

**POLITECHNIKA GDAŃSKA**  
**WYDZIAŁ INŻYNIERII LĄDOWEJ I ŚRODOWISKA**  
**KATEDRA HYDROTECHNIKI**

**praca doktorska**

**ANALIZA ZDOLNOŚCI TŁUMIENIA UDERZENIA  
HYDRAULICZNEGO W RUROCIĄGU STALOWYM Z  
BOCZNIKIEM Z TWORZYWA SZTUCZNEGO**

**mgr inż. Paweł Kowalski**

**Promotor: prof. dr hab. inż. Romuald Szymkiewicz**

**GDAŃSK, maj 2007**

## Spis treści

1. Wprowadzenie .....	5
1.1. Zjawisko uderzenia hydraulicznego .....	5
1.2. Przyczyny powstawania i przebieg uderzenia hydraulicznego .....	12
1.3. Metody ograniczania uderzenia hydraulicznego .....	18
2. Cel i zakres pracy .....	21
3. Badania doświadczalne .....	23
3.1. Opis stanowiska badawczego .....	23
3.2. Przebieg pomiarów i wyniki badań eksperymentalnych .....	31
4. Analiza wyników eksperymentu .....	40
5. Model matematyczny uderzenia hydraulicznego .....	60
5.1. Układ równań przepływu nieustalonego w rurociągu .....	60
5.1.1. Współczynnik oporów na długości .....	61
5.1.2. Warunki początkowo – brzegowe .....	65
5.1.3. Warunek brzegowy w przypadku istnienia bocznika polietylenowego .....	68
5.2. Numeryczne metody rozwiązywania układu równań uderzenia hydraulicznego .....	73
5.2.1. Metoda charakterystyk .....	73
5.2.2. Metoda różnic skończonych – niejawny schemat czteropunktowy .....	80
5.2.3. Metoda elementów skończonych .....	86
5.2.4. Porównanie metod obliczeniowych .....	91
6. Obliczenia numeryczne .....	96
6.1. Obliczenia numeryczne dla rurociągu prostego .....	96
6.2. Obliczenia numeryczne dla układu rurociąg – boczniak .....	101
6.2.1. Boczniak jako element elastyczny .....	101
6.2.2. Boczniak jako element wiskoelastyczny Kelvina – Voighta .....	105
7. Podsumowanie i wnioski .....	113
Spis literatury .....	117
Załącznik .....	122

## Wykaz ważniejszych oznaczeń

- $c$  – prędkość fali ciśnienia,  
 $c_0$  – prędkość fali ciśnienia w rurociągu stalowym,  
 $c_d$  – prędkość fali ciśnienia w boczniku,  
 $C_a$  – liczba Couranta,  
 $d$  – średnica wewnętrzna przewodu,  
 $D_d$  – średnica bocznika,  
 $e$  – grubość ścianki przewodu,  
 $e_d$  – grubość ścianki bocznika,  
 $E$  – moduł Younga materiału przewodu,  
 $E_d$  – moduł Younga bocznika,  
 $f$  – współczynnik oporów na długości,  
 $g$  – przyspieszenia grawitacyjne,  
 $h_L$  – ciśnienie na końcu rurociągu,  
 $H$  – ciśnienie piezometryczne w rurociągu,  
 $H_0$  – ciśnienie początkowe, w momencie powstania zakłócenia,  
 $H_A$  – wartość amplitudy ciśnienia,  
 $k$  – chropowatość bezwzględna rurociągu,  
 $K$  – moduł ściśliwości cieczy,  
 $l$  – długość bocznika,  
 $L$  – długość przewodu,  
 $n$  – indeks poziomu czasowego,  
 $P_L$  – ciśnienie w boczniku,  
 $q$  – natężenie przepływu,  
 $Q_L$  – natężenie przepływu na końcu rurociągu,  
 $r$  – promień rury,  
 $R_e$  – liczba Reynoldsa,  
 $s$  – droga,  
 $t$  – czas,  
 $t_0$  – czas rozpoczęcia przepływu nieustalonego,  
 $t_n$  – czas napełniania naczynia pomiarowego,  
 $t_z$  – czas zamykania zaworu,  
 $T_c$  – okres fali ciśnienia,

$T_w$  – temperatury wody,  
 $u$  – średnia prędkość przepływu w przewodzie,  
 $U$  – prędkość,  
 $U_0$  – średnia prędkość przepływu cieczy w momencie powstania zakłócenia  
 $W$  – objętość cieczy,  
 $W_d$  – objętość bocznika,  
 $x$  – położenie,  
 $\Delta t$  – krok całkowania,  
 $\Delta p$  – przyrost ciśnienia,  
 $\Delta U$  – przyrost prędkości,  
 $\delta$  – dekrement tłumienia drgań,  
 $\varepsilon$  – chropowatość względna rurociągu,  
 $\varepsilon_H$  – dokładność obliczenia wysokości ciśnienia,  
 $\varepsilon_u$  – dokładność obliczenia prędkości przepływu,  
 $\mu$  – współczynnik Poissona,  
 $\mu_0$  – dynamiczny współczynnik lepkości cieczy,  
 $\nu$  – kinematyczny współczynnik lepkości cieczy,  
 $\theta$  – parametr wagowy,  
 $\rho$  – gęstość cieczy,  
 $\tau$  – czas opóźnienia elementu Kelvina–Voighta,  
 $\psi$  – parametr wagowy,

# 1. WPROWADZENIE

## 1.1. Zjawisko uderzenia hydraulicznego

Pod pojęciem *uderzenia hydraulicznego* rozumiemy gwałtowne zmiany ciśnienia w przewodzie całkowicie wypełnionym cieczą spowodowane nagłymi zmianami prędkości przepływającej cieczy. Zwiększenie prędkości, np. wskutek otwarcia zaworu, wywołuje na początku spadek ciśnienia. Jest to tzw. *uderzenie hydrauliczne ujemne*. Zmniejszenie prędkości, np. wskutek zamykania zaworu, powoduje początkowo wzrost ciśnienia. Jest to tzw. *uderzenie hydrauliczne dodatnie*. Przyrosty ciśnienia, zarówno dla uderzenia hydraulicznego dodatniego i ujemnego, oblicza się ze wzoru opublikowanego po raz pierwszy przez Żukowskiego w roku 1889 i Allievi'ego w roku 1913 (Żukowski, 1889; Allievi, 1913):

$$\Delta p = \pm \rho \cdot c \cdot \Delta U \quad (1.1)$$

gdzie:  $\Delta p$  – przyrost ciśnienia [Pa],

$\Delta U$  – przyrost prędkości [m/s],

$c$  – prędkość fali podwyższonego ciśnienia [m/s],

$\rho$  – gęstość cieczy [kg/m<sup>3</sup>].

Przepływy występujące w trakcie uderzenia hydraulicznego są przepływami nieustalonymi wywołanymi bezwładnością masy cieczy poruszającej się w rurociągu, której prędkość uległa zmianie. Oznacza to, że zarówno średnia prędkość w dowolnym przekroju rurociągu jak i ciśnienie są funkcjami czasu. Gwałtowna zmiana prędkości i strumienia masy przepływającej cieczy powoduje miejscową zmianę udziałów energii kinetycznej i potencjalnej w energii całkowitej, wyrażającej się wzrostem lub spadkiem ciśnienia. W warunkach bardzo szybkiego wyhamowania prędkości strumienia następuje gwałtowny spadek energii kinetycznej, co powoduje nagły wzrost energii potencjalnej uzewnętrzniający się dużym przyrostem ciśnienia.

Na przebieg zjawiska uderzenia hydraulicznego znaczny wpływ ma ściśliwość cieczy oraz sprężystość ścianek rurociągu. W skrajnych przypadkach gwałtowny przyrost ciśnienia może wywoływać przekroczenie wartości krytycznych naprężeń rozrywających w ściankach rurociągu. Zapobieganie powstawaniu tego typu naprężeń, a także dobór takich parametrów przewodów i elementów instalacji sanitarnych, które będą w stanie wytrzymać niszczący

wpływ uderzenia hydraulicznego, jest jednym z poważniejszych problemów projektanta instalacji sanitarnych.

Uderzenie hydrauliczne i zjawisko przepływu nieustalonego znane są od drugiej połowy XIX wieku. Przebieg uderzenia hydraulicznego i związanego z nim zaburzenia przemieszczającego się w przewodzie jest na tyle skomplikowany, że nie da się go opisać w prosty i bezpośredni sposób. Toteż, mimo upływu lat i wielu badań poświęconych zjawisku uderzenia hydraulicznego, jego charakter nie jest jeszcze w pełni zbadany. Fakt, że cały czas publikowane są wyniki nowych badań świadczy, iż naukowcy wciąż starają się poszerzyć wiedzę na temat przepływów nieustalonych. Pojawiają się próby innego spojrzenia na procesy rządzące zjawiskiem, nowatorskie metody opisu parametrów ruchu cieczy, a także analizy działania coraz bardziej rozbudowanych sieci przewodów. Powoduje to coraz lepsze rozpoznanie procesów występujących w rzeczywistej sieci wodociągowej i innych układach przewodów ciśnieniowych, z którymi można spotkać się w wielu dziedzinach przemysłu.

Od momentu publikacji pierwszej pracy na temat przepływów nieustalonych minęło już prawie 150 lat. W ciągu tylu lat postęp techniczny zweryfikował niektóre tezy pochodzące z XIX wieku. Pierwszym badaczem, który opublikował pracę na temat przepływów nieustalonych był L. F. Menabrea (1858), a po nim J. Michaud (1878), który zajął się problematyką ograniczania maksymalnych ciśnień, powstających w trakcie uderzeń hydraulicznych za pomocą zbiorników wodno – powietrznych i zaworów bezpieczeństwa. Podstawy obecnej teorii uderzenia hydraulicznego są efektem badań Żukowskiego (1889) i Allievi'ego (1903, 1913, 1937).

Żukowski jako pierwszy prowadził badania w skali rzeczywistej. Analizował on pracę trzech przewodów sieci wodociągowej w Moskwie, różniących się długością i średnicą. Oprócz podstaw teorii zjawiska Żukowski zaproponował wzór na wyznaczenie prędkości fali ciśnienia uwzględniający parametry materiału rurociągu – sprężystość ścianek i ściśliwość cieczy. Zajął się również problematyką rozprzestrzeniania się fali ciśnienia w przewodzie i odbiciami tejże fali w węzłach sieci wodociągowej. Prace Żukowskiego obejmują także analizę wpływu komór wyrównawczych, sprężynowych zaworów bezpieczeństwa i zbiorników wodno – powietrznych na wielkość ciśnień w trakcie przebiegu uderzenia hydraulicznego. Ponadto Żukowski wyprowadził formułę na wyznaczenie czasu zamykania zaworu, przy którym powstanie uderzenie hydrauliczne tzw. proste, wywołujące maksymalny przyrost ciśnienia w przewodzie. Jest on następujący:

$$t_z \leq T_c = \frac{2L}{c} \quad (1.2)$$

gdzie:  $t_z$  – czas zamykania zaworu [s],

$T_c$  – okres fali ciśnienia [s],

$L$  – długość przewodu [m],

$c$  – prędkość fali ciśnienia [m/s].

Ze wzoru (1.2) wynika, że uderzenie hydrauliczne proste powstanie jeśli zawór zostanie całkowicie zamknięty zanim dotrze do niego fala ciśnienia odbitego. W publikacji Żukowskiego zamieszczono także wzór (1.1) na przyrost ciśnienia  $\Delta p$  podczas uderzenia hydraulicznego, jak również wzór na wyznaczanie prędkości fali ciśnienia  $c$  (szerzej omówiony w dalszej części pracy):

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho \left( \frac{1}{K} + \psi \frac{d}{E \cdot e} \right)}} \quad (1.3)$$

gdzie:  $c$  – prędkość fali ciśnienia [m/s],

$\rho$  – gęstość cieczy [ $\text{kg/m}^3$ ],

$K$  – moduł sprężystości cieczy [Pa],

$E$  – moduł sprężystości materiału przewodu – moduł Younga [Pa],

$e$  – grubość ścianki przewodu [m],

$d$  – średnica wewnętrzna przewodu [m],

$\psi$  – współczynnik korekcyjny.

Do wyprowadzenia tej formuły Żukowski wykorzystał wzór podany przez Kortewega (1878).

Występujący we wzorze (1.3) współczynnik korekcyjny  $\psi$  uwzględnia sposób zamocowania przewodu. W analizach teoretycznych rozróżnia się trzy warunki podparcia przewodu (Parmakian, 1963) i wynikające z tego wartości współczynnika  $\psi$ :

- rura zamocowana ze złączkami przesuwными na całej długości – naprężenia osiowe przewodu całkowicie pominięte:

$$\psi = 1,0 \quad (1.4)$$

- rura zamocowana całkowicie na przesunięcia osiowe – odkształcenia osiowe są nieznaczące:

$$\psi = 1,0 - \mu^2 \quad (1.5)$$

- rura zamocowana jedynie na wylocie – naprężenia osiowe w ściankach przewodu są proporcjonalne do ciśnienia cieczy działającego na wylocie na swobodnie podpartą i zamkniętą zasuwę:

$$\psi = 1,0 - 0,5 \cdot \mu \quad (1.6)$$

gdzie:  $\mu$  – współczynnik Poissona.

Wzór na prędkość fali ciśnienia w elastycznych przewodach ściśliwych wyprowadził Korteweg (1878) z zależności:

$$\frac{1}{c^2} = \frac{1}{c_0^2} + \frac{1}{c_1^2} \quad (1.7)$$

Potraktował on rurę jako szereg nieważkich pierścieni rozszerzających i kurczących się wprost proporcjonalnie do ciśnienia cieczy wewnątrz przewodu. Występujące w formule (1.7) prędkości  $c_0$  i  $c_1$  są równe odpowiednio:

$$c_0 = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (1.8)$$

Jest to wzór na prędkość dźwięku w płynnym ośrodku nieograniczonym opracowany przez Laplace'a na przełomie XVIII i XIX wieku. Natomiast  $c_1$  wyraża prędkość przemieszczania się zaburzeń ciśnienia w przewodach elastycznych takich jak węże gumowe, naczynia krwionośne itp. (Young, 1808; Weber, 1866). Jest ona równa:

$$c_1 = \sqrt{\frac{E \cdot e}{\rho \cdot D}} \quad (1.9)$$



Kolejnym prekursorem badań nad uderzeniem hydraulicznym był Allievi, który pierwszą pracę opublikował w 1903 roku. Do jego zasług należy wyprowadzenie dokładniejszej postaci równania ruchu i wykazanie, że człon reprezentujący adwekcję prędkości w równaniu ruchu może zostać pominięty w obliczeniach, gdyż z praktycznego punktu widzenia nie ma on większego wpływu na rezultaty obliczeń. Allievi zaproponował dwa bezwymiarowe parametry  $\sigma$  i  $\theta$ , występujące w równaniach opisujących przepływy nieustalone (Allievi, 1903):

$$\sigma = c \cdot \frac{w_0}{2gH_0} \quad , \quad \theta = c \cdot \frac{T_c}{2L} \quad (1.10, 1.11)$$

gdzie:  $c$  – prędkość fali ciśnienia [m/s],

$w_0$  – prędkość cieczy [m/s],

$g$  – przyspieszenie ziemskie [m/s<sup>2</sup>],

$H_0$  – ciśnienie [m<sub>H<sub>2</sub>O</sub>],

$T_c$  – okres fali ciśnienia [s],

$L$  – długość przewodu [m].

Parametr  $\sigma$  wyraża stosunek energii kinetycznej do energii potencjalnej przy ciśnieniu  $H_0$  panującym w przewodzie, natomiast parametr  $\theta$  dotyczy charakterystyki zamykania zaworu.

Sposób opisu przepływów nieustalonych zaproponowany przez Żukowskiego i Allieviego był stosowany do lat trzydziestych XX wieku. W roku 1919 Gibson opublikował pracę uwzględniającą, w równaniach ruchu nieustalonego nieliniową postać członu tarcia. Z kolei Wood (1937) i Löwy (1928) w 1928 roku niezależnie zaproponowali metodę graficzną rozwiązywania równań ruchu nieustalonego. Löwy badał również zjawisko rezonansu wywołwanego okresowym zamykaniem zaworów i spadków ciśnienia wymuszanych częściowym otwarciem zaworów i zasuw.

Po raz pierwszy problematykę przepływów nieustalonych i zjawisko uderzenia hydraulicznego zaprezentowano na forum międzynarodowym w trakcie sympozjum w Chicago w 1933 roku. Organizatorami były istniejące do dnia dzisiejszego dwa amerykańskie stowarzyszenia: *American Society of Civil Engineers* i *American Society of Mechanical Engineers*. Kolejne sympozjum na którym poruszono tematykę uderzenia hydraulicznego

odbyło się w 1937 roku. Zaprezentowano wówczas, oprócz prac poświęconych przepływowi nieustalonym, również prace poruszające temat urządzeń przeciwdziałających skutkom gwałtownych wzrostów ciśnień w przewodach takich jak: zbiorniki wodno – powietrzne i zawory bezpieczeństwa. Prezentowano także wyniki badań na obiektach rzeczywistych.

Połowa XX wieku przyniosła publikacje pierwszych książek na temat przepływów nieustalonych. W roku 1951 Rich wydał „*Hydraulics Transients*”, w roku 1955 Parmakian „*Water-hammer analysis*”, zaś w roku 1956 Jeager opublikował „*Engineering Fluid Mechanics*”. Pracą godną uwagi była również publikacja Ruus’a z 1966 roku dotycząca optymalnego sposobu zamykania zaworu, aby nie przekroczyć ciśnienia maksymalnego. Problemem tym zajmowali się potem Cabelca i Franc w 1959 roku, jak również Streeter w 1963 roku.

W 1962 roku po raz pierwszy do obliczeń numerycznych przepływów nieustalonych Chintu Lai (1962) zastosował na szerszą skalę komputer. Obliczenia wykonywał metodą charakterystyk opracowaną w 1953 roku przez Gray’a (1953). Lai analizował przebieg zjawiska uderzenia hydraulicznego w przewodach o stałej i skokowo zmiennej średnicy z uwzględnieniem tarcia.

W 1962 roku Streeter i Lai opublikowali jako pierwsi pracę zawierającą weryfikację modelu obliczeniowego w oparciu o badania i pomiary na stanowisku laboratoryjnym. Publikację tę cytuje się w większości prac poświęconych analizie zjawiska uderzenia hydraulicznego.

Polscy naukowcy również publikowali i publikują prace poświęcone uderzeniom hydraulicznym i przepływowi nieustalonym. Na przykład Bednarczyk opublikował prace dotyczące rozprzestrzeniania się fali ciśnienia w rurociągach, sztolniach i przepływach nieustalonych w przewodach ciśnieniowych (Bednarczyk, 1970, 1972, 1974), oraz na temat stanów nieustalonych odwracalnych maszyn hydraulicznych (Bednarczyk i Szudek, 1976). Zagadnieniami uderzenia hydraulicznego w układach wirowych maszyn wodnych zajmował się Adamkowski. Swoje analizy przedstawił w pracach z lat 1988, 1994 i 1996. W czasopiśmie polskich i zagranicznych pojawiło się wiele publikacji Mitoska na temat przepływów nieustalonych. Szczególnie interesujące są badania Mitoska przeprowadzone na przewodach o elastycznych ściankach. Zbadano między innymi wpływ wymiarów geometrycznych oraz sprężystość ścian przewodu na cykliczność oscylacji ciśnienia. Wyprowadzono równanie na wyznaczenie prędkości fali ciśnienia w mieszaninie gazu i cieczy. Wykonane doświadczenia zweryfikowały możliwość wykorzystania równań analitycznych do oceny badań przepływu cieczy w przewodach elastycznych. W 2000 roku

Mitosek opublikował pracę przedstawiającą zagadnienie przebiegu uderzenia hydraulicznego w przewodach wykonanych ze stali, polietylenu średniej gęstości (MDPE) i nieplastifikowanego polichlorku winylu (PVC-U).

Kolejnym polskim badaczem publikującym na temat uderzenia hydraulicznego jest Niełacny. W swojej monografii (Niełacny, 2002) analizuje występowanie uderzeń hydraulicznych w sieci wodociągowej, a także wpływ zbiorników wodno – powietrznych na tłumienie ciśnień powstających w trakcie uderzeń hydraulicznych.

W 1975 roku Szymkiewicz opublikował pracę na temat analizy przepływów nieustalonych w rozgałęzionej sieci wodociągowej o zmiennej średnicy przewodów. Do obliczeń zastosował metodę, która nie wymagała wprowadzania uproszczeń w postaci średnicy zastępczej, czy pominięcia wpływu tarcia. Takie podejście do problemu umożliwia analizę uderzenia hydraulicznego w dowolnej sieci rozgałęzionej.

Autorem licznych prac poświęconych zjawisku uderzenia hydraulicznego jest Wichowski. Pierwszą pracą tego autora była powstała w 1976 roku publikacja opisująca zjawisko od strony teoretycznej i metody obliczeniowe (Wichowski, 1976). Tego samego roku Wichowski opublikował wyniki prowadzonych przez siebie badań eksperymentalnych (Wichowski, 1976). Badania prowadzone były na obiektach rzeczywistych i w laboratorium. W kolejnych latach badacz zajął się problematyką zjawiska uderzenia hydraulicznego w układach pompowych (Wichowski, 1980), a także uderzeniem hydraulicznym w przewodach wodociągowych. W swoich pracach przedstawił porównanie wyników pomiarów i rezultatów obliczeń numerycznych (Wichowski, 1983, 1984). Kolejne publikacje dotyczyły modelowania przepływów nieustalonych w sieci pierścieniowej i promieniowej (Wichowski, 1999, 2002).

Większość opublikowanych prac dotyczy analizy teoretycznej zjawiska uderzenia hydraulicznego. Bardzo mało jest prac zawierających wyniki eksperymentów doświadczalnych. Specyfika przebiegu uderzenia hydraulicznego stawia przed wykonawcą eksperymentów doświadczalnych wiele barier. Należy dobrać odpowiednio wrażliwe czujniki ciśnienia i aparaturę zdolną zarejestrować bardzo szybkie zmiany ciśnienia. Jedną z pierwszych prac zawierających wyniki eksperymentów i obliczeń była publikacja Streetera i Lai z 1962 roku. Wykonano wówczas pomiary ciśnień dla dwóch układów: pojedynczego przewodu miedzianego długości 91,44 m i średnicy wewnętrznej 11 mm oraz dwóch połączonych szeregowo o długości 91,44 m i średnicy wewnętrznej 8 mm i 11 mm. W trakcie pomiarów zjawisko uderzenia hydraulicznego wywoływano zamykaniem zaworu umieszczonego na końcu przewodu. Pezzinga i Scandura (1999, 2000, 2002) także

opublikowali wyniki obliczeń numerycznych i pomiarów na stanowisku doświadczalnym wykonanych w Instytucie Hydrauliki, Hydrologii i Gospodarki Wodnej Uniwersytetu w Katanii. Chociaż rozwój techniki umożliwia coraz dokładniejsze pomiary ciśnienia i badanie bardziej skomplikowanych układów przewodów, to jednak stosunkowo niewiele prac dotyczy przepływów nieustalonych w rozbudowanych sieciach przewodów. Jedną z pierwszych publikacji na ten temat była praca Streetera zamieszczona w *Journal of the Hydraulics Division* (Streeter, 1967). Analizowana sieć pierścieniowa mogła zawierać stacje pomp i zbiorniki wyrównawcze o dowolnym usytuowaniu.

## 1.2. Przyczyny powstawania i przebieg uderzenia hydraulicznego

Zjawiska uderzeń hydraulicznych powstające na użytkowanych elementach instalacji sanitarnych są przyczyną wielu awarii takich jak: zniszczenie rurociągu, uszkodzenie pompy lub zaworu zwrotnego. Najczęściej uderzenia hydrauliczne pojawiają się kilkakrotnie na tym samym elemencie instalacji. Takie cykliczne wahania ciśnienia znacznie przyspieszają proces tzw. zmęczenia materiału ścianek przewodu. Wynikiem jest pojawianie się nieszczelności sieci. Z kolei w wyniku wystąpienia podciśnienia do przewodu mogą być zasysane zanieczyszczenia np. z wód gruntowych.

Za najbardziej charakterystyczne przyczyny sprzyjające wywołaniu uderzenia hydraulicznego w sieciach wodociągowych można uznać (Niełacny, 2002):

- raptowne otwarcie lub zamknięcie przepływu za pomocą zaworu na przewodzie,
- nagłe wyłączenie dopływu prądu elektrycznego do silnika pompy,
- uruchomienie pompy wirowej przy otwartej zasuwie na przewodzie tłocznym,
- automatyczne włączenie lub wyłączenie pompy,
- zatrzymanie pompy bez zastosowania wstępnego wyhamowania strumienia zasuwą, przepustnicą lub innym zaworem.

Mniejsze uderzenia mogą być efektem:

- szybkich zmian przepływu,
- wyłączania i włączania czynnych rurociągów w przypadku nieprawidłowego czasu działania urządzeń wyłączających,
- szybkiego napełniania nieodpowietrzonych nalezycie rurociągów,
- pulsującej pracy pomp przy nienalezycie odpowietrzonych rurociągach,
- uszkodzeń rurociągów.

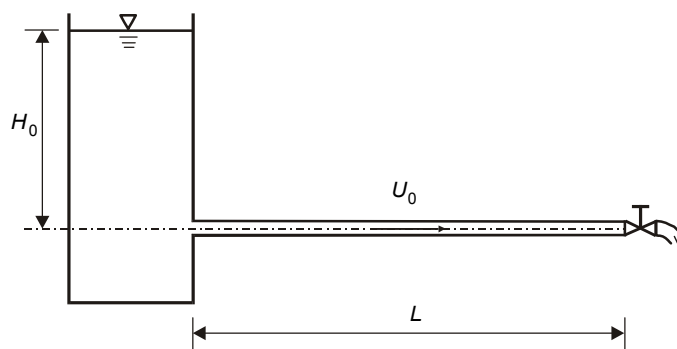
Przyczyn uderzeń hydraulicznych może być wiele i można klasyfikować je wg różnych kryteriów (Nielacny, 2002), lecz generalnie mają one charakter przypadkowy. Wymienić tu można awarie pomp (np. pęknięcie korpusu lub zablokowanie wirnika), zanik dopływu prądu do silnika pompy, zapowietrzenie pompy, błędna obsługa instalacji (np. jednoczesne wyłączenie wszystkich pomp układu tłocznego, zbyt szybkie zamknięcie lub otwarcie zaworu), czy też uszkodzenia rurociągu (np. jego pęknięcie lub zgniecenie).

Przez długi okres czasu przewody wodociągowe wykonywano ze stali i żeliwa. Ze względu na dużą wartość modułu sprężystości materiału przewodu  $E$  uderzenia hydrauliczne charakteryzują się dużymi prędkościami fali ciśnienia  $c$  (1.3), a tym samym dużymi przyrostami ciśnienia  $\Delta p$  (1.1) Obecnie coraz częściej stosuje się przewody z tworzyw sztucznych, co znacznie zmienia przebieg uderzeń hydraulicznych. Różne materiały charakteryzujące się różnymi własnościami mechanicznymi wpływają na przebieg fali ciśnienia i wywołują związane z nią lokalne przyrosty lub spadki ciśnienia. Zaburzenia wzmacniają się lub osłabiają, gdyż na falę pierwotną nakładają się fale odbite. Wzmocniona w ten sposób fala niejednokrotnie zwiększa początkową wartość ciśnienia.

Czynnikiem generującym zjawisko uderzenia hydraulicznego jest również stosowana obecnie armatura. Coraz częściej stosowane są zawory kulowe, baterie domowe jednouchwytowe z mieszaczem ceramicznym lub kulowym, przerzutki w bateriach (wylewka – natrysk), starego typu spłukiwacze ciśnieniowe, reduktory ciśnienia (w szczególności tłokowe), zawory elektromagnetyczne. Wymienione elementy armatury umożliwiają bardzo szybkie zamknięcie przepływu cieczy i tym samym szybkie zmiany prędkości cieczy. Zmiany te sprzyjają powstawaniu uderzeń hydraulicznych.

Mimo iż bezpośrednim czynnikiem wywołującym uderzenie hydrauliczne jest jedynie gwałtowne zatrzymanie przepływu wody, to wynika ono z bardzo złożonych przyczyn. W zależności od budowy i sposobu pracy instalacji (grawitacyjnego lub tłocznego) uderzenie hydrauliczne może mieć różnoraki przebieg. Niekorzystne działanie wysokiego ciśnienia może występować w niektórych odcinkach instalacji, narażając sieć na mechaniczne uszkodzenia.

W układzie grawitacyjnym przedstawionym na rysunku 1.1 woda ze zbiornika napełnionego do wysokości  $H_0$  nad osią poziomego przewodu przepływa przez ten przewód ze stałą prędkością  $U_0$ , przy stałym ciśnieniu. W przypadku gwałtownego zamknięcia zasuwy na końcu przewodu, przy założeniu, że ciecz jest nieściśliwa a przewód niesprężysty, cała masa wody zostałaby natychmiast zahamowana. Ciśnienie w przewodzie wzrosłoby do wartości nieskończenie wielkiej.



Rys. 1.1. Schemat rurociągu prostego.

W rzeczywistości zjawisko to przebiega inaczej. Zakłada się, że ciecz rzeczywista jest ściśliwa, a przewód charakteryzuje się sprężystością zależną od materiału, z którego jest wykonany. Płynąca przez przewód masa cieczy z chwilą zamknięcia zasuwki, wskutek ściśliwości, nie zostaje od razu zahamowana. W pierwszej fazie zahamowaniu ulegają cząstki bezpośrednio uderzające o zasuwkę. Z czasem zostają zahamowane cząstki wody znajdujące się dalej od zasuwki, które naciskają w trakcie hamowania na cząstki już zahamowane. Energia kinetyczna płynącej wody zmienia się na potencjalną, dając tym samym przyrost wysokości ciśnienia. Wzrost ciśnienia w przewodzie spowodowany opisanym stopniowym zatrzymywaniem się cieczy rozprzestrzenia się wzdłuż osi przewodu z dużą prędkością, powodując przyrost ciśnienia w cieczy oraz rozszerzenie rurociągu i możliwość wzrostu jego objętości. W cieczy powstaje powierzchnia nieciągłości ciśnienia i prędkości rozdzielająca część, w której panują jeszcze niezmiennione warunki ruchu ustalonego. Powierzchnia ta, nazywana *falą uderzeniową*, przemieszcza się w przewodzie z prędkością (Mitosek, 2001):

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho \left( \frac{1}{K} + \frac{d}{E \cdot e} \right)}} \quad (1.12)$$

gdzie:  $c$  – prędkość fali ciśnienia [m/s],

$\rho$  – gęstość cieczy [ $\text{kg/m}^3$ ],

$K$  – moduł sprężystości cieczy [Pa],

$E$  – moduł sprężystości materiału przewodu – moduł Younga [Pa],

$e$  – grubość ścianki przewodu [m],

$d$  – średnica wewnętrzna przewodu [m].

Prędkość fali uderzeniowej zależy od fizycznych właściwości cieczy: gęstości i modułu sprężystości cieczy. Ich wartość zmienia się wraz ze zmianą temperatury cieczy. Moduł sprężystości cieczy zależny jest ponadto od zawartości powietrza rozpuszczonego w cieczy. Wpływ temperatury na gęstość wody opisują następujące wzory empiryczne (Sawicki i inni, 1995):

— dla temperatury wody  $T_w$  w zakresie od 0 do 40 °C:

$$\rho = 1000 - \frac{(T_w - 4)^2}{503,57} \cdot \frac{(T_w + 283)}{(T_w + 67,2)} \quad [\text{kg/m}^3] \quad (1.13)$$

— dla temperatury wody  $T_w$  w zakresie od 25 do 100 °C:

$$\rho = 1000 - \frac{(T_w - 4)^2}{466,7} \cdot \frac{(T_w + 273)}{(T_w + 67)} \quad [\text{kg/m}^3] \quad (1.14)$$

W przedziale temperatury 4 – 30 °C zmiany gęstości są nieduże (około 0,5%), toteż w tych granicach gęstość wody możemy traktować jako stałą. Dla wyższych temperatur gęstość wody zmienia się w zakresie 0,5% – 4%.

Na prędkość fali uderzeniowej wpływają również parametry przewodu związane z podatnością na odkształcenia materiału, z którego rurociąg jest wykonany. Im łatwiej odkształca się rurociąg, tym mniejsza jest prędkość fali uderzeniowej. Jeżeli moduł sprężystości ścian przewodu jest bardzo duży ( $E \rightarrow \infty$ ), wzór (1.12) na prędkość przenoszenia się deformacji sprężystej (prędkość dźwięku) w ośrodku nieograniczonym przyjmuje postać:

$$c = \sqrt{K/\rho} \quad (1.15)$$

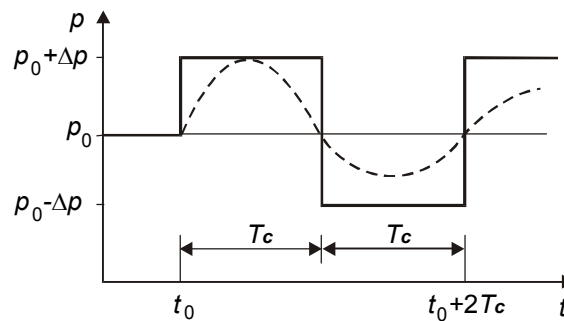
Dla wody, przy  $K \approx 2 \cdot 10^9$  Pa prędkość ta wynosi ok. 1425 m/s.

Założmy, że w rurociągu jak na rysunku 1.1, w którym płynie woda nastąpi zamknięcie zaworu. Z chwilą, gdy zostanie wyhamowana ostatnia warstwa cieczy, ciśnienie przy zasuwie osiągnie wartość maksymalną. Ponieważ ciśnienie w zbiorniku będzie wówczas niższe od ciśnienia przy zasuwie, ciecz zacznie przepływać do zbiornika z prędkością  $U_0$ . W rezultacie nastąpi obniżenie ciśnienia przy zasuwie. Ten spadek ciśnienia przenoszący się od

warstwy do warstwy w kierunku zasuw nazywamy *powrotną* lub *odbitą falą uderzeniową*. Czas przebiegu dodatniej i odbitej fali uderzeniowej, czyli jej *okres* jest równy:

$$T_c = 2L/c \quad (1.16)$$

gdzie:  $L$  – długość przewodu [m].



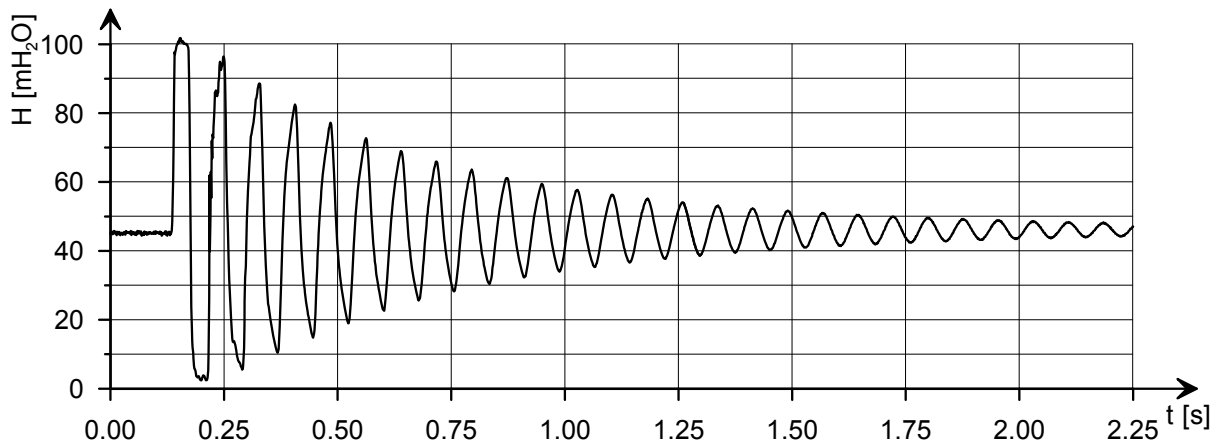
Rys. 1.2. Teoretyczny (—) i rzeczywisty (---) przebieg zmian ciśnienia przy zaworze (Mitosek, 2001).

Spadek ciśnienia powoduje powtórny zmianę kierunku przepływu i cykl powtarza się. Na skutek strat energii drugi maksymalny przyrost ciśnienia jest mniejszy niż w cyklu pierwszym. Oscylacje ciśnienia stopniowo zanikają.

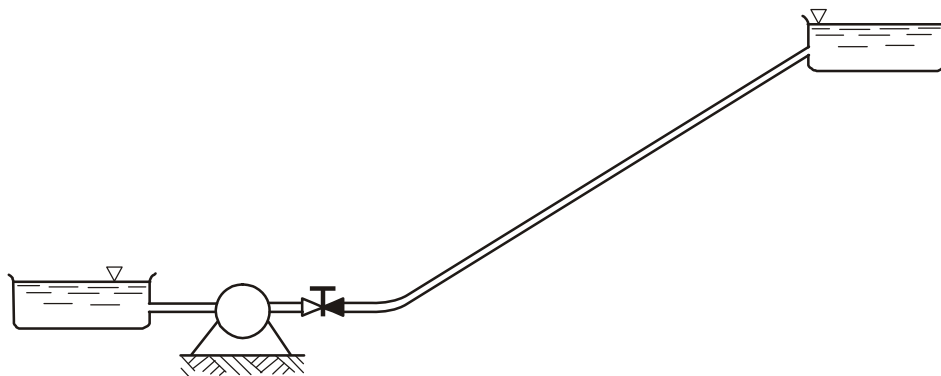
Wyniki eksperymentów fizycznych potwierdzają powyższe uwagi. Na rysunku 1.3 przedstawiono przykładowy przebieg zmian wysokości ciśnienia w przekroju położonym przy zaworze odcinającym przepływ w przewodzie, w którym panował przepływ ustalony (rys. 1.1). Przed zamknięciem zaworu w przewodzie panowało ciśnienie początkowe ok. 45 m H<sub>2</sub>O. Tuż po gwałtownym zamknięciu zaworu kulowego czujnik zarejestrował nagły wzrost ciśnienia do ok. 100 m H<sub>2</sub>O.

Jeżeli czas zamykania zaworu  $t_z$  jest mniejszy od okresu fali ciśnienia  $T_c$ , uderzenie hydrauliczne nazywa się uderzeniem prostym, jeśli czas  $t_z$  jest większy od  $T_c$  – występuje uderzenie hydrauliczne złożone.





Rys. 1.3. Obserwowany przebieg zmian wysokości ciśnienia w przekroju położonym przy zaworze.



Rys. 1.4. Schemat układu tłocznego.

Zjawisko uderzenia hydraulicznego występuje w różnych sytuacjach. Na przykład w układzie tłocznym (rys. 1.4) powstaje ono w wyniku zatrzymania pompy. W chwili ustania pracy pompy zaprzestaje ona podnosić wodę, jednak ciecz w rurociągu za pompą nadal porusza się do momentu, aż jej energia kinetyczna zostanie wytracona na pokonywanie hydraulicznych oporów ruchu i wysokości. Ponieważ przez pompę woda już nie przepływa, tuż za pompą wytwarza się spadek ciśnienia spowodowany zanikającym ruchem wody w przewodzie tłocznym. Podciśnienie wymusza powrót tłoczonej wody początkowo ruchem przyspieszonym w kierunku pompy. Rozpędzona masa cieczy zwiększa swoje ciśnienie przy blokującym dalszy przepływ zaworze zwrotnym osiągając maksimum, gdy powrotna prędkość przepływu wyniesie zero. Wielkość zmian ciśnienia zależy od szybkości przepływu

pompowanej wody, spadku ciśnienia i czasu pojawienia się fali powrotnej. Wielokrotne wahania ciśnienia stopniowo zmniejszają swoją amplitudę i fala ciśnienia wygasa.

### 1.3. Metody ograniczania uderzenia hydraulicznego

Istnieje wiele sposobów zabezpieczania przewodów przed niekorzystnymi skutkami uderzeń hydraulicznych. Ich podstawowym zadaniem jest redukcja powstającego w trakcie uderzenia hydraulicznego maksymalnego ciśnienia do wartości dopuszczalnej dla zastosowanych materiałów. Podstawowym sposobem redukcji wzrostu ciśnienia jest wywołanie uderzenia hydraulicznego złożonego. Uzyskuje się to wydłużając czas zamykania  $t_z$  ( $t_z > T_c$ ) przez:

- powolne otwieranie i zamykanie zaworów odcinających, w szczególności zaworów kulowych, które swoją konstrukcją i zasadą działania umożliwiają błyskawiczną zmianę położenia,
- zastosowanie pomp o dużej bezwładności pracy wirników,
- regulację obrotów pompy,
- dobór odpowiednich charakterystyk zasuw.

Istnieją również inne sposoby przeciwdziałania niepożądanym uderzeniom hydraulicznym.

Z analizy wzoru (1.3) wynika, że na prędkość fali ciśnienia, poza parametrami cieczy, wpływają również parametry przewodu takie jak moduł sprężystości ścian (moduł Younga), grubość ścianki i średnica wewnętrzna. Informacja o prędkości fali ciśnienia pomocna jest przy wyznaczaniu maksymalnego przyrostu ciśnienia w przewodzie. Przyrost ten można wyznaczyć ze wzoru Żukowskiego (Żukowski, 1889):

$$\Delta H = \pm \frac{c \cdot U_0}{g} \quad (1.17)$$

gdzie:  $U_0$  – średnia prędkość przepływu cieczy w momencie powstania zakłócenia.

Projektant, znając rodzaj materiału, z którego ma być wykonana instalacja, może wyznaczyć maksymalny przyrost ciśnienia w momencie wystąpienia uderzenia hydraulicznego. Jeśli ciśnienie to przekracza wartości dopuszczalne dla danego materiału, należy zmienić średnicę przewodu lub rodzaj materiału na taki, aby ewentualne przyrosty ciśnienia nie doprowadziły do zniszczenia przewodu.

Kolejnym sposobem przeciwdziałania skutkom uderzeń hydraulicznych jest stosowanie powietrznych otworów wlotowych lub komór przelewowych. Przerwanie ciągłości strumienia w przewodzie zamkniętym powoduje miejscowe obniżenie ciśnienia poniżej ciśnienia atmosferycznego, co może doprowadzić do uderzenia hydraulicznego. Zapobiec temu może wyrównanie ciśnienia przez zastosowanie zaworu napowietrzająco – odpowietrzającego lub powietrznej kłapy zwrotnej. Urządzenia te w momencie wystąpienia ciśnienia granicznego otwierają się, przez co ciśnienie zostaje ustabilizowane. Jeśli niemożliwy jest kontakt powietrza atmosferycznego z wodą, wówczas instaluje się komory przelewowe w wyższych punktach podnoszenia wody.

Celem ograniczenia wzrostu ciśnienia w trakcie uderzenia hydraulicznego stosowane są również zbiorniki wodno – powietrzne. Są one najczęściej montowane w instalacjach pompowych tuż za zaworem zwrotnym na rurociągu tłocznym lub w najniższym punkcie trasy przewodu. Zasadą działania zbiorniki wodno – powietrzne przypominają naczynia wzbiorcze stosowane w instalacjach grzewczych. W zbiorniku znajduje się pewna objętość sprężonego powietrza i woda. W momencie pojawienia się uderzenia hydraulicznego woda ze zbiornika jest zasysana do przewodu lub wtłaczana z przewodu do zbiornika. Poduszka powietrzna działa tłumiąco na wahania ciśnienia w rurociągu.

Jak wynika z przedstawionych wcześniej informacji wzrost ciśnienia w trakcie uderzenia hydraulicznego zależy od prędkości ciśnienia, a to z kolei zależy od rodzaju materiału, z którego wykonano rurociąg. Z nielicznych doniesień literaturowych (np. Pezzinga i Scandura, 1995) wynika, że zastosowanie nawet krótkiego odcinka przewodu wykonanego z materiału bardziej elastycznego niż stal, może zwiększyć tłumienie fali ciśnienia. Obecnie na rynku istnieje bardzo duża gama materiałów stosowanych do wyrobu instalacji wodociągowych. Prawie każda sieć składa się z elementów wykonanych z różnych materiałów, które charakteryzują się różnymi właściwościami mechanicznymi. Jednym z częściej stosowanych materiałów jest polietylen (PE). Przewody wykonane z polietylenu w przeciwieństwie do stali nie ulegają korozji. Ich podatność na odkształcenia jest dużo większa ponieważ moduł Younga dla stali wynosi  $2 \cdot 10^{11}$  Pa, natomiast dla polietylenu  $1 \cdot 10^9$  Pa. W konsekwencji fala ciśnienia powstająca w trakcie uderzenia hydraulicznego jest intensywniej tłumiona w przewodzie polietylenowym niż w przewodzie stalowym. Można sobie wyobrazić sytuację, gdy do przewodu stalowego celowo montuje się element wykonany z tworzywa sztucznego, aby zredukować uderzenie hydrauliczne. Element taki można umieścić w przewodzie na wiele sposobów. Na przykład w przypadku rurociągu stalowego, jak przedstawiony na rysunku 1.1, w pobliżu zaworu można umieścić element boczniowy

wykonany z tworzywa sztucznego. Świadome wprowadzenie tego elementu ma na celu redukcję maksymalnego ciśnienia w przewodzie. Konsekwencją wprowadzenia elementu tego typu jest konieczność uwzględnienia jego obecności w modelu matematycznym przepływu nieustalonego w rurociągu.

## 2. CEL I ZAKRES PRACY

W podrozdziale 1.3 zasygnalizowano wpływ elementu z tworzywa sztucznego, montowanego w przewód metalowy, na przebieg uderzenia hydraulicznego. Ten sposób modyfikowania i łagodzenia skutków uderzenia wydaje się niezwykle interesujący z dwóch powodów:

- jest bardzo prosty i tani,
- daje znaczące efekty.

Z tych powodów uzasadnione jest przypuszczenie o jego potencjalnie istotnym znaczeniu dla praktyki. W sposób naturalny pojawia się więc pytanie o zasady wymiarowania i projektowania tego typu elementu w systemach rurociągów oraz o możliwości przewidywania skutków ich obecności w systemie.

W literaturze znaleźć można nieliczne, teoretyczne i raczej ogólne informacje opisujące pracę i działanie elementu bocznikowego. Ponieważ wyraźnie brakuje wyników badań eksperymentalnych, w niniejszej pracy podjęto próbę wyjaśnienia i zbadania niektórych aspektów zagadnienia. Celem pracy jest sprawdzenie jaki wpływ na przebieg uderzenia hydraulicznego ma zamontowanie dodatkowego elementu wykonanego z polietylenu. Z opublikowanych prac na ten temat wynika, że zastosowanie nawet prostej modyfikacji polegającej na wprowadzeniu dodatkowego, równoległe włączonego w sieć elementu bocznikowego może znacząco zredukować negatywne skutki uderzenia hydraulicznego.

Element polietylenowy można włączyć w układ jako boczniak przyłączony nieprzepływowo lub przepływowo. Aby przeanalizować wpływ boczniaka na pracę sieci wodociągowej zastosowano elementy bocznikowe wykonane z takiego samego materiału (polietylenu), o tej samej średnicy. Zmieniano jedynie jego długość.

W rozdziale 3 pracy opisano stanowisko badawcze i wykonane pomiary eksperymentalne z wykorzystaniem elementów bocznikowych. Celem badań było sprawdzenie wpływu długości boczniaka i sposobu jego włączenia do układu na tłumienie fali ciśnienia (rozdział 4). Eksperymenty wykonano dla różnych natężeń przepływu wody. Badania ograniczono do prostego układu składającego się z odcinka przewodu stalowego i boczniaka, gdyż skomplikowanie instalacji utrudniałoby ocenę wpływu wyłącznie boczniaka.

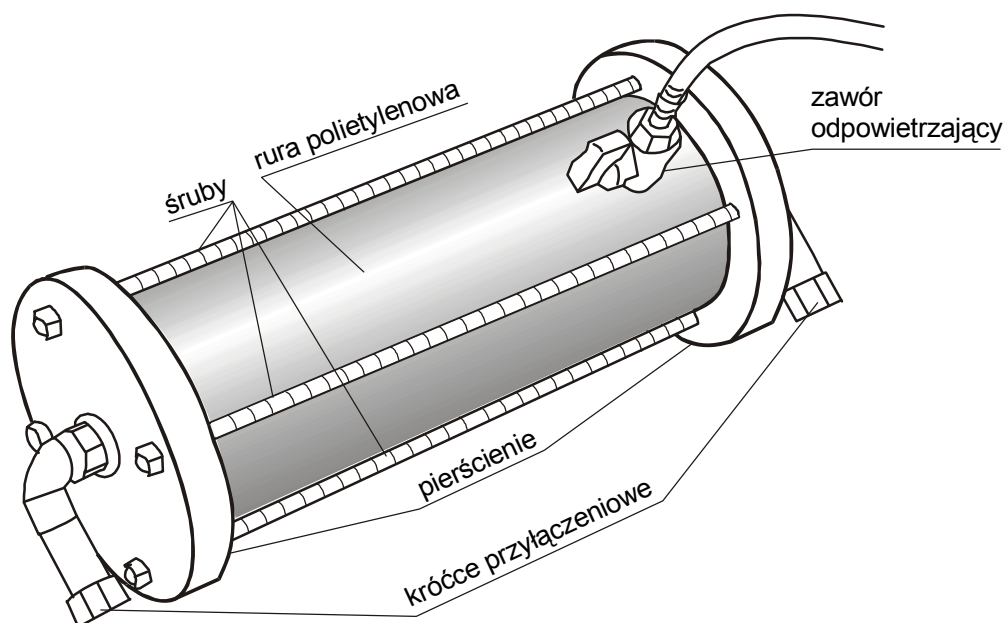
Dla badanego układu hydraulicznego zastanie opracowany model matematyczny, w którym wykorzystane będą równania przepływu nieustalonego w przewodzie pod ciśnieniem

uzupełnione równaniami opisującymi działanie elementu bocznikowego. W celu rozwiązania otrzymanych równań zastosowane będą znane metody numeryczne. Ich porównanie umożliwi wybór najwłaściwszej metody rozwiązań zarówno układu równań przepływu nieustalonego bez bocznika jak i układu równań przepływu nieustalonego z uwzględnieniem elementu bocznikowego. Efektem będzie możliwość porównania wyników eksperymentów fizycznych z wynikami obliczeń numerycznych i zweryfikowanie zastosowanych równań opisujących pracę elementu bocznikowego.

### 3. BADANIA DOŚWIADCZALNE

#### 3.1. Opis stanowiska badawczego

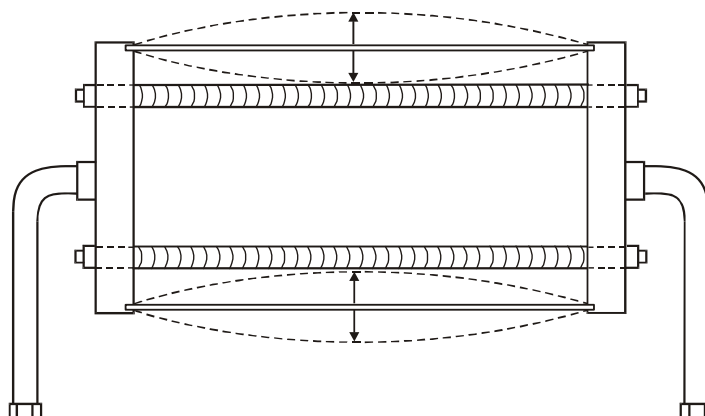
Doświadczenia wykonano dla prostego rurociągu stalowego wyposażonego w dwa czujniki ciśnienia i trzy króćce przyłączeniowe do instalacji dodatkowego elementu bocznikowego o maksymalnej długości ok. 1m. Jako element bocznikowy zastosowano odcinek rury wykonanej z polietylenu typu PE80 firmy Wavin, przeznaczonej do instalacji wodociągowych.



Rys. 3.1. Bocznik polietylenowy.

Na rysunku 3.1 przedstawiono schemat elementu bocznikowego, który można zamontować na przewodzie wodociągowym. Rura polietylenowa została umieszczona między dwoma pierścieniami skręconymi za pomocą czterech długich śrub. Staranne wygładzenie krawędzi rury i mocne skręcenie pierścieni śrubami gwarantuje szczelność elementu bocznikowego. Dodatkowo do rury polietylenowej zamontowano zawór umożliwiający odpowietrzenie elementu. Aby umożliwić połączenie elementu z instalacją w środku bocznych pierścieni zamocowano króćce przyłączeniowe. Zastosowanie takiej konstrukcji elementu bocznikowego wpływa na sposób jego zachowania w momencie wzrostów ciśnienia. Silnie skręcone stalowe śruby wzdłuż rury polietylenowej uniemożliwiają wydłużanie się odcinka przewodu polietylenowego. Bocznik może tylko zwiększać swoją

objętość rozszerzając się na boki. Ekspansja ta jest największa w środkowej części rury polietylenowej, gdyż jej końce unieruchomione są przez boczne pierścienie (rys. 3.2). Celem badań było sprawdzenie w jaki sposób opisany element bocznikowy wmontowany w układ, w którym wystąpi zjawisko uderzenia hydraulicznego zmienia jego przebieg. Badania eksperymentalne wykonano wiosną 2004 roku w ramach współpracy z Zakładem Hydromechaniki Instytutu Zaopatrzenia w Wodę Politechniki Warszawskiej.



Rys. 3.2. Sposób ekspandowania rury polietylenowej.

Średnica wewnętrzna rury wynosiła 90 mm, a grubość ścianek 10 mm. Rura klasy PE80 należy do szeregu wymiarowego SDR11, o ciśnieniu nominalnym 12,5 bara (Wavin, 2003). Prędkość fali ciśnienia  $c$  dla tego przewodu wynosiła 390 m/s (Mitosek, 2001). Do badań użyto czterech elementów bocznikowych różniących się jedynie długością, którą dobrano przypadkowo. Parametry elementów bocznikowych użytych w doświadczeniu zamieszczono w tabeli 3.1, a ich widok przedstawiono na fotografii 3.8.

**Tabela 3.1**

Właściwości elementów bocznikowych użytych w doświadczeniu

Nr	długość elementu bocznikowego $l$	średnica wewnętrzna $d$	grubość ścianki $e$	teoretyczna prędkość fali ciśnienia $c$	moduł Younga
	[cm]	[mm]	[mm]	[m/s]	[Pa]
1	21,3	90	10	390	$1 \cdot 10^9$
2	29,7	90	10	390	$1 \cdot 10^9$
3	42,8	90	10	390	$1 \cdot 10^9$
4	92,1	90	10	390	$1 \cdot 10^9$



Stanowisko doświadczalne (rys. 3.3), na którym wykonywano eksperymenty z wykorzystaniem wymienionych elementów boczniowych składa się ze stalowego rurociągu prostego o następujących parametrach (fot. 3.1):

- długość: 41 m,
- średnica: 42 mm,
- grubość ścianek: 3 mm,
- prędkość fali ciśnienia: 1280 m/s,
- chropowatość bezwzględna:  $k = 0,08$  mm,
- moduł Younga (moduł sprężystości przewodu):  $2 \cdot 10^{11}$  Pa.



Fot. 3.1. Rurociąg stalowy wraz z boczniakiem i przyrządami pomiarowymi.

Łączenie poszczególnych elementów przewodu wykonano za pomocą standardowych muf stalowych stosowanych w instalacjach wodociagowych. Taki sposób łączenia redukuje zaburzenia w przepływie wody. Przewód trwale zamocowano do podłoża, aby uniknąć przemieszczeń w trakcie przeprowadzania pomiarów. Wszystkie połączenia elementów wykonano ze szczególną starannością.



Fot. 3.2. Zbiornik hydroforowy.

Na początku układu zainstalowano zbiornik hydroforowy (fot. 3.2) umożliwiający wytworzenie w przewodzie przepływu ustalonego o zadanym ciśnieniu początkowym. Wodę do zbiornika doprowadzano z miejskiej sieci wodociągowej. Zawór kulowy umieszczony na zasilaniu zbiornika hydroforowego pozwalał na sterowanie dopływem wody z sieci (fot. 3.3).



Fot. 3.3. Zawór kulowy na zasileniu zbiornika hydroforowego.

Kontrolę ciśnienia w zbiorniku hydroforowym ułatwiał zamontowany na zbiorniku ciśnieniomierz. Pojemność użytego zbiornika wynosząca  $300 \text{ dm}^3$ , a także stabilizujące działanie „poduszki powietrznej” nad zwierciadłem wody zapewniały trwałe warunki ustalonego przepływu wody w przewodzie przed wywołaniem uderzenia hydraulicznego.



Fot.3.4. Zawór kulowy na końcu przewodu i czasomierz cyfrowy.

Na końcu przewodu umieszczono zawór kulowy służący do ustalenia wydatku cieczy w przewodzie, a przez jego gwałtowne zamknięcie wywołanie uderzenia hydraulicznego. Z zaworem kulowym sprzężono czasomierz cyfrowy umożliwiający pomiar czasu zamknięcia zaworu.



Fot. 3.5. Element boczny.



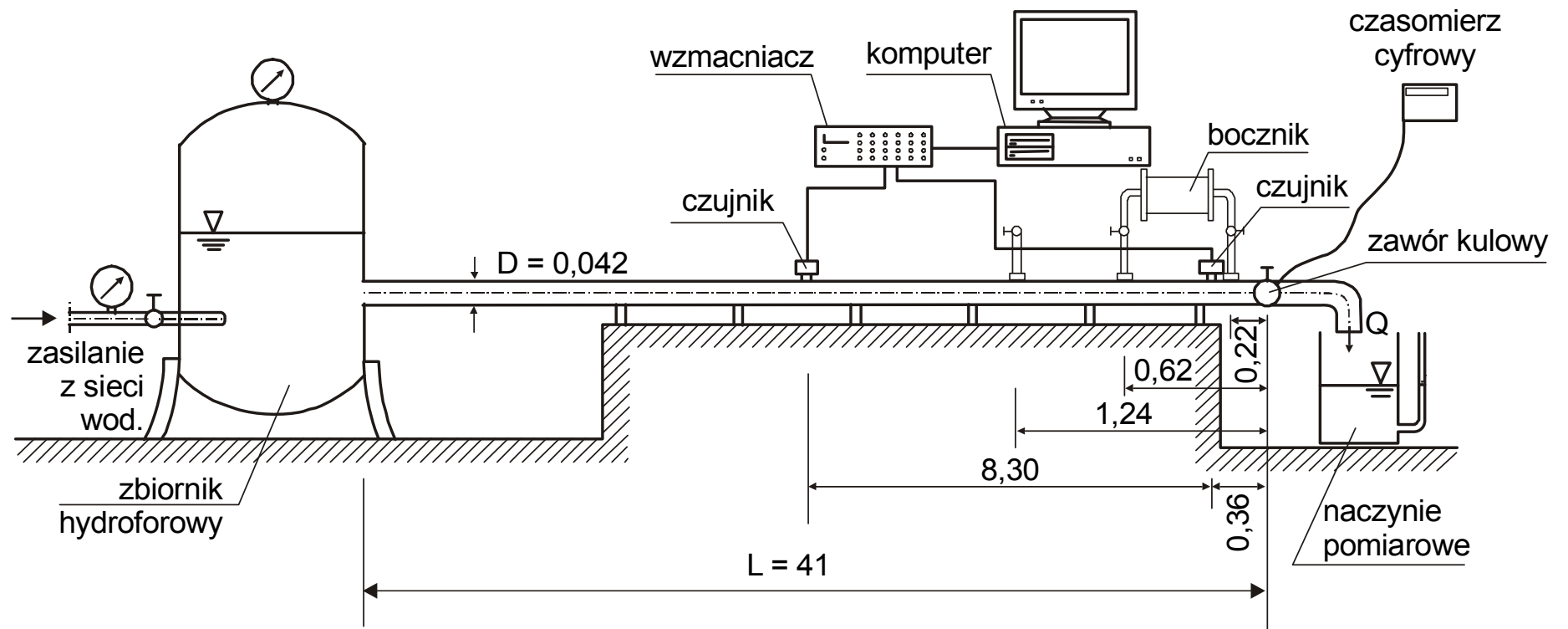
Fot. 3.6. Element boczniowy.

Tuż przed zaworem kulowym przyłączony został element boczniowy (fot. 3.5, 3.6), który można włączać w przewód jako element przepływowy lub jednostronnie zamknięty. Ponieważ w eksperymentach zastosowano cztery różnej długości elementy boczniowe, dla ułatwienia montażu w stanowisku doświadczalnym, na głównym przewodzie stalowym zainstalowano 3 trójniki przyłączeniowe. Dla mniejszych elementów boczniowych rozstaw trójników wynosi 40 cm, a dla większych 102 cm. Trójnik najbliższy zaworu kulowego znajduje się w odległości 22 cm od tego zaworu.

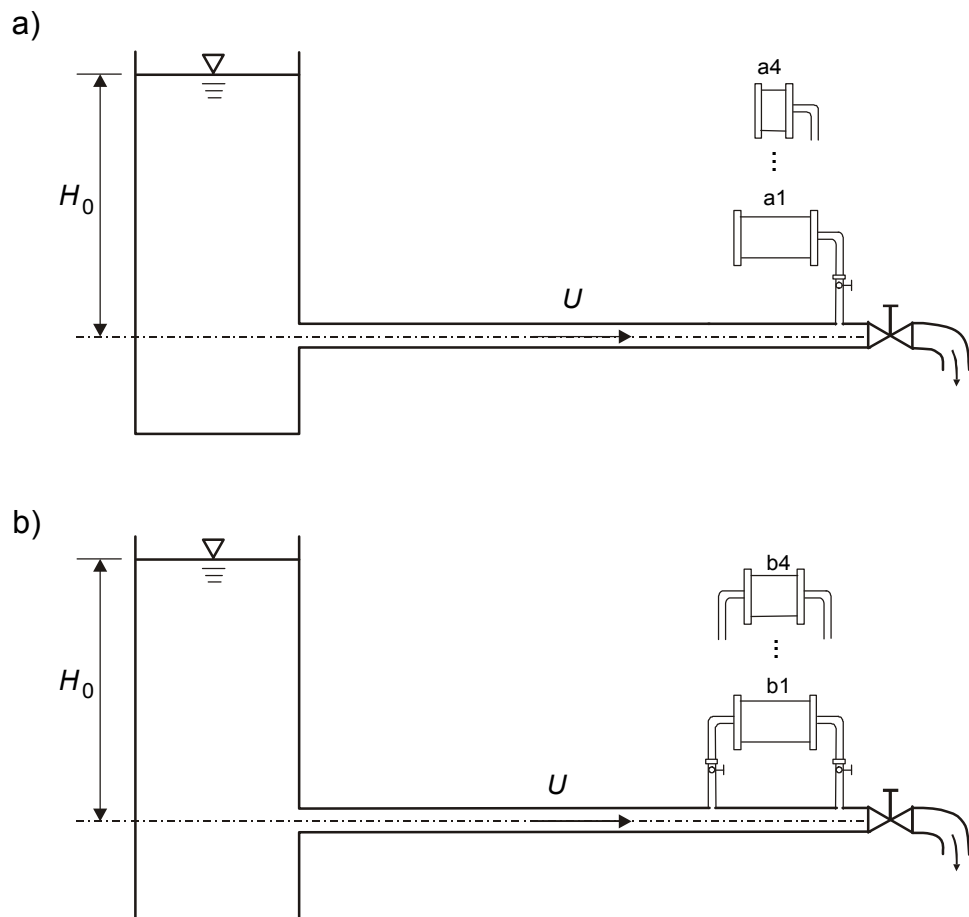
Każdy z elementów boczniowych wyposażono w zawór kulowy umożliwiający odpowietrzenie elementu. Zastosowanie zaworów kulowych odcinających bocznik na króćcach mocujących umożliwiło zmianę konfiguracji przyłączanego elementu. Dwa zawory odcinające dają trzy kombinacje ustawień; w pomiarach uwzględniono dwie sytuacje:

- 1) bocznik podłączony jako element nieprzepływowy – zawór odcinający zlokalizowany przy zaworze końcowym rurociągu – otwarty, zawór kulowy na drugim króćcu przyłączeniowym – zamknięty (rys. 3.4a – schematy: a1, a2, a3, a4),
- 2) bocznik podłączony jako element przepływowy – dwa zawory odcinające otwarte (rys. 3.4b – schematy: b1, b2, b3, b4).

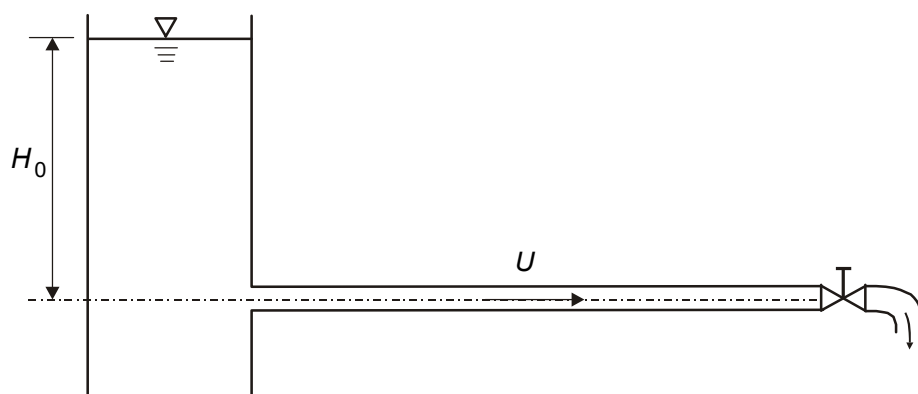
W celu porównania wyników pomiarów zjawiska uderzenia hydraulicznego w układzie wyposażonym w element tłumiący wykonano także pomiar dla prostego rurociągu stalowego bez elementu tłumiącego (rys. 3.5 – schemat 1).



Rys. 3.3. Schemat stanowiska pomiarowego (wymiary w metrach).



Rys. 3.4. Bocznik podłączony jako element: a) nieprzepływowy – schematy a1, a2, a3, a4, b) przepływowy – schematy b1, b2, b3, b4.



Rys. 3.5. Rurociąg stalowy bez dodatkowego elementu bocznikowego.

Drugi wariant podłączenia bocznika – jako element przepływowy wydaje się korzystniejszy ze względów sanitarnych, gdyż eliminuje problem zastoju wody w boczniku.



Przetworniki ciśnienia (fot. 3.7) umiejscowiono tuż przed zaworem kulowym i trójnikiem przyłączeniowym na końcu przewodu, w odległości 36 cm od zaworu kulowego i w około 1/5 długości przewodu, w odległości 830 cm od pierwszego czujnika, co zilustrowano na rys. 3.1. Sygnał pochodzący z czujników po wzmacnieniu trafia do przetwornika analogowo-cyfrowego zamontowanego w komputerze klasy PC. Cyfrowe dane otrzymane w wyniku przetworzenia sygnału analogowego rejestrowane są w formie danych binarnych w pamięci masowej komputera. Uzyskane z każdego pomiaru dane binarne są przetwarzane na format tekstowy za pomocą specjalnego programu komputerowego.



Fot. 3.7. Przetwornik ciśnienia.

### **3.2. Przebieg pomiarów i wyniki badań eksperymentalnych**

Na opisanym stanowisku doświadczalnym wykonano około 60 eksperymentów. Eksperymenty objęły 4 elementy boczniowe wykonane z polietylenu PE80,  $110 \times 10$ , czyli o średnicy zewnętrznej 110 mm i grubości ścianek 10 mm, różniących się długością. Zastosowano elementy o długościach: 21,3 cm, 29,7 cm, 42,8 cm, 92,1 cm (fot. 3.8). Długości elementów dobrano przypadkowo.



Fot. 3.8. Zastosowane w badaniach elementy bocznikowe.

Dla każdego elementu wykonano pomiary przy dwóch różnych wydatkach, dla dwóch sposobów włączenia w układ (od trzech do pięciu pomiarów dla każdej z konfiguracji). Dla porównania wykonano także pomiar przebiegu uderzenia hydraulicznego dla rurociągu stalowego, bez dodatkowego elementu tłumiącego (rys. 3.5).

Sprawne i prawidłowe przeprowadzenie doświadczeń wymagało starannego wykonania całej instalacji. Szczególnie ważnym czynnikiem mającym wpływ na uzyskane wyniki pomiarów jest całkowita szczelność przewodu i dołączonych do niego elementów bocznikowych. Po podłączeniu elementu bocznikowego sprawdzano szczelność połączeń i następnie starannie odpowietrzano cały układ. Każdy pomiar uderzenia hydraulicznego wykonywano według następującego schematu:

- uzyskanie w zbiorniku hydroforowym stałego ciśnienia 4 barów,
- ustalenie żądanych parametrów przepływu ustalonego w układzie,
- przygotowanie systemu komputerowego do rejestracji,
- wywołanie w przewodzie zjawiska uderzenia hydraulicznego przez nagłe zamknięcie zaworu kulowego na końcu przewodu i jednocześnie odcięcie układu od zbiornika zasilającego,
- zapisanie danych zarejestrowanych w trakcie pomiarów.

Pomiary każdej z badanych konfiguracji wykonywano dla wydatku ok.  $0,32 \text{ dm}^3/\text{s}$  i ok.  $0,50 \text{ dm}^3/\text{s}$ . Uzyskiwano je metodą „prób i błędów”, mierząc czas napełniania naczynia



pomiarowego (fot. 3.9) objętością  $10 \text{ dm}^3$ . Wydatki te uzyskiwano manipulując zaworem kulowym tak, aby czas napełniania naczynia pomiarowego był równy 20 s lub 30 s.

Właściwości konstrukcyjne zaworu kulowego znacznie ograniczały możliwość precyzyjnego sterowania wielkością przepływającej przez niego cieczy. W typowych zastosowaniach zawór kulowy pracuje w dwóch pozycjach: całkowicie otwarty lub całkowicie zamknięty. Dlatego też kilkukrotne ustalenie identycznego przepływu w przewodzie za pomocą zastosowanego zaworu kulowego było niemożliwe. Na podobne trudności napotymano dobierając ciśnienie początkowe w zbiorniku hydroforowym. Dobierano je tak, aby wynosiło 4 bary. W trakcie pomiarów notowano ciśnienia początkowe z zakresu od 3,64 bara do 4,16 bara. Ciśnienie to było tak dobrane, aby nie dopuścić do powstawania zjawiska kawitacji podczas uderzenia hydraulicznego, czyli zjawiska polegającego na gwałtownej przemianie fazowej wody z fazy ciekłej w fazę gazową pod wpływem zmiany ciśnienia.



Fot. 3.9. Naczynie pomiarowe.

Czas zamykania zaworu kulowego o nastawnym kącie położenia wrzeczona był określany za pomocą elektronicznego miernika. W trakcie doświadczeń pomierzone czasy zamykania zaworu kulowego były zmienne i wahały się w granicach od 0,033 s do 0,085 s. Eksperymenty wykonano przy stałej temperaturze wody wynoszącej 285 K, co wyeliminowało wpływ temperatury na właściwości mechaniczne przewodów.

W trakcie uderzenia hydraulicznego ciśnienie  $p(t)$  mierzono w dwóch punktach. Punkt pierwszy zlokalizowano w odległości 36 cm od końcowego zaworu kulowego, a drugi w odległości 830 cm od pierwszego czujnika. Ciśnienie mierzono za pomocą systemu złożonego z dwóch czujników tensometrycznych o czułości 1,2 MPa, wzmacniacza ekstensometrów (ZEP – 101) i komputera z kartą AD/DA. Rejestracja uderzenia hydraulicznego trwała 9 sekund. Zastosowany do pomiarów przetwornik analogowo-cyfrowy i program komputerowy umożliwiał zapis 6000 stanów ciśnienia, co oznacza, że każdy pomiar chwilowego ciśnienia wykonywany był co 0,0015 s. Jest to czas znacznie mniejszy od obserwowanych okresów fali uderzeniowej. Zapewnił on stosunkowo dokładne odwzorowanie przebiegu fali ciśnienia w trakcie uderzenia hydraulicznego. Ponadto czas zamykania końcowego zaworu kulowego był zawsze krótszy od czasu powrotu pierwszej odbitej fali ciśnienia.

Pomiar natężenia przepływu wody  $q$  w warunkach ruchu ustalonego wykonywano metodą objętościową. Wykorzystano cylindryczne naczynie pomiarowe o objętości 40 dm<sup>3</sup> i średnicy wewnętrznej 28 cm (fot 3.9). Do odczytu objętości wody zastosowano podziałkę wyskalowaną w centymetrach, która umożliwiała odczyt z dokładnością 2 mm. Dokładny odczyt położenia zwierciadła wody utrudniał powstający menisk. Czas napełniania naczynia wodą do objętości 10 dm<sup>3</sup> mierzono stoperem z dokładnością 0,2 s.

Natężenie przepływu  $q$  wyznaczano z zależności:

$$q = \frac{W}{t_n} \quad (3.1)$$

gdzie:  $W$  – objętość cieczy [m<sup>3</sup>],

$t_n$  – czas napełniania naczynia pomiarowego [s],

$q$  – natężenie przepływu [m<sup>3</sup>/s].

Korzystając z równania ciągłości można – na podstawie znajomości wydatku  $q$  i średnicy przewodu  $D$ , określić prędkość średnią przepływu  $U$ :

$$U = \frac{4q}{\pi D^2} \quad (3.2)$$

Prędkości średnie wyliczone w trakcie pomiarów zmieniały się w granicach od 0,226 do 0,261 m/s dla mniejszego i w granicach od 0,325 do 0,396 m/s dla większego z ustalanych natężeń przepływu.

W wyniku przeprowadzonych pomiarów otrzymano przebiegi ciśnienia  $p(t)$  w dwóch punktach badanego przewodu. Duża dokładność odwzorowania przebiegu fali ciśnienia umożliwiła szczegółową analizę procesu. Próbkowanie wykonywano z częstotliwością 667 Hz, co dawało przynajmniej 45 odczytów stanu ciśnienia na jeden okres fali uderzeniowej. Mierząc okres fali ciśnienia  $T_c$  można było dla danej długości przewodu  $L$  wyznaczyć ze wzoru (1.2) szukaną prędkość fali ciśnienia  $c$ . Dla każdego z eksperymentów obliczono również natężenie przepływu  $q$  i prędkość przepływu  $V$ .

Ze względu na dużą ilość eksperymentów przyjęto następujące oznaczenia poszczególnych eksperymentów (tabela 3.2). Opis kolejnych eksperymentów zestawiono w tabeli 3.3.

**Tabela 3.2**

Oznaczenia eksperymentów

Numer bocznika	Długość [cm]	Sposób włączenia w układ	Schemat	Oznaczenie wyników pomiaru
bez bocznika	–	–	1	P01-P08
1	21,3	nieprzepływowo	a1	A01-A07
1	21,3	przepływowo	b1	B1-B7
2	29,7	nieprzepływowo	a2	C1-C7
2	29,7	przepływowo	b2	D1-D8
3	42,8	nieprzepływowo	a3	K1-K6
3	42,8	przepływowo	b3	L1-L6
4	92,1	nieprzepływowo	a4	G1-G8
4	92,1	przepływowo	b4	H1-H6

Tabela 3.3

## Zestawienie wykonanych eksperymentów

Ekspe- ryment	Objętość	Czas napeln.	Wydatek $q$	Prędkość $U_0$	Czas zamknięcia zaworu	Okres $T$	Prędkość fali $c$	Ciśnienie pocz. $H_0$
	[dm <sup>3</sup> ]	[s]	[dm <sup>3</sup> /s]	[m/s]	[s]	[s]	[m/s]	[mH <sub>2</sub> O]
1	2	3	4	5	6	7	8	9
bez bocznika, rys. 3.3 - schemat 1								
P01	10	21,1	0,474	0,342	0,046	0,070	<b>1171,43</b>	38,92
P02	10	20,3	0,493	0,356	0,034	0,070	<b>1175,63</b>	39,44
P03	10	21,1	0,474	0,342	0,043	0,069	<b>1186,26</b>	40,97
P04	10	32,0	0,313	0,226	0,04	0,068	<b>1198,54</b>	39,88
P05	10	30,0	0,333	0,240	0,043	0,068	<b>1207,36</b>	41,06
P06	10	28,1	0,356	0,257	0,037	0,068	<b>1199,27</b>	38,91
P07	10	19,8	0,505	0,365	0,074	0,066	<b>1242,42</b>	40,86
P08	10	20,0	0,500	0,361	0,050	0,066	<b>1236,96</b>	40,35
z bocznikiem nr 1 bez przepływu, rys. 3.2 – schemat a1								
A01	10	20,1	0,498	0,36	0,044	0,091	<b>903,58</b>	38,76
A02	10	20,6	0,485	0,35	0,053	0,088	<b>937,14</b>	39,71
A03	10	20,2	0,495	0,357	0,035	0,088	<b>936,70</b>	39,46
A04	10	31,2	0,321	0,232	0,047	0,088	<b>931,38</b>	39,53
A06a	10	28,9	0,346	0,250	0,040	0,088	<b>937,14</b>	40,25
A07	10	31,2	0,321	0,232	0,035	0,087	<b>942,53</b>	41,03
z bocznikiem nr 1 przepływ, rys. 3.2 – schemat b1								
B1	10	28,4	0,352	0,254	0,043	0,086	<b>947,98</b>	40,33
B2	10	29,2	0,342	0,247	0,043	0,087	<b>944,79</b>	40,11
B3	10	31,1	0,322	0,232	0,034	0,087	<b>946,15</b>	38,62
B4	10	21,3	0,469	0,339	0,077	0,088	<b>931,82</b>	38,87
B5	10	21,3	0,469	0,339	0,035	0,087	<b>943,88</b>	40,80
B6	10	21,0	0,476	0,344	0,044	0,087	<b>940,73</b>	40,11
B7	10	20,9	0,478	0,345	0,043	0,087	<b>943,43</b>	40,30
z bocznikiem nr 2 bez przepływu, rys. 3.2 – schemat a2								
C1	10	21,0	0,476	0,344	0,033	0,107	<b>766,65</b>	37,68
C2	10	22,0	0,455	0,329	0,046	0,105	<b>782,82</b>	39,49
C3	10	21,0	0,476	0,344	0,046	0,105	<b>781,88</b>	39,41
C4	10	30,1	0,332	0,240	0,045	0,103	<b>792,27</b>	39,53
C5	10	27,7	0,361	0,261	0,037	0,105	<b>781,57</b>	38,39
C6	10	29,1	0,344	0,248	0,037	0,104	<b>789,41</b>	38,20
C7	10	31,1	0,322	0,232	0,034	0,104	<b>791,00</b>	38,88
z bocznikiem nr 2 przepływ, rys. 3.2 – schemat b2								
D1	10	21,0	0,476	0,344	0,039	0,105	<b>784,69</b>	39,62
D2	10	21,8	0,459	0,331	0,065	0,104	<b>791,95</b>	40,82
D3	10	21,8	0,459	0,331	0,045	0,104	<b>790,36</b>	39,70
D4	10	20,4	0,490	0,354	0,044	0,104	<b>790,04</b>	40,98
D5	10	28,9	0,346	0,250	0,042	0,103	<b>794,19</b>	40,13
D6	10	28,2	0,355	0,256	0,014	0,102	<b>803,92</b>	40,56
D7	10	30,2	0,331	0,239	0,043	0,103	<b>795,79</b>	40,18
D8	10	28,4	0,352	0,254	0,042	0,103	<b>792,91</b>	39,72

1	2	3	4	5	6	7	8	9
z boczniakiem nr 4 bez przepływu, rys. 3.2 – schemat a4								
G1	10	31,4	0,318	0,230	0,052	0,138	<b>596,00</b>	38,24
G2	10	29,0	0,345	0,249	0,061	0,137	<b>599,82</b>	40,42
G3	10	29,6	0,338	0,244	0,054	0,138	<b>594,20</b>	37,52
G4	10	19,1	0,524	0,378	0,193	0,137	<b>596,36</b>	39,77
G5	10	19,6	0,510	0,368	0,029	0,136	<b>601,83</b>	38,55
G6	10	20,0	0,500	0,361	0,038	0,137	<b>600,18</b>	39,80
G7	10	19,6	0,510	0,368	0,012	0,137	<b>599,09</b>	38,89
G8	10	19,8	0,505	0,365	0,038	0,135	<b>605,91</b>	40,12
z boczniakiem nr 4 przepływ, rys. 3.2 – schemat b4								
H1	10	29,6	0,338	0,244	0,034	0,135	<b>608,16</b>	40,73
H2	10	29,9	0,334	0,241	0,038	0,135	<b>608,16</b>	39,07
H3	10	28,2	0,355	0,256	0,036	0,135	<b>606,85</b>	39,01
H4	10	20,0	0,500	0,361	0,052	0,131	<b>625,95</b>	40,82
H5	10	19,3	0,518	0,374	0,037	0,136	<b>603,31</b>	38,30
H6	10	21,4	0,467	0,337	0,033	0,135	<b>608,53</b>	39,83
z boczniakiem nr 3 bez przepływu, rys. 3.2 – schemat a3								
K1	10	29,2	0,342	0,247	0,033	0,147	<b>559,73</b>	40,00
K2	10	32,0	0,313	0,226	0,082	0,148	<b>552,81</b>	38,37
K3	10	29,5	0,339	0,245	0,039	0,144	<b>570,10</b>	38,38
K4	10	20,4	0,490	0,354	0,034	0,115	<b>710,73</b>	39,84
K5	10	22,0	0,455	0,329	0,048	0,119	<b>688,11</b>	38,18
K6	10	20,0	0,500	0,361	0,035	0,119	<b>688,83</b>	38,81
z boczniakiem nr 3 przepływ, rys. 3.2 – schemat b3								
L1	10	28,8	0,347	0,251	0,041	0,123	<b>665,76</b>	38,22
L2	10	29,8	0,336	0,243	0,053	0,122	<b>669,62</b>	40,09
L3	10	29,0	0,345	0,249	0,039	0,120	<b>685,00</b>	39,49
L4	10	21,5	0,465	0,336	0,055	0,118	<b>694,18</b>	37,70
L5	10	20,0	0,500	0,361	0,037	0,117	<b>702,11</b>	40,16
L6	10	20,8	0,481	0,347	0,049	0,117	<b>703,11</b>	38,50

Pomierzone przebiegi ciśnienia przedstawione są na kolejnych wykresach w Załączniku 1. Linia ciągłą zaznaczono pomiar z pierwszego czujnika, linią przerywaną – pomiar z drugiego czujnika. Wykresy obejmują pierwsze 6,5 sekundy zjawiska, gdy oscylacje ciśnienia są znaczące.

Na wykresach ciśnienia w czasie widać, że w momencie zamknięcia zaworu ciśnienie w przewodzie może wzrosnąć ponad dwukrotnie w stosunku do jego wartości w ruchu ustalonym. Im większa początkowa prędkość przepływu cieczy, tym większy obserwujemy wzrost ciśnienia. Oscylacje ciśnienia z czasem zanikają i ciśnienie w przewodzie powraca do wartości odpowiadającej stanowi hydrostatycznemu.

Różnice w odczytach czujników spowodowane są stratą ciśnienia na długości rurociągu pomiędzy punktami zamocowania czujników. Są one efektem oporów ruchu, a także w niewielkim stopniu opóźnionego pojawienia się zmiany ciśnienia w punkcie pomiarowym. Prędkość przemieszczania się fali w przewodzie, jak wynika to z tabeli 3.3, w trakcie pomiarów wahała się w granicach od 552 do 1242 m/s. Odległość między punktami pomiarowymi wynosiła 8,30 m. Opóźnienie pojawiania się fali w punktach pomiarowych, dla pomierzonych prędkości przemieszczania się fali uderzeniowej wyznaczono ze wzoru (3.3) na prędkość w ruchu jednostajnym prostoliniowym:

$$c = \frac{s}{t} \quad (3.3)$$

gdzie:  $c$  – prędkość fali ciśnienia [m/s],

$s$  – droga [m],

$t$  – czas [s].

Opóźnienie to waha się w granicach od  $6,68 \cdot 10^{-3}$  do  $15,03 \cdot 10^{-3}$  [s].

Ponieważ prawie każdy pomiar wykonany był dla innego natężenia przepływu, do analiz porównawczych wytypowano dwie grupy wyników eksperymentów o zbliżonych natężeniach przepływu, a mianowicie dla większego natężenia przepływu – około  $0,5 \text{ dm}^3/\text{s}$  i dla mniejszego – około  $0,32 \text{ dm}^3/\text{s}$ . Takie pogrupowanie wyników pomiarów ułatwia porównanie przebiegu uderzenia hydraulicznego przy założeniu, że warunki początkowe w analizowanych konfiguracjach stanowiska pomiarowego są takie same. Dodatkowo, dla ułatwienia analiz, wszystkie wyniki pomiarów przesunięto względem osi czasu tak, aby zjawisko uderzenia hydraulicznego rozpoczynało się dokładnie w chwili czasu  $t = 1 \text{ s}$ . W tabeli 3.4 zestawiono poszczególne grupy eksperymentów.

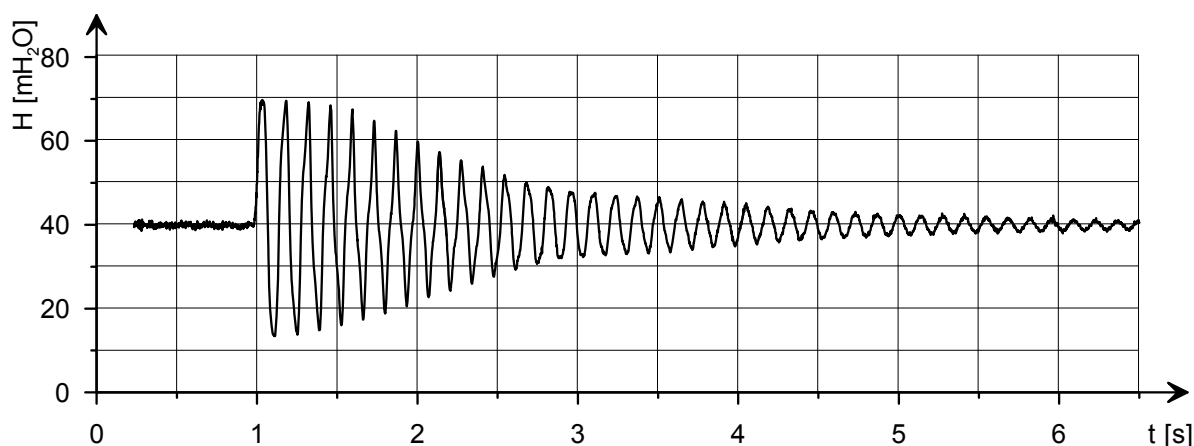
Tabela 3.4

Grupy eksperymentów podzielone wg natężenia przepływu

Eksperyment	Objętość	Czas napelnienia	Natężenie przepływu $q$	Czas zamknięcia zaworu	Okres $T$	Prędkość fali $c$	Ciśnienie pocz. $H_0$
	[dm <sup>3</sup> ]	[s]	[dm <sup>3</sup> /s]	[s]	[s]	[m/s]	[mH <sub>2</sub> O]
<b>natężenie przepływu <math>q \approx 0,32</math> dm<sup>3</sup>/s</b>							
<b>P04</b>	10	32,0	<b>0,313</b>	0,040	0,068	1198,54	39,88
<b>P05</b>	10	30,0	<b>0,333</b>	0,043	0,068	1207,36	41,06
<b>A04</b>	10	31,2	<b>0,321</b>	0,047	0,088	931,38	39,53
<b>B3</b>	10	31,1	<b>0,322</b>	0,034	0,087	946,15	38,62
<b>C7</b>	10	31,1	<b>0,322</b>	0,034	0,104	791,00	38,88
<b>D7</b>	10	30,2	<b>0,331</b>	0,043	0,103	795,79	40,18
<b>K2</b>	10	32,0	<b>0,313</b>	0,082	0,148	552,81	38,37
<b>L2</b>	10	29,8	<b>0,336</b>	0,053	0,122	669,62	40,09
<b>G1</b>	10	31,4	<b>0,318</b>	0,052	0,138	596,00	38,24
<b>H2</b>	10	29,9	<b>0,334</b>	0,038	0,135	608,16	39,07
<b>natężenie przepływu <math>q \approx 0,50</math> dm<sup>3</sup>/s</b>							
<b>P02</b>	10	20,3	<b>0,493</b>	0,034	0,070	1175,63	39,44
<b>A01</b>	10	20,1	<b>0,498</b>	0,044	0,091	903,58	38,76
<b>B7</b>	10	20,9	<b>0,478</b>	0,043	0,087	943,43	40,30
<b>C3</b>	10	21,0	<b>0,476</b>	0,046	0,105	781,88	39,41
<b>D4</b>	10	20,4	<b>0,490</b>	0,044	0,104	790,04	40,98
<b>K6</b>	10	20,0	<b>0,500</b>	0,035	0,119	688,83	38,81
<b>L5</b>	10	20,0	<b>0,500</b>	0,037	0,117	702,10	40,16
<b>G6</b>	10	20,0	<b>0,500</b>	0,038	0,137	600,18	39,80
<b>H4</b>	10	20,0	<b>0,500</b>	0,052	0,131	625,95	40,82

## 4. ANALIZA WYNIKÓW EKSPERYMENTU

Badania modelowe wykonane dla różnych warunków pracy układu dostarczają informacji o wpływie zainstalowanego bocznika na przebieg uderzenia hydraulicznego. Przypomnijmy, że zjawisko to badano dla różnych sposobów włączenia bocznika do rurociągu, różnych długości bocznika oraz różnych parametrów przepływu ustalonego poprzedzającego przepływ nieustalony. Zaczniemy od omówienia przebiegu zjawiska w prostym rurociągu stalowym bez bocznika, w którym początkowe natężenie przepływu wynosi  $q = 0,50 \text{ dm}^3/\text{s}$ . W przypadku rurociągu jak na rysunku 3.3, w którym panuje przepływ ustalony, w momencie gwałtownego zamknięcia zaworu powstają wahania ciśnienia, których przebieg przedstawiono na rysunku 4.1. Jak widać, w pierwszym okresie ciśnienie w przekroju końcowym rurociągu wzrasta prawie dwukrotnie w stosunku do ciśnienia początkowego i wynosi ok. 69 m słuza wody. Wahania z czasem zanikają. Po 6 sekundach ich amplituda nie przekracza ok. 40 m słuza wody. Po zastosowaniu elementu bocznikowego podłączonego nieprzepływowo, jak na rysunku 3.2a, wahania ciśnienia są mniejsze zaś fala jest szybciej tłumiona. Przykładowe wykresy zmian ciśnienia uzyskane dla boczników o długości 21,3 cm oraz 92,1 cm przedstawiono odpowiednio na rysunkach 4.2 i 4.3.



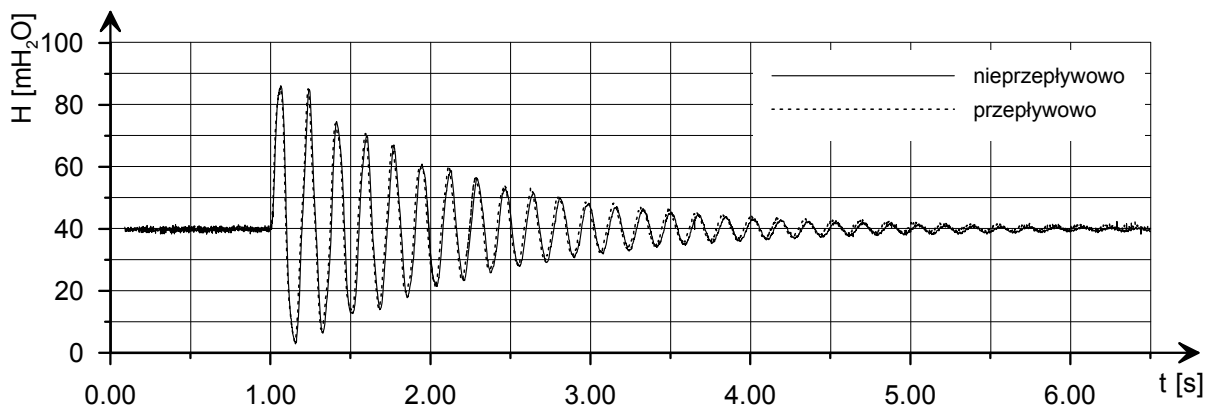
Rys. 4.1. Przebieg uderzenia hydraulicznego w prostym przewodzie stalowym.

Podobne badania wykonano dla przypadku bocznika podłączonego jako przepływowy (rys. 3.2b). Przebiegi ciśnienia dla tej konfiguracji przedstawiono również na rysunkach 4.2 i 4.3. Jak można zauważyć różnice w przebiegach fali ciśnienia dla obydwu sposobów podłączenia

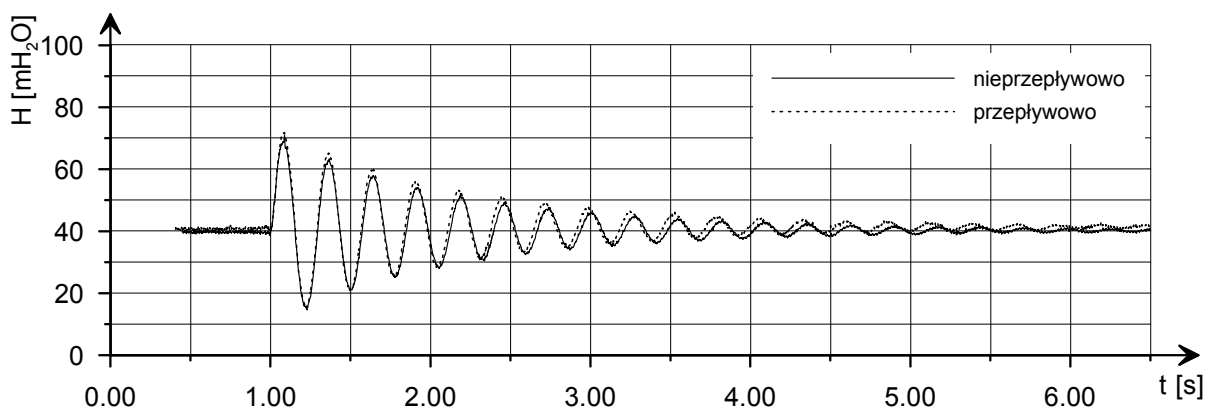


bocznika są nieznaczne. Na rysunkach przedstawiono wyniki uzyskane tylko dla dwóch boczników, tzn. dla najkrótszego i najdłuższego spośród badanych. Syntetyczne informacje o wpływie boczników o innej długości przedstawiono w tabeli 4.1.

Z wykonanych pomiarów wynika, że średnia różnica między wzrostem ciśnienia w przewodzie z bocznikiem podłączonym nieprzepływowo, a podłączonym przepływowo wynosi 0,49 m słupa wody. Podobne skutki działania bocznika podłączonego przepływowo i bocznika podłączonego nieprzepływowo na tłumienie fali ciśnienia uzasadniają ograniczenie dalszej analizy do jednego typu bocznika. W dalszej części pracy rozpatrywany będzie tylko układ z bocznikiem podłączonym nieprzepływowo.



Rys. 4.2. Przebieg uderzenia hydraulicznego w przewodzie stalowym z bocznikiem podłączonym nieprzepływowo i przepływowo (bocznik długości 21,3 cm, natężenie przepływu  $q = 0,500 \text{ dm}^3/\text{s}$ ).



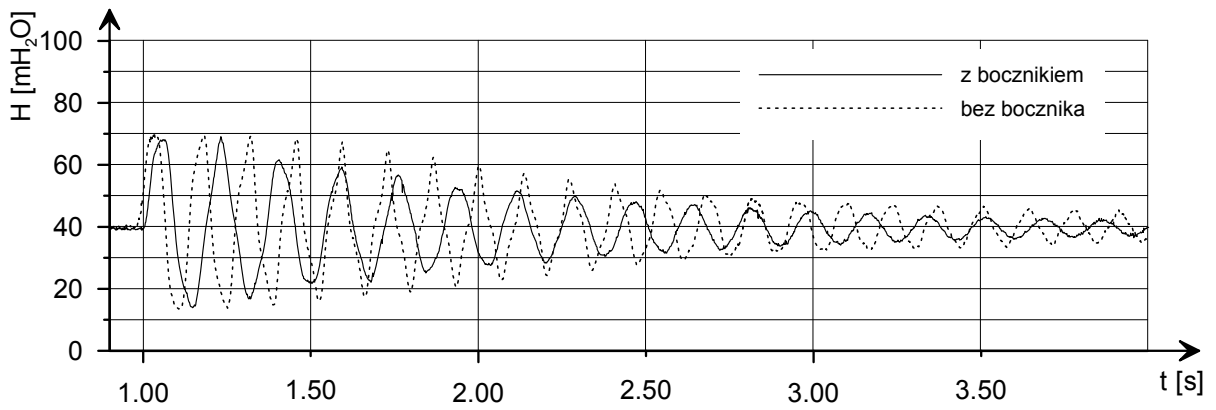
Rys. 4.3. Przebieg uderzenia hydraulicznego w przewodzie stalowym z bocznikiem podłączonym nieprzepływowo i przepływowo (bocznik długości 92,1 cm, natężenie przepływu  $q = 0,500 \text{ dm}^3/\text{s}$ ).

**Tabela 4.1**

Porównanie skuteczności tłumienia bocznika podłączonego przepływowo i nieprzepływowo

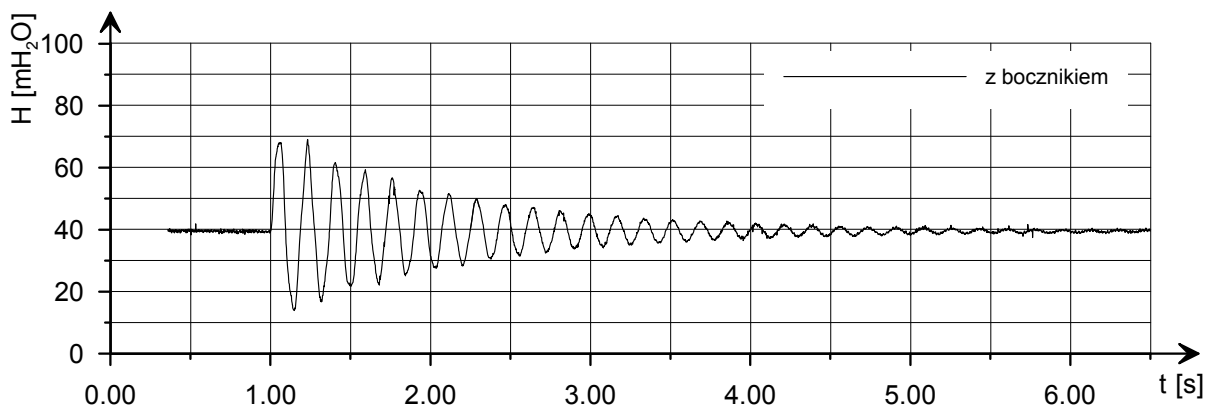
bocznik długości [cm]	sposób włączenia w układ	natężenie przepływu			
		0,32 dm <sup>3</sup> /s		0,50 dm <sup>3</sup> /s	
		maksymalny wzrost ciśnienia [m]	różnica [m]	maksymalny wzrost ciśnienia [m]	różnica [m]
21,3	nieprzepływowo	30,28	1,13	46,27	1,7
	przepływowo	29,15		44,57	
29,7	nieprzepływowo	26,02	-2,34	40,83	-0,95
	przepływowo	28,36		41,78	
42,8	nieprzepływowo	19,43	-3,59	31,91	8,14
	przepływowo	23,02		23,77	
92,1	nieprzepływowo	19,72	-1,8	30,55	2,57
	przepływowo	21,52		27,98	

Interesujących informacji na temat ogólnego wpływu bocznika na przebieg uderzenia hydraulicznego dostarcza porównanie przebiegu uderzenia hydraulicznego w rurociągu prostym z przebiegiem uzyskanym po zainstalowaniu bocznika nieprzepływowego. Wyniki pomiarów przedstawiono na rys. 4.4. Jak wynika z porównania wykresów, bocznik powoduje nie tylko redukcję amplitudy wahań, ale także zmienia ich częstotliwość, tzn. zmienia prędkość propagacji fali ciśnienia. O ile dla przewodu stalowego prędkość ta wynosi ok. 1200 m/s, to w przypadku obecności bocznika o długości 21,3 cm i średnicy wewnętrznej 90 mm wykonanego z polietylenu prędkość ta, jak wynika z wykresu, zredukowana jest do wartości średniej 930 m/s. Jak widać, nawet najkrótszy z zastosowanych boczników daje wyraźnie pozytywne rezultaty tłumienia (rys. 4.4). Mimo, iż maksymalny przyrost ciśnienia jest niewiele niższy niż w rurociągu prostym bez bocznika, to amplituda ciśnienia znacznie szybciej wygasa. Fakt ten ma istotne znaczenie praktyczne, gdyż wpływa na wytrzymałość ścianek przewodu, które są obciążane cyklicznymi wahaniami ciśnienia.

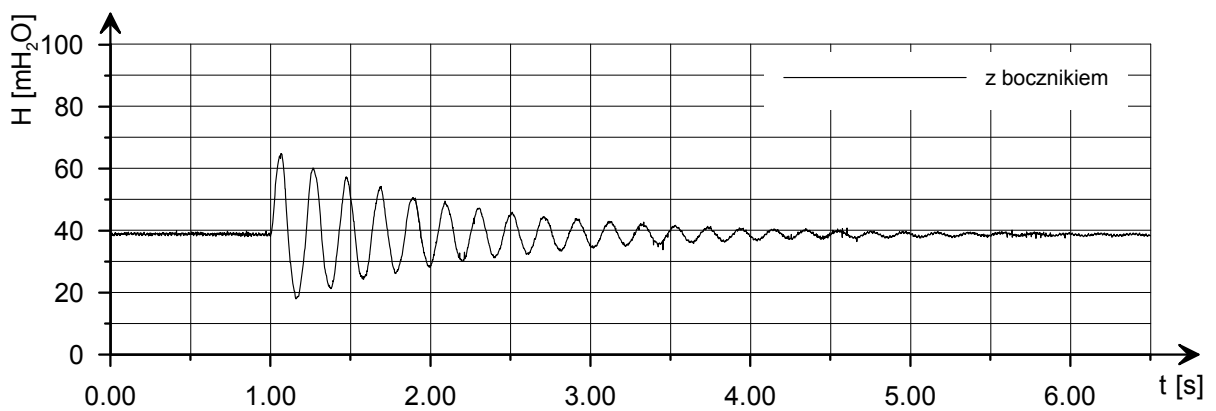


Rys. 4.4. Porównanie przebiegu uderzenia hydraulicznego w przewodzie z zastosowaniem najkrótszego (21,3 cm) z badanych elementów bocznikowych ( $q = 0,32 \text{ dm}^3/\text{s}$ ).

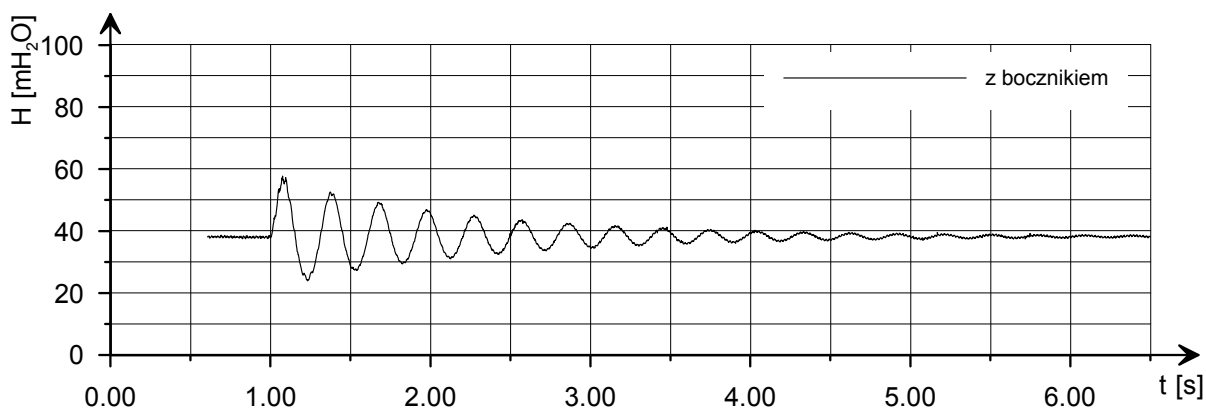
Wpływ długości bocznika na przebieg zjawiska uderzenia hydraulicznego dla natężeń przepływu  $q = 0.32 \text{ dm}^3/\text{s}$  i  $q = 0.5 \text{ dm}^3/\text{s}$  przedstawiono kolejno na rysunkach 4.5 – 4.12.



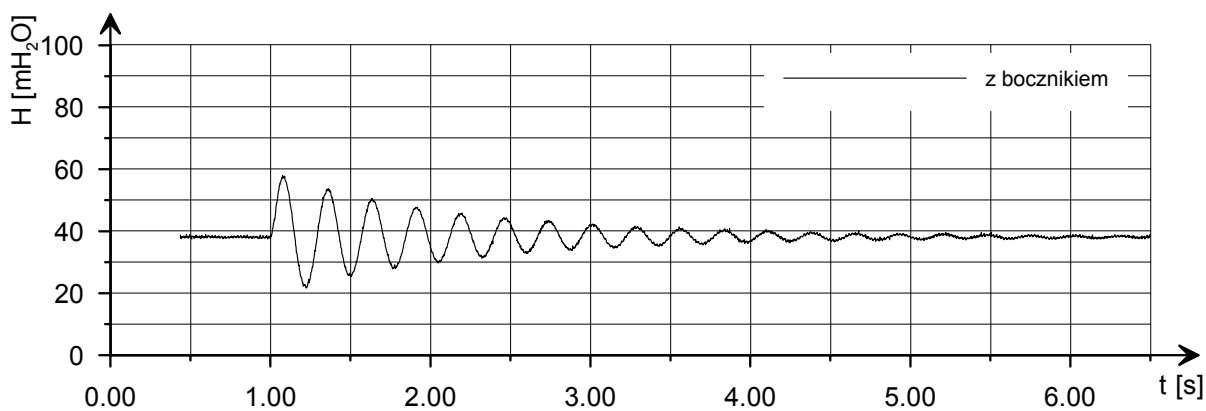
Rys. 4.5. Przebieg uderzenia hydraulicznego w przewodzie z zastosowaniem bocznika o długości 21,3 cm ( $q = 0,32 \text{ dm}^3/\text{s}$ ).



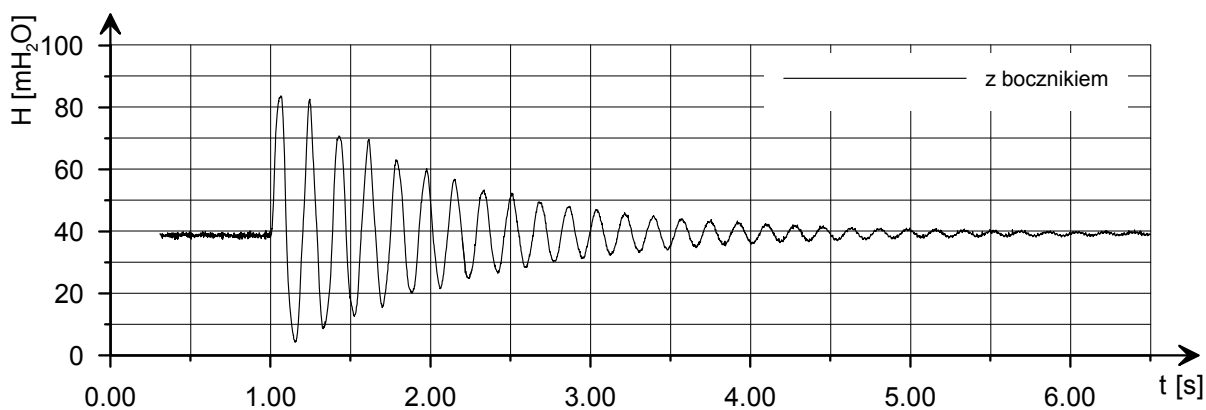
Rys. 4.6. Przebieg uderzenia hydraulicznego w przewodzie z zastosowaniem bocznika o długości 29,7 cm ( $q = 0,32 \text{ dm}^3/\text{s}$ ).



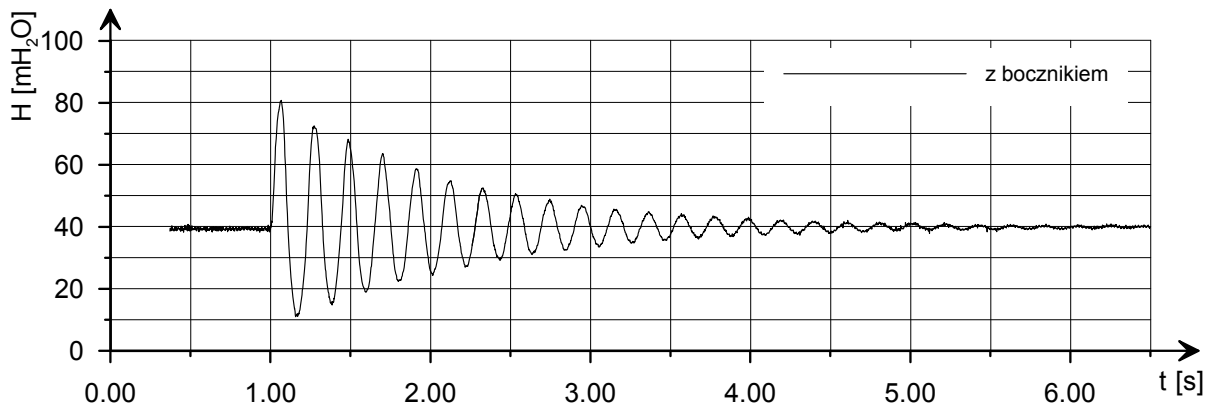
Rys. 4.7. Przebieg uderzenia hydraulicznego w przewodzie z zastosowaniem bocznika o długości 42,8 cm ( $q = 0,32 \text{ dm}^3/\text{s}$ ).



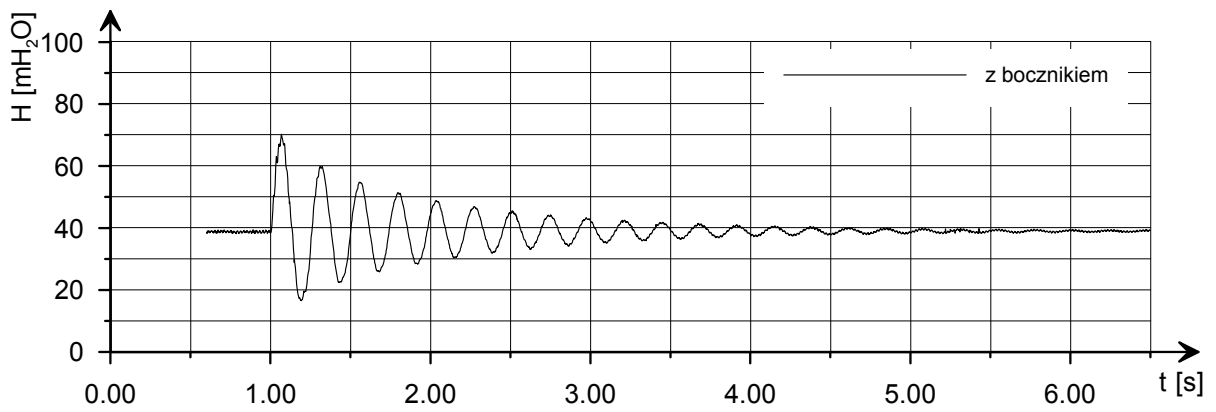
Rys. 4.8. Przebieg uderzenia hydraulicznego w przewodzie z zastosowaniem bocznika o długości 92,1 cm ( $q = 0,32 \text{ dm}^3/\text{s}$ ).



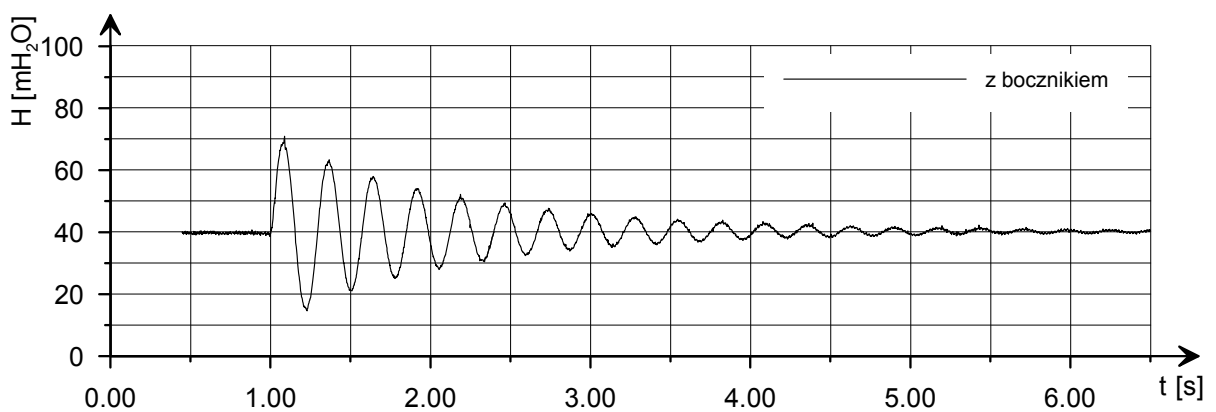
Rys. 4.9. Przebieg uderzenia hydraulicznego w przewodzie z zastosowaniem bocznika o długości 21,3 cm ( $q = 0,5 \text{ dm}^3/\text{s}$ ).



Rys. 4.10. Przebieg uderzenia hydraulicznego w przewodzie z zastosowaniem bocznika o długości 29,7 cm ( $q = 0,50 \text{ dm}^3/\text{s}$ ).



Rys. 4.11. Przebieg uderzenia hydraulicznego w przewodzie z zastosowaniem bocznika o długości 42,8 cm ( $q = 0,50 \text{ dm}^3/\text{s}$ ).



Rys. 4.12. Przebieg uderzenia hydraulicznego w przewodzie z zastosowaniem bocznika o długości 92,1 cm ( $q = 0,50 \text{ dm}^3/\text{s}$ ).

Wyniki pomiarów wyraźnie wykazują istotny wpływ długości bocznika na proces tłumienia oscylacji ciśnienia. Dłuższy bocznik zapewnia lepsze własności tłumiące układu.

Jak wynika z wykresów oscylacji przebiegu fal ciśnienia, w zależności od zamontowanego bocznika lub jego braku, liczba cykli fali ciśnienia jest zmienna. Zmienia się także kształt obwiedni ciśnień minimalnych i maksymalnych. Wahania ciśnienia dla przewodu prostego bez elementu bocznikowego są częstsze i wolniej tłumione niż dla przewodu z zamontowanym bocznikiem. Różnice pomiędzy pomiarami z bocznikiem i bez są wyraźnie widoczne nawet bez dokładnego analizowania poszczególnych pomiarów.

Aby sprawdzić jak zmienia się wielkość wahań ciśnienia i ich tłumienie, przeanalizowano kształt obwiedni pomierzonych przebiegów ciśnienia. W tym celu dokonano analizy amplitud fali ciśnienia dla pierwszych 3,5 sekund przebiegu zjawiska. W tabeli 4.2 zestawiono zebrane wartości. Dane uporządkowano wg czasu, a więc wartości maksymalnych ciśnień (amplituda rosnąca – pogrubiony druk) są umieszczone na przemian z minimalnymi wartościami ciśnienia (amplituda malejąca – druk normalny). Z porównania zestawionych danych wynika, że dla rurociągu bez bocznika oscylacje ciśnienia charakteryzują się większą częstotliwością niż dla przypadków z bocznikiem. Aby sprawdzić jak tłumione są oscylacje ciśnienia, policzono dla każdego z analizowanych pomiarów tzw. logarytmiczny dekrement tłumienia drgań  $\delta$ , który jest równy (Osiński, 1997):

$$\delta = \ln \frac{a_n}{a_{n+2}} \quad (4.1)$$

Objaśnienie symboli użytych we wzorze (4.1) zamieszczono na rysunku 4.13. Ponieważ kolejne amplitudy różnią się niewiele, obliczono także wartość średniego dekrementu dla  $m$  kolejnych okresów (Osiński, 1997):

$$\delta_{sr} = \frac{1}{m} \ln \frac{a_n}{a_{n+m}} \quad (4.2)$$

Objaśnienie symboli użytych we wzorze (4.2) zamieszczono również na rysunku 4.13.

Tabela 4.2

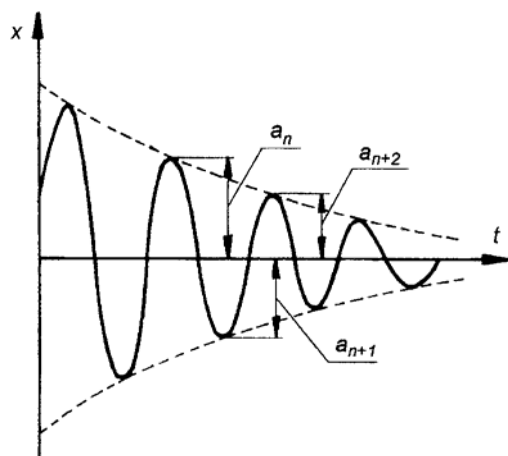
Zestawienie wielkości amplitud dla pomiarów.

q = 0,5 dm <sup>3</sup> /s										
pomiar	P02		A01		C3		K6		G6	
długość boczника	bez boczника		21,3 cm		29,7 cm		42,8 cm		92,1 cm	
	czas	wielkość amplitudy	czas	wielkość amplitudy	czas	wielkość amplitudy	czas	wielkość amplitudy	czas	wielkość amplitudy
	[s]	[m H <sub>2</sub> O]	[s]	[m H <sub>2</sub> O]	[s]	[m H <sub>2</sub> O]	[s]	[m H <sub>2</sub> O]	[s]	[m H <sub>2</sub> O]
	<b>1,05</b>	<b>46,76</b>	<b>1,07</b>	<b>46,40</b>	<b>1,07</b>	<b>41,39</b>	<b>1,07</b>	<b>30,99</b>	<b>1,09</b>	<b>31,10</b>
	1,13	37,75	1,16	32,10	1,17	27,91	1,20	22,01	1,22	25,20
	<b>1,20</b>	<b>59,56</b>	<b>1,24</b>	<b>44,90</b>	<b>1,27</b>	<b>32,59</b>	<b>1,32</b>	<b>20,79</b>	<b>1,37</b>	<b>23,60</b>
	1,28	38,84	1,33	27,80	1,39	24,71	1,44	16,21	1,51	18,70
	<b>1,35</b>	<b>57,86</b>	<b>1,43</b>	<b>33,70</b>	<b>1,48</b>	<b>28,59</b>	<b>1,57</b>	<b>15,69</b>	<b>1,65</b>	<b>17,70</b>
	1,42	37,34	1,52	23,80	1,6	20,41	1,68	12,71	1,79	14,30
	<b>1,49</b>	<b>53,56</b>	<b>1,62</b>	<b>32,70</b>	<b>1,7</b>	<b>23,69</b>	<b>1,81</b>	<b>12,39</b>	<b>1,93</b>	<b>13,90</b>
	1,56	35,04	1,70	20,80	1,82	16,71	1,92	10,31	2,06	11,30
	<b>1,62</b>	<b>47,86</b>	<b>1,79</b>	<b>25,20</b>	<b>1,92</b>	<b>18,59</b>	<b>2,04</b>	<b>9,79</b>	<b>2,19</b>	<b>12,40</b>
	1,70	31,54	1,89	15,80	2,01	14,61	2,16	8,11	2,34	9,30
	<b>1,79</b>	<b>40,76</b>	<b>1,98</b>	<b>22,20</b>	<b>2,13</b>	<b>14,89</b>	<b>2,28</b>	<b>7,79</b>	<b>2,45</b>	<b>9,70</b>
	1,83	28,94	2,06	13,80	2,23	12,01	2,4	6,61	2,60	7,00
	<b>1,90</b>	<b>34,26</b>	<b>2,15</b>	<b>19,20</b>	<b>2,33</b>	<b>13,09</b>	<b>2,52</b>	<b>6,39</b>	<b>2,75</b>	<b>7,20</b>
	1,97	25,84	2,24	11,30	2,43	9,91	2,63	5,61	2,88	5,60
	<b>2,04</b>	<b>28,46</b>	<b>2,33</b>	<b>16,20</b>	<b>2,53</b>	<b>10,89</b>	<b>2,75</b>	<b>4,99</b>	<b>3,00</b>	<b>6,10</b>
	2,11	21,84	2,42	9,80	2,64	7,81	2,87	4,61	3,15	4,50
	<b>2,18</b>	<b>23,06</b>	<b>2,51</b>	<b>15,40</b>	<b>2,75</b>	<b>9,09</b>	<b>2,98</b>	<b>4,19</b>	<b>3,29</b>	<b>5,00</b>
	2,25	18,64	2,60	8,30	2,85	6,91	3,10	3,51	3,42	3,50
	<b>2,32</b>	<b>19,46</b>	<b>2,69</b>	<b>12,40</b>	<b>2,95</b>	<b>7,09</b>	<b>3,22</b>	<b>3,49</b>	<b>3,55</b>	<b>3,80</b>
	2,39	15,44	2,78	5,70	3,05	5,71	3,34	2,81	3,70	3,00
	<b>2,47</b>	<b>16,46</b>	<b>2,87</b>	<b>10,40</b>	<b>3,16</b>	<b>6,09</b>	<b>3,46</b>	<b>2,69</b>		
	2,54	14,14	2,96	4,50	3,27	4,41	3,57	2,11		
	<b>2,61</b>	<b>16,06</b>	<b>3,05</b>	<b>9,40</b>	<b>3,37</b>	<b>4,99</b>				
	2,68	14,14	3,13	3,80	3,47	3,71				
	<b>2,75</b>	<b>15,26</b>	<b>3,22</b>	<b>8,40</b>						
	2,81	13,54	3,31	2,90						
	<b>2,88</b>	<b>14,46</b>	<b>3,40</b>	<b>7,30</b>						
	2,96	12,24	3,49	1,70						
	<b>3,02</b>	<b>13,06</b>								
	3,09	11,54								
	<b>3,16</b>	<b>12,46</b>								
	3,22	11,24								
	<b>3,29</b>	<b>11,66</b>								
	3,36	9,94								
	<b>3,42</b>	<b>10,66</b>								
	3,50	8,74								

Tabela 4.2 (cd)

q = 0,32 dm <sup>3</sup> /s										
pomiar	P04		A04		C7		K2		G1	
długość boczника	bez boczника		21,3 cm		29,7 cm		42,8 cm		92,1 cm	
	czas	wielkość amplitudy	czas	wielkość amplitudy	czas	wielkość amplitudy	czas	wielkość amplitudy	czas	wielkość amplitudy
	[s]	[m H <sub>2</sub> O]	[s]	[m H <sub>2</sub> O]	[s]	[m H <sub>2</sub> O]	[s]	[m H <sub>2</sub> O]	[s]	[m H <sub>2</sub> O]
	<b>1,04</b>	<b>29,62</b>	<b>1,07</b>	<b>28,17</b>	<b>1,07</b>	<b>25,72</b>	<b>1,07</b>	<b>19,33</b>	<b>1,07</b>	<b>19,76</b>
	1,11	26,28	1,15	25,23	1,16	20,78	1,24	13,97	1,22	16,34
	<b>1,18</b>	<b>29,62</b>	<b>1,23</b>	<b>29,57</b>	<b>1,26</b>	<b>21,22</b>	<b>1,37</b>	<b>14,13</b>	<b>1,36</b>	<b>15,56</b>
	1,25	25,88	1,32	22,83	1,37	17,58	1,54	10,97	1,50	12,84
	<b>1,32</b>	<b>29,32</b>	<b>1,41</b>	<b>21,57</b>	<b>1,48</b>	<b>18,12</b>	<b>1,67</b>	<b>10,93</b>	<b>1,63</b>	<b>12,36</b>
	1,38	25,08	1,51	17,73	1,58	14,18	1,82	8,97	1,78	10,34
	<b>1,45</b>	<b>28,57</b>	<b>1,59</b>	<b>19,77</b>	<b>1,69</b>	<b>15,32</b>	<b>1,97</b>	<b>8,53</b>	<b>1,91</b>	<b>9,36</b>
	1,52	23,68	1,68	17,43	1,78	12,78	2,12	7,27	2,05	8,34
	<b>1,59</b>	<b>27,62</b>	<b>1,76</b>	<b>16,97</b>	<b>1,89</b>	<b>11,52</b>	<b>2,27</b>	<b>6,75</b>	<b>2,20</b>	<b>7,66</b>
	1,66	22,38	1,84	14,43	2,00	10,58	2,43	5,87	2,33	6,74
	<b>1,73</b>	<b>24,62</b>	<b>1,93</b>	<b>12,87</b>	<b>2,09</b>	<b>10,52</b>	<b>2,57</b>	<b>5,23</b>	<b>2,47</b>	<b>6,06</b>
	1,79	21,08	2,04	11,93	2,20	8,88	2,72	4,67	2,60	5,44
	<b>1,86</b>	<b>22,52</b>	<b>2,12</b>	<b>11,97</b>	<b>2,31</b>	<b>8,12</b>	<b>2,87</b>	<b>3,93</b>	<b>2,74</b>	<b>5,06</b>
	1,93	19,38	2,20	11,13	2,40	7,68	3,02	3,87	2,88	4,44
	<b>2,00</b>	<b>19,82</b>	<b>2,29</b>	<b>10,07</b>	<b>2,51</b>	<b>7,02</b>	<b>3,15</b>	<b>3,23</b>	<b>3,02</b>	<b>3,96</b>
	2,07	16,78	2,38	8,93	2,61	6,48	3,30	3,17	3,15	3,44
	<b>2,14</b>	<b>17,12</b>	<b>2,47</b>	<b>8,27</b>	<b>2,71</b>	<b>5,42</b>	<b>3,46</b>	<b>2,53</b>	<b>3,27</b>	<b>3,36</b>
	2,20	15,18	2,56	7,93	2,82	5,28	3,60	2,67	3,42	3,04
	<b>2,27</b>	<b>15,12</b>	<b>2,65</b>	<b>7,47</b>	<b>2,92</b>	<b>4,82</b>			<b>3,55</b>	<b>3,16</b>
	2,34	13,58	2,72	6,83	3,02	4,28			3,70	2,34
	<b>2,40</b>	<b>13,32</b>	<b>2,81</b>	<b>6,17</b>	<b>3,13</b>	<b>3,82</b>				
	2,47	12,28	2,90	5,63	3,22	3,88				
	<b>2,54</b>	<b>11,72</b>	<b>2,99</b>	<b>5,37</b>	<b>3,33</b>	<b>3,32</b>				
	2,61	10,58	3,08	5,33	3,44	3,18				
	<b>2,67</b>	<b>10,32</b>	<b>3,17</b>	<b>4,97</b>	<b>3,53</b>	<b>2,62</b>				
	2,75	8,88	3,25	4,43	3,64	2,98				
	<b>2,82</b>	<b>8,62</b>	<b>3,34</b>	<b>3,77</b>						
	2,89	7,38	3,43	3,73						
	<b>2,97</b>	<b>7,72</b>	<b>3,52</b>	<b>3,27</b>						
	3,04	7,18	3,60	3,53						
	<b>3,11</b>	<b>7,72</b>								
	3,17	6,88								
	<b>3,24</b>	<b>6,72</b>								
	3,30	6,68								
	<b>3,37</b>	<b>6,62</b>								
	3,44	6,78								
	<b>3,51</b>	<b>6,12</b>								
	3,57	6,58								





Rys. 4.13. Opis oznaczeń stosowanych we wzorach na wyznaczenie dekrementu (Osiński, 1997).

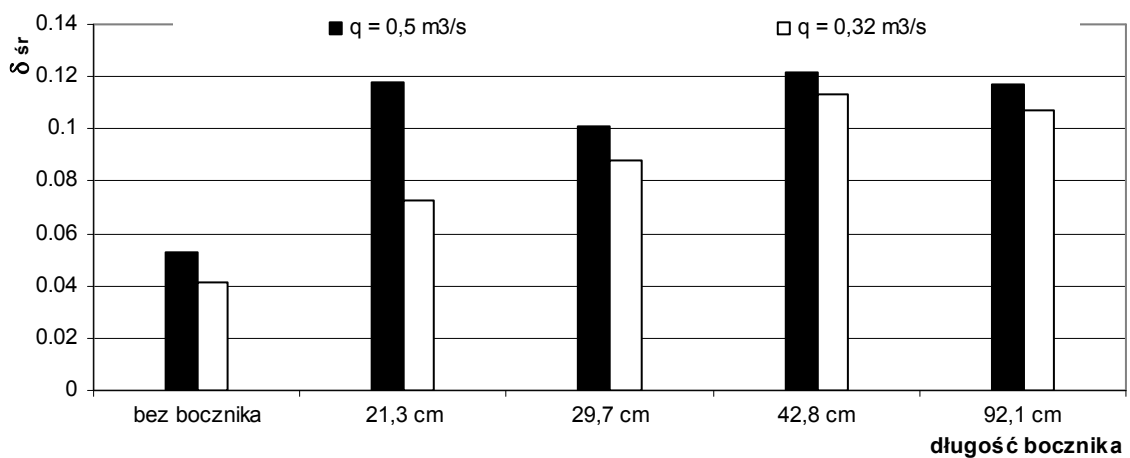
W tabeli 4.3 zestawiono obliczone wartości dekrementów, zaś wartości średnie dekrementu przedstawiono dodatkowo na rysunku 4.14. Można zauważyć, że im szybsze tłumienie fali ciśnienia, tym większa jest wartość dekrementu. Ta prosta zależność umożliwiła zinterpretowanie wykresu 4.14. Niezależnie od natężenia przepływu  $q$  widać, iż obecność bocznika zwiększa tłumienie. Jednak trudno wskazać, który z boczników jest najlepszy. Można zauważyć, iż najdłuższy z boczników w większości przypadków daje gorsze rezultaty niż krótszy od niego element bocznikowy długości 42,8 cm. Najkrótszy bocznik o długości 21,3 cm najslabiej tłumí fale ciśnienia.

**Tabela 4.3**

Wartości dekrementów

q = 0,5 dm <sup>3</sup> /s					
pomiar	P02	A01	C3	K6	G6
długość bocznika	bez bocznika	21,3 cm	29,7 cm	42,8 cm	92,1 cm
$\delta$	-0,242	0,033	0,239	0,399	0,276
$\delta_{sr}$	0,053	0,118	0,101	0,122	0,117
q = 0,32 dm <sup>3</sup> /s					
pomiar	P04	A04	C7	K2	G1
długość bocznika	bez bocznika	21,3 cm	29,7 cm	42,8 cm	92,1 cm
$\delta$	0,003	-0,049	0,192	0,313	0,239
$\delta_{sr}$	0,041	0,073	0,088	0,113	0,107

Zastanawiające są ujemne wartości dekrementu  $\delta$ . Oznacza to, że w trakcie pomiaru zarejestrowano pierwszy przyrost ciśnienia mniejszy niż kolejny. Prawdopodobnie taki odczyt spowodowany był błędną pracą jednego z urządzeń pomiarowych. Pomiary wykonywano w następującej kolejności: najpierw przewód bez bocznika, następnie bocznik długości 21,3 cm, potem dłuższe. Niewykluczone, że za słabo rozgrzany wzmacniacz ekstensometrów był źródłem niedokładnych, zafałszowanych odczytów w trakcie dwóch pierwszych serii pomiarowych. Źródłem błędów mogło być także niewystarczające odpowietrzenie układu. Jak wynika z nielicznych badań (Borga i inni, 2004) obecność nawet niewielkiej ilości powietrza w układzie pomiarowym może znacząco wpłynąć na przebieg badanego zjawiska.



Rys 4.14. Graficzna prezentacja wartości dekrementu  $\delta_{sr}$

(słupki czarne – natężenie przepływu  $q = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$ , słupki białe –  $q = 0,32 \text{ m}^3/\text{s}$ ).

Na rysunkach 4.15 – 4.16 przedstawiono wykresy maksymalnych przyrostów ciśnienia czyli obwiednie ekstremalnych ciśnień w początkowej fazie zjawiska ( $0 \leq t \leq 3,5 \text{ s}$ ), gdy oscylacje są największe. Zależność  $H_A(t)$  oznaczoną na wykresach punktami otrzymanymi z pomiarów wyrównano metodą najmniejszych kwadratów, przyjmując funkcję aproksymującą w następującej postaci:

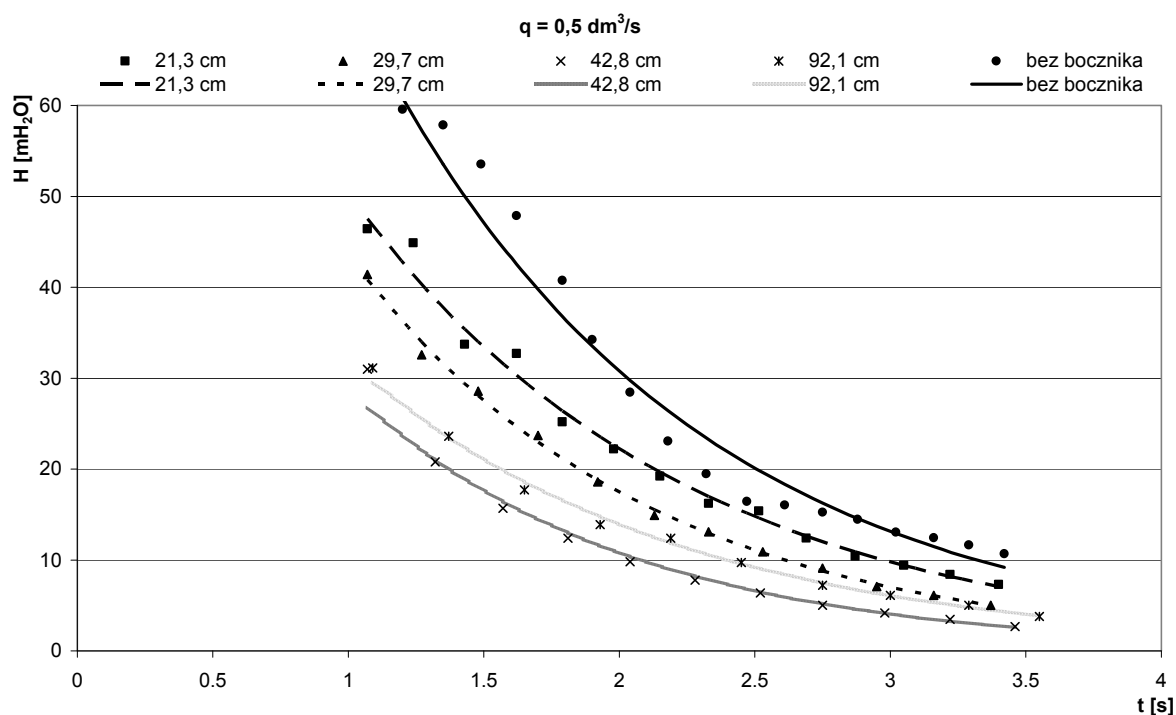
$$H_A(t) = \alpha \cdot e^{-\beta(t-t_0)} \quad (4.3)$$

gdzie:  $\alpha, \beta$  – współczynniki równania,

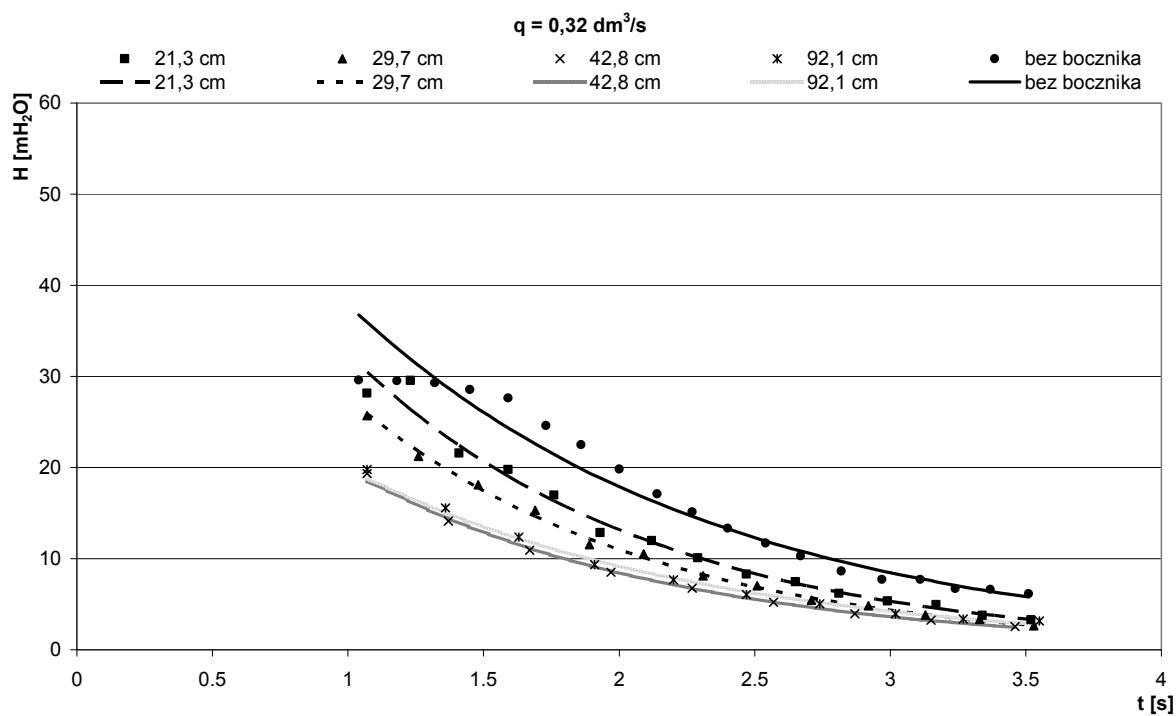
$H_A$  – wartość amplitudy ciśnienia,

$t$  – czas,

$t_0$  – czas rozpoczęcia przepływu nieustalonego ( $t_0 = 1,0 \text{ s}$ ).



Rys 4.15. Górna obwiednia fali ciśnienia dla natężenia przepływu  $q = 0,5 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



Rys 4.16. Górna obwiednia fali ciśnienia dla natężenia przepływu  $q = 0,32 \text{ dm}^3/\text{s}$ .

Wartości współczynników  $\alpha$  i  $\beta$  dla poszczególnych krzywych zestawiono w tabeli 4.4. Dla orientacyjnego oszacowania jakości aproksymacji w tabeli 4.4 podano także obliczone wartości współczynnika korelacji  $R$  pomiędzy zadanymi dyskretnie wartościami ekstremów fali ciśnienia i wartościami funkcji aproksymującej. Z rysunków 4.15 – 4.16 wynika, że niezależnie od początkowego natężenia przepływu  $q$  obwiednia pomiarów bez dodatkowego bocznika osiąga największe wartości  $H_A$  i jest najslabiej tłumiona. Z kolei najniższe wartości  $H_A$  i najlepsze tłumienie charakteryzuje obwiednię w przypadku bocznika o długości 42,8 cm. Nieco gorsze własności obserwuje się dla najdłuższego bocznika (92,1 cm). Również w tym przypadku stwierdzono, że użycie boczników długości 21,3 cm i 29,7 cm daje najslabsze efekty tłumienia. Badania wykonywano tylko dla jednej długości przewodu głównego. Na ich podstawie nie można więc jednoznacznie wykazać wpływu jego długości na tempo tłumienia oscylacji ciśnienia, a wpływ taki prawdopodobnie istnieje.

**Tabela 4.4**

Współczynniki  $\alpha$  i  $\beta$  równań aproksymujących obwiednię fali ciśnienia

$q = 0,5 \text{ dm}^3/\text{s}$					
pomiar	P02	A01	C3	K6	G6
długość bocznika	bez bocznika	21,3 cm	29,7 cm	42,8 cm	92,1 cm
$\alpha$	72,141	50,324	43,482	28,706	31,880
$\beta$	0,852	0,818	0,913	0,979	0,829
$R$	0,942	0,994	0,999	0,991	0,997
$q = 0,32 \text{ dm}^3/\text{s}$					
pomiar	P04	A04	C7	K2	G1
długość bocznika	brak	21,3 cm	29,7 cm	42,8 cm	92,1 cm
$\alpha$	37,881	32,479	27,654	19,63	19,836
$\beta$	0,749	0,905	0,923	0,843	0,771
$R$	0,969	0,991	0,999	0,999	0,998

Eksperymenty wykazują, że wraz ze zwiększaniem długości bocznika polietylenowego rośnie zdolność tłumienia oscylacji. Badania przeprowadzono dla dwóch wartości natężenia przepływu, mniejszego  $q \approx 0,32 \text{ dm}^3/\text{s}$  i większego  $q \approx 0,50 \text{ dm}^3/\text{s}$ . Z wykresów widać, że niezależnie od przyjętego natężenia przepływu, efekty tłumienia fali ciśnienia były podobne. Syntetyczne zestawienie efektów tłumienia, które potwierdzają tę tezę zestawiono w tabeli 4.5. Jak widzimy stopień redukcji ciśnienia wywołany obecnością

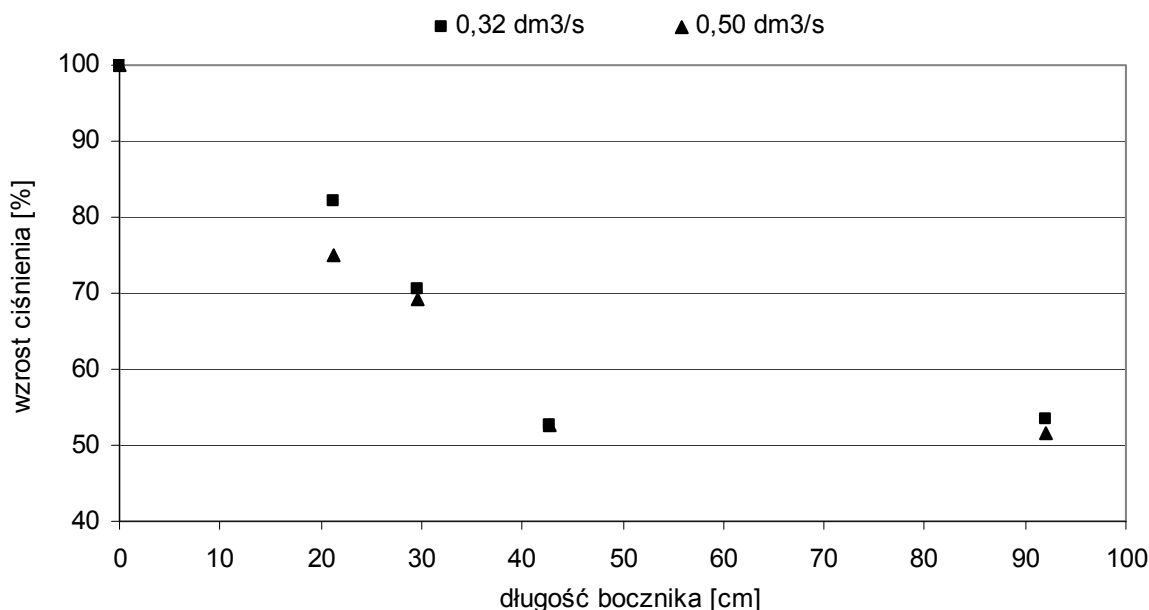
bocznika jest podobny dla obu rozpatrywanych natężeń przepływu początkowego. Dla obu początkowych natężeń przepływu  $q$  stopień tłumienia maksymalnej amplitudy waha się od ok. 18% (bocznik długości 21,3 cm) do ok. 48% (bocznik długości 92,1 cm). Na rysunku 4.17 na osi poziomej oznaczono długość stosowanych w badaniach boczników, zaś na osi pionowej stosunek procentowy wartości maksymalnego zmierzonego ciśnienia w trakcie pomiarów do wartości ciśnienia bez bocznika. Z danych zawartych w tabeli 4.5 można wywnioskować, że natężenie przepływu, tzn. prędkość początkowa, jedynie w nieznaczny sposób wpływa na zdolności tłumiące boczników. Największa różnica w tłumieniu między analizowanymi natężeniami przepływów wynosi ok. 7 % i została zaobserwowana dla bocznika długości 21,3 cm. Dla dłuższych boczników ta różnica nie przekracza 2%. Zakładając, że zanotowana prawie 7 % różnica w efektywności bocznika o długości 21,3 cm może być efektem błędów pomiarowych, można stwierdzić, że początkowa prędkość nie ma znaczącego wpływu na zdolności tłumienia uderzenia hydraulicznego przez boczniki. Efektywność tłumienia zależna jest natomiast od wymiarów elementu bocznikowego.

Analizując wykres 4.17 i dane z tabeli 4.5, można stwierdzić, że wzrost długości bocznika powoduje wzrost tłumienia. Niezależnie od natężenia przepływu najslabsze własności tłumiące zaobserwowano w przypadku bocznika o długości 21,3 cm, a następnie – 29,7 cm. Najlepsze tłumienie osiągnęły dwa najdłuższe boczniki 42,8 cm i 92,1 cm. Ich skuteczność jest bardzo podobna. Można więc zaryzykować stwierdzenie, że istnieje optymalna długość bocznika, która daje maksymalne efekty tłumiące. W tym wypadku, dla stosowanego rurociągu stalowego o długości 41 m i średnicy 42 mm, optymalna długość bocznika wynosi ok. 40 cm. Dalsze zwiększanie długości bocznika, jak wynika z wykresu 4.17, nie zmienia radykalnie pracy układu. Dokładniejsze wyjaśnienie zasygnalizowanego problemu wymagałoby wykonania dalszych badań dla innych wymiarów przewodu głównego i innych wymiarów elementu bocznikowego. Niestety ze względów technicznych wykraczało to poza zakres podjętej pracy.

Tabela 4.5

Redukcja ciśnienia w zależności od zastosowanego bocznika.

		Natężenie przepływu [dm <sup>3</sup> /s]	
		0,32	0,50
<b>Maksymalny wzrost zaobserwowanego ciśnienia</b>			
<b>bez bocznika</b>	[m sł. wody]	36,93	59,10
<b>z bocznikiem długości:</b>			
<b>21,3 cm</b>	[m sł. wody]	30,28	44,39
	[%] w stosunku do bez bocznika	<b>81,99</b>	<b>75,11</b>
<b>29,7 cm</b>	[m sł. wody]	26,02	40,83
	[%] w stosunku do bez bocznika	<b>70,46</b>	<b>69,09</b>
<b>42,8 cm</b>	[m sł. wody]	19,43	31,16
	[%] w stosunku do bez bocznika	<b>52,61</b>	<b>52,72</b>
<b>92,1 cm</b>	[m sł. wody]	19,72	30,55
	[%] w stosunku do bez bocznika	<b>53,40</b>	<b>51,69</b>



Rys 4.17. Maksymalny wzrost zaobserwowanego ciśnienia w % w stosunku do pomiaru bez bocznika.

Na wykresie 4.17 widać także, że natężenie przepływu ma niewielki wpływ na przebieg tłumienia. Odchylenia występujące przy najdłuższym boczniku i boczniku o długości 21,3 cm mogą być spowodowane niemożnością odtworzenia w każdym eksperymencie identycznych warunków wykonywania pomiarów. Poważnym problemem mogącym zakłócać pomiary mogło być także niedoskonałe odpowietrzenie elementu bocznikowego. Układ był wyposażony w zawór odpowietrzający. Jednak ten sposób odpowietrzania nie gwarantował całkowitego usunięcia powietrza z przewodu. Odpowietrzanie układu polegało bowiem na wyparciu powietrza przez wodę wypełniającą instalacje. Na przykład pęcherz powietrza pozostały w jakimś zakamarku przewodu lub bocznika mógł zmienić wyniki. W przypadku badania tak krótkotrwałego i szybkozmiennego zjawiska jakim jest uderzenie hydrauliczne, nawet niewielkie zakłócenia mogą znacząco wpłynąć na odczyty aparatury pomiarowej i przebieg zjawiska (Borga i inni, 2004).

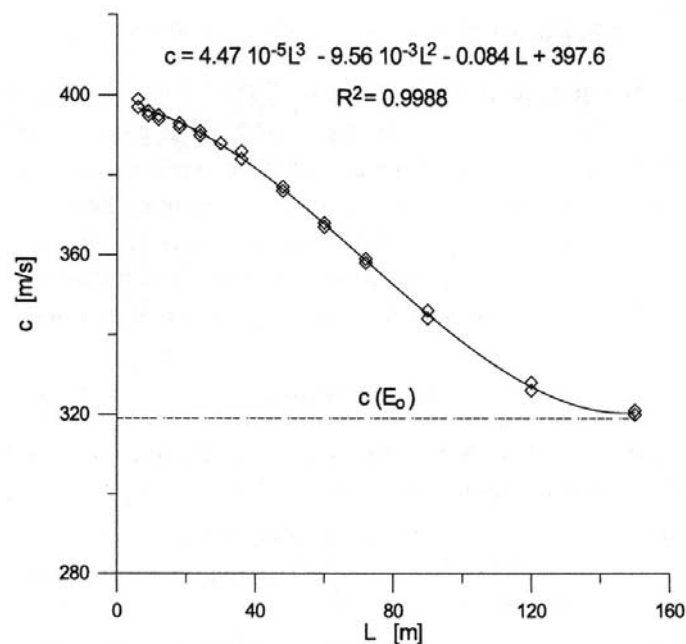
Jak wyjaśniono w opisie stanowiska doświadczalnego badany układ stanowi rurowciąg stalowy z podłączonym bocznikiem z polietylenu. Prędkość fali ciśnienia w rurowciągu polietylenowym jest inna niż w rurowciągu stalowym. Według badań przeprowadzonych przez Mitoska i Chorzelskiego (2003) zależy ona od długości przewodu. Dla długości przewodu z

zakresu  $6 \text{ m} \leq L \leq 150 \text{ m}$ , dla których wykonano badania, wymienieni autorzy uzależnili prędkość fali ciśnienia od długości rurociągu w następujący sposób:

$$c = 4,47 \cdot 10^{-5} \cdot L^3 - 9,56 \cdot 10^{-3} \cdot L^2 - 0,084 \cdot L + 397,6 \quad (4.4)$$

gdzie:  $c$  – prędkość fali ciśnienia [m/s],

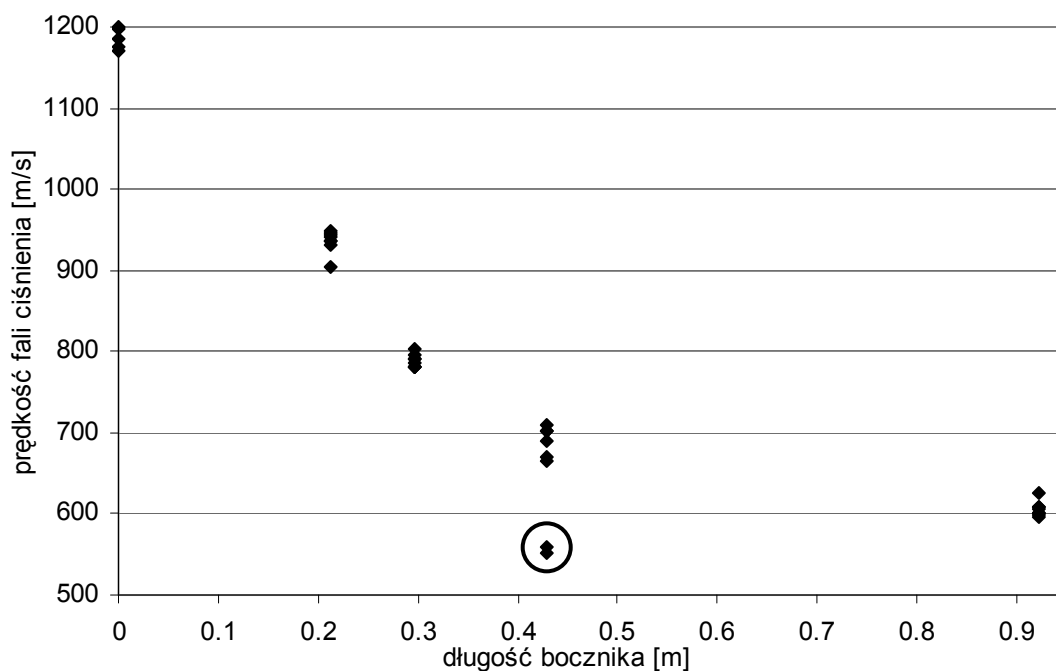
$L$  – długość rurociągu [m].



Rys 4.18. Zależność prędkości fali ciśnienia od długości bocznika (Mitosek i Chorzelski, 2003),

Z przeprowadzonych analiz wynika, że wraz ze wzrostem długości przewodu maleje prędkość propagacji fali. W przypadku opisanym przez wymienionych autorów prędkość ta waha się od ok. 390 m/s dla rurociągu o długości ok. 6 m do ok. 320 m/s dla rurociągu o długości ok. 150 m (rys 4.18). Fakt ten wynika prawdopodobnie z wiskoplastycznych właściwości polietylenu. Doświadczenia Mitoska i Chorzelskiego (2003) sugerują, że w przewodach krótszych niż 6 m prędkość fali ciśnienia będzie jeszcze większa.





Rys 4.19. Zależność prędkości fali ciśnienia od długości bocznika.  
(okreśłem zaznaczono wyniki odbiegające od pozostałych).

W badaniach wykonanych w ramach niniejszej pracy stosowano bardzo krótkie boczniki, bo o długości od 21,3 cm do 92,1 cm. Ponadto odcinki rury polietylenowej tworzącej bocznik zostały usztywnione elementami metalowymi (śruby usztywniające), co ograniczyło podatność bocznika na odkształcenia. Biorąc pod uwagę doświadczenia Mitoska i Chorzelskiego (2003) można przypuszczać, że prędkość propagacji fali ciśnienia w stosowanych bocznikach będzie znacznie większa. Niestety w trakcie wykonywanych eksperymentów nie było technicznych możliwości pomiaru prędkości propagacji fali w samym boczniku. Jednak eksperymenty wykazują bardzo istotny wpływ bocznika na wypadkową prędkość propagacji fali ciśnienia w rurociągu głównym. Z pomierzonych w trakcie eksperymentów oscylacji ciśnienia wyznaczono prędkości fali ciśnienia w rurociągu. Są to wypadkowe prędkości średnie wynikające z prędkości fali ciśnienia w przewodzie stalowym i w krótkim odcinku przewodu polietylenowego. Szczegółowe dane zestawiono w tabelach 3.3 i 3.4 dla wszystkich zbadanych elementów bocznikowych. Jak widać prędkość fali ciśnienia rośnie wraz z redukcją długości elementu bocznikowego. Zależność prędkości fali ciśnienia od długości bocznika wyraźnie ilustruje rys. 4.19. Zauważmy, że wartością graniczną prędkości fali ciśnienia w badanym układzie (przewód stalowy + bocznik) jest prędkość fali w rurociągu bez bocznika, która wynosi ok. 1200 m/s.

Zależność prędkości fali ciśnienia od długości bocznika zaproksymowano następującymi równaniami:

$$c = Al_d^2 + Bl_d + C \quad (4.5)$$

$$c = c_0 \exp(-\alpha l_d^\beta) \quad (4.6)$$

gdzie:  $c$  – wypadkowa prędkość fali ciśnienia,

$c_0$  – prędkość fali ciśnienia dla rurociągu stalowego,

$l_d$  – długość bocznika,

$A, B, C, \alpha, \beta$  – współczynniki równań.

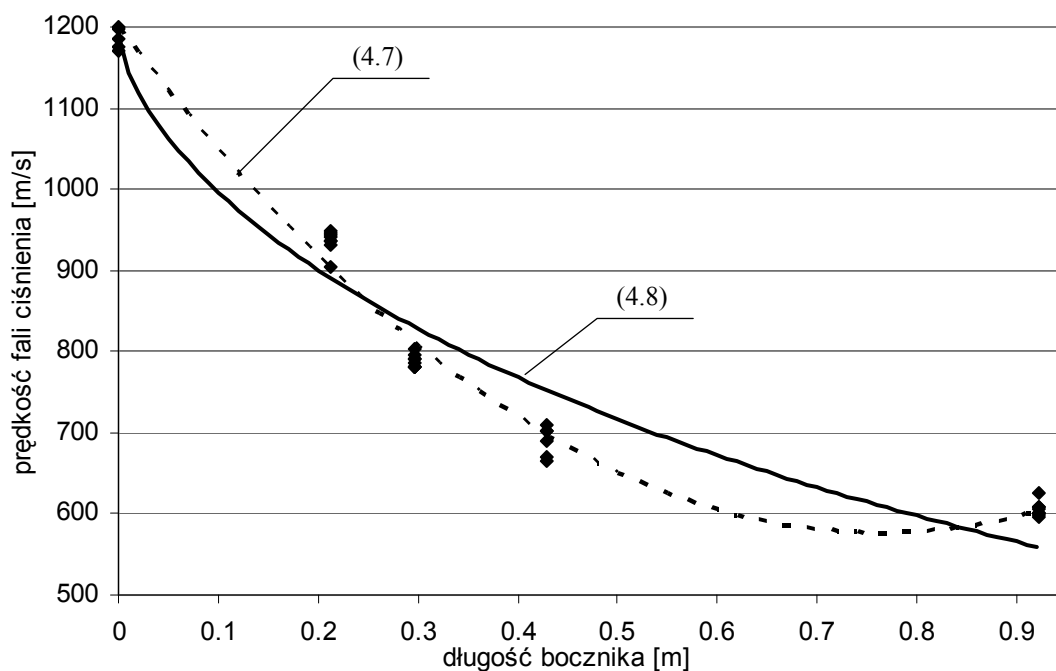
Współczynniki wymienionych równań (4.5) i (4.6) obliczono metodą najmniejszych kwadratów (Kacprzyński, 1974). Dla danych przedstawionych w tabelach 3.3 i 3.4 i na rysunku 4.19, spośród których pominięto dane odbiegające od pozostałych wyników pomiarów (zaznaczone obwiednią), otrzymano następujące wzory:

$$c = 1067,44l_d^2 - 1629,44l_d + 1199,16 \quad (4.7)$$

$$c = 1189,74 \cdot \exp(-0,79685l_d^{0,6526}) \quad (4.8)$$

W powyższych wzorach dla długości bocznika podanego w metrach prędkość fali ciśnienia otrzymuje się w m/s. Otrzymane krzywe przedstawiono na rysunku 4.20.

W przypadku równania (4.8) błąd aproksymacji jest większy i współczynnik korelacji wynosi 0,97, natomiast w przypadku równania (4.7) współczynnik korelacji wynosi 0,99. Chociaż wynik, który daje krzywa (4.7) jest dokładniejszy, to obserwujemy pewną wadę w postaci wystąpienia lokalnego ekstremum. Przepuszczalnie można by uniknąć tej sytuacji, gdyby w badaniach został uwzględniony bocznik o pośredniej długości na przykład ok. 70 cm. Z drugiej strony nie można definitywnie wykluczyć możliwości istnienia ekstremum. Być może dla rurociągu o danej długości i średnicy istnieje optymalna długość bocznika, która powoduje maksymalną redukcję wypadkowej prędkości fali ciśnienia.



Rys.4.20 Aproksymacja zależności prędkości fali ciśnienia w układzie od długości bocznika.

Otrzymane równania (4.7) lub (4.8) umożliwiają wyznaczenie średniej prędkości fali ciśnienia w przewodzie dla układu o konfiguracji przyjętej w badaniach, przy długości dodatkowego elementu bocznikowego nie przekraczającej 1 m. Wzory te można wykorzystać rozwiązując równania uderzenia hydraulicznego w badanym układzie.

Z przedstawionej analizy wyników badania układu prosty rurociąg stalowy – bocznik polietylenowy włączony nieprzepływowo wynikają istotne wnioski. Po pierwsze zastosowanie bocznika redukuje wzrost ciśnienia i przyspiesza tłumienie jego oscylacji. Po drugie obecność bocznika zmienia wypadkową prędkość propagacji fali ciśnienia w układzie, a tym samym zmienia w nim częstotliwość oscylacji ciśnienia. Prędkość ta maleje ze wzrostem długości bocznika. Jak więc widać, instalacja bocznika ma zasadniczy wpływ na przebieg zjawiska uderzenia hydraulicznego. Sprawą istotną jest więc uwzględnienie jego obecności i działania w modelu matematycznym przepływu nieustalonego w układzie hydraulicznym rurociąg – bocznik nieprzepływowy. Kwestia ta jest treścią następnych rozdziałów pracy.

## 5. MODEL MATEMATYCZNY UDERZENIA HYDRAULICZNEGO

### 5.1. Układ równań przepływu nieustalonego w rurociągu

Zjawisko uderzenia hydraulicznego opisuje następujący układ równań różniczkowych o pochodnych cząstkowych:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2d} |U|U = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + U \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (5.2)$$

gdzie:  $x$  – położenie,

$t$  – czas,

$U$  – prędkość,

$H$  – ciśnienie piezometryczne w rurociągu,

$f$  – współczynnik oporów na długości,

$d$  – średnica rurociągu,

$g$  – przyspieszenie ziemskie,

$c$  – prędkość fali ciśnienia.

Powyższe równania zaproponował Parmakian (1963) zakładając, że:

- rurociąg jest zawsze napełniony cieczą i znajduje się pod ciśnieniem przewyższającym prężność pary;
- rozkład ciśnienia i prędkości w przekroju poprzecznym jest jednostajny;
- uwzględnia się ściśliwość cieczy i sprężystość materiału rurociągu;
- straty hydrauliczne spowodowane tarciem cieczy oblicza się jak w ruchu ustalonym.

Równania (5.1) i (5.2) tworzą układ quasi – liniowych równań różniczkowych cząstkowych pierwszego rzędu typu hiperbolicznego z dwiema zmiennymi niezależnymi  $x$  i  $t$  oraz dwiema zmiennymi zależnymi  $H(x,t)$  i  $U(x,t)$  (Mitosek, 2001; Szymkiewicz, 1975). Pierwsze z nich (5.1) jest równaniem ilości ruchu opisującym równowagę dynamiczną w przekroju poprzecznym przewodu, zaś drugie (5.2) – jest równaniem ciągłości przepływu strumienia ściśliwej cieczy w cienkościennym, sprężystym przewodzie. Gęstość cieczy oraz

odkształcalność przewodu uwzględniona jest w równaniu ciągłości (5.2) poprzez prędkość fali ciśnienia  $c$  zdefiniowanej wzorem (1.12).

### 5.1.1. Współczynnik oporów na długości

Występujący w równaniu (5.1) człon reprezentujący siłę tarcia ma postać taką, jaka obowiązuje w ruchu ustalonym. Zawiera on współczynnik oporów na długości  $f$  nazywany również współczynnikiem oporu hydraulicznego (Gabryszewski, 1973). Jest on zależny od parametrów przewodu. Istnieje kilka metod – formuł wyznaczania wartości tego współczynnika. Jednym z pierwszych wzorów była formuła zaproponowana przez Darcy (Gabryszewski, 1973):

$$f = 0,01989 + \frac{0,000508}{d} \cong 0,02 + \frac{1}{2000 d} \quad (5.3)$$

gdzie:  $d$  – średnica przewodu [m].

Systematyczne doświadczenia, mające na celu ustalenie wpływu chropowatości ścian rurociągu na wielkość oporów hydraulicznych, prowadził Nikuradse w latach trzydziestych XX wieku. Doświadczenia swe przeprowadził na rurach o sztucznej chropowatości ścianek. Wynik badań przedstawił na charakterystycznym wykresie obrazującym zależność współczynnika oporu hydraulicznego od liczby Reynoldsa oraz od względnej chropowatości  $\varepsilon$  zdefiniowanej następująco:

$$\varepsilon = k / r \quad (5.4)$$

gdzie:  $k$  – chropowatość bezwzględna,

$r$  – promień rury.

W przypadku przepływów o dużych wartościach liczby Reynoldsa ( $R_e > 100000$ ) wartość współczynnika oporu hydraulicznego nie zależy od wartości tej liczby. Dla obszaru zmienności  $R_e$  Nikuradse zaproponował wzór (Gabryszewski, 1973):

$$f = \frac{1}{\left(1,74 + 2 \log \frac{r}{k}\right)^2} \quad (5.5)$$

Inną postać współczynnika oporów na długości reprezentuje wzór Prandtla – Karmana (Gabryszewski, 1973):

$$f = \frac{1}{\left(2 \log \frac{3,71d}{k}\right)^2} \quad (5.6)$$

Na podstawie licznych badań zaproponowano szereg wzorów dla obszaru obejmującego normalne przepływy w przewodach wodociągowych. Na przykład wzór Colebrooka-White'a dla rur chropowatych:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} + \frac{k}{3,71d} \right) \quad (5.7)$$

jest kombinacją 2 wzorów: Prandtla i Karmana dla rur hydraulicznie gładkich (Gabryszewski, 1973):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left( \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (5.8)$$

i dla rur hydraulicznie chropowatych:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left( \frac{2,71d}{k} \right) \quad (5.9)$$

Ze względu na uwikłaną postać wzór (5.7) jest trudny w użyciu. W trakcie obliczeń przepływu nieustalonego zmieniająca się prędkość przepływu wymaga permanentnego rozwiązywania nieliniowego równania (5.7).

Dla przewodów kołowych wartość liczby Reynoldsa obliczamy wg wzoru (Gabryszewski, 1973):

$$R_e = \frac{Ud}{\nu} \quad (5.10)$$

gdzie:  $R_e$  – liczba Reynoldsa,

$\nu$  – kinematyczny współczynnik lepkości cieczy płynącej w przewodzie [ $\text{m}^2/\text{s}$ ],

$U$  – średnia prędkość przepływu w przewodzie [ $\text{m/s}$ ].

Występujący we wzorze (5.10) kinematyczny współczynnik lepkości  $\nu$  zależny jest od temperatury i jego wartość dla wody oblicza się ze wzoru (Sawicki i inni, 1995):

$$\nu = \frac{\mu_0}{\rho(1 + 0,0377T_w + 0,000221T_w^2)} \quad (5.11)$$

gdzie:  $\mu_0$  – dynamiczny współczynnik lepkości

dla  $t = 0$  [ $^{\circ}\text{C}$ ],  $\mu_0 = 0,00179$  [ $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ ],

$T_w$  – temperatura wody [ $^{\circ}\text{C}$ ],

$\rho$  – gęstość wody [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ].

Dla wody o temperaturze  $t = 0 - 40$   $^{\circ}\text{C}$  gęstość  $\rho$  obliczamy ze wzoru empirycznego (1.13) (Sawicki i inni, 1995).

W latach pięćdziesiątych XX wieku Szewielew zaproponował następujące wzory na współczynnik oporów na długości (Gabryszewski, 1973):

– dla nowych rur stalowych:

$$f = \frac{0,312}{d^{0,226}} \left( 1,9 \cdot 10^{-6} + \frac{\nu}{U} \right)^{0,226} \quad (5.12)$$

– dla używanych rur stalowych i żeliwnych:

$$f = \frac{0,863}{d^{0,284}} \left( 0,55 \cdot 10^{-6} + \frac{\nu}{U} \right)^{0,284} \quad (5.13)$$

Celem sprawdzenia i porównania wykonano obliczenia współczynnika oporów  $f$  za pomocą kilku wymienionych wyżej wzorów (tabela 5.1). Przyjęto następujące parametry cieczy i przewodu:

- temperatura wody  $T_w = 12$  [°C],
- gęstość wody dla  $T_w = 12$  [°C],  $\rho = 999,53$  [kg/m<sup>3</sup>],
- średnica przewodu  $d = 0,042$  [m],
- kinematyczny współczynnik lepkości wody  $\nu = 1,207 \cdot 10^{-6}$  [m<sup>2</sup>/s],
- chropowatość bezwzględna  $k = 0,00008$  [m].

**Tabela 5.1**

Wartości współczynnika oporów na długości  
w zależności od zastosowanej formuły obliczeniowej

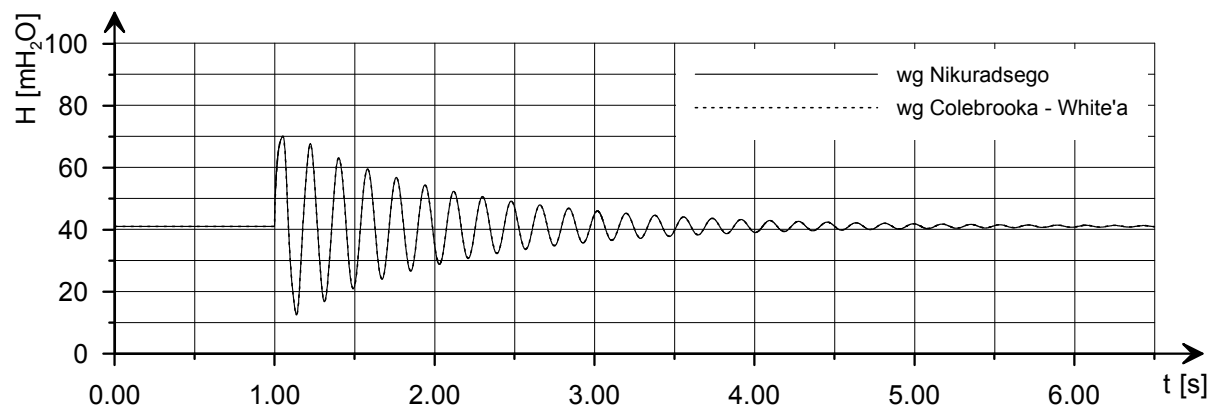
Prędkość $U$ [m/s]	Współczynnik oporów na długości $f$				
	wg Darcy'ego	wg Nikuradsego	wg Prandtla-Karmana	wg Szewielewa dla rur używanych	wg Colebrooka-White'a
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0,2	0,032	0,0231	0,0231	0,0717	0,0723
0,25	0,032	0,0231	0,0231	0,0677	0,0668
0,3	0,032	0,0231	0,0231	0,0646	0,0627
0,35	0,032	0,0231	0,0231	0,0622	0,0595
0,4	0,032	0,0231	0,0231	0,0602	0,057

Najczęściej stosowany w obliczeniach jest wzór Colebrooka White'a i wzór Nikuradsego. Formuła na wyznaczanie współczynnika oporów na długości  $f$  wg Nikuradsego daje takie same wyniki, jak formuła podana przez Prandla i Karmana. Wyniki uzyskane pozostałymi wzorami różnią się. Pierwsze trzy formuły nie uwzględniają prędkości przepływu cieczy w przewodzie. Z kolei formuła podana przez Colebrooka – White'a wymaga obliczania występującej w niej liczby Reynoldsa, która jak wiadomo zależy od prędkości. Ponadto proces obliczania współczynnika oporów tą metodą jest bardziej skomplikowany ze względu na uwikłaną postać wzoru. Sprawdzone jednak, jaki wpływ na wyniki obliczeń mają formuły Colebrooka – White'a i Nikuradsego. Z przedstawionych na rysunku 5.1 rezultatów obliczeń wynika, że różnice są niezauważalne. Stwierdzono, że maksymalna różnica między wartością wysokości ciśnienia obliczoną za pomocą formuły Colebrooka – White'a oraz

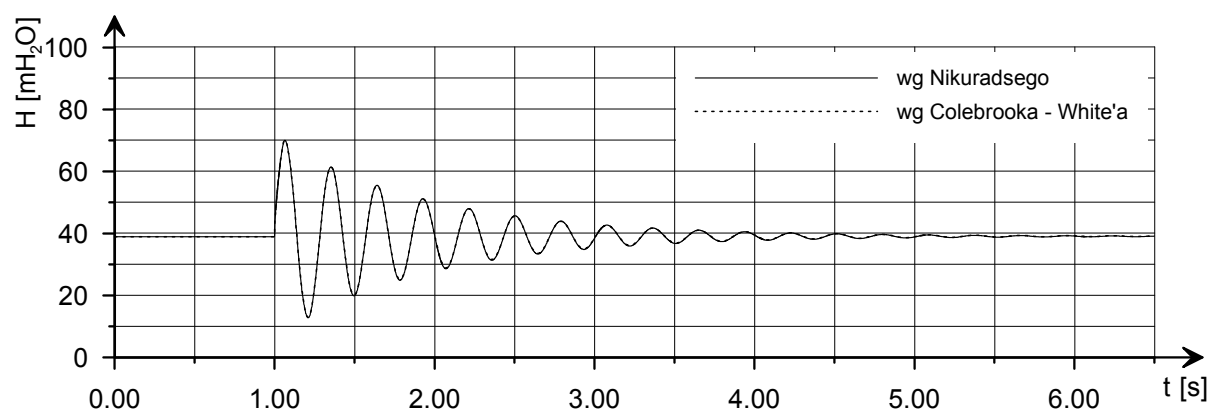


Nikuradsego wynosiła nie więcej niż 0,1 m H<sub>2</sub>O. Z tego powodu w dalszych obliczeniach zdecydowano stosować formułę zaproponowaną przez Nikuradsego (5.5).

a)



b)



Rys. 5.1. Porównanie wyników obliczeń uzyskanych przy zastosowaniu formuły Nikuradsego i Colebrooka – White’a

a) przewód z bocznikiem najkrótszym; b) przewód z bocznikiem najdłuższym z badanych.

### 5.1.2. Warunki początkowo-brzegowe

Układ równań typu hiperbolicznego, jaki tworzą równania (5.1) i (5.2) opisujące nieustalony przepływ cieczy w przewodzie, można rozwiązać numerycznie dla zadanych warunków granicznych – początkowych i brzegowych.

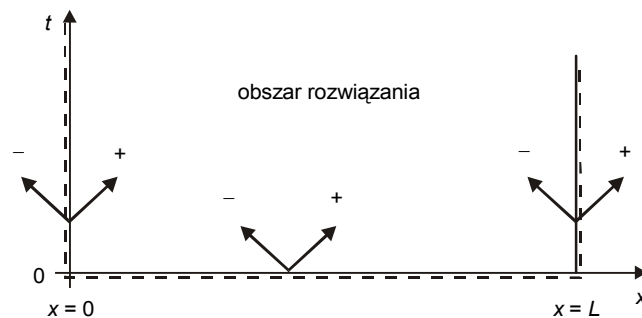
Dla równań typu hiperbolicznego obowiązuje zasada zadawania na każdej granicy obszaru rozwiązania tylu warunków, ile charakterystyk wchodzi z tej granicy do obszaru rozwiązania. W przypadku równań uderzenia hydraulicznego (5.1) i (5.2) obszar rozwiązania jest następujący:

$$0 \leq x \leq L, \quad t \geq 0$$

Równania charakterystyk mają postać (Szymkiewicz, 2000):

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_+ = U + c, \quad \left. \frac{dx}{dt} \right|_- = U - c \quad (5.14)$$

Prędkość fali ciśnienia  $c$  jest rzędu ok.  $10^3$  m/s, natomiast prędkość przepływu  $U$  jest rzędu 1 m/s, więc układ charakterystyk będzie zawsze wyglądał jak na rysunku 5.2. Jedna charakterystyka będzie miała zawsze nachylenie dodatnie, zaś druga – ujemne. Przez granicę  $t = 0$  do obszaru rozwiązania wchodzi dwie charakterystyki.



Rys. 5.2. Obszar rozwiązania i układ charakterystyk układu równań uderzenia hydraulicznego (Szymkiewicz, 2000).

Na tym odcinku granicy należy zadać dwa warunki:

$$U(x, t = 0) = U_p(x) \quad \text{i} \quad H(x, t = 0) = H_p(x) \quad \text{dla} \quad 0 \leq x \leq L$$

gdzie:  $U_p(x)$ ,  $H_p(x)$  – znane funkcje.

Są to warunki początkowe.

Z każdego z brzegów, którymi są fizyczne końce rurociągu, do obszaru rozwiązania wchodzi jedna charakterystyka, więc na każdym końcu rurociągu należy zadać jedną informację:

$$U(x = 0, t) = U_0(t) \quad \text{lub} \quad H(x = 0, t) = H_0(t) \quad \text{dla} \quad t \geq 0$$

oraz

$$U(x = L, t) = U_L(t) \quad \text{lub} \quad H(x = L, t) = H_L(t) \quad \text{dla} \quad t \geq 0$$

gdzie:  $U_0(t), H_0(t), U_L(t), H_L(t)$  – znane funkcje.

Są to warunki brzegowe. Sformułowane w ten sposób zagadnienie nazywa się zagadnieniem początkowo – brzegowym dla układu równań różniczkowych typu hiperbolicznego.

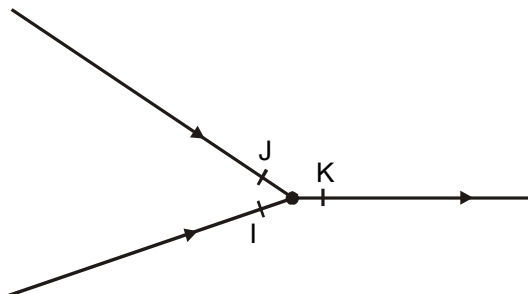
Wykonanie obliczeń w rozgałęzionej sieci przewodów wymaga uwzględnienia wewnętrznych punktów węzłowych, w których łączą się rurociągi. Miejsca łączenia się lub rozgałęzienia przewodów traktowane są jako punkty, w których spełnione muszą być warunki zgodności. Każdy punkt węzłowy jest jednocześnie brzegiem prawym odcinka znajdującego się po lewej stronie punktu węzłowego i brzegiem lewym odcinka znajdującego się po prawej stronie punktu węzłowego (rys. 5.3).

Zatem w węźle takim obowiązuje równanie ciągłości:

$$Q_I + Q_J = Q_K \quad (5.15)$$

Oraz równanie zachowania energii, które można sprowadzić do równości wysokości ciśnień w otoczeniu punktu węzłowego:

$$H_I = H_J = H_K \quad (5.16)$$



Rys. 5.3. Przykład połączenia rurociągów (strzałka oznacza dodatni kierunek przepływu).

### 5.1.3. Warunek brzegowy w przypadku istnienia bocznika polietylenowego

W obliczeniach numerycznych element bocznikowy przyłączony do przewodu traktowany jest jako element skupiony niezależnie od jego wymiarów. Istnieją dwa sposoby opisu elementu bocznikowego (Pezzinga i Scandura, 1995). Pierwszy z nich traktuje materiał, z którego wykonano boczniak jako elastyczny. Siły tarcia i bezwładności członu inercyjnego w równaniu ruchu (5.1) są pomijalnie małe, toteż założona jest stała wartość ciśnienia w boczniku. Ta hipoteza jest uzasadniona w tych przypadkach, w których czas rozchodzenia się fali w boczniku jest pomijalnie mały w porównaniu do okresu zjawiska. Warunek brzegowy w punkcie zamocowania elementu bocznikowego wynika z zasady zachowania masy. Jest to zależność łącząca deformację rury z objętością wody w jej wnętrzu. W punkcie, w którym dołączono boczniak obowiązuje następujący warunek:

$$Q_{0,t} = -\frac{g}{c_d^2} \cdot \frac{dH_{0,t}}{dt} \cdot W_d \quad (5.17)$$

gdzie:  $c_d$  – prędkość fali ciśnienia w boczniku [m/s],

$W_d$  – objętość bocznika [m<sup>3</sup>].

Ponieważ materiał bocznika (polietylen) zachowuje się jak ciało lepkosprężyste (wiskoelastyczne), do jego opisu można zastosować model Kelvina – Voighta. Lepkosprężyste zachowanie się polietylenu jest reprezentowane przez dwa człony. Pierwszy człon odwzorowuje działanie sprężyny prostej i reprezentuje chwilowe odkształcenie. Drugi człon odwzorowuje sprężynę połączoną równolegle z tłumikiem i wyraża opóźnienie odkształcenia (rys 5.4) (Ferry, 1980; Ghilardi i Paoletti, 1986). Całkowite odkształcenie można wyrazić jako sumę chwilowego odkształcenia  $\varepsilon_i$  i opóźnionego odkształcenia  $\varepsilon_r$ :

$$\varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_r \quad (5.18)$$

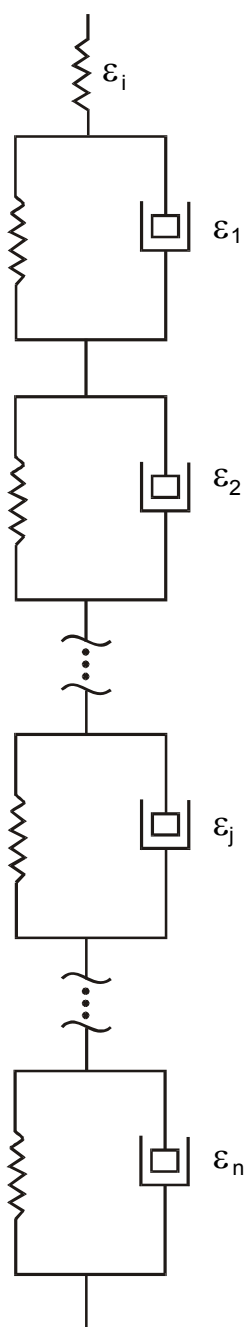
Stosując  $n$  – elementowy model Kelvina – Voighta mamy:

$$\varepsilon_r = \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \quad (5.19)$$

Z kolei chwilowe odkształcenie  $\varepsilon_i$  wyraża wzór:

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma}{E_0} \quad (5.20)$$

gdzie:  $E_0$  – moduł elastyczności chwilowego odkształcenia,  
 $\sigma$  – naprężenie.



Rys 5.4. Element Kelvina – Voighta.

Opóźnione odkształcenie można otrzymać z równania różniczkowego (Ghilardi i Paoletti, 1986):

$$\sigma = E_j \varepsilon_j + \eta_j \frac{d\varepsilon_j}{dt} \quad (5.21)$$

gdzie:  $\eta_j$  – lepkość pojedynczego elementu,

$E_j$  – moduł elastyczności pojedynczego elementu.

Ponieważ (Aklonis, MacKnight, Shen, 1972):

$$\eta_j = \tau_j E_j \quad (5.22)$$

gdzie:  $\tau_j$  – czas opóźnienia elementu Kelvina – Voighta,

to po podstawieniu (5.22) do (5.21) i po przekształceniach, równanie (5.21) można zapisać w postaci:

$$\frac{d\varepsilon_j}{dt} = \frac{1}{\tau_j} \left( \frac{\sigma}{E_j} - \varepsilon_j \right) \quad (5.23)$$

Zakładając, że materiał boczniaka jest jednorodny i izotropowy, naprężenie w jego ściankach wywołane ciśnieniem wewnętrznym  $p$  jest równe (Wylie i Streeter, 1983):

$$\sigma = \frac{p D_d \lambda}{2 e_d} \quad (5.24)$$

gdzie:  $D_d$  – średnica boczniaka,

$e_d$  – grubość ścianek boczniaka,

$\lambda$  – parametr zależny od warunków zamocowania boczniaka, którego wartość, dla uproszczenia, przyjmuje się równą jedności.

Wstawiając równanie (5.24) do równania (5.23) otrzymujemy:

$$\frac{d\varepsilon_j}{dt} = \frac{1}{\tau_j} \left( \frac{pD_d\lambda}{2e_dE_j} - \varepsilon_j \right) \quad (5.25)$$

Wprowadzenie modelu lepkosprężystego boczniaka zmienia jedynie równanie ciągłości (5.2). Równanie to można zapisać w postaci:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c_d^2}{gA_d} \frac{\partial Q}{\partial x} + 2 \frac{c_d^2}{g} \sum_{j=1}^n \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial t} = 0 \quad (5.26)$$

gdzie:  $A_d$  – pole przekroju poprzecznego boczniaka.

W przypadku modelu elastycznego, jeśli potraktujemy boczniak jako element skupiony, ciśnienie w boczniku będzie niezależne od jego położenia. Całkując równanie (5.26) względem  $x$  otrzymamy:

$$Q_{0,t} = \left( 2 \sum_{j=1}^n \frac{d\varepsilon_j}{dt} + \frac{g}{c_d^2} \frac{dH_{0,t}}{dt} \right) \cdot W_d \quad (5.27)$$

gdzie:  $W_d$  – objętość boczniaka.

Po scałkowaniu występujące zmienne są funkcjami już tylko czasu  $t$ .

Wprowadzając jednoelementowy model Kelvina – Voighta, czyli przyjmując w równaniu (5.27)  $n = 1$  otrzymujemy:

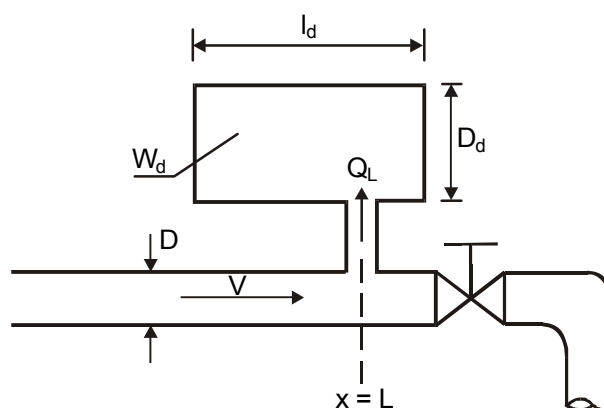
$$Q_{0,t} = \left( 2 \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{g}{c_d^2} \frac{dH_{0,t}}{dt} \right) \cdot W_d \quad (5.28)$$

Po wstawieniu równania (5.25) do równania (5.28) i uporządkowaniu – uzyskujemy zależność:

$$Q_{0,t} = \frac{W_d}{\rho c_d^2} \frac{dp_{0,t}}{dt} + \frac{W_d D_d \lambda}{e_d E_1 \tau_1} p_{0,t} - \frac{2W_d}{\tau_1} \varepsilon_1 \quad (5.29)$$

Natomiast równanie różniczkowe (5.25) opisujące opóźnione odkształcenie bocznika przyjmuje postać:

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} = \frac{1}{\tau_1} \left( \frac{D_d \lambda}{2e_d E_1} p_{0,t} - \varepsilon_1 \right) \quad (5.30)$$



Rys 5.5. Schemat włączenia bocznika.

Równania (5.29) i (5.30) opisują działanie bocznika i stanowią warunek brzegowy w punkcie  $x = L$  analizowanego układu. Stosując oznaczenia jak na rysunku 5.5, równania te zapisujemy następująco:

$$Q_L(t) = \left( 2 \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{g}{c_d^2} \frac{dh_L}{dt} \right) \cdot W_d \quad (5.31)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\tau} \left( \frac{D_d}{2e_d E_d} p_L(t) - \varepsilon \right) \quad (5.32)$$

gdzie:  $h_L(t)$  – ciśnienie na końcu rurociągu [m H<sub>2</sub>O],

$Q_L(t)$  – natężenie przepływu na końcu rurociągu,

$W_d$  – objętość bocznika,

$c_d$  – prędkość fali w boczniku,

$e_d$  – grubość ścianki bocznika,

$E_d$  – moduł sprężystości bocznika,

$D_d$  – średnica bocznika,

$p_L(t)$  – ciśnienie w boczniku.



Ostatecznie warunek brzegowy w punkcie  $x = L$  ma postać:

$$\frac{dh_L}{dt} = \frac{A_d}{W_d} \cdot \frac{c_d^2}{g} \cdot V_L(t) - 2 \frac{c_d^2}{g} \cdot \left( \frac{D_d \lambda}{2e_d E_d} \cdot \rho \cdot q \cdot p_L(t) - \varepsilon(t) \right) \cdot \frac{1}{\tau} \quad (5.33)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\tau} \left( \frac{D_d \lambda}{2e_d E_d} \cdot \rho \cdot q \cdot p_L(t) - \varepsilon \right) \quad (5.34)$$

Jak widać jest to układ równań różniczkowych zwyczajnych, który należy rozwiązać łącznie z układem równań uderzenia hydraulicznego (5.33) i (5.34). W ten sposób zapewniamy uwzględnienie w układzie działania bocznika.

## 5.2. Numeryczne metody rozwiązywania układu równań uderzenia hydraulicznego

Na przestrzeni wielu lat opracowano szereg metod rozwiązywania układu równań różniczkowych (5.1) i (5.2). Metody te pozwalają na wyznaczenie prędkości przepływu i ciśnienia w wybranych przekrojach rurociągu w czasie. Do najczęściej stosowanych metod rozwiązywania zaliczyć należy:

- metodę charakterystyk,
- metodę różnic skończonych,
- metodę elementów skończonych.

Każda z tych metod ma wady i zalety, które krótko omówimy w dalszej części pracy.

### 5.2.1. Metoda charakterystyk

Metoda charakterystyk jest klasyczną metodą numerycznego rozwiązania układu równań (5.1 i (5.2). Dokładny opis metody charakterystyk podają Streeter i Lai (1962). Autorzy Ci jako pierwsi zastosowali na szerszą skalę do obliczeń z użyciem komputera wariant metody charakterystyk, opracowany w 1953 roku przez Gray'a. Opis tej metody zamieszczają także np. Legras (1974), Godunov (1975), Abbott (1966, 1979), Goldberg i Wylie (1983), Abbott i Basco (1989), Ziółko (2000). W najczęściej stosowanym wariantcie tej metody wykorzystuje się stałą siatkę węzłów. Istota metody charakterystyk polega na odpowiedniej zamianie układu współrzędnych. Dzięki temu układ równań różniczkowych

cząstkowych przekształca się w układ równań różniczkowych zwyczajnych, który następnie rozwiązuje się metodą różnic skończonych. Zamieniamy układ współrzędnych  $(x, t)$  na  $(\varphi, \xi)$ ,  $x = x(\varphi, \xi)$ ,  $t = t(\varphi, \xi)$ , przy czym nowe współrzędne zmieniają się wzdłuż krzywych zwanych charakterystykami.

Z równań (5.1) i (5.2) zapisanych w postaci:

$$J_1 = \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2d} U|U| = 0 \quad (5.35)$$

$$J_2 = \frac{\partial H}{\partial t} + U \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (5.36)$$

tworzymy liniową kombinację otrzymując:

$$J = J_1 + \lambda J_2 = \frac{\partial U}{\partial t} + \left( U + \lambda \frac{c^2}{g} \right) \frac{\partial U}{\partial x} + \lambda \frac{\partial H}{\partial t} + \lambda \left( \frac{g}{\lambda} + U \right) \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2d} U|U| = 0 \quad (5.37)$$

Rozwiązaniami równań (5.35) i (5.36) są funkcje  $U = U(x, t)$  i  $H = H(x, t)$ . Ich różniczki zupełne są równe:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial t} dt \quad (5.38)$$

$$dH = \frac{\partial H}{\partial x} dx + \frac{\partial H}{\partial t} dt \quad (5.39)$$

Porównując odpowiednie człony równania (5.37) z zależnościami (5.38) i (5.39):

$$\left( U + \lambda \frac{c^2}{g} \right) \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{dU}{dt} \quad (5.40)$$

$$\left( \frac{g}{\lambda} + U \right) \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{dH}{dt} \quad (5.41)$$

można określić warunki ich identyczności. Równanie (5.37) może być zredukowane do postaci:

$$J = \frac{\partial U}{\partial t} + \lambda \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{f}{2d} U|U| = 0 \quad (5.42)$$

jeśli spełnione są warunki:

$$\frac{dx}{dt} = U + \lambda \frac{c^2}{g} \quad (5.43)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\lambda} + U \quad (5.44)$$

Z równań (5.43) i (5.44) wyznaczamy współczynnik  $\lambda$ :

$$\lambda = \pm \frac{g}{c} \quad (5.45)$$

Podstawiając wyrażenie (5.45) do równań (5.42), (5.43) i (5.44) otrzymujemy cztery równania związane z układem równań (5.1) i (5.2):

$$\left. \frac{dt}{dx} \right|_+ = \frac{1}{U + c} \quad (5.46)$$

$$\left. \frac{dt}{dx} \right|_- = \frac{1}{U - c} \quad (5.47)$$

$$\frac{dU}{dt} + \frac{g}{c} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2d} U|U| = 0 \quad (5.48)$$

$$\frac{dU}{dt} - \frac{g}{c} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2d} U|U| = 0 \quad (5.49)$$

Równania (5.46) i (5.47) definiują dwie rodziny krzywych charakterystyk na płaszczyźnie  $(x - t)$ , natomiast równania (5.48) i (5.49), zależne od czasu, definiują funkcje  $U(x, t)$  i  $H(x, t)$  na tych charakterystykach. Każda para funkcji  $U(x, t)$  i  $H(x, t)$ , będąca rozwiązaniem układu (5.1) i (5.2), spełnia równania (5.46) – (5.49).

Z równań (5.46) i (5.47) wynika, że układ równań uderzenia hydraulicznego ma dwie rodziny charakterystyk różniących się kątem nachylenia stycznych do nich. Biorąc pod uwagę ich znak mamy charakterystykę dodatnią  $C^+$  i charakterystykę ujemną  $C^-$ . Z charakterystyką dodatnią  $C^+$  związane są równania:

$$\frac{dt}{dx} - \frac{1}{U + c} = 0 \quad (5.50)$$

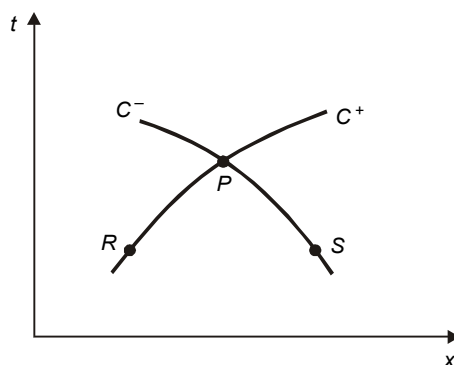
$$\frac{dU}{dt} + \frac{g}{c} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2d} U|U| = 0 \quad (5.51)$$

Z charakterystyką ujemną  $C^-$  związane są równania:

$$\frac{dt}{dx} - \frac{1}{U - c} = 0 \quad (5.52)$$

$$\frac{dU}{dt} - \frac{g}{c} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2d} U|U| = 0 \quad (5.53)$$

Układ obu charakterystyk na płaszczyźnie  $(x - t)$  przedstawiono na rysunku 5.6.



Rys. 5.6. Przecięcie dwóch charakterystyk (Szymkiewicz, 2003).

Założmy, że na przecinających się charakterystykach dane są punkty  $R$  i  $S$  o współrzędnych  $(x_R, t_R)$  i  $(x_S, t_S)$ , w których znane są wartości funkcji  $U$  i  $H$ , czyli  $U_R$  i  $H_R$  oraz  $U_S$  i  $H_S$ . Na podstawie wymienionych informacji można obliczyć współrzędne  $(x_P, t_P)$  punktu przecięcia się charakterystyk oraz wartości funkcji  $U$  i  $H$  w tym punkcie, czyli  $U_P$  i  $H_P$ . W tym celu należy dokonać aproksymacji równań (5.50) – (5.53) w sposób typowy dla metody różnic skończonych. Otrzymujemy:

$$\frac{t_P - t_R}{x_P - x_R} - \frac{1}{U_R + c} = 0 \quad (5.54)$$

$$\frac{U_P - U_R}{t_P - t_R} + \frac{g}{c} \frac{H_P - H_R}{t_P - t_R} + \frac{f}{2d} U_R^2 = 0 \quad (5.55)$$

$$\frac{t_P - t_S}{x_P - x_S} - \frac{1}{U_S + c} = 0 \quad (5.56)$$

$$\frac{U_P - U_S}{t_P - t_S} + \frac{g}{c} \frac{H_P - H_S}{t_P - t_S} + \frac{f}{2d} U_S^2 = 0 \quad (5.57)$$

Równania (5.54) – (5.57) tworzą układ, którego rozwiązaniem są współrzędne punktu  $P$  oraz wartości poszukiwanych funkcji  $U_P$  i  $H_P$ .

Przedstawiony sposób obliczeń jest jednak niepraktyczny, gdyż punkt  $P$  przemieszcza się po płaszczyźnie  $(x - t)$  w sposób zależny od funkcji  $U$  i  $H$  w punktach  $R$  i  $S$ . W efekcie otrzymane dane nie będą związane z wybranym punktem rurociągu o danej współrzędnej, co w obliczeniach inżynierskich jest istotną sprawą. Bardziej praktyczny jest wariant metody charakterystyk, w którym operuje się stałą siatką węzłów.

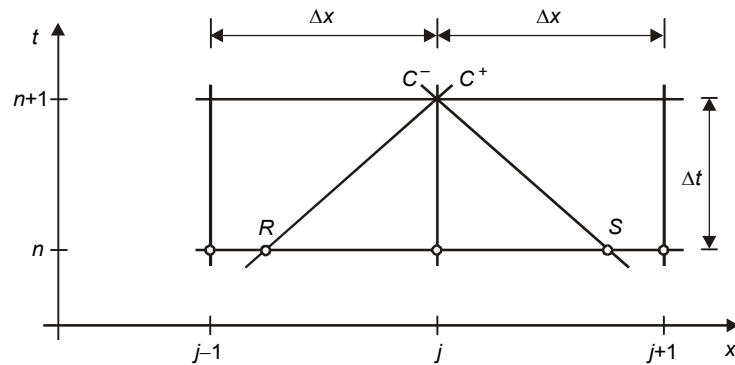
Rozpatrzmy fragment siatki węzłów, jak na rysunku 5.7, która pokrywa obszar rozwiązania układu (5.1) i (5.2). W węzłach siatki na poziomie czasowym  $n$  znamy wartości funkcji  $U$  i  $H$ . Jest to zadany warunek początkowy lub wynik obliczeń w poprzednim kroku czasowym. Przez węzeł  $(j, n+1)$  prowadzimy charakterystyki układu równań  $C^+$  i  $C^-$ . Przetną one poziom czasowy  $n$  odpowiednio w punktach  $R$  i  $S$ . Dysponując równaniami (5.54) – (5.57) i znając współrzędne obu punktów oraz wartości funkcji  $U$  i  $H$  w tych punktach, można określić współrzędne węzła  $(j, n+1)$  i poszukiwane wartości funkcji w tym punkcie –  $U_j^{n+1}$  oraz  $H_j^{n+1}$ . Jeśli przyjąć siatkę węzłów jak na rysunku 5.7, współrzędne punktu przecięcia

charakterystyk będą znane, gdyż z góry zakładamy, że przecięcie nastąpi w węźle  $(j, n+1)$ . Nie są znane wartości  $U_R, H_R, U_S$ , i  $H_S$  konieczne do obliczenia  $U_j^{n+1}$  oraz  $H_j^{n+1}$ . Można je obliczyć na podstawie wartości funkcji w węzłach siatki na poziomie czasu  $n$ . Współrzędne punktów będą odpowiednio równe:

$$x_R = x_j - (U_j^n + c)\Delta t \quad (5.58)$$

$$x_S = x_j - (U_j^n - c)\Delta t \quad (5.59)$$

przy czym  $\Delta t$  jest krokiem czasowym.



Rys. 5.7. Siatka węzłów z przecinającymi się charakterystykami (Szymkiewicz, 2003).

Ponieważ przestrzenny wymiar siatki  $\Delta x$  jest stosunkowo mały, można założyć, że prędkości przepływu w punktach  $R$  i  $S$  nieznacznie różnią się od prędkości w węźle  $(j, n)$ , co pozwala przyjąć, że:

$$(U + c)_R = U_j^n + c \quad (5.60)$$

$$(U + c)_S = U_j^n - c \quad (5.61)$$

Jeśli znamy współrzędne punktów  $R$  i  $S$ , możemy wyznaczyć wartości  $U_R, H_R, U_S$ , i  $H_S$ . W tym celu dokonujemy interpolacji liniowej pomiędzy węzłami  $(j-1, n)$  i  $(j, n)$  oraz  $(j, n)$  i  $(j+1, n)$ . W efekcie otrzymamy następujące zależności:

$$U_R = U_j^n \left( 1 - \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_j^n + c) \right) + U_{j-1}^n (U_j^n + c) \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (5.62)$$

$$U_S = U_j^n \left( 1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_j^n - c) \right) - U_{j+1}^n (U_j^n - c) \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (5.63)$$

$$H_R = H_j^n \left( 1 - \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_j^n + c) \right) + H_{j-1}^n (U_j^n + c) \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (5.64)$$

$$H_S = H_j^n \left( 1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_j^n - c) \right) - H_{j+1}^n (U_j^n - c) \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (5.65)$$

Znając wartości ciśnienia i prędkości w punktach  $R$  i  $S$ , nieznane prędkości i ciśnienia w węzłach na następnym poziomie czasowym oblicza się z układu równań (5.55) i (5.57):

$$\frac{U_j^{n+1} - U_R}{\Delta t} + \frac{g}{c} \frac{H_j^{n+1} - H_R}{\Delta t} + \frac{f}{2d} (U_j^n)^2 = 0 \quad (5.66)$$

$$\frac{U_j^{n+1} - U_S}{\Delta t} - \frac{g}{c} \frac{H_j^{n+1} - H_S}{\Delta t} + \frac{f}{2d} (U_j^n)^2 = 0 \quad (5.67)$$

Po rozwiązaniu powyższego układu otrzymujemy:

$$U_j^{n+1} = \frac{1}{2} (U_R + U_S) + \frac{g}{2c} (H_R - H_S) - \left( \frac{f}{2d} U |U| \right)_j^n \Delta t \quad (5.68)$$

$$H_j^{n+1} = \frac{c}{2g} (U_R - U_S) + \frac{1}{2} (H_R + H_S) \quad (5.69)$$

gdzie:  $M$  – liczba węzłów obliczeniowych.

Powyższe równania obowiązują dla węzłów wewnętrznych czyli dla  $j = 2, 3, \dots, M-1$ .

W równaniu (5.68) zamiast wyrażenia  $U^2$  wprowadzono  $U|U|$ , co zapewnia automatyczne uwzględnienie w trakcie obliczeń znaku siły tarcia, która działa zawsze w kierunku przeciwnym do kierunku przepływu.

Równania (5.68) i (5.69) umożliwiają obliczenie przybliżonych wartości prędkości  $U$  i ciśnienia  $H$  we wszystkich węzłach wewnętrznych na poziomie czasowym  $n+1$ . W węzłach brzegowych tj. na początku i na końcu rurociągu, zadane są następujące warunki brzegowe:

- na początku rurociągu ( $j = 1$ ) przyjmuje się stałą wartość ciśnienia  $H_1 = H_0 = \text{const}$ ,
- na końcu rurociągu ( $j = M$ ) zakłada się, że prędkość wypływu do momentu zamknięcia zaworu jest stała i wynosi  $U_M = \text{const}$ , natomiast po zamknięciu zaworu  $U_M = 0$ , co oznacza całkowite zamknięcie przepływu.

Zatem w węzłach skrajnych  $j = 1$  oraz  $j = M$  na poziomie czasowym  $n + 1$  znana jest jedna funkcja określona przez warunek brzegowy  $H_1^{n+1}$  oraz  $U_M^{n+1}$ . Do obliczenia brakujących wartości  $U_1^{n+1}$  i  $K_M^{n+1}$  w tych węzłach wykorzystuje się równania charakterystyk. Otrzymujemy kolejno:

- na brzegu lewym

$$U_1^{n+1} = U_S + \frac{g}{2c}(H_1^n - H_S) - \left( \frac{f}{2d} U|U| \right)_1^n \Delta t \quad (5.70)$$

- na brzegu prawym

$$H_M^{n+1} = H_R - \frac{c}{g}(U_M^n - U_R) - \left( \frac{cf}{2gd} U^2 \right)_M^n \Delta t \quad (5.71)$$

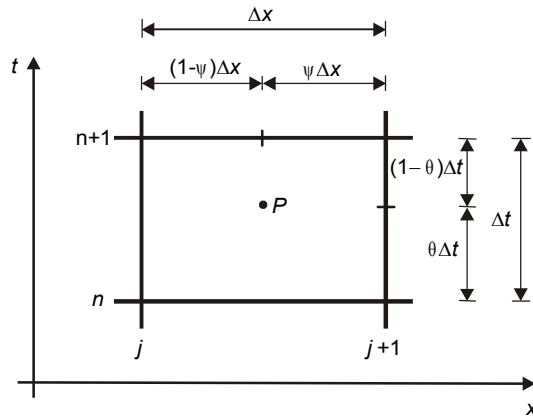
Występujące w równaniach wartości  $U_R$ ,  $H_R$ ,  $U_S$ , i  $H_S$  obliczane są zgodnie ze wzorami (5.62) – (5.65).

Podane wyżej zależności (5.68), (5.69), (5.70) i (5.71) pozwalają obliczyć wszystkie wartości węzłowe  $U$  i  $H$  na kolejnym poziomie czasu  $n + 1$ .

### 5.2.2. Metoda różnic skończonych – niejawni schemat czteropunktowy

Podobnie jak w metodzie charakterystyk, rozwiązanie równań (5.1) i (5.2) opisujących uderzenie hydrauliczne dotyczy przewodu o długości  $L$ . Ciągły obszar rozwiązania  $0 \leq x \leq L$  i  $t \geq 0$  zastępujemy obszarem dyskretnym. W tym celu tworzymy siatkę węzłów, której fragment przedstawiono na rysunku 5.8.





Rys. 5.8. Fragment siatki węzłów w przypadku niejawnego schematu czteropunktowego (Szymkiewicz, 2000).

Wybermy jedno dowolne oczko tej siatki utworzone przez węzły  $(j, n)$ ,  $(j + 1, n)$ ,  $(j + 1, n + 1)$  oraz  $(j, n + 1)$ . Wewnątrz oczka wybieramy dowolny punkt  $P$ , w którym wykonamy aproksymacje pochodnych. Położenie punktu  $P$  jest zmienne, zdefiniowane przez dwa parametry:  $\psi$  i  $\theta$ . Stosowane w tym przypadku formuły aproksymacyjne mają postać (Szymkiewicz, 2000):

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_P \approx \psi \frac{f_j^{n+1} - f_j^n}{\Delta t} + (1 - \psi) \frac{f_{j+1}^{n+1} - f_{j+1}^n}{\Delta t} \quad (5.72)$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_P \approx (1 - \theta) \frac{f_{j+1}^n - f_j^n}{\Delta x} + \theta \frac{f_{j+1}^{n+1} - f_j^{n+1}}{\Delta x} \quad (5.73)$$

$$f_P \approx \psi [\theta f_j^{n+1} + (1 - \theta) f_j^n] + (1 - \psi) [\theta f_{j+1}^{n+1} + (1 - \theta) f_{j+1}^n] \quad (5.74)$$

gdzie:  $\psi, \theta$  – parametry wagowe o wartościach z przedziału  $\langle 0, 1 \rangle$ ,

$j$  – indeks węzła,

$n$  – indeks poziomu czasowego.

Parametry wagowe definiują lokalizację punktu  $P$  wewnątrz oczka siatki węzłów i decydują o własnościach numerycznych schematu.

Po zastosowaniu powyższych formuł do aproksymacji pochodnych i funkcji występujących w równaniu ruchu (5.1), otrzymamy

$$\begin{aligned} & \psi \frac{U_j^{n+1} - U_j^n}{\Delta t} + (1 - \psi) \frac{U_{j+1}^{n+1} - U_{j+1}^n}{\Delta t} + U_P \left( (1 - \theta) \frac{U_{j+1}^n - U_j^n}{\Delta x} + \theta \frac{U_{j+1}^{n+1} - U_j^{n+1}}{\Delta x} \right) + \\ & + g \left( (1 - \theta) \frac{H_{j+1}^n - H_j^n}{\Delta x} + \theta \frac{H_{j+1}^{n+1} - H_j^{n+1}}{\Delta x} \right) + \left( \frac{f}{2d} U^2 \right)_P = 0 \end{aligned} \quad (5.75)$$

Podobnie wykonujemy aproksymację równania ciągłości (5.2):

$$\begin{aligned} & \psi \frac{H_j^{n+1} - H_j^n}{\Delta t} + (1 - \psi) \frac{H_{j+1}^{n+1} - H_{j+1}^n}{\Delta t} + U_P \left( (1 - \theta) \frac{H_{j+1}^n - H_j^n}{\Delta x} + \theta \frac{H_{j+1}^{n+1} - H_j^{n+1}}{\Delta x} \right) + \\ & + \frac{c^2}{g} \left( (1 - \theta) \frac{U_{j+1}^n - U_j^n}{\Delta x} + \theta \frac{U_{j+1}^{n+1} - U_j^{n+1}}{\Delta x} \right) = 0 \end{aligned} \quad (5.76)$$

W obu powyższych równaniach indeks  $P$  oznacza aproksymację funkcji lub wyrażenia arytmetycznego w punkcie  $P$ , zgodnie z formułą (5.74). Zatem:

$$U_P = \psi [\theta U_j^{n+1} + (1 - \theta) U_j^n] + (1 - \psi) [\theta U_{j+1}^{n+1} + (1 - \theta) U_{j+1}^n] \quad (5.77)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{f}{2d} U^2 \right)_P &= \psi \left[ \theta \left( \frac{f}{2d} U^2 \right)_j^{n+1} + (1 - \theta) \left( \frac{f}{2d} U^2 \right)_j^n \right] + \\ &+ (1 - \psi) \left[ \theta \left( \frac{f}{2d} U^2 \right)_{j+1}^{n+1} + (1 - \theta) \left( \frac{f}{2d} U^2 \right)_{j+1}^n \right] \end{aligned} \quad (5.78)$$

W równaniach (5.75) i (5.76) nieznanne są wartości ciśnienia  $H_j^{n+1}$  oraz  $H_{j+1}^{n+1}$  i prędkość przepływu  $U_j^{n+1}$  oraz  $U_{j+1}^{n+1}$ , czyli ciśnienia i prędkości na następnym poziomie czasowym  $n + 1$ .

Jeśli  $M$  jest liczbą przekrojów obliczeniowych na długości  $L$  analizowanego odcinka przewodu, to pisząc dla każdego oczka siatki analogiczny zestaw dwóch równań, otrzymamy układ  $2(M - 1)$  równań. W równaniach tych występują  $2M$  węzłowych wartości funkcji  $H$  i  $U$ . Brakujące dwa równania znane są z zadanych warunków brzegowych:

— dla przekroju początkowego  $j = 1$

$$H_1^{n+1} = H_0(t) \quad (5.79)$$

— dla przekroju końcowego  $j = M$

$$U_M^{n+1} = U_L(t) \quad (5.80)$$

Powyższe równania zamykają układ równań algebraicznych otrzymany w wyniku aproksymacji równań opisujących uderzenie hydrauliczne. Jest to układ równań nieliniowych. Po wprowadzeniu warunków brzegowych (5.79) i (5.80) można go zapisać w postaci wektorowej:

$$\mathbf{F}(\mathbf{Y}) = \mathbf{0} \quad (5.81)$$

gdzie:  $\mathbf{Y} = [H_1, U_1, \dots, H_j, U_j, \dots, H_M, U_M]^T$  – wektor niewiadomych,

$\mathbf{F} = [F_1, F_2, \dots, F_j, F_{j+1}, \dots, F_{2M-1}, F_{2M}]^T$  – wektor równań.

Kolejne równania wektora  $\mathbf{F}$  mają postać:

$$\left. \begin{aligned} F_1(H_1^{n+1}, U_1^{n+1}) &= H_1^{n+1} - H_0(t) = 0 \\ \dots \\ F_{2j}(H_j^{n+1}, U_j^{n+1}, H_{j+1}^{n+1}, Q_{j+1}^{n+1}) &= 0 \\ F_{2j+1}(H_j^{n+1}, U_j^{n+1}, H_{j+1}^{n+1}, Q_{j+1}^{n+1}) &= 0 \end{aligned} \right\} (j = 1, 2, \dots, M-1) \quad (5.82)$$

$$\dots$$

$$F_{2M}(H_M^{n+1}, U_M^{n+1}) = U_M^{n+1} - U_L(t) = 0$$

Pierwsze i ostatnie równanie wynika z zadanych warunków brzegowych. Pozostałe równania są równaniami zapisanymi odpowiednio dla kolejnych oczek siatki. Przyjęty sposób dyskretyzacji powoduje wystąpienie w każdym równaniu tylko czterech niewiadomych, gdyż równanie wiąże ze sobą jedynie wartości funkcji w węzłach tworzących analizowane oczko siatki różnicowej.

Do rozwiązania układu (5.81) zastosowano bardzo skuteczną w tym wypadku metodę Newtona. Przyjmijmy pierwsze przybliżenie wektora  $\mathbf{Y}$ :

$$\mathbf{Y}^{(0)} = [H_1^{(0)}, U_1^{(0)}, \dots, H_j^{(0)}, U_j^{(0)}, \dots, H_M^{(0)}, U_M^{(0)}]^T \quad (5.83)$$

Ponieważ wektor ten nie jest dokładnym rozwiązaniem układu (5.81), jego prawa strona będzie różna od zera

$$\mathbf{F}(\mathbf{Y}^{(0)}) = \mathbf{F}^{(0)} \quad (5.84)$$

Kolejne przybliżenie zgodnie z metodą Newtona obliczymy następująco:

$$\mathbf{J}^{(0)}(\mathbf{Y}^{(1)} - \mathbf{Y}^{(0)}) = -\mathbf{F}^{(0)} \quad (5.85)$$

Formułę tę można zapisać ogólniej:

$$\mathbf{J}^{(k)} \Delta \mathbf{Y}^{(k+1)} = -\mathbf{F}^{(k)} \quad (5.86)$$

gdzie:  $\Delta \mathbf{Y}^{(k+1)} = \mathbf{Y}^{(k+1)} - \mathbf{Y}^{(k)}$ ,

$k$  – indeks iteracji.

Występująca w (5.85) i (5.86) macierz  $\mathbf{J}$  jest jacobianem układu (5.81). Jej elementami są pierwsze pochodne kolejnych równań układu (5.81) liczone względem kolejnych składowych wektora niewiadomych  $\mathbf{Y}$ :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_i} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_N} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_i} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_i}{\partial x_1} & \frac{\partial F_i}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_i}{\partial x_i} & \dots & \frac{\partial F_i}{\partial x_N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_N}{\partial x_1} & \frac{\partial F_N}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_N}{\partial x_i} & \dots & \frac{\partial F_N}{\partial x_N} \end{bmatrix} \quad (5.87)$$

gdzie:  $N = 2M$  jest rozmiarem układu (5.81).



W większości przypadków przyjęcie pierwszego przybliżenia zgodnie z (5.89) i wykonanie 2 – 3 iteracji zapewnia rozwiązanie z wystarczającą dla celów praktycznych dokładnością.

Z równania (5.76) wynika, że w każdej iteracji nowe przybliżenie wektora niewiadomych otrzymuje się w wyniku rozwiązania układu algebraicznych równań liniowych. W tym celu można zastosować dokładną metodę rozwiązania, jak np. metodę eliminacji Gaussa, uwzględniając pasmowość macierzy  $\mathbf{J}$ .

### 5.2.3. Metoda elementów skończonych

Metoda elementów skończonych jest obok metody różnic skończonych podstawową metodą rozwiązywania równań różniczkowych o pochodnych cząstkowych. Podobnie jak w metodzie różnic skończonych uzyskujemy rozwiązanie przybliżone. Rozwiązanie poszukiwane jest w zbiorze wyizolowanych punktów tworzących obszar dyskretny, zastępujący obszar ciągły. Jednak sposób wyprowadzenia równań algebraicznych dla obszaru dyskretnego jest inny niż w metodzie różnic skończonych.

W metodzie różnic skończonych równania różnicowe otrzymano drogą bezpośredniej aproksymacji równania różniczkowego za pomocą ilorazów różnicowych, w metodzie elementów skończonych sposób wyprowadzenia równań oparty jest na założeniu, że lokalne rozwiązanie równania może być interpolowane między węzłami. Sposób postępowania przy rozwiązywaniu równań różniczkowych cząstkowych metodą elementów skończonych zależy od rodzaju równania.

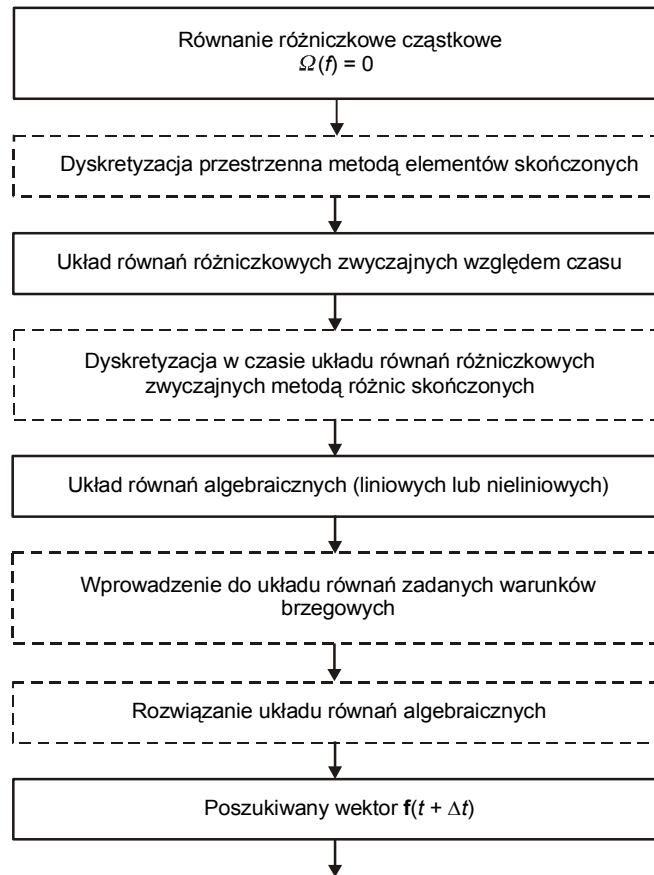
Przyjmijmy, że rozwiązujemy równanie różniczkowe cząstkowe:

$$\Omega(f) = 0 \tag{5.90}$$

które spełnia nieznana funkcja  $f$  w obszarze rozwiązania. Ponadto musi ono spełniać na brzegu obszaru zadane warunki brzegowe

$$B(f) = 0 \tag{5.91}$$

W przypadku, gdy funkcja  $f$  jest funkcją współrzędnych przestrzennych i czasu  $t$ , tak jak ma to miejsce dla równań uderzenia hydraulicznego, algorytm rozwiązania będzie wyglądał jak na rysunku 5.10.



Rys. 5.10. Algorytm rozwiązania równania różniczkowego cząstkowego opisującego proces nieustalony, z zastosowaniem metody elementów skończonych (Szymkiewicz, 2000).

Przewód o długości  $L$ , jak na rysunku 1.1, dzielimy na  $M - 1$  odcinków i otrzymujemy  $M$  węzłów obliczeniowych. Każdy odcinek jest długości  $\Delta x$  ( $j = 1, 2, \dots, M - 1$ ). Zgodnie z metodą elementów skończonych rozwiązanie równań uderzenia hydraulicznego powinno spełniać warunek:

$$\int_0^L \mathbf{N}\Omega(f_a, \dots) dx = \sum_{j=1}^{M-1} \mathbf{N}\Omega(f_a, \dots) dx = 0 \quad (5.92)$$

gdzie:  $\mathbf{N} = [N_1(x) N_2(x), \dots, N_M(x)]^T$  – wektor funkcji brzegowych lub funkcji kształtu,  
 $\Omega$  – symboliczne reprezentacje układu równań uderzenia hydraulicznego,  
 $f_a$  – aproksymacja dowolnej funkcji występującej w równaniach układu.

Zależność ta wyraża całkowity błąd ważony w obszarze rozwiązania spowodowany aproksymacją funkcji występujących w równaniach (5.1) i (5.2). Dla tych równań warunków (5.92) przyjmie postać:

$$\sum_{j=1}^{M-1} \int_{x_j}^{x_{j+1}} \mathbf{N} \left( \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2d} U |U| \right) dx = 0 \quad (5.93)$$

$$\sum_{j=1}^{M-1} \int_{x_j}^{x_{j+1}} \mathbf{N} \left( \frac{\partial H}{\partial t} + U \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial U}{\partial x} \right) dx = 0 \quad (5.94)$$

W standardowym podejściu stosowanym w metodzie elementów skończonych wszystkie funkcje występujące w powyższych równaniach aproksymuje się w następujący sposób:

$$f_a(x, t) = \sum_{j=1}^{M-1} N_j(x) f_j(t) = \mathbf{N}^T \mathbf{f} \quad (5.95)$$

gdzie:  $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_M]^T$ .

Do aproksymacji zastosujemy liniowe funkcje bazowe. W konsekwencji w każdym elemencie tylko dwie całki w równaniach (5.93) i (5.94) będą niezerowe:

$$I_1 = \int_{x_j}^{x_{j+1}} f_a(x, t) N_j(x) dx = \left( \frac{2}{3} f_j(t) + \frac{1}{3} f_{j+1}(t) \right) \frac{\Delta x_j}{2} \quad (5.96)$$

$$I_2 = \int_{x_j}^{x_{j+1}} f_a(x, t) N_{j+1}(x) dx = \left( \frac{1}{3} f_j(t) + \frac{2}{3} f_{j+1}(t) \right) \frac{\Delta x_j}{2} \quad (5.97)$$

W podobny sposób oblicza się całki z kolejnych członów równań (5.83) i (5.84).

Ponieważ otrzymany w rezultacie układ równań różniczkowych zwyczajnych względem czasu w przypadku równań typu hiperbolicznego, nie zapewnia wyników o zadowalającej jakości, zastosujemy modyfikację metody zaproponowaną przez Szymkiewicza i Mitoska (2004). Dla zastosowanych tutaj liniowych funkcji bazowych całki w równaniach



(5.96) i (5.97) można wyrazić w postaci iloczynu pewnej średniej ważonej wartości funkcji  $f$  w elemencie i całki z funkcji bazowej w tym elemencie:

$$I_1 = \int_{x_j}^{x_{j+1}} f_a(x, t) N_j(x) dx = f_c(t) \int_{x_j}^{x_{j+1}} N_j(x) dx = f_c(t) \frac{\Delta x_j}{2} \quad (5.98)$$

$$I_2 = \int_{x_j}^{x_{j+1}} f_a(x, t) N_{j+1}(x) dx = f_c(t) \int_{x_j}^{x_{j+1}} N_{j+1}(x) dx = f_c(t) \frac{\Delta x_j}{2} \quad (5.99)$$

Średnia ważona wartość funkcji  $f_c(t)$  w elemencie jest definiowana następująco:

— dla równania (5.98)

$$f_c(t) = \omega f_j(t) + (1 - \omega) f_{j+1}(t) \quad (5.100)$$

— dla równania (5.99)

$$f_c(t) = (1 - \omega) f_j(t) + \omega f_{j+1}(t) \quad (5.101)$$

gdzie  $\omega$  jest parametrem wagowym z przedziału  $\langle 0, 1 \rangle$ .

Po podstawieniu całek (5.98) i (5.99) można zapisać:

$$I_1 = (\omega f_j(t) + (1 - \omega) f_{j+1}(t)) \frac{\Delta x_j}{2} \quad (5.102)$$

$$I_2 = ((1 - \omega) f_j(t) + \omega f_{j+1}(t)) \frac{\Delta x_j}{2} \quad (5.103)$$

Przyjmując  $\omega = 2/3$ , otrzymujemy aproksymację według standardowej metody elementów skończonych, jak w równaniach (5.96) i (5.97).

Jeśli zastosujemy opisaną metodę aproksymacji i całkowania do rozwiązania układu równań uderzenia hydraulicznego, i po obliczeniu całek układu równań uzyskamy, układ równań różniczkowych zwyczajnych, to po wprowadzeniu warunków brzegowych zapiszemy go w postaci:

$$\mathbf{S} \frac{d\mathbf{F}}{dt} + \mathbf{A}\mathbf{F} = 0 \quad (5.104)$$

gdzie:  $\mathbf{F} = [U_1(t), H_1(t), U_2(t), H_2(t), \dots, U_M(t), H_M(t)]^T$ ,

$$\frac{d\mathbf{F}}{dt} = \left[ \frac{dU_1}{dt}, \frac{dH_1}{dt}, \dots, \frac{dU_M}{dt}, \frac{dH_M}{dt} \right]^T,$$

$\mathbf{S}$  – macierz stała,

$\mathbf{A}$  – macierz zmienna.

Szczegółową postać równań aproksymujących oraz macierzy  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{S}$  podają Szymkiewicz i Mitosek (2004). Do rozwiązania układu (5.104) zastosujemy absolutnie stabilny niejawni schemat różnicowy o postaci:

$$\mathbf{F}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}_t + \Delta t((1-\theta)\mathbf{F}'_t + \theta\mathbf{F}'_{t+\Delta t}) \quad (5.105)$$

gdzie:  $\mathbf{F}' = d\mathbf{F}/dt$  – wektor pochodnych,

$\Delta t$  – krok całkowania,

$\theta$  – parametr wagowy o wartości z przedziału  $\langle 0, 1 \rangle$ .

Ponieważ z równania (5.104) wynika, że:

$$\mathbf{F}' = \mathbf{S}^{-1}(-\mathbf{A}\mathbf{F}) \quad (5.106)$$

to równanie (5.105) po odpowiednich przekształceniach przyjmie postać:

$$\mathbf{F}_{t+\Delta t}(\mathbf{S} + \Delta t\theta\mathbf{A}_{t+\Delta t}) = \mathbf{F}_t(\mathbf{S} - \Delta t(1-\theta)\mathbf{A}_t) \quad (5.107)$$

Równanie (5.107) można zapisać w postaci:

$$\mathbf{R}_{t+\Delta t} \cdot \mathbf{F}_{t+\Delta t} = \mathbf{P}_t \quad (5.108)$$

gdzie:  $\mathbf{R}_{t+\Delta t} = (\mathbf{S} + \Delta t\theta\mathbf{A}_{t+\Delta t})$

$\mathbf{P}_t = \mathbf{F}_t(\mathbf{S} - \Delta t(1-\theta)\mathbf{A}_t)$

W powyższym układzie wektor  $\mathbf{F}_{t+\Delta t}$  reprezentuje nieznane wartości węzłowe prędkości i wysokości ciśnienia na poziomie czasowym  $t + \Delta t$ . Układ ten jest nieliniowy, a jego macierz jest pasmowa okołoprzekątniowa, zawierająca 7 niezerowych przekątnych. Do jego rozwiązania, podobnie jak w przypadku metody różnic skończonych, zastosowano metodę Newtona.

#### 5.2.4. Porównanie metod obliczeniowych

Opisane w poprzednim rozdziale metody rozwiązywania układów równań różniczkowych cząstkowych zastosowano do rozwiązania układu równań (5.1) i (5.2) opisującego uderzenie hydrauliczne. Obliczenia wykonano trzema przedstawionymi metodami, przyjmując (Mitosek, 2001):

- długość rurociągu  $L = 25,1$  [m],
- średnica wewnętrzna przewodu  $D = 42$  [mm],
- grubość ścianek  $e = 3$  [mm],
- współczynnik chropowatości  $k = 0,08$  [mm],
- prędkość średnia w ruchu ustalonym  $U_0 = 0,455$  [m/s],
- prędkość fali uderzeniowej  $c = 1280$  [m/s],
- wysokość ciśnienia w zbiorniku początkowym  $H_0 = 45$  [m H<sub>2</sub>O].

Dane uzupełniono parametrami opisującymi materiał, z którego wykonano rurociąg i przepływającą w nim ciecz:

- moduł sprężystości ścian przewodu stalowego  $E = 2 \cdot 10^{11}$  [Pa],
- współczynnik ściśliwości cieczy  $K = 2 \cdot 10^9$  [Pa],
- gęstość cieczy  $\rho = 998,2$  [kg/m<sup>3</sup>].

Wartość współczynnika oporów na długości  $f$  wyznaczono ze wzoru Nikuradsego (5.5).

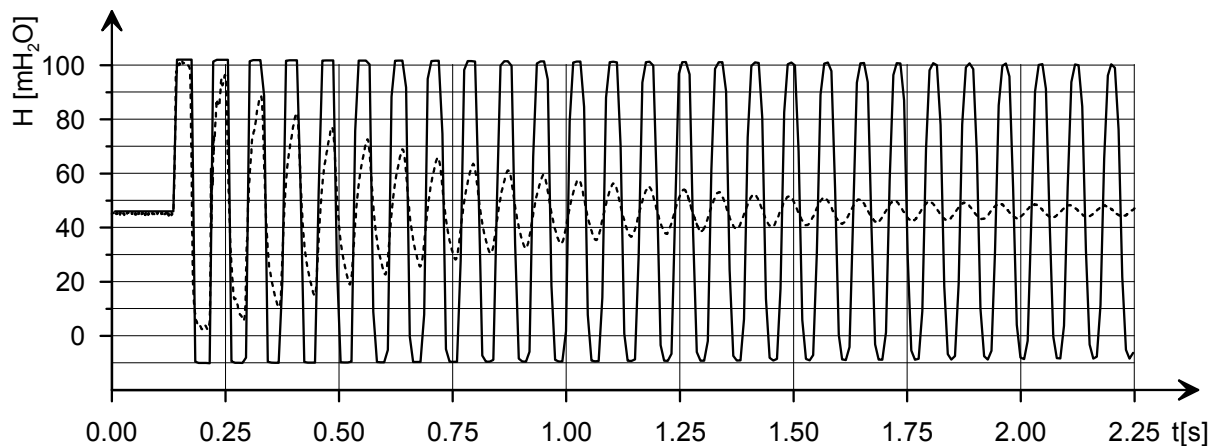
Z rozwiązaniem numerycznym układu (5.1) i (5.2), jak z każdym układem hiperbolicznym, związany jest problem błędu dyfuzji numerycznej. Rozwiązanie układu równań metodą charakterystyk generuje dyfuzję numeryczną, której współczynnik jest równy (Szymkiewicz, 2003):

$$v_n = \frac{c\Delta x}{2}(1 - C_a) \quad (5.109)$$

gdzie:  $C_a = c \cdot \Delta x / \Delta t$  – liczba Couranta.

Zauważmy, że współczynnik dyfuzji numerycznej zeruje się w przypadku gdy,  $C_a = 1$ . W tej sytuacji otrzymamy dokładne rozwiązanie zlinearyzowanego układu równań (5.1) i (5.2).

Wynik rozwiązania numerycznego metodą charakterystyk, przedstawiony na rysunku 5.11, otrzymano dla  $\Delta x \approx 1$  [m] i  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4}$  [s], czyli  $C_a \approx 1$ . Dla porównania linią przerywaną zaznaczono wynik pomiarów doświadczalnych. Jak można zauważyć uzyskane rozwiązanie znacznie odbiega od wyników eksperymentu.



Rys. 5.11. Rozwiązanie uzyskane metodą charakterystyk (—) i wynik obserwacji (.....)

Wykonując obliczenia zauważono, że zbliżenie wyników obliczeń numerycznych do wyników pomiarów doświadczalnych można uzyskać generując dyfuzję numeryczną. Na rysunku 5.12a przedstawiono uzyskane rezultaty obliczeń metodą charakterystyk dla  $\Delta x \approx 1$  [m],  $\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-4}$  [s],  $C_a \approx 0,3$ .

W przypadku schematu skrzynkowego metody różnic skończonych o dokładności rozwiązania decydują współczynniki dyfuzji numerycznej  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$  i współczynniki dyspersji numerycznej  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  (Szymkiewicz, 2000) o postaci:

$$v_1 = \left( \theta - \frac{1}{2} \right) g \bar{H} \Delta t \quad (5.110)$$

$$v_2 = \left( \frac{1}{2} - \psi \right) \bar{H} \Delta x \quad (5.111)$$

$$v_3 = \left( \frac{1}{2} - \psi \right) g \Delta x \quad (5.112)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{g \bar{H} \Delta x \Delta t}{2} (1 - \psi - \theta) \quad (5.113)$$

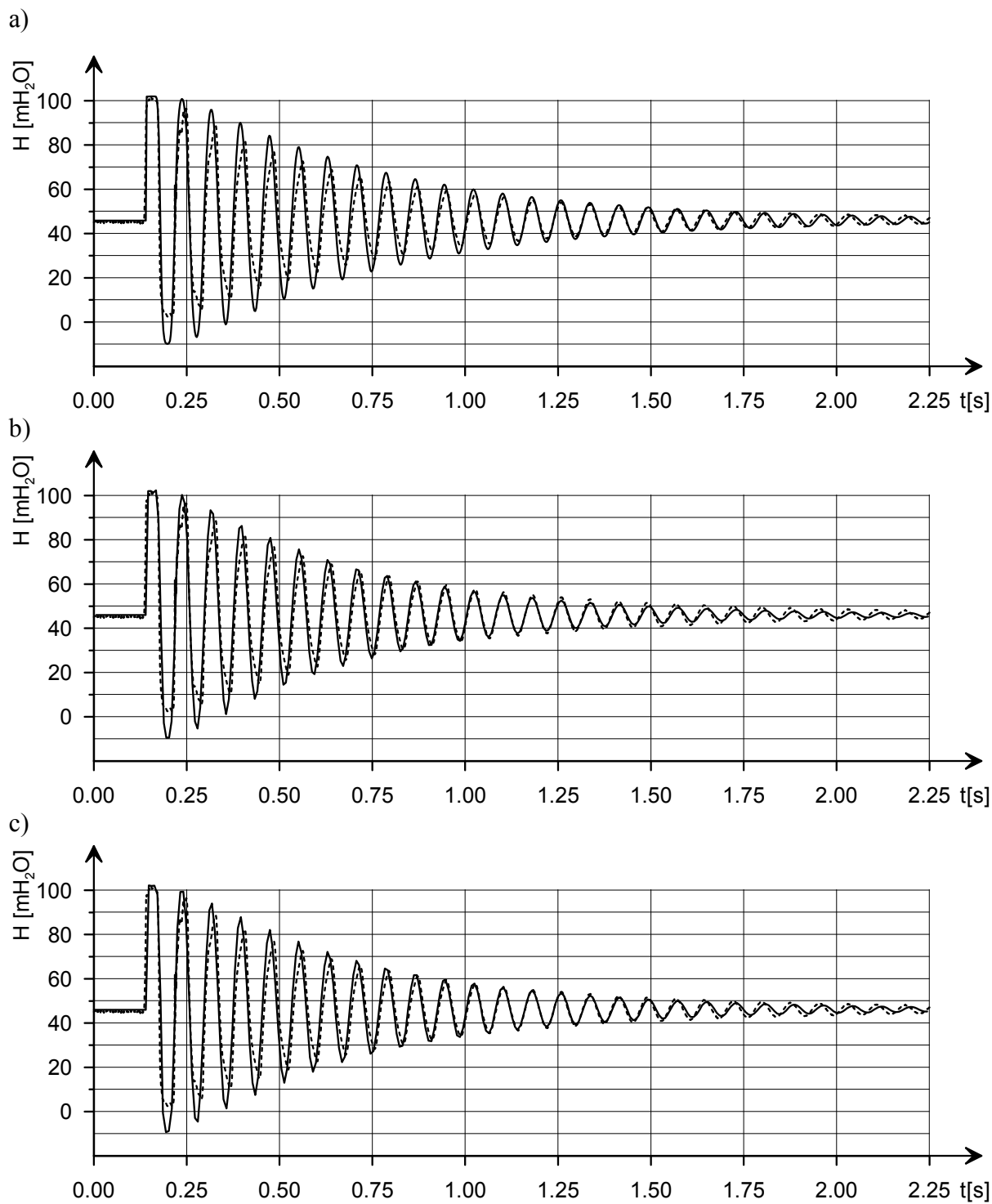
$$\varepsilon_2 = \frac{g \Delta x^2}{6} \left[ (3\theta - 2) C_a^2 + (3\psi - 1) \right] \quad (5.114)$$

Zauważmy, że przy  $\psi = 1/2$ ,  $\theta = 1/2$  i  $C_a = 1$  otrzymamy zerowe wartości tych współczynników, czyli rozwiązanie dokładne. Również w tej metodzie konieczne było wygenerowanie dyfuzji numerycznej, aby uzyskać wynik obliczeń zbliżony do wyniku doświadczenia. Wyniki obliczeń przedstawiono na rysunku 5.12b. Otrzymano je przy  $\Delta x \approx 1$  [m],  $\Delta t = 7 \cdot 10^{-4}$  [s],  $C_a \approx 0,75$ ,  $\psi = 1/2$ ,  $\theta = 0,96$ . W przypadku rozwiązywania równań uderzenia hydraulicznego konieczne jest przyjęcie  $\psi = 1/2$  ze względu na zmienność kierunku propagacji fali ciśnienia. Pozostałe parametry dobrano eksperymentalnie, porównując uzyskany wynik z wynikiem doświadczeń.

Dyfuzję numeryczną generowaną przez metodę elementów skończonych definiuje współczynnik dyfuzji numerycznej  $v_n$  (Szymkiewicz i Mitosek, 2004) o postaci:

$$v_n = \left( \theta - \frac{1}{2} \right) g \bar{H} \Delta t \quad (5.115)$$

Dyfuzja numeryczna znika tylko w przypadku gdy  $\theta = 1/2$ . Przy  $\theta > 1/2$  w rozwiązaniu obecna jest dyfuzja numeryczna. Zgodnie z równaniem (5.115) rośnie ona ze wzrostem  $\theta$  i  $\Delta t$ , czyli ze wzrostem liczby Couranta  $C_a$ . Zgodność rozwiązania numerycznego z doświadczeniem otrzymano dla  $\Delta x \approx 1$  [m],  $\Delta t = 7,5 \cdot 10^{-4}$  [s],  $C_a \approx 1,0$ ,  $\omega = 0,66$ ,  $\theta = 0,97$ , a więc również dzięki wprowadzeniu dyfuzji numerycznej. Uzyskane wyniki ilustruje rysunek 5.12c.



Rys. 5.12. Porównanie wyników obserwacji (.....) z wynikami rozwiązania (—) metodą:  
a) charakterystyk, b) różnic skończonych, c) elementów skończonych.

Analizując wyniki otrzymane trzema przedstawionymi metodami stwierdzono, iż w przypadku rurociągu prostego bez bocznika metoda różnic skończonych, metoda elementów skończonych i metoda charakterystyk dają bardzo podobne rozwiązania, zgodne z rezultatami pomiarów eksperymentalnych na stanowisku badawczym. Metoda charakterystyk jest podstawową i pierwszą metodą użytą do rozwiązywania układu równań uderzenia hydraulicznego. Algorytm metody jest bardzo prosty do zaprogramowania i nie wymaga dużego nakładu mocy obliczeniowej komputera. Poszukiwane wartości prędkości i wysokości ciśnienia na kolejnych poziomach czasowych uzyskuje się bezpośrednio na podstawie wartości z poprzedniego poziomu czasowego. Stosowanie metoda charakterystyk staje się jednak bardziej kłopotliwe w przypadku rozwiązywania równań uderzenia hydraulicznego dla rurociągu o zmiennej średnicy lub z zainstalowanym bocznikiem. Parametry zależne od średnicy przewodu, występujące w równaniach uderzenia hydraulicznego w metodzie charakterystyk są trudne do uwzględnienia w trakcie obliczeń. W tym wypadku skuteczniejsza jest metoda różnic skończonych i metoda elementów skończonych. Wadą tych metod jest wymóg znacznie większej mocy obliczeniowej komputera i większej ilości pamięci operacyjnej. Wyniki obliczeń na kolejnych poziomach czasowych otrzymuje się przez iteracyjne rozwiązanie układu równań nieliniowych. Liczba równań jest dwukrotnie większa od liczby przekrojów obliczeniowych, gdyż w każdym przekroju obliczone są dwie niewiadome: prędkość i ciśnienie.

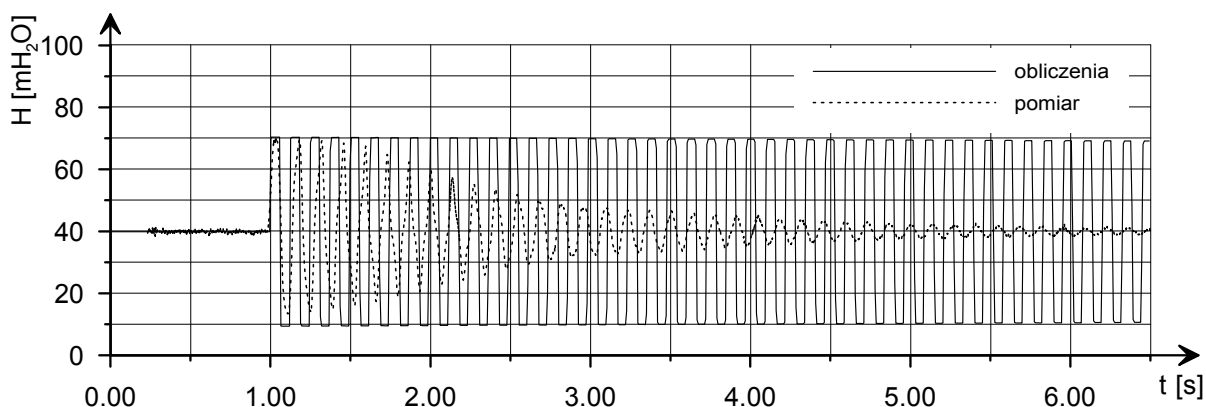
Kolejnym czynnikiem decydującym o wyborze metody rozwiązania jest możliwość włączenia do algorytmu obliczeń warunku brzegowego wynikającego z obecności bocznika. Jak wiadomo z punktu 5.1.3 ma on postać równań różniczkowych zwyczajnych (5.33) i (5.34). Z kolei z opisu metody elementów skończonych przedstawionego w punkcie 5.2.2 wynika, że w pierwszym etapie jej stosowania rozwiązywany układ równań różniczkowych cząstkowych jest przekształcany w układ równań różniczkowych zwyczajnych (5.104). Zatem w sposób naturalny uwzględniamy w tej metodzie warunek brzegowy wprowadzając równania (5.33) i (5.34) do układu (5.104). Układ ten następnie rozwiązujemy opisaną w punkcie 5.2.2 metodą dwupoziomową. Ten wyjątkowo prosty sposób uwzględniania obecności bocznika w algorytmie obliczeń jest zasadniczą zaletą metody elementów skończonych. Z tego powodu w dalszych analizach stosowana będzie ta metoda.

## 6. OBLICZENIA NUMERYCZNE

### 6.1. Obliczenia numeryczne dla rurociągu prostego

Rozwiązanie równań uderzenia hydraulicznego zmodyfikowaną metodą elementów skończonych zrealizowano w postaci programu komputerowego napisanego w języku Fortran. Dane wejściowe zawierające informacje o parametrach przewodu i zastosowanego bocznika wprowadzane są do programu z pliku tekstowego. Wyniki obliczeń zapisywane są w postaci plików tekstowych zawierających informacje o wysokości ciśnienia w metrach słupa wody w wybranych przekrojach poprzecznych rurociągu dla kolejnych czasów. Wynik rozwiązane zadania składał się, zależnie od zadanego kroku czasowego, z ponad 10 000 wartości ciśnienia w każdym przekroju obliczeniowym. Jak wynika z doświadczeń, amplituda oscylacji wygasa po około 9 sekundach zjawiska i układ osiąga stan hydrostatyczny. Z tego powodu symulowano proces tylko w tym przedziale czasu. Do analizy i obróbki wyników pomiarów i wyników obliczeń numerycznych opracowano także szereg innych programów komputerowych w języku Fortran i Turbo Pascal.

Rozwiązując układ równań (5.1) i (5.2), należy znać wartość występującego w równaniu ruchu (5.1) współczynnika oporów na długości  $f$ . Z eksperymentów numerycznych wynika, że dla wartości współczynnika  $f$  wyznaczonej jak dla ruchu ustalonego występuje wyraźna niezgodność wyników obliczeń i pomiarów. Przykładem takiej rozbieżności są wyniki przedstawione na rys 6.1. Zwykle przyjmuje się (Elansary, Silva, Chaundhry 1994), że niezgodność ta jest wynikiem zastosowania do opisu siły tarcia w przepływie nieustalonym współczynnika  $f$  obowiązującego dla przepływu ustalonego.



Rys. 6.1. Porównanie wyników pomiaru z obliczeniami wykonanymi bez generowania dyfuzji numerycznej, z wartością  $f$  jak dla przepływu ustalonego.



Obserwowane tłumienie jest znacznie intensywniejsze niż wynika to z rozwiązania numerycznego. Jeśli przyjmiemy, że głównym powodem tłumienia amplitudy jest siła tarcia czyli współczynnik  $f$ , to przedstawiony na rysunku 6.1 wynik sugeruje, że jego wartość jest zbyt mała. Problem omawianej niezgodności zauważyło wielu badaczy. Efektem tej konstatacji są liczne próby udoskonalenia opisu siły tarcia w warunkach ruchu nieustalonego (Zielke, 1968; Vardy, Hwang, 1991; Brunone, Golia, Greco, 1991; Axworthy, Ghidaoui, McInnis, 2000; Pezzinga, 1999; Pezzinga, 2000; Abreu, Almeida, 2000; Silva – Araya, Chaundry, 2001; Ramos i inni, 2004). Niestety, mimo prowadzonych od wielu lat badań nad tym zagadnieniem, jak dotąd nie udało się nikomu zaproponować metody wyznaczania współczynnika oporów na długości w ruchu nieustalonym w zadowalający sposób.

Zwykle współczynnik oporów na długości w ruchu nieustalonym przedstawia się jako sumę dwóch składników, a mianowicie współczynnika oporów na długości w ruchu quasi–ustalonym i dodatkowego składnika wynikającego z nieustaloności przepływu (Abreu, Almeida, 2000; Bergant, Simpson, Vitovsky, 2001). Quasi – ustaloność wiąże się z uzmiennieniem wartości współczynnika  $f$ , która wynika z uwzględnienia zmiennej prędkości przepływu w trakcie uderzenia hydraulicznego. Ogólna postać poszukiwanego współczynnika oporów liniowych w ruchu nieustalonym jest więc następująca (Abreu, Almeida, 2000; Bergant, Simpson, Vitovsky, 2001):

$$f = f_q + f_n \quad (6.1)$$

gdzie:  $f$  – współczynnik oporów na długości dla ruchu nieustalonego,

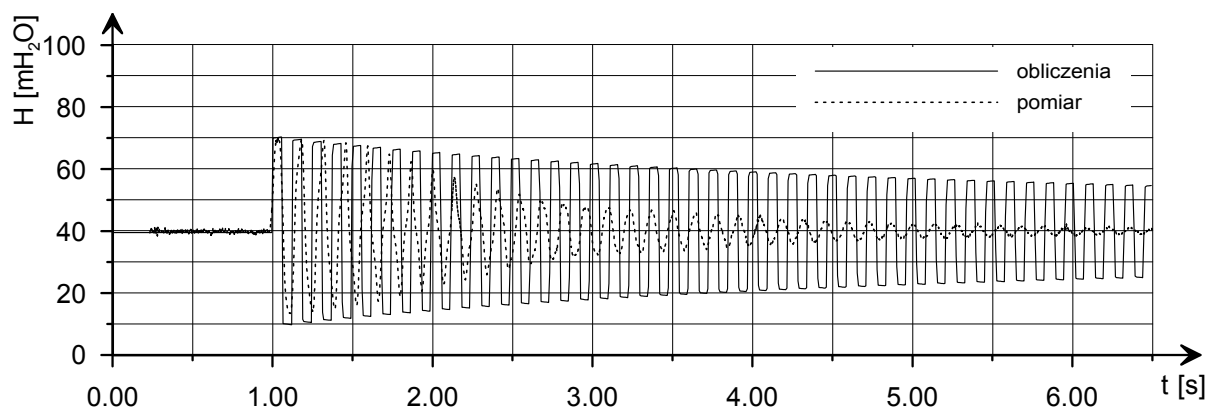
$f_q$  – współczynnik oporów na długości dla ruchu quasi–ustalonego,

$f_n$  – dodatkowy składnik uwzględniający ruch nieustalony.

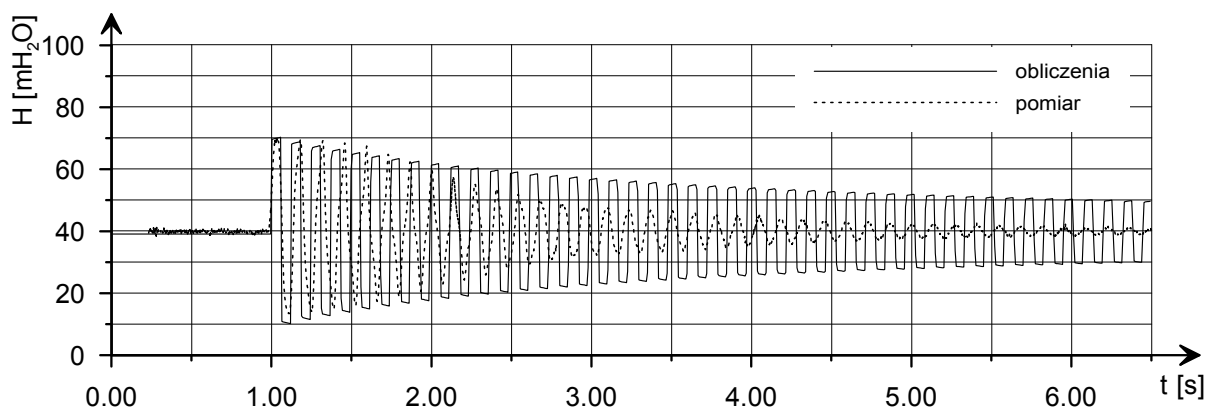
Pierwszą formułę na oszacowanie  $f_n$  zaproponował Zielke (1968), który badał uderzenie hydrauliczne w warunkach ruchu laminarnego. Od tamtej pory przedstawiono wiele alternatywnych propozycji opisu współczynnika  $f_n$ . W obliczeniach inżynierskich często stosowany jest najprostszy sposób poprawienia zgodności wyników obliczeń i obserwacji. Polega on na arbitralnym zwiększeniu wartości współczynnika  $f$  w następujący sposób:

$$f = e \cdot f_q \quad (6.2)$$

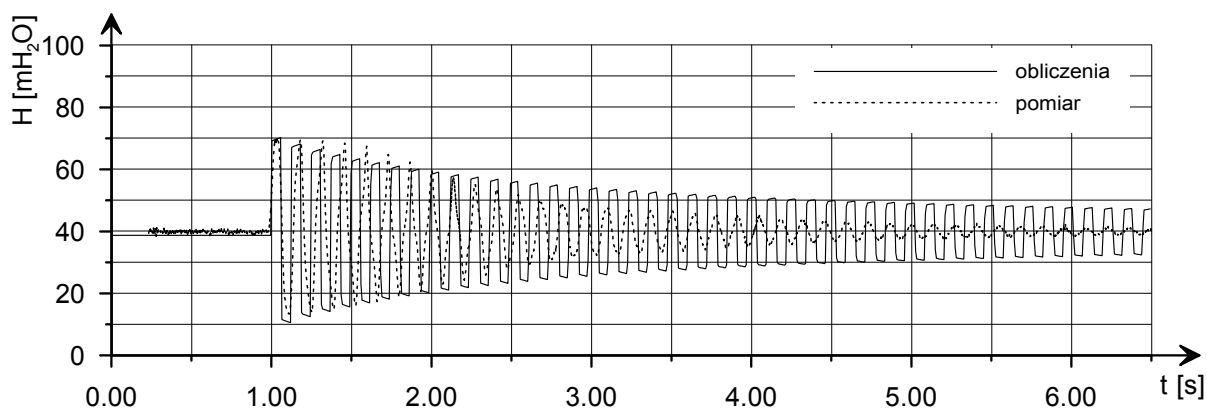
gdzie:  $e$  – współczynnik ( $>1$ ).



Rys. 6.2. Porównanie wyników pomiaru P04 z obliczeniami otrzymanymi przy  $e = 2,5$ .



Rys. 6.3. Porównanie wyników pomiaru P04 z obliczeniami otrzymanymi przy  $e = 5$ .



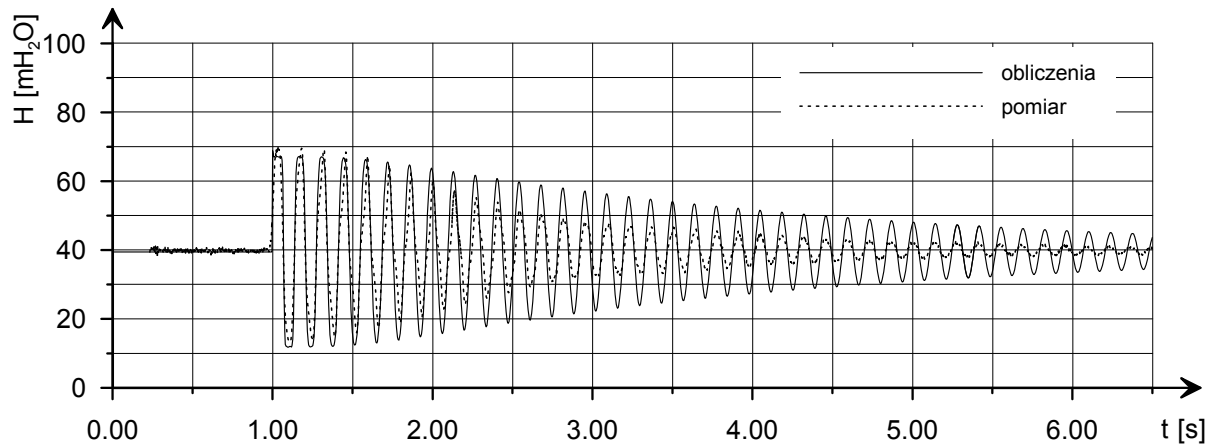
Rys. 6.4. Porównanie wyników pomiaru P04 z obliczeniami otrzymanymi przy  $e = 7,5$ .

Równanie (6.2) można traktować jako najprostszy model współczynnika oporów na długości dla ruchu nieustalonego. Wpływ zwiększonej wartości tego współczynnika na wynik obliczeń numerycznych objawia się intensywniejszym tłumieniem fali ciśnienia. Przykłady wyników otrzymanych dla rurociągu prostego przez zwiększenie wartości współczynnika oporów liniowych o  $e = 2,5$ ,  $e = 5$  oraz  $e = 7,5$  razy przedstawiono odpowiednio na rysunkach 6.2, 6.3 i 6.4. Porównując wymienione rysunki zauważamy istotny wpływ wartości parametru  $e$  na tempo tłumienia amplitudy. Obliczone przebiegi ciśnienia mają jednak prostokątny charakter, co oznacza nieznaczną redukcję dużych gradientów ciśnienia wywołanych nagłym zamknięciem zaworu. Wydaje się więc, że uzasadnione jest twierdzenie licznych autorów, iż człon tarcia w postaci formuły Darcy – Weisbacha nie opisuje w sposób właściwy procesów dysypacyjnych występujących w trakcie uderzenia hydraulicznego. Ich obecność w sposób oczywisty wykazują pomiary wykonane na stanowisku badawczym. Przedstawiony powyżej sposób postępowania (równanie 6.2) został uogólniony przez Silva – Araya i Chaundry (2001). Wymienieni autorzy wartość współczynnika  $e$  powiązali z procesem dyssypacji energii i uzależnili jego wartość od zmiennych w czasie parametrów przepływu.

Jak już wcześniej wspomniano w niniejszej pracy, do wyznaczenia wartości współczynnika oporów na długości  $f$  zastosowano wzór Nikuradsego. Kwestia ta została szerzej objaśniona w punkcie 5.1.1. Z kolei w punkcie 5.2.4 pokazano, że dobrą zgodność obliczeń z pomiarami eksperymentalnymi zapewnia wprowadzenie do rozwiązania numerycznego dyfuzji numerycznej. Szczegółową analizę dyfuzji numerycznej i jej wpływ na wyniki modelowania przepływów nieustalonych podają np. Szymkiewicz i Mitosek (2004). W metodzie elementów skończonych, która jest stosowana w niniejszej pracy, współczynnik dyfuzji numerycznej  $\nu_n$  zdefiniowany jest wzorem (5.115). Jak wykazują Szymkiewicz i Mitosek (2007), powszechnie stosowane do obliczeń przepływów nieustalonych równania (5.1) i (5.2) nie odwzorowują dokładnie zjawiska uderzenia hydraulicznego. Autorzy Ci wykazują również, że można zapewnić zgodność wyników obliczeń z pomiarami generując odpowiednio intensywną dyfuzję numeryczną. Dyfuzja numeryczna zapewnia jednocześnie tłumienie i wygładzanie oscylacji ciśnienia. Fakt ten potwierdzają wyniki obliczeń dla rurociągu prostego przedstawione na rysunkach 6.5, 6.6 i 6.7, na których porównano wyniki obliczeń i pomiarów. Jak wynika z porównania, jakość wyników zależy od intensywności generowanej dyfuzji numerycznej. Inaczej mówiąc, zgodnie z wzorem (5.115), stopień dopasowania obserwacji i obliczeń zależy od wartości dobranych parametrów obliczeniowych: kroku czasowego  $\Delta t$ , odległości między przekrojami  $\Delta x$  i wartości współczynnika wagowego  $\theta$ . Najlepsze wyniki obliczeń, praktycznie identyczne z wynikami

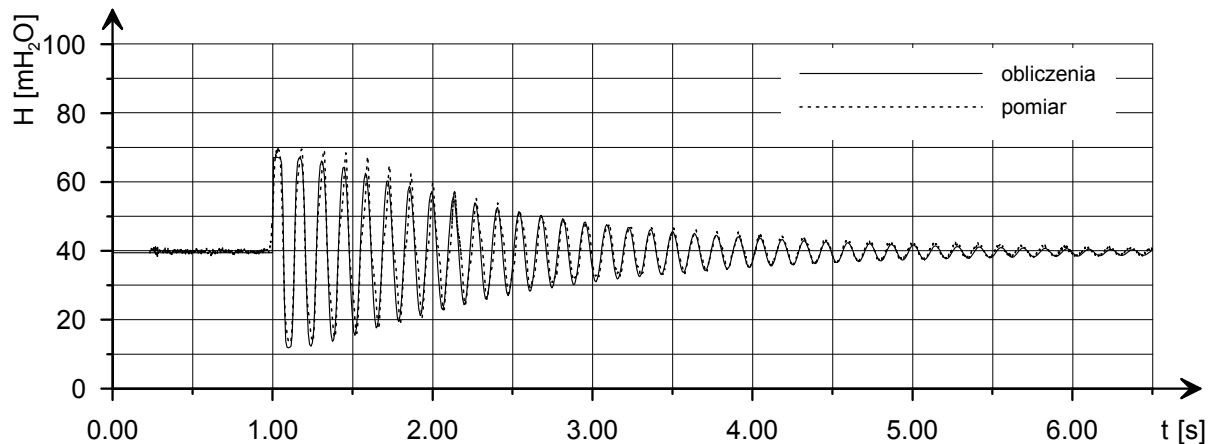
pomiarów, uzyskano przy  $\theta = 0,9$ ,  $\Delta x = 1$  m,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4}$  s czyli przy  $C_a = 1,0$ . Jak widać na rysunku 6.7 wraz ze zwiększeniem kroku czasowego, a tym samym wzrostem liczby Couranta, tłumienie fali ciśnienia rośnie i jest nawet większe niż obserwowane w eksperymencie. Natomiast zmniejszenie kroku czasowego powoduje słabsze tłumienie fali ciśnienia (rys 6.5). Fakt ten dowodzi niedoskonałości modelu uderzenia hydraulicznego w postaci równań (5.1) i (5.2).

Biorąc pod uwagę wpływ wartości współczynnika  $f$  na tempo tłumienia amplitudy fali ciśnienia oraz podobny wpływ dyfuzji numerycznej należy stwierdzić, że stopień zgodności obliczeń i pomiarów można poprawiać nie tylko przez dobór odpowiednich wartości parametrów numerycznych, ale i przez dobór odpowiedniej wartości współczynnika  $e$ .



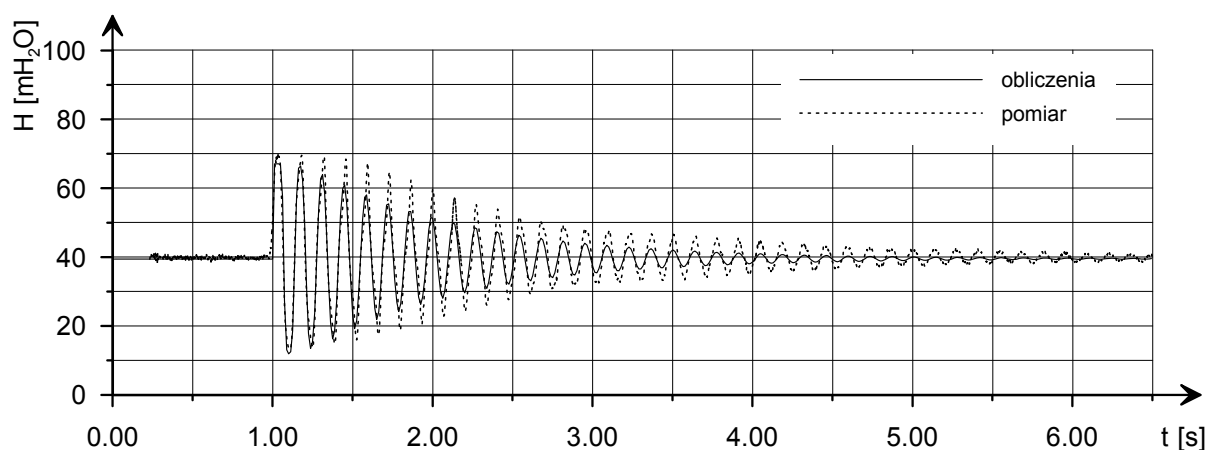
Rys. 6.5. Porównanie wyników pomiaru P04 z obliczeniami

dla  $\Delta x = 1$  m,  $\Delta t = 4 \cdot 10^{-4}$  s,  $C_a = 0,5$ .



Rys. 6.6. Porównanie wyników pomiaru P04 z obliczeniami

dla  $\Delta x = 1$  m,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4}$  s,  $C_a = 1,0$ .



Rys. 6.7. Porównanie wyników pomiaru P04 z obliczeniami  
dla  $\Delta x = 1$  m,  $\Delta t = 12 \cdot 10^{-4}$  s,  $C_a = 1,5$ .

Przypomnijmy, że zaprezentowane wyżej uwagi dotyczą przypadku rurociągu prostego bez elementu bocznikowego. Zatem w przypadku analizowanego dalej układu rurociąg – bocznik, stosując ten sam model zjawiska uderzenia hydraulicznego (równania (5.1) i 5.2)), należy spodziewać się podobnego braku zgodności pomiędzy wynikami obliczeń i pomiarami jak w przypadku przedstawionym wyżej.

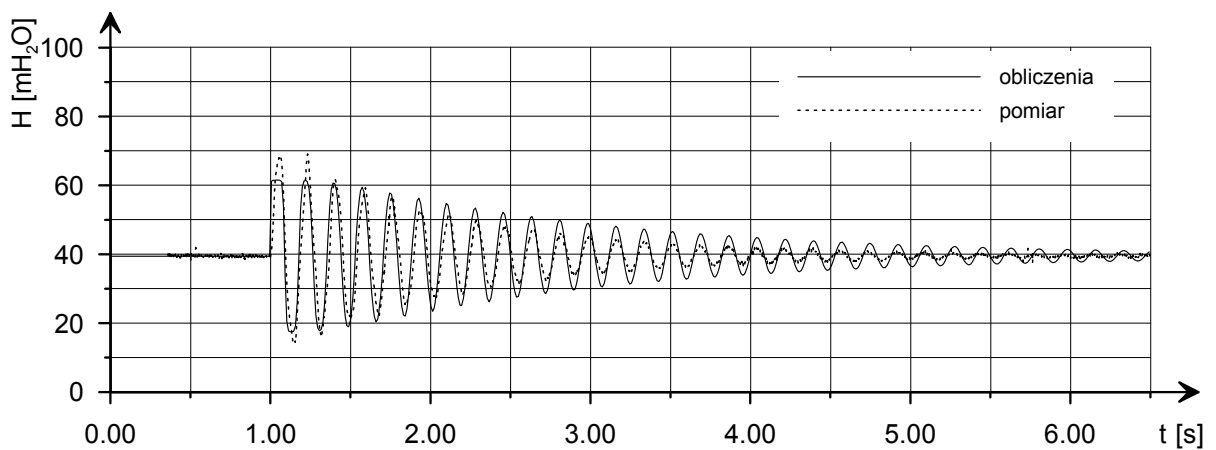
## 6.2. Obliczenia numeryczne dla układu rurociąg – bocznik

### 6.2.1. Bocznik jako element elastyczny

Wprowadzenie do badanego układu elementu bocznikowego wymaga uwzględnienia jego obecności również w modelu matematycznym procesu. W pierwszym etapie potraktowano bocznik jako element elastyczny. Równania opisujące pracę bocznika jako elementu elastycznego szczegółowo opisano w punkcie 5.1.3. Układ równań uderzenia hydraulicznego uwzględniający pracę bocznika, tak jak w poprzednich przypadkach, rozwiązano zmodyfikowaną metodą elementów skończonych. Obliczenia wykonano przyjmując takie wartości parametrów  $\Delta t$  i  $\Delta x$ , przy których liczba Couranta jest równa 1. Wartość parametru  $\theta$  przyjęto równą 0,9. Uzyskane wyniki zestawiono na rysunkach 6.8 – 6.15, na których przedstawiono porównanie wyników obliczeń i eksperymentów. Opis konfiguracji badanego układu przypisanych symbolom eksperymentów zamieszczono w tabeli 3.4.

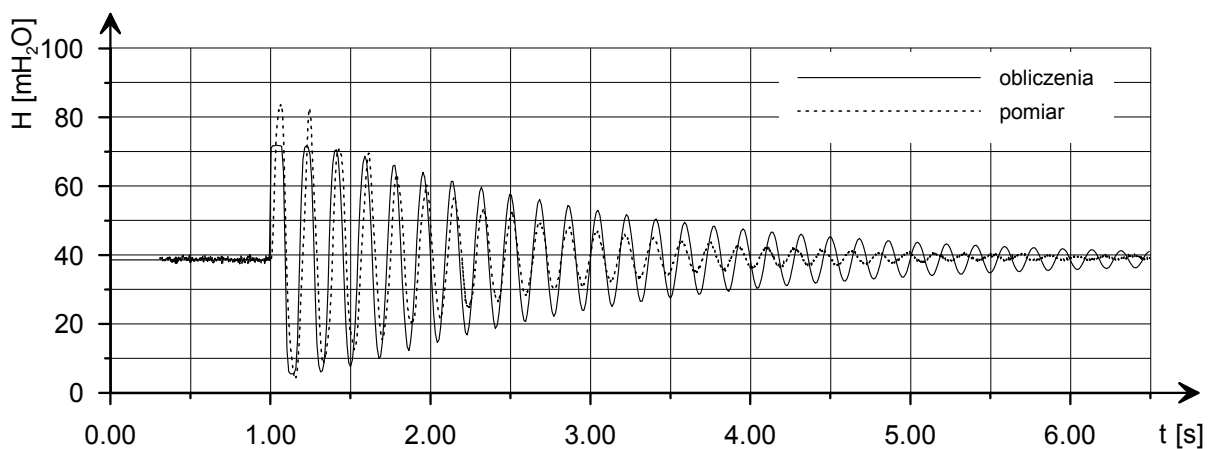
Jak wynika z zaprezentowanych wykresów ciśnienia, potraktowanie bocznika jako elementu elastycznego nie zapewnia zadowalającej zgodności z obserwacjami. Można

zauważyć, że w każdym z przypadków maksymalna wartość zmierzonego ciśnienia występującego w pierwszym cyklu była większa od maksymalnej wartości ciśnienia obliczonego. Jednocześnie obserwuje się odwrotną tendencję w końcowej części przebiegu fali, co oznacza, że obliczona fala ciśnienia jest słabiej tłumiona niż fala obserwowana. Oprócz niezgodności amplitud na rysunkach obserwuje się również pewne zróżnicowanie okresu fali. Można więc stwierdzić, że potraktowanie bocznika jako element elastyczny nie spełniło oczekiwań. Zastosowane podejście nie zapewnia odpowiedniej dokładności odwzorowania zjawiska uderzenia hydraulicznego. Porzucono więc ten sposób opisu pracy bocznika i zaniechano dalszych obliczeń tą metodą. Działanie bocznika polietylenowego okazuje się bardziej złożone niż wynika to z potraktowania go jako element elastyczny.



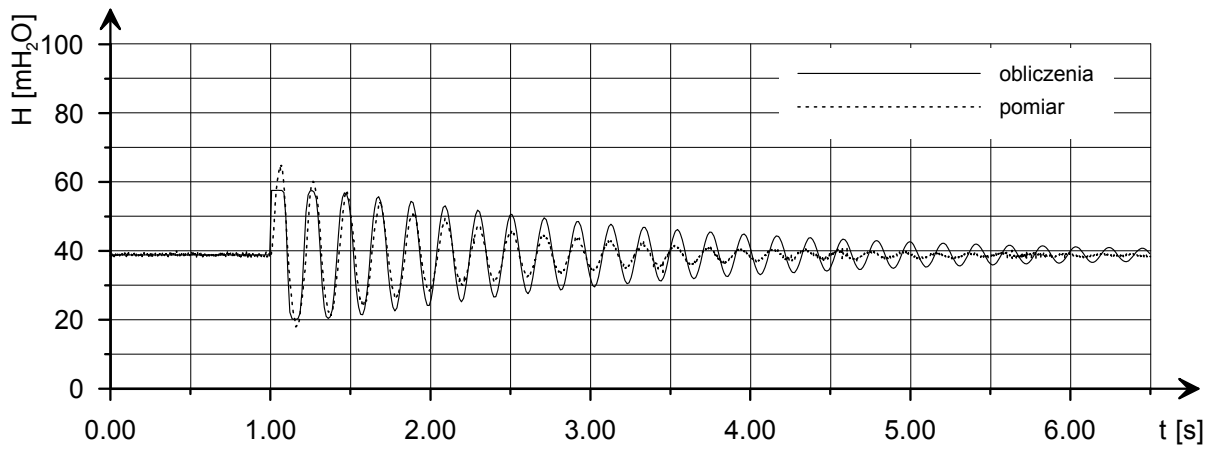
Rys. 6.8. Porównanie wyników eksperymentu A04 z obliczeniami

dla  $\Delta x = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ,  $C_a = 1,0$ ,  $\theta = 0,9$ .



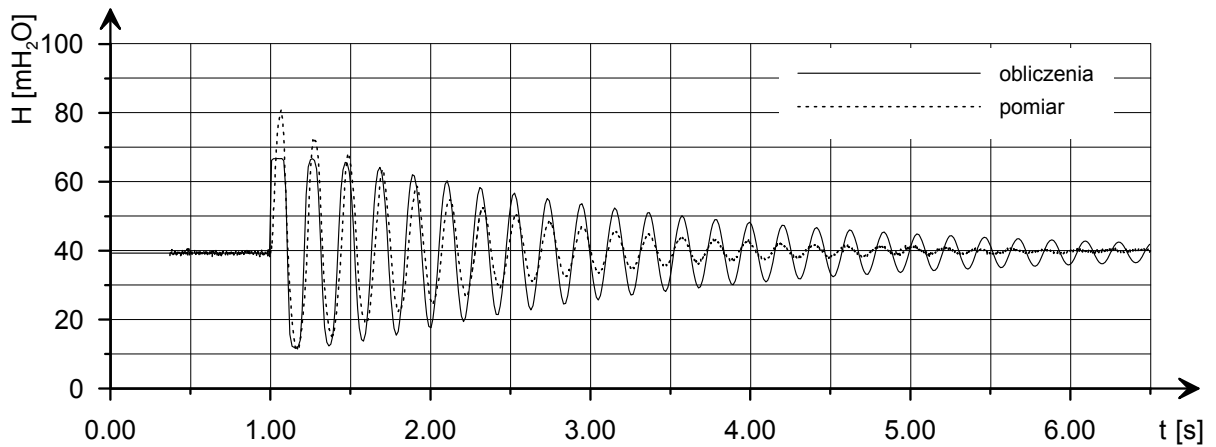
Rys. 6.9. Porównanie wyników eksperymentu A01 z obliczeniami

dla  $\Delta x = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ,  $C_a = 1,0$ ,  $\theta = 0,9$ .



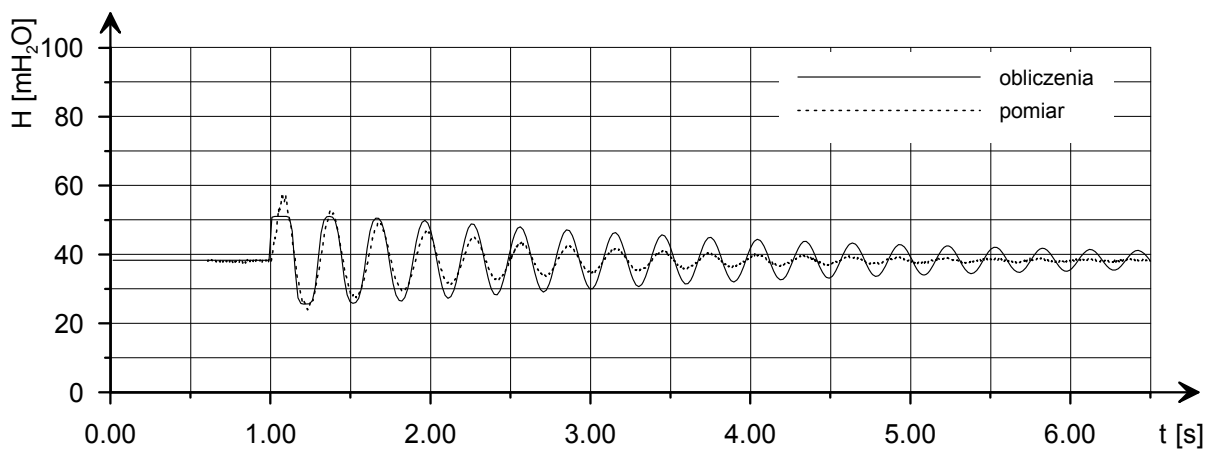
Rys. 6.10. Porównanie wyników eksperymentu C7 z obliczeniami

dla  $\Delta x = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ,  $C_a = 1,0$ ,  $\theta = 0,9$ .



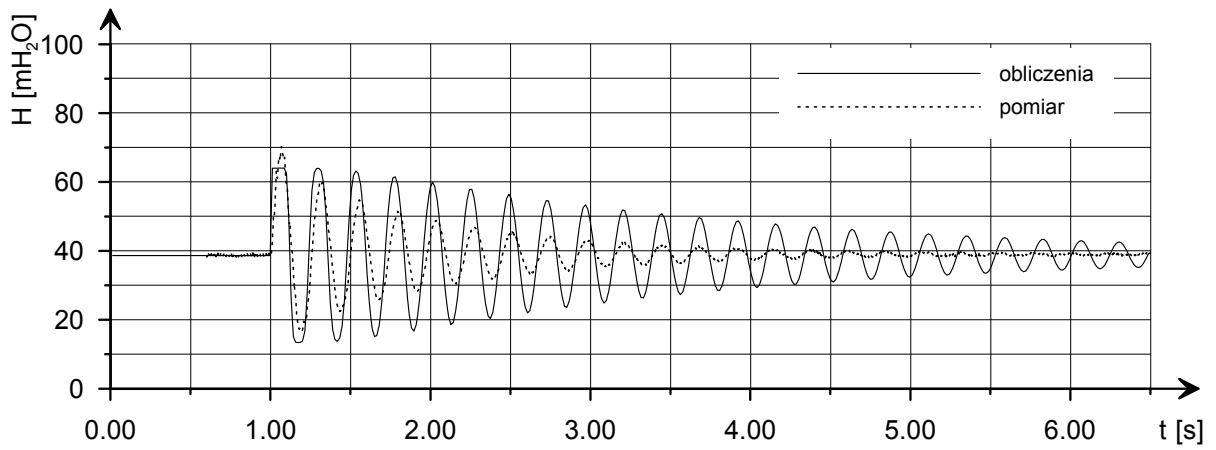
Rys. 6.11. Porównanie wyników eksperymentu C3 z obliczeniami

dla  $\Delta x = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ,  $C_a = 1,0$ ,  $\theta = 0,9$ .



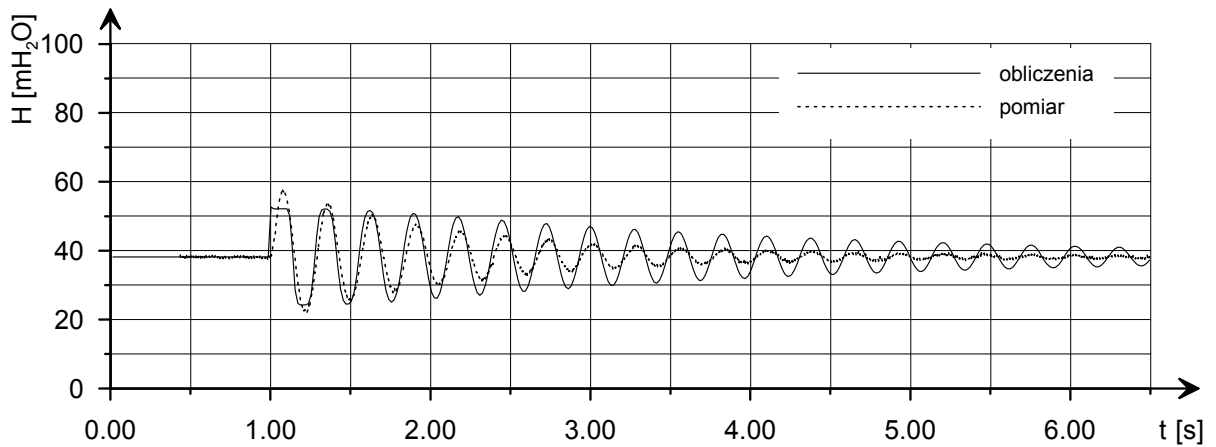
Rys. 6.12. Porównanie wyników eksperymentu K2 z obliczeniami dla

$\Delta x = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ,  $C_a = 1,0$ ,  $\theta = 0,9$ .



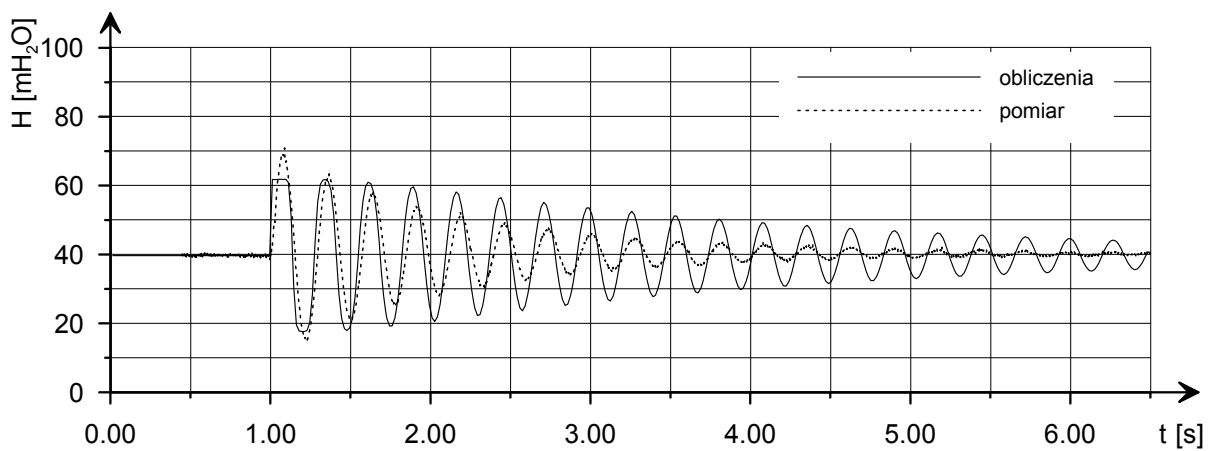
Rys. 6.13. Porównanie wyników eksperymentu K6 z obliczeniami

dla  $\Delta x = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 1,45 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ,  $C_a = 1,0$ ,  $\theta = 0,9$ .



Rys. 6.14. Porównanie wyników eksperymentu G1 z obliczeniami

dla  $\Delta x = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 1,67 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ,  $C_a = 1,0$ ,  $\theta = 0,9$ .



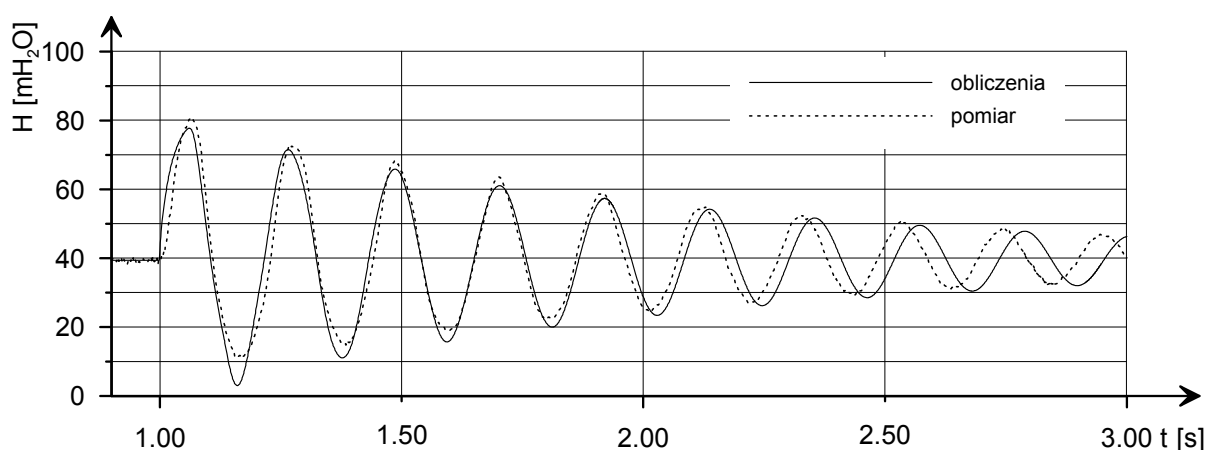
Rys. 6.15. Porównanie wyników eksperymentu G6 z obliczeniami

dla  $\Delta x = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 1,67 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ,  $C_a = 1,0$ ,  $\theta = 0,9$ .

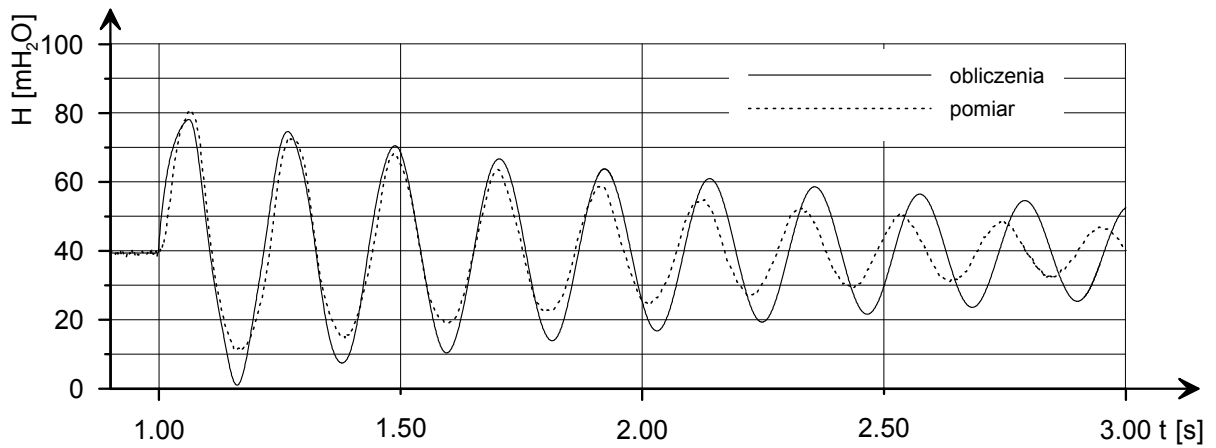


## 6.2.2. Bocznik jako element wiskoelastyczny Kelvina – Voighta

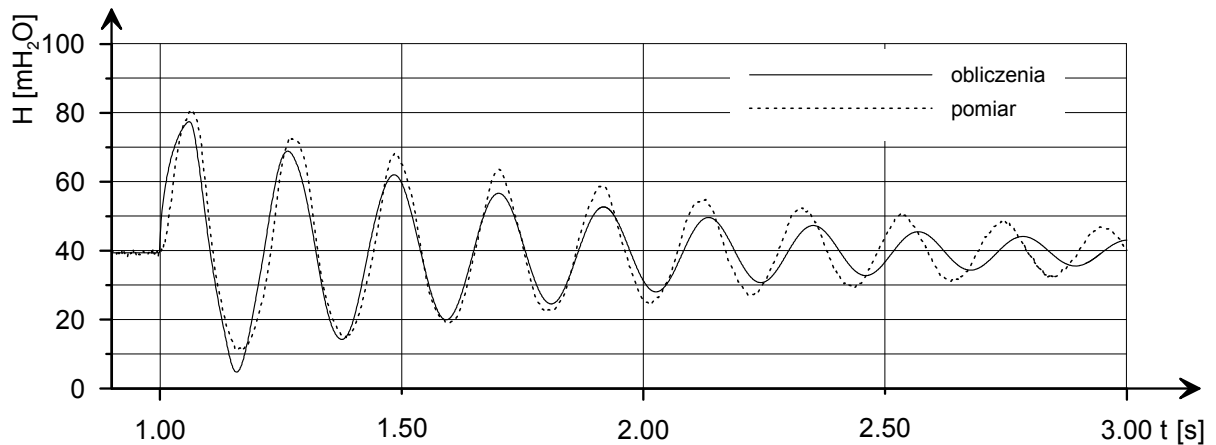
W związku z niepowodzeniem potraktowania bocznika jako element elastyczny w dalszych badaniach potraktowano go jako element o wiskoelastycznych właściwościach. Jak opisano w rozdziale 5, model wiskoelastyczny czyli lepko – sprężysty, jest bardziej złożony niż stosowany poprzednio model elastyczny. Z opisu wynika, że model ten zawiera dwa parametry, tzn. odkształcenie elementu  $\varepsilon$  i czas opóźnienia odkształcenia  $\tau$ . W algorytmie obliczeniowym uwzględniono zachowanie się polietylenu jako materiału lepko – sprężystego. Symulacje numeryczne wykazały, że uzyskiwane rozwiązania są zdecydowanie bliższe wynikom badań doświadczalnych niż miało to miejsce w przypadku elementu bocznikowego traktowanego jako element elastyczny. Tak jak poprzednio obliczenia wykonywano przyjmując takie wartości parametrów numerycznych, aby zminimalizować wpływ dyfuzji numerycznej na wyniki. Uzyskanie zgodności obliczeń z pomiarami wymagało doboru właściwych wartości parametrów obliczeniowych. Na przykład dla pomiaru C3 metodą „prób i błędów” dobrano czas opóźnienia  $\tau = 0,003$  s (rys. 6.16). Zmniejszanie czasu opóźnienia  $\tau$  elementu Kelvina – Voighta wpływa na zmniejszenie tłumienia fali ciśnienia (rys. 6.17). Z kolei zwiększenie wartości tego parametru poprawia tłumienie (rys. 6.18). Niestety dla różnych długości elementu bocznikowego czas ten musiał być dobierany indywidualnie. W tabeli 6.1 przedstawiono dobrane dla poszczególnych elementów bocznikowych wielkości czasu opóźnienia, dla których uzyskano najlepszą zgodność obliczeń i pomiarów. Dobrana wartość  $\tau$  waha się od 0,003 s do 0,007 s, w zależności od długości elementu bocznikowego.



Rys. 6.16. Porównanie wyników eksperymentu C3 z obliczeniami dla  $\Delta x = 1$  m,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4}$  s,  $\tau = 0,003$  s,  $c_b = 450$  m/s,  $c = 1200$  m/s.



Rys. 6.17. Porównanie wyników eksperymentu C3 z obliczeniami dla  $\Delta x = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ ,  $\tau = 0,001 \text{ s}$ ,  $c_b = 450 \text{ m/s}$ ,  $c = 1200 \text{ m/s}$ .



Rys. 6.18. Porównanie wyników eksperymentu C3 z obliczeniami dla  $\Delta x = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ ,  $\tau = 0,005 \text{ s}$ ,  $c_b = 450 \text{ m/s}$ ,  $c = 1200 \text{ m/s}$ .

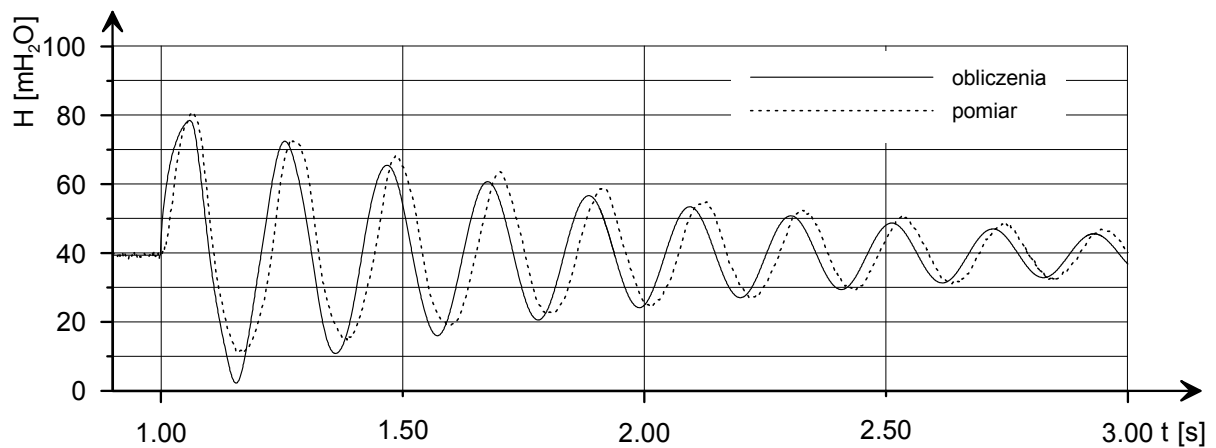
**Tabela 6.1**

Czas opóźnienia elementu Kelvina–Voighta

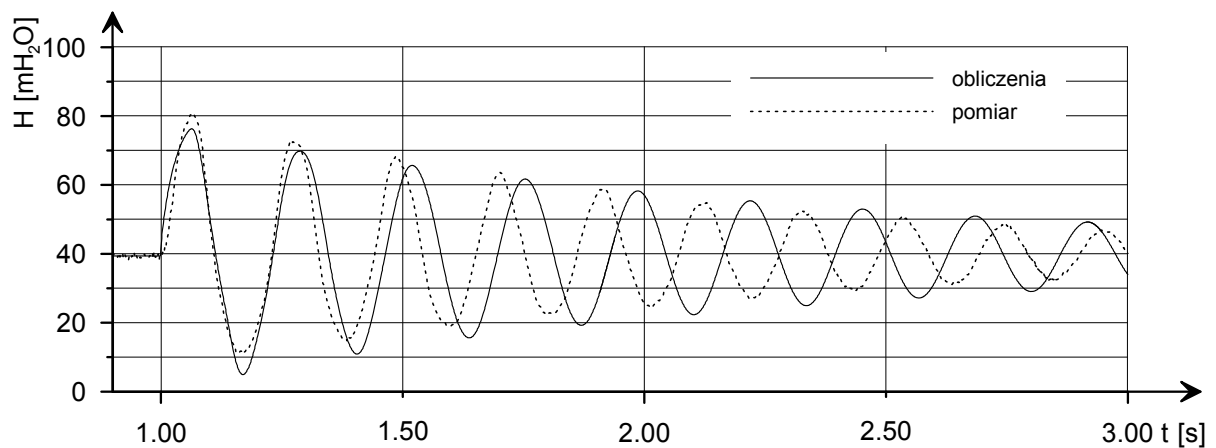
długości elementu bocznikowego [cm]	czas opóźnienia $\tau$ [s]
<b>21,3</b>	0,003
<b>29,7</b>	0,003
<b>42,8</b>	0,007
<b>92,1</b>	0,005

Aby zwiększyć czytelność wygenerowanych wykresów, na następnych rysunkach zdecydowano się przedstawić jedynie pierwsze 2 sekundy zjawiska, od chwili powstania przepływu nieustalonego. Po 2 sekundzie trwania zjawiska oscylacje ciśnienia są znikome w porównaniu z początkową fazą zjawiska.

Drugim parametrem wpływającym na wyniki obliczeń jest prędkość fali ciśnienia w boczniku  $c_b$ . W przypadku pomiaru C3 najlepszy rezultat zgodności obliczeń z pomiarami uzyskano przy prędkości  $c_b = 450$  m/s. Zwiększenie tej prędkości powoduje skrócenie okresów pomiędzy kolejnymi wahaniami ciśnienia, zaś zmniejszenie prędkości  $c_b$  powoduje wydłużenie okresów, co ilustrują rysunki 6.19 i 6.20.



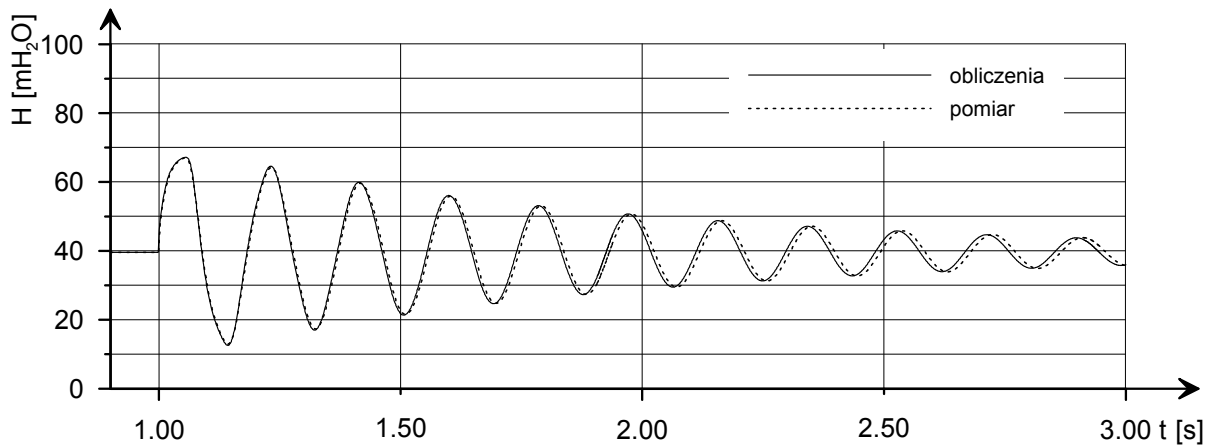
Rys. 6.19. Porównanie wyników eksperymentu C3 z obliczeniami dla  $\Delta x = 1$  m,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4}$  s,  $\tau = 0,003$  s,  $c_b = 550$  m/s,  $c = 1200$  m/s.



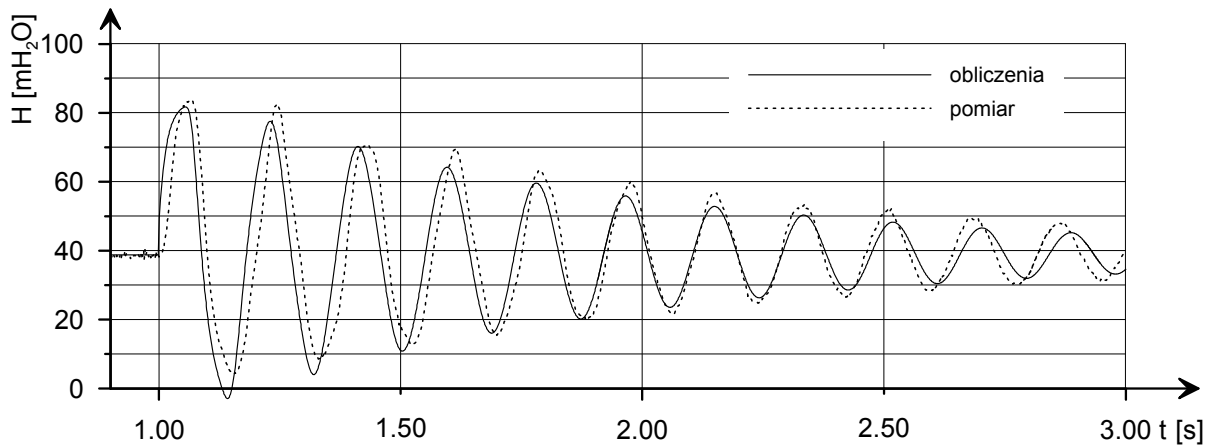
Rys. 6.20. Porównanie wyników eksperymentu C3 z obliczeniami dla  $\Delta x = 1$  m,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4}$  s,  $\tau = 0,003$  s,  $c_b = 350$  m/s,  $c = 1200$  m/s.

Jeśli chodzi o czas opóźnienia elementu  $\tau$ , to jak pokazano, jego wielkość okazała się być skorelowana z długością bocznika. Dobrana doświadczalnie do jednego z pomiarów wartość  $\tau$  zapewniła względnie dobrą zgodność z eksperymentami wykonanymi dla bocznika o tej samej długości. Natomiast w przypadku prędkości fali w boczniku takiej zależności nie stwierdzono. Dobrane eksperymentalnie wartości prędkości fali ciśnienia w boczniku  $c_b$  w zależności od długości bocznika i natężenia przepływu wynosiły od 270 m/s do 990 m/s. Tak duża rozpiętość optymalnych wartości  $c_b$  być może wynika z zastosowanej konstrukcji bocznika. Użyty w pomiarach element bocznikowy, jak już opisano to w podrozdziale 3.1, zbudowany jest z rury polietylenowej zamkniętej z obu stron pierścieniami ze stali i dodatkowo skręconej wzdłuż czterema śrubami. Efektem takiej konstrukcji jest specyficzne zachowanie się polietylenu. Bocznik może rozszerzać się bądź kurczyć jedynie na boki. Nie ma natomiast możliwości odkształceń wzdłuż swojej osi podłużnej. Analiza wpływu konstrukcji bocznika na jego pracę wykraczała poza przyjęte ramy niniejszej pracy. Konieczne byłoby wykonanie identycznych badań z użyciem elementu bocznikowego wykonanego w całości z polietylenu. Wyniki obliczeń prezentowane na rysunkach 6.21 – 6.28, mimo indywidualnego, dobrego dopasowywania parametrów obliczeniowych, nie są w pełni zgodne z wynikami pomiarów.

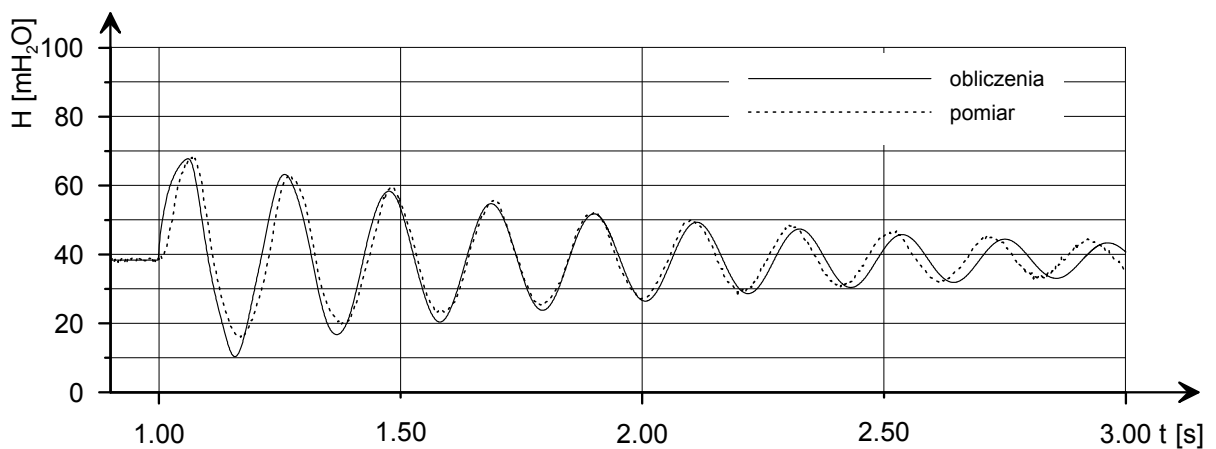
Jak już wspomniano na początku tego rozdziału, równania uderzenia hydraulicznego nie opisują w sposób dokładny zjawiska i konieczne jest wprowadzenie dyfuzji numerycznej, aby uzyskać zgodność obliczeń z pomiarami. Wobec tego, nie powinien zaskakiwać fakt braku satysfakcjonującej zgodności również w przypadku uderzenia hydraulicznego w przewodzie stalowym z bocznikiem. Należy mieć na uwadze, że niezależnie od tego czy równanie opisujące pracę bocznika jest poprawne i w pełni odzwierciedla jego zachowanie się, stosujemy niedokładny opis ruchu nieustalonego w postaci równań (5.1) i (5.2), co wpływa na jakość ostatecznych wyników. Stąd też zapewne jednym ze skutków takiej sytuacji są kłopoty z dopasowaniem wyników obliczeń i pomierzonych wyników eksperymentów.



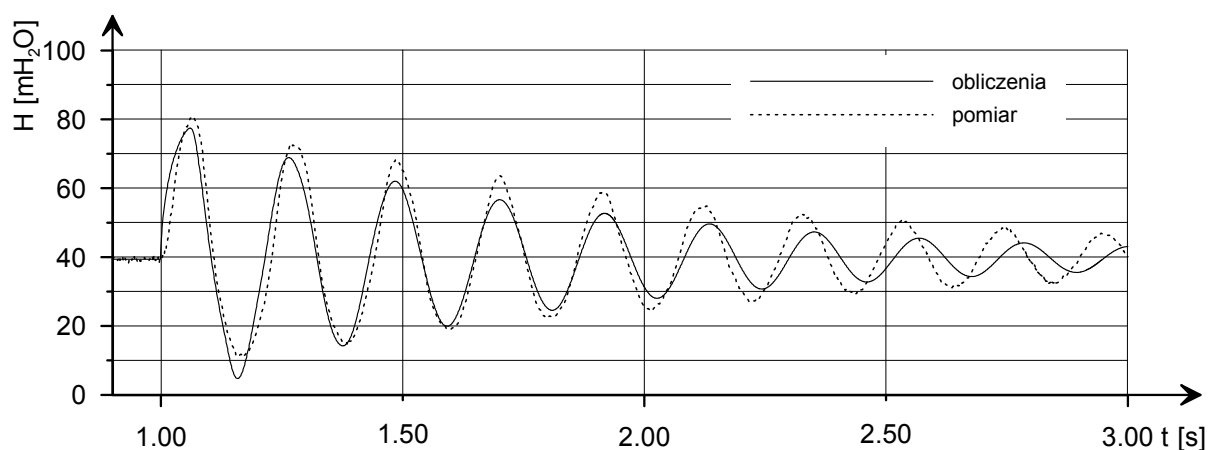
Rys. 6.21. Porównanie wyników eksperymentu A04 z obliczeniami dla  $\Delta x = 1$  m,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4}$  s,  $\tau = 0,003$  s,  $c_b = 700$  m/s,  $c = 1200$  m/s.



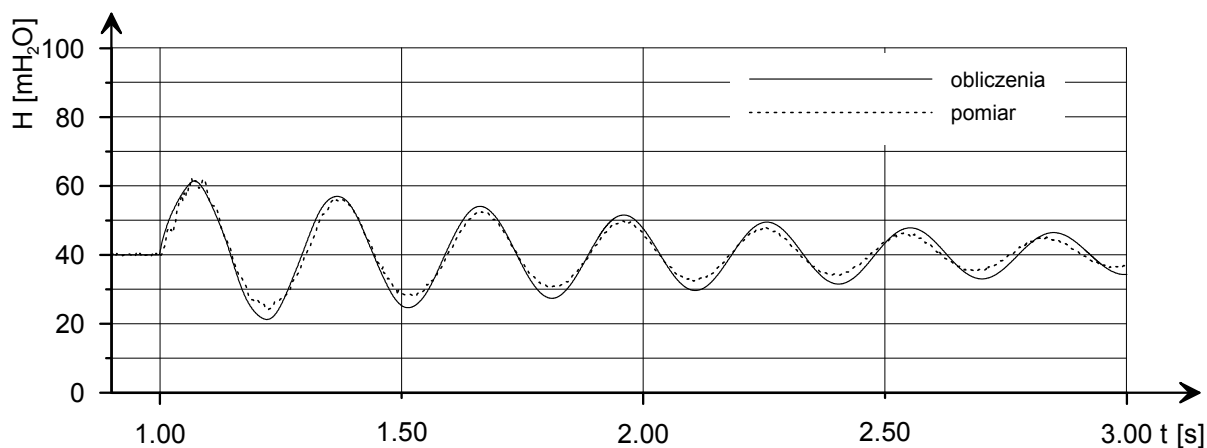
Rys. 6.22. Porównanie wyników eksperymentu A01 z obliczeniami dla  $\Delta x = 1$  m,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4}$  s,  $\tau = 0,003$  s,  $c_b = 750$  m/s,  $c = 1200$  m/s.



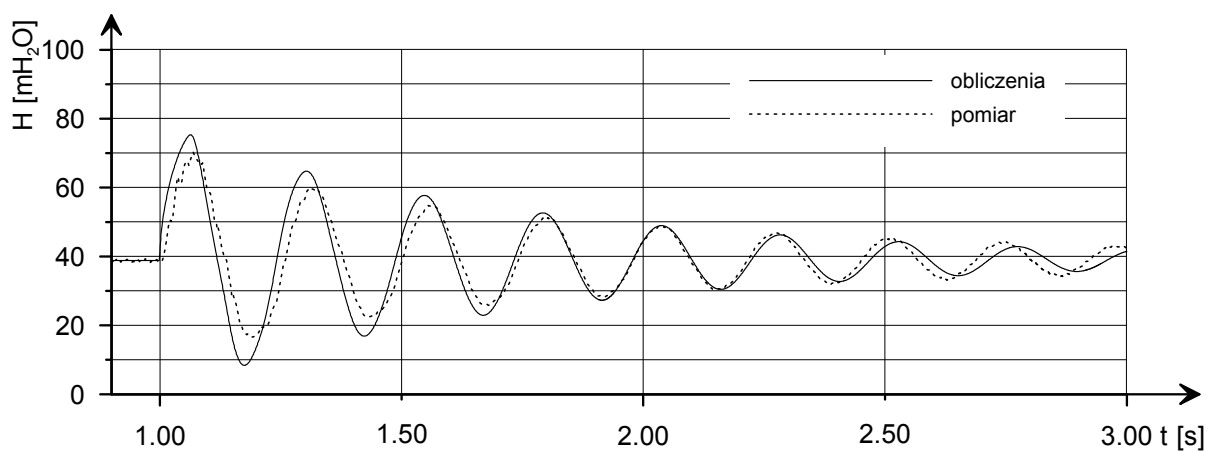
Rys 6.23. Porównanie wyników eksperymentu C5 z obliczeniami dla  $\Delta x = 1$  m,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4}$  s,  $\tau = 0,003$  s,  $c_b = 500$  m/s,  $c = 1200$  m/s.



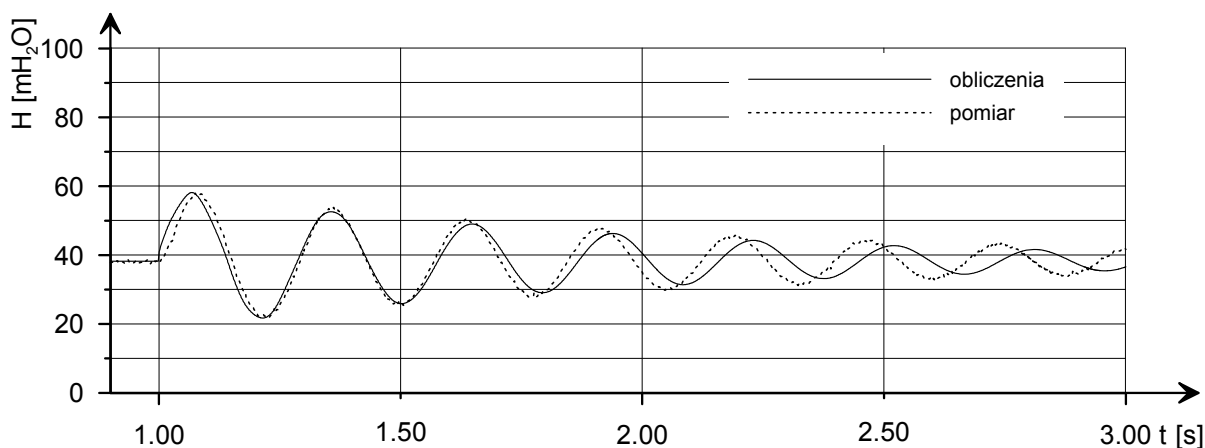
Rys. 6.24. Porównanie wyników eksperymentu C3 z obliczeniami dla  $\Delta x = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ ,  $\tau = 0,005 \text{ s}$ ,  $c_b = 450 \text{ m/s}$ ,  $c = 1200 \text{ m/s}$ .



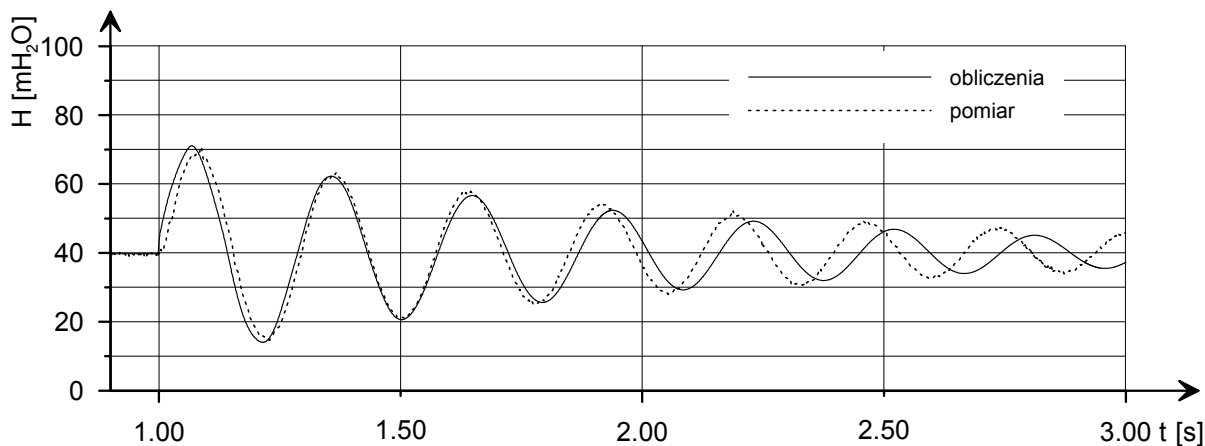
Rys 6.25. Porównanie wyników eksperymentu K1 z obliczeniami dla  $\Delta x = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ ,  $\tau = 0,007 \text{ s}$ ,  $c_b = 270 \text{ m/s}$ ,  $c = 1200 \text{ m}$ .



Rys 6.26. Porównanie wyników eksperymentu K6 z obliczeniami dla  $\Delta x = 1 \text{ m}$ ,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ ,  $\tau = 0,007 \text{ s}$ ,  $c_b = 450 \text{ m/s}$ ,  $c = 1200 \text{ m}$ .



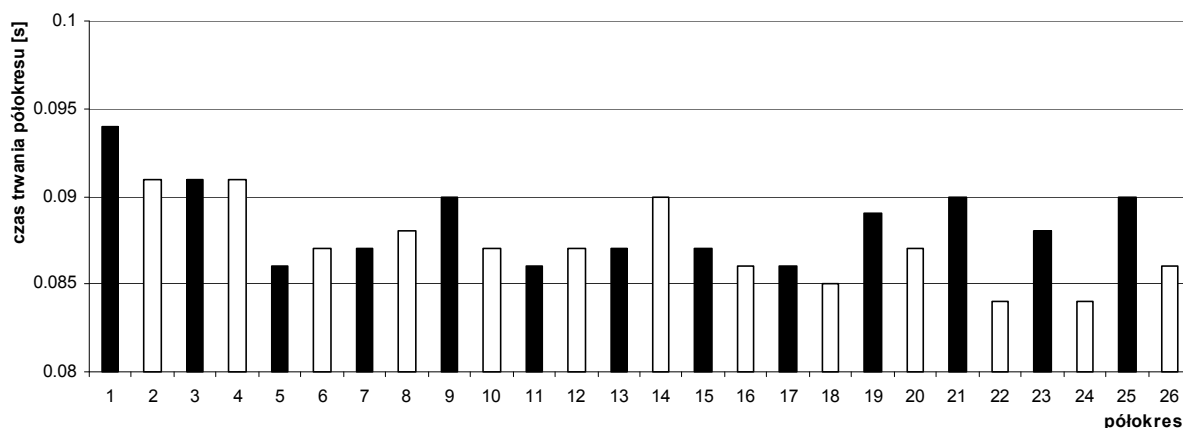
Rys 6.27. Porównanie wyników eksperymentu G1 z obliczeniami dla  $\Delta x = 1$  m,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4}$  s,  $\tau = 0,005$  s,  $c_b = 990$  m/s,  $c = 1200$  m.



Rys 6.28. Porównanie wyników eksperymentu G6 z obliczeniami dla  $\Delta x = 1$  m,  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-4}$  s,  $\tau = 0,005$  s,  $c_b = 990$  m/s,  $c = 1200$  m.

Interesującym zjawiskiem, którego obecność można obserwować na przedstawionych rysunkach jest wyraźnie zmienny okres fali rzeczywistej. Jej okres wydłuża się bądź skraca, czyli jest zmienny w czasie. Fala obliczeniowa ma okres niezmienny w czasie, co wynika z założenia stałej prędkości propagacji fali na etapie wyprowadzania równań (5.1) i (5.2). Jak widać założenie to jest słuszne tylko dla rurociągu prostego i jednorodnego.

Celem lepszego zilustrowania tego faktu zbadano, jak zmienia się długość okresu w zależności od fazy zjawiska. Przykładowe czasy propagacji fal od zaworu do zbiornika oraz od zbiornika do zaworu przedstawiono na rysunku 6.29.



Rys. 6.29. Czas trwania półokresów, pomiar A06

(słupek czarny – półokres przyrostu ciśnienia, biały – półokres spadku ciśnienia).

Długość okresu jest powiązana z prędkością fali ciśnienia. Im większa prędkość fali ciśnienia, tym krótszy okres fali. W przypadku prostego przewodu stalowego bez bocznika prędkość ta jest największa (około 1200 m/s). Pomiar wykonany z zastosowaniem elementu bocznikowego wykazuje znacznie dłuższe okresy niż pomiar bez bocznika. Każdy z pomiarów wykazuje zmienną długość okresu w zależności od fazy trwania zjawiska. Długości półokresów wahają się w przedziale od 0,166 s (pomiar K2) do 0,064 s (pomiar P02) Długości półokresów wykazują pewną zależność od długości zastosowanego bocznika, co wynika z tabeli 6.3. Długość okresu rośnie wraz z długością bocznika. Jest to adekwatne do podanej w rozdziale 4 zależności, z której wynika, że wraz ze wzrostem długości bocznika maleje prędkość propagacji fali ciśnienia.

**Tabela 6.3**

Czas trwania półokresów

Długość bocznika [cm]	symbol pomiaru	czas trwania półokresu w zależności od natężenia przepływu	
		0,5 dm <sup>3</sup> /s	0,32 dm <sup>3</sup> /s
21,3	A	0,09	0,088
	B	0,088	0,088
29,7	C	0,105	0,103
	D	0,103	0,103
42,8	K	0,119	0,148
	L	0,117	0,122
92,1	G	0,138	0,138
	H	0,135	0,135
	średni	0,112	0,116
	minimalny	0,088	0,088
	maksymalny	0,138	0,148



## 7. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Celem pracy było rozpoznanie i próba opisu wpływu bocznika polietylenowego na przebieg uderzenia hydraulicznego w prostym rurociągu stalowym. W tym celu zaplanowano i wykonano szereg eksperymentów na laboratoryjnym stanowisku badawczym. W ich trakcie badano wpływ sposobu zainstalowania bocznika oraz jego długości. Badania ograniczono do przypadku uderzenia prostego, tzn. wywołanego natychmiastowym zamknięciem zaworu. Równocześnie dla badanego zjawiska opracowano model matematyczny. Jego podstawę stanowią klasyczne równania nieustalonego przepływu cieczy ściśliwej w rurociągu sprężystym, uzupełnione równaniami opisującymi pracę bocznika. Rozpatrzono dwa modele bocznika, a mianowicie potraktowano go jak element elastyczny oraz wiskoelastyczny.

Wykonane eksperymenty fizyczne i obliczenia numeryczne dostarczyły obszernych danych, które zdaniem autora uzasadniają sformułowanie następujących wniosków:

1. Nawet najkrótszy z zastosowanych boczników daje wyraźnie pozytywne rezultaty. Mimo, iż maksymalny przyrost ciśnienia jest niewiele niższy niż w rurociągu prostym bez bocznika, to amplituda fali ciśnienia jest tłumiona znacznie szybciej. Fakt ten ma istotne znaczenie praktyczne, gdyż wpływa na wytrzymałość przewodu, którego ścianki są obciążane cyklicznymi wahaniami ciśnienia. Wraz ze wzrostem długości boczników ich własności tłumiące zwiększają się. Dwa najdłuższe elementy bocznikowe charakteryzują się zbliżonymi własnościami tłumiącymi. Można więc zaryzykować stwierdzenie, że dla rurociągu o danych parametrach istnieje optymalna długość bocznika, która daje maksymalne efekty tłumiące. Zweryfikowanie zasygnalizowanego problemu wymaga jednak wykonania dalszych badań.
2. Obecność bocznika w układzie powoduje nie tylko redukcję amplitudy wahań ciśnienia, ale także zmienia ich częstotliwość, tzn. zmienia prędkość propagacji fali ciśnienia. Wraz ze wzrostem długości bocznika maleje prędkość propagacji fali.
3. Początkowa prędkość przepływu w rurociągu nie ma znaczącego wpływu na tłumienie uderzenia hydraulicznego przez zastosowane boczniki.
4. Sposób włączenia do układu elementu bocznikowego nie ma istotnego wpływu na stopień tłumienia uderzenia hydraulicznego. Zjawisko przebiega podobnie zarówno w przypadku włączenia przepływowego jak i nieprzepływowego.
5. Oscylacje ciśnienia w rurociągu bez bocznika charakteryzują się większą częstotliwością niż w przypadku istnienia bocznika. Jak wynika z pomierzonych przebiegów fal ciśnienia

obecność bocznika wpływa na częstotliwość oscylacji ciśnienia. Bocznik zmienia także kształt obwiedni ciśnień minimalnych i maksymalnych. Wahania ciśnienia w przewodzie prostym charakteryzują się większą częstotliwością i wolniejszym tłumieniem niż w przewodzie z zamontowanym bocznikiem. Różnice przebiegu fal ciśnienia w obu układach są wyraźne.

6. Obecność bocznika zmienia wypadkową prędkość propagacji fali. Wraz ze wzrostem długości bocznika prędkość ta maleje.
7. Numeryczne rozwiązanie równań uderzenia hydraulicznego wykonano trzema metodami: charakterystyk, różnic skończonych i elementów skończonych. O ile w przypadku rurociągu prostego każda z metod daje podobne, zadowalające rezultaty, to w przypadku złożonych układów jak np. badany w niniejszej pracy układ rurociąg – bocznik lepsza i bardziej uniwersalna jest metoda elementów skończonych.
8. Obliczanie wartości współczynnika oporów na długości  $f$  wg formuły Darcy – Weisbacha lub Nikuradsego nie ma istotnego wpływu na wynik obliczeń zjawiska uderzenia hydraulicznego.
9. Klasyczne równania opisujące ruch nieustalony w przewodzie pod ciśnieniem niedokładnie opisują zjawisko uderzenia hydraulicznego, co dokumentują liczne publikacje. Proste zwiększenie wartości współczynnika oporów  $f$  nie zapewnia dobrej zgodności obliczeń z pomiarami, chociaż poprawia tłumienie amplitudy fali ciśnienia.
10. Potraktowanie bocznika jako elementu elastycznego zakończyło się niepowodzeniem, gdyż wykonane obliczenia nie dały zadowalających efektów.
11. Zastosowanie do opisu elementu bocznikowego modelu Kelvina – Voighta daje zadowalające rezultaty dla konkretnego układu rurociąg – bocznik. Istnieją jednak wyraźne trudności z uogólnieniem opisu na układy o innych parametrach.
12. Prędkość fali ciśnienia w rurociągu polietylenowym jest zdecydowanie mniejsza niż w rurociągu stalowym, co wynika z różnych własności fizycznych obu materiałów. Tymczasem dobrą zgodność pomiarów i obliczeń zapewnia przyjęcie w zamontowanym boczniku zdecydowanie większej prędkości niż wynika to z właściwości materiału. Prawdopodobnie zastosowanie konstrukcji usztywniającej bocznik zmienia warunki jego odkształcenia i tym samym zwiększa prędkość propagacji fali ciśnienia.

Wykonane badania wykazały, że zastosowanie nawet bardzo krótkiego odcinka przewodu wykonanego z materiału bardziej elastycznego niż stal, w widoczny sposób

zmienia przebieg uderzenia hydraulicznego. Wydaje się więc słusznym stwierdzenie, że elementy bocznikowe mogą spełniać pozytywną rolę w istniejących rurociągach.

Konfrontacja wyników badań prowadzonych na stanowisku badawczym i wyników dostarczonych przez model matematyczny wykazuje, że stopień rozpoznania zjawiska przepływu nieustalonego w złożonych układach jest jeszcze niewystarczający. Wprowadzenie tego typu rozwiązania do praktyki inżynierskiej wymaga dalszych prac badawczych, które powinny doprowadzić do udoskonalenia matematycznego opisu zjawiska uderzenia hydraulicznego w układzie rurociąg – bocznik.

### ***Podziękowania***

***Autor niniejszej pracy pragnie serdecznie podziękować Panu Profesorowi Markowi Mitoskowi kierownikowi Zakładu Hydromechaniki Instytutu Zaopatrzenia w Wodę Politechniki Warszawskiej oraz jego współpracownikom: Panu doktorowi Apoloniuszowi Kodurze i Panu Jerzemu Borowskiemu za udostępnienie stanowiska badawczego i pomoc w wykonaniu pomiarów laboratoryjnych.***

## SPIS LITERATURY

- [1] Abbott M. B.: *An introduction to the method of characteristics*. London: Thames and Hudson, 1966.
- [2] Abbott M. B.: *Computational Hydraulics-Elements of the theory of free surface flow*. London: Pitman 1979.
- [3] Abbott M. B., Basco D. R.: *Computational fluid dynamics*. Longmann Scientific and Technical 1986.
- [4] Abreu J. M., Almeida A. B.: *Pressure transient dissipative effects: a contribution for their computational prediction*. Proceedings of the 8th International Conference on Pressure Surges. BHR Group Ltd, 12 – 14 April 2000, The Netherlands, s. 499 – 517.
- [5] Adamkowski A.: *Uderzenia hydrauliczne w układach wirowych maszyn wodnych i ich ograniczanie za pomocą regulacji natężenia przepływu*. Praca doktorska, Instytut Maszyn Przepływowych PAN, Gdańsk, 1988.
- [6] Adamkowski A.: *Hydraulic transients due to check valve closure In a pump system*. BHR Group, The 2<sup>nd</sup> International Conference on Water Pipeline Systems, Publication No. 10, London, 1994.
- [7] Adamkowski A.: *Badania teoretyczne i doświadczalne łagodzenia uderzenia hydraulicznego zaworami odcinającymi i obejściowymi wirowych maszyn wodnych*. Zeszyty Naukowe Polskiej Akademii Nauk w Gdańsku. Studia i Materiały. 461/1423/96, Gdańsk 1996.
- [8] Aklonis J.J., MacKniht W.J., Shen M.: *Introduction to Polymer Viscoelasticity*. Wiley-Interscience a division of John Wiley and Sons, Toronto, Kanada 1972.
- [9] Allievi L.: *Teoria generale del moto perturbato dell'acqua nei tubi in pressione (General theory of perturbed flow of water in pressure conduits)*, Annali della Societa degli Ingegneri ed Architetti Italiani, Milano 1903.
- [10] Allievi L.: *Teoria del colpo d'ariete*. Atti Coll. Arch., Milan 1913.
- [11] Allievi L.: *Air chambers for discharge pipes*. Transactions of American Society of Mechanical Enginners, vol. 59, November 1937, s. 651 – 659.
- [12] Axworthy D. H., Ghidaoui M. S., McInnis D. A.: *Extended thermodynamics derivation of energy dissipation in unsteady pipe flow*. Journal of Hydraulic Engineering, 12(4) 2000, s 276 – 287.

- [13] Bednarczyk S.: *Rozprzestrzenianie się fal ciśnienia w rurociągach i sztolniach ciśnieniowych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej Nr 160, Budownictwo Wodne XIV, Gdańsk, 1970.
- [14] Bednarczyk S.: *Rozprzestrzenianie się fal ciśnienia w żelbetowych kanałach ciśnieniowych przekroju prostokątnego*. Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej Nr 184, Budownictwo Wodne XVII, Gdańsk, 1972.
- [15] Bednarczyk S.: *Ruch nieustalony cieczy w przewodach pod ciśnieniem*. Archiwum Hydrotechniki, tom XXI, z. 4, Gdańsk 1974.
- [16] Bednarczyk S., Szudek W.: *Stany nieustalone odwracalnych maszyn hydraulicznych w czasie nagłej i całkowitej zmiany obciążenia*. Archiwum Hydrotechniki, tom XXXIII, z.2 Gdańsk 1976.
- [17] Bergant A., Simpson A. R., Vitovsky J.: *Development in unsteady pipe flow friction modelling*. Journal of Hydraulic Research, 39(3) 2001, s. 249 – 257.
- [18] Biernacki M., Burzyński K., Geringer J., Granatowicz J., Sawicki J. M., Wołoszyn E.: *Laboratorium z mechaniki płynów*. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 1995.
- [19] Borga A., Ramos H., Covas D., Dudlick A., Neuhaus T.: *Dynamic effects of transient flows with cavitation in pipe systems*. BHR Group 2004 Pressure Surges, p. 605 – 617.
- [20] Brunone B., Golia U. M., Greco M.: *Some remarks on the momentum equation for fast transients*. Proceedings International Meeting on Hydraulic Transients with Column Separation, IAHR, Valencia, Spain, 1991, s 140 – 148.
- [21] Cabelka J., Franc I.: *Closure characteristics of a valve with respect to waterhammer*. Proceedings Eight Congress, International Association for Hydraulic Research, Montreal, Canada, August 1959, s. 6–A–1 ÷ 6–A–23.
- [22] Elansary A. S., Silva W., Chaundhry M. H.: *Numerical and experimental investigation of transient pipe flow*. Journal of Hydraulic Research 1994, 32 (5), s. 689 – 706.
- [23] Ferry J.: *Viscoelastic properties of polymers*. John Wiley and Sons, Chichester, U.K. 1980.
- [24] Gabryszewski T.: *Wodociągi: Zapotrzebowanie – Ujęcie – Dostarczanie – Gromadzenie – Rozprowadzanie wody*. Warszawa: Państwowe Wydawnictwa Naukowe, 1973.
- [25] Ghilardi P., Paoletti A.: *Additional viscoelastic pipes as pressure surges suppressors*, Hannover, The Fluid Engineering Centre, September 1986.
- [26] Gibson N. R.: *Pressures in penstocks caused by gradual closing of turbine gates* Transactions of American Society of Civil Engineers, vol. 83 1919 – 1920, s. 707 – 775.
- [27] Godunov C. K.: *Równania fizyki matematycznej*. Warszawa: WNT 1975.

- [28] Goldberg D.E., Wylie E.B.: *Characteristics Method Using Time-Line Interpolations*. Journal of Hydraulics Engineering, Vol. 109, No 5, 1983.
- [29] Gray C. A. M.: *The analysis of the dissipation of energy in water hammer*. Proceedings of American Society of Civil Engineers, paper 274, vol. 119, 1953, s. 1176 – 1194.
- [30] Jaeger C.: *Engineering Fluid Mechanics*, translated from German by Wolf P.O. London: Blackie & Son Ltd., 1956.
- [31] Kacprzyński B.: *Planowanie eksperymentów Podstawy matematyczne*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowo – Techniczne 1974.
- [32] Korteweg D. J.: *Ueber die Fortplanzungsgeschwindigkeit des Schalles in elastischen Rohren*. Annalen der Physik und Chemie, Wiedemann, ed., New Series, vol. 5, no. 12, 1878, s. 525 – 542.
- [33] Lai Ch.: *A study of water hammer including effect of hydraulic losses*. Thesis presented to the University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 1962.
- [34] Legras J.: *Praktyczne metody analizy numerycznej*. Warszawa: WNT 1974.
- [35] Löwy R.: *Druckschwankungen in Druckrohrleitungen*, Springer, 1928.
- [36] Menabrea L. F.: *Note sur les effects de choc de l'eau dans les conduites*. Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de L'Academie des Sciences, Paris, France, vol 47, July – December 1858, s. 221 – 224.
- [37] Michaud J.: *Coups de belier dans les conduits. Étude des moyens employés pour en atténuer les effects (Water hammer in conduits: study of the means used for diminishing the effects)*, Bulletin de la Société Vaudoise des Ingénieurs et des Architectes, Lausanne, Switzerland, 4<sup>e</sup> année, nos. 3 and 4, September and December 1878, s. 56 – 64, 65 – 77.
- [38] Mitosek M.: *Study of transient vapor cavitation in series pipe systems*. Journal of Hydraulic Engineering, Proceedings of ASCE, vol. 126, No. 12, December 2000, s. 904 – 911.
- [39] Mitosek M.: *Mechanika płynów w inżynierii i ochronie środowiska*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowe PWN, 2001.
- [40] Mitosek M., Chorzelski M.: *Influence of Visco - Elasticity on Pressure Wave Velocity in Polyethylene MDPE Pipe*. Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics Vol. 50, 2003 No. 2, pp. 127-140.
- [41] Mitosek M.: *Dokumentacja wyników eksperymentu (rękopis autora)*. Warszawa: Politechnika Warszawska 2001.

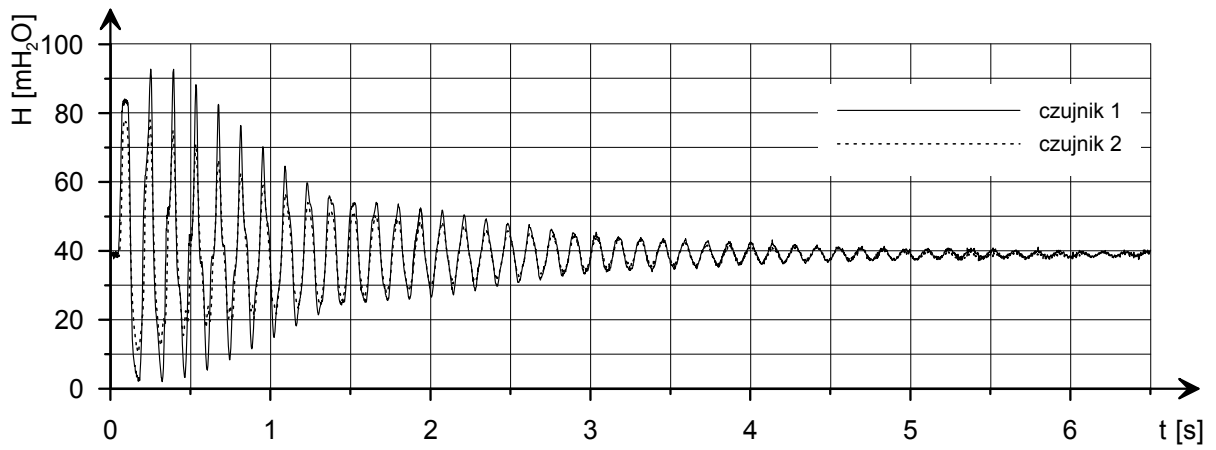
- [42] Niełacny M.: *Uderzenia Hydrauliczne*. Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2002.
- [43] Osiński Z.: *Thumienie drgań*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN 1997.
- [44] Parmakian J.: *Waterhammer Analysis*. New York: Dover Publications, Inc., 1955, 1963.
- [45] Pezzinga G.: *Quasi – 2D model for unsteady flow in pipe networks*. Journal of Hydraulic Engineering, Proceedings of ASCE, vol. 125, No. 7, s. 676 – 685, July 1999.
- [46] Pezzinga G.: *Evaluation of unsteady flow resistance by quasi – 2D or 1D models*. Journal of Hydraulic Engineering, Proceedings of ASCE, vol. 126, No. 10, s. 778 – 785, October 2000.
- [47] Pezzinga G.: *Unsteady Flow in Hydraulic Networks with Polymeric Additional Pipe*. Journal of Hydraulic Engineering, February 2002.
- [48] Pezzinga G., Scandura P.: *Unsteady Flow in Installations with Polymeric Additional Pipe*. Journal of Hydraulic Engineering, November 1995.
- [49] Ramos H., Covas D., Borga A, Loureiro D.: *Surge damping analysis in pipe systems: modelling and experiments*. Journal of hydraulic Research 2004, 42(4): 413 – 425.
- [50] Rich G. R.: *Hydraulics transients*. 1<sup>st</sup> Edition. New York: McGraw – Hill Book Company, Inc., 1951.
- [51] Ruus E.: *Optimum rate of closure of hydraulic turbine gates, presented at American Society of mechanical Engineers*. Engineers institute of Canada Conference, Denver, Colorado, April 1966.
- [52] Silva – Araya W. F., Chaundhry H.: *Unsteady friction in rough pipes*. Journal of Hydraulic Engineering 2001, 127(7), s. 607 – 618.
- [53] Streeter V.L.: *Water hammer analysis with non-linear frictional resistance*. Proceedings, The 1<sup>st</sup> Australian Conference on Hydraulics and Fluid Mechanics, Pergamon Press, New York 1963.
- [54] Streeter V.L.: *Water hammer analysis of distribution systems*. Journal of the Hydraulics Division. Proceedings of ASCE, vol. 93, No. HY5, September 1967.
- [55] Streeter V.L., Lai Ch.: *Water-Hammer Analysis Including Fluid Friction*. Journal of the Hydraulics Division ASCE, Vol. 88, HY3, 1962.
- [56] *Symposium on Water hammer*, American Society of Mechanical Engineers and American Society of Civil Engineers, Chicago, Illinois, June 1933.
- [57] *Symposium on Water hammer*, Annual Meeting, American Society of Mechanical Engineers, December 1937.
- [58] *Systemy polietylenowe PE 80, PE 100 Wavin*, katalog produktów, 2003.

- [59] Szymkiewicz R.: *Analiza uderzenia hydraulicznego w rozgałęzionej sieci rurociągów*. Archiwum Hydrotechniki, tom XXII, zeszyt 1, 1975.
- [60] Szymkiewicz R.: *Modelowanie matematyczne przepływów w rzekach i kanałach*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowe PWN, 2000.
- [61] Szymkiewicz R.: *Metody numeryczne w inżynierii wodnej*. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 2003.
- [62] Szymkiewicz R., Mitosek M.: *Analysis of unsteady pipe flow using modified finite element method*. Communications in Numerical Methods in Engineering 2004; 21:183 – 199, John Wiley & Sons, Ltd. 2004.
- [63] Szymkiewicz R., Mitosek M.: *Numerical aspects of improvement of the unsteady pipe flow equations*. w druku, 2007.
- [64] Vardy A. E., Hwang K.: *A characteristic model of transient friction*. Journal of Hydraulic Research 1991, 229(5), s. 669 – 684.
- [65] Weber W.: *Theorie der durch Wasser oder andere incompressible Flüssigkeiten in elastischen Rohren fortgepflanzten Wellen*. Berichte über die Verhandlungen der Königlichen Sächsischen Gessellschaft der Wissenschaften zu Lipzig, Germany, Mathematische – Physische Klasse, 1866, s. 353 – 357.
- [66] Wichowski R.: *Ewolucja obliczeń uderzenia hydraulicznego. Część I: Teoria uderzenia hydraulicznego i przybliżone metody obliczeniowe*. Gdańsk: Zeszyty naukowe Politechniki Gdańskiej Nr 255, Budownictwo Wodne, z. XIX, 1976, s. 105 – 135.
- [67] Wichowski R.: *Modelowe badania uderzeń hydraulicznych*. Gdańsk: Archiwum Hydrotechniki, tom XXIII, z. 3, 1976, s. 439 – 451.
- [68] Wichowski R.: *Uderzenia hydrauliczne wywołane nieustalona pracą pomp z uwzględnieniem równania powierzchni charakterystycznej*. Gdańsk: Archiwum Hydrotechniki, tom XXVII, z. 3, 1980, s. 359 – 380.
- [69] Wichowski R.: *Jednowymiarowa teoria zjawiska uderzenia hydraulicznego w przewodach wodociagowych. Część I*. Gdańsk: Archiwum Hydrotechniki, tom XXX, z. 4, 1983, s. 333 – 360.
- [70] Wichowski R.: *Jednowymiarowa teoria zjawiska uderzenia hydraulicznego w przewodach wodociagowych. Część II*. Gdańsk: Archiwum Hydrotechniki, tom XXXI, z. 1 – 2, 1984, s. 39 – 60.
- [71] Wichowski R.: *Unsteady flow analysis in water supply networks – part I*. Archives of Hydro–Engineering and Environmental Mechanics, vol. 44, No. 1–4, 1999 s. 3–29.

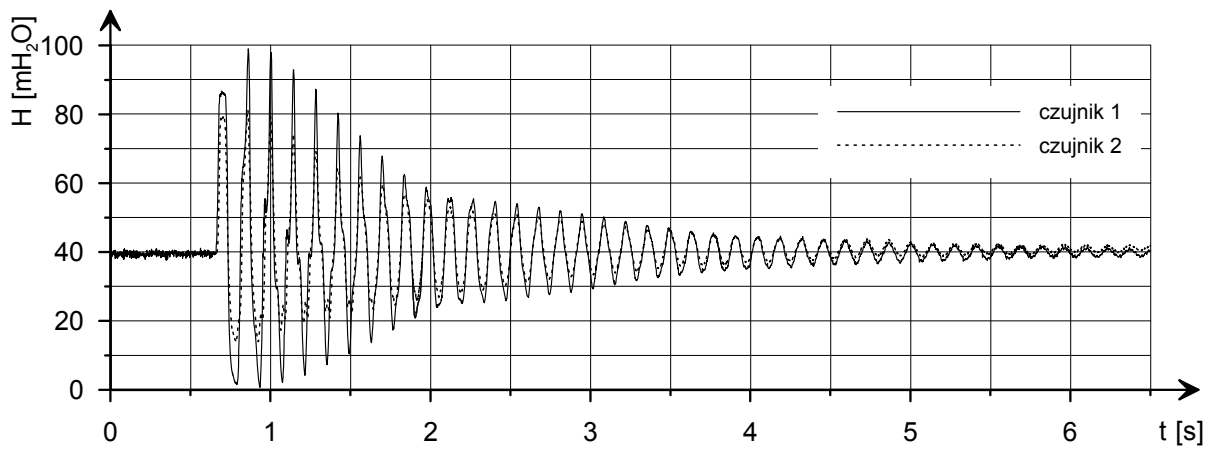


- [72] Wichowski R.: *Unsteady flow analysis in water supply networks – part II*. Archives of Hydro–Engineering and Environmental Mechanics, vol. 46, No. 1–4, 1999, s. 3–34.
- [73] Wichowski R.: *Wybrane zagadnienia przepływów nieustalonych w sieci wodociągowej pierścieniowej*, Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 2002.
- [74] Wood F. M.: *The application of Heavisides operational calculus to the solution of problems in waterhammer*. Transactions of American Society of Mechanical Engineers, vol. 59, November 1937, s. 707 – 713.
- [75] Wylie E. B., Streeter V. L.: *Fluid transients*. FEB Press, Ann Arbor, Michigan, 1983.
- [76] Young T.: *Hydraulic investigations*. Philosophical Transactions, Royal Society, London 1808, s. 164 – 186.
- [77] Zielke W.: *Frequency dependent friction in transient pipe flow*. Journal of Basic Engineering (ASME), 1968, 90(1), s. 109 – 115.
- [78] Ziółko M.: *Modelowanie zjawisk falowych*. Kraków: Wydawnictwa Naukowo – Dydaktyczne AGH 2000.
- [79] Žukowski N. E.: *O gidravliceskom udare v vodoprovodnykh trubach*. Bjuletin Politechniceskogo obscestva, 1889, nr 5.

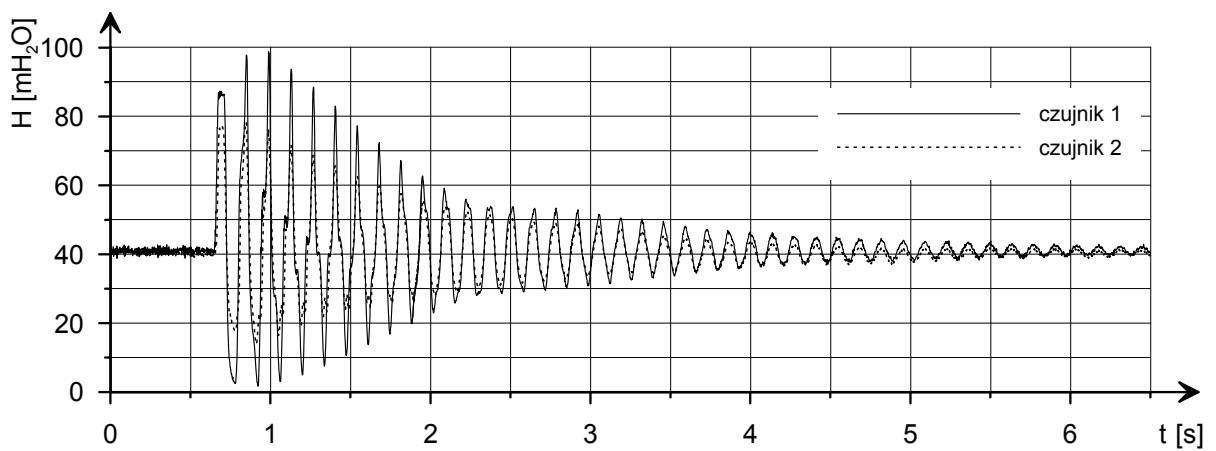
## **ZAŁĄCZNIK – WYNIKI POMIARÓW**



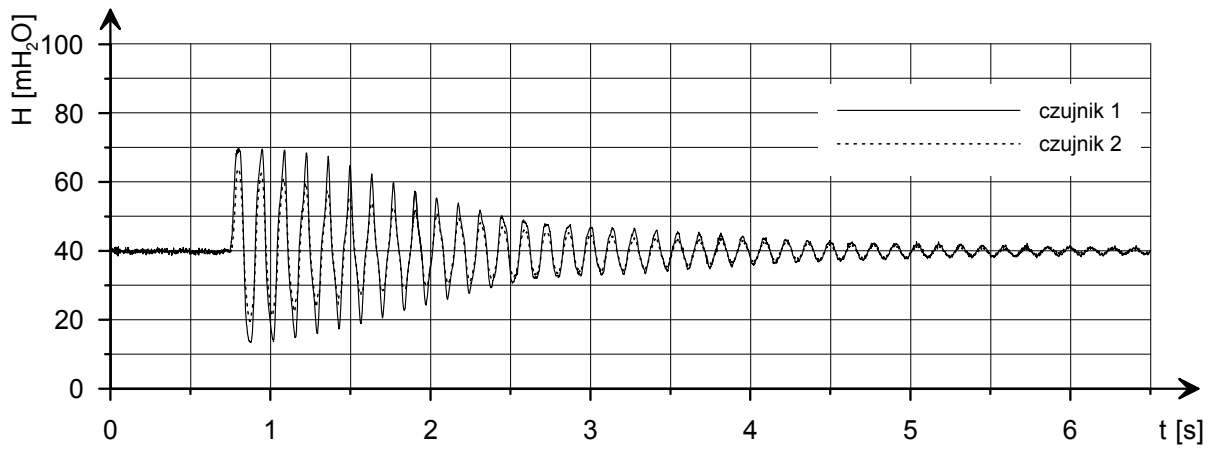
Rys. 1. Schemat 1, pomiar P01,  $q = 0,437 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



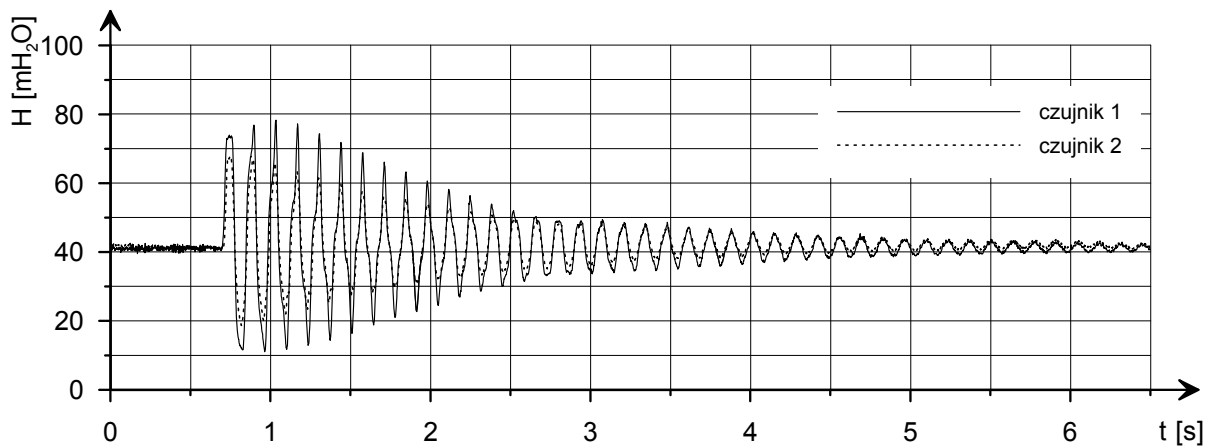
Rys. 2. Schemat 1, pomiar P02,  $q = 0,493 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



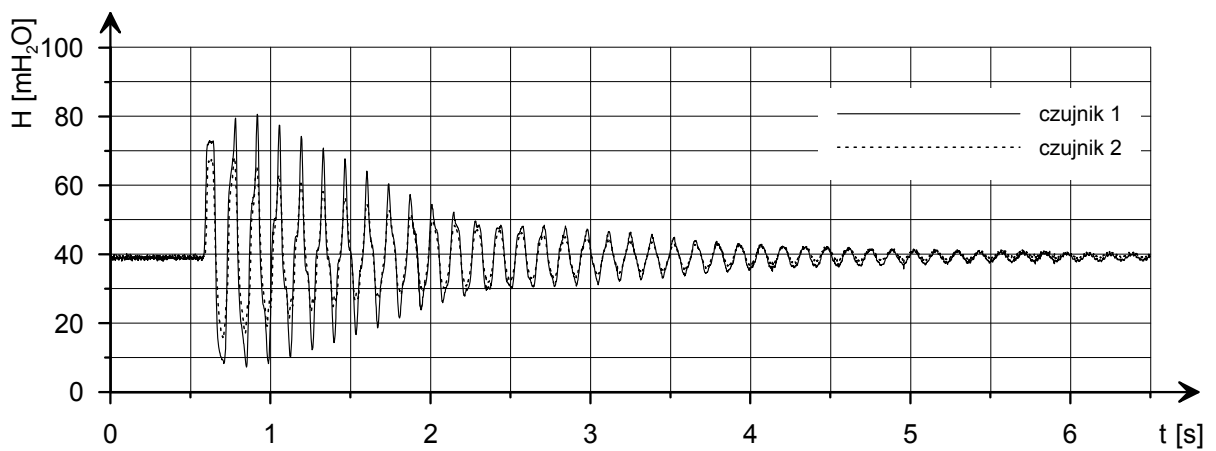
Rys. 3. Schemat 1, pomiar P03,  $q = 0,474 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



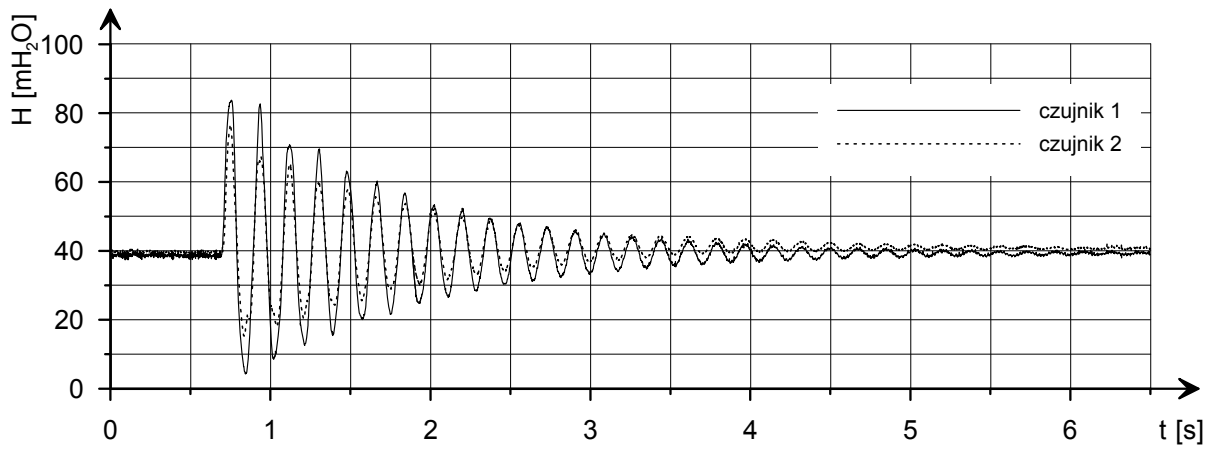
Rys. 4. Schemat 1, pomiar P04,  $q = 0,313 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



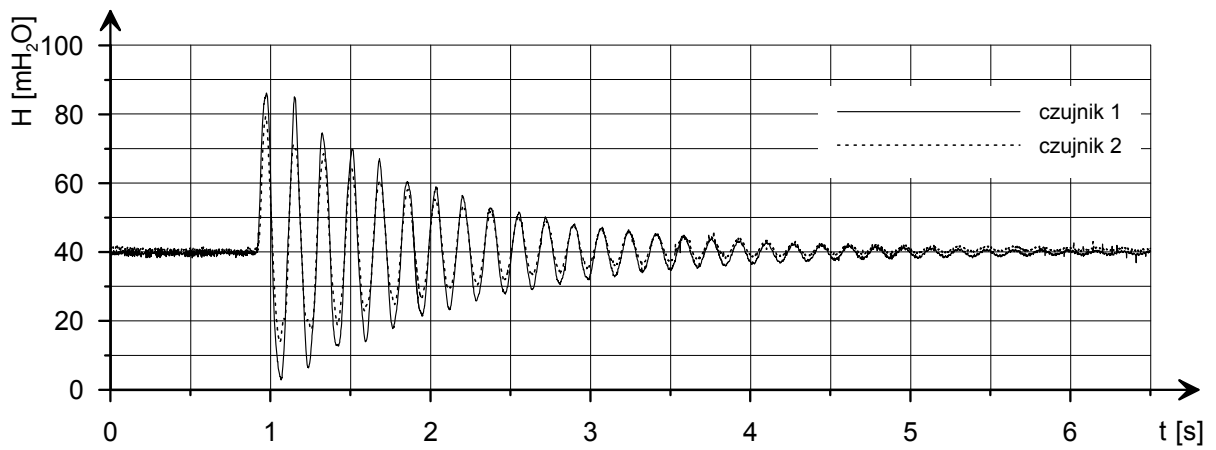
Rys. 5. Schemat 1, pomiar P05,  $q = 0,333 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



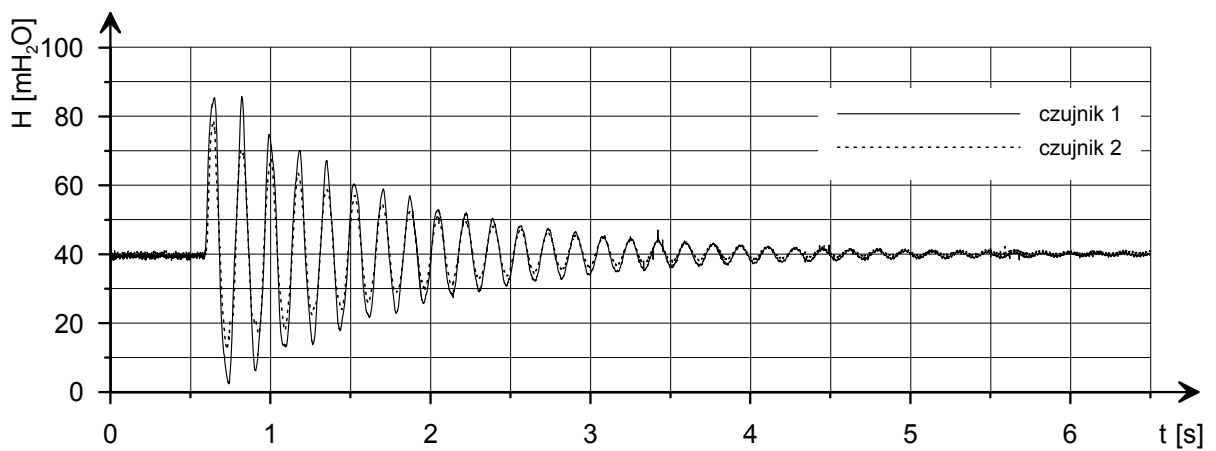
Rys. 6. Schemat 1, pomiar P06,  $q = 0,356 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



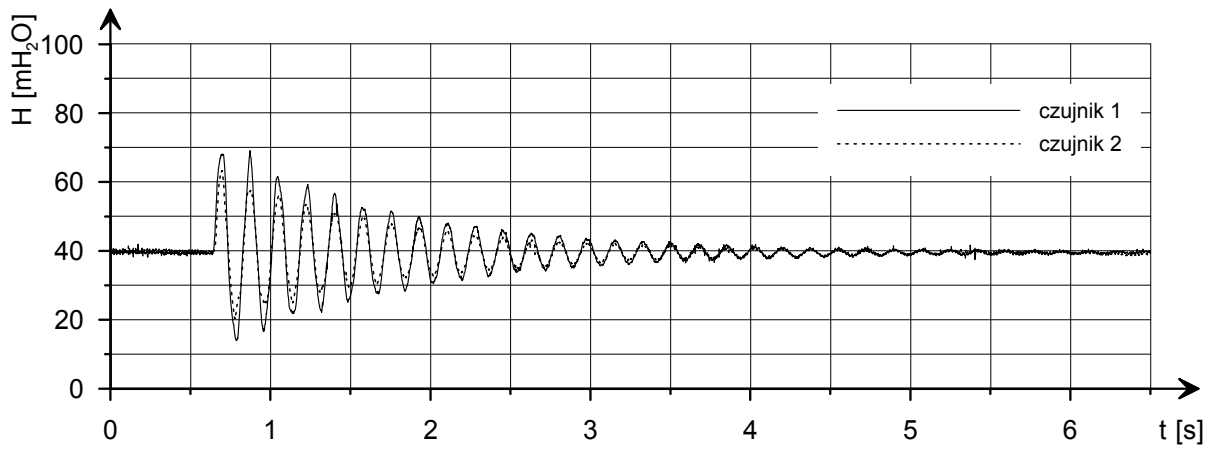
Rys. 7. Schemat a1, pomiar A01, bocznic nr 1 (21,3 cm),  $q = 0,498 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



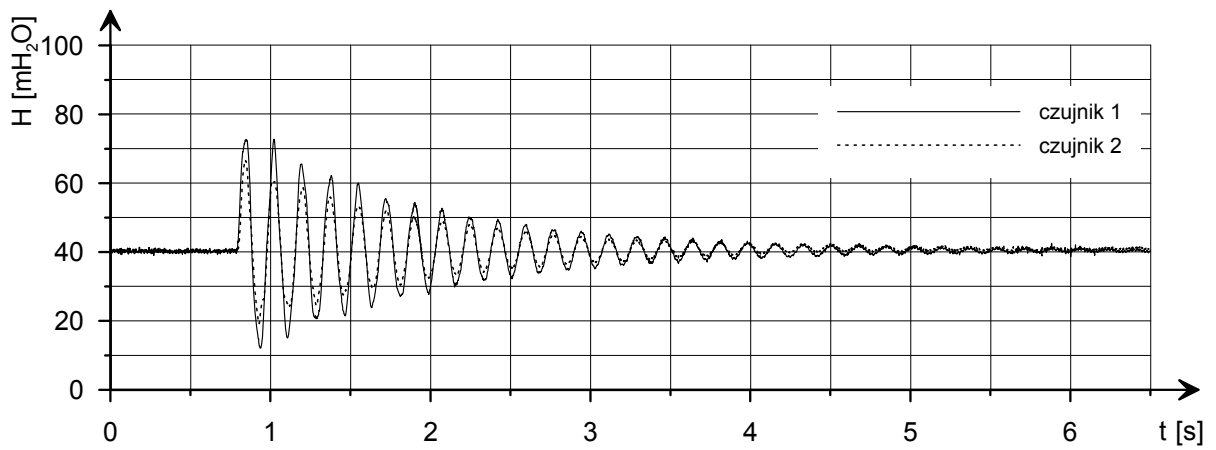
Rys. 8. Schemat a1, pomiar A02, bocznic nr 1 (21,3 cm),  $q = 0,485 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



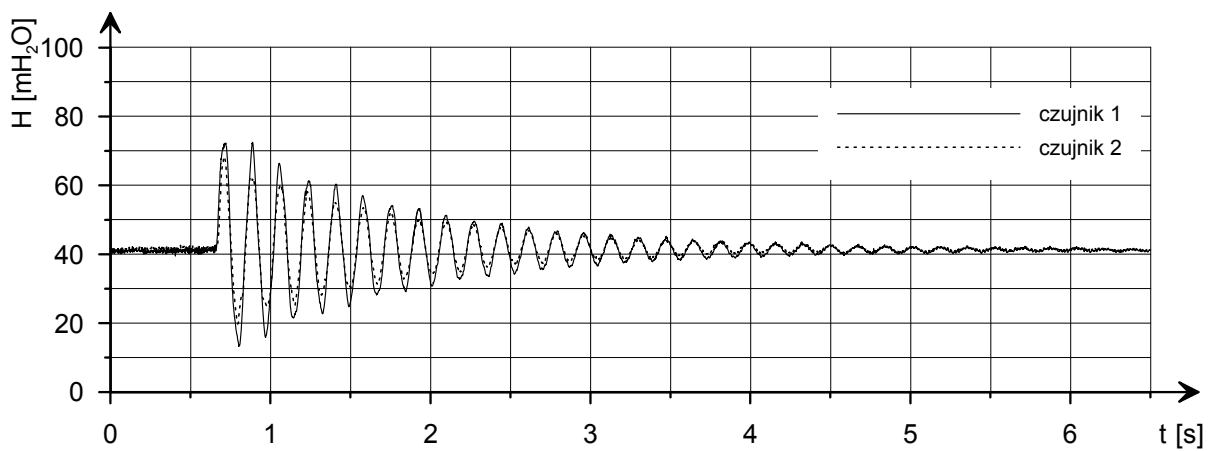
Rys. 9. Schemat a1, pomiar A03, bocznic nr 1 (21,3 cm),  $q = 0,495 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



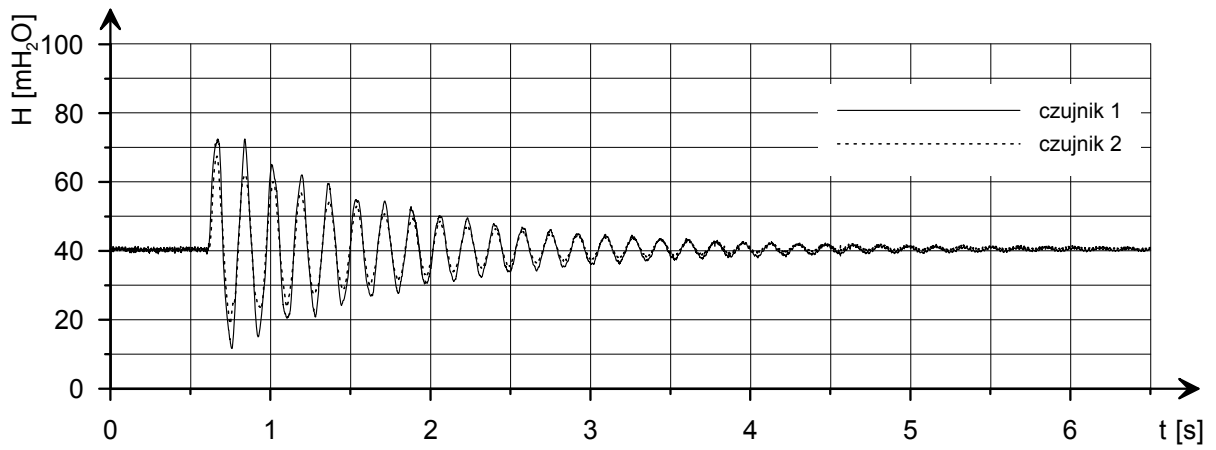
Rys. 10. Schemat a1, pomiar A04, bocznic nr 1 (21,3 cm),  $q = 0,321 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



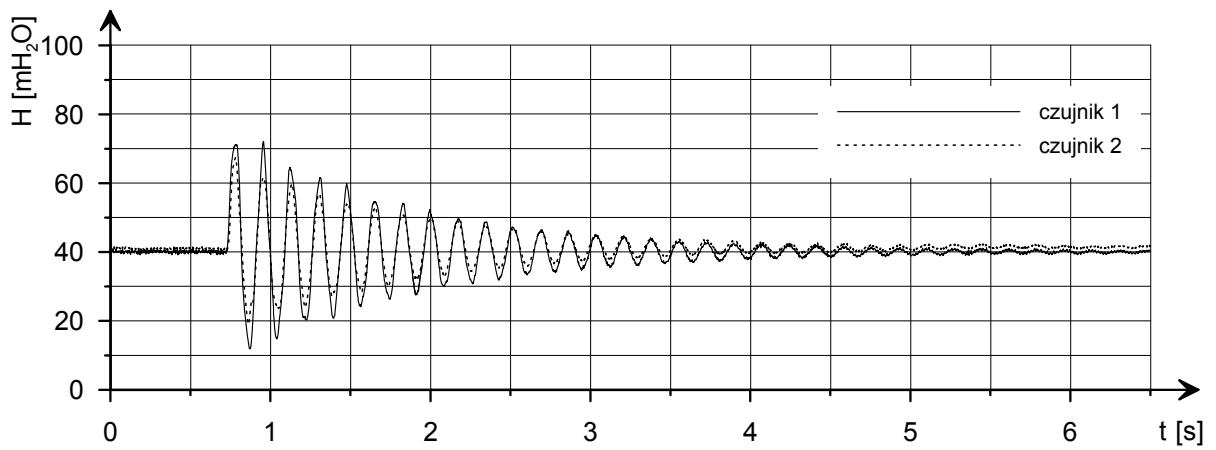
Rys. 11. Schemat a1, pomiar A06a, bocznic nr 1 (21,3 cm),  $q = 0,346 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



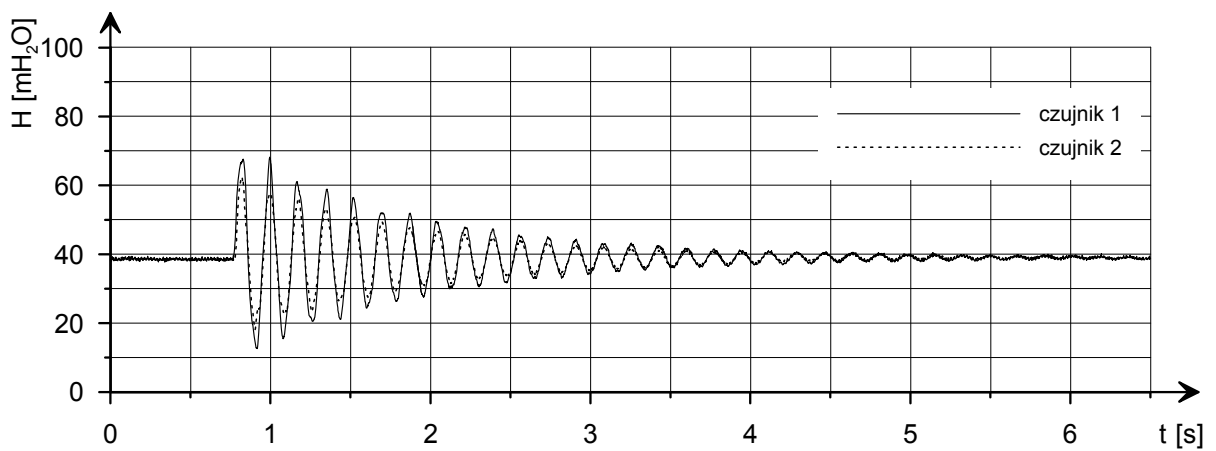
Rys. 12. Schemat a1, pomiar A07, bocznic nr 1 (21,3 cm),  $q = 0,321 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



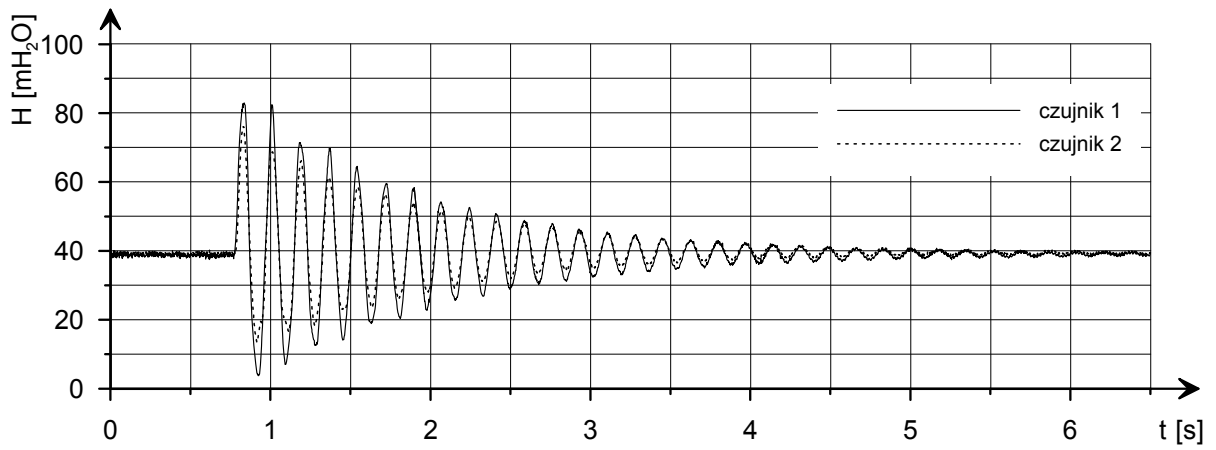
Rys. 13. Schemat b1, pomiar B1, bocznic nr 1 (21,3 cm),  $q = 0,352 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



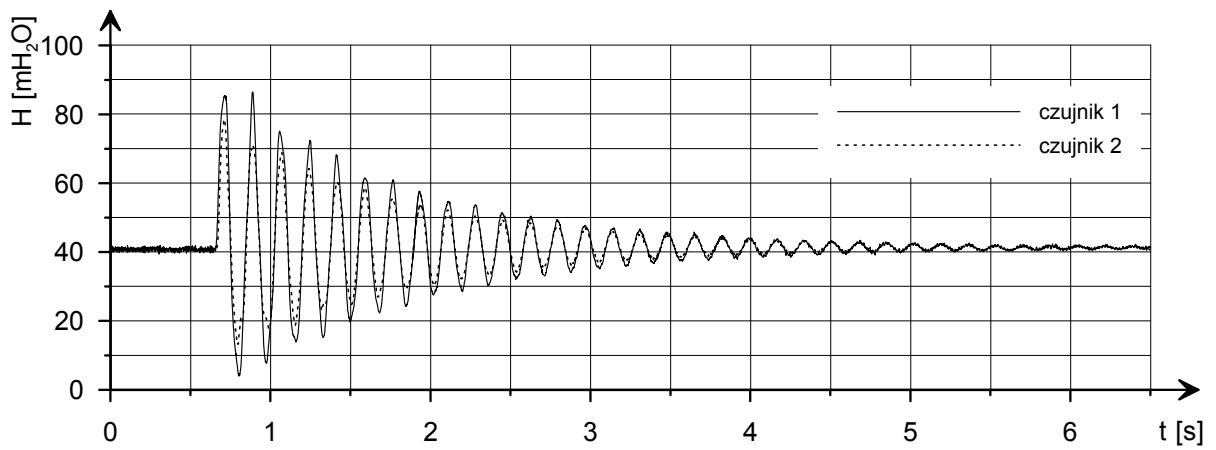
Rys. 14. Schemat b1, pomiar B2, bocznic nr 1 (21,3 cm),  $q = 0,342 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



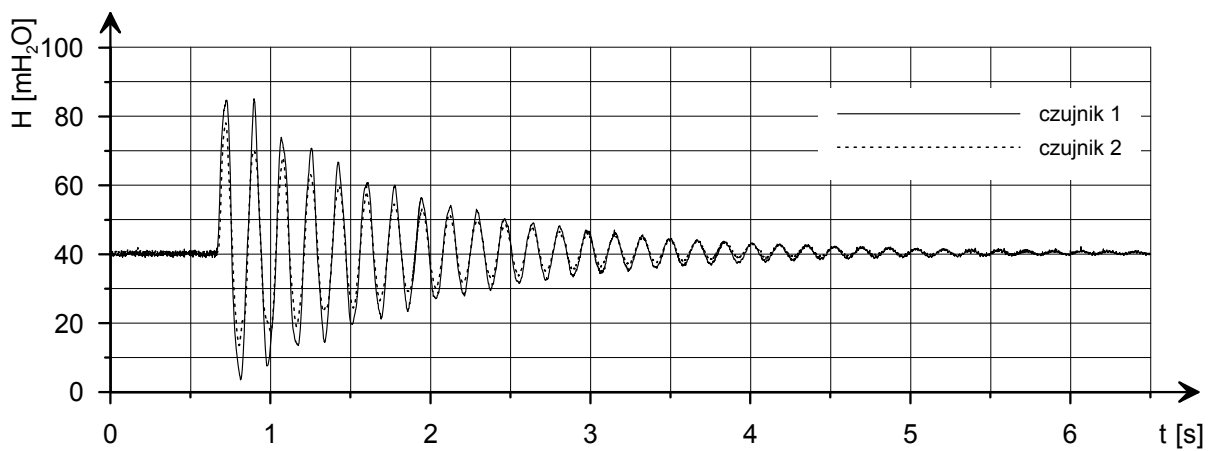
Rys. 15. schemat b1, pomiar B3, bocznic nr 1 (21,3 cm),  $q = 0,322 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



Rys. 16. Schemat b1, pomiar B4, bocznik nr 1 (21,3 cm),  $q = 0,469 \text{ dm}^3/\text{s}$ .

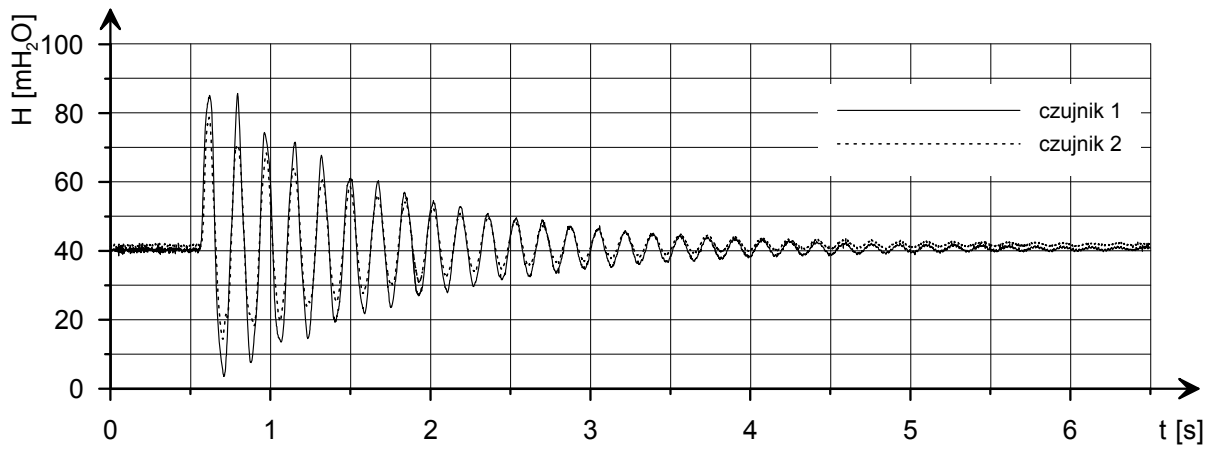


Rys. 17. Schemat b1, pomiar B5, bocznik nr 1 (21,3 cm),  $q = 0,469 \text{ dm}^3/\text{s}$ .

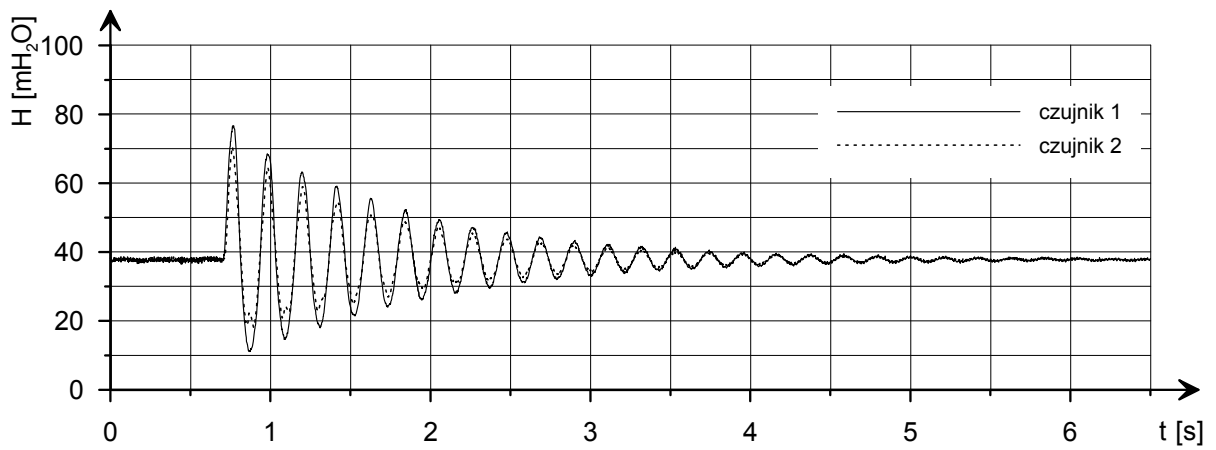


Rys. 18. Schemat b1, pomiar B6, bocznik nr 1 (21,3 cm),  $q = 0,476 \text{ dm}^3/\text{s}$ .

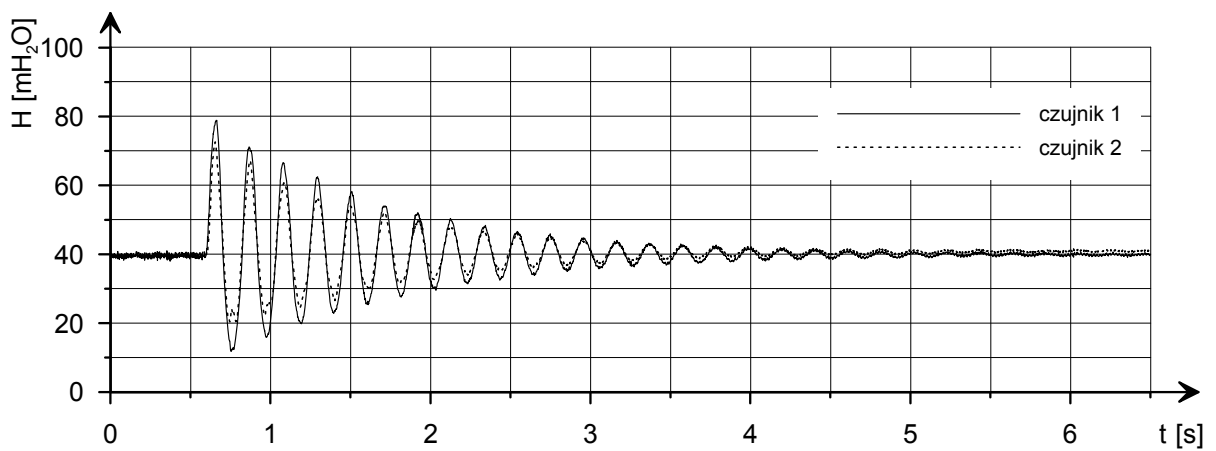




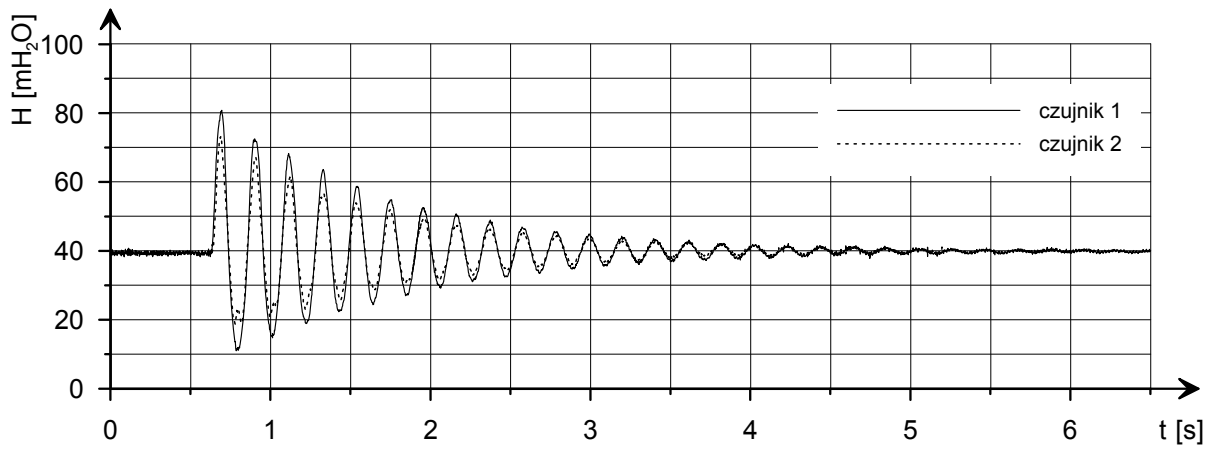
Rys. 19. Schemat b1, pomiar B7, bocznik nr 1 (21,3 cm),  $q = 0,478 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



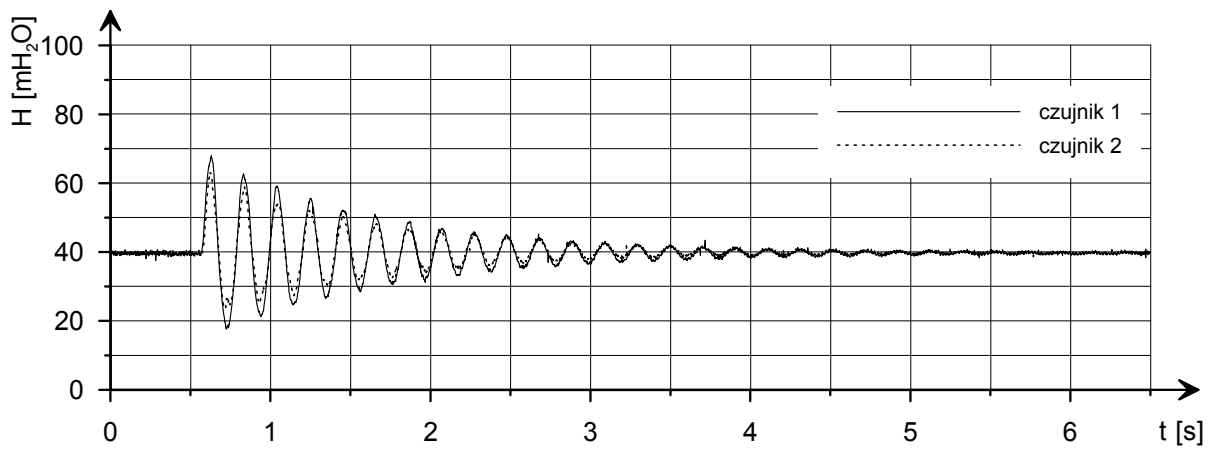
Rys. 20. Schemat a2, pomiar C1, bocznik nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,476 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



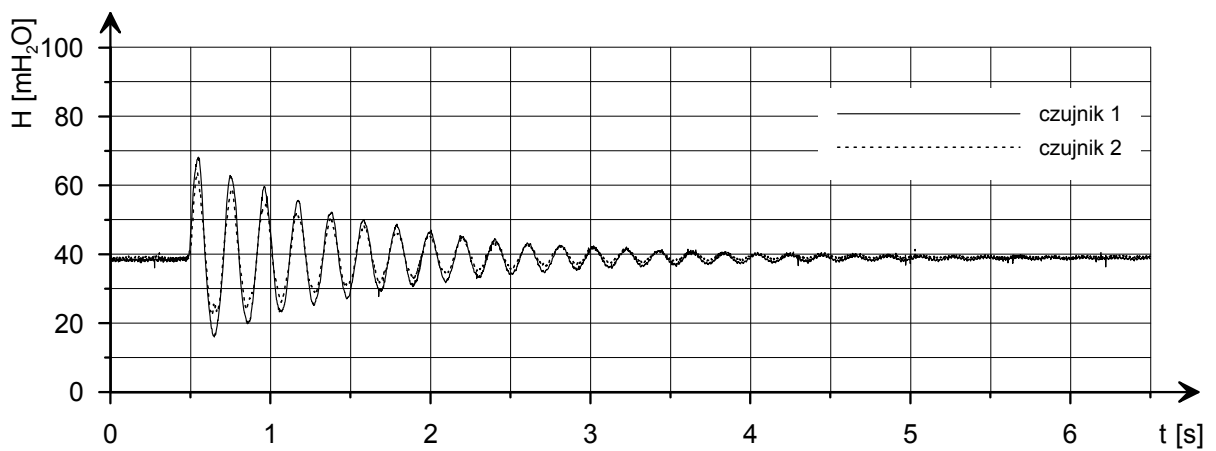
Rys. 21. Schemat a2, pomiar C2 bocznik nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,455 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



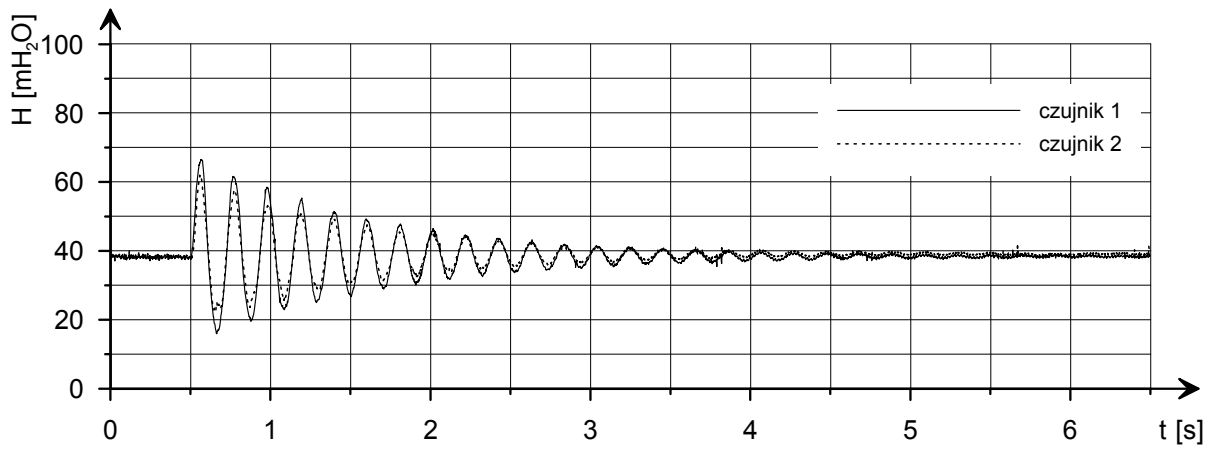
Rys. 22. Schemat a2, pomiar C3 bocznik nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,476 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



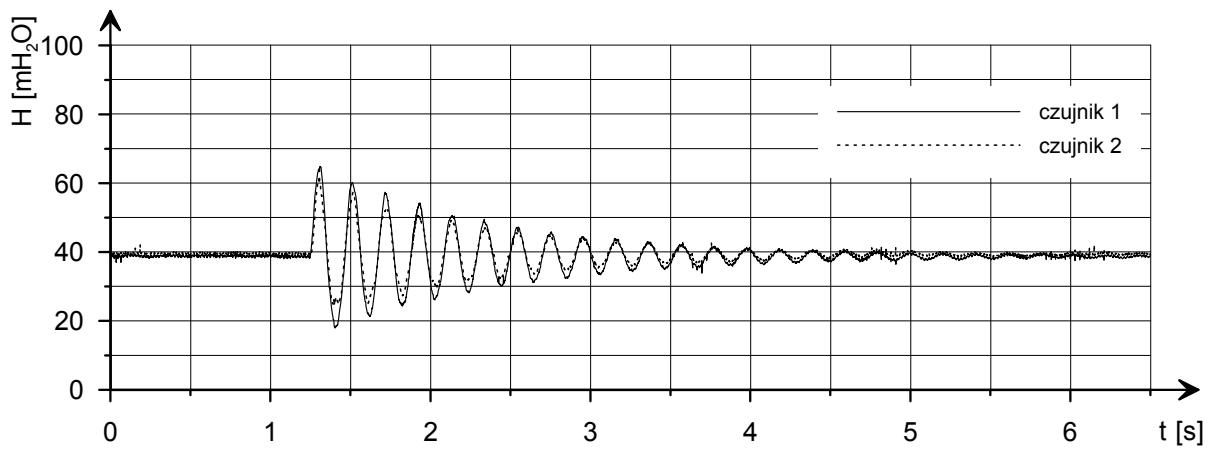
Rys. 23. Schemat a2, pomiar C4 bocznik nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,332 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



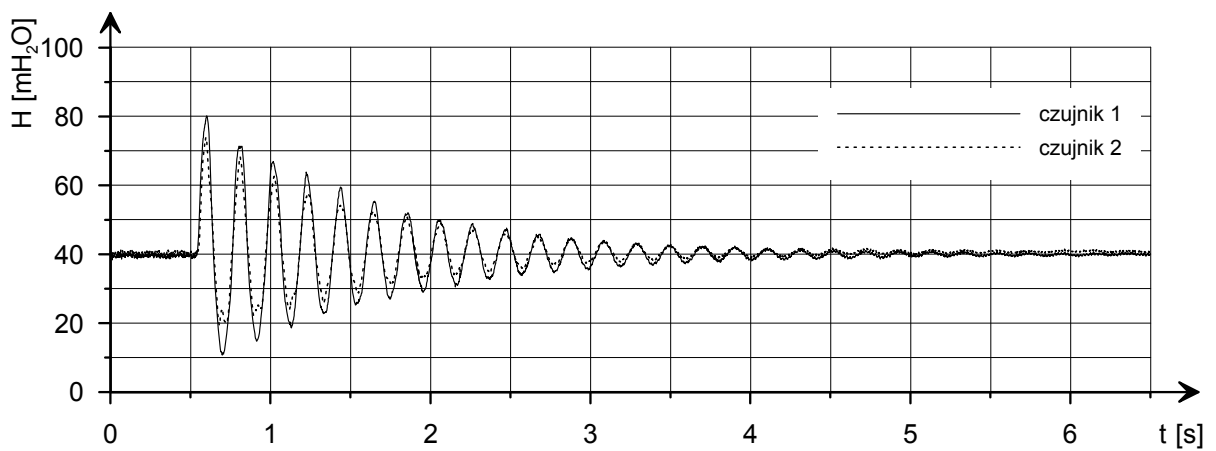
Rys. 24. Schemat a2, pomiar C5 bocznik nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,361 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



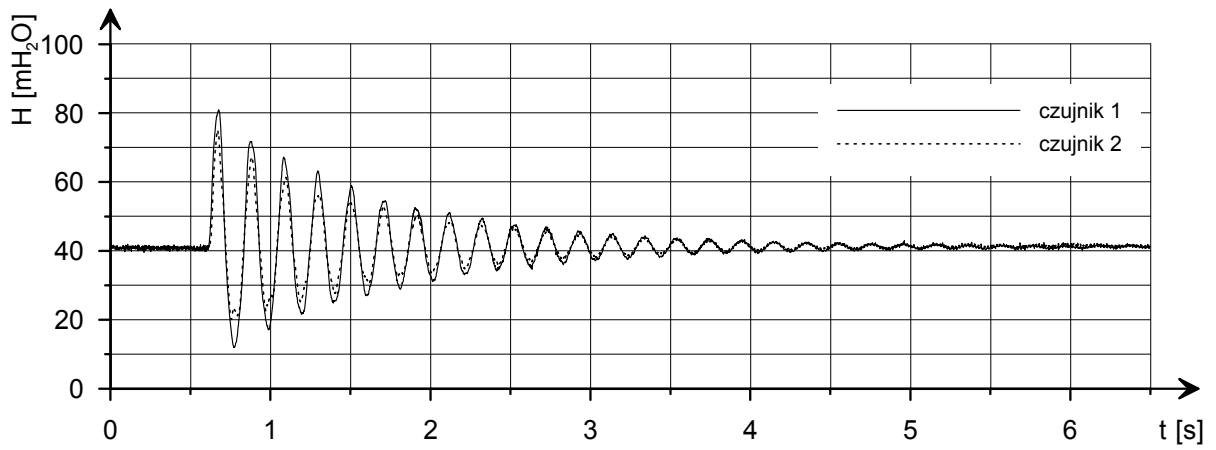
Rys. 25. Schemat a2, pomiar C6 bocznik nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,344 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



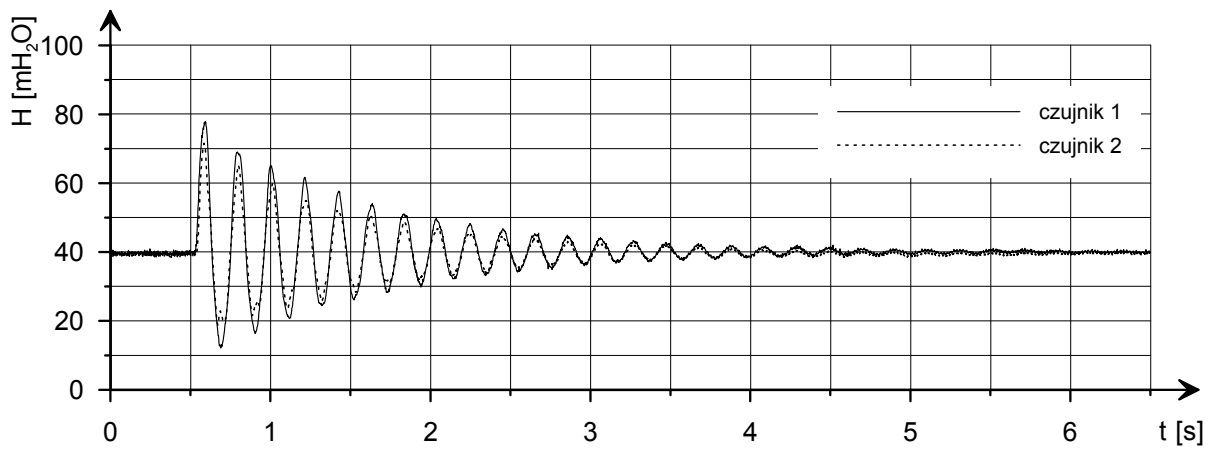
Rys. 26. Schemat a2, pomiar C7 bocznik nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,322 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



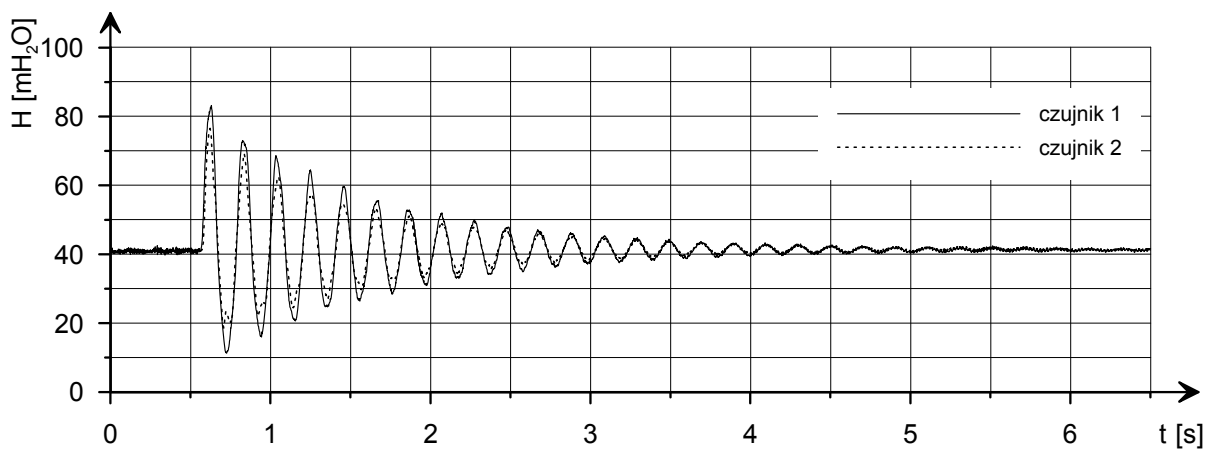
Rys. 27. Schemat b2, pomiar D1 bocznik nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,476 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



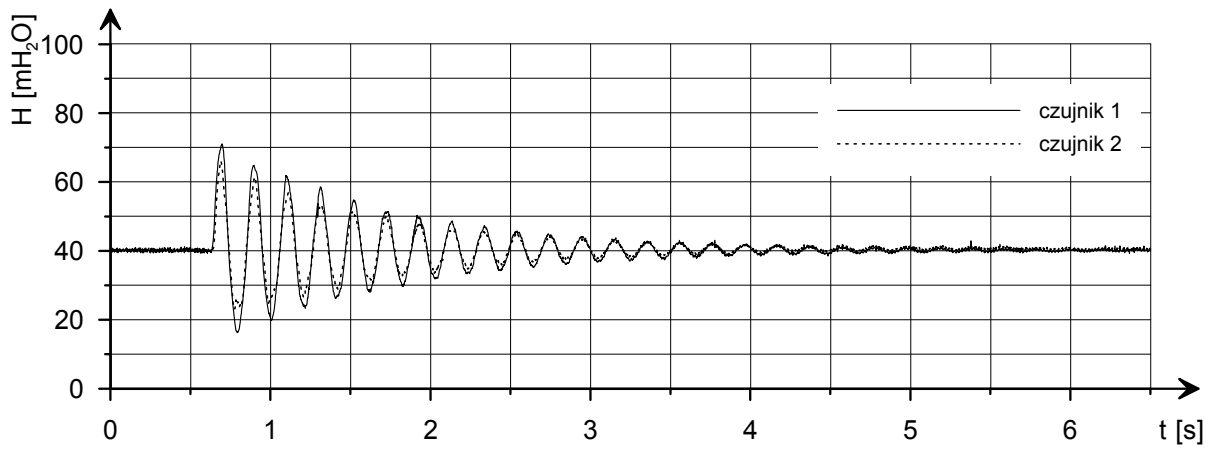
Rys. 28. Schemat b2, pomiar D2 boczniak nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,459 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



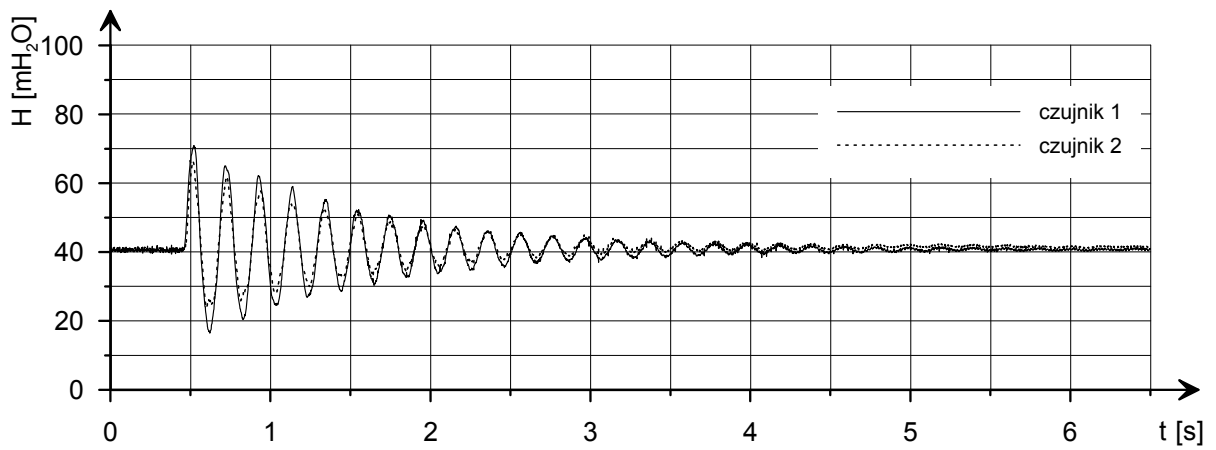
Rys. 29. Schemat b2, pomiar D3 boczniak nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,459 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



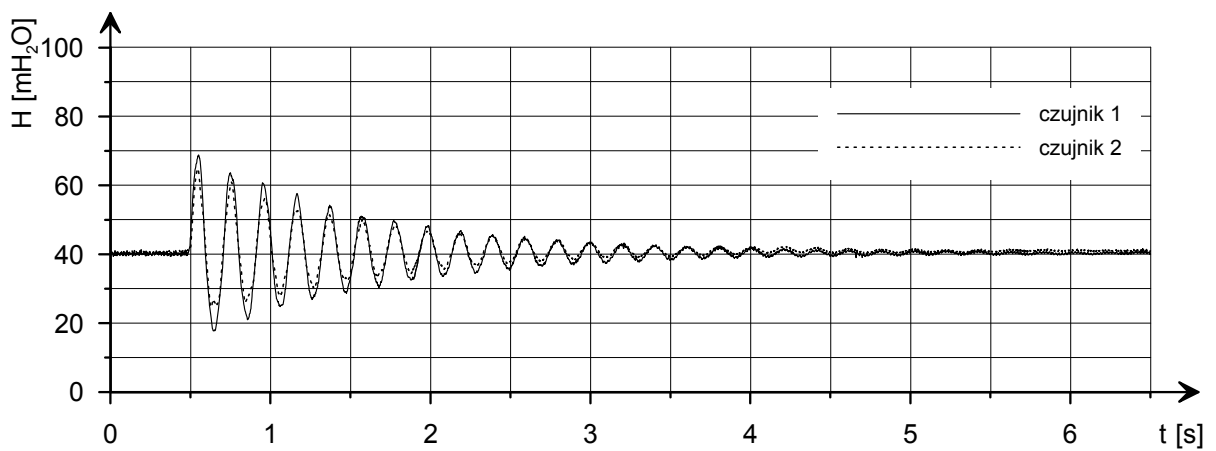
Rys. 30. Schemat b2, pomiar D4 boczniak nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,490 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



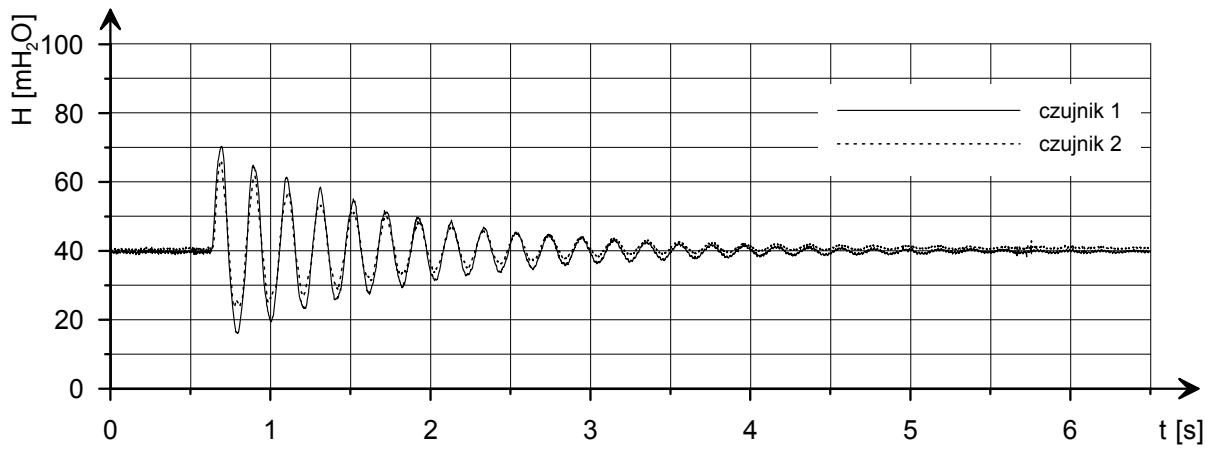
Rys. 31. Schemat b2, pomiar D5 bocznik nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,346 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



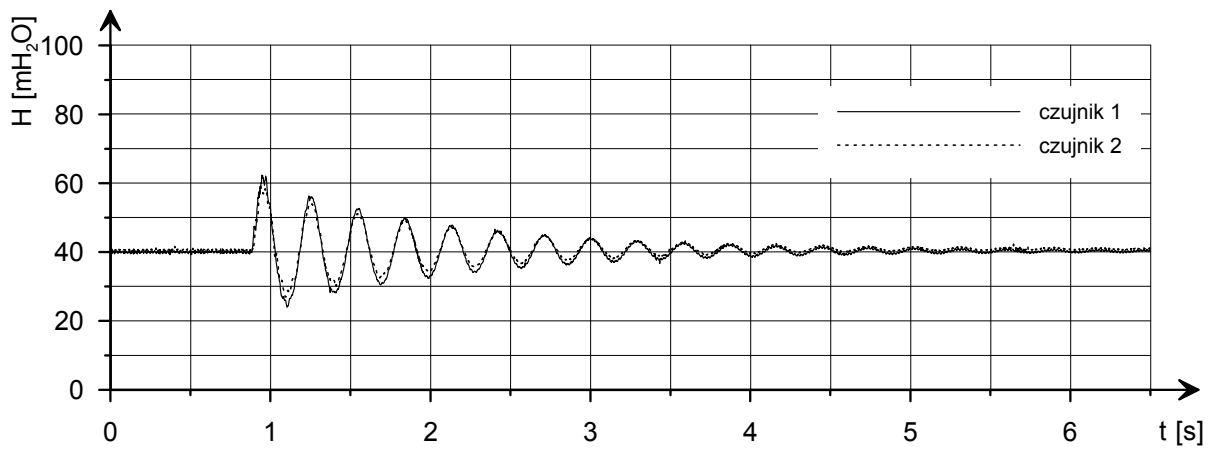
Rys. 32. Schemat b2, pomiar D6 bocznik nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,355 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



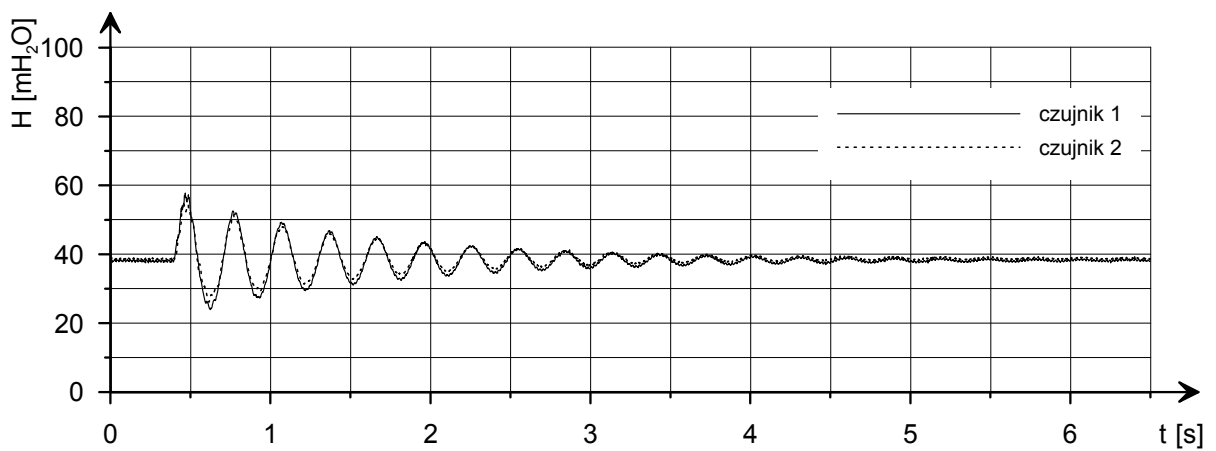
Rys. 33. Schemat b2, pomiar D7 bocznik nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,331 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



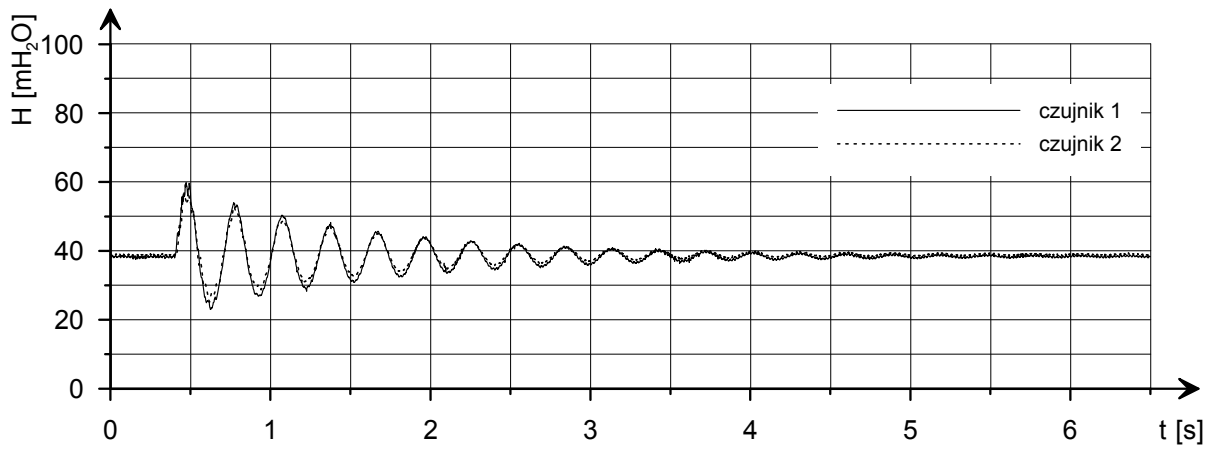
Rys. 34. Schemat b2, pomiar D8 bocznik nr 2 (29,7 cm),  $q = 0,352 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



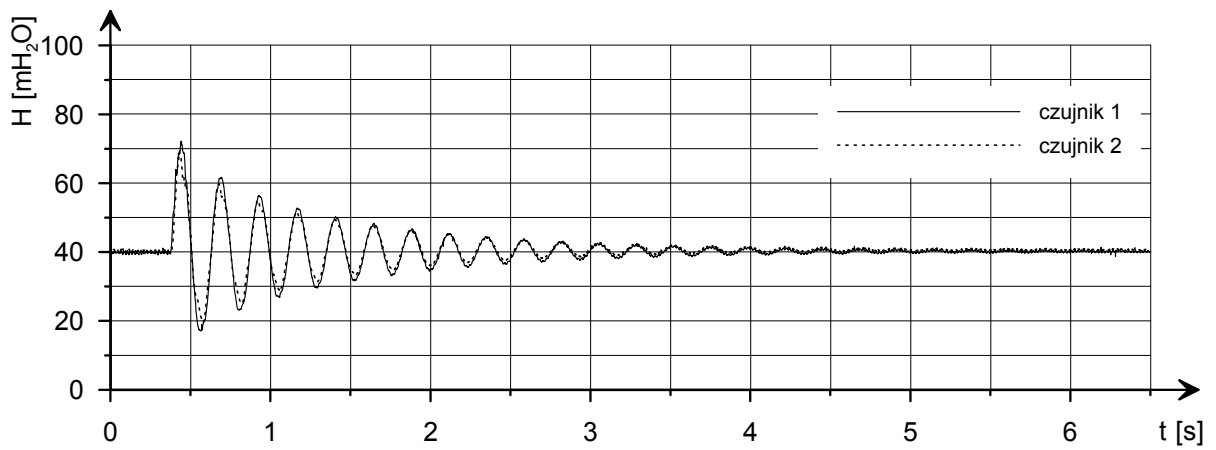
Rys. 35. Schemat a3 pomiar K1 bocznik nr 3 (42,8 cm),  $q = 0,342 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



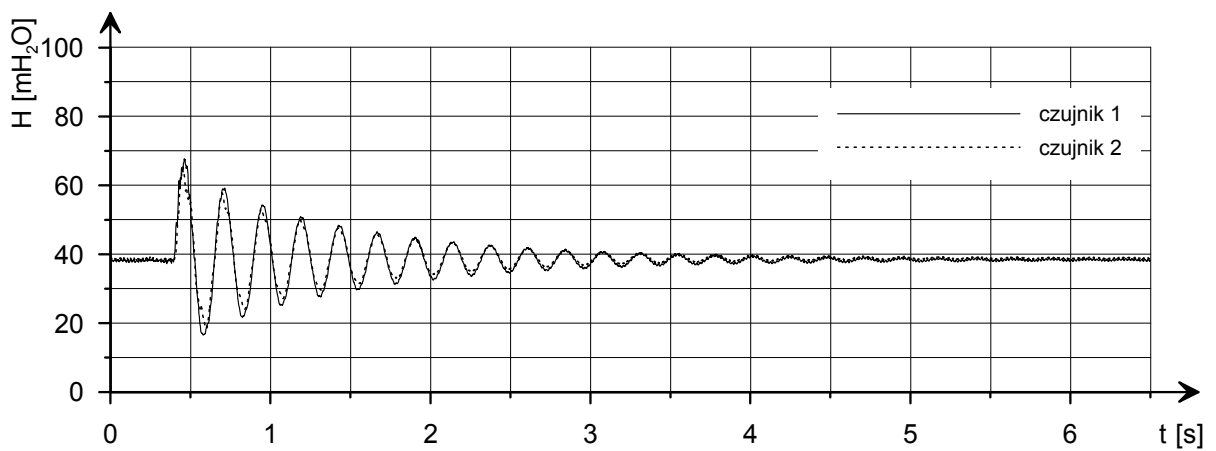
Rys. 36. Schemat a3, pomiar K2 bocznik nr 3 (42,8 cm),  $q = 0,313 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



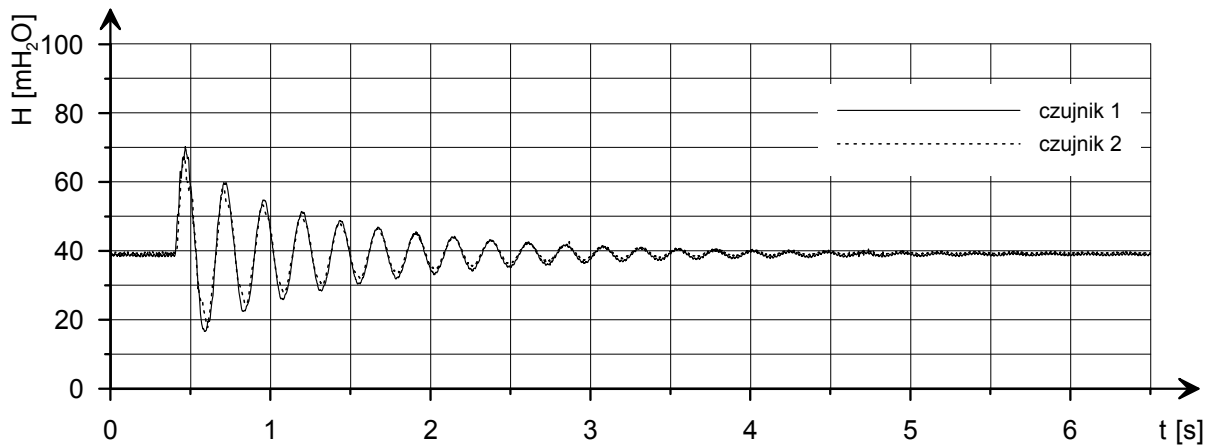
Rys. 37. Schemat a3, pomiar K3 bocznik nr 3 (42,8 cm),  $q = 0,339 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



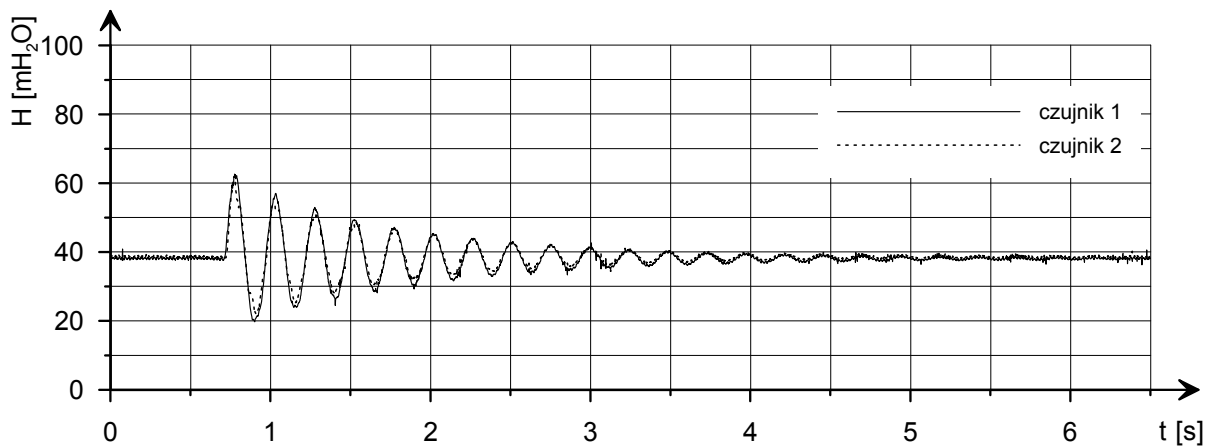
Rys. 38. Schemat a3, pomiar K4 bocznik nr 3 (42,8 cm),  $q = 0,490 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



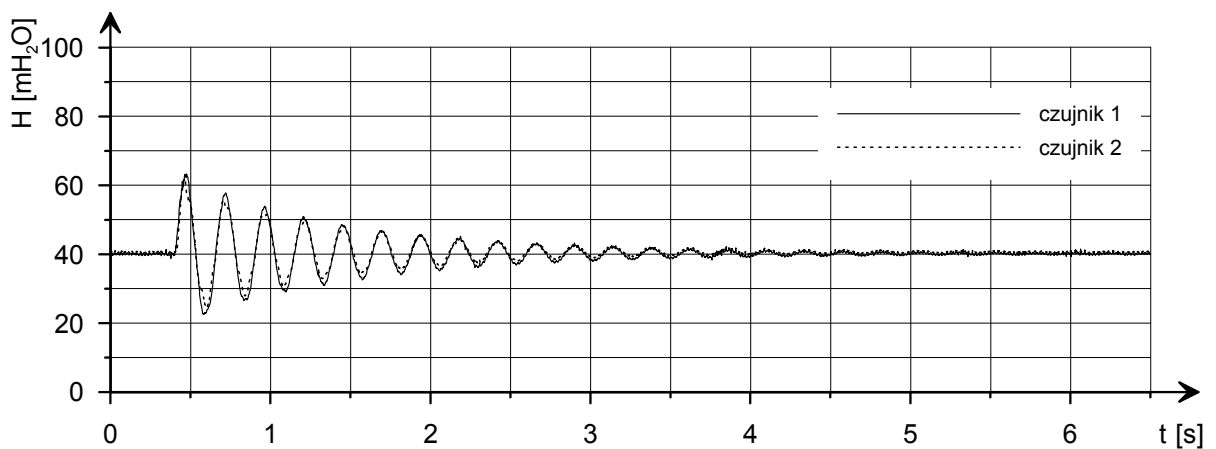
Rys. 39. Schemat a3, pomiar K5 bocznik nr 3 (42,8 cm),  $q = 0,455 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



Rys. 40. Schemat a3, pomiar K6 bocznik nr 3 (42,8 cm),  $q = 0,500 \text{ dm}^3/\text{s}$ .

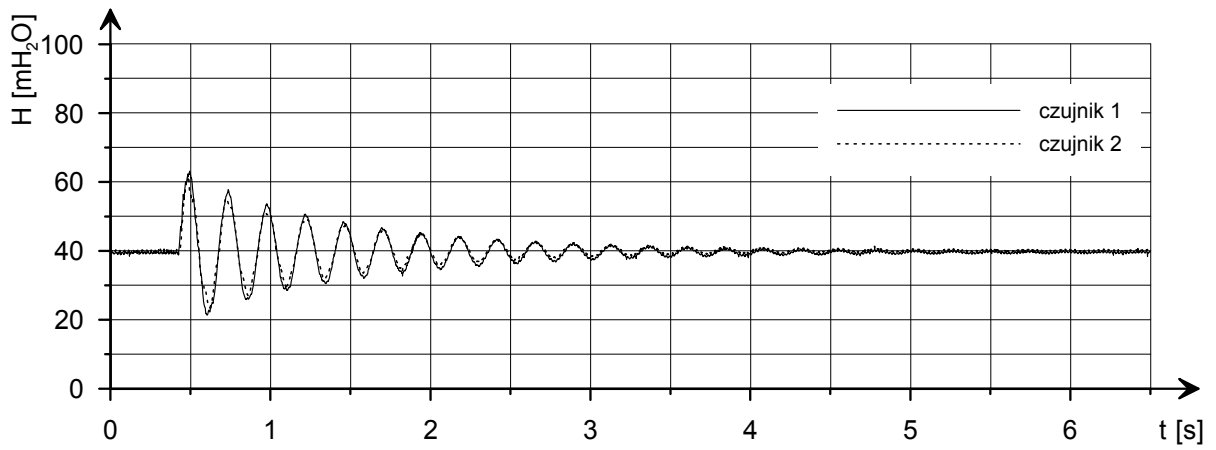


Rys. 41. Schemat b3, pomiar L1 bocznik nr 3 (42,8 cm),  $q = 0,347 \text{ dm}^3/\text{s}$ .

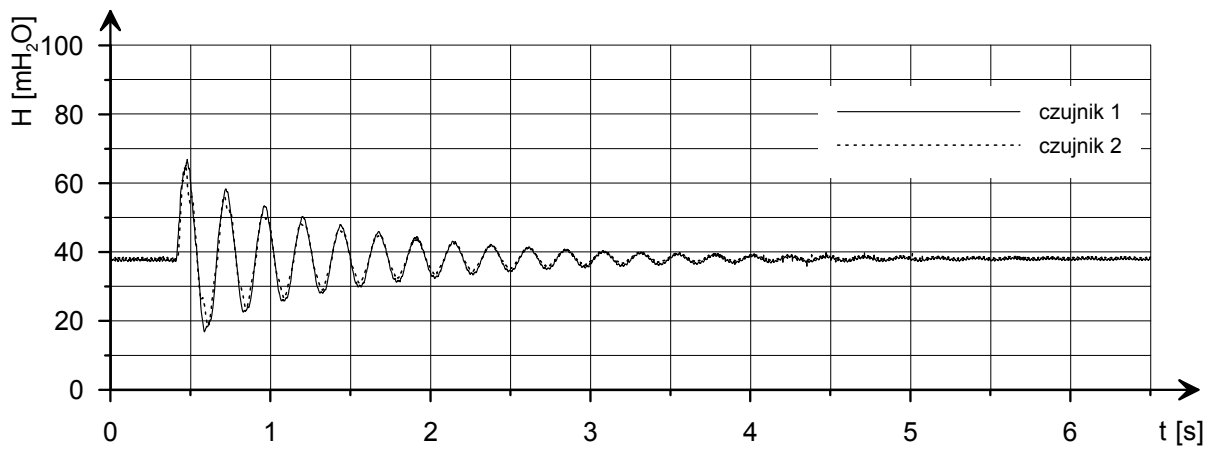


Rys. 42. Schemat b3, pomiar L2 bocznik nr 3 (42,8 cm),  $q = 0,336 \text{ dm}^3/\text{s}$ .

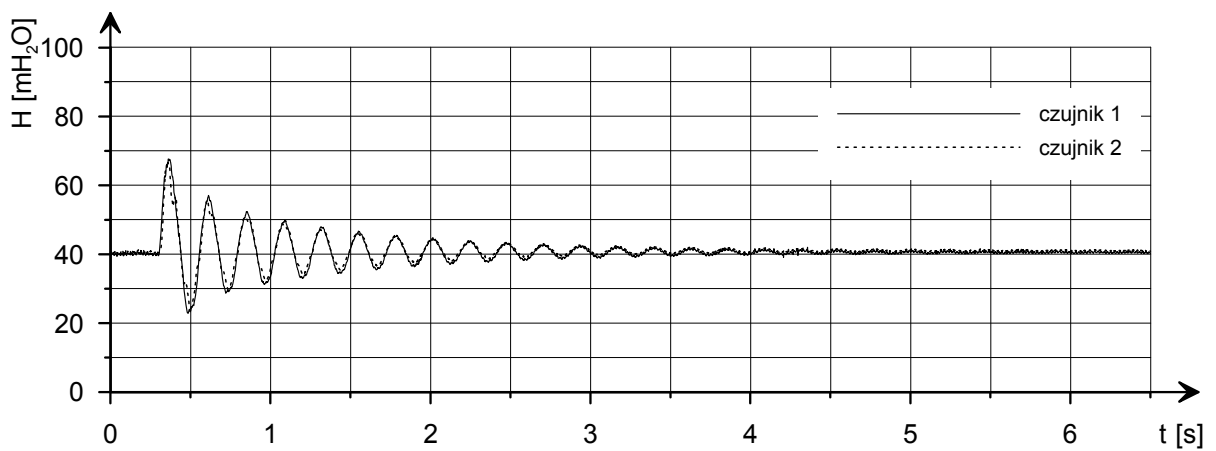




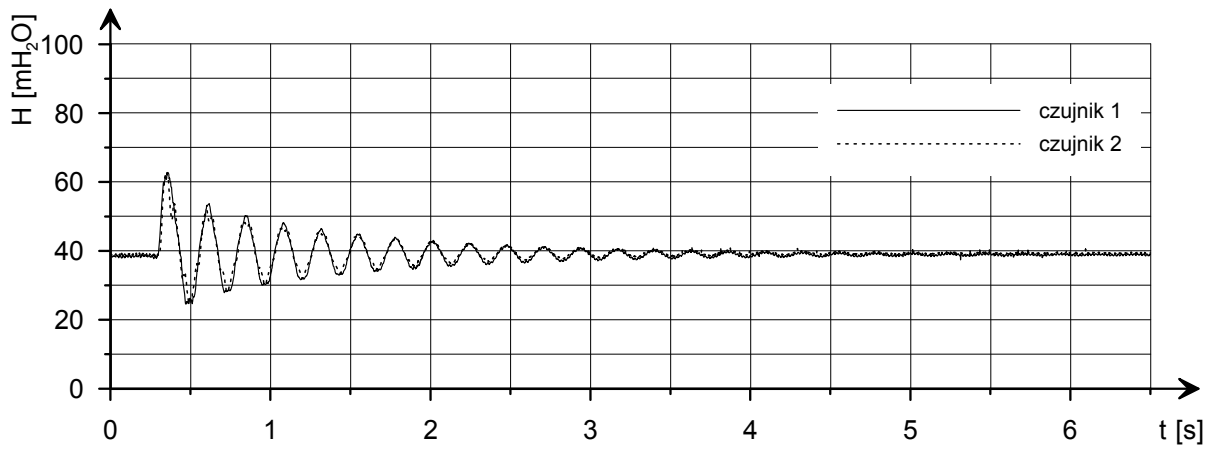
Rys. 43. Schemat b3, pomiar L3 bocznic nr 3 (42,8 cm),  $q = 0,345 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



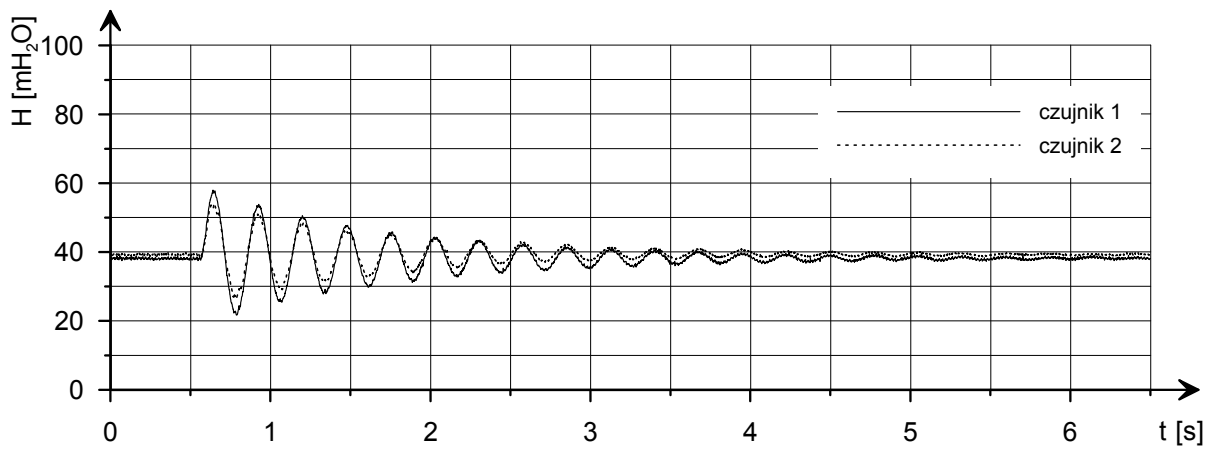
Rys. 44. Schemat b3, pomiar L4 bocznic nr 3 (42,8 cm),  $q = 0,465 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



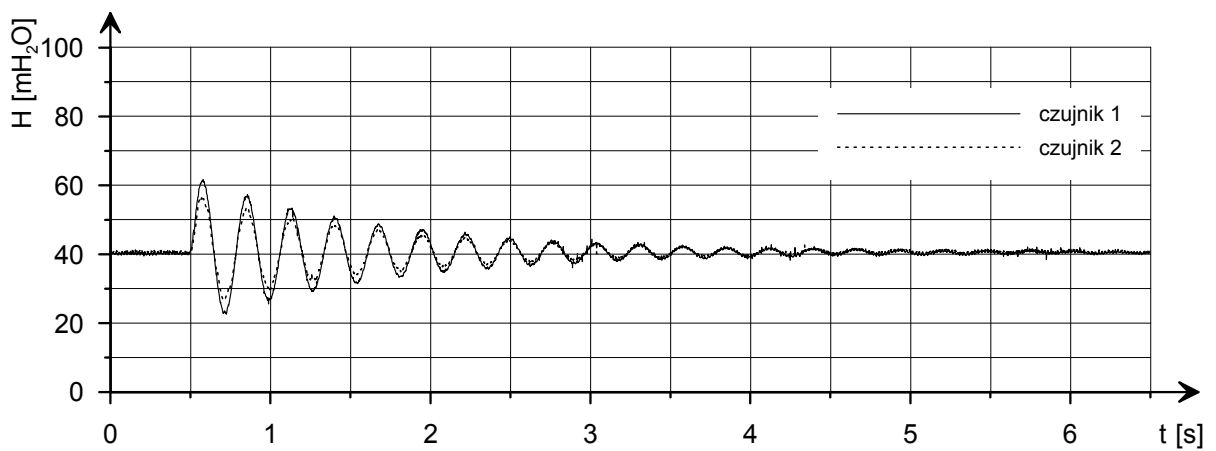
Rys. 45. Schemat b3, pomiar L5 bocznic nr 3 (42,8 cm),  $q = 0,500 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



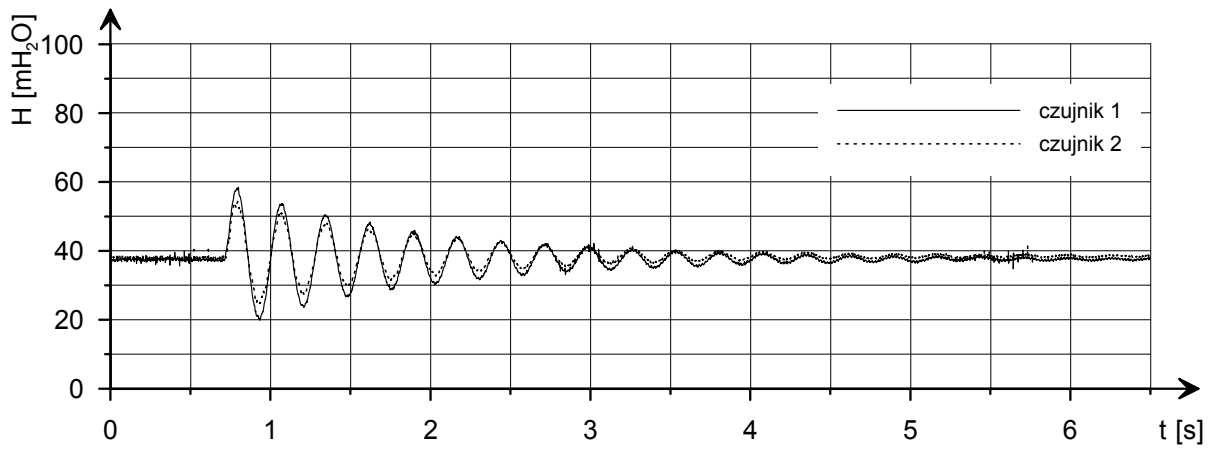
Rys. 46. Schemat b3, pomiar L6 bocznik nr 3 (42,8 cm),  $q = 0,481 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



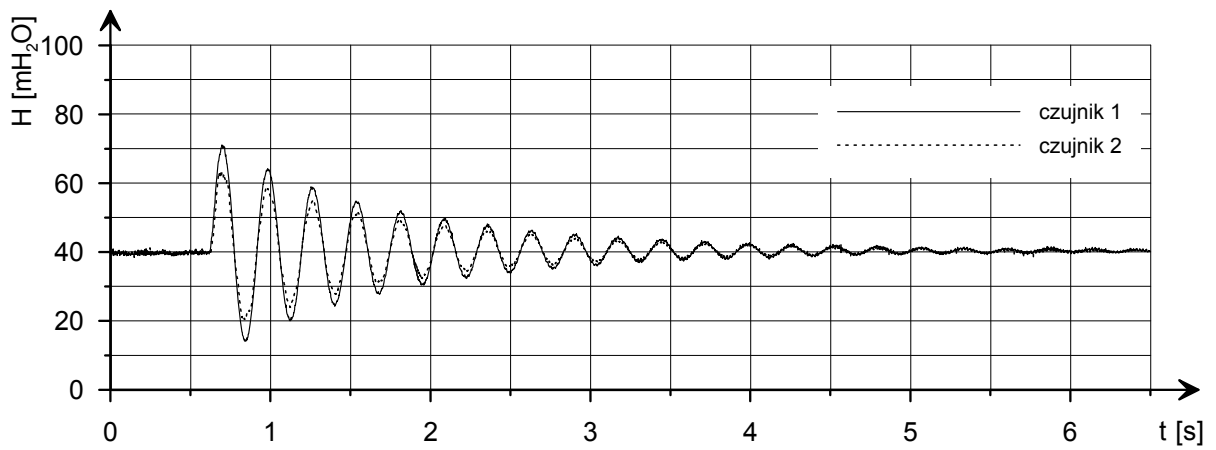
Rys. 47. Schemat a4, pomiar G1 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,318 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



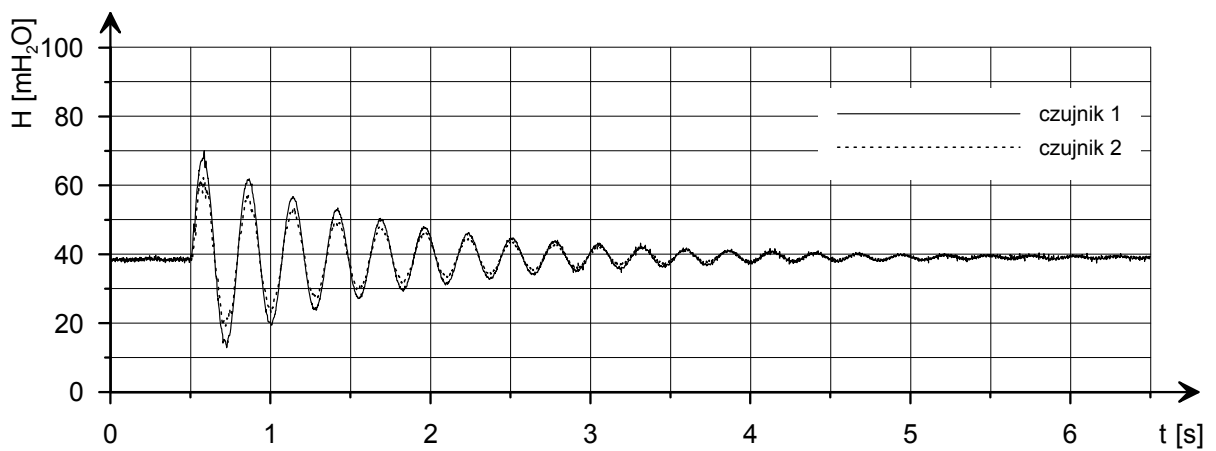
Rys. 48. Schemat a4, pomiar G2 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,345 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



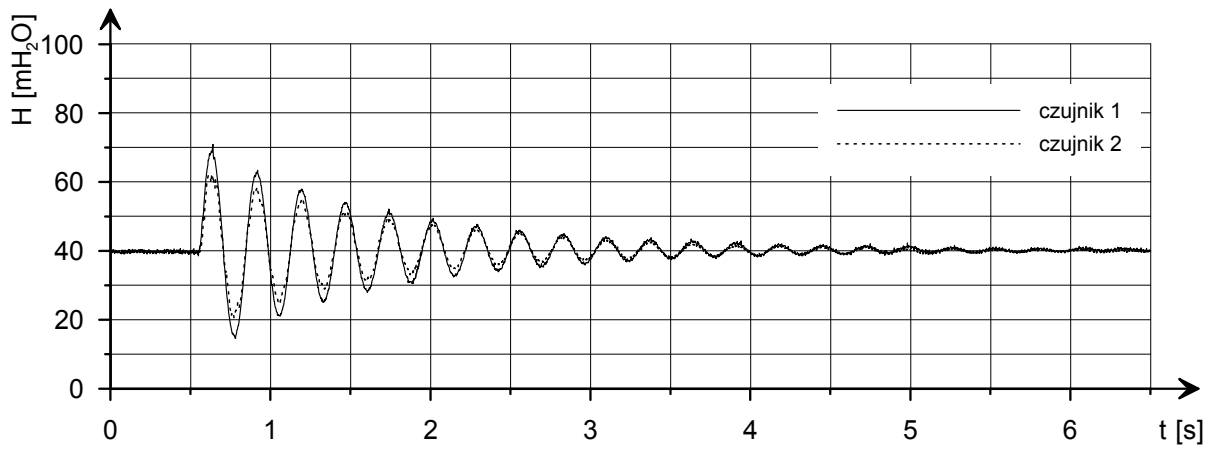
Rys. 49. Schemat a4, pomiar G3 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,338 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



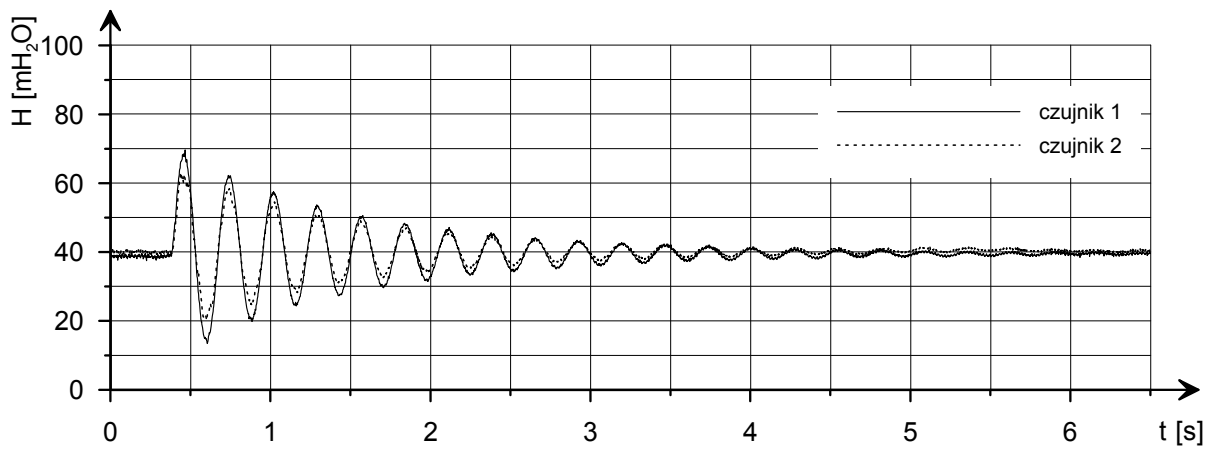
Rys. 50. Schemat a4, pomiar G4 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,524 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



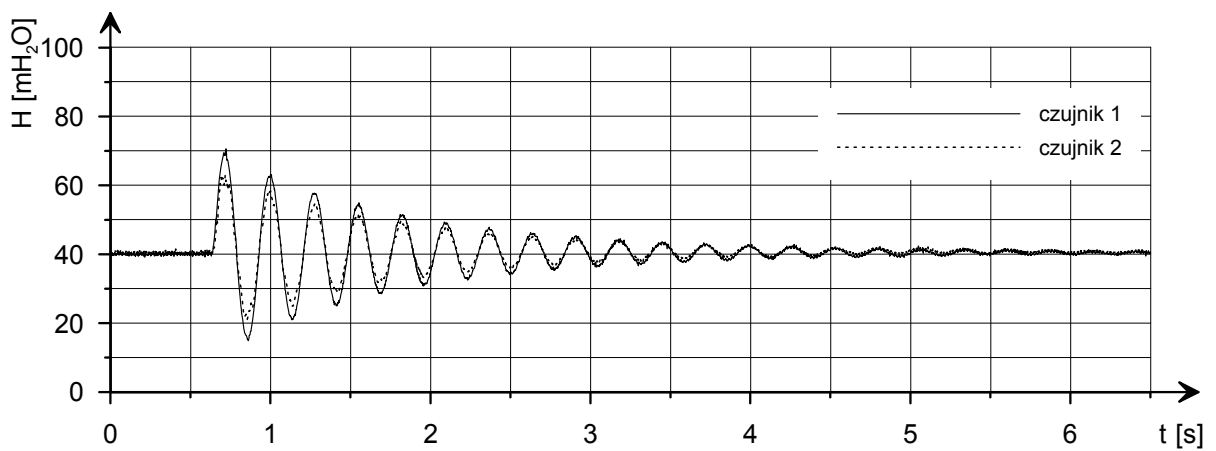
Rys. 51. Schemat a4, pomiar G5 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,510 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



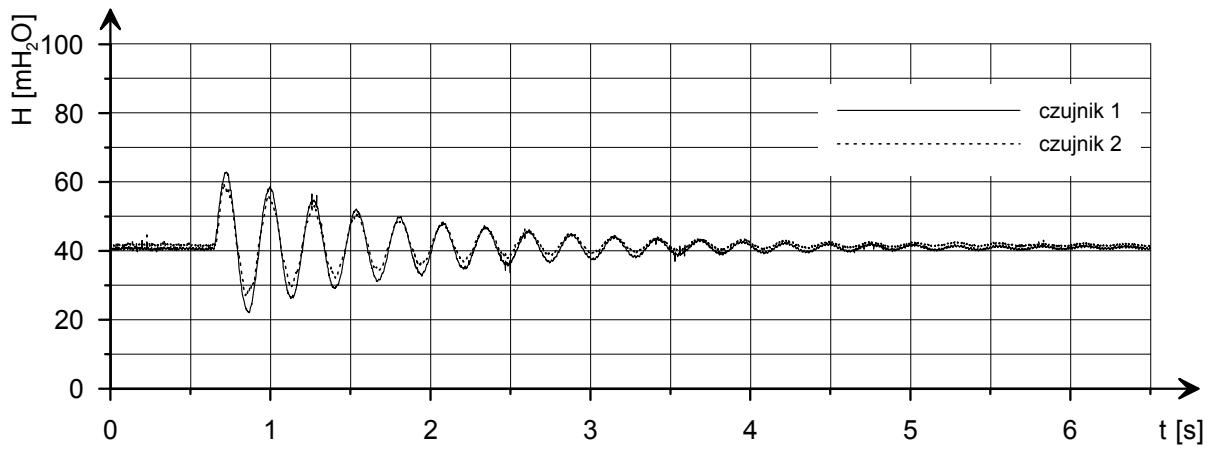
Rys. 52. Schemat a4, pomiar G6 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,500 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



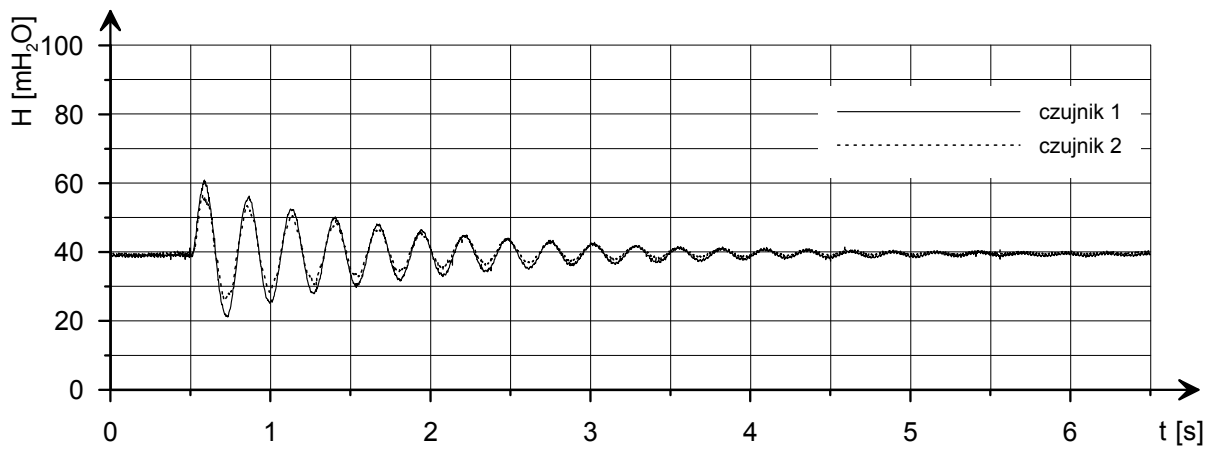
Rys. 53. Schemat a4, pomiar G7 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,510 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



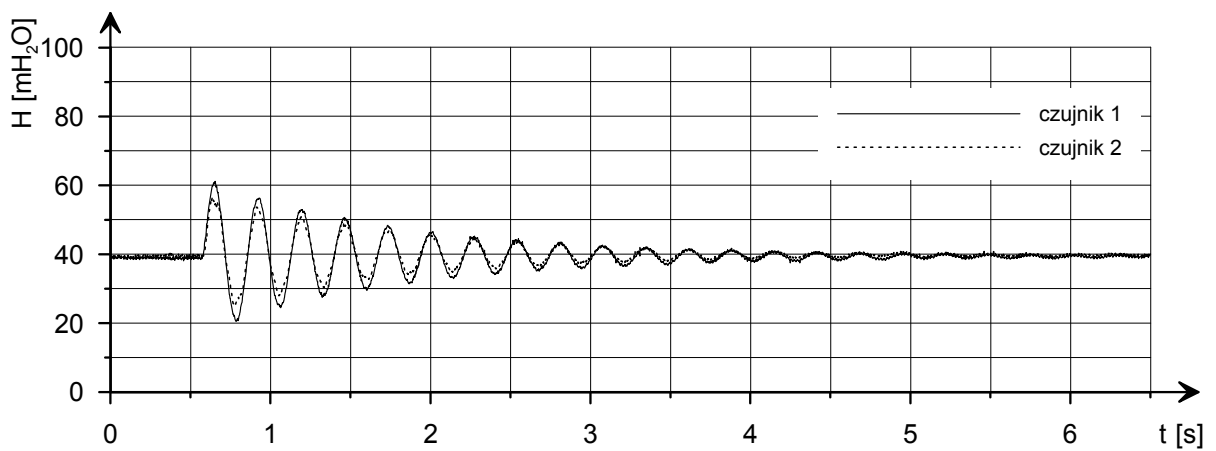
Rys. 54. Schemat a4, pomiar G8 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,505 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



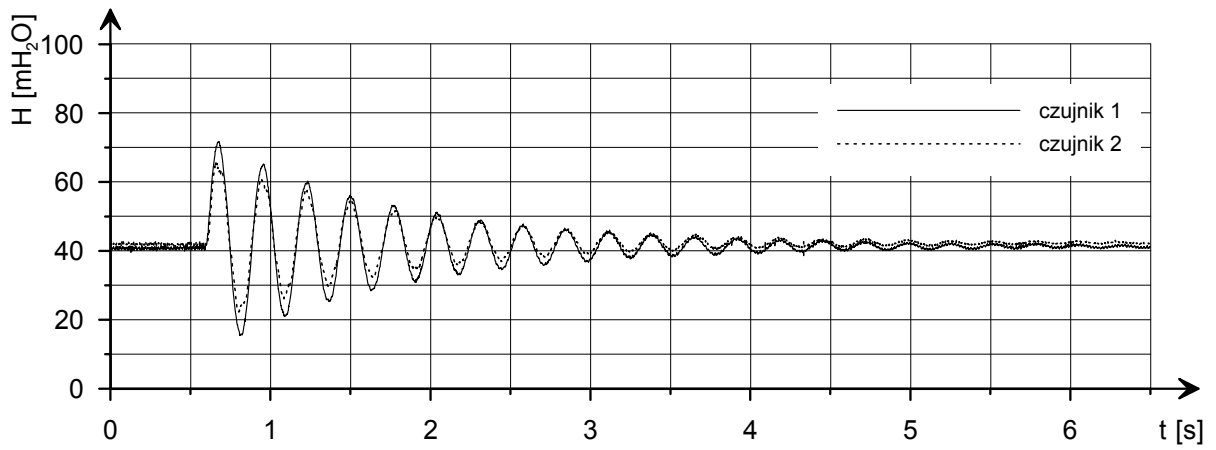
Rys. 55. Schemat b4, pomiar H1 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,338 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



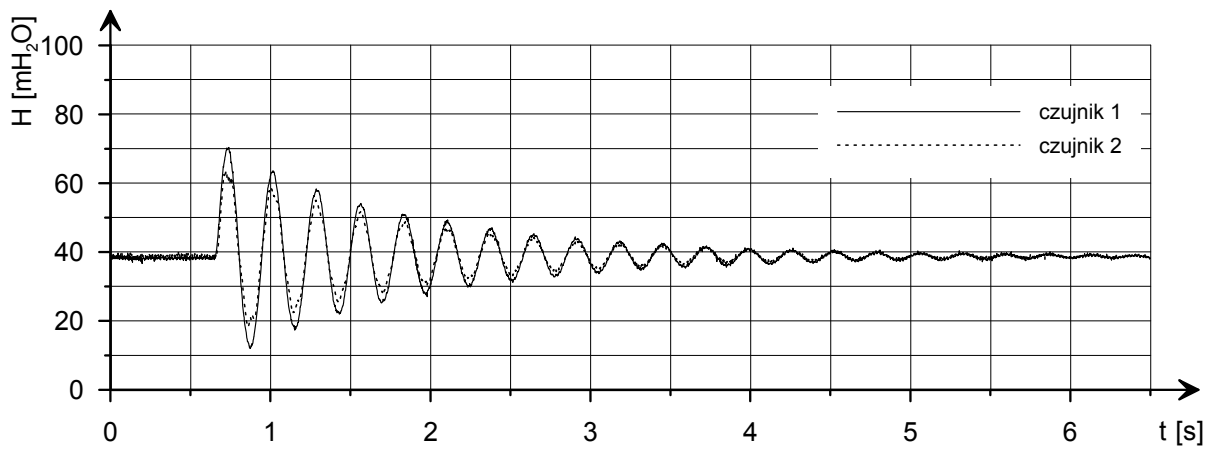
Rys. 56. Schemat b4, pomiar H2 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,334 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



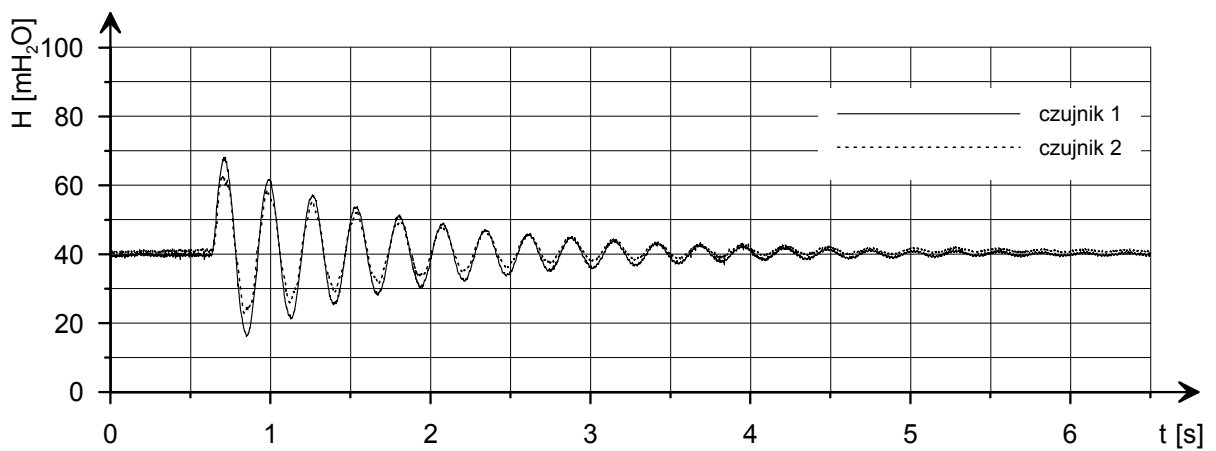
Rys. 57. Schemat b4, pomiar H3 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,355 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



Rys. 58. Schemat b4, pomiar H4 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,500 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



Rys. 59. Schemat b4, pomiar H5 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,518 \text{ dm}^3/\text{s}$ .



Rys. 60. Schemat b4, pomiar H6 bocznik nr 4 (92,1 cm),  $q = 0,467 \text{ dm}^3/\text{s}$ .

