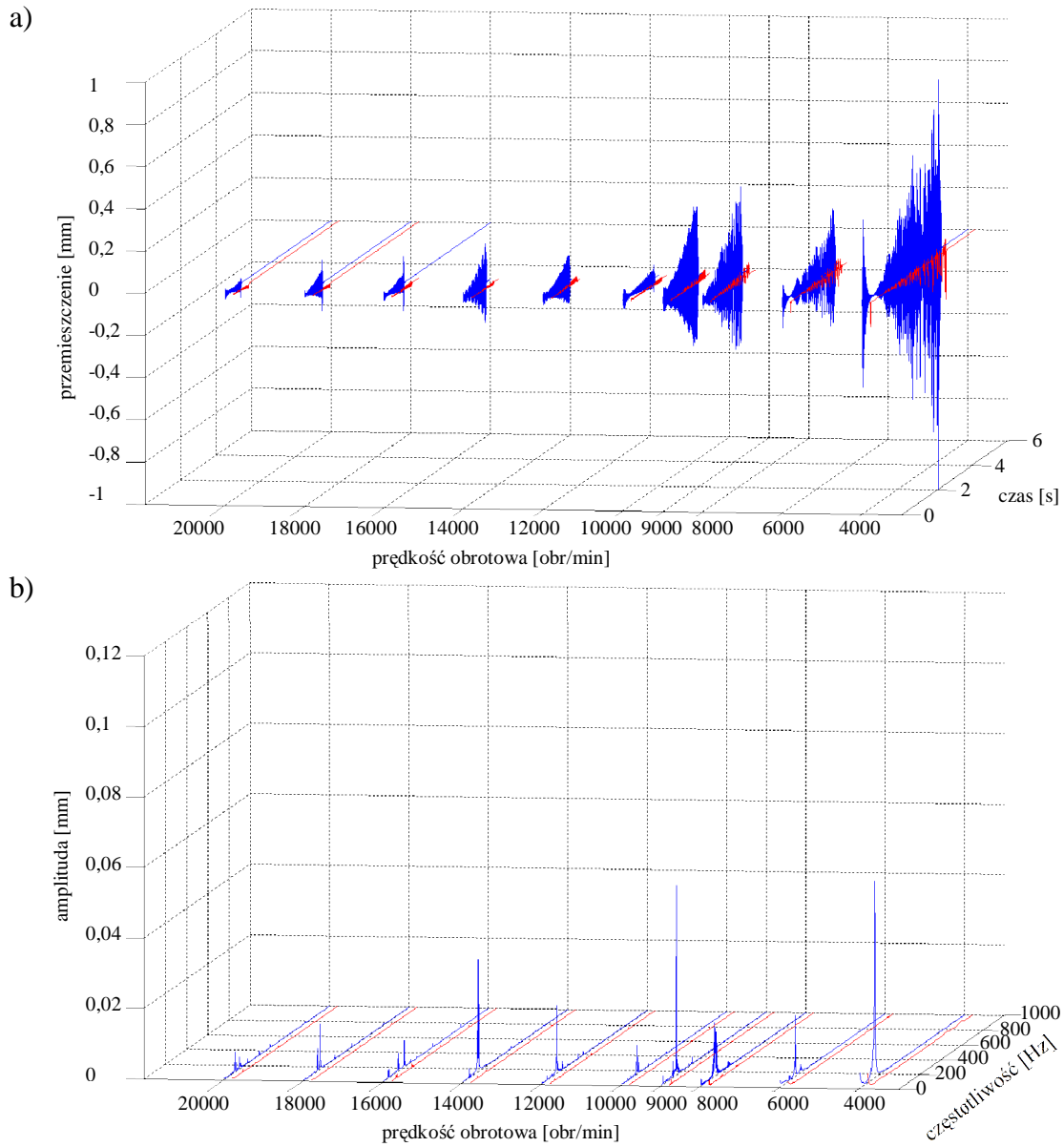
Rys. 127. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



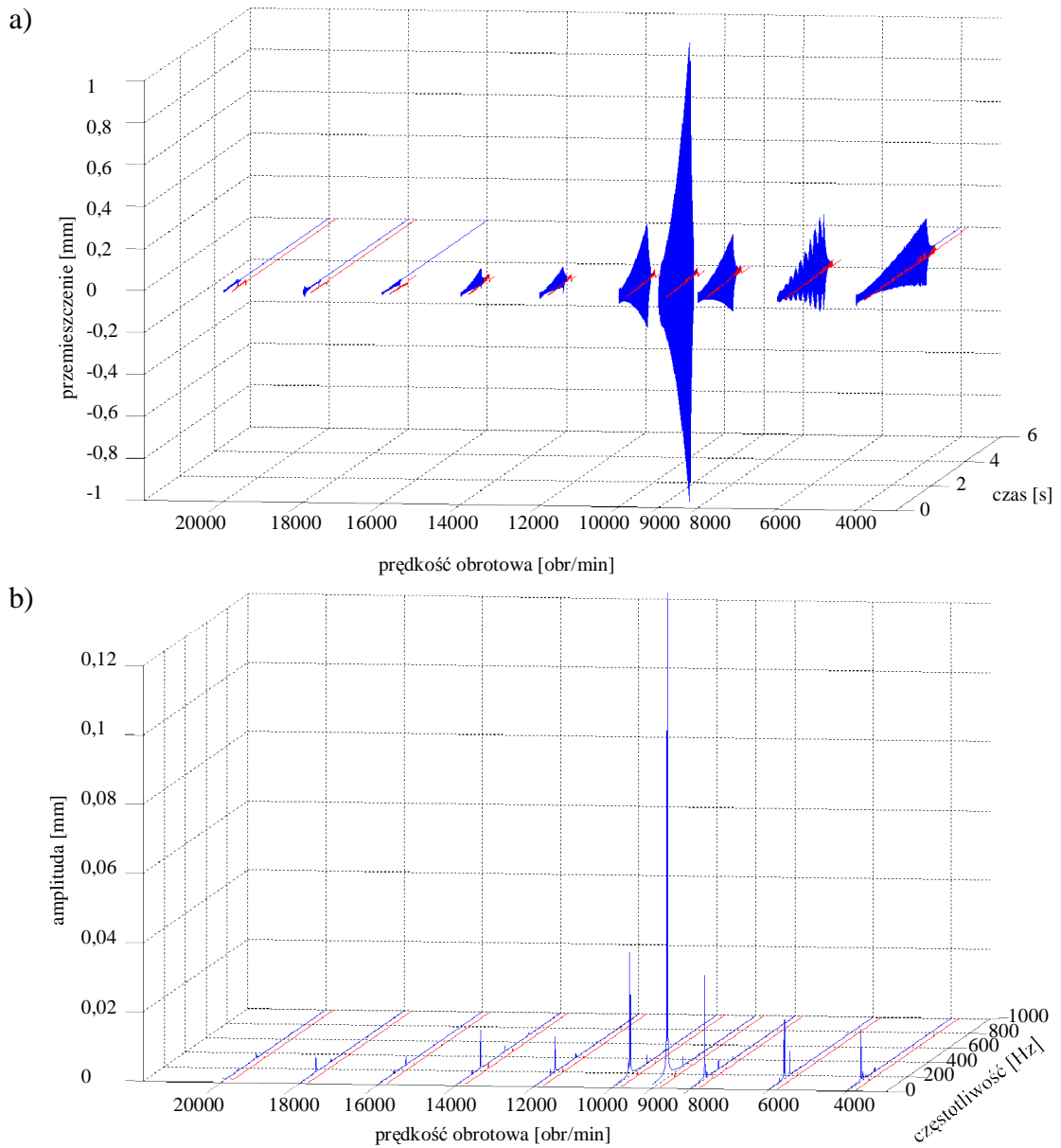
Rys. 128. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



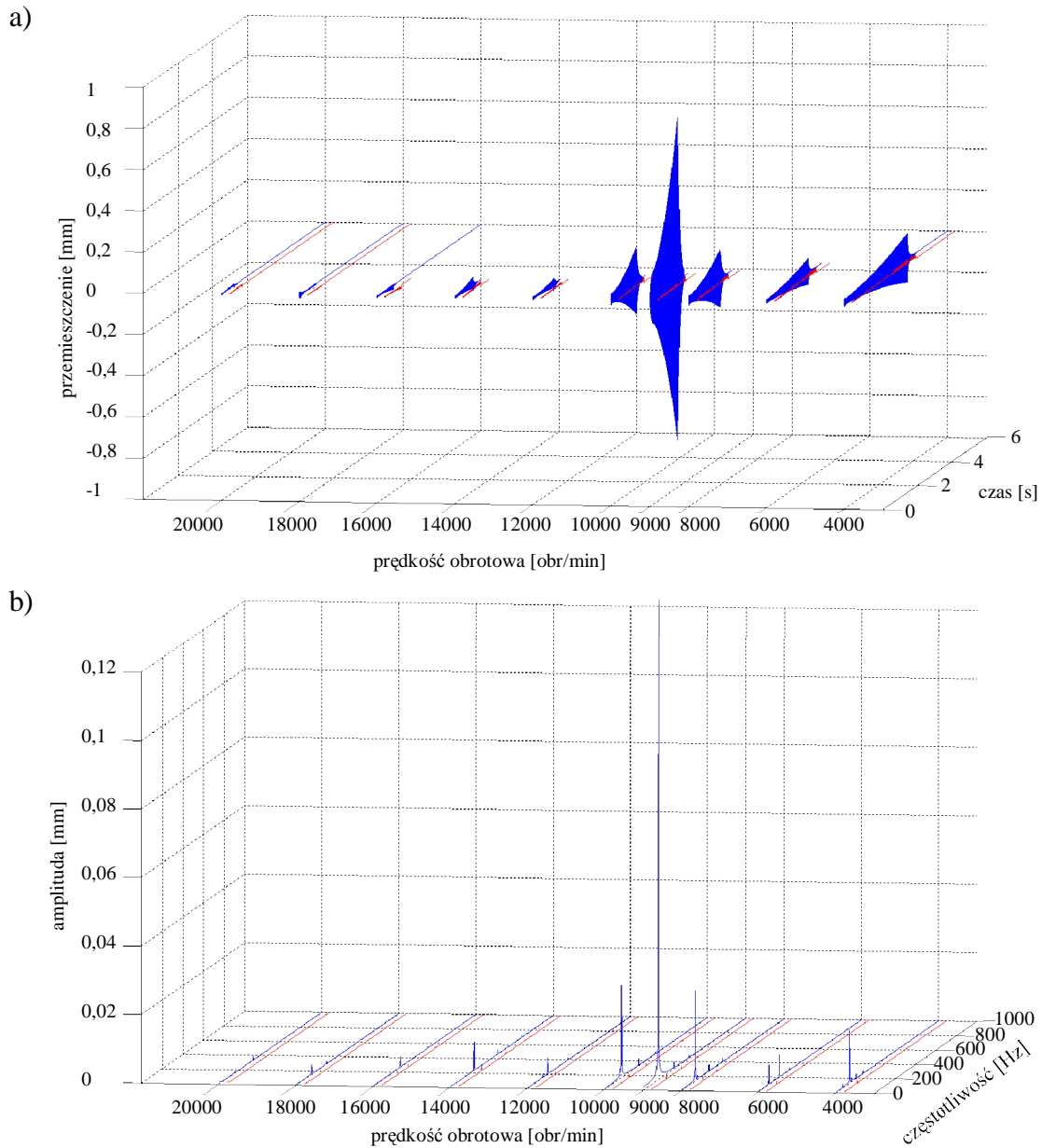
Rys. 129. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



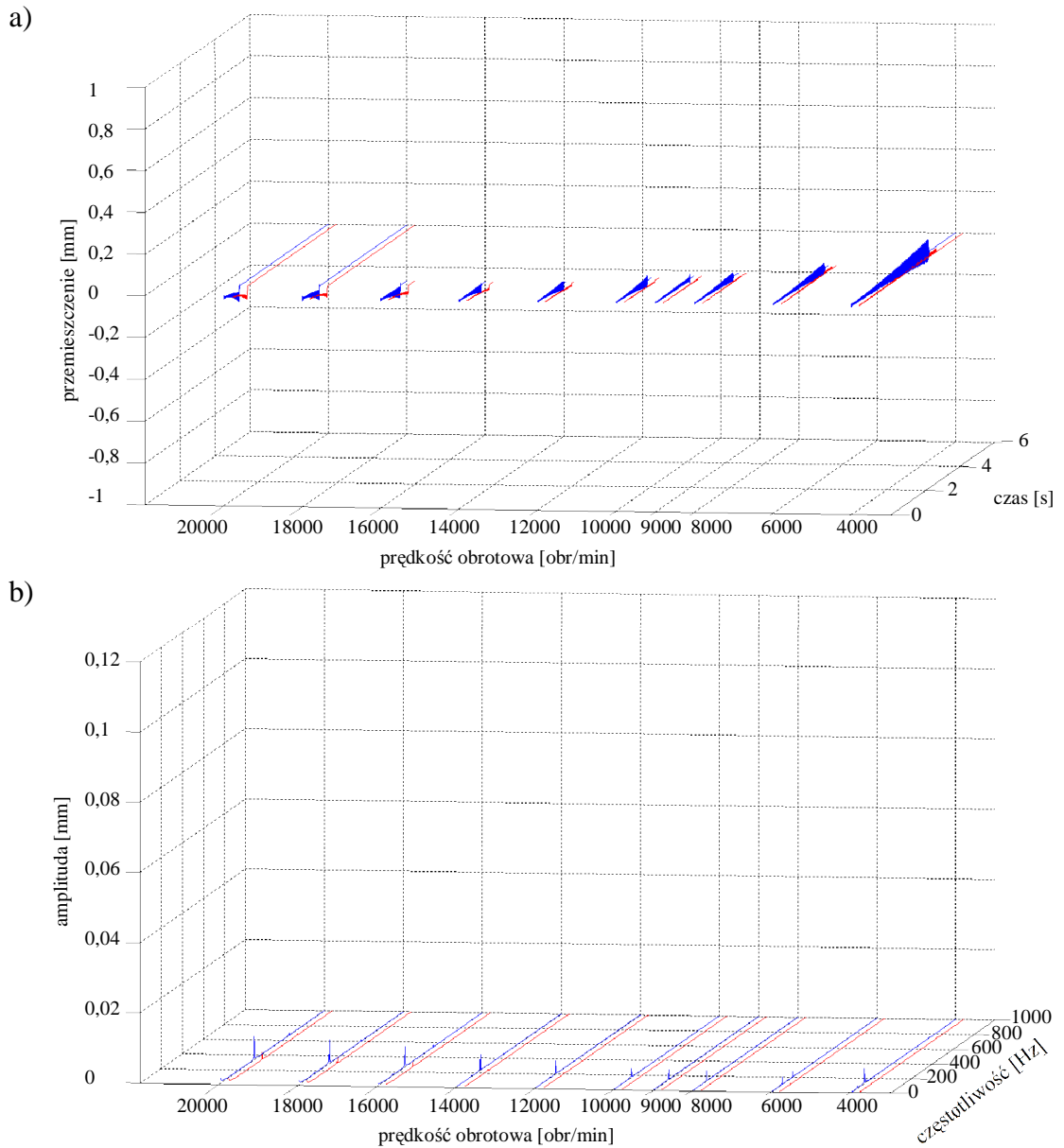
Rys. 130. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{d1}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



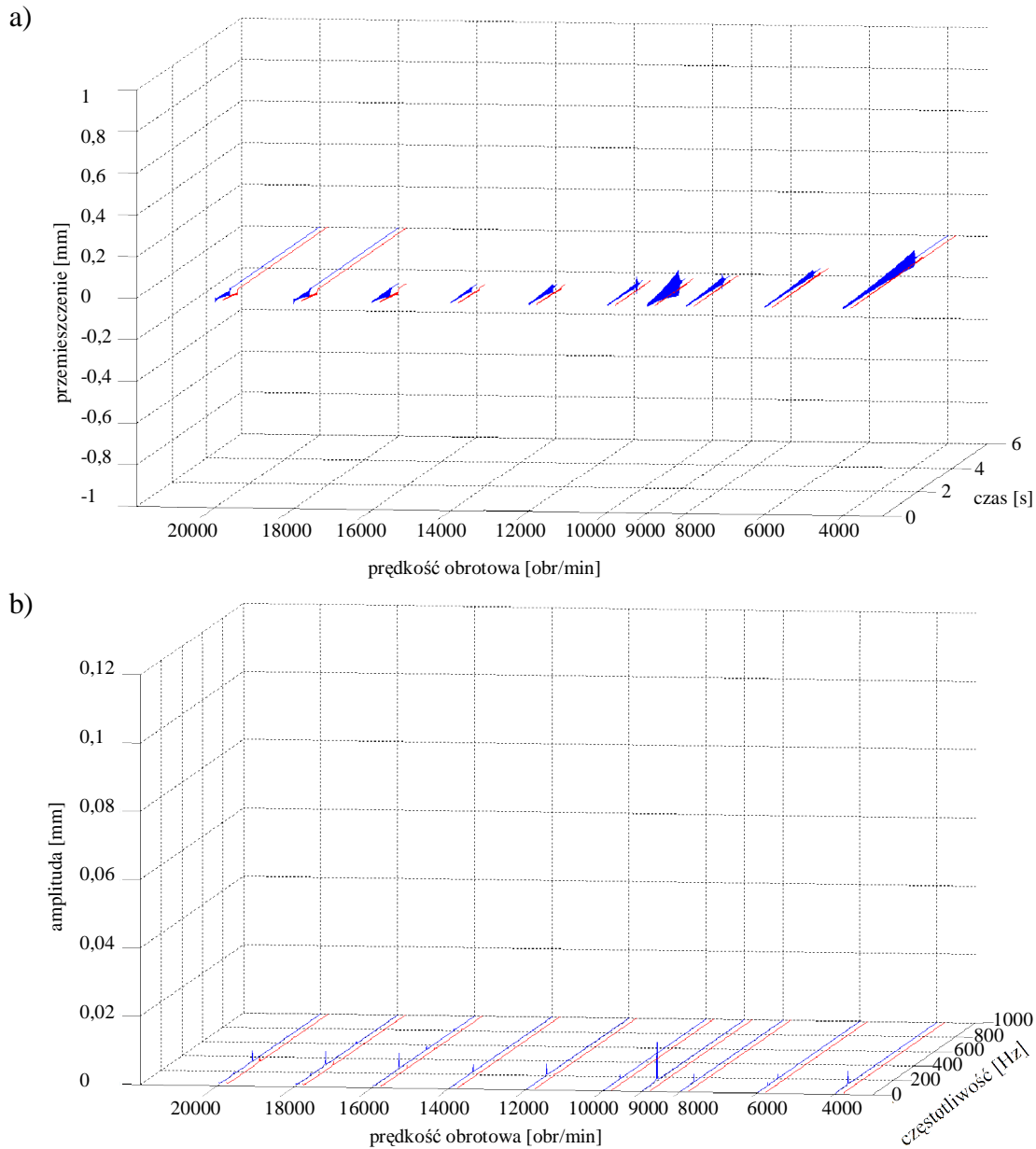
Rys. 131. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 132. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

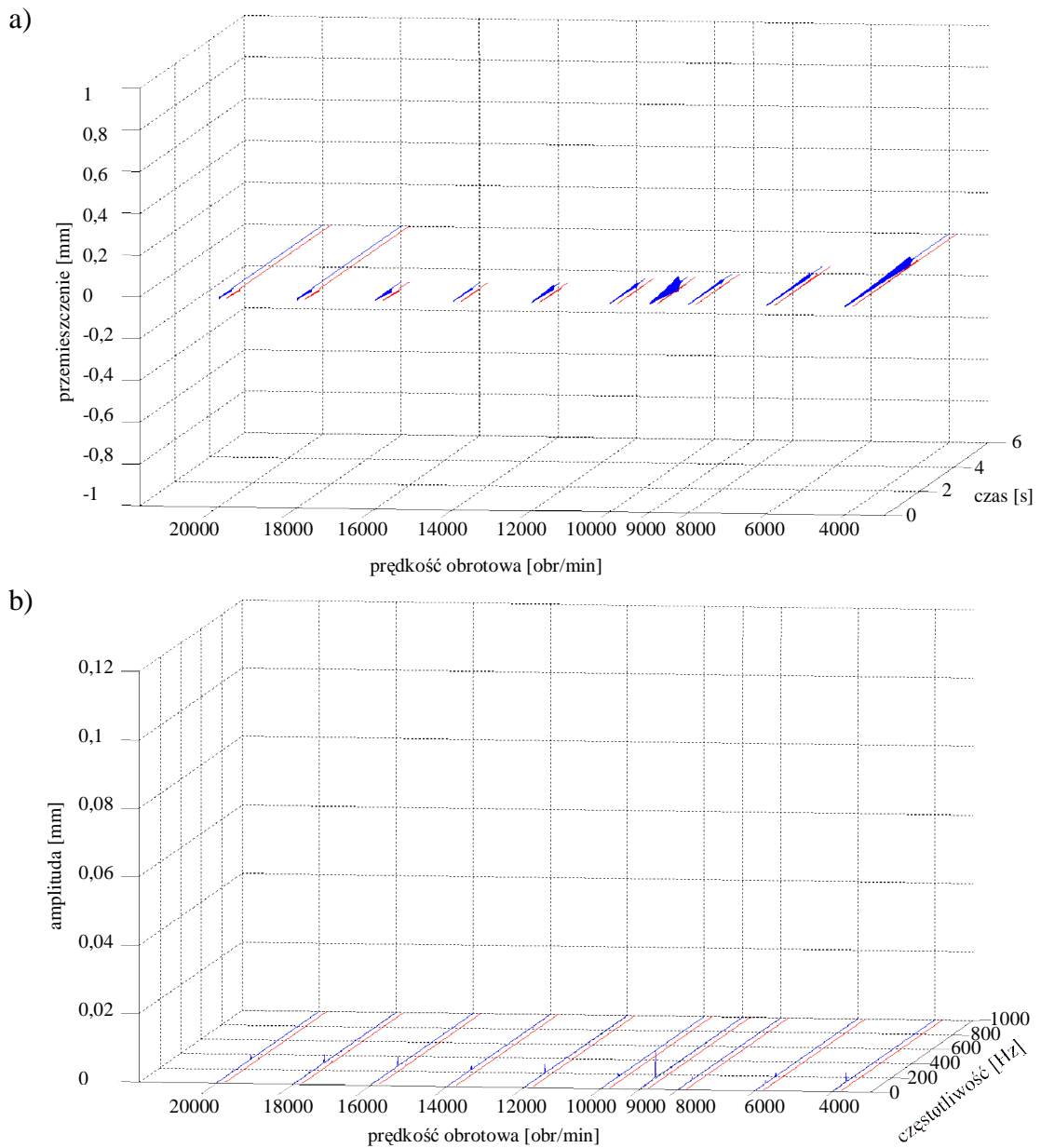


Rys. 133. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.

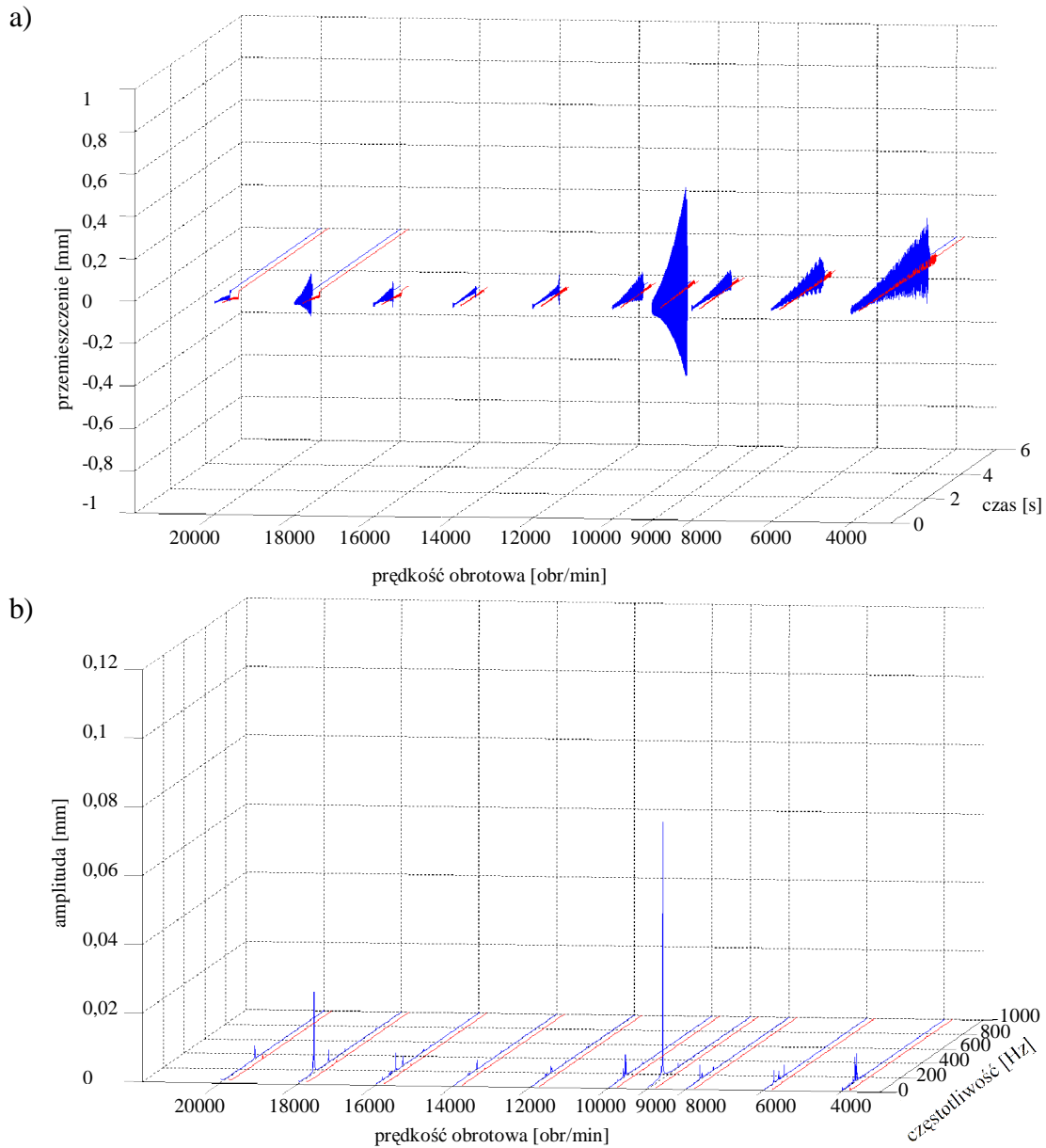


Rys. 134. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.

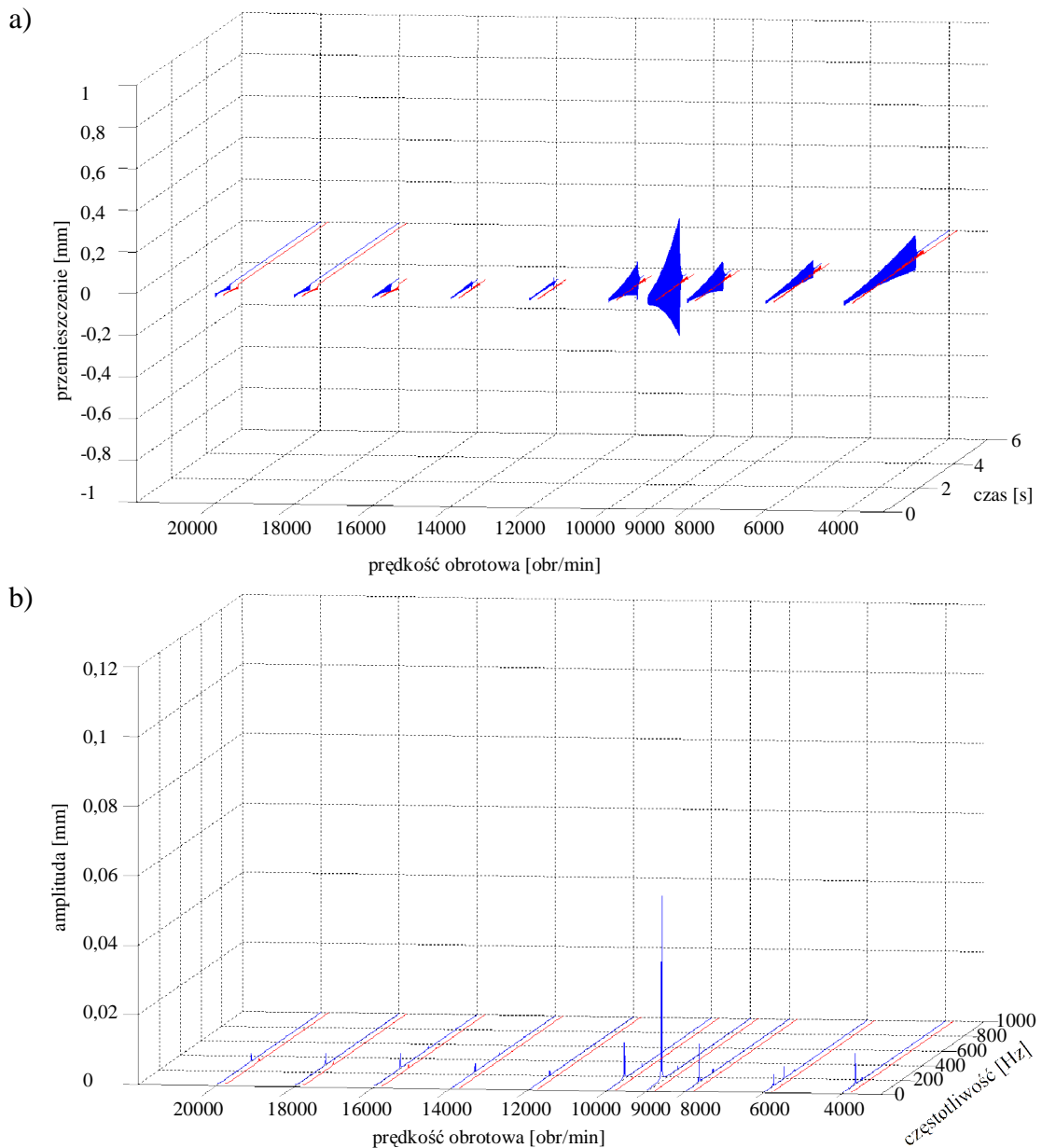




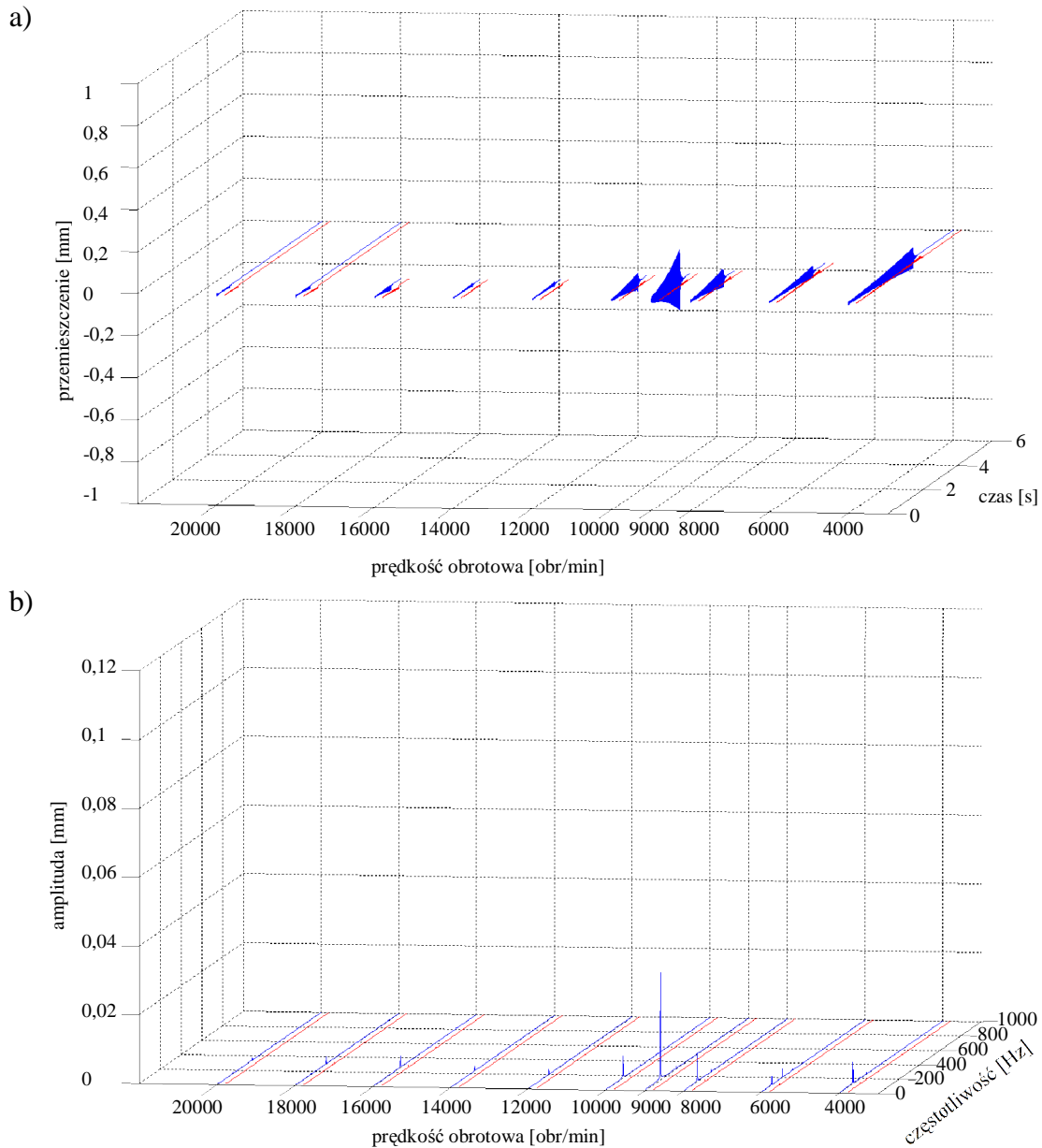
Rys. 135. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{d1}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



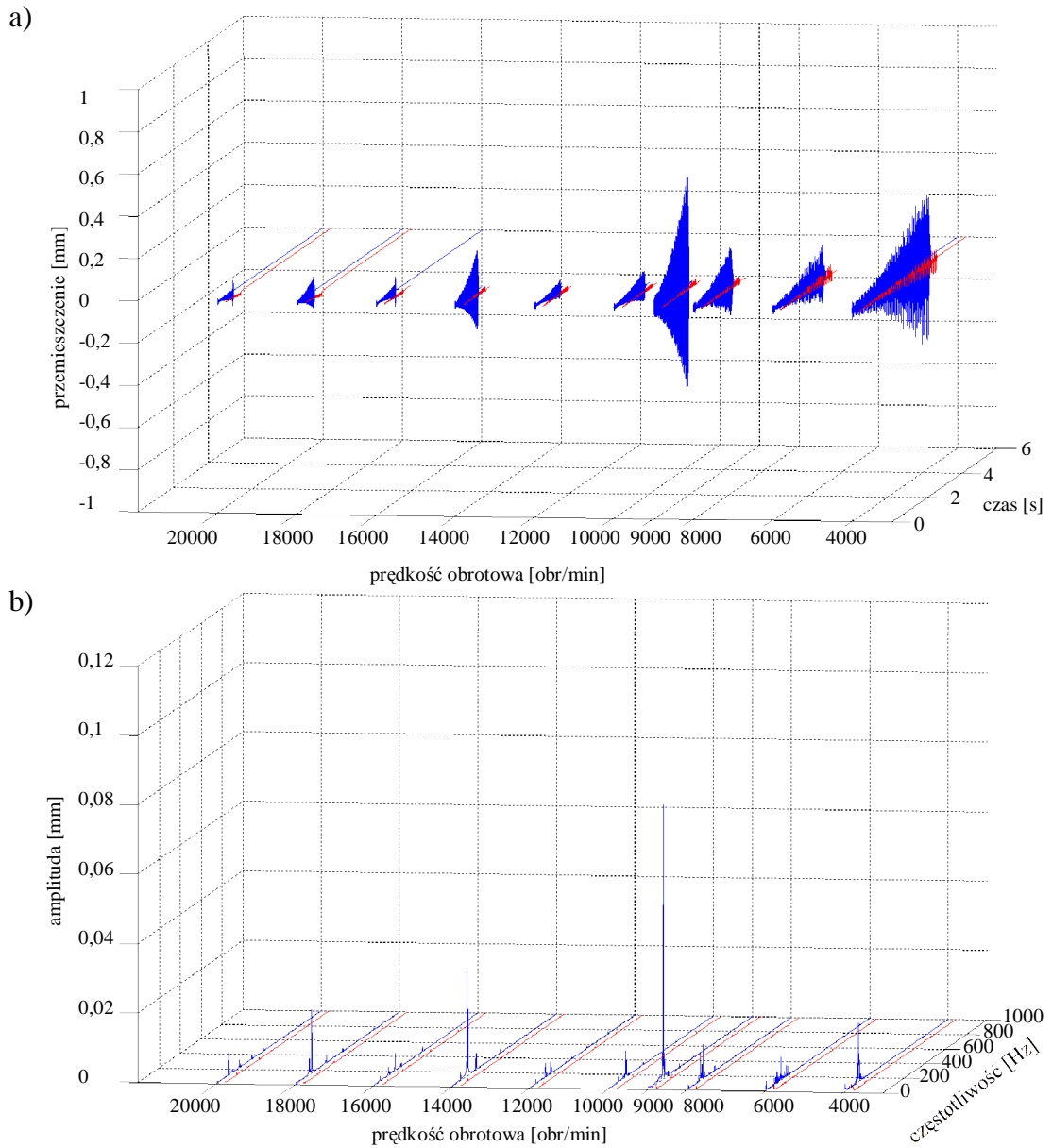
Rys. 136. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



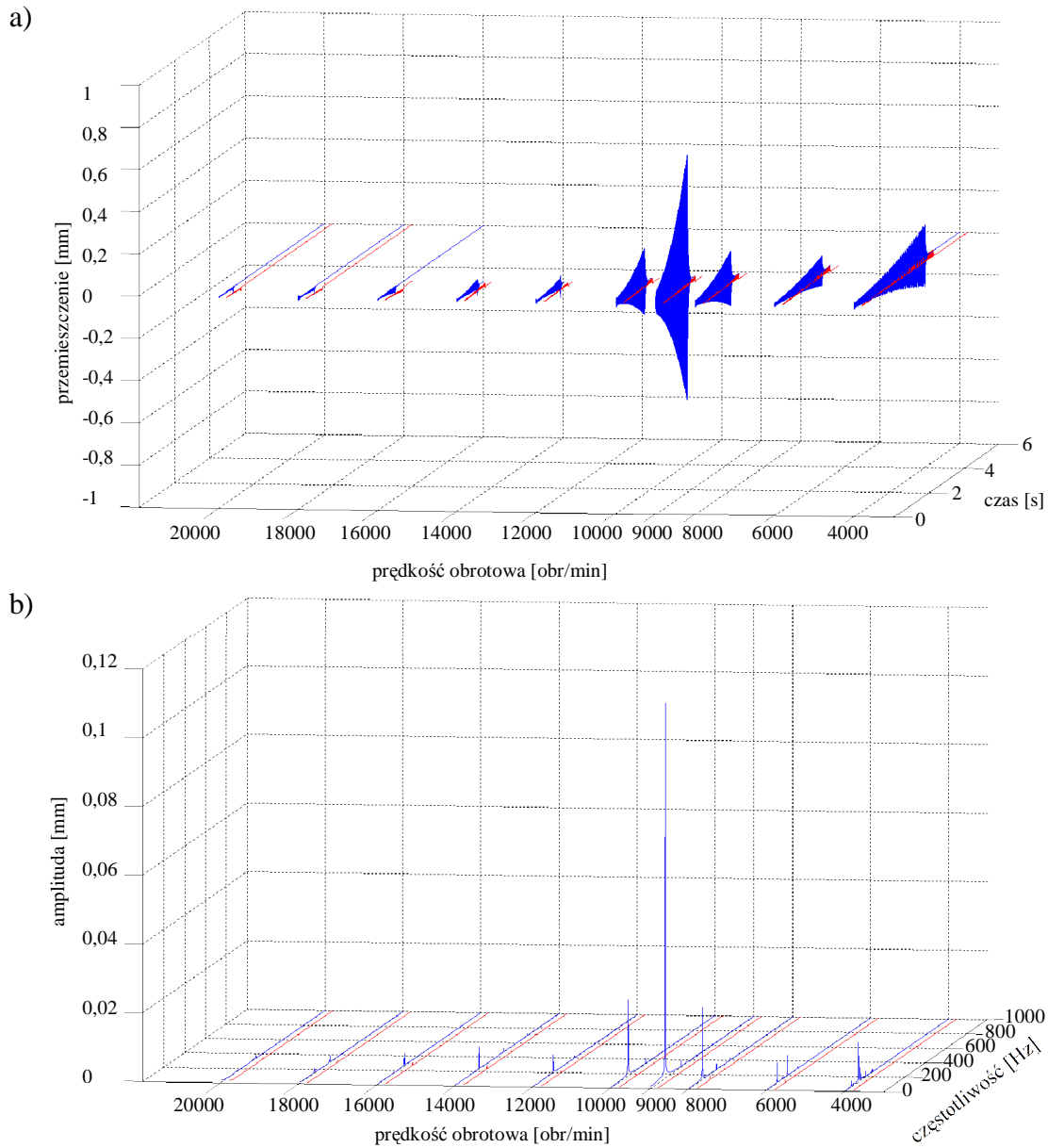
Rys. 137. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



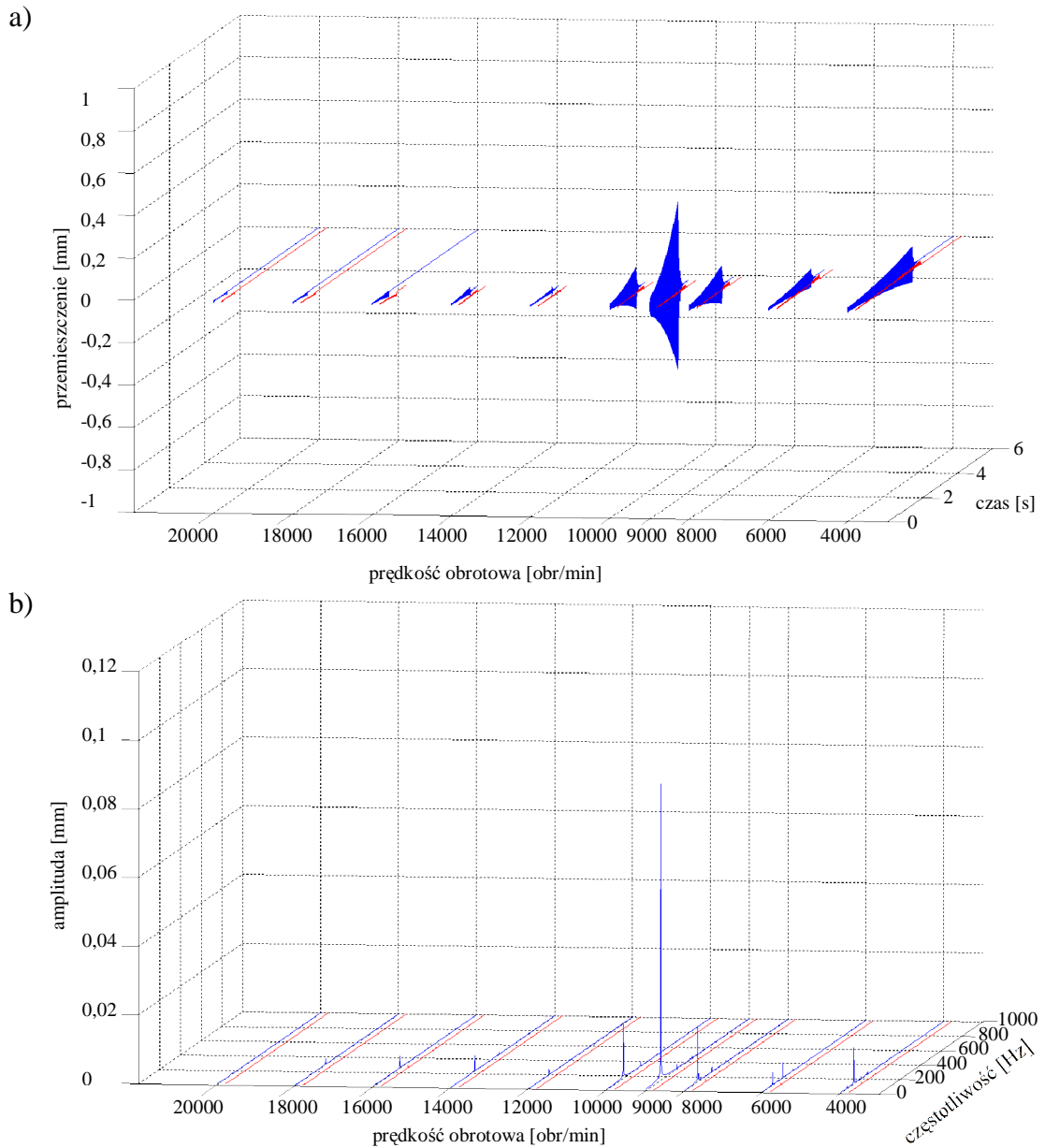
Rys. 138. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



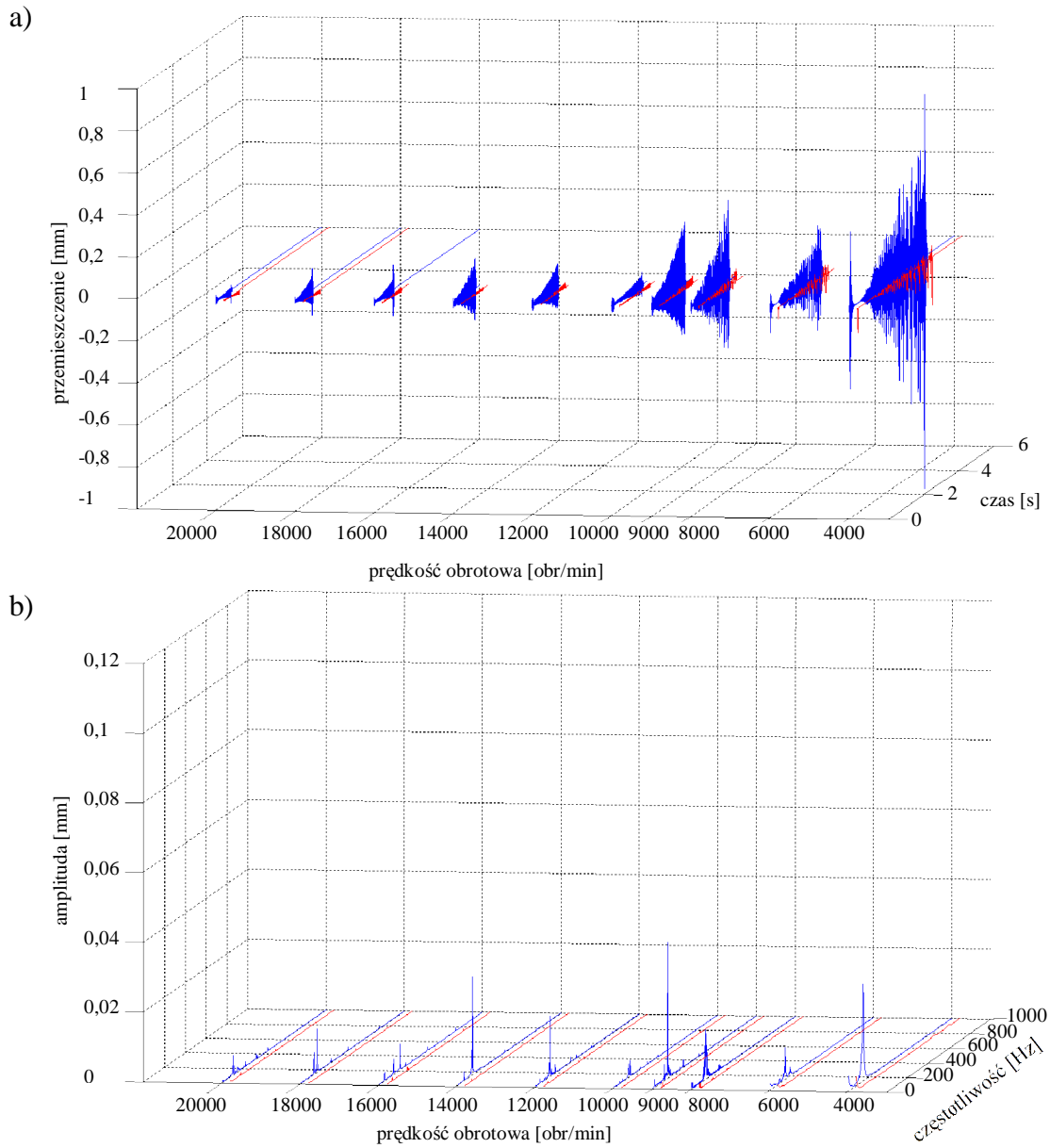
Rys. 139. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 140. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

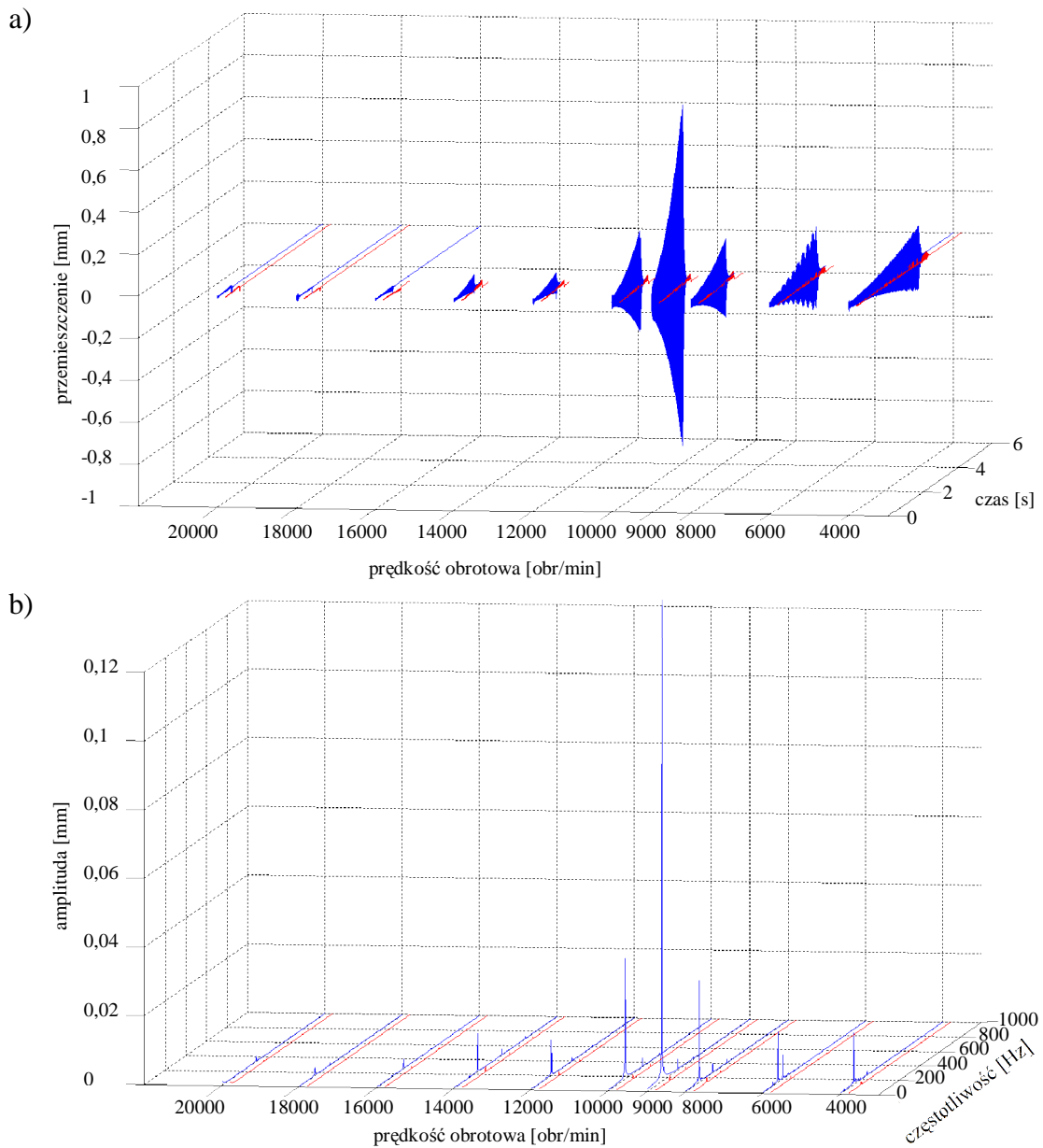


Rys. 141. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

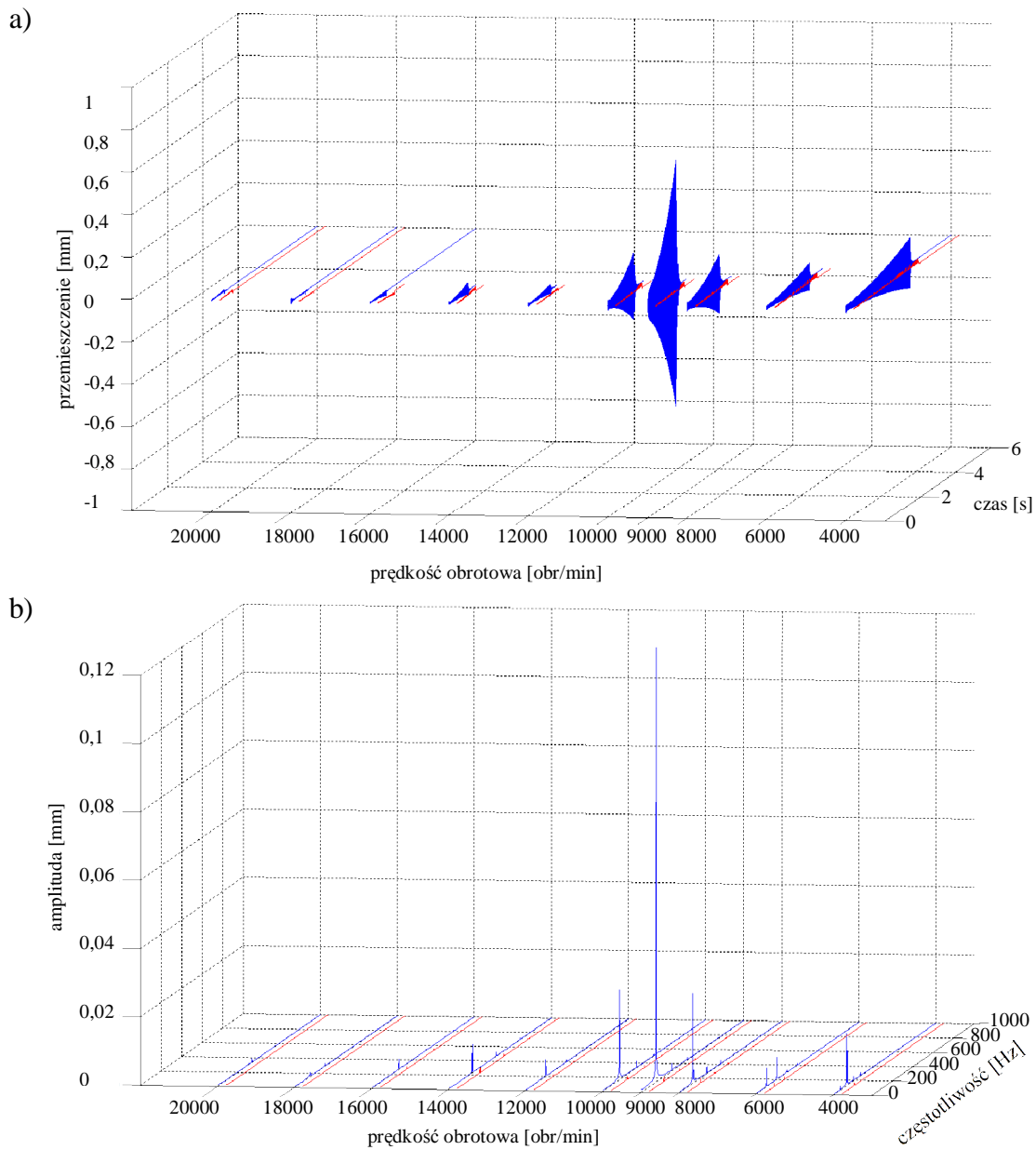


Rys. 142. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

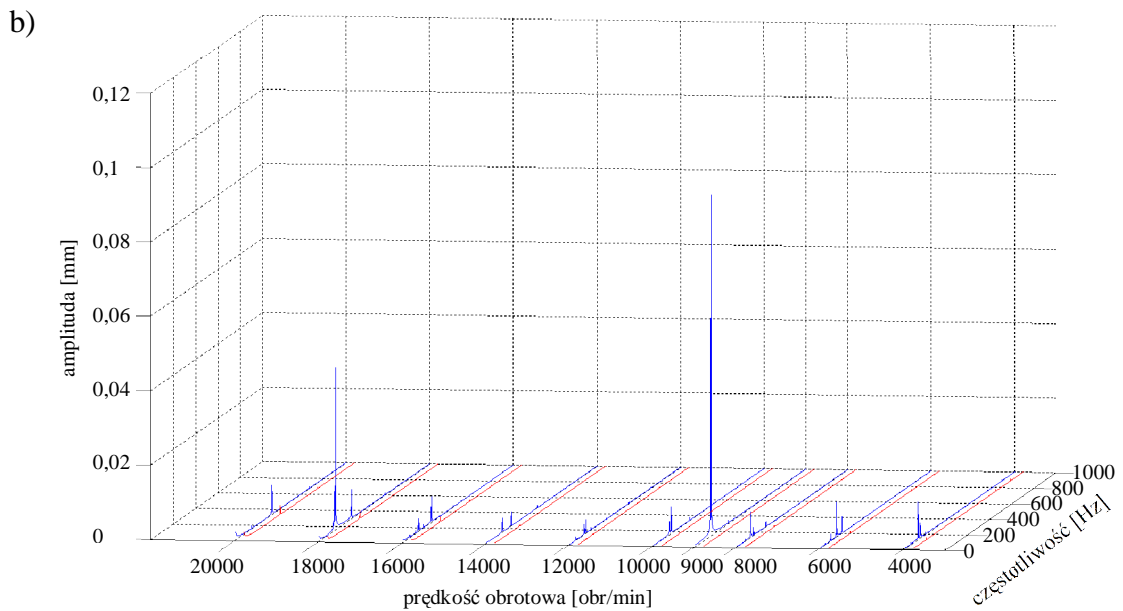
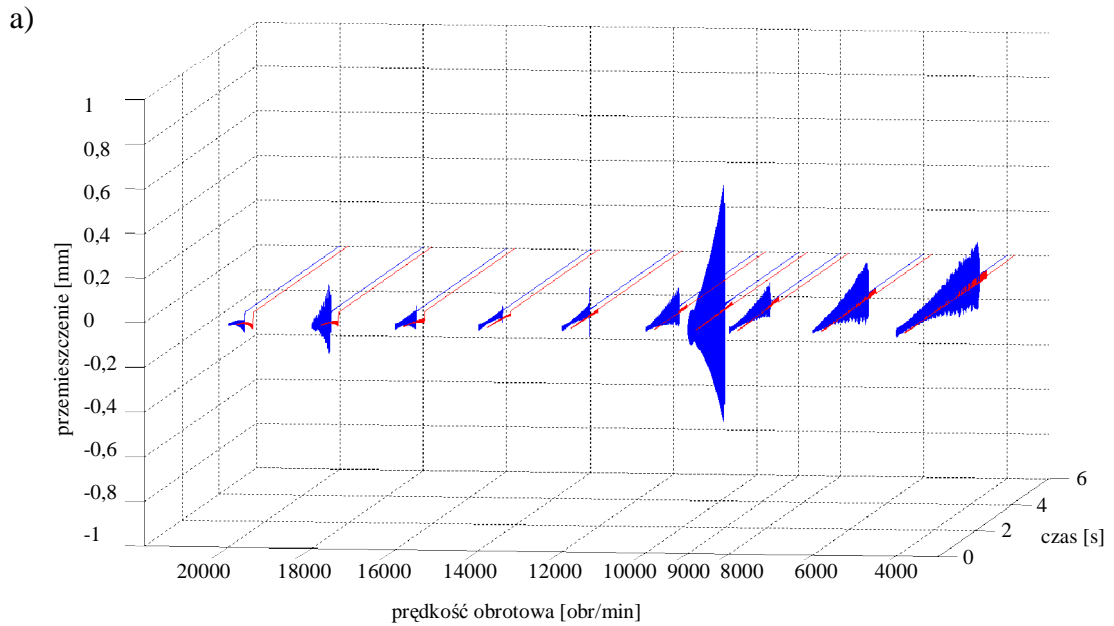




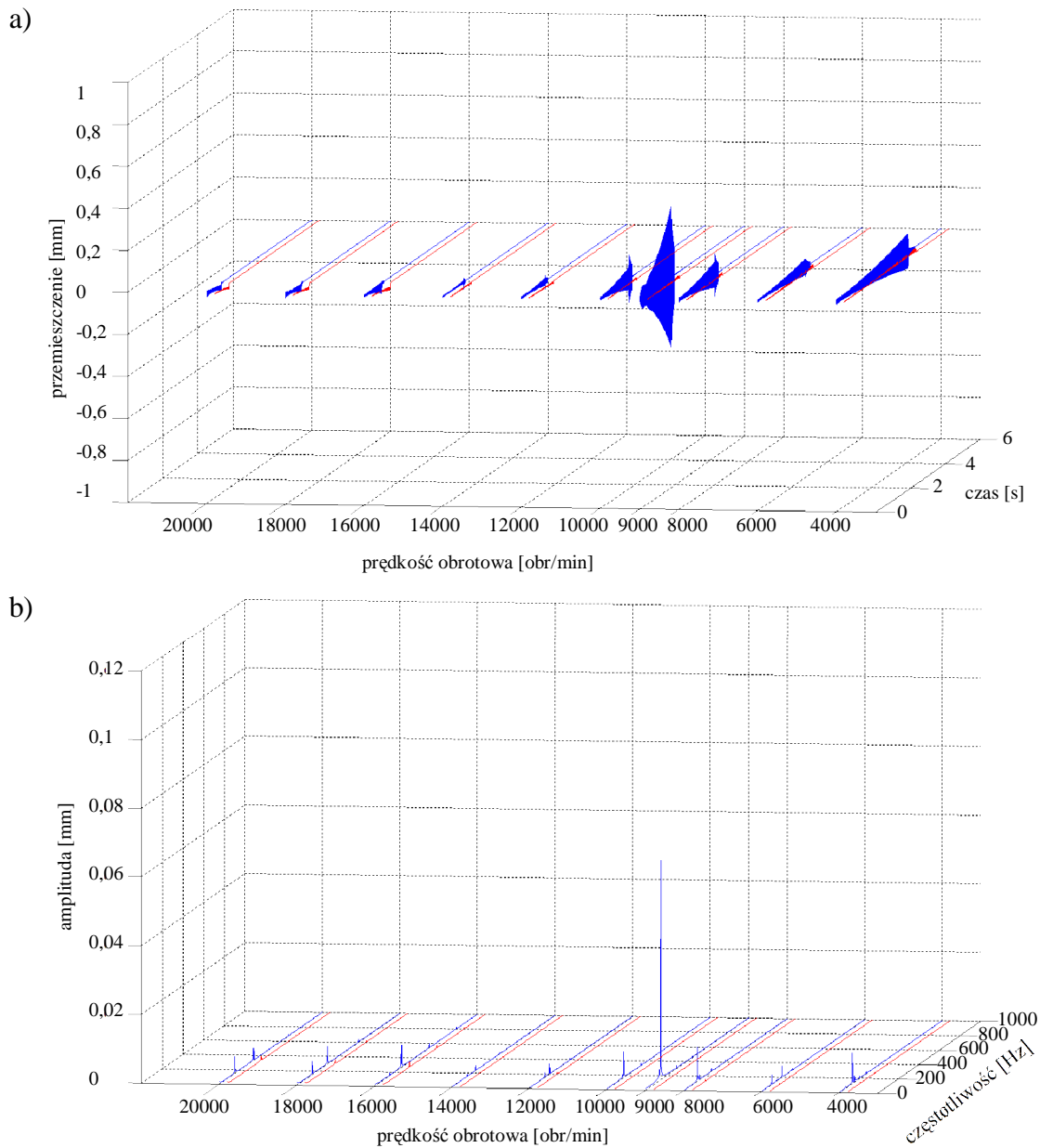
Rys. 143. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



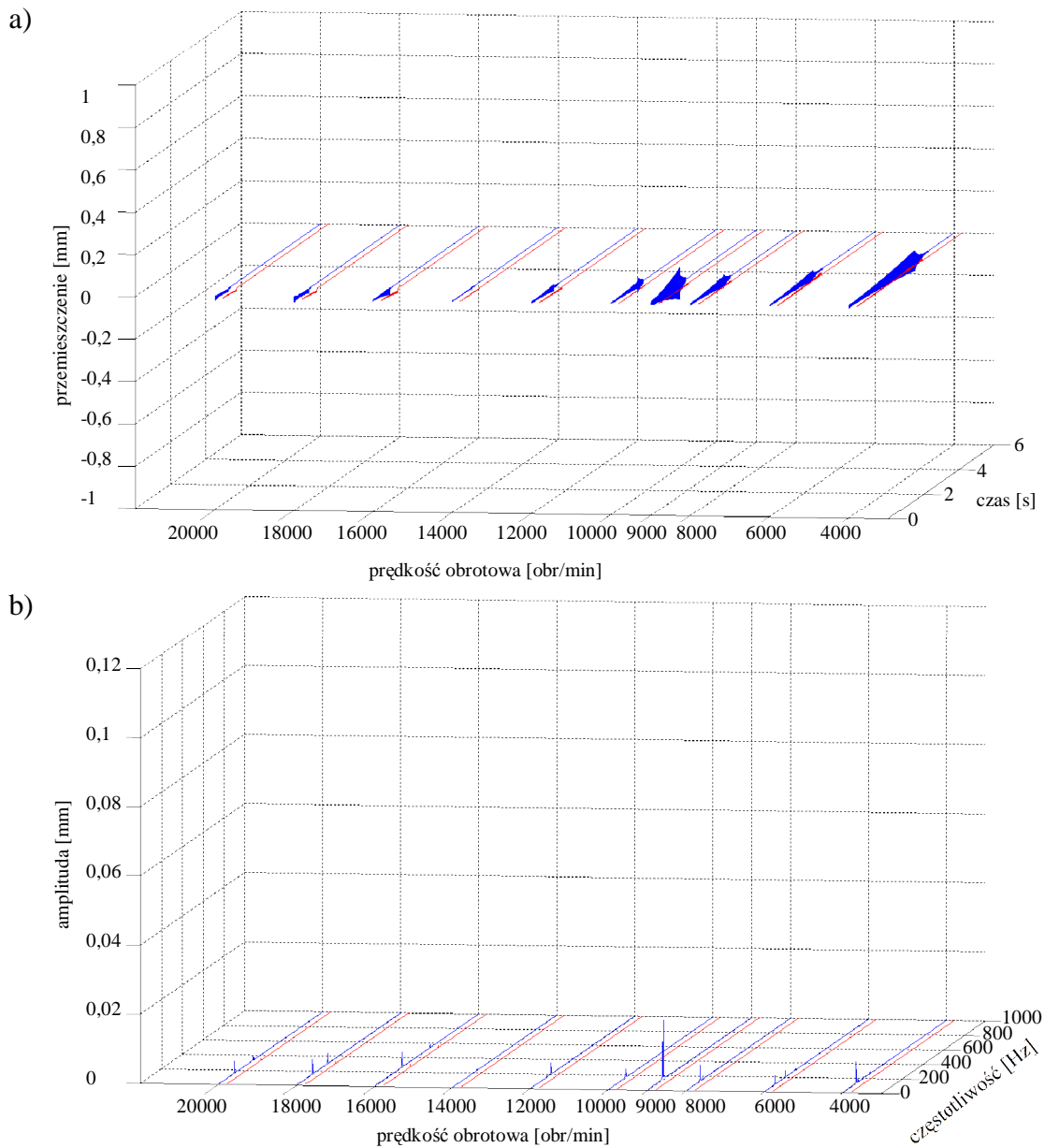
Rys. 144. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=200$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



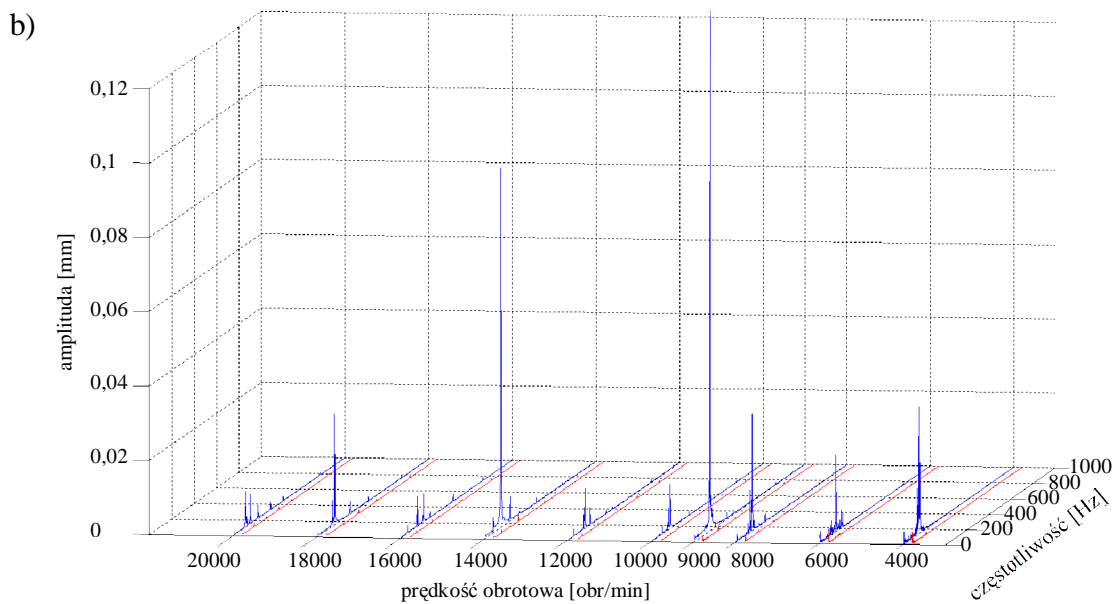
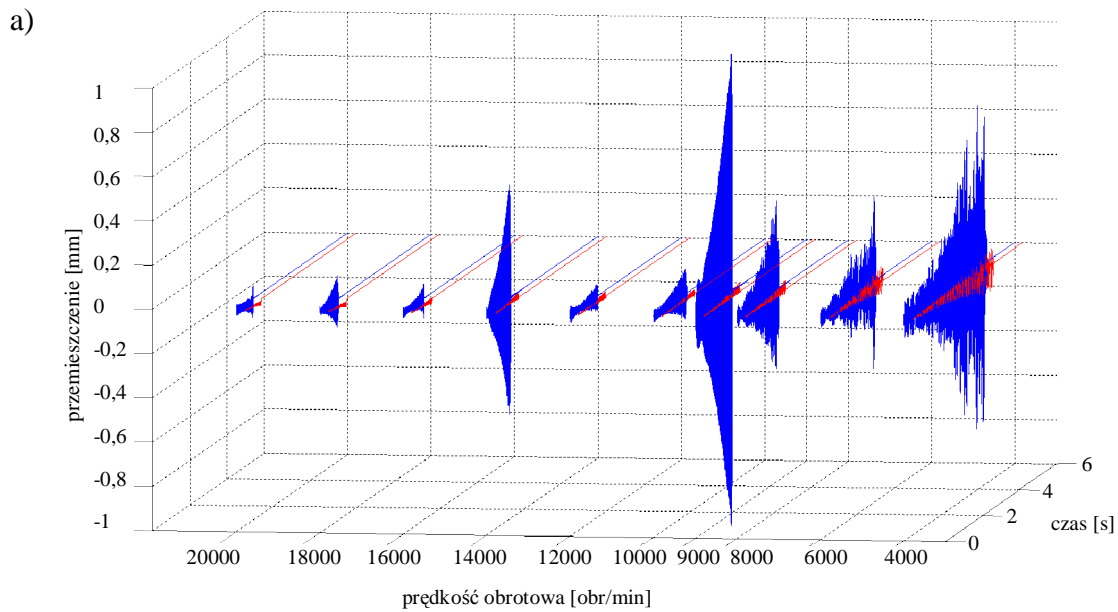
Rys. 145. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



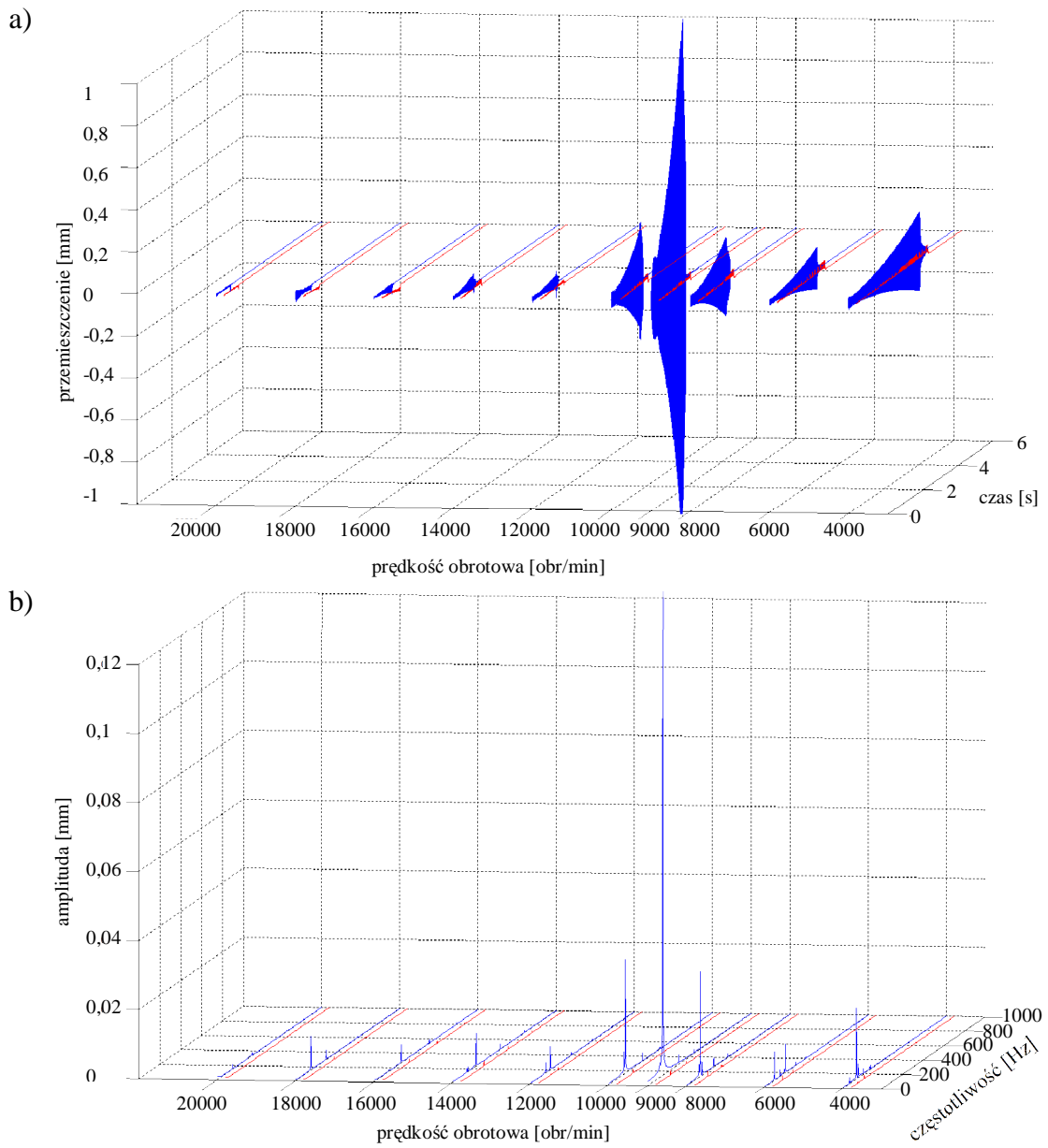
Rys. 146. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



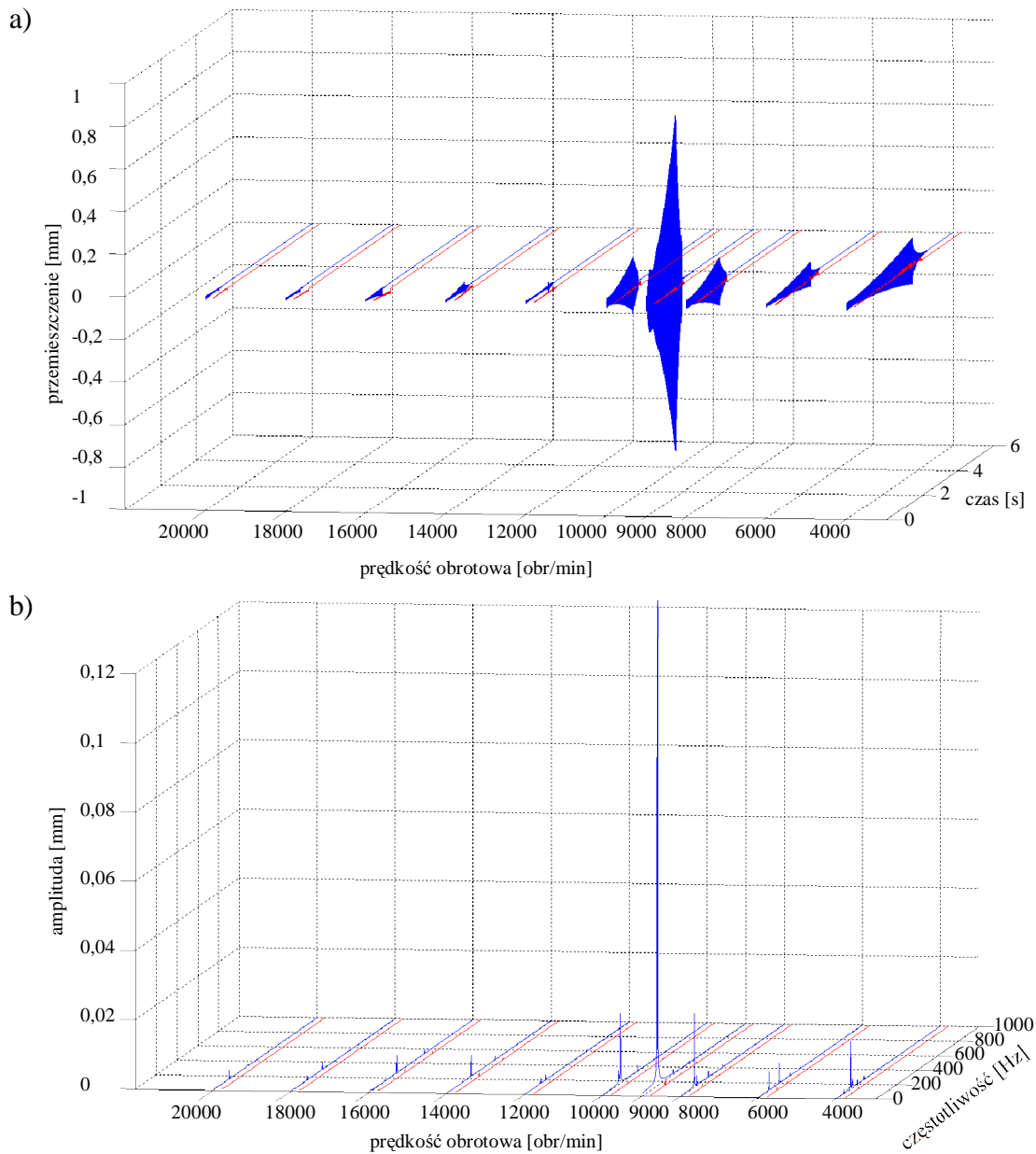
Rys. 147. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 148. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032).. Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

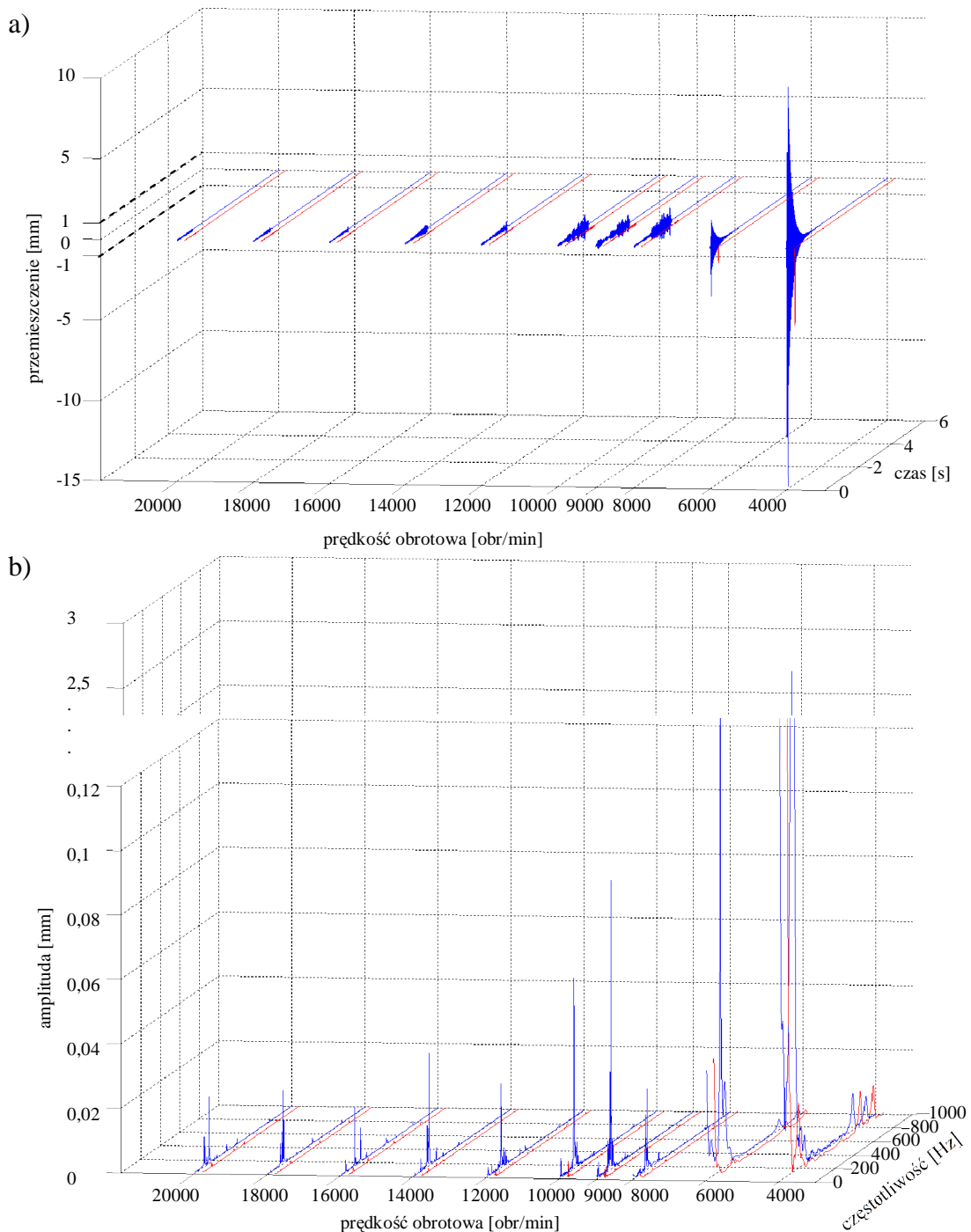


Rys. 149. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.

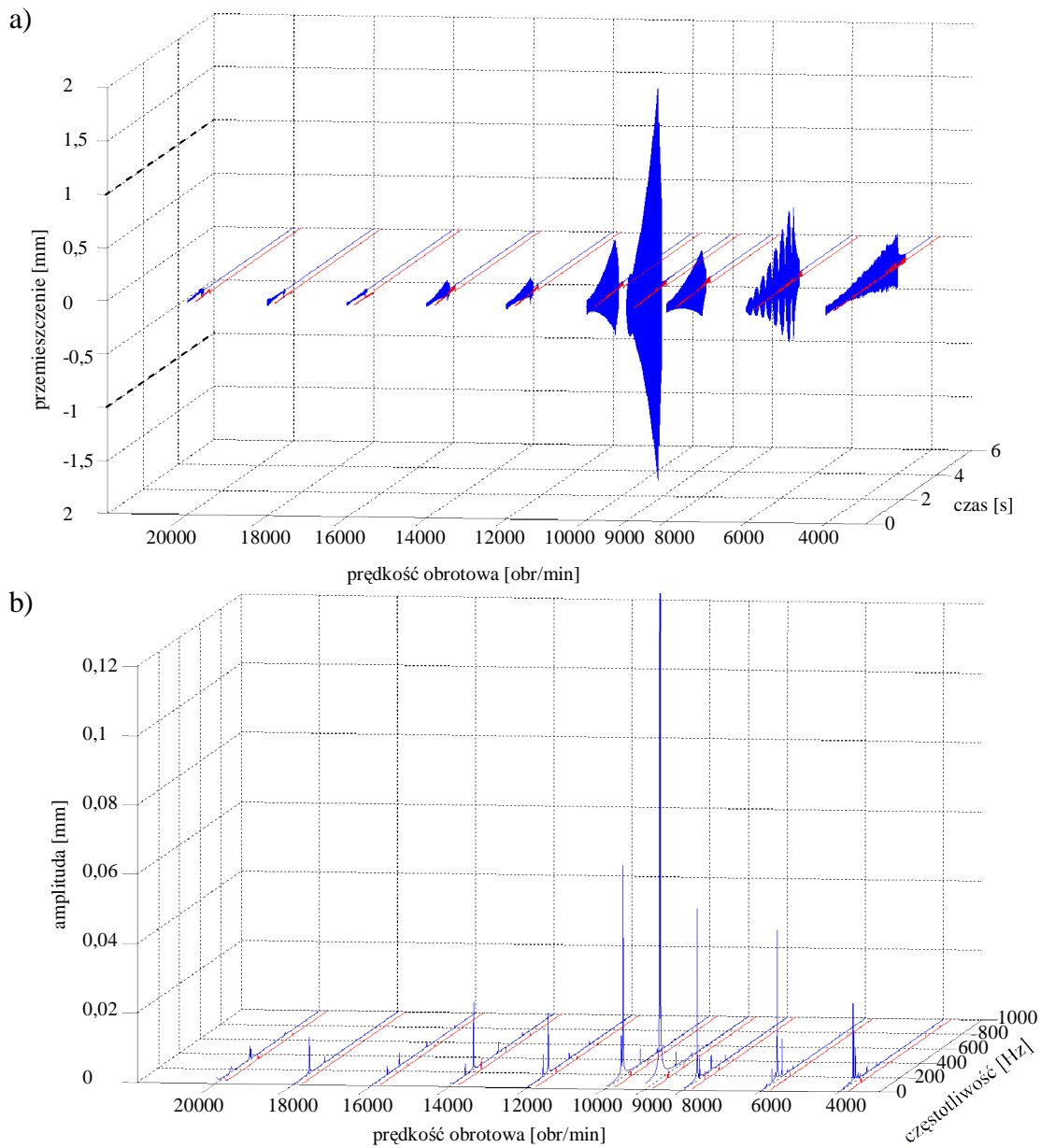


Rys. 150. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochYLENIA freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

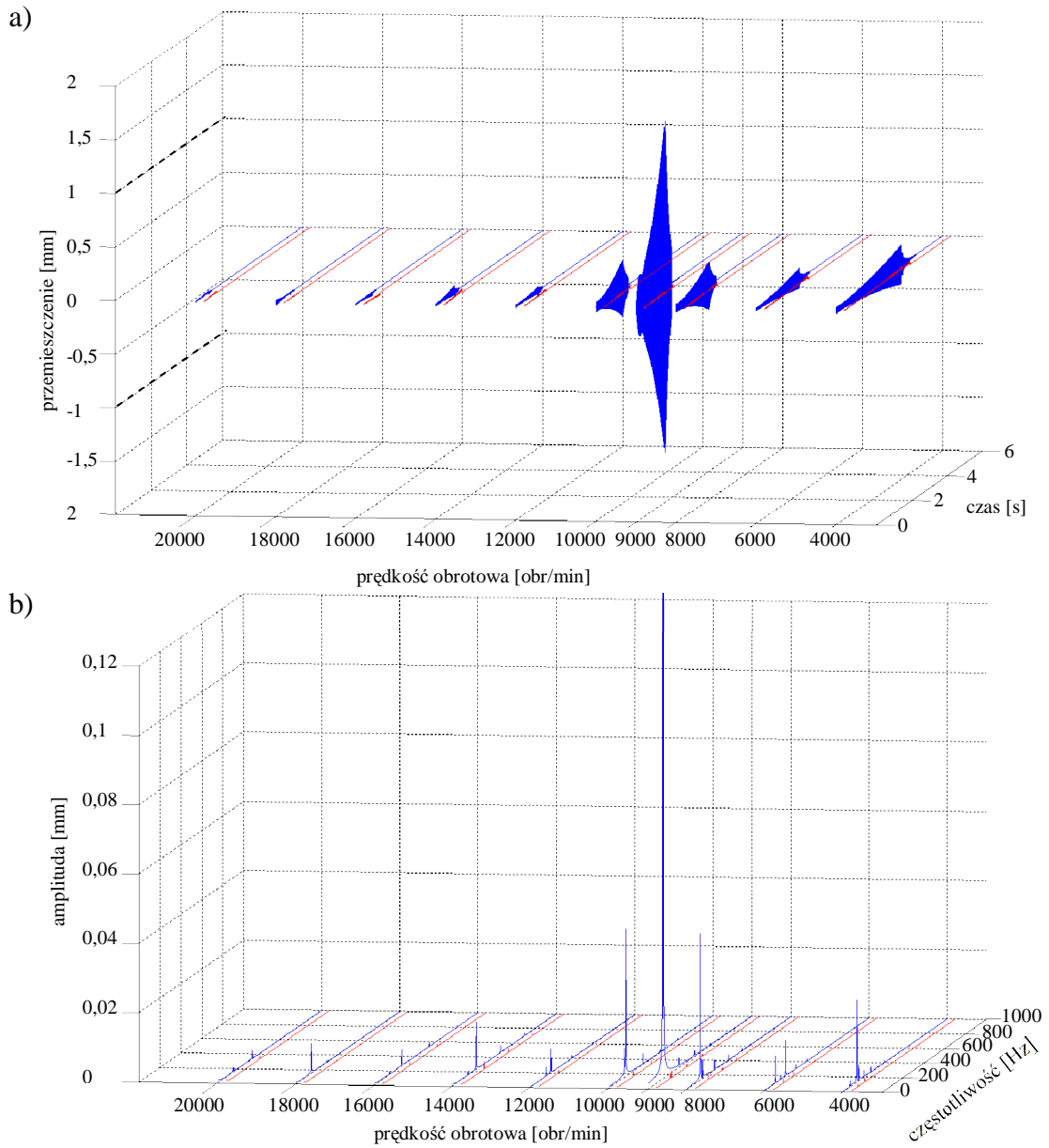




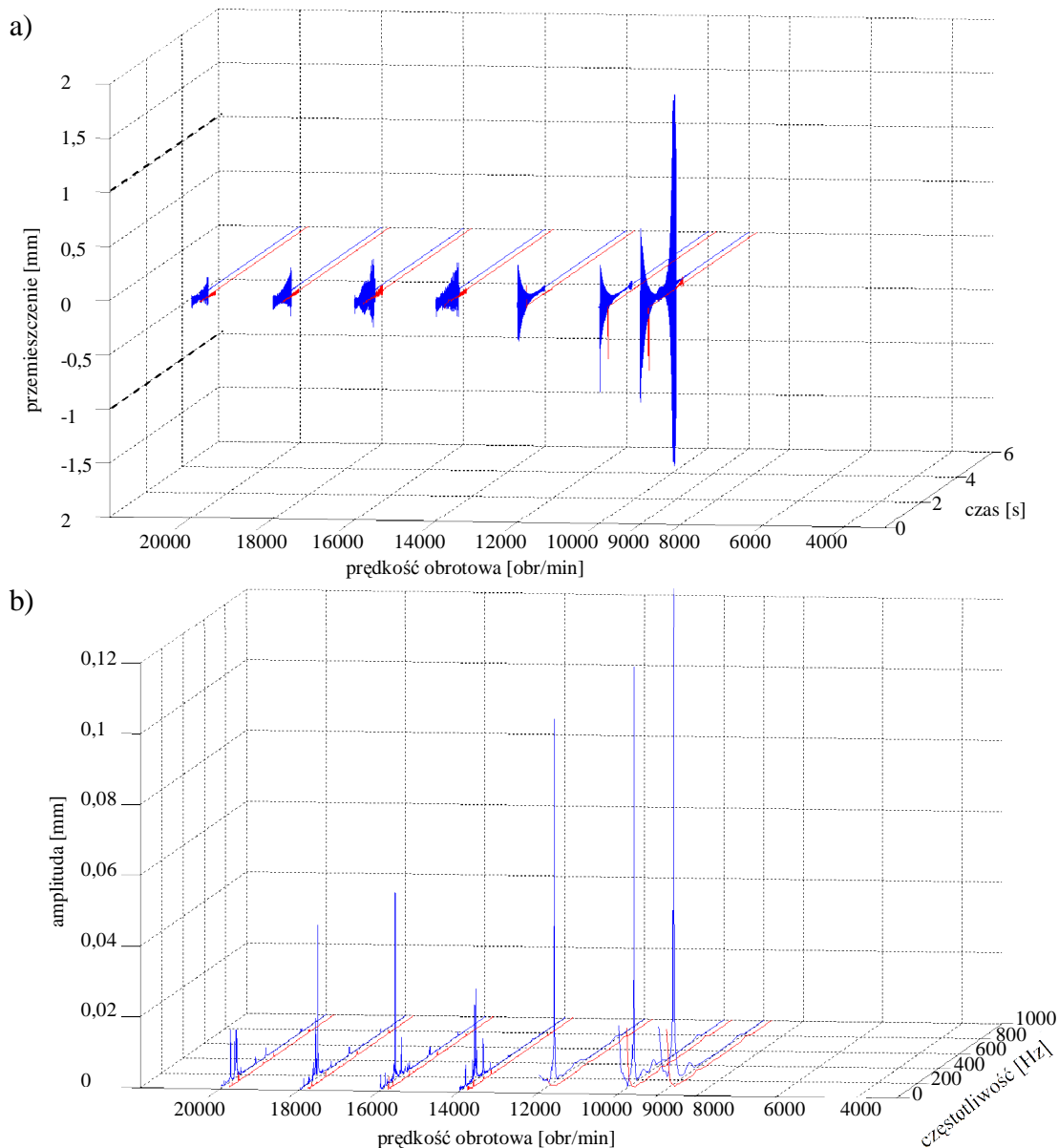
Rys. 151. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



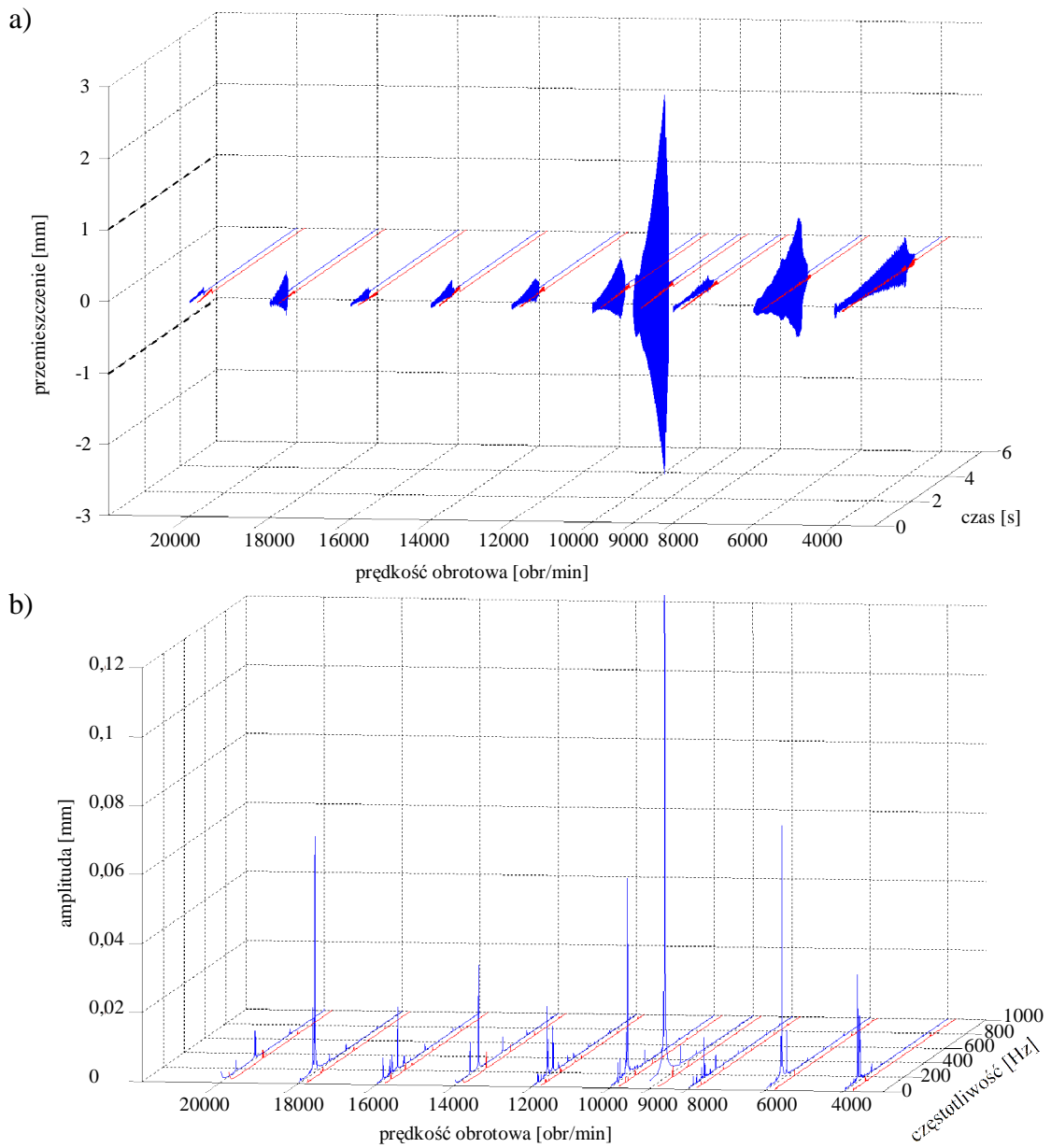
Rys. 152. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



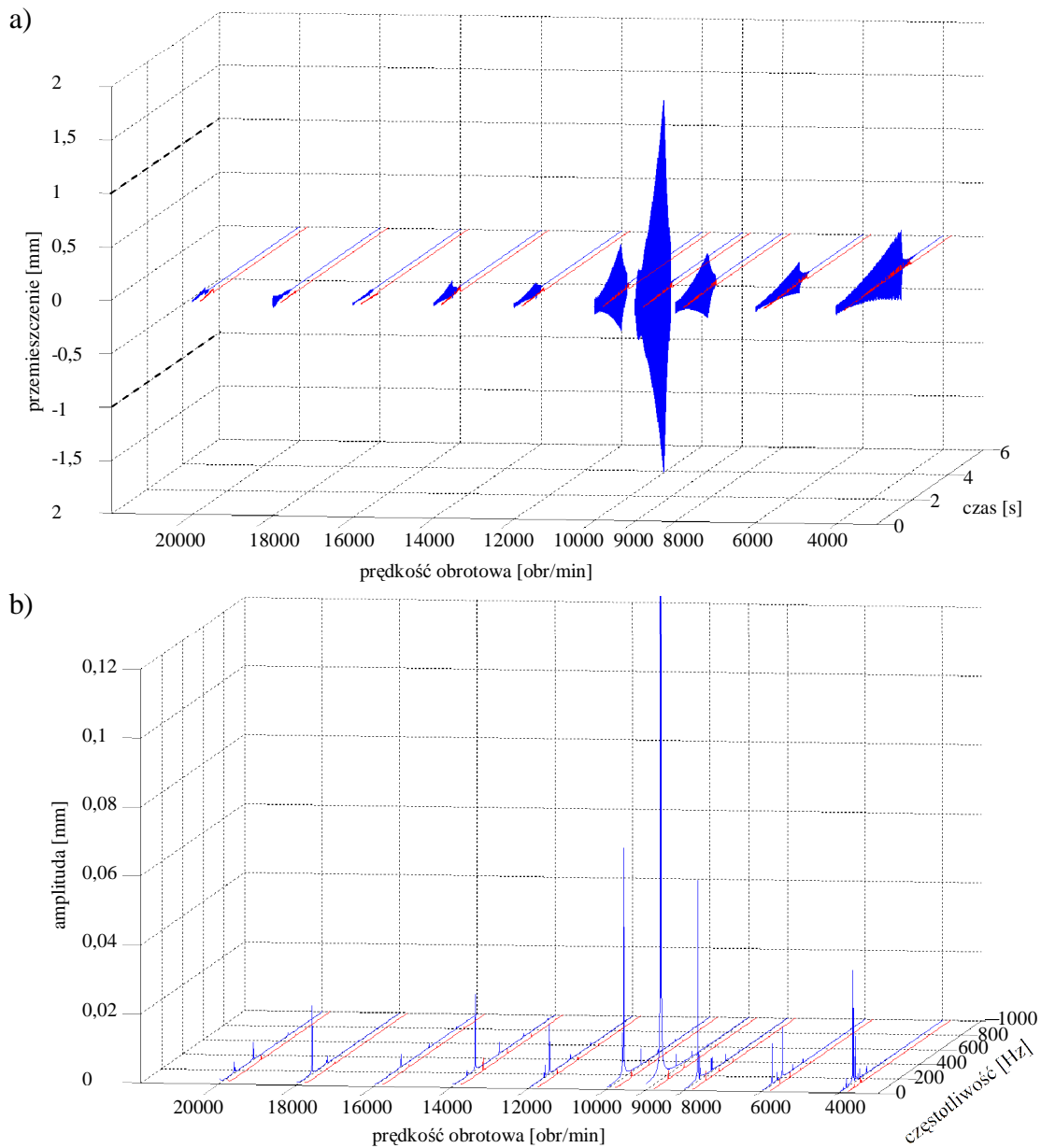
Rys. 153. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



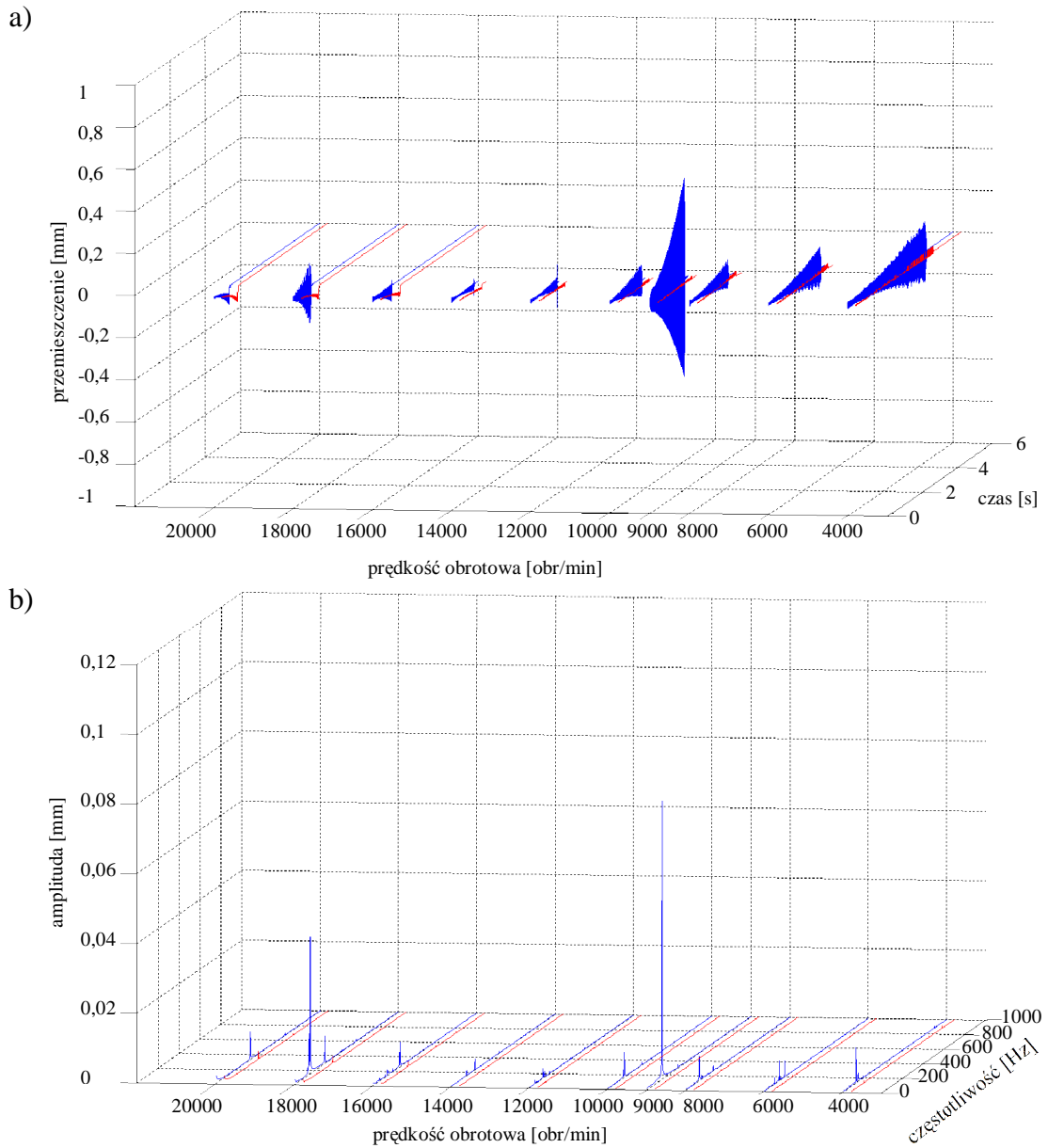
Rys. 154. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{d1}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



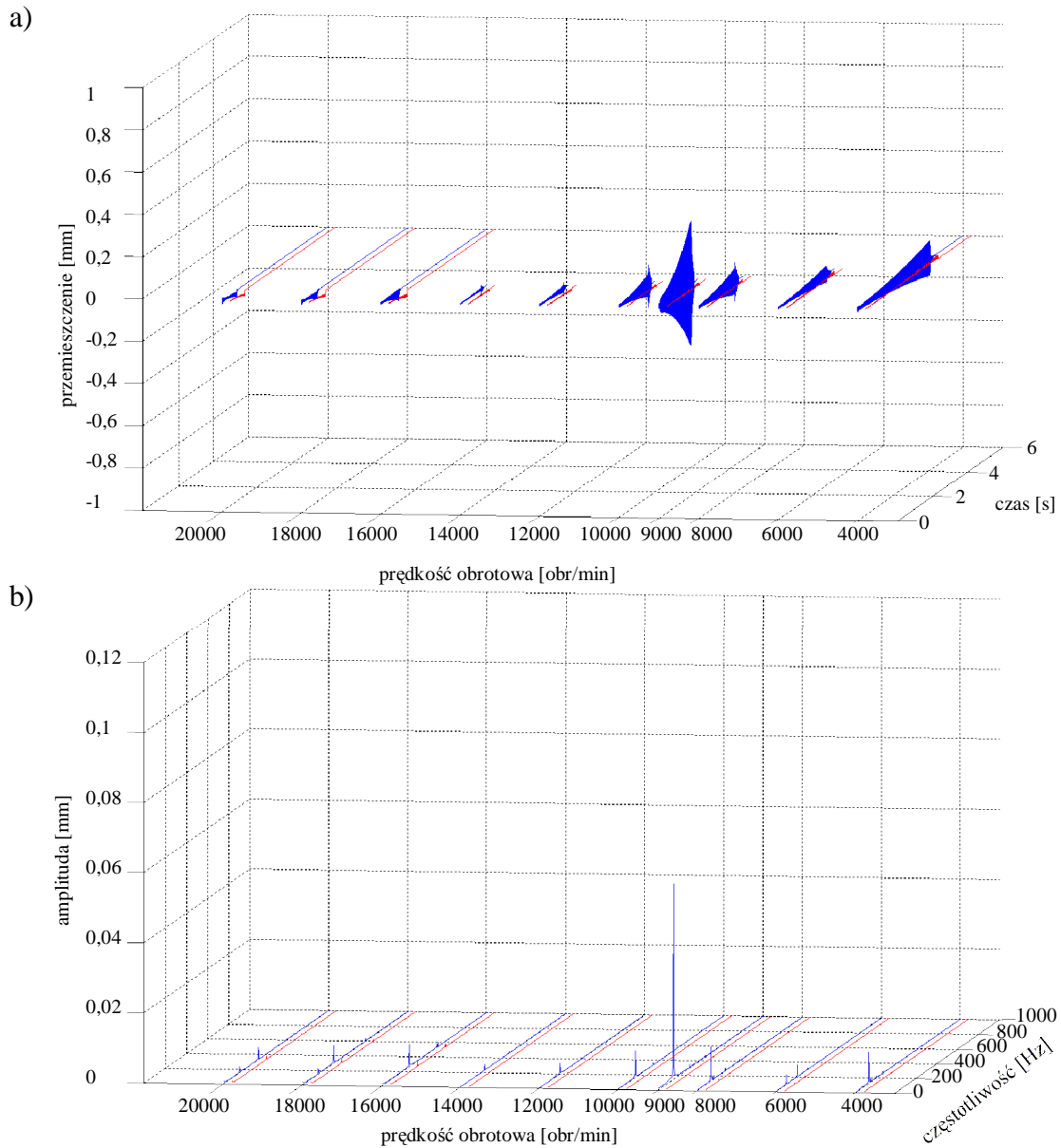
Rys. 155. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 156. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,005$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

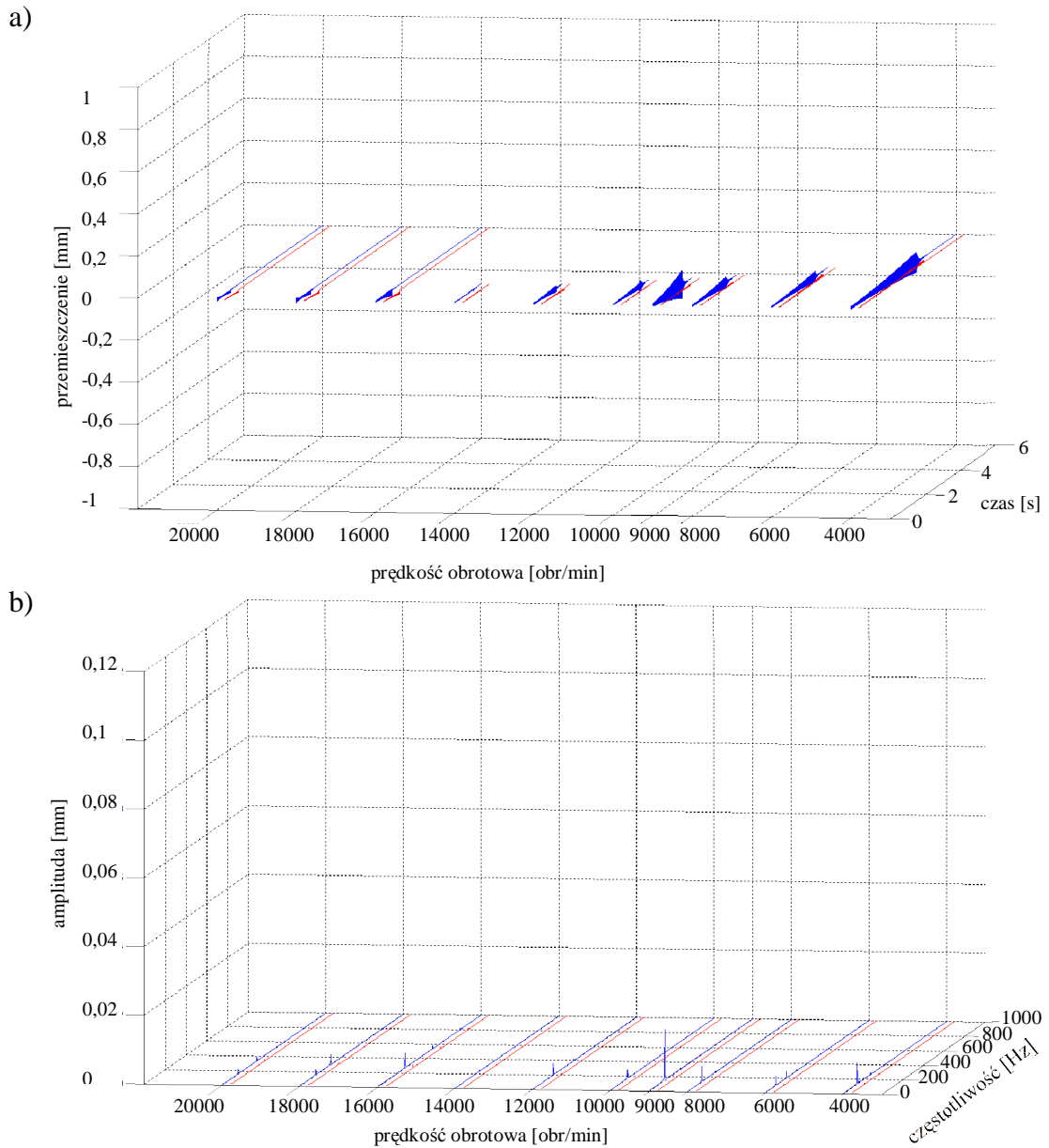


Rys. 157. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

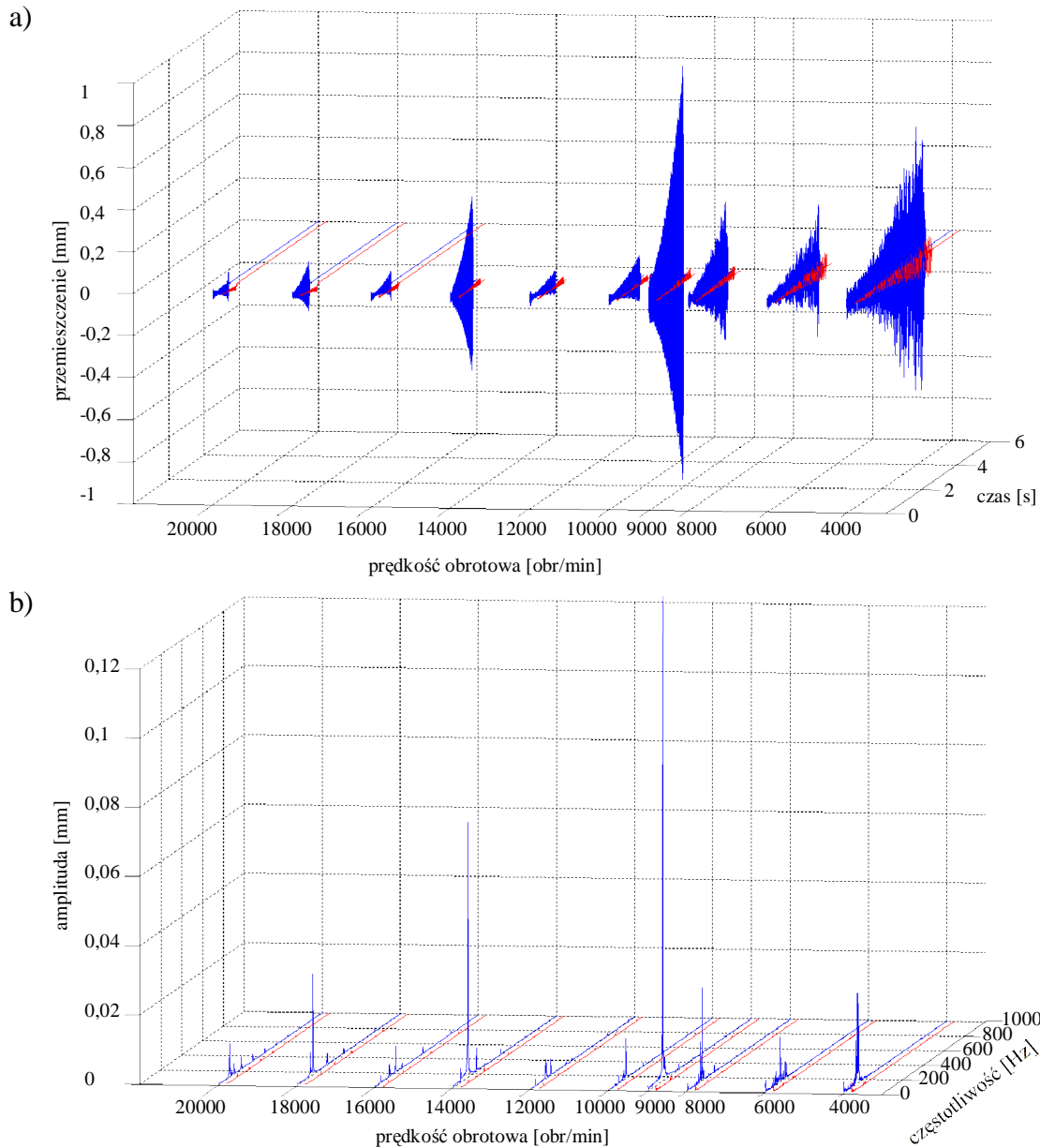


Rys. 158. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

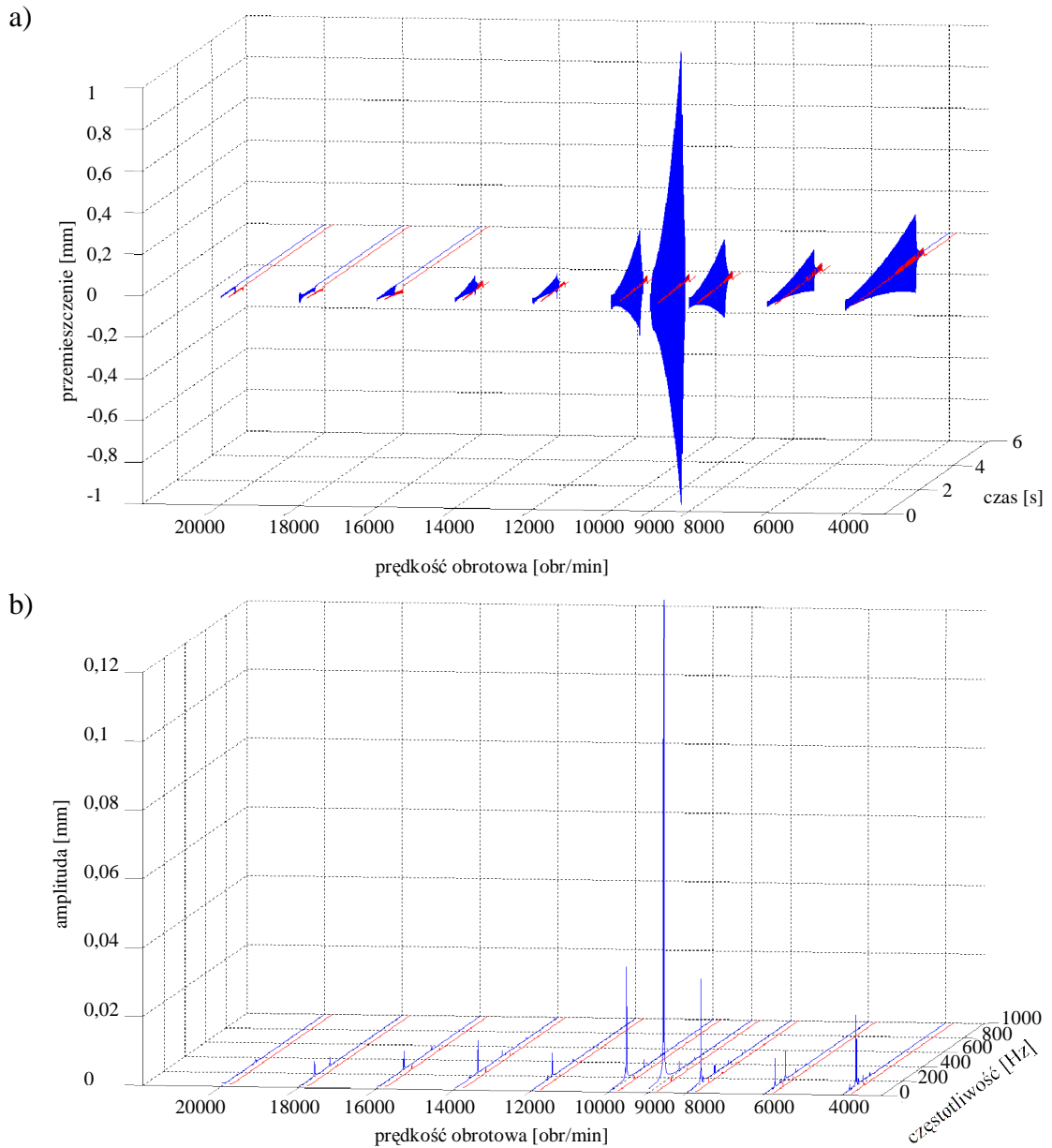




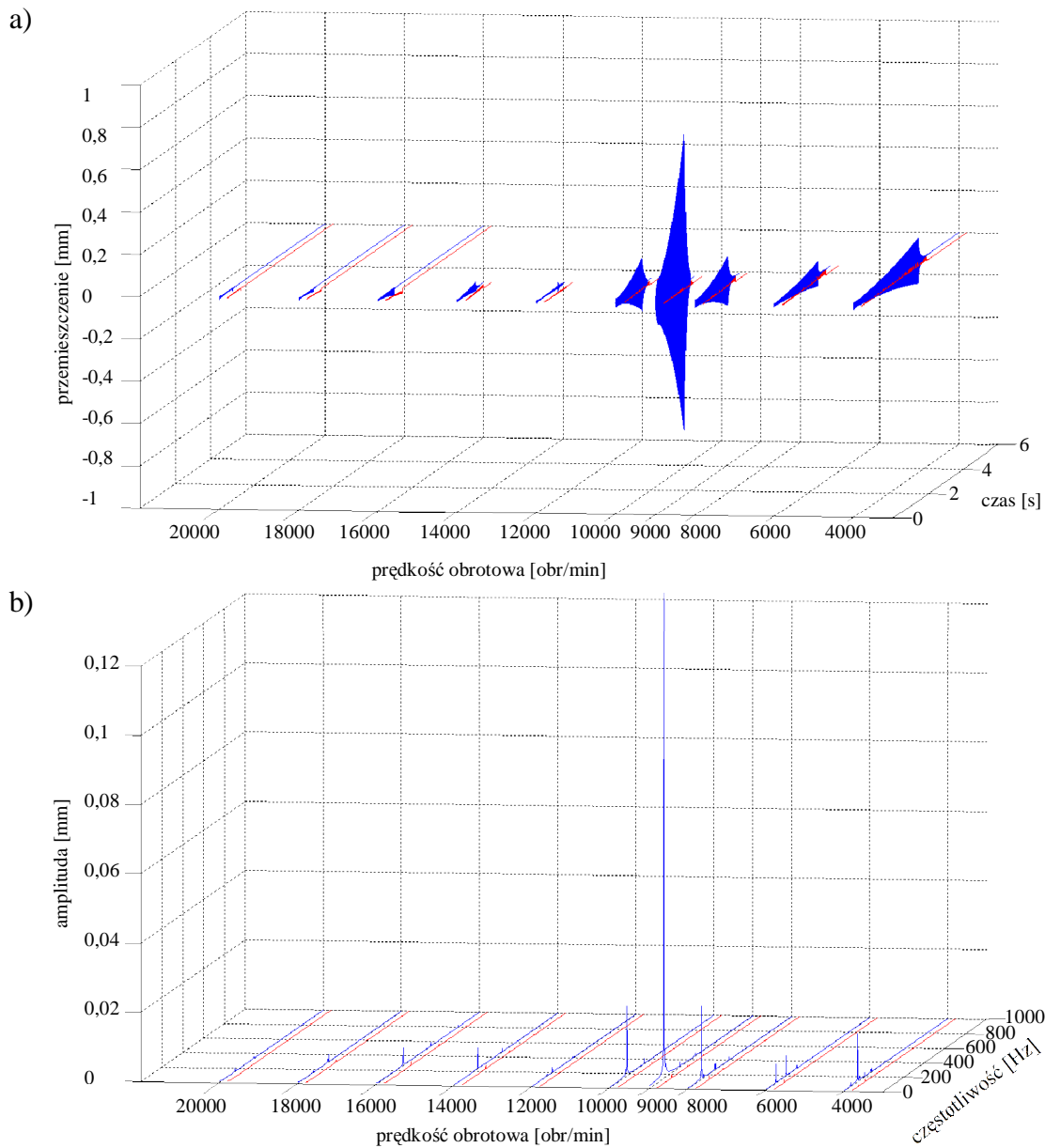
Rys. 159. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



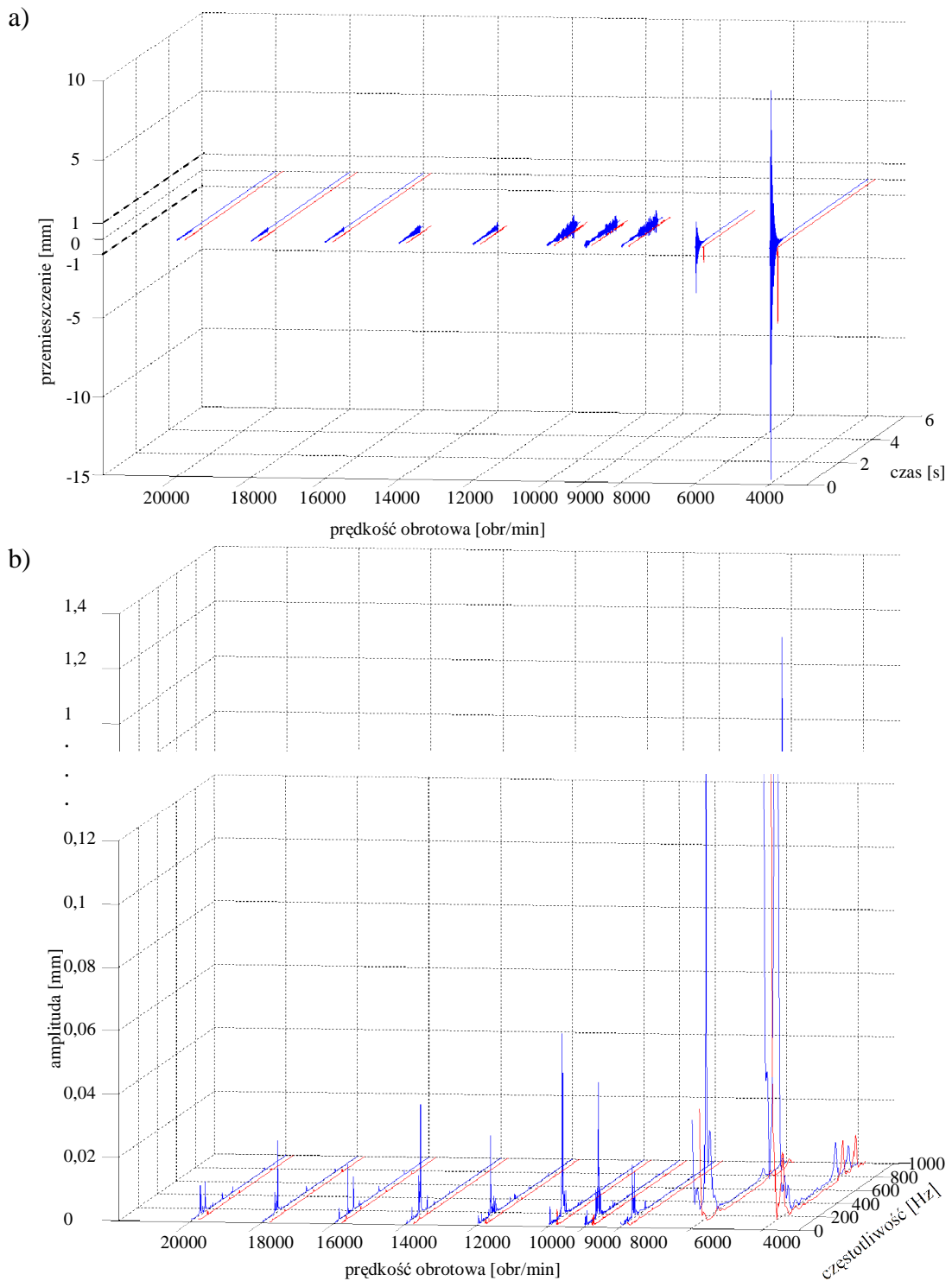
Rys. 160. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



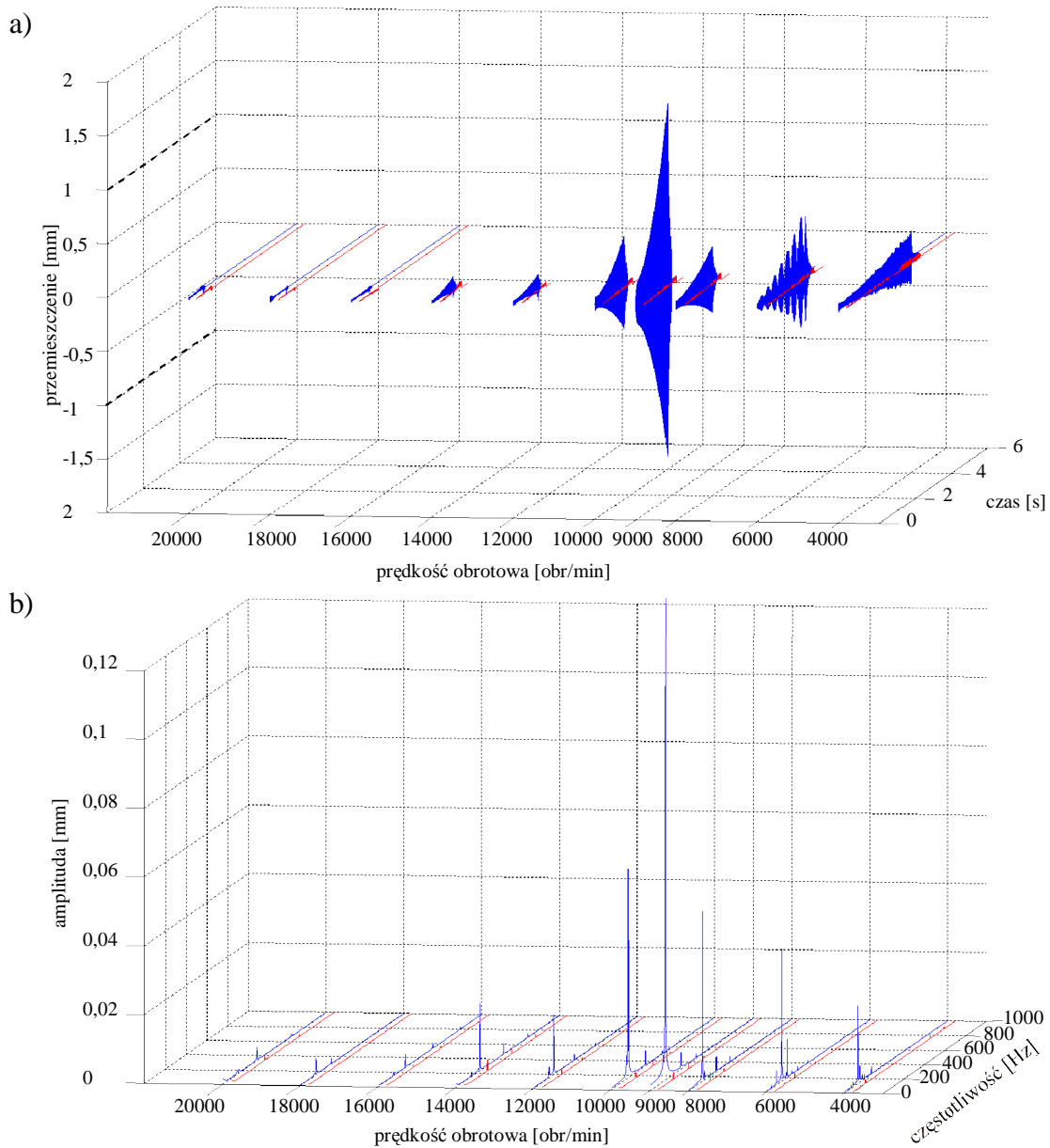
Rys. 161. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



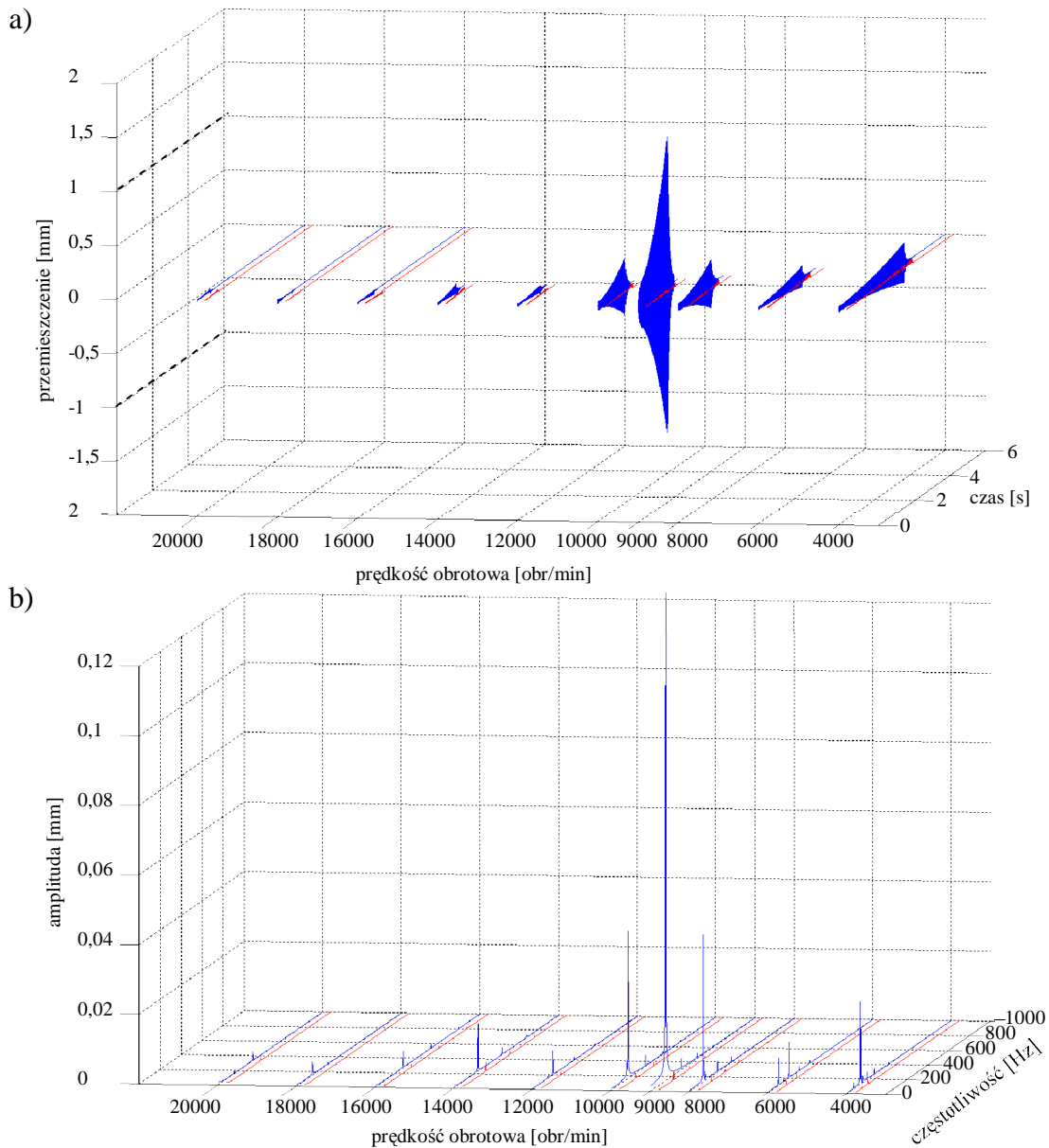
Rys. 162. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{qt}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



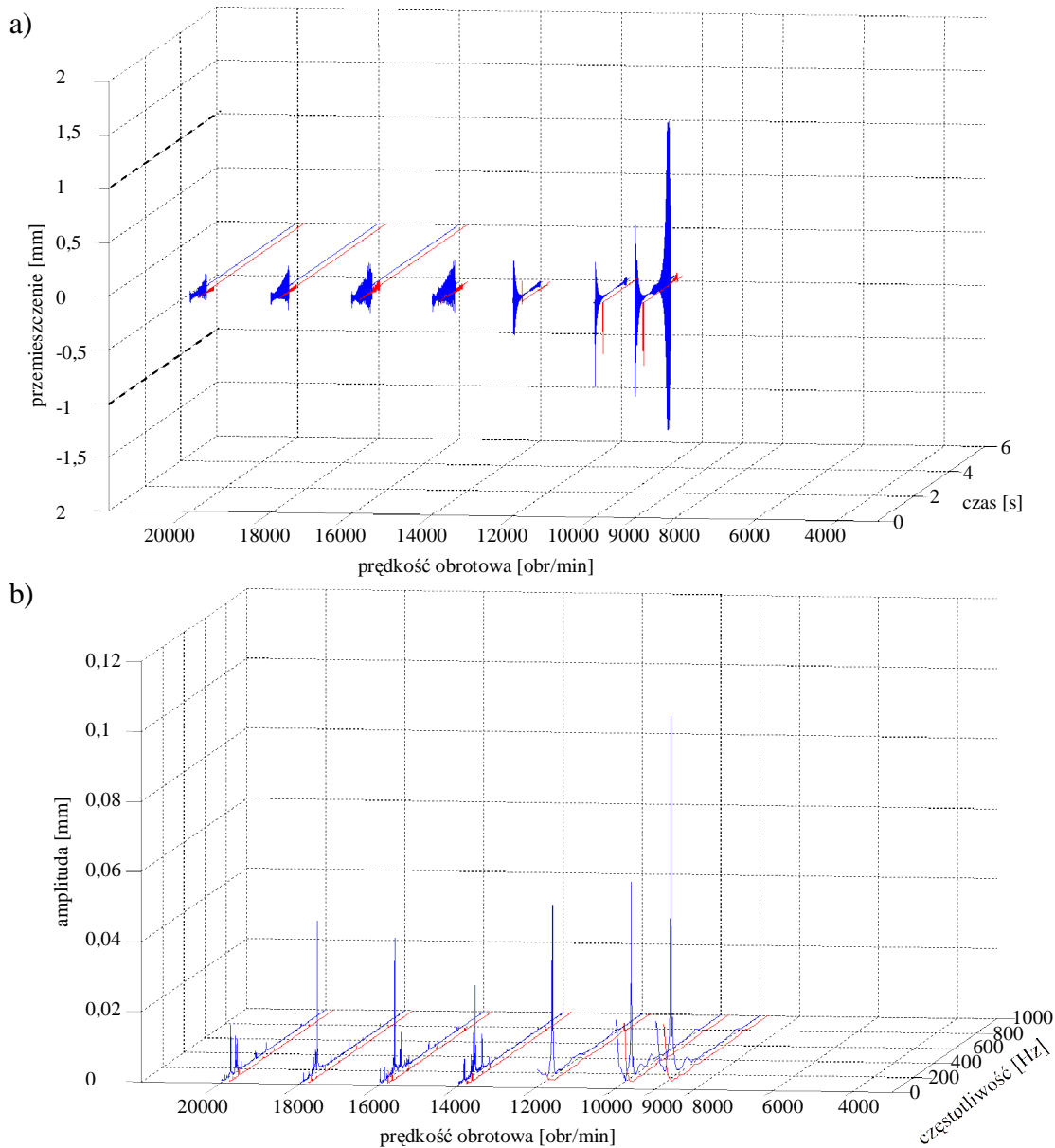
Rys. 163. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 164. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{qt}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

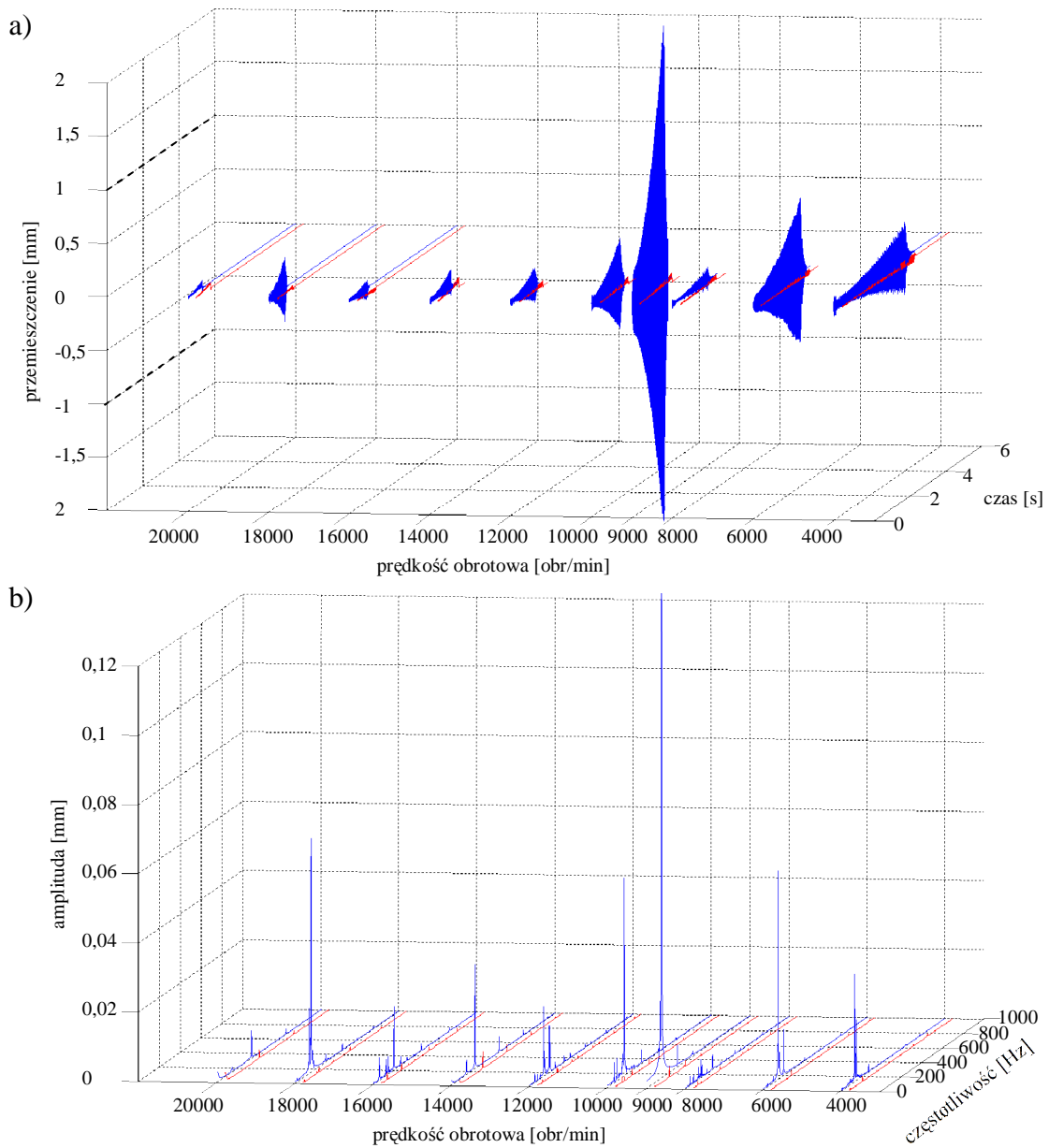


Rys. 165. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

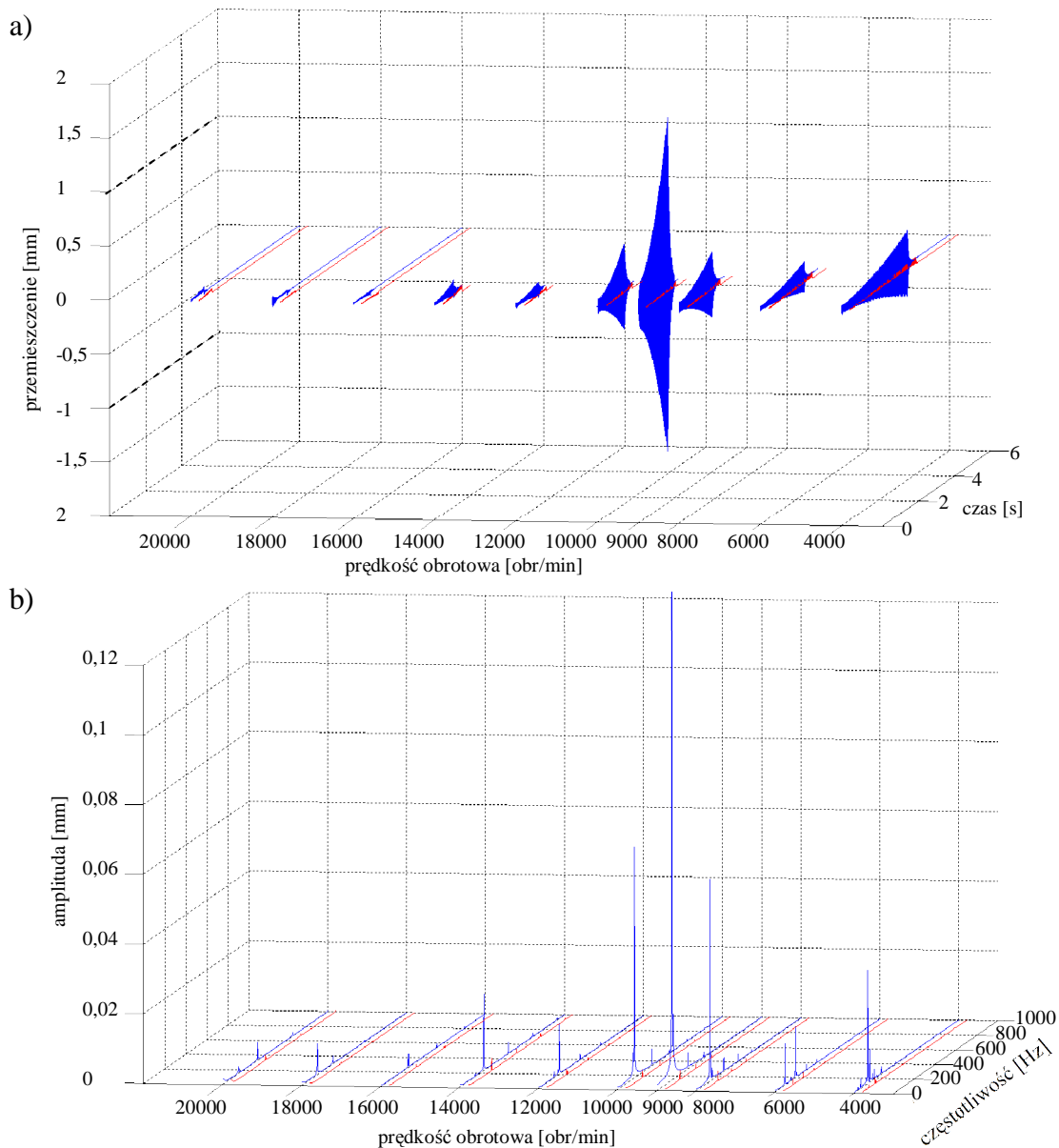


Rys. 166. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

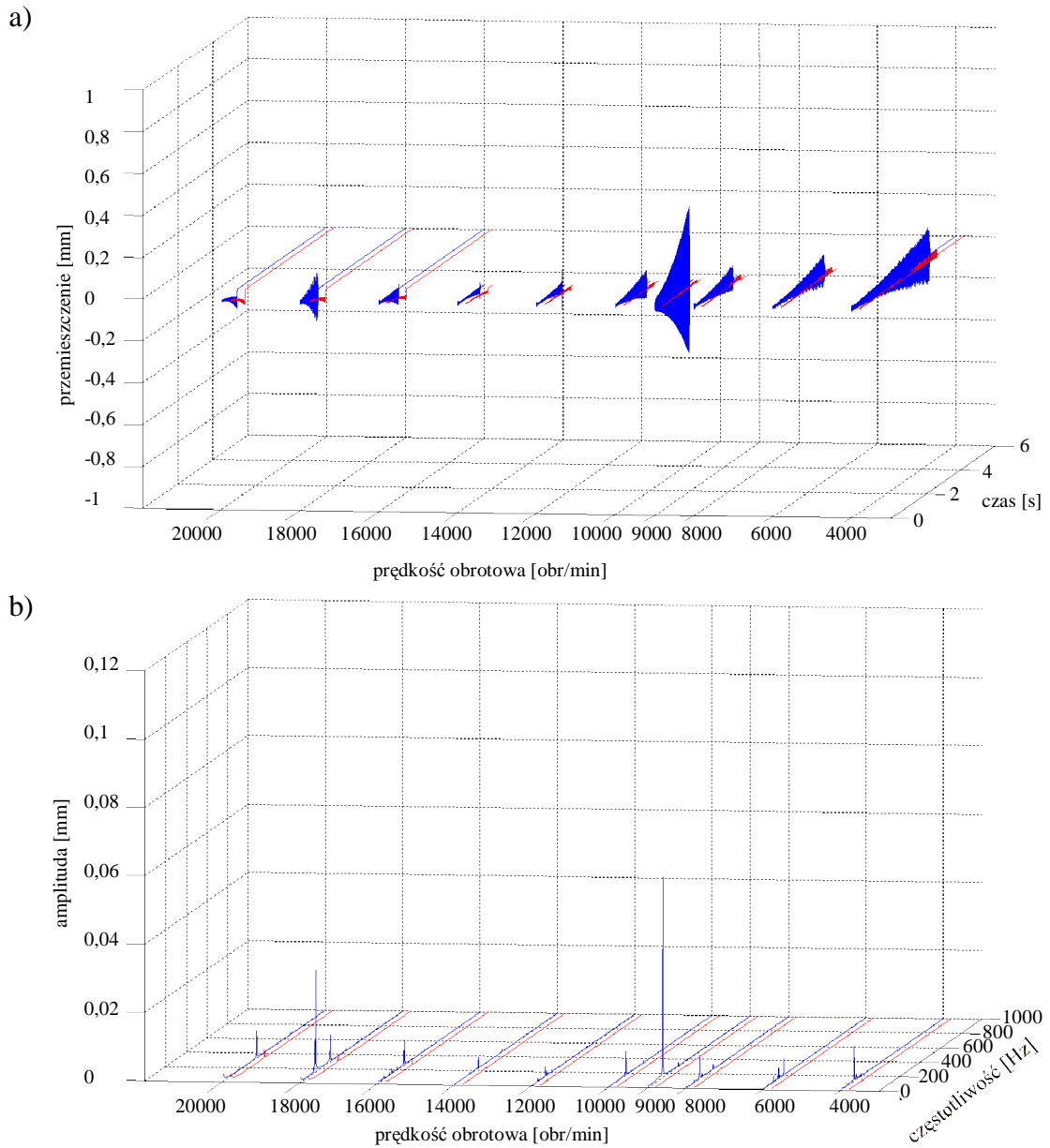




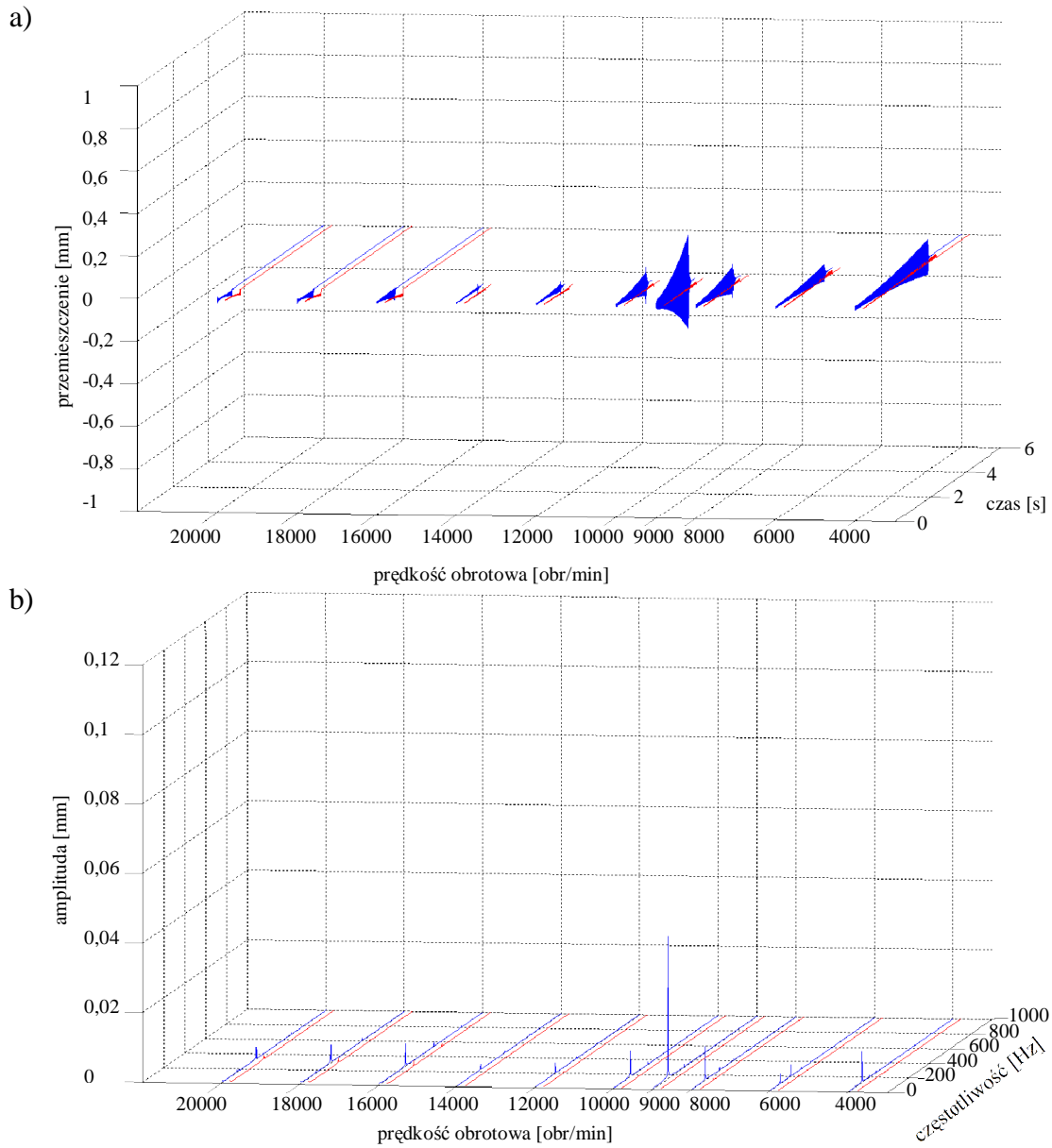
Rys. 167. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



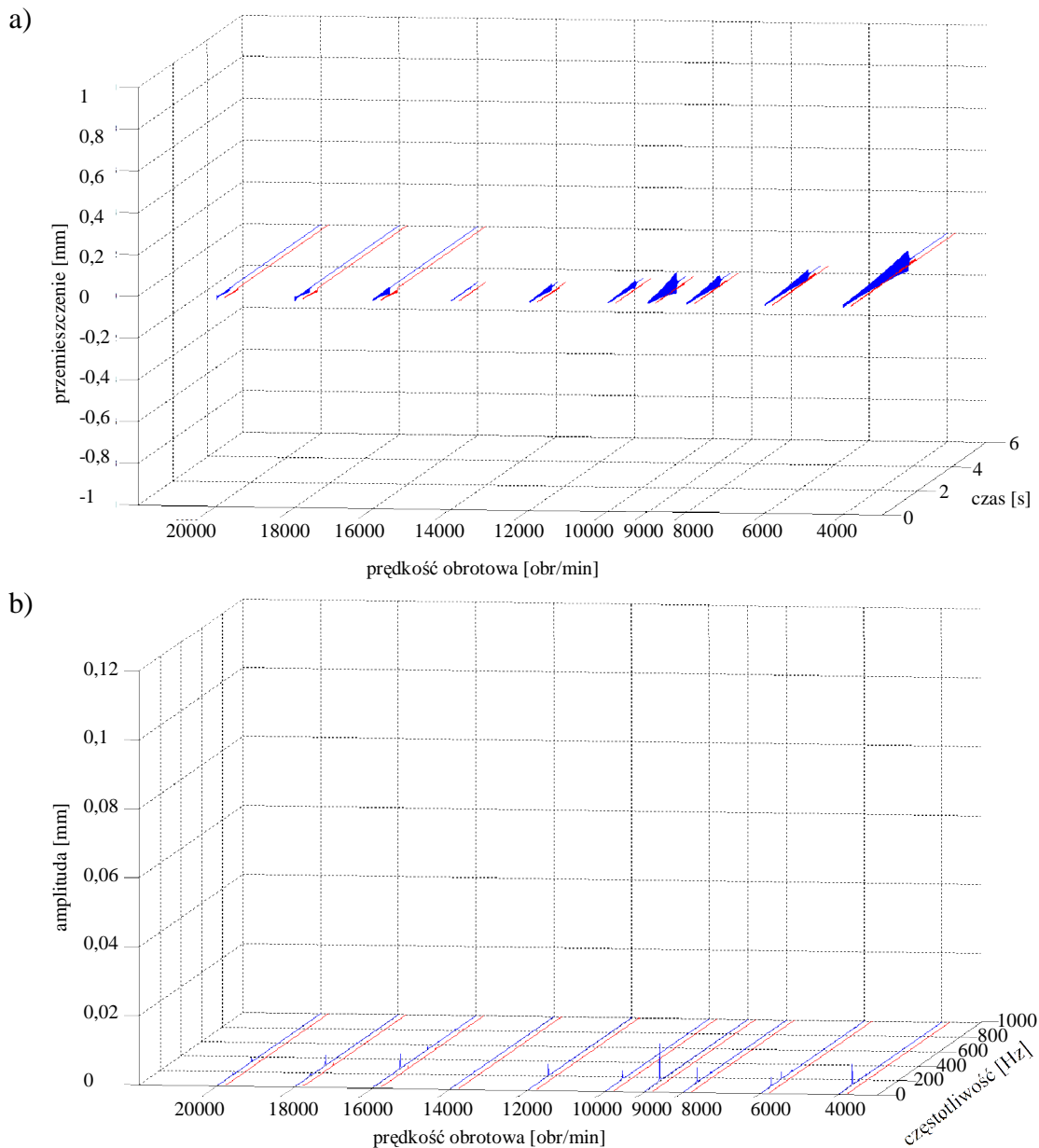
Rys. 168. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,01$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



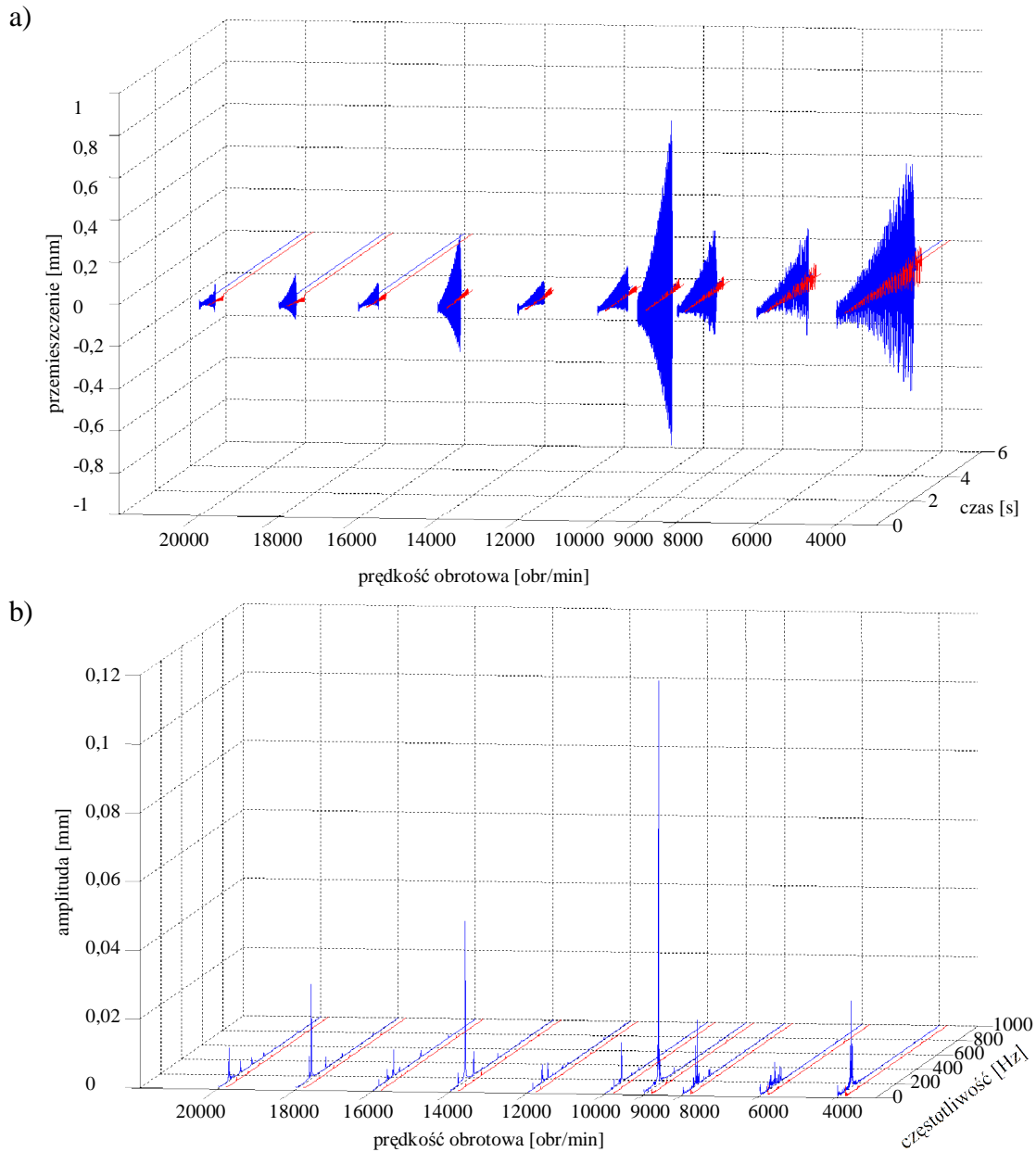
Rys. 169. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



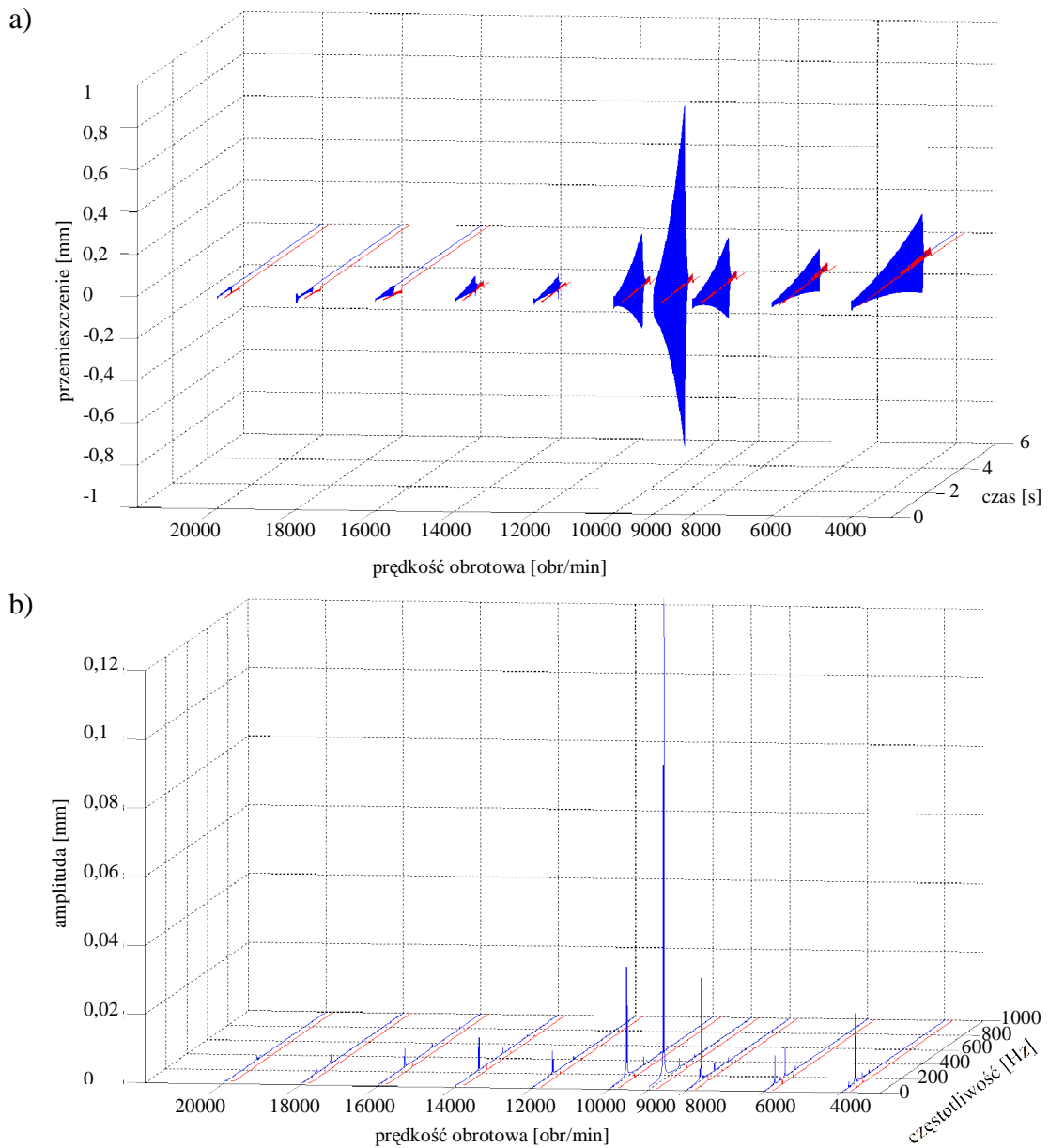
Rys. 170. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



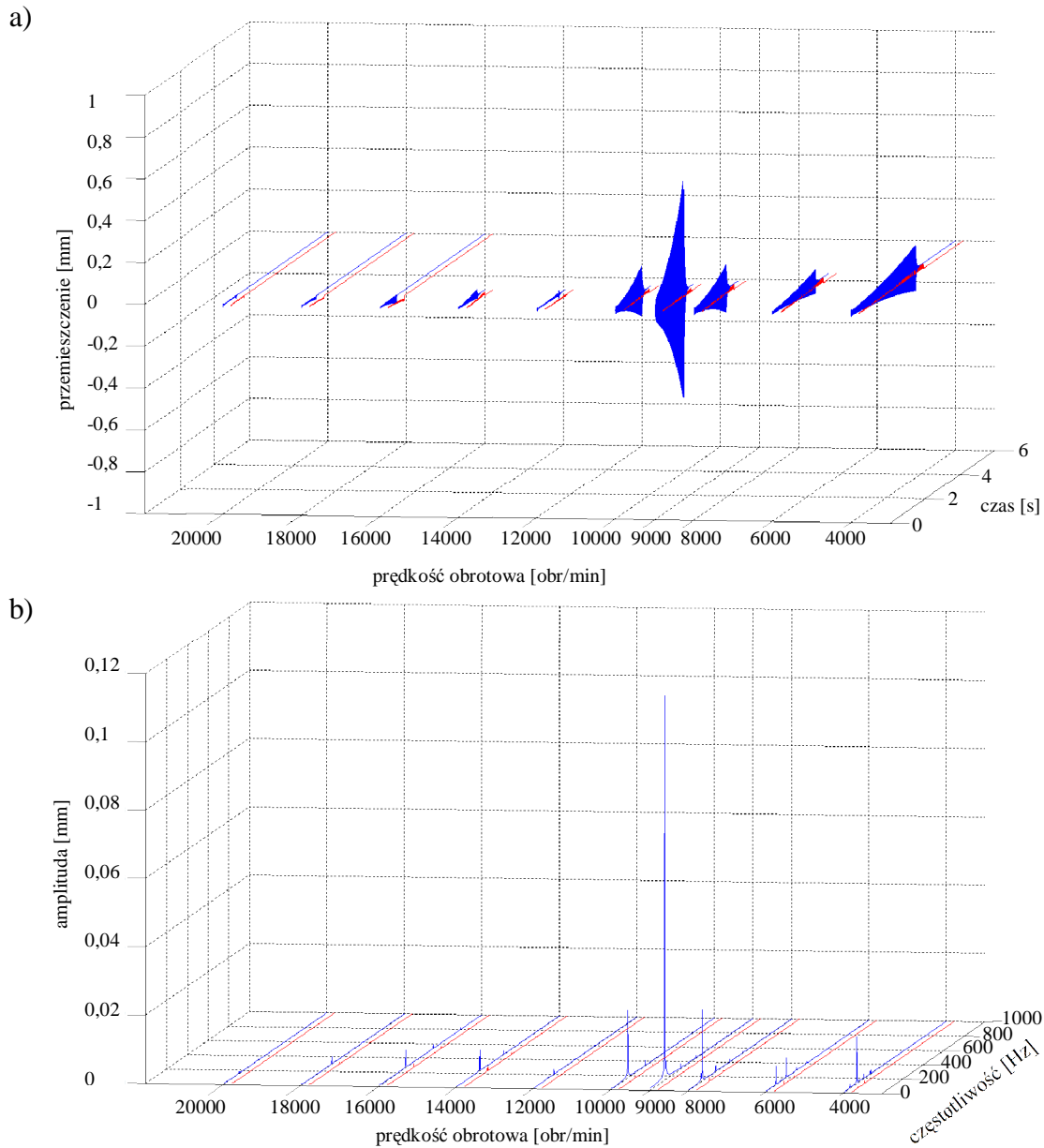
Rys. 171. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,1$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 172. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

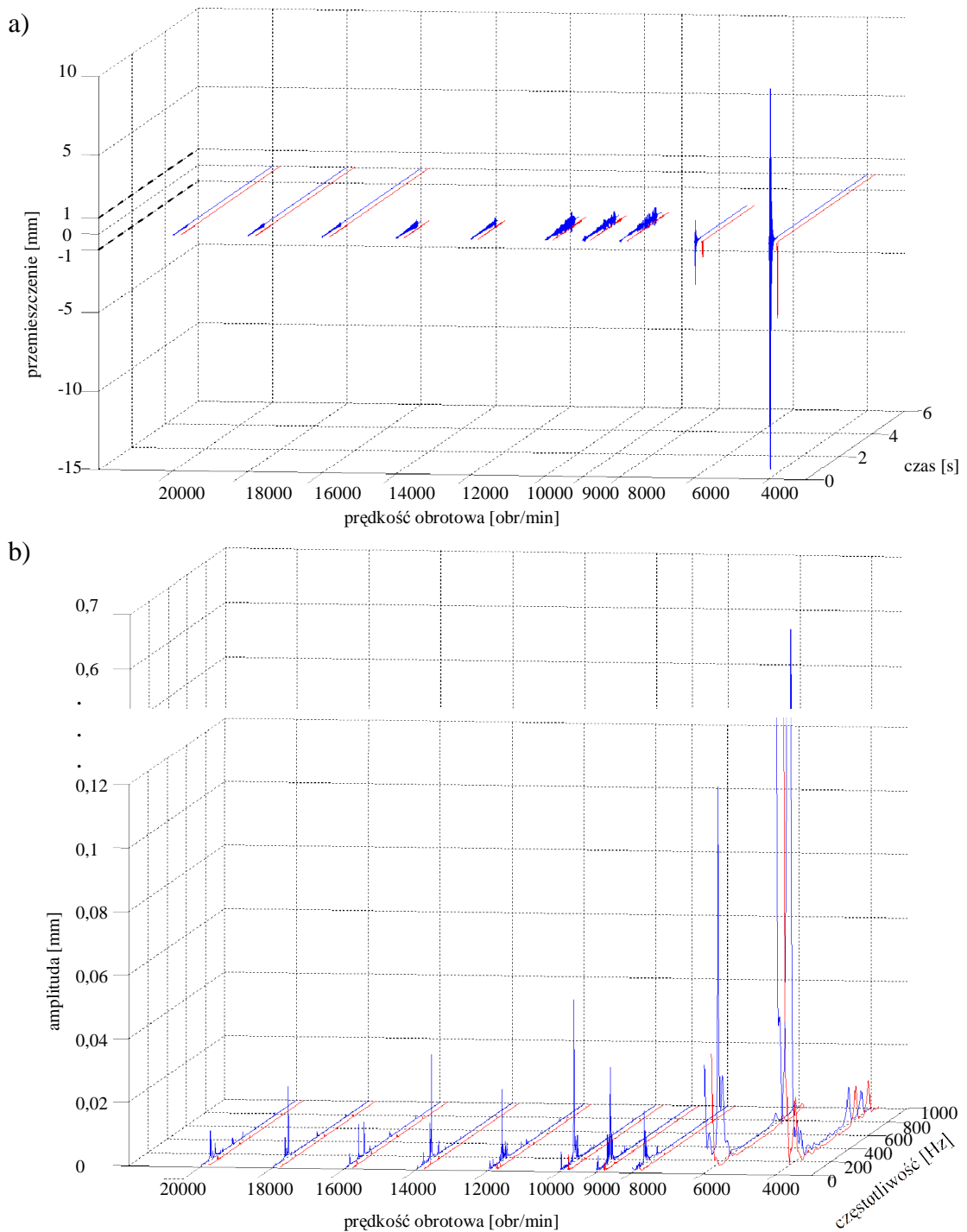


Rys. 173. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{d1}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

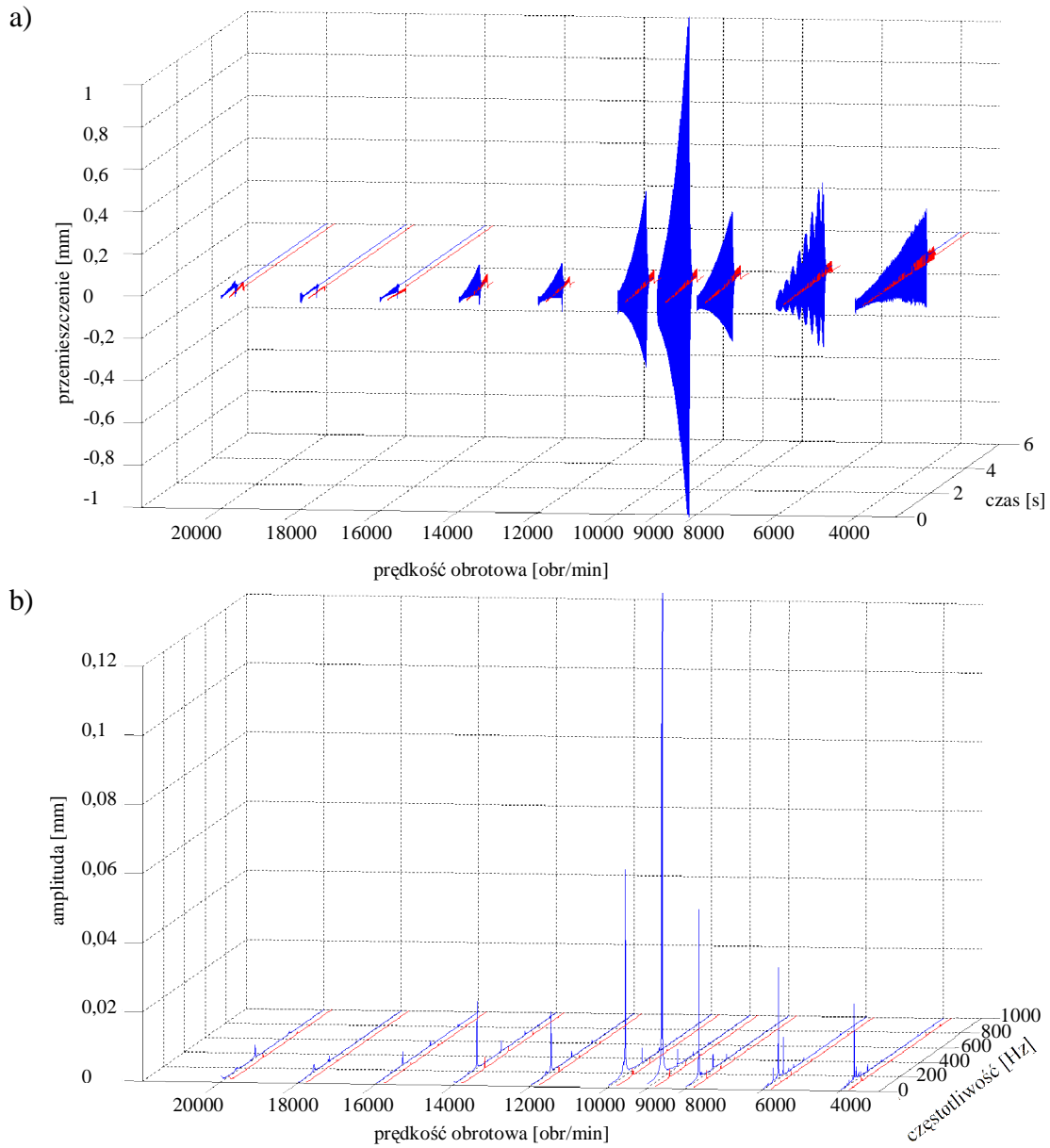


Rys. 174. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,2$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.

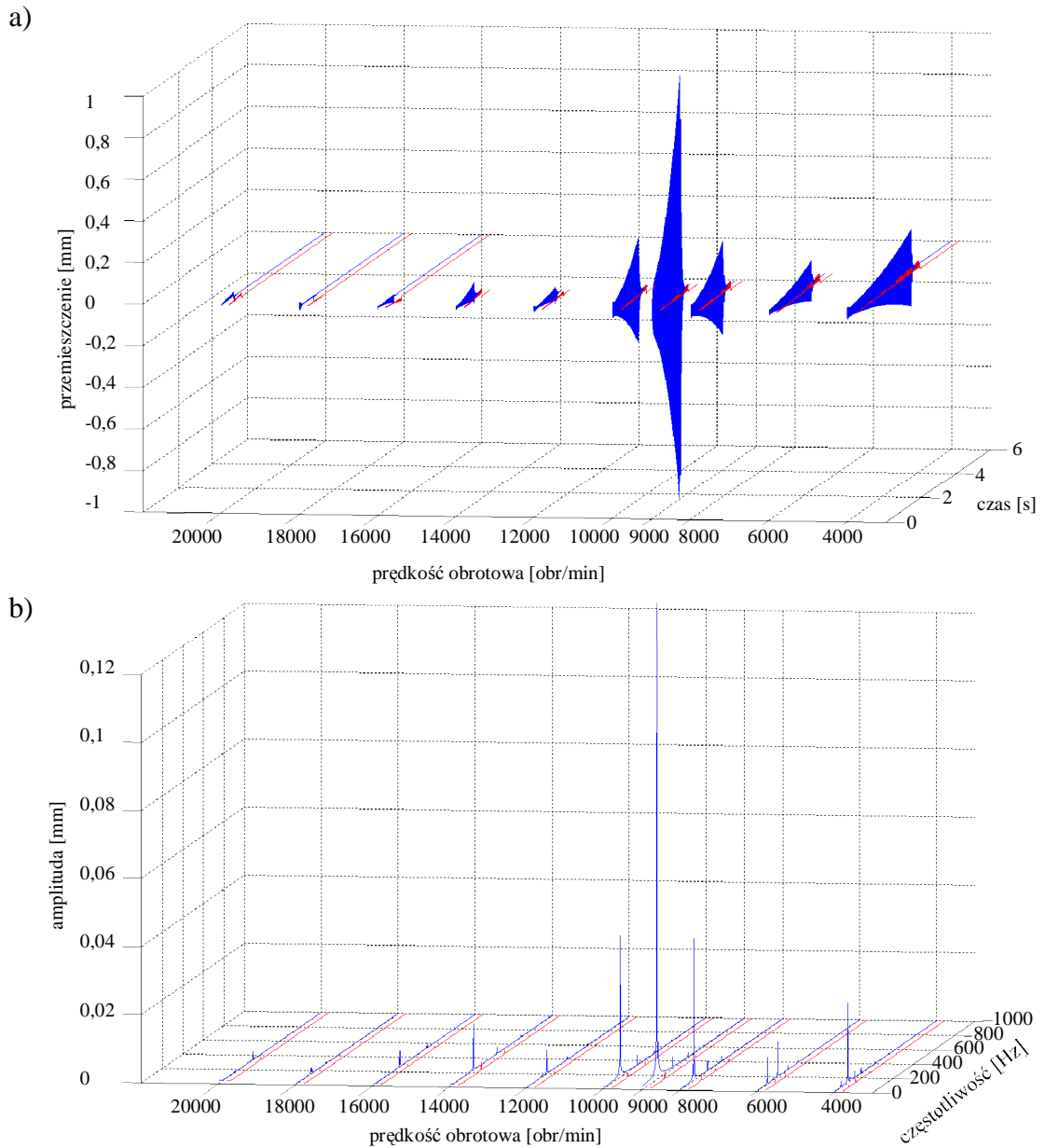




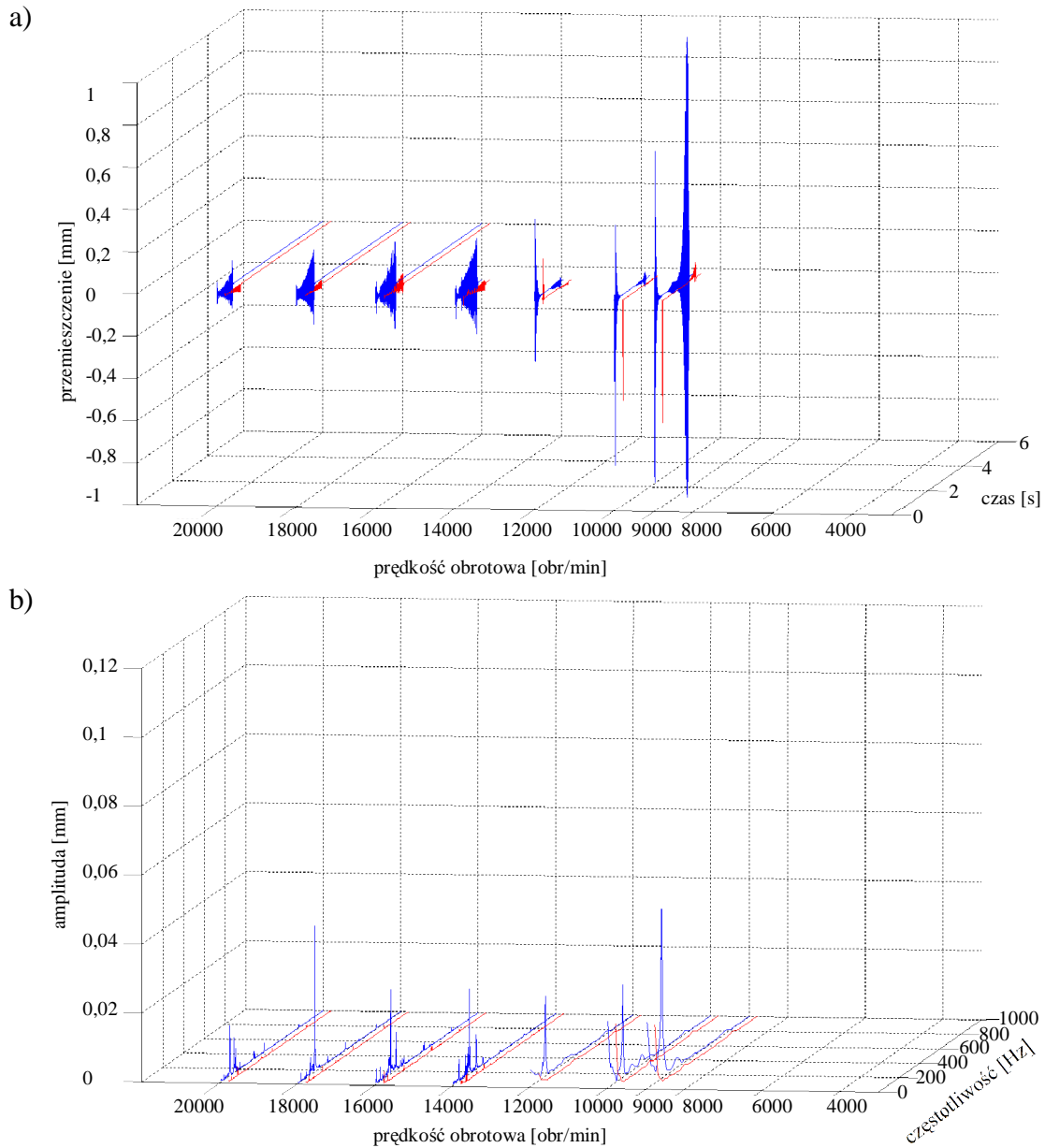
Rys. 175. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



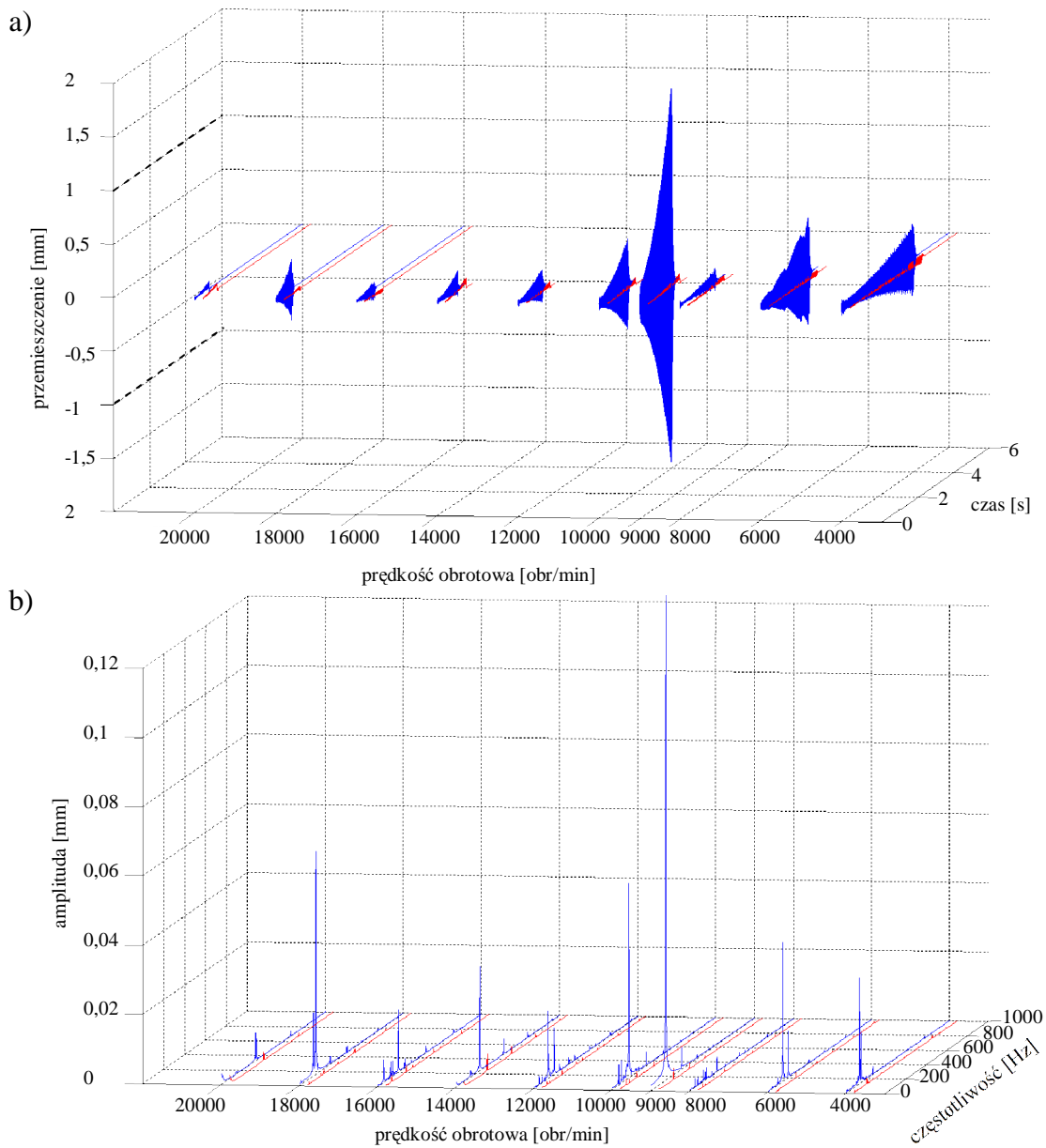
Rys. 176. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;  
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



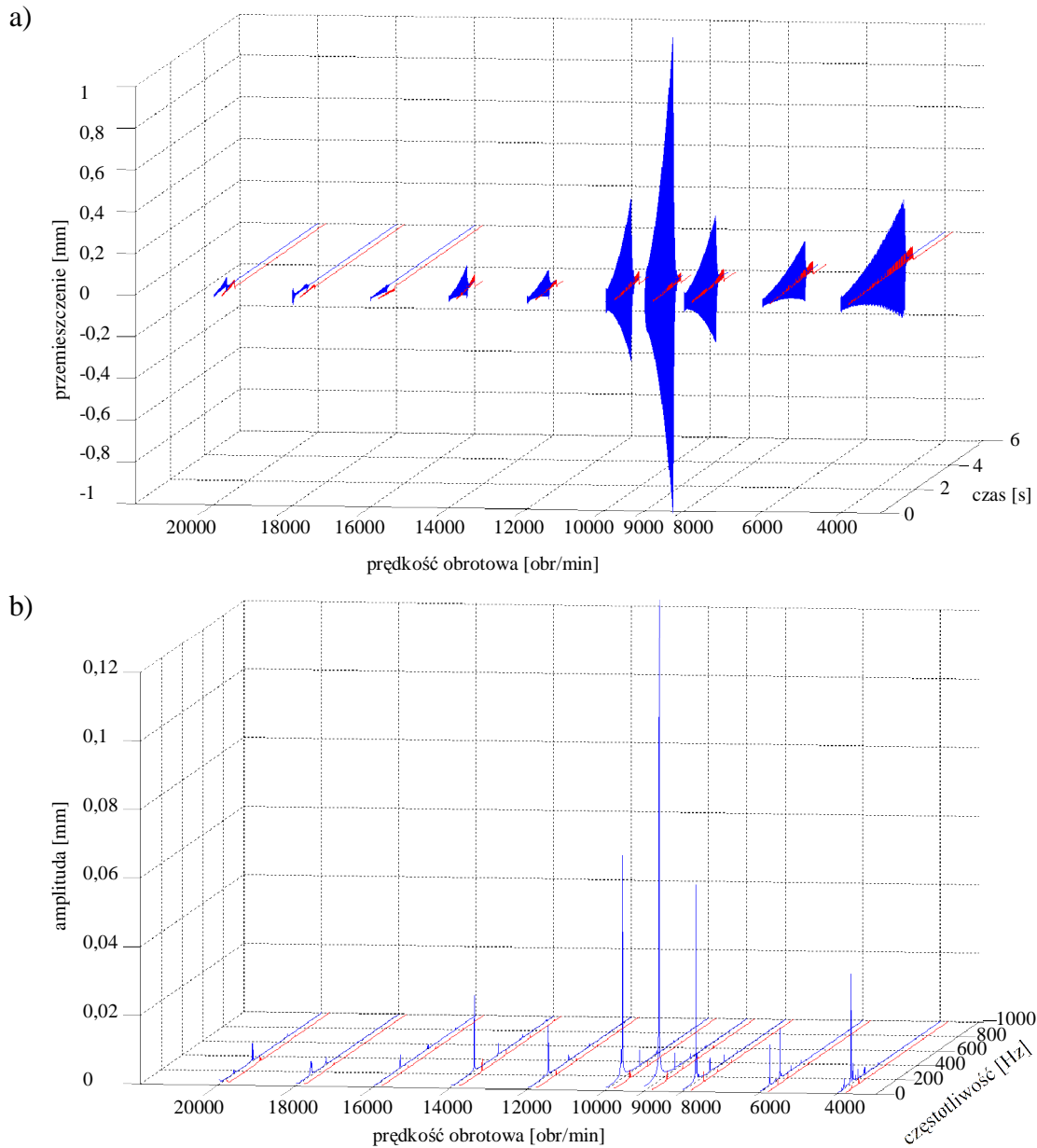
Rys. 177. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,3$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{d1}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



Rys. 178. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=0^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dl}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.



Rys. 179. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylenia freza  $\kappa=15^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{dt}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; ----- z nadzorowaniem.



Rys. 180. Wyniki symulacji frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032). Dane: głębokość skrawania  $a_p=0,4$  mm; kąt pochylecia freza  $\kappa=30^\circ$ ; bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\zeta=0,02$ ; dynamiczny opór skrawania powierzchniowy właściwy  $k_{d1}=300$  daN/mm<sup>2</sup>. Przebiegi w zależności od prędkości obrotowej narzędzia: (a) przemieszczenia przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y; (b) widmo amplitudowe przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y;   
 ----- brak nadzorowania; - - - - z nadzorowaniem.

## 9.4.2. Zestawienie wyników symulacji, wartości RMS przemieszczeń drgań przedmiotu obrabianego

W tej części pracy przedstawiono zbiorcze zestawienie wartości RMS przemieszczeń przedmiotu obrabianego otrzymanych w wyniku symulacji obróbki skrawaniem przy braku nadzorowania drgań oraz dla przypadku z nadzorowaniem drgań. Wyniki liczbowe przedstawiono w tab. 16 – 27 oraz zobrazowano na wykresach (rys. 181 – 198).

Tabela 16. Zestawienie zbiorcze RMS [mm]. Symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032), bez nadzorowania

100	$k_{dl}$ [daN/mm <sup>2</sup> ]	0,005											
	$\zeta$	0,005											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$\kappa$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	$n$ [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	4 000	0,0054	0,0033	0,0020	0,0083	0,0073	0,0043	0,0132	0,0116	0,0071	0,0241	0,0157	0,0102
	6 000	0,0006	0,0007	0,0005	0,0043	0,0024	0,0017	0,0119	0,0050	0,0032	0,0164	0,0075	0,0047
	8 000	0,0052	0,0027	0,0013	0,0036	0,0033	0,0024	0,0069	0,0082	0,0063	0,0071	0,0134	0,0105
	9 000	0,0606	0,0357	0,0198	0,0036	0,0148	0,0100	0,0632	0,0416	0,0278	0,1225	0,0835	0,0562
	10 000	0,0152	0,0077	0,0037	0,0045	0,0055	0,0027	0,0077	0,0090	0,0063	0,0103	0,0156	0,0116
$\zeta$	0,01												
$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4			
$\kappa$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30	
$n$ [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30	
4 000	0,0054	0,0032	0,0019	0,0081	0,0073	0,0042	0,0127	0,0115	0,0071	0,0231	0,0156	0,0101	
6 000	0,0006	0,0006	0,0005	0,0043	0,0024	0,0017	0,0079	0,0049	0,0031	0,0115	0,0074	0,0046	
8 000	0,0052	0,0026	0,0012	0,0035	0,0029	0,0021	0,0065	0,0077	0,0058	0,0068	0,0129	0,0097	
9 000	0,0534	0,0307	0,0167	0,0033	0,0133	0,0089	0,0553	0,0354	0,0235	0,1071	0,0708	0,0471	
10 000	0,0151	0,0075	0,0036	0,0044	0,0045	0,0021	0,0070	0,0077	0,0052	0,0098	0,0142	0,0102	
$\zeta$	0,02												
$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4			
$\kappa$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30	
$n$ [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30	
4 000	0,0053	0,0032	0,0019	0,0080	0,0073	0,0042	0,0122	0,0114	0,0070	0,0208	0,0155	0,0100	
6 000	0,0006	0,0005	0,0005	0,0043	0,0023	0,0017	0,0062	0,0049	0,0030	0,0093	0,0074	0,0045	
8 000	0,0051	0,0025	0,0012	0,0035	0,0025	0,0020	0,0063	0,0073	0,0055	0,0065	0,0126	0,0093	
9 000	0,0392	0,0222	0,0120	0,0026	0,0100	0,0066	0,0403	0,0256	0,0170	0,0779	0,0509	0,0338	
10 000	0,0147	0,0072	0,0034	0,0042	0,0037	0,0016	0,0065	0,0065	0,0044	0,0092	0,0130	0,0092	

Tabela 17. Zestawienie zbiorcze RMS [mm]. Symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032), bez nadzoru

$k_{dl}$ [daN/mm <sup>2</sup> ]													
100	$\zeta$ 0,005												
	$a_p$ [mm] 0,1			$a_p$ [mm] 0,2			$a_p$ [mm] 0,3			$a_p$ [mm] 0,4			
	$n$ [obr/min]	$K$ [°]											
	12 000	0,0082	0,0046	0,0023	0,0046	0,0036	0,0023	0,0030	0,0024	0,0018	0,0053	0,0024	0,0014
	14 000	0,0086	0,0036	0,0015	0,0057	0,0029	0,0012	0,0033	0,0021	0,0006	0,0029	0,0019	0,0015
	16 000	0,0114	0,0058	0,0027	0,0093	0,0063	0,0034	0,0075	0,0060	0,0037	0,0066	0,0054	0,0036
	18 000	0,0141	0,0067	0,0031	0,0114	0,0068	0,0036	0,0173	0,0062	0,0035	0,0202	0,0053	0,0030
	20 000	0,0167	0,0072	0,0031	0,0135	0,0073	0,0035	0,0105	0,0064	0,0031	0,0077	0,0052	0,0026
	$\zeta$ 0,01												
	$a_p$ [mm] 0,1			$a_p$ [mm] 0,2			$a_p$ [mm] 0,3			$a_p$ [mm] 0,4			
	$n$ [obr/min]	$K$ [°]											
	12 000	0,0082	0,0046	0,0023	0,0045	0,0036	0,0023	0,0028	0,0023	0,0017	0,0047	0,0021	0,0012
14 000	0,0086	0,0036	0,0015	0,0057	0,0028	0,0012	0,0032	0,0019	0,0006	0,0026	0,0018	0,0013	
16 000	0,0114	0,0058	0,0027	0,0093	0,0063	0,0034	0,0075	0,0060	0,0037	0,0064	0,0054	0,0036	
18 000	0,0139	0,0064	0,0028	0,0114	0,0066	0,0033	0,0160	0,0061	0,0033	0,0191	0,0052	0,0029	
20 000	0,0166	0,0070	0,0029	0,0135	0,0071	0,0032	0,0105	0,0063	0,0030	0,0077	0,0052	0,0024	
$\zeta$ 0,02													
$a_p$ [mm] 0,1			$a_p$ [mm] 0,2			$a_p$ [mm] 0,3			$a_p$ [mm] 0,4				
$n$ [obr/min]	$K$ [°]												
12 000	0,0082	0,0046	0,0023	0,0045	0,0036	0,0023	0,0026	0,0022	0,0017	0,0040	0,0019	0,0011	
14 000	0,0086	0,0036	0,0015	0,0057	0,0028	0,0011	0,0031	0,0018	0,0005	0,0024	0,0018	0,0012	
16 000	0,0114	0,0058	0,0027	0,0093	0,0063	0,0034	0,0074	0,0060	0,0037	0,0060	0,0054	0,0036	
18 000	0,0138	0,0063	0,0027	0,0113	0,0066	0,0032	0,0137	0,0061	0,0032	0,0166	0,0052	0,0029	
20 000	0,0166	0,0069	0,0029	0,0135	0,0071	0,0031	0,0105	0,0063	0,0029	0,0077	0,0052	0,0023	



Tabela 18. Zestawienie zbiorcze RMS [mm]. Symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032), bez nadzoru

$k_{dl}$ [daN/mm <sup>2</sup> ]													
200	$\zeta$	0,005											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	4 000	0,0167	0,0128	0,0077	0,0513	0,0294	0,0170	0,1195	0,0665	0,0283	0,2198	0,0476	0,0404
	6 000	0,0088	0,0049	0,0030	0,0232	0,0133	0,0081	0,0465	0,0236	0,0137	0,0725	0,0708	0,0198
	8 000	0,0072	0,0080	0,0026	0,0155	0,0271	0,0167	0,0623	0,0495	0,0335	0,1134	0,0685	0,0528
	9 000	0,0059	0,0331	0,0195	0,2480	0,1594	0,0789	0,2568	0,3288	0,2212	0,1276	0,4603	0,3251
	10 000	0,0087	0,0086	0,0035	0,0192	0,0322	0,0172	0,0215	0,0628	0,0387	0,0172	0,0937	0,0620
	0,01												
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	4 000	0,0164	0,0127	0,0075	0,0486	0,0292	0,0167	0,1042	0,0470	0,0280	0,1762	0,0470	0,0401
	6 000	0,0088	0,0046	0,0029	0,0193	0,0133	0,0080	0,0359	0,0231	0,0134	0,0565	0,0604	0,0195
	8 000	0,0072	0,0069	0,0022	0,0146	0,0259	0,0158	0,0543	0,0478	0,0317	0,0972	0,0671	0,0502
9 000	0,0054	0,0292	0,0166	0,2175	0,1358	0,0665	0,2268	0,2796	0,1853	0,1110	0,3917	0,2718	
10 000	0,0086	0,0069	0,0029	0,0189	0,0291	0,0151	0,0212	0,0586	0,0352	0,0144	0,0887	0,0571	
0,02													
$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4			
$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30	
4 000	0,0161	0,0126	0,0073	0,0433	0,0289	0,0165	0,0902	0,0397	0,0277	0,1417	0,0461	0,0397	
6 000	0,0087	0,0045	0,0029	0,0174	0,0132	0,0079	0,0294	0,0228	0,0132	0,0435	0,0506	0,0193	
8 000	0,0071	0,0060	0,0020	0,0137	0,0249	0,0152	0,0416	0,0465	0,0305	0,0834	0,0658	0,0485	
9 000	0,0042	0,0216	0,0121	0,1588	0,0978	0,0479	0,1660	0,2011	0,1329	0,0814	0,2819	0,1946	
10 000	0,0083	0,0053	0,0025	0,0181	0,0263	0,0137	0,0207	0,0548	0,0328	0,0127	0,0840	0,0535	

Tabela 19. Zestawienie zbiorcze RMS [mm]. Symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032), bez nadzоровania

$k_{dl}$ [daN/mm <sup>2</sup> ]													
<b>200</b>	$\zeta$ 0,005												
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n$ / $K$ [°] [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	12 000	0,0092	0,0066	0,0042	0,0098	0,0040	0,0027	0,0117	0,0119	0,0038	0,0386	0,0204	0,0088
	14 000	0,0171	0,0038	0,0015	0,0051	0,0039	0,0021	0,1214	0,0118	0,0067	0,0626	0,0181	0,0122
	16 000	0,0191	0,0110	0,0055	0,0127	0,0104	0,0067	0,0125	0,0083	0,0066	0,0206	0,0059	0,0059
	18 000	0,0234	0,0111	0,0054	0,0402	0,0090	0,0050	0,0250	0,0074	0,0035	0,0229	0,0085	0,0055
	20 000	0,0277	0,0109	0,0047	0,0161	0,0077	0,0035	0,0131	0,0036	0,0017	0,0125	0,0048	0,0034
	$\zeta$ 0,01												
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n$ / $K$ [°] [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	12 000	0,0092	0,0065	0,0041	0,0089	0,0036	0,0026	0,0107	0,0109	0,0033	0,0365	0,0196	0,0080
	14 000	0,0107	0,0038	0,0015	0,0047	0,0037	0,0020	0,0946	0,0112	0,0065	0,0527	0,0179	0,0117
	16 000	0,0191	0,0110	0,0055	0,0123	0,0104	0,0067	0,0118	0,0083	0,0066	0,0190	0,0058	0,0059
18 000	0,0232	0,0107	0,0050	0,0382	0,0089	0,0048	0,0241	0,0063	0,0034	0,0219	0,0057	0,0036	
20 000	0,0277	0,0105	0,0043	0,0160	0,0075	0,0031	0,0123	0,0034	0,0013	0,0109	0,0046	0,0033	
$\zeta$ 0,02													
$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4			
$n$ / $K$ [°] [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30	
12 000	0,0091	0,0065	0,0041	0,0078	0,0032	0,0025	0,0100	0,0102	0,0029	0,0327	0,0190	0,0075	
14 000	0,0107	0,0038	0,0015	0,0044	0,0036	0,0020	0,0602	0,0107	0,0064	0,0429	0,0177	0,0115	
16 000	0,0190	0,0110	0,0055	0,0120	0,0104	0,0067	0,0110	0,0082	0,0066	0,0168	0,0057	0,0058	
18 000	0,0232	0,0106	0,0048	0,0335	0,0088	0,0047	0,0225	0,0058	0,0034	0,0202	0,0042	0,0026	
20 000	0,0276	0,0104	0,0042	0,0160	0,0075	0,0029	0,0116	0,0033	0,0011	0,0101	0,0045	0,0033	

Tabela 20. Zestawienie zbiorcze RMS [mm]. Symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032), bez nadzorowania

$k_{dl}$ [daN/mm <sup>2</sup> ]													
300	$\zeta$	0,005											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n \backslash K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	$n$ [obr/min]												
	4 000	0,0409	0,0286	0,0171	0,1737	0,0659	0,0378	1,2576	0,0719	0,0630	-	0,0985	0,0896
	6 000	0,0370	0,0131	0,0076	0,0695	0,0321	0,0182	0,2645	0,1702	0,0308	-	0,2621	0,0436
	8 000	0,0205	0,0262	0,0097	0,0982	0,0720	0,0427	0,2084	0,1168	0,0841	-	0,0262	0,1145
	9 000	0,1926	0,1214	0,0260	0,3861	0,4583	0,2895	0,1423	0,6846	0,5700	0,4022	0,9890	0,6428
	10 000	0,0230	0,0256	0,0077	0,0327	0,0915	0,0479	0,1987	0,1632	0,0975	0,0874	0,1489	0,1501
	$\zeta$	0,01											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n \backslash K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	$n$ [obr/min]												
	4 000	0,0397	0,0285	0,0167	0,1544	0,0655	0,0372	0,9476	0,0709	0,0624	-	0,0973	0,0875
	6 000	0,0248	0,0125	0,0075	0,0550	0,0320	0,0180	0,1865	0,1371	0,0302	-	0,2112	0,0429
	8 000	0,0198	0,0242	0,0090	0,0848	0,0695	0,0407	0,1564	0,1128	0,0801	-	0,0237	0,1093
	9 000	0,1697	0,1042	0,0225	0,3400	0,3902	0,2429	0,1117	0,5824	0,4773	0,3085	0,8422	0,5370
	10 000	0,0214	0,0225	0,0063	0,0321	0,0853	0,0437	0,1807	0,1540	0,0901	0,0663	0,1423	0,1394
	$\zeta$	0,02											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
$n \backslash K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30	
$n$ [obr/min]													
4 000	0,0380	0,0283	0,0163	0,1360	0,0649	0,0367	0,7512	0,0698	0,0617	-	0,0960	0,0853	
6 000	0,0194	0,0122	0,0074	0,0459	0,0319	0,0179	0,1380	0,1042	0,0299	-	0,1424	0,0425	
8 000	0,0195	0,0227	0,0085	0,0638	0,0675	0,0394	0,1289	0,1096	0,0775	-	0,0222	0,1058	
9 000	0,1244	0,0755	0,0165	0,2496	0,2806	0,1742	0,0884	0,4188	0,3419	0,2113	0,6062	0,3842	
10 000	0,0199	0,0197	0,0053	0,0313	0,0797	0,0408	0,1532	0,1455	0,0848	0,0550	0,1357	0,1315	

Tabela 21. Zestawienie zbiorcze RMS [mm]. Symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032), bez nadzoru

$k_{dl}$ [daN/mm <sup>2</sup> ]													
300	$\zeta$	0,005											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n \backslash K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	$n$ [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	12 000	0,0117	0,0066	0,0054	0,0167	0,0142	0,0038	0,0641	0,0363	0,0125	0,0755	0,0489	0,0248
	14 000	0,0101	0,0035	0,0007	0,1814	0,0158	0,0088	0,0695	0,0348	0,0198	0,0572	0,0500	0,0320
	16 000	0,0231	0,0155	0,0085	0,0164	0,0126	0,0098	0,0302	0,0087	0,0090	0,0854	0,0229	0,0073
	18 000	0,0540	0,0133	0,0071	0,0351	0,0108	0,0046	0,0324	0,0110	0,0075	0,0545	0,0938	0,0177
	20 000	0,0331	0,0112	0,0050	0,0179	0,0032	0,0024	0,0236	0,0133	0,0080	0,0317	0,0259	0,0160
	$\zeta$	0,01											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n \backslash K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	$n$ [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	12 000	0,0110	0,0064	0,0054	0,0152	0,0134	0,0031	0,0582	0,0343	0,0115	0,0513	0,0450	0,0233
	14 000	0,0085	0,0032	0,0006	0,1415	0,0155	0,0087	0,0673	0,0336	0,0194	0,0527	0,0495	0,0311
	16 000	0,0230	0,0155	0,0085	0,0152	0,0126	0,0098	0,0268	0,0082	0,0089	0,0626	0,0225	0,0071
	18 000	0,0501	0,0130	0,0065	0,0345	0,0086	0,0045	0,0306	0,0082	0,0047	0,0512	0,0876	0,0117
	20 000	0,0331	0,0107	0,0043	0,0169	0,0031	0,0018	0,0186	0,0129	0,0079	0,0282	0,0257	0,0158
	$\zeta$	0,02											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
$n \backslash K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30	
$n$ [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30	
12 000	0,0101	0,0062	0,0053	0,0140	0,0128	0,0027	0,0508	0,0328	0,0109	0,0372	0,0415	0,0224	
14 000	0,0084	0,0028	0,0006	0,0903	0,0153	0,0086	0,0628	0,0327	0,0191	0,0498	0,0491	0,0306	
16 000	0,0229	0,0155	0,0085	0,0143	0,0126	0,0098	0,0221	0,0079	0,0089	0,0448	0,0222	0,0069	
18 000	0,0425	0,0129	0,0063	0,0328	0,0077	0,0044	0,0284	0,0065	0,0031	0,0480	0,0792	0,0083	
20 000	0,0331	0,0105	0,0041	0,0163	0,0030	0,0015	0,0162	0,0125	0,0078	0,0249	0,0257	0,0156	

Tabela 22. Zestawienie zbiorcze RMS [mm]. Symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032), z nadzorem

$k_{dl}$ [daN/mm <sup>2</sup> ]																		
100	$\zeta$	0,005																
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4							
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30					
	$n$ [obr/min]	4 000	6 000	8 000	9 000	10 000	0,0015	0,0006	0,0003	0,0020	0,0015	0,0007	0,0012	0,0024	0,0013	0,0026	0,0034	0,0019
		0,0009	0,0001	0,0002	0,0018	0,0010	0,0007	0,0023	0,0020	0,0012	0,0013	0,0032	0,0019					
		0,0012	0,0005	0,0002	0,0005	0,0003	0,0003	0,0026	0,0012	0,0009	0,0025	0,0022	0,0016					
		0,0020	0,0008	0,0004	0,0003	0,0003	0,0002	0,0014	0,0009	0,0006	0,0031	0,0019	0,0012					
		0,0028	0,0011	0,0005	0,0010	0,0004	0,0001	0,0007	0,0007	0,0005	0,0010	0,0017	0,0012					
	$\zeta$	0,01																
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4							
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30					
	$n$ [obr/min]	4 000	6 000	8 000	9 000	10 000	0,0015	0,0006	0,0003	0,0020	0,0015	0,0007	0,0012	0,0024	0,0013	0,0026	0,0034	0,0019
		0,0009	0,0001	0,0002	0,0018	0,0010	0,0007	0,0023	0,0020	0,0012	0,0013	0,0032	0,0019					
		0,0012	0,0005	0,0002	0,0005	0,0003	0,0003	0,0026	0,0012	0,0009	0,0025	0,0022	0,0016					
	0,0020	0,0008	0,0004	0,0003	0,0003	0,0002	0,0014	0,0009	0,0006	0,0031	0,0019	0,0012						
	0,0028	0,0011	0,0005	0,0010	0,0004	0,0001	0,0007	0,0007	0,0005	0,0010	0,0017	0,0012						
$\zeta$	0,02																	
$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4								
$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30						
$n$ [obr/min]	4 000	6 000	8 000	9 000	10 000	0,0015	0,0006	0,0003	0,0020	0,0014	0,0007	0,0012	0,0024	0,0013	0,0026	0,0034	0,0019	
	0,0009	0,0001	0,0002	0,0018	0,0010	0,0007	0,0023	0,0020	0,0012	0,0013	0,0032	0,0019						
	0,0012	0,0005	0,0002	0,0005	0,0003	0,0003	0,0026	0,0012	0,0009	0,0025	0,0022	0,0016						
	0,0020	0,0008	0,0004	0,0003	0,0003	0,0002	0,0014	0,0009	0,0006	0,0031	0,0019	0,0012						
	0,0028	0,0011	0,0005	0,0010	0,0004	0,0001	0,0007	0,0007	0,0005	0,0010	0,0017	0,0012						

Tabela 23. Zestawienie zbiorcze RMS [mm]. Symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032), z nadzorem

$k_{dl}$ [daN/mm <sup>2</sup> ]													
100	$\zeta$	0,005											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	12 000	0,0046	0,0022	0,0011	0,0027	0,0018	0,0011	0,0008	0,0010	0,0008	0,0008	0,0006	0,0003
	14 000	0,0068	0,0026	0,0011	0,0046	0,0020	0,0008	0,0025	0,0011	0,0003	0,0007	0,0007	0,0007
	16 000	0,0101	0,0049	0,0022	0,0083	0,0053	0,0029	0,0064	0,0051	0,0031	0,0038	0,0046	0,0031
	18 000	0,0130	0,0057	0,0025	0,0107	0,0060	0,0029	0,0080	0,0056	0,0029	0,0059	0,0048	0,0026
	20 000	0,0160	0,0065	0,0027	0,0131	0,0067	0,0030	0,0102	0,0060	0,0027	0,0075	0,0049	0,0022
	$\zeta$	0,01											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	12 000	0,0046	0,0022	0,0011	0,0027	0,0018	0,0011	0,0008	0,0010	0,0008	0,0008	0,0006	0,0003
	14 000	0,0068	0,0026	0,0011	0,0046	0,0020	0,0008	0,0025	0,0011	0,0003	0,0007	0,0007	0,0007
	16 000	0,0101	0,0049	0,0027	0,0083	0,0053	0,0029	0,0064	0,0051	0,0031	0,0038	0,0046	0,0031
	18 000	0,0130	0,0057	0,0025	0,0107	0,0060	0,0029	0,0080	0,0056	0,0029	0,0059	0,0048	0,0026
	20 000	0,0160	0,0065	0,0027	0,0131	0,0067	0,0030	0,0102	0,0060	0,0027	0,0075	0,0049	0,0022
	$\zeta$	0,02											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	12 000	0,0046	0,0022	0,0011	0,0027	0,0018	0,0011	0,0008	0,0010	0,0008	0,0008	0,0006	0,0003
14 000	0,0068	0,0026	0,0011	0,0046	0,0020	0,0008	0,0025	0,0011	0,0003	0,0007	0,0007	0,0007	
16 000	0,0101	0,0049	0,0027	0,0083	0,0053	0,0029	0,0064	0,0051	0,0031	0,0038	0,0046	0,0031	
18 000	0,0130	0,0057	0,0025	0,0107	0,0060	0,0029	0,0080	0,0056	0,0029	0,0059	0,0048	0,0026	
20 000	0,0160	0,0065	0,0027	0,0131	0,0067	0,0030	0,0102	0,0060	0,0027	0,0075	0,0049	0,0022	

Tabela 24. Zestawienie zbiorcze RMS [mm]. Symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032), z nadzorowaniem

$k_{dl}$ [daN/mm <sup>2</sup> ]													
200	$\zeta$	0,005											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	4 000	0,0041	0,0024	0,0013	0,0053	0,0059	0,0030	0,0120	0,0071	0,0052	0,0193	0,0038	0,0076
	6 000	0,0037	0,0018	0,0011	0,0027	0,0054	0,0031	0,0092	0,0095	0,0054	0,0113	0,0074	0,0080
	8 000	0,0010	0,0008	0,0003	0,0051	0,0042	0,0026	0,0050	0,0081	0,0053	0,0117	0,0125	0,0075
	9 000	0,0006	0,0005	0,0004	0,0063	0,0035	0,0017	0,0055	0,0076	0,0036	0,0062	0,0124	0,0062
	10 000	0,0021	0,0004	0,0003	0,0020	0,0035	0,0019	0,0021	0,0077	0,0046	0,0025	0,0121	0,0076
	$\zeta$	0,01											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	4 000	0,0041	0,0024	0,0013	0,0053	0,0059	0,0030	0,0120	0,0071	0,0052	0,0193	0,0038	0,0076
	6 000	0,0037	0,0018	0,0011	0,0027	0,0054	0,0031	0,0092	0,0095	0,0054	0,0113	0,0074	0,0080
	8 000	0,0010	0,0008	0,0003	0,0051	0,0042	0,0026	0,0050	0,0081	0,0053	0,0117	0,0125	0,0075
	9 000	0,0006	0,0005	0,0004	0,0063	0,0035	0,0017	0,0055	0,0076	0,0036	0,0062	0,0124	0,0062
	10 000	0,0021	0,0004	0,0003	0,0020	0,0035	0,0019	0,0021	0,0077	0,0046	0,0025	0,0121	0,0076
	$\zeta$	0,02											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	4 000	0,0041	0,0024	0,0013	0,0053	0,0059	0,0030	0,0120	0,0071	0,0052	0,0193	0,0038	0,0076
6 000	0,0037	0,0018	0,0011	0,0026	0,0054	0,0031	0,0092	0,0095	0,0054	0,0113	0,0074	0,0080	
8 000	0,0010	0,0008	0,0003	0,0051	0,0042	0,0026	0,0050	0,0081	0,0053	0,0117	0,0124	0,0075	
9 000	0,0006	0,0005	0,0004	0,0063	0,0035	0,0017	0,0055	0,0076	0,0036	0,0062	0,0124	0,0062	
10 000	0,0021	0,0004	0,0003	0,0020	0,0035	0,0019	0,0021	0,0077	0,0046	0,0025	0,0121	0,0076	

Tabela 25. Zestawienie zbiorcze RMS [mm]. Symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032), z nadzorem

$k_{dl}$ [daN/mm <sup>2</sup> ]																									
200	$\zeta$	0,005																							
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4														
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30												
	$n$ [obr/min]	12 000	14 000	16 000	18 000	20 000	12 000	14 000	16 000	18 000	20 000	12 000	14 000	16 000	18 000	20 000									
		0,0056	0,0030	0,0019	0,0016	0,0008	0,0011	0,0023	0,0043	0,0009	0,0057	0,0088	0,0032	0,0093	0,0027	0,0011	0,0014	0,0017	0,0013	0,0047	0,0066	0,0043	0,0017	0,0119	0,0078
		0,0169	0,0092	0,0046	0,0078	0,0088	0,0056	0,0031	0,0069	0,0055	0,0026	0,0044	0,0048	0,0218	0,0096	0,0043	0,0121	0,0081	0,0042	0,0076	0,0050	0,0030	0,0042	0,0021	0,0014
		0,0267	0,0098	0,0039	0,0155	0,0071	0,0027	0,0062	0,0029	0,0008	0,0067	0,0040	0,0030												
	$\zeta$	0,01																							
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4														
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30												
	$n$ [obr/min]	12 000	14 000	16 000	18 000	20 000	12 000	14 000	16 000	18 000	20 000	12 000	14 000	16 000	18 000	20 000									
		0,0056	0,0031	0,0019	0,0016	0,0008	0,0011	0,0023	0,0043	0,0009	0,0057	0,0088	0,0032	0,0093	0,0027	0,0011	0,0014	0,0017	0,0013	0,0047	0,0066	0,0043	0,0017	0,0119	0,0078
		0,0169	0,0092	0,0046	0,0078	0,0088	0,0056	0,0031	0,0069	0,0055	0,0026	0,0044	0,0048	0,0218	0,0096	0,0043	0,0121	0,0081	0,0042	0,0076	0,0050	0,0030	0,0042	0,0021	0,0014
		0,0267	0,0098	0,0039	0,0155	0,0071	0,0027	0,0062	0,0029	0,0008	0,0067	0,0040	0,0030												
	$\zeta$	0,02																							
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4														
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30												
	$n$ [obr/min]	12 000	14 000	16 000	18 000	20 000	12 000	14 000	16 000	18 000	20 000	12 000	14 000	16 000	18 000	20 000									
		0,0056	0,0031	0,0019	0,0016	0,0008	0,0011	0,0023	0,0043	0,0009	0,0057	0,0088	0,0032	0,0093	0,0027	0,0011	0,0014	0,0017	0,0013	0,0047	0,0066	0,0043	0,0017	0,0119	0,0078
		0,0169	0,0092	0,0046	0,0078	0,0088	0,0056	0,0031	0,0068	0,0055	0,0026	0,0044	0,0048	0,0218	0,0096	0,0043	0,0121	0,0081	0,0042	0,0076	0,0050	0,0030	0,0042	0,0021	0,0014
	0,0267	0,0098	0,0039	0,0155	0,0071	0,0027	0,0062	0,0029	0,0008	0,0067	0,0040	0,0030													

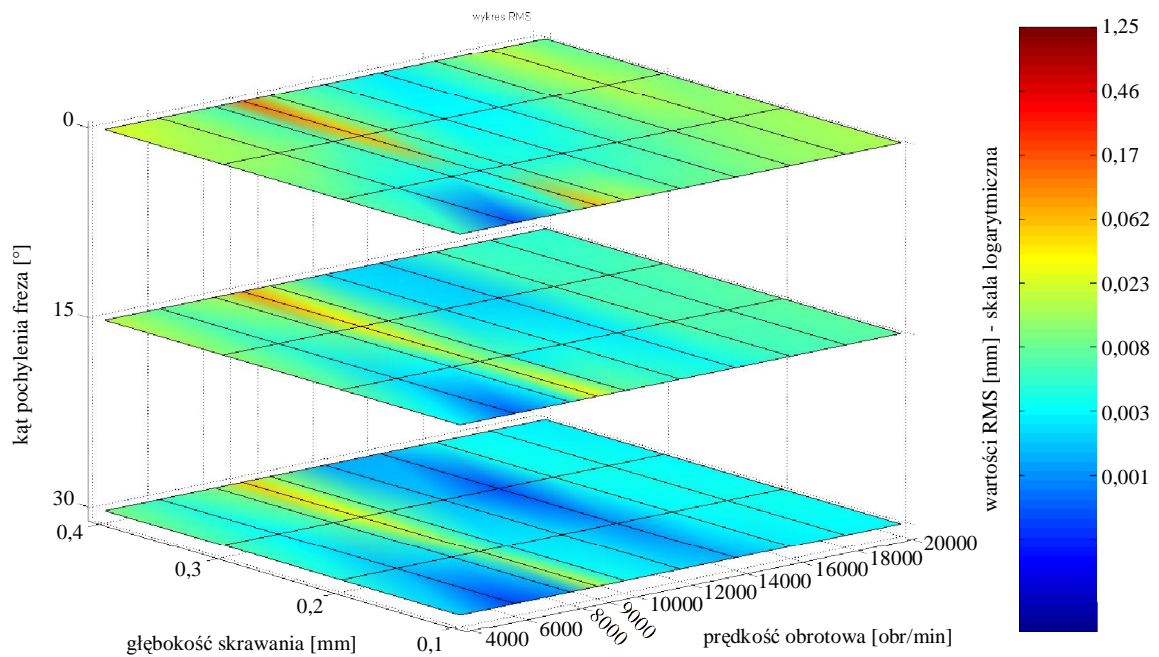


Tabela 26. Zestawienie zbiorcze RMS [mm]. Symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032), z nadzorowaniem

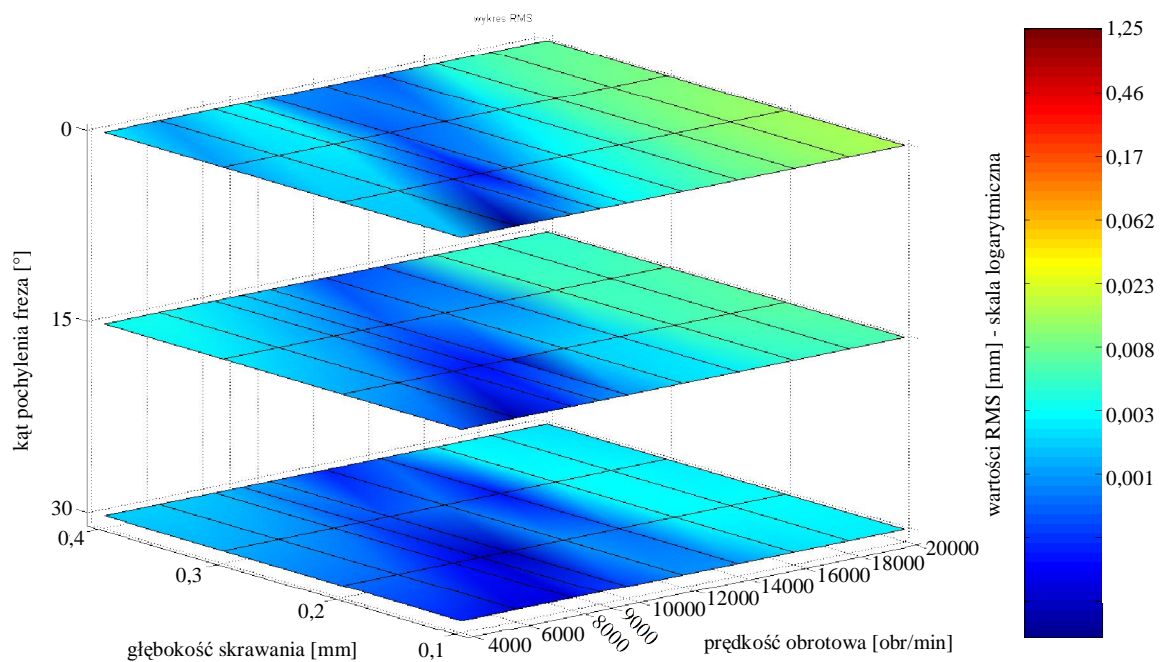
$k_{dl}$ [daN/mm <sup>2</sup> ]													
300	$\zeta$	0,005											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	$n$ [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	4 000	0,0037	0,0054	0,0029	0,0183	0,0132	0,0067	0,2558	0,0063	0,0116	-	0,0094	0,0161
	6 000	0,0071	0,0048	0,0025	0,0139	0,0130	0,0071	0,0592	0,0135	0,0127	-	0,0058	0,0179
	8 000	0,0079	0,0038	0,0014	0,0078	0,0117	0,0068	0,0202	0,0209	0,0116	-	0,0130	0,0159
	9 000	0,0044	0,0024	0,0004	0,0083	0,0108	0,0039	0,0149	0,0198	0,0093	0,0388	0,0287	0,0148
	10 000	0,0022	0,0025	0,0006	0,0033	0,0112	0,0057	0,0156	0,0209	0,0121	0,0377	0,0189	0,0189
	$\zeta$	0,01											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	$n$ [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	4 000	0,0037	0,0054	0,0029	0,0183	0,0132	0,0067	0,2556	0,0063	0,0116	-	0,0093	0,0161
	6 000	0,0071	0,0048	0,0025	0,0139	0,0130	0,0071	0,0592	0,0135	0,0127	-	0,0058	0,0179
8 000	0,0079	0,0038	0,0014	0,0078	0,0117	0,0068	0,0202	0,0209	0,0116	-	0,0130	0,0159	
9 000	0,0044	0,0024	0,0004	0,0083	0,0108	0,0039	0,0149	0,0198	0,0093	0,0388	0,0287	0,0148	
10 000	0,0022	0,0025	0,0006	0,0033	0,0112	0,0057	0,0156	0,0209	0,0121	0,0377	0,0189	0,0189	
$\zeta$	0,02												
$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4			
$n$ / $K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30	
$n$ [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30	
4 000	0,0036	0,0054	0,0029	0,0183	0,0132	0,0067	0,2553	0,0062	0,0116	-	0,0094	0,0161	
6 000	0,0071	0,0048	0,0025	0,0139	0,0130	0,0071	0,0595	0,0135	0,0127	-	0,0058	0,0179	
8 000	0,0079	0,0038	0,0014	0,0078	0,0117	0,0068	0,0202	0,0209	0,0116	-	0,0130	0,0159	
9 000	0,0044	0,0024	0,0004	0,0083	0,0108	0,0039	0,0149	0,0198	0,0093	0,0387	0,0286	0,0148	
10 000	0,0021	0,0025	0,0006	0,0033	0,0112	0,0057	0,0156	0,0209	0,0121	0,0377	0,0189	0,0189	

Tabela 27. Zestawienie zbiorcze RMS [mm]. Symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BAI032), z nadzorem

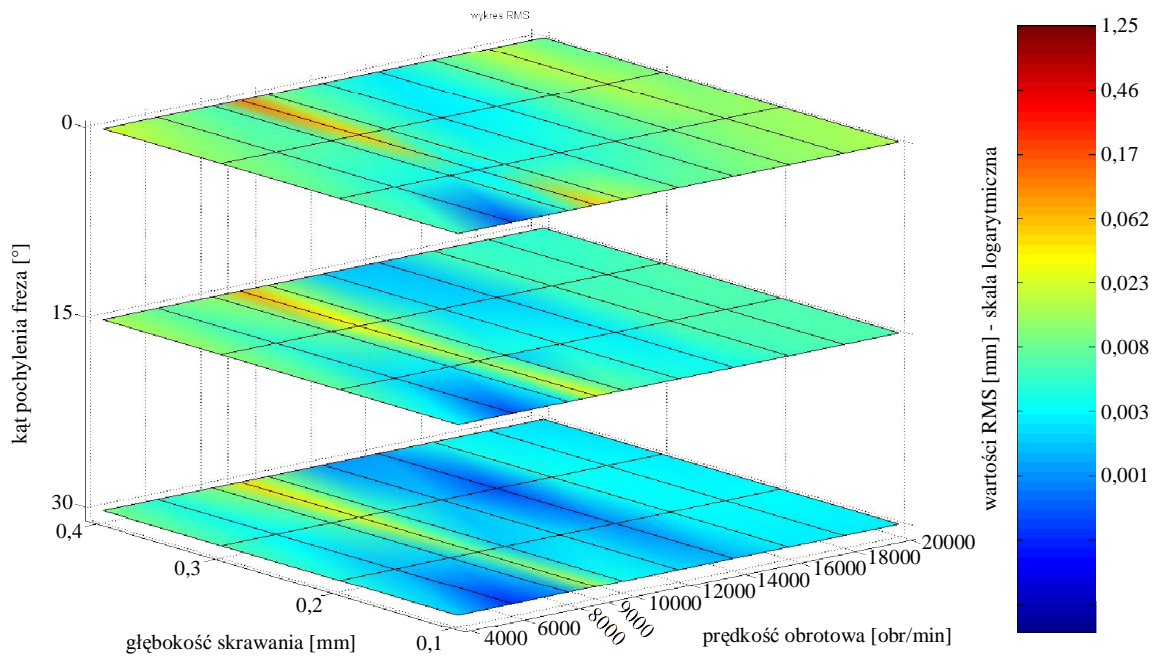
$k_{dl}$ [daN/mm <sup>2</sup> ]													
300	$\zeta$	0,005											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n \backslash K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	$n$ [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	12 000	0,0026	0,0027	0,0025	0,0034	0,0054	0,0006	0,0109	0,0149	0,0046	0,0110	0,0119	0,0101
	14 000	0,0076	0,0009	0,0002	0,0071	0,0101	0,0059	0,0035	0,0218	0,0132	0,0094	0,0340	0,0212
	16 000	0,0200	0,0131	0,0071	0,0048	0,0105	0,0082	0,0041	0,0055	0,0073	0,0083	0,0067	0,0053
	18 000	0,0250	0,0117	0,0056	0,0116	0,0064	0,0040	0,0042	0,0034	0,0011	0,0038	0,0050	0,0045
	20 000	0,0321	0,0099	0,0038	0,0095	0,0024	0,0011	0,0100	0,0112	0,0073	0,0089	0,0241	0,0146
	$\zeta$	0,01											
	$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4		
	$n \backslash K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	$n$ [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30
	12 000	0,0026	0,0027	0,0025	0,0034	0,0054	0,0006	0,0109	0,0150	0,0046	0,0110	0,0119	0,0101
14 000	0,0076	0,0009	0,0002	0,0071	0,0101	0,0059	0,0035	0,0218	0,0132	0,0094	0,0340	0,0212	
16 000	0,0200	0,0131	0,0071	0,0048	0,0105	0,0082	0,0041	0,0055	0,0073	0,0083	0,0067	0,0053	
18 000	0,0250	0,0117	0,0056	0,0116	0,0064	0,0040	0,0042	0,0034	0,0011	0,0038	0,0050	0,0045	
20 000	0,0321	0,0099	0,0038	0,0095	0,0024	0,0011	0,0100	0,0112	0,0073	0,0089	0,0241	0,0146	
$\zeta$	0,02												
$a_p$ [mm]	0,1			0,2			0,3			0,4			
$n \backslash K$ [°]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30	
$n$ [obr/min]	0	15	30	0	15	30	0	15	30	0	15	30	
12 000	0,0026	0,0027	0,0025	0,0034	0,0054	0,0006	0,0109	0,0150	0,0046	0,0110	0,0119	0,0101	
14 000	0,0076	0,0009	0,0002	0,0071	0,0101	0,0059	0,0035	0,0218	0,0132	0,0094	0,0340	0,0212	
16 000	0,0200	0,0131	0,0071	0,0048	0,0105	0,0082	0,0041	0,0055	0,0073	0,0083	0,0067	0,0053	
18 000	0,0250	0,0117	0,0056	0,0116	0,0064	0,0040	0,0042	0,0034	0,0011	0,0038	0,0050	0,0045	
20 000	0,0321	0,0099	0,0038	0,0095	0,0024	0,0011	0,0100	0,0112	0,0073	0,0089	0,0241	0,0146	



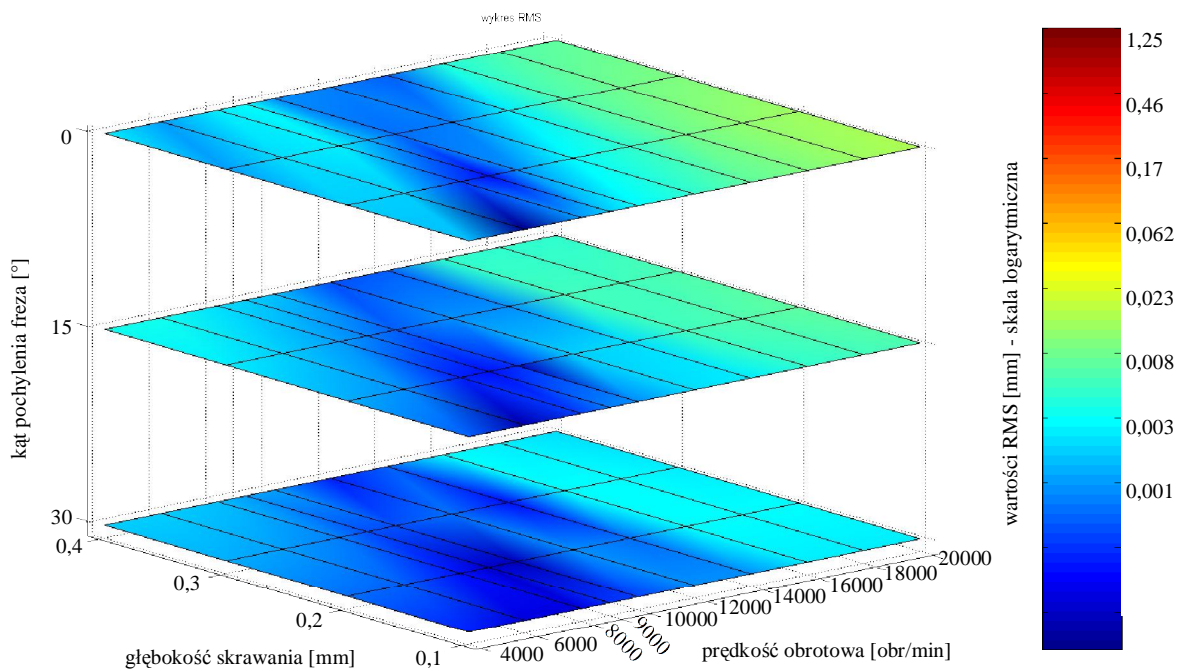
Rys. 181. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, przy braku nadzorowania, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=100 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,005$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



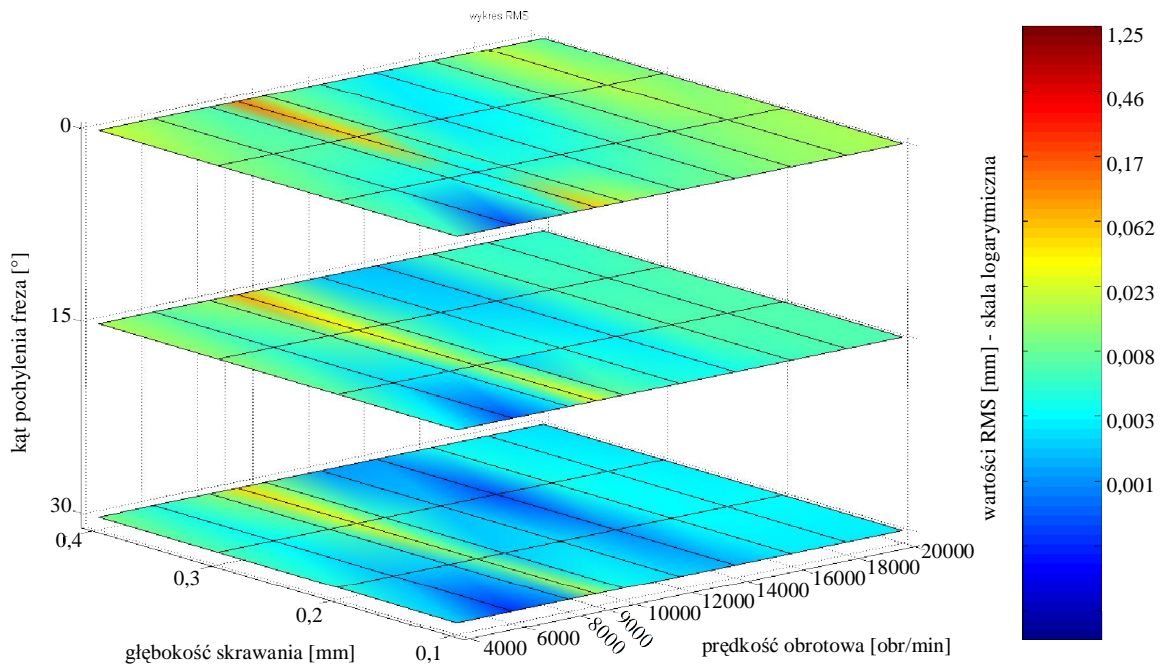
Rys. 182. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, z nadzorowaniem, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=100 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,005$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



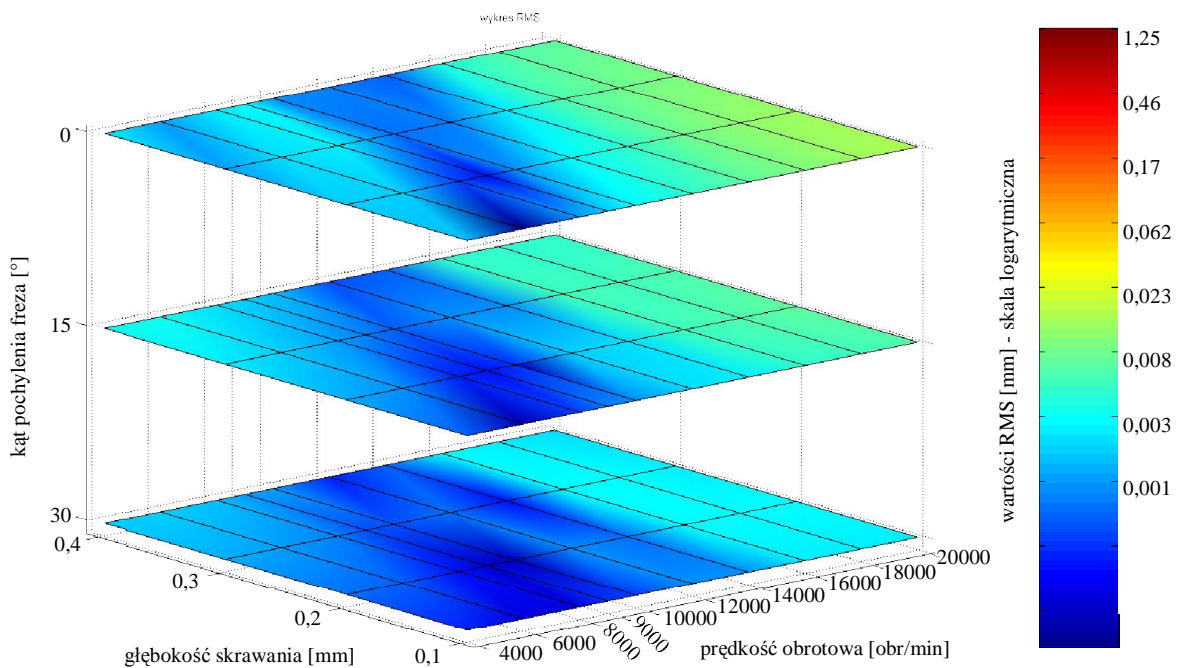
Rys. 183. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, przy braku nadzorowania, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=100 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,01$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



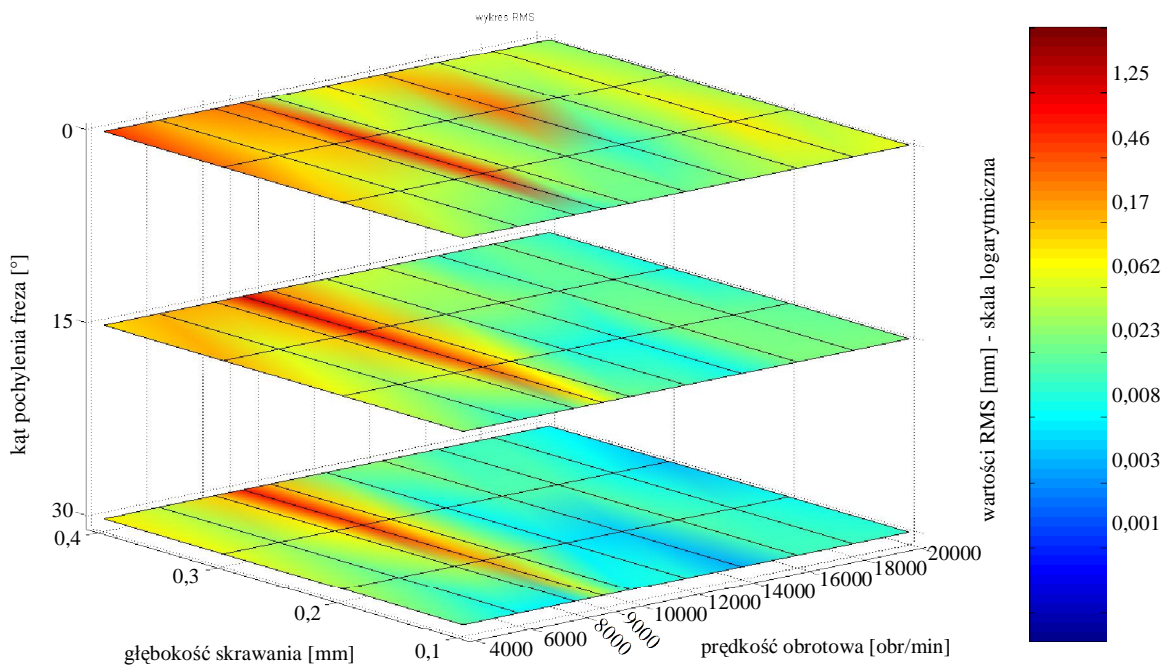
Rys. 184. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, z nadzorowaniem, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=100 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,01$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



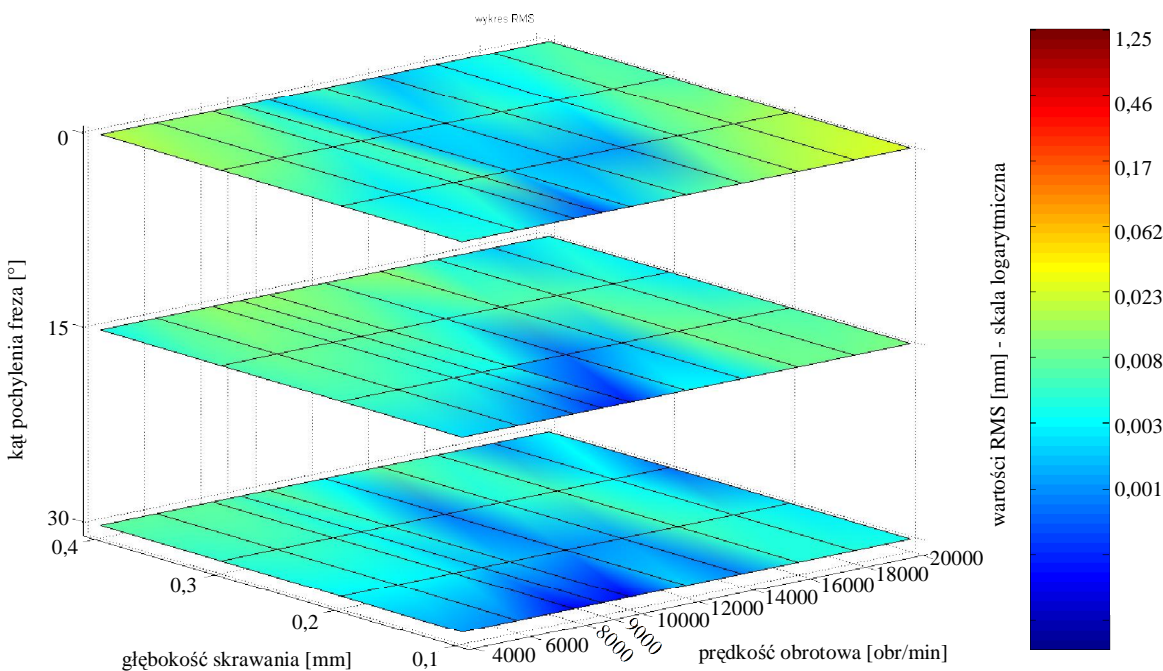
Rys. 185. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, przy braku nadzorowania, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=100 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,02$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



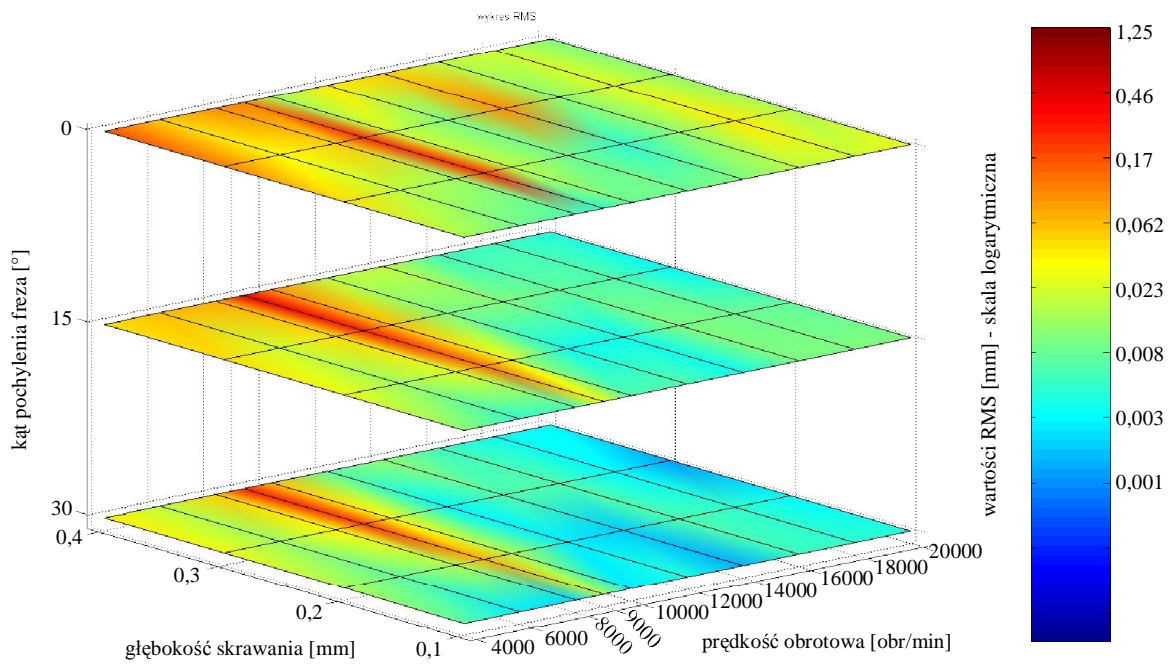
Rys. 186. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, z nadzorowaniem, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=100 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,02$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



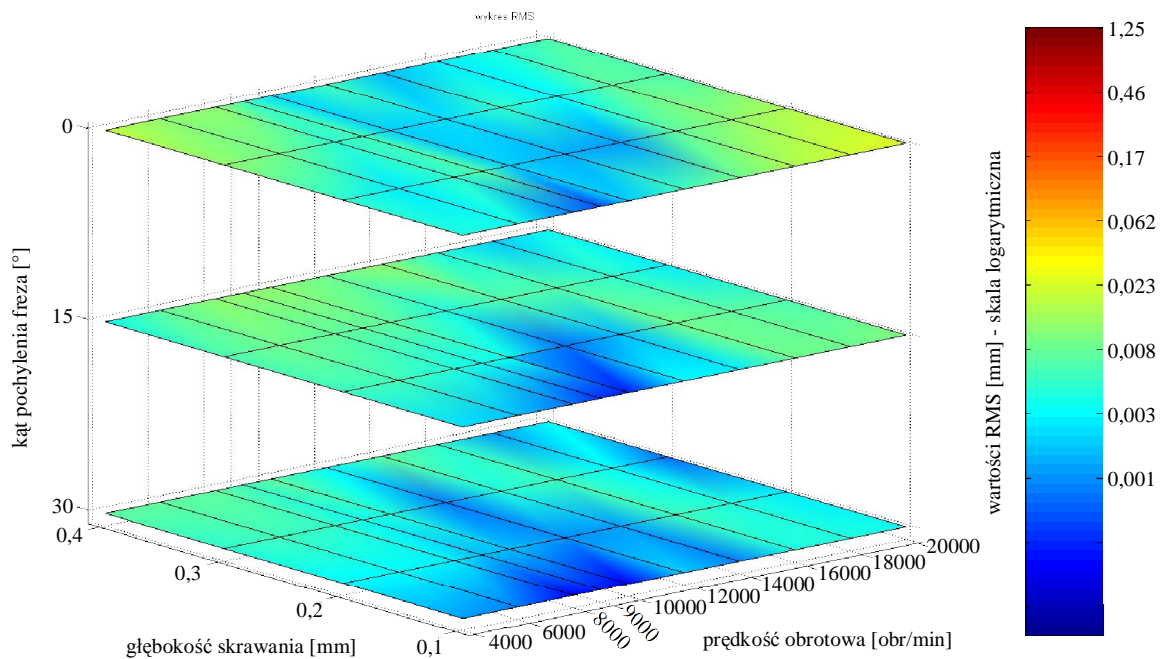
Rys. 187. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, przy braku nadzorowania, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=200 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,005$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



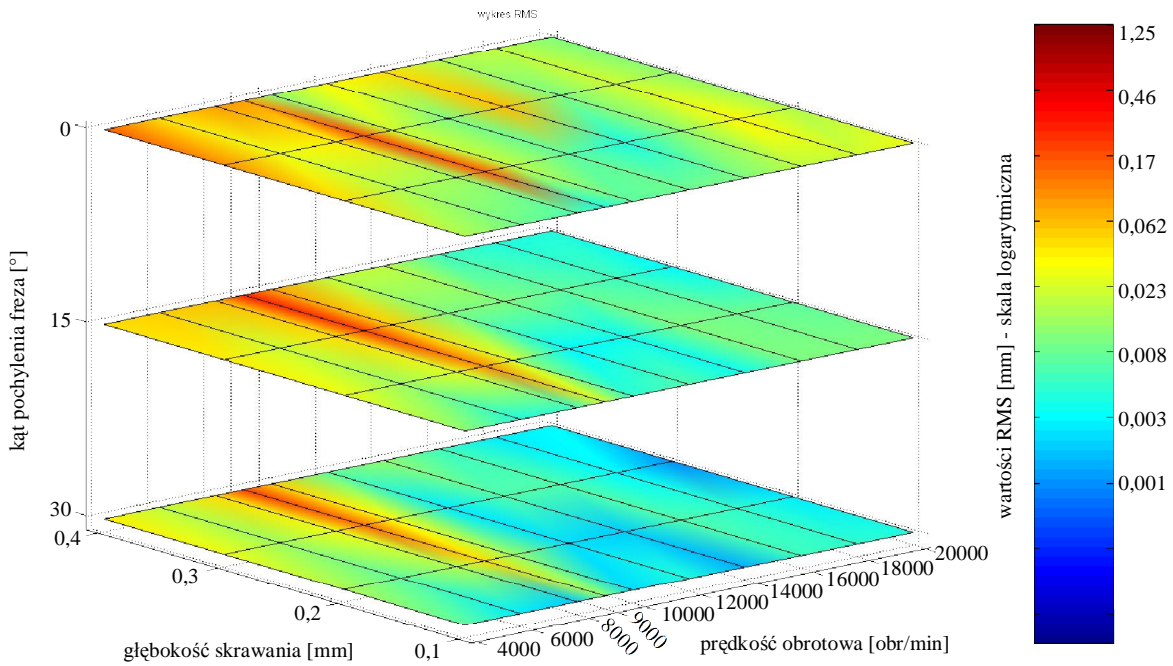
Rys. 188. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, z nadzorowaniem, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=200 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,005$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



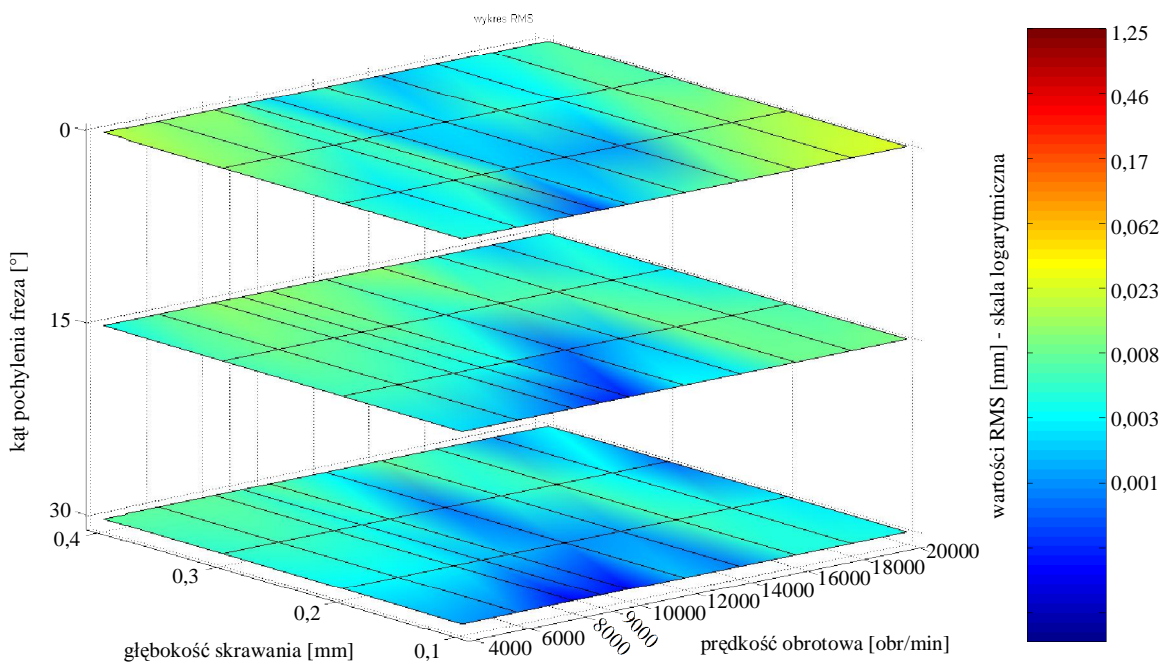
Rys. 189. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, przy braku nadzorowania, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=200 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,01$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



Rys. 190. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, z nadzorowaniem, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=200 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,01$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)

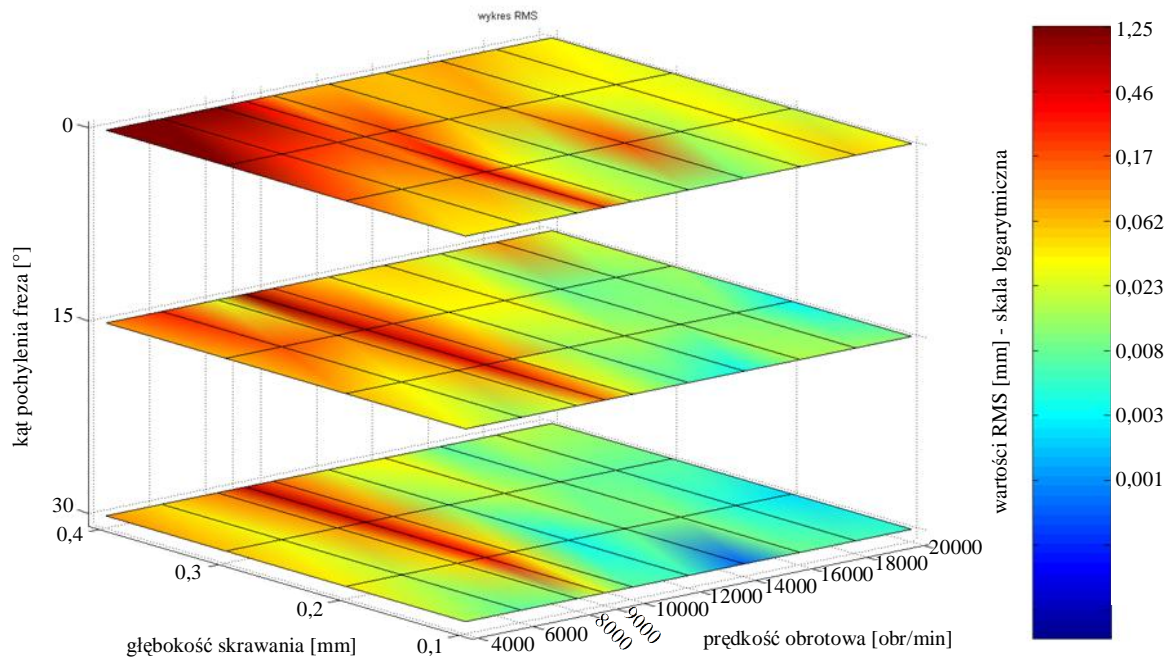


Rys. 191. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, przy braku nadzorowania, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=200 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,02$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)

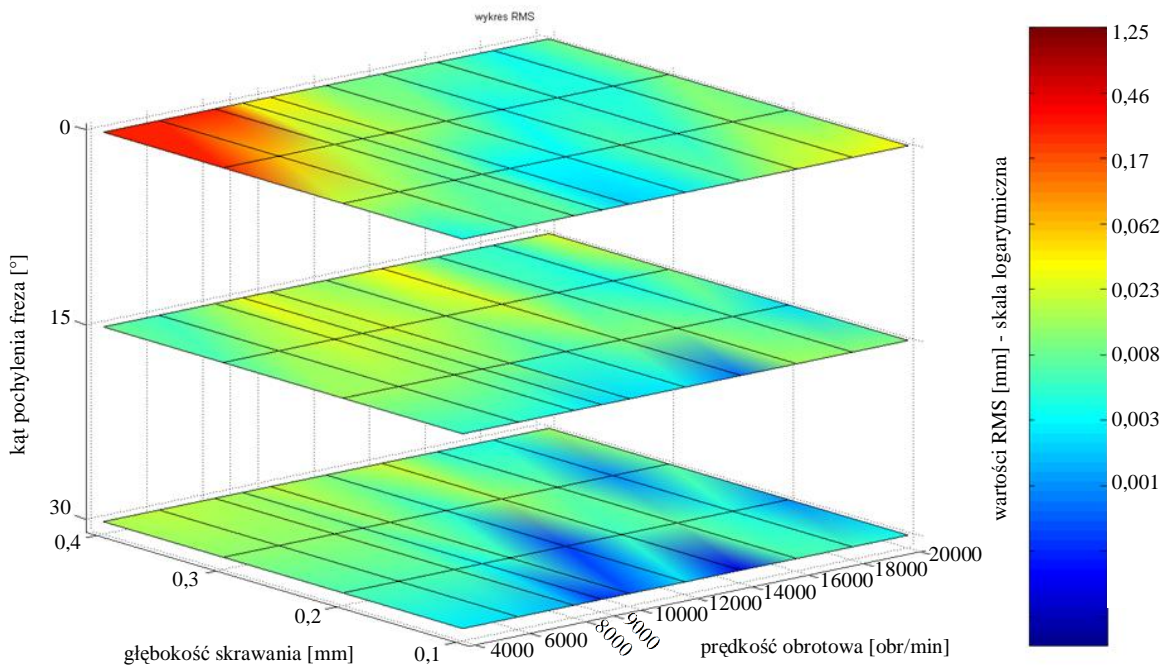


Rys. 192. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, z nadzorowaniem, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=200 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,02$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)

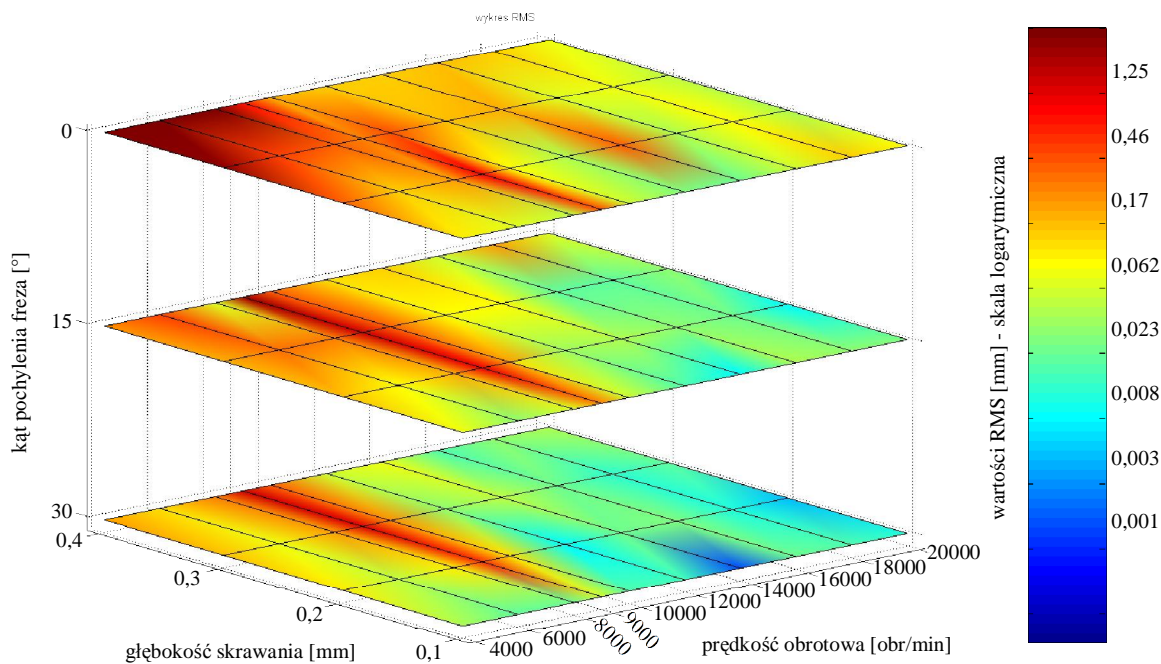




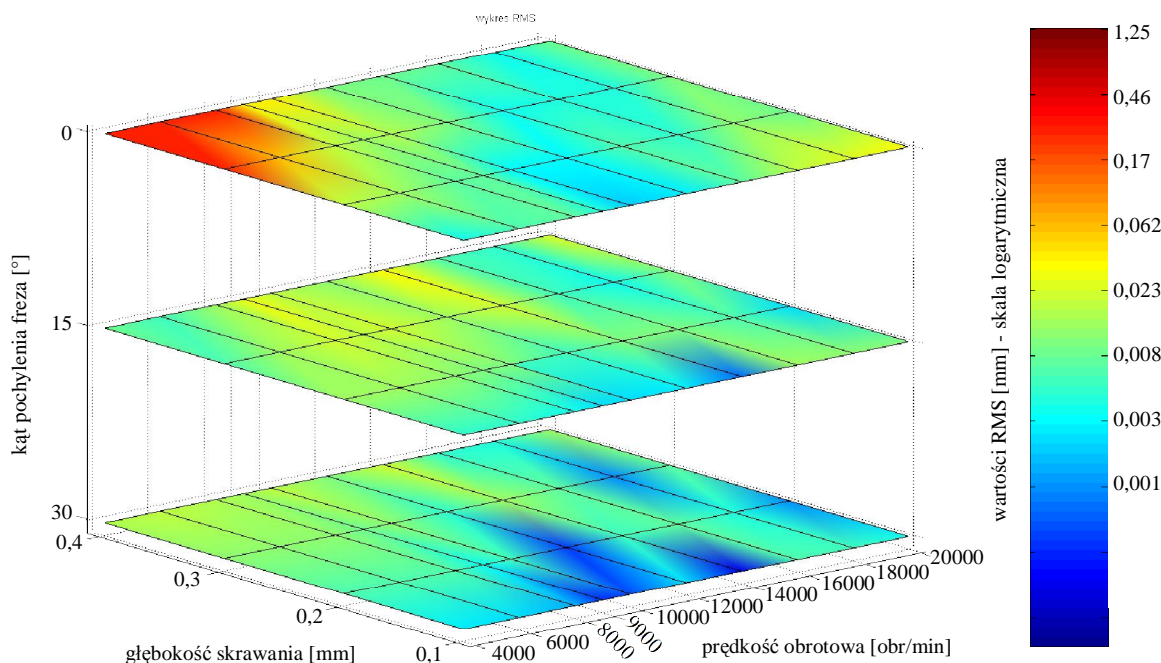
Rys. 193. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, przy braku nadzorowania, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=300 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,005$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



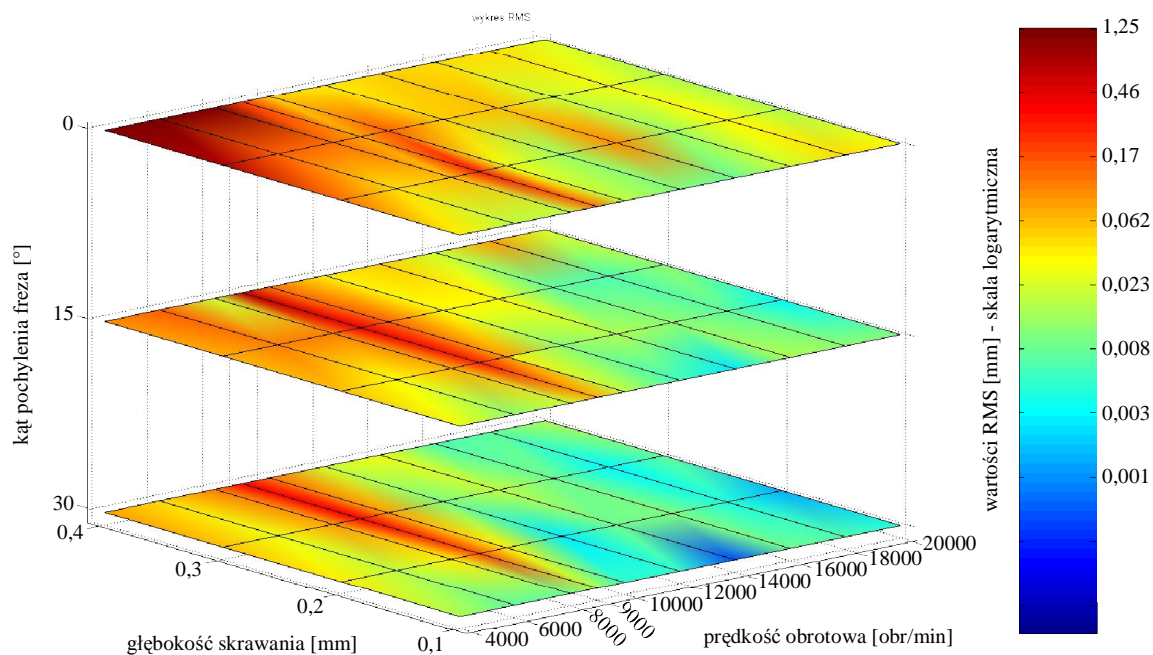
Rys. 194. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, z nadzorowaniem, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=300 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,005$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



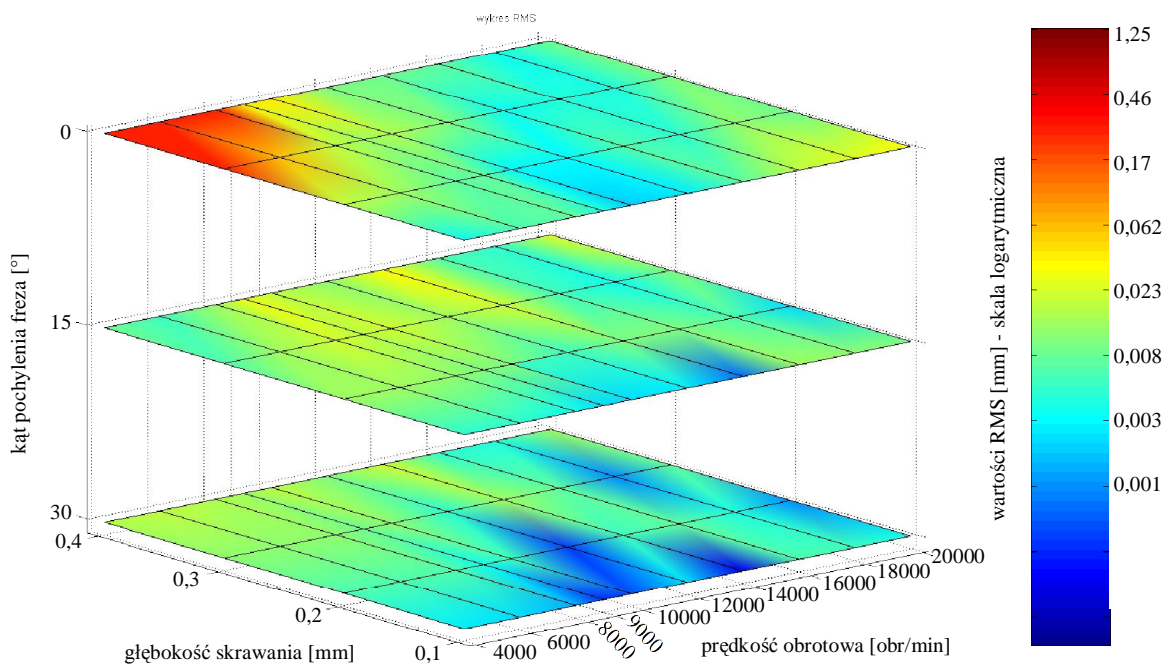
Rys. 195. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, przy braku nadzorowania, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=300 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,01$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



Rys. 196. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, z nadzorowaniem, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=300 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,01$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



Rys. 197. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, przy braku nadzorowania, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=300 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,02$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)



Rys. 198. Zestawienie zbiorcze wartości RMS, przemieszczeń przedmiotu obrabianego w kierunku osi Y, z nadzorowaniem, w zależności od prędkości obrotowej narzędzia, głębokości skrawania i kąta pochylenia osi freza;  $k_{dl}=300 \text{ daN/mm}^2$ ;  $\zeta=0,02$ ; symulacja frezowania płytki wykonanej z brązu CC331G (BA1032)

## 9.5. Opis metody *swept-sine*

Metoda *swept-sine* (zwana też *sine-sweep*) wykorzystuje do wzbudzenia sygnał sinusoidalny, którego częstotliwość zmienia się monotonicznie w funkcji czasu (rys. 199).

Funkcję *swept-sine* możemy zapisać za pomocą wzoru [56]:

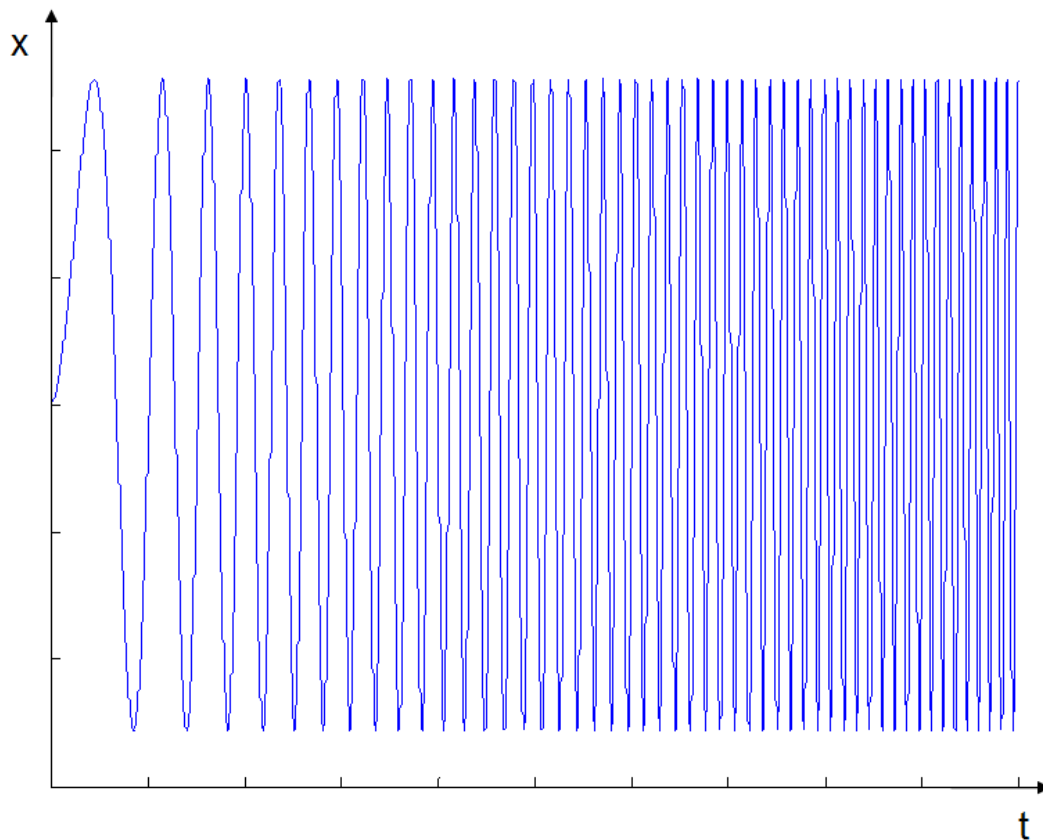
$$x(t) = |X(\omega)| \sin(\omega(t)t + \varphi(\omega)) \quad (110)$$

gdzie:

$\omega(t)$  - częstość kołowa będąca monotoniczną funkcją czasu,

$|X(\omega)|$  - amplituda funkcji sinus zależna od częstości kołowej drgań,

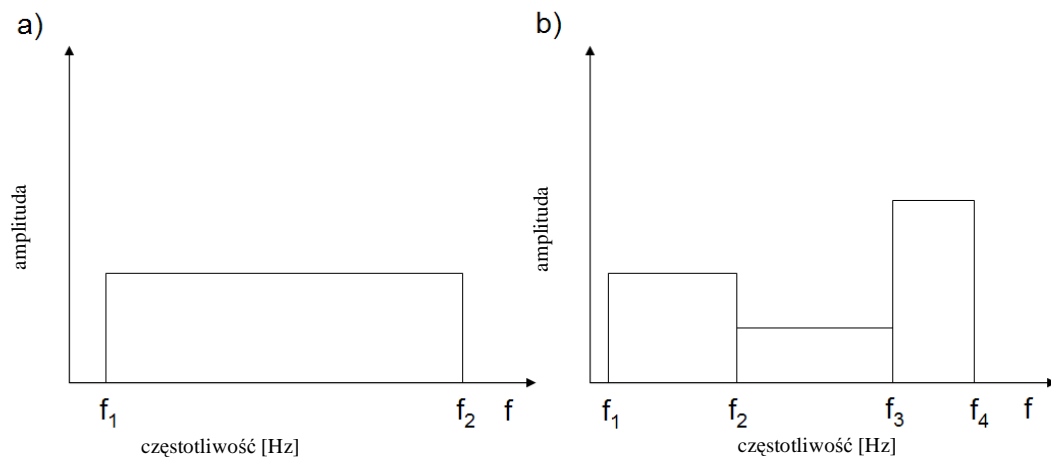
$\varphi(\omega)$  - kat fazowy funkcji sinus zależny od częstości kołowej drgań



Rys. 199. Przykład funkcji *swept-sine*

Przy wykorzystaniu funkcji *swept-sine* jako sygnału wzbudzającego drgania konieczne staje się określenie zakresu częstotliwości oraz kierunku jej zmiany (rosnąco lub malejąco), a także tempa oraz funkcji (zazwyczaj liniowej lub logarytmicznej) tych zmian. Funkcja *swept-sine* może posiadać stałą amplitudę w całym zakresie częstotliwości (rys. 200a), bądź być złożona z kilku przedziałów o różnych wartościach amplitudy (rys. 200b) [114].

Zmienna częstotliwość sygnału *swept-sine* wykorzystanego do wzbudzania drgań określonego obiektu, zawiera w sobie także częstotliwość (lub częstotliwości) drgań własnych tego obiektu. Odpowiedzią na takie pobudzenie rejestrowane przez czujnik będą zatem rezonanse widoczne na wykresach widma amplitudowego.



Rys. 200. Przykłady funkcji *swept-sine* a) o stałej amplitudzie, b) o zmiennej amplitudzie