

P O L I T E C H N I K A   G D A Ń S K A

WIESŁAW WEŁNICKI

**MECHANIKA RUCHU OKRĘTU**



GDĄŃSK 1989



**WIESŁAW WEŁNICKI**

## **MECHANIKA RUCHU OKRĘTU**

Skrypt jest przeznaczony jako podstawowy dla studentów IV roku Instytutu Okrętowego specjalności Urządzenia Okrętowe, oraz jako pomocniczy do przedmiotu Hydromechanika Okrętu dla studentów innych specjalności Instytutu Okrętowego



PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO  
WYDAWNICTW POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

*Roman Kazimierczak*

REDAKTOR SKRYPTÓW

*Zdzisław Puhaczewski*

RECENZENT

*Mieczysław Krężelewski*

Wydano za zgodą  
Rektora Politechniki Gdańskiej

PRINTED IN POLAND

Do nabycia: PP Dom Książki Nr 23 (Gmach Główny Politechniki Gdańskiej),  
80-952 Gdańsk-Wrzeszcz, ul. Majakowskiego 11/12

598

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

---

Wydanie I. Nakład 200+25+10+30 egz. Ark. wyd. 7. Ark. druku 7,25. Papier offsetowy  
kl. III 71 g. Przyjęto do druku 22.08.1988 r. Podpisano do druku 28.04.1989 r. Druk  
ukończono w czerwcu 1989 r. Zamówienie nr S/349/88.UG-445/3/88. Cena zł 150,-

---

Wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Poznańskiej  
61-821 Poznań, ul. Ogrodowa 11, telefon 525-425

## SPIS TREŚCI

PRZEDMOWA . . . . .	5
WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ UŻYTYCH W TEKŚCIE . . . . .	7
1. WPROWADZENIE . . . . .	11
2. STATECZNOŚĆ OKRETU . . . . .	17
2.1. Stateczność statyczna . . . . .	17
2.1.1. Stateczność początkowa . . . . .	18
2.1.2. Stateczność przy dużych kątach przechyłu . . . . .	20
2.1.3. Wpływ przemieszczenia ładunku na stateczność . . . . .	23
2.1.4. Wpływ przyjęcia ładunku na stateczność . . . . .	24
2.1.5. Wpływ ładunku płynnego na stateczność . . . . .	26
2.2. Kołysanie statku na wodzie spokojnej . . . . .	27
2.2.1. Kołysanie poprzeczne . . . . .	27
2.2.2. Stateczność dynamiczna . . . . .	32
2.2.3. Kołysanie pionowe (nurzenie) . . . . .	35
2.2.4. Kołysanie podłużne (kiwanie) . . . . .	37
3. KOŁYSANIE OKRETU NA FALI . . . . .	39
3.1. Statek na fali jako liniowy układ dynamiczny . . . . .	40
3.2. Regularna fala sinusoidalna . . . . .	44
3.3. Falowanie morza . . . . .	47
3.3.1. Widmowa charakterystyka falowania nieregularnego . . . . .	48
3.3.2. Statystyczne parametry falowania nieregularnego . . . . .	53
3.4. Matematyczny model kołysań na fali regularnej . . . . .	58
3.5. Kołysania statku na fali nieregularnej . . . . .	62
3.6. Zjawiska towarzyszące ruchowi statku na fali . . . . .	65
3.6.1. Zalewanie pokładu i wynurzenie się śruby napędowej . . . . .	66
3.6.2. Zmiany stateczności i sterowności . . . . .	67
3.6.3. Spadek prędkości na fali . . . . .	69
3.7. Stabilizacja kołysań . . . . .	72
3.7.1. Systemy bierne . . . . .	73
3.7.2. Systemy aktywne . . . . .	74
4. WŁAŚCIWOŚCI MANEWRÓW OKRETU . . . . .	77
4.1. Pojęcia wstępne . . . . .	77
4.2. Kinematyka zwrotu . . . . .	79

4.3. Teoria sterowności - modele matematyczne . . . . .	81
4.3.1. Równania ruchu statku manewrującego . . . . .	81
4.3.2. Warunki dynamicznej stateczności kursowej . . . . .	85
4.3.3. Podstawowe równania sterowności statku. Wskaźniki sterowności . . . . .	87
4.3.4. Nieliniowe modele matematyczne sterowności statku .	90
4.4. Uboczne skutki zwrotu . . . . .	92
4.4.1. Przechyły w czasie zwrotu . . . . .	92
4.4.2. Spadek prędkości na cyrkulacji . . . . .	94
4.5. Sterowność statków na wodzie ograniczonej . . . . .	94
4.6. Hamowanie statku . . . . .	96
4.6.1. Charakterystyki hamowania . . . . .	97
4.6.2. Teoria i obliczanie charakterystyk hamowania . . . .	100
4.7. Badania eksperymentalne . . . . .	103
4.7.1. Próba cyrkulacji . . . . .	104
4.7.2. Próba spiralna . . . . .	106
4.7.3. Próba węzowa . . . . .	107
4.7.4. Próba hamowania awaryjnego . . . . .	109
4.7.5. Próby modeli związanych . . . . .	110
4.8. Przepisy międzynarodowe . . . . .	112
<b>LITERATURA . . . . .</b>	<b>114</b>

## PRZEDMOWA

Skrypt przeznaczony jest dla studentów Instytutu Okrętowego Politechniki Gdańskiej specjalności Urządzenia Okrętowe. Przedmiot „Mechanika ruchu okrętu” został wprowadzony zgodnie z nowym programem studiów po raz pierwszy w roku 1983/84. Materiał zawarty w skrypcie stanowi logiczną kontynuację przedmiotu „Hydromechanika okrętu” wykładanego semestr wcześniej. Przedmiotem wykładu są podstawy wiedzy o ruchach okrętu na morzu, spowodowanych bezpośrednim oddziaływaniem morza, jak na przykład ruchy statku na fali, jak również ruchy spowodowane świadomym działaniem człowieka, jakim jest sterowanie statkiem. Opisy fizykalne zjawisk oraz modele matematyczne ruchów statku mają za zadanie stworzenie podstaw dla przewidywania zachowania się statku w rzeczywistych warunkach żeglugowych i umożliwienia przeciwdziałania ruchom szkodliwym czy wręcz niebezpiecznym dla załogi, ładunku i statku. Programowa szczupłość wykładu nie pozwala na przedstawienie szczegółowych metod obliczeniowych, jednakże podane podstawy teoretyczne i odsyłacze do literatury powinny umożliwić przyszłym inżynierom łatwe zrozumienie i praktyczne zastosowanie tych metod.

Pierwsza część wykładu pt. „Stateczność okrętu” obejmuje zjawiska związane z równowagą statku, rozpatrywane jako stacjonarne lub quasi-stacjonarne, a więc tylko pośrednio związane z problemem ruchu. Zagadnienia te są jednak niezbędne dla zrozumienia dalszej części wykładu i dlatego nie mogły tu być pominięte.

Poszczególne problemy zostały przedstawione w takim ujęciu, w jakim będą najbardziej przydatne dla specjalistów z dziedziny urządzeń okrętowych, takich jak urządzenia sterowe, autopiloty, urządzenia stabilizacji kołysań, regulacji napędu itp.

Autor ma nadzieję, że skrypt okaże się przydatny jako materiał pomocniczy również dla studentów specjalności Budowa Okrętów, gdyż dla działów obejmujących kołysania i właściwości manewrowe statków brak jest dotychczas podręczników w języku polskim. Również nowoczesne materiały w językach obcych są w literaturze rozproszone i głównie prezentowane w artykułach i referatach w czasopismach fachowych, a więc trudno dostępne.

Autor chciałby tu wyrazić podziękowania dr. inż. Januszowi Stasiakowi za cenną fachową pomoc przy opracowaniu rozdziału dotyczącego falowania

morza i kołysania statku na fali. Dziękuję paniom Teresie Witkowskiej za trud maszynopisanie i Janinie Zadrożny za wykonanie rysunków.

Szczególnie gorące podziękowania składam prof. Mieczysławowi Krężelewskiemu za wnikliwą recenzję i cenne rady, które pozwoliły na wyeliminowanie szeregu nieścisłości i usterek.

Autor



## WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ UŻYTYCH W TEKŚCIE

(zgodnie z międzynarodowymi zaleceniami ITTC)

Symbol	Znaczenie	Wymiar
	<u>Ogólne</u>	
$A_S$	Powierzchnia wręgu	$m^2$
$A_w$	Powierzchnia wodnicy	$m^2$
B	Szerokość konstrukcyjna okrętu;	m
B	Środek wyporu (punkt)	—
$D, \Delta$	Wypór statku (siła)	kN
F	Siła (ogólnie);	N, kN
F	Środek ciężkości pola powierzchni wodnicy (punkt)	—
G	Środek ciężkości statku (punkt)	—
g	Przyspieszenie ziemskie	$ms^{-2}$
$I_L$	Wzdłużny moment bezwładności pola powierzchni wodnicy (wzgl. osi y przechodzącej przez środek ciężkości F)	$m^4$
$I_T$	Poprzeczny moment bezwładności pola powierzchni wodnicy (względem osi x)	$m^4$
J	Współczynnik posuwu $J = \frac{V_A}{Dn}$	bezwym.
K, M, N	Moment siły względem osi odpowiednio x, y, z	Nm
L	Długość statku	m
m	Masa statku $m = \rho V$	t
n	Prędkość obrotowa śruby	$min^{-1}, s^{-1}$
p, q, r	Składowe prędkości kątowej wzgl. osi x, y, z	$s^{-1}$
R	Promień krzywizny krzywej (toru)	m
S	Powierzchnia zwilżona kadłuba	$m^2$

Symbol	Znaczenie	Wymiar
T	Zanurzenie konstr. statku	m
T	Napór śruby	kN
T	Okres	s
t	Czas	s
t	Przegłębienie statku	m
t	Współczynnik ssania	-
u, v, w	Składowe prędkości postępowej wzdłuż osi x, y, z	ms <sup>-1</sup>
V	Wyporność objętościowa statku	m <sup>3</sup>
w	Współczynnik strumienia nadążającego	bezwym.
W	Ciężar statku (siła)	kN
x <sub>B</sub> , y <sub>B</sub> , z <sub>B</sub>	Współrzędne środka wyporu statku	m
x <sub>G</sub> , y <sub>G</sub> , z <sub>G</sub>	Współrzędne środka ciężkości statku	m
· (kropka)	Nad literą oznacza pochodną względem czasu, np. $\dot{r}$ - przyspieszenie katowe względem osi z	ms <sup>-2</sup> , s <sup>-2</sup>
' „prim”	Nad literą oznacza wielkość bezwymiarową np. m' - masa bezwymiarowa $m' = \frac{m}{\frac{1}{2} \rho A_L L}$	
<u>Stateczność, kołysanie, fale</u>		
c	Prędkość rozchodzenia się fali	ms <sup>-1</sup>
GM, h <sub>0</sub>	Poprzeczna początkowa wysokość metacentryczna	m
GM <sub>L</sub> , H <sub>0</sub>	Podłużna początkowa wysokość metacentryczna	m
GZ, l	Ramię prostujące stateczności statycznej	m
H, ζ <sub>w</sub>	Wysokość fali	m
h <sub>φ</sub> , θ, z	Współczynnik tłumienia kołysania, kiwania itd.	s <sup>-1</sup>
I <sub>x, y, z</sub>	Moment bezwładności masy statku wzgl. osi x, y, z	kgm <sup>2</sup>
k	Liczba falowa $k = \frac{2\pi}{\lambda}$	m <sup>-1</sup>
l <sub>d</sub>	Ramię stateczności dynamicznej	m

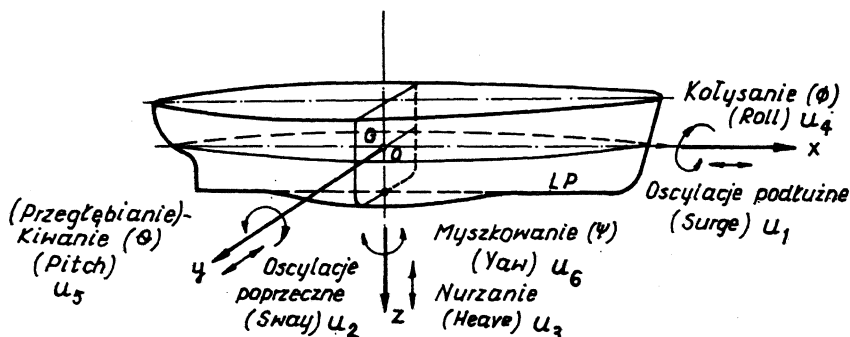
Symbol	Znaczenie	Wymiar
$l_F$	Ramię stateczności kształtu	m
$l_G$	Ramię stateczności ciężaru	m
$l_{px,y}$	Ramię przechylające względem osi x,y	m
$l_{pd}$	Ramię przechylające dynamiczne	m
$M_{px,y}$	Moment przechylający względem osi x,y	m
$M_{w\phi,\theta}$	Moment prostujący względem osi x,y	Nm
$m_{\phi,\theta,\psi}$	Moment bezwładności masy wody towarzyszącej względem osi x,y,z	kgm <sup>2</sup>
$m_{x,y,z}$	Masa wody towarzyszącej wzdłuż osi x,y,z	kg
$N_{\phi,\theta,z}$	Współczynnik momentu tłumiącego kołysania poprzeczne ( $\phi$ )- podłużne ( $\theta$ ) i nurzania (z)	kg m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>
$R_{AW}$	Przyrost oporu statku na fali	N, kN
$T_{\phi,\theta,z}$	Okres tłumionych kołysań, kiwań i nurzań	s
$\bar{T}_{\phi,\theta,z}$	Okres nietłumionych kołysań, kiwań i nurzań	s
u	Dowolne kołysanie statku (przemieszczenie liniowe lub katowe)	m; [°], rad
$\alpha$	Kąt skłonu fali	rad, [°]
$\beta, \delta$	Kąt przesunięcia fazowego	rad
$\gamma$	Kąt kursowy statku względem fali	[°]
$\lambda$	Długość fali	m
$\wedge$	Współczynnik zestrojenia	-
$\nu_{\phi,\theta,z}$	Bezwymiarowy współczynnik tłumienia	-
$\omega$	Częstość kołysań na fali	-
$\omega_{\phi,\theta,z}$	Częstość własna tłumiona kołysań, kiwań, nurzań	s <sup>-1</sup>
$\bar{\omega}_{\phi,\theta,z}$	Częstość własna nietłumiona	s
$\zeta_A$	Amplituda fali	m
	<u>Właściwości manewrowe</u>	
$A_d$	Przesunięcie czołowe cyrkulacji	m
$A_L$	Pole powierzchni przekroju wzdłużnego kadłuba (często $A_L \approx LT$ )	m <sup>2</sup>
G	Kryterium dynamicznej stateczności kursowej	-

Symbol	Znaczenie	Wymiar
$D_c, SD$	Średnica cyrkulacji ustalonej	m
$H_d$	Przesunięcie czołowe hamowania	m
$K$	Wskaźnik zwrotności Nomoto	$s^{-1}$
$k_z$	Ramię momentu bezwładności masy statku względem osi z	m
$L_d$	Przesunięcie (odchylenie) poprzeczne przy hamowaniu	m
$M_{pc}$	Moment przechylający wywołany cyrkulacją	Nm
$N_v, \dot{v}, r, \dot{r}, \delta$	Pochodne cząstkowe momentu hydrodynamicznego względem odpowiedniej zmiennej	
$Q_{M,S}$	Moment silnika, śruby napędowej	Nm
$R_c$	Promień ustalonej cyrkulacji	m
$R$	Opór statku;	N
$R$	Promień krzywizny toru statku (chwilowy)	m
$S_S$	Droga hamowania statku	m
$T_D$	Taktyczna średnica cyrkulacji	m
$T_N$	Siła napędzająca	N
$T, T_1, T_2, T_3$	Wskaźniki Nomoto szybkości reakcji statku na wychylenie steru	s
$v_c$	Prędkość obwodowa cyrkulacji ustalonej	$m s^{-1}$
$X, Y, Z$	Składowe siły hydrodynamicznej wzdłuż osi x,y,z	N
$X_v, \dot{v}, r, \dot{r}, \delta$	Pochodna cząstkowa siły hydrodynamicznej X względem odpowiedniej zmiennej	
$Y_v, \dot{v}, r, \dot{r}, \delta$	Pochodna cząstkowa siły hydrodynamicznej Y względem odpowiedniej zmiennej	
$Z_v, \dot{v}, r, \dot{r}, \delta$	Pochodna cząstkowa siły hydrodynamicznej Z względem odpowiedniej zmiennej	
$Y_R$	Hydrodynamiczna siła poprzeczna na sterze	N
$Y_H$	Hydrodynamiczna siła poprzeczna na kadźubie	N
$\beta$	Kąt dryfu	rad, [°]
$\delta$	Kąt wychylenia steru	rad, [°]
$\omega$	Prędkość kątowna	$s^{-1}$
$\psi$	Kąt kursowy wzgl. kursu wyjściowego	rad, [°]

## 1. WPROWADZENIE

Przedmiot „Mechanika ruchu okrętu” obejmuje podstawy teoretyczne i opis matematyczny ruchu okrętu pływającego na powierzchni wody - z wyjątkiem ruchu postępowego. Ten ostatni jest odrębnie omawiany w ramach hydromechaniki okrętu. Matematyczny opis ruchów okrętu i poznanie praw rządzących nimi ma podstawowe znaczenie dla zapewnienia statkowi żeglującemu, nieraz w skrajnie trudnych warunkach morskich, bezpieczeństwa i zdolności manewrowania. Zagadnienia te silnie rzutują na procesy projektowania całych statków i części jego urządzeń, takich na przykład jak urządzenia sterowe, autopiloty, stabilizatory kołysań itp. oraz na sposób eksploatacji statku, jak na przykład rozmieszczenie ładunku czy kurs względem fali w czasie sztormu.

Występujące w rzeczywistości, szczególnie na wzburzonym morzu, ruchy statku mają zwykle złożony charakter, a ich wierny, choć literacki obraz znaleźć można we wspaniałych dziełach Józefa Conrada. My musimy ograniczyć się do suchego, możliwie prostego opisu zjawiska. Dla uproszczenia właśnie przyjęto klasyfikację tych ruchów zgodnie z sześcioma stopniami swobody, jakie posiada statek na swobodnej powierzchni wody, w prostokątnym prawoskrętnym układzie współrzędnych (rys. 1.1).



Rys.1.1. Główne składowe ruchu oscylacyjnego statku

Przy rozpatrywaniu ruchów statku przyjmuje się początek układu współrzędnych  $Oxyz$  związanego ze statkiem najczęściej w środku ciężkości statku, czasem na owręzu. Płaszczyzna  $xy$  przechodząca przez środek ciężkości statku  $G$  jest równoległa do wodnicy pływania statku w położeniu wyprostowanym, oś  $x$  skierowana w stronę dziobu, oś  $y$  w stronę prawej burty, oś  $z$  ku dołowi. Przechyły na prawą burtę mają znak dodatni, podobnie jak przegłębianie na rufę oraz obrót w płaszczyźnie poziomej w prawo. Często również płaszczyznę  $xy$  przyjmuje się na poziomie wodnicy pływania lub linii podstawowej.

Zanim przejdziemy do omawiania ruchu statku, zastanówmy się nad jego położeniem w bezruchu, w stanie równowagi.

Równowaga okrętu pływającego na wodzie spokojnej sprowadza się do spełnienia dwu warunków:

$$\sum \vec{F} = 0, \text{ tzn. suma sił działających na okręt jest równa zeru,}$$

$$\sum \vec{M} = 0, \text{ tzn. suma momentów zewnętrznych jest równa zeru.}$$

Wiadomo, że istnieją trzy rodzaje równowagi: stała, obojętna i chwiejna. Dążymy oczywiście do zapewnienia statkowi równowagi stałej, ale nie zawsze jest to możliwe - dopuszczamy wówczas istnienie równowagi obojętnej. Równowaga chwiejna oznacza wstęp do katastrofy, gdyż jest równoznaczna z utratą stateczności. Równowaga jest stała, jeśli statek pod wpływem działania jakiegoś zakłócenia wychyli się z położenia pierwotnego, a po zniesieniu tego zakłócenia wróci do swojego początkowego położenia. Aby to nastąpiło, przy wychyleniu okrętu muszą pojawić się siły przywracające  $F_s$ , które muszą mieć znaki przeciwne do wychyleń  $s$ . Ogólnie warunek ten można zapisać:

$$\frac{\partial F_s}{\partial s} < 0 \text{ i } \frac{\partial M_s}{\partial s} < 0 \quad (1.1)$$

Jeśli brak jest sił przywracających, nie może zaistnieć równowaga stała.

Rozpatrzmy najpierw stan równowagi statku w płaszczyźnie poziomej, w prostokątnym układzie współrzędnych, stałym w przestrzeni. Jeżeli pływa on w bezruchu na powierzchni wody spokojnej, to:

$$\sum F_x = 0; \quad \sum F_y = 0; \quad \sum F_z = 0 \quad (1.1.a)$$

$$\sum M_\phi = 0; \quad \sum M_\theta = 0; \quad \sum M_\psi = 0 \quad (1.1.b)$$

Jeżeli jakakolwiek siła lub moment zewnętrzny spowoduje przesunięcie statku w kierunku osi  $x$  lub  $y$  albo obrót względem osi  $z$ , to jedyne siłami, jakie pojawią się w odpowiedzi, będą siły oporu  $R_x$  lub  $R_y$  lub momentu oporu  $M$ , które znikną z chwilą ustania ruchu. Siły oporu nie są więc siłami przywracającymi, gdyż zależą od stanu ruchu, a nie od położenia statku. To znaczy, że:

$$\frac{\partial F_x}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial F_y}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial M_\psi}{\partial z} = 0$$

i równowaga statku w płaszczyźnie poziomej jest obojętna.

Inaczej wygląda sytuacja w odniesieniu do przesunięć pionowych wzdłuż osi  $z$ . Działają tu na statek w sposób ciągły dwie siły  $L$ . Skierowana pionowo w górę siła wyporu:

$$R_z = -D = -\rho g V \quad (1.2)$$

przechodzi przez środek wyporu  $B$  i zależy dla danego statku od położenia kadłuba względem wody. Drugą siłą, skierowaną pionowo w dół jest ciężar statku  $W$ :

$$W = gm$$

Aby zachodziła równowaga, musi być spełniona zależność (1.1.a):

$$\sum F_z = D + W = 0, \quad (1.3)$$

tzn. wypór okrętu musi równać się jego ciężarowi. Jeżeli  $W > D$ , okręt zanurza się głębiej (gdy posiada tzw. wyporność zapasową), lub tonie. Jeżeli  $W < D$ , okręt wynurza się aż do chwili, gdy zmniejszona objętość części podwodnej  $V$  stworzy wypór równy ciężarowi. Momenty tych sił będą równe zeru, gdy leżą one na jednej prostej. Dla statku w pozycji wyprostowanej ma to miejsce wówczas, gdy współrzędne  $x$  i  $y$  środków ciężkości i wyporu są równe, tzn. gdy:

$$x_G = x_B$$

$$y_G = y_B$$

Zachodzi pytanie, czy równowaga w kierunku osi  $z$  (tzn. wysokościowa) jest stała. Załóżmy, że okręt pływa zanurzony do wodnicy  $WL_0$ . Jego ciężar jest równy  $W$ , a wypór  $D = \rho g V$  (rys. 1.2). Jeśli zadziała zakłócenie w kierunku osi  $z$ , to statek przesunie się w dół, zwiększając swoje zanurzenie o wielkość  $\Delta T$  i nowa objętość będzie  $V_1 = V + \Delta V$ , a nowa siła wyporu  $D_1 = \rho g V_1$ . Ponieważ  $V_1 > V$ , więc  $D_1 > W$ . Pojawi się więc siła przywracająca równa:

$$F_{z1} = -D_1 + W = -\rho g(V + \Delta V) + W$$

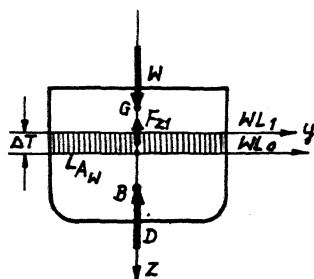
Ponieważ  $\rho g V = W$ , więc

$$F_{z1} = -\rho g \Delta V$$

Jeżeli przyrost zanurzenia jest nieduży i można przyjąć, że w obrębie zmiany zanurzenia burty statku są prostopadłe do wodnicy, to można przyjąć, że:

$$\Delta V = \Delta T A_w \quad (1.4)$$

gdzie:  $A_w$  - pole powierzchni wodnicy.



Rys.1.2. Równowaga wysokościowa statku

Siła przywracająca jest wówczas równa:

$$F_{z1} = -\varrho g \Delta T A_w$$

a jej pochodna:

$$\frac{\partial F_{z1}}{\partial z} = -\varrho g A_w < 0 \quad (1.5)$$

jest zawsze ujemna, gdyż zawsze  $\varrho g > 0$  i  $A_w > 0$ .

Wynika stąd wniosek, że okręt nawodny posiada stałą równowagę wysokościową, tzn. dodatnią stateczność wysokościową. Inaczej wygląda sytuacja okrętu podwodnego pływającego w zanurzeniu. Wówczas  $A_w = \frac{\partial F_z}{\partial z} = 0$ , więc równowaga jest obojętna.

Szczególnym przypadkiem zmiany położenia kadłuba statku względem powierzchni wody jest przejście statku z wody o jednej gęstości do wody o innej gęstości. Jeżeli statek pływa w wodzie o gęstości  $\varrho_0$  przy zanurzeniu  $T_0$  i jego objętość części podwodnej równa się  $V_0$ , to po przejściu do wody o gęstości  $\varrho_1$  zmieni się jego wyporność na  $V_1$ , a zanurzenie na  $T_1$ . Zakładamy, że ciężar statku nie ulega w tym czasie zmianie i pozostaje równy  $W$ . Zgodnie z równaniem pływalności:

$$W = \varrho_0 g V_0 = \varrho_1 g V_1$$

czyli  $\varrho_0 V_0 = \varrho_1 V_1$ .

Ponieważ zmiany gęstości wody występujące w praktyce są małe ( $\varrho$  wody słodkiej = 1000 kg/m<sup>3</sup>,  $\varrho$  wody morskiej (Płn. Atlantyk) = 1025 kg/m<sup>3</sup>), więc wynikająca stąd zmiana objętości też jest mała, wobec tego można przyjąć, że w obrębie zmiany zanurzenia współczynnik pełnotliwości kadłuba  $C_B$  pozostaje stały. Wówczas:

$$\varrho_0 \text{LBT}_0 C_B = \varrho_1 \text{LBT}_1 C_B$$

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{\varrho_0}{\varrho_1}$$

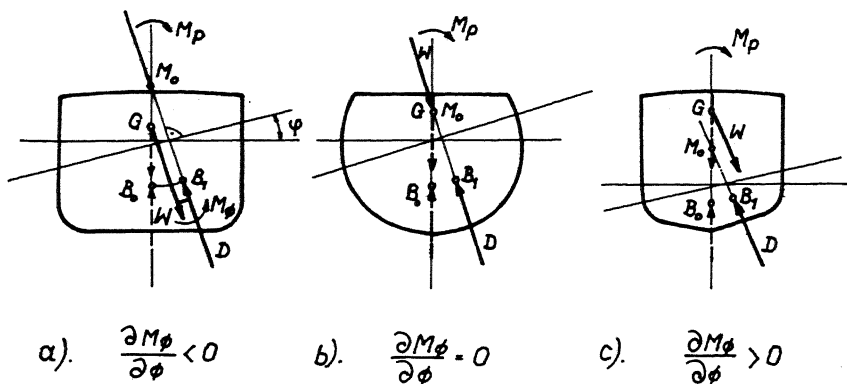
$$T_1 = \frac{\varrho_0}{\varrho_1} T_0 \quad (1.6)$$

Dla zapewnienia równowagi stałej przy obrotach statku wokół osi  $x$  (przechył, kołysanie) niezbędne jest spełnienie warunku  $\frac{\partial M_\phi}{\partial \phi} < 0$  i przy obrotach wokół osi  $y$  (przegębianie, kiwanie), warunku  $\frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} < 0$ .

Szczegółowa analiza tych warunków będzie przeprowadzona w następnych rozdziałach, gdyż są one znacznie bardziej skomplikowane i ponieważ decydu-



ją o bezpieczeństwie statku, stanowią przedmiot zainteresowania odrębnej dziedziny teorii zwanej statecznością okrętu. W tym miejscu można jedynie stwierdzić, że wszystkie statki nawodne znajdują się w stanie równowagi stałej przy kiwaniu, natomiast przy przechyłaniu (obroty wokół osi  $x$ ) warunek ten musi być spełniony przynajmniej w zakresie mniejszych kątów przechyłu.



Rys.1.3. Równowaga statku przy przechyłach

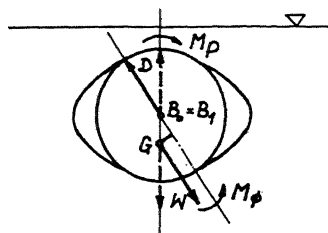
Na rysunku 1.3 pokazano poglądowo, kiedy warunek stałej równowagi przy kołysaniu może być spełniony. Jeśli na skutek działania zewnętrznego momentu przechylającego  $M_p$  statek został wychylony z pierwotnego położenia, to podwodna część kadłuba zmienia kształt, a środek wyporu przesuwa się w stronę burty zanurzonej. Środek ciężkości  $G$  pozostaje bez zmian. Zależnie od kształtu kadłuba mogą wystąpić trzy przypadki:

- przesunięcie środka wyporu jest tak duże, że powstanie moment przywracający  $M_\phi$  przeciwdziałający momentowi przechylającemu  $M_p$  i po ustaniu momentu  $M_p$  statek powróci do pierwotnego położenia; równowaga stała;
- środek wyporu przemieszcza się po łuku koła o środku w punkcie  $G$  - siły ciężaru i wyporu działają zawsze wzdłuż jednej prostej; równowaga obojętna;
- przesunięcie środka wyporu jest małe i para sił  $D$  i  $W$  tworzy moment o znaku zgodnym ze znakiem momentu przechylającego; statek przewróci się; równowaga chwiejna.

Przy obrocie wokół osi  $y$  sytuacja jest podobna, jednak ze względu na dużą długość statku w stosunku do szerokości, występuje zawsze przypadek a), tzn. statek zawsze znajduje się w stanie równowagi stałej, tzn. jest stateczny.

Inna jest sytuacja okrętu podwodnego, względnie dowolnego pojazdu pływającego w całkowitym zanurzeniu. W takiej sytuacji, przy przechyle, środek wyporu nie przemieszcza się w ogóle i jedyną możliwość stworzenia

równowagi stałej, czyli zachowania dodatniej stateczności, daje zabalastowanie statku tak, żeby środek ciężkości leżał poniżej środka wyporu (rys. 1.4).



Rys.1.4. Równowaga okrętu podwodnego

Warunki równowagi statku, powstawanie i sposoby obliczania momentów sił przywracających, nazywanych momentami wyprostowującymi, są przedmiotem zainteresowania działu hydromechaniki okrętu zwanego statecznością okrętu i będą omówione bardziej szczegółowo w następnym rozdziale.

## 2. STATECZNOŚĆ OKRĘTU

### 2.1. STATECZNOŚĆ STATYCZNA

Stateczność definiuje się jako zdolność okrętu wychylonego z położenia równowagi do powrotu do położenia pierwotnego, jeśli zniknie przyczyna, która spowodowała to wychylenie [11].

Stwierdziliśmy poprzednio, że wychylenia liniowe okrętu w płaszczyźnie poziomej, tzn. wzdłuż osi  $x$  i  $y$ , oraz kątowe względem osi  $z$  nie powodują powstania sił przywracających; mamy tam do czynienia z równowagą obojętną, nie można więc mówić o stateczności. Przesunięcia wzdłuż osi  $z$  omówiliśmy poprzednio - zaliczamy je do zagadnień pływalności. Przedmiotem rozważań w dziedzinie stateczności będą więc wychylenia kątowe względem osi  $x$ , tzw. poprzeczne (przechyły) i względem osi  $y$ , tzw. podłużne (przegłębienia). Odpowiednio rozróżniamy stateczność poprzeczną i stateczność podłużną okrętu.

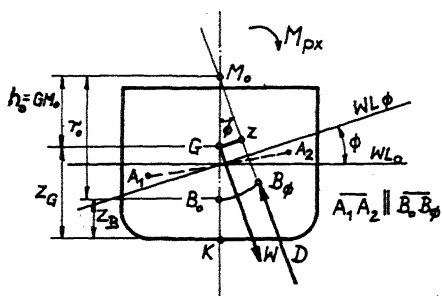
Wszelkie wychylenia okrętu będziemy rozpatrywać na razie w sposób statyczny, tzn. bez uwzględnienia prędkości i przyspieszeń liniowych i kątowych.

Będziemy rozróżniać również stateczność początkową, ograniczoną do małych kątów wychyleń - w zakresie stateczności poprzecznej praktycznie od  $0^\circ$  do  $10^\circ$ , w zakresie stateczności podłużnej od  $0^\circ$  do  $\sim 5^\circ$ , oraz stateczność przy dużych kątach przechyłu. Ta ostatnia dotyczy tylko stateczności poprzecznej, gdyż rzeczywiste przegłębienia statków rzadko i tylko nieznacznie mogą przekraczać  $5^\circ$ .

Wszystkie zagadnienia stateczności rozpatruje się przy stałej wyporności statku, tzn. zakłada się, że w czasie wychyleń wyporność statku nie ulega zmianie. Stąd kolejne wodnice przechylonego statku nazywamy wodnicami równoobjętościowymi.

2.1.1. Stateczność początkowa

Założmy, że statek pływający pierwotnie w położeniu wyprostowanym został wychylony z tego położenia o mały kąt  $\phi$  przez moment przechylający  $M_{px}$  i pływa teraz na wodnicy  $WL_\phi$



Rys.2.1. Mały przechył statku

Powstanie wówczas para sił utworzona przez siłę ciężkości  $W$  i siłę wyporu  $D$ , która stara się przywrócić statek do pierwotnego położenia równowagi. Ta para sił tworzy moment prostujący  $M_{W\phi}$ , który można określić następująco:

$$M_{W\phi} = -D \overline{GZ} \quad (2.1)$$

gdzie  $\overline{GZ} = l$  - ramię prostujące (ramię stateczności statycznej)

$$\overline{GZ} = \overline{GM}_0 \sin \phi = h_0 \sin \phi$$

$$\text{stąd} \quad M_{W\phi} = -D h_0 \sin \phi \quad (2.2)$$

$\overline{GM}_0 = h_0$  jest tzw. początkową wysokością metacentryczną i uważana jest za miarę stateczności początkowej. Wyznaczyć ją można następująco:

$$h_0 = \overline{KM} - \overline{KG} = z_B + r_0 - z_G \quad (2.3)$$

gdzie:  $z_G$  - wysokość środka ciężkości dla danego stanu załadunku wyznacza się z równania momentów mas składowych,

$z_B$  - wysokość środka wyporu statku wyprostowanego odczytuje się z arkusza krzywych hydrostatycznych (A.K.),

$r_0 = \frac{I_T}{V}$  - mały (poprzeczny) promień metacentryczny odczytuje się również z A.K.

Wysokość metacentryczną dla statku określa się również metodą doświadczalną przy pomocy tzw. próby przechyłów.

Pod wpływem zewnętrznego momentu przechylającego  $M_{px}$  statek będzie przechylał się do chwili, kiedy moment ten zostanie zrównoważony momentem prostującym  $M_{W\phi}$ . W ten sposób osiągnięte zostanie nowe położenie równowagi (metacentryczny wzór stateczności (2.4)):

$$M_{px} + M_{W\phi} = 0$$

$$M_{W\phi} = -D h_o \sin \phi$$

$$M_{px} = D h_o \sin \phi, \quad (2.4)$$

któremu odpowiada kąt przechyłu statycznego  $\phi$ . Kąt ten można wyznaczyć z powyższego równania:

$$\sin \phi \approx \phi = \frac{M_{px}}{D h_o} \quad (2.5)$$

Równowaga jest stała, gdy  $\frac{\partial M_{\phi}}{\partial \phi} < 0$ , tzn. gdy  $-D h_o \cos \phi < 0$ .  $D$  jest zawsze dodatnie,  $\cos \phi \approx 1 > 0$  więc stateczność zależy od znaku  $h_o$  - musi być dodatnia.

Analogicznie można określić charakterystyki stateczności początkowej podłużnej. Obrót statku następuje wokół osi  $y$  przechodzącej przez środek ciężkości pola powierzchni wodnicy  $F$  (współrzędną  $x_F$  odczytuje się z A.K.), a środek wyporu przemieszcza się w płaszczyźnie podłużnej po kole o promieniu  $\overline{BM}_L = R_o = \frac{J_L}{V}$  (rys. 2.2):

$$M_{W\theta} = -D \overline{GZ} = -D \overline{GM}_L \sin \theta \approx -DH_o \theta \quad (2.6)$$

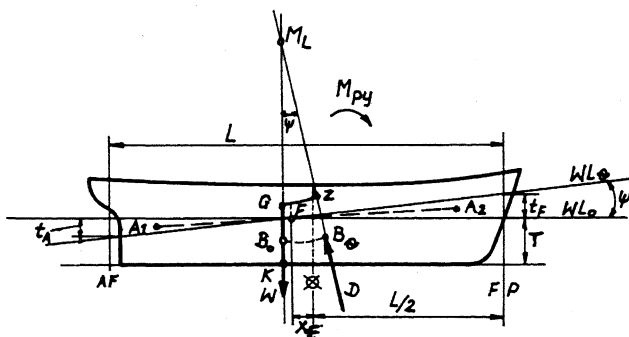
$$H_o = \overline{KM}_L - \overline{KG} = z_B + R_o - z_G \quad (2.7)$$

$$M_{py} + M_{W\theta} = 0$$

$$M_{W\theta} = -DH_o \theta$$

$$M_{py} = DH_o \theta \quad (2.8)$$

$$\theta = \frac{M_{py}}{DH_o} \quad (2.9)$$



Rys.2.2. Przegłębienie statku

Wychylenie wzdłużne w praktyce podajemy najczęściej nie w mierze kątowej, ale liniowej. Mianowicie, różnica zanurzenia dziobu i rufy  $t = T_F - T_A$  nosi również nazwę przegłębienia:

$$\theta \approx t g \theta = \frac{t}{L} \quad (2.10)$$

$$\text{stąd} \quad t = \theta L = \frac{M_{py}}{D} \frac{L}{H_0} \quad (2.11)$$

$$t_F = \left( \frac{L}{2} - x_c \right) t g \theta \quad (2.12)$$

$$t_A = \left( \frac{L}{2} + x_c \right) t g \theta \quad (2.13)$$

Stąd nowe zanurzenie dziobu i rufy wyniesie:

$$T_{F1} = T_0 + t_F$$

$$T_{A1} = T_0 - t_A$$

Równowaga statku względem osi  $y$  jest zawsze trwała, gdyż spełniony jest warunek  $\frac{\partial M_{W\theta}}{\partial \theta} < 0$ , bo  $D$  jest zawsze dodatni,  $H_0$  jest rzędu długości okrętu, a więc też  $> 0$ . Stąd:

$$\frac{\partial M_{W\theta}}{\partial \theta} = -D H_0 \cos \theta < 0 \quad (2.14)$$

### 2.1.2. Stateczność przy dużych kątach przechyłu

Stateczność przy dużych kątach przechyłu dotyczy tylko stateczności poprzecznej. Przy dużych kątach przechyłu tracą ważność założenia upraszczające, tzn. krzywa środków wyporu nie jest łukiem koła, metacentrum jako jej chwilowy środek krzywizny nie jest punktem stałym, sąsiednie wodnice równoobjętościowe przecinają się wzdłuż osi przechodzącej przez ich środek ciężkości, a nie w płaszczyźnie symetrii.

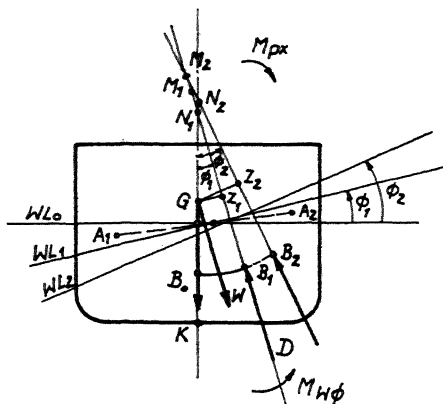
Sytuację ilustruje rysunek 2.3:

$$M_{W\phi} = -Dl = -D\overline{GZ} \quad (2.15)$$

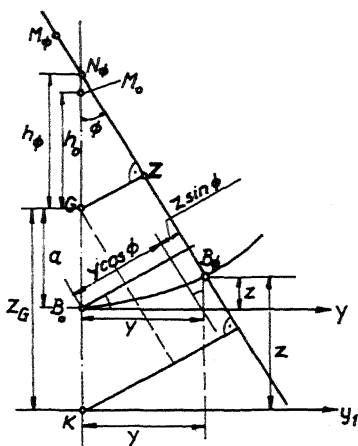
$$l = \overline{GZ} = \overline{GN}_\phi \sin \phi$$

$$M_{W\phi} = -D \overline{GN}_\phi \sin \phi \quad (2.16)$$

Ramię stateczności stycznej  $l = \overline{GZ}$  można wyznaczyć z zależności geometrycznych (rys. 2.4) w funkcji współrzędnych środka wyporu.



Rys.2.3. Duży przechył statku



Rys.2.4. Określenie współrzędnych środka wyporu statku przechylonego

W układzie współrzędnych z początkiem w  $B_0$ :

$$l = \overline{GZ} = y \cos \phi + z \sin \phi - a \sin \phi \quad (2.17)$$

gdzie:  $a = \overline{GB_0} = z_G - z_{B_0}$ .

W układzie współrzędnych z początkiem w K:

$$l = \overline{GZ} = \underbrace{y \cos \phi + z \sin \phi}_{l_F} - \underbrace{z_G \sin \phi}_{l_G} \quad (2.18)$$

Pierwszy człon oznaczony jako  $l_F$  nazywa się ramieniem stateczności kształtu, gdyż jego wielkość zależy wyłącznie od kształtu kadłuba i zanurzenia statku, zaś  $l_G$  - ramieniem stateczności ciężaru, gdyż zależy ono od położenia środka ciężkości statku (im wyżej leży G, tym mniejsze są ramiona stateczności i mniejsze momenty prostujące, tym gorsza stateczność).

Zgodnie z ogólnym warunkiem stateczności statek będzie się znajdował w stanie równowagi stałej, tzn. będzie stateczny, gdy

$$\frac{\partial M_{W\phi}}{\partial \phi} < 0$$

Po zróżniczkowaniu wyrażenia (2.16) otrzymamy:

$$\frac{\partial M_{W\phi}}{\partial \phi} = -D \left( \frac{\partial \overline{GN}\phi}{\partial \phi} \sin \phi + \overline{GN}_\phi \cos \phi \right) < 0$$

Ponieważ D jest zawsze dodatnie, więc warunek będzie spełniony, gdy:

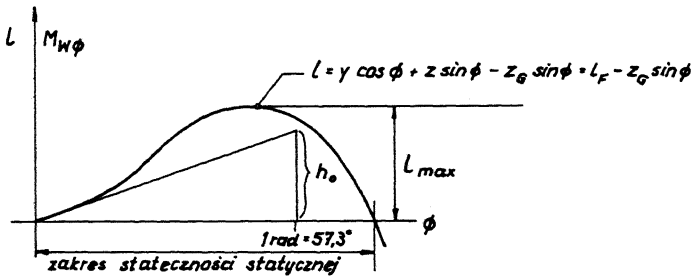
$$\frac{\partial \overline{GN}_\phi}{\partial \phi} \sin \phi + \overline{GN}_\phi \cos \phi = \frac{dl}{d\phi} = h_\phi > 0 \quad (2.19)$$

gdzie:  $h_\phi$  nazywamy uogólnioną wysokością metacentryczną.

Gdy kąty przechyłu są bardzo małe (w zakresie stateczności początkowej), tzn.  $\phi \rightarrow 0$  i  $\sin \phi \rightarrow 0$ ,

to  $\frac{dl}{d\phi} = h_\phi = \overline{GN}_\phi \cos \phi = \overline{GM}_0 \cos \phi = h_0$ , bo  $\overline{GN}_\phi = \overline{GM}_0 = h_0$  i  $\cos \phi \approx 1$ .

Przy większych kątach przechyłu miarą stateczności statycznej jest tzw. krzywa ramion (momentów) prostujących  $l = f(\phi)$  (krzywa stateczności statycznej, krzywa Reed'a), którą należy wyznaczyć każdorazowo dla danej wyporności i danego położenia środka ciężkości statku. Typowy przebieg krzywej ramion prostujących lub momentu prostującego ilustruje rysunek 2.5.



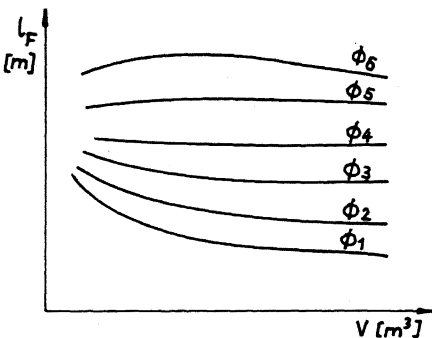
Rys.2.5. Przykład krzywej ramion prostujących

Współrzędnych środka wyporu  $y$  i  $z$  dla bryły w kształcie kadłuba statku nie można wyznaczyć analitycznie. Istnieje szereg metod wykreślno-rachunkowych, pozwalających na określenie ramion stateczności kształtu  $l_F = f(\phi)$ . W końcowej fazie projektowania statku wykonuje się takie obliczenia i każdy statek otrzymuje w swojej dokumentacji wykres zwany „p a n t o k a r e n a m i”, który przedstawia zbiór krzywych  $l_F = f(\phi)$  z kątem  $\phi$  jako parametrem (rys. 2.6). Znajac wyporność statku i położenie jego środka ciężkości w danym stanie załadowania, można wykreślić krzywą ramion prostujących zgodnie ze wzorem (2.17) lub (2.18).

Z kolei, znając moment przechylający, można wyznaczyć - również graficznie - kąt przechyłu z warunkunku:

$$l_{px} D - D l = 0$$

lub  $l_{px} = l$ ,

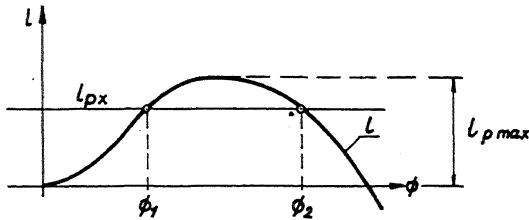


Rys.2.6. Przykład wykresu pantokaren

gdzie  $l_{px} = \frac{M_{px}}{D}$  - ramię przechylające. (2.20)



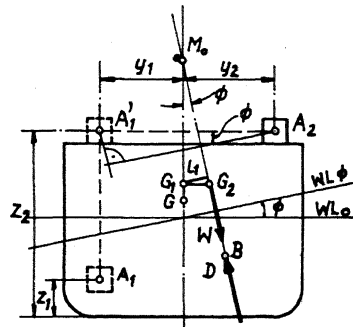
Moment przechylający może być stały lub zmienny w funkcji kąta przechyłu. W praktyce przyjmuje się dla większości przypadków, że  $M_{px}(\phi) = \text{const}$  (wiatr za wyjątkiem żaglowców, przesunięcie mas na statku itp.). Na rys. 2.7 pokazano graficzny sposób określenia dużego kąta przechyłu statku.  $\phi_1$  jest punktem równowagi stałej i statycznym kątem przechyłu statku. Punkt  $\phi_2$  jest punktem równowagi chwiejnej ( $\frac{\partial l}{\partial \phi} < 0$ ).



Rys.2.7. Graficzne wyznaczenie kąta dużego przechyłu statku

### 2.1.3. Wpływ przemieszczenia ładunku na stateczność

W praktyce eksploatacyjnej mamy często do czynienia z zagadnieniem przesuwania mas czy to w postaci ładunku, czy też balastu, zapasów, itp. Rozpatrzmy takie przesunięcie w płaszczyźnie yz (rys. 2.8). Przyjmijmy, że masa  $m_A$  wchodząca w skład masy całkowitej statku  $m$ , która znajdowała się pierwotnie w punkcie  $A_1 (y_1, z_1)$ , została przesunięta do punktu  $A_2 (y_2, z_2)$ . Przesunięcie to można rozłożyć na dwie składowe: na przesunięcie pionowe  $\Delta z = z_2 - z_1$  i na przesunięcie poprzeczne  $\Delta y = y_2 - y_1$ .



Rys.2.8. Przesunięcie ładunku na statku

Pionowe przesunięcie masy  $m_A$  do punktu  $A_2$  powoduje równoległe przesunięcie środka ciężkości całego statku z punktu  $G$  do  $G_1$ . Z twierdzenia o przesunięciu mas mamy:

$$\overline{GG_1} = \Delta z_G = \frac{m_A}{m} (z_2 - z_1) .$$

Pozostałe charakterystyczne punkty, jak środek wyporu  $B$  i metacentrum  $M_0$  nie zmieniają swego położenia. Zmieni się wysokość metacentryczna, a więc zmieni się stateczność początkowa:

$$h_{01} = h_0 - \Delta z_G = h_0 - \frac{m_A}{m} (z_2 - z_1) \quad (2.21)$$

Pionowa zmiana położenia środka ciężkości statku ma także wpływ na krzywą ramion prostujących. Poprawka będzie dodatnia lub ujemna w zależności od kierunku przesunięcia masy  $m_A$ . Nowe ramię prostujące będzie:

$$l_1 = l - \Delta z_G \sin \phi \quad (2.22)$$

Poprzeczne przemieszczenie masy powoduje poprzeczne poziome przesunięcie środka ciężkości statku o wielkość:

$$\overline{G_1 G_2} = \frac{m_A}{m} (y_2 - y_1)$$

co z kolei spowoduje przechył. Pamiętajmy, że rzędne z jednej burty są dodatnie, z drugiej ujemne.

Zgodnie z warunkami równowagi siła wyporu musi działać na jednej linii z siłą ciężaru, a moment przechylający musi być równy momentowi prostującemu. Moment przechylający wywołany przesunięciem masy  $m_A$  z punktu  $A'_1$  do  $A_2$  będzie równy:

$$M_{px} = gm_A \overline{A'_1 A_2} \cos \phi = gm_A (y_2 - y_1) \cos \phi \quad (2.23)$$

Moment prostujący przy zmienionej wysokości metacentrycznej  $h_{o1}$  będzie:

$$M_{wp} = -gm h_{o1} \sin \phi \quad (2.24)$$

Z warunku  $\sum M_\phi = 0$  (1.1b) wynika, że:

$$m_A (y_2 - y_1) \cos \phi = m h_{o1} \sin \phi$$

stąd

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{m_A (y_2 - y_1)}{m h_{o1}} \quad (2.25)$$

Przy większych kątach przechyłu zadanie to rozwiązuje się wykreślnie przez wyznaczenie punktu przecięcia się krzywej ramienia przechylającego:

$$l_{px} = \frac{m_A}{m} (y_2 - y_1) \cos \phi \quad (2.26)$$

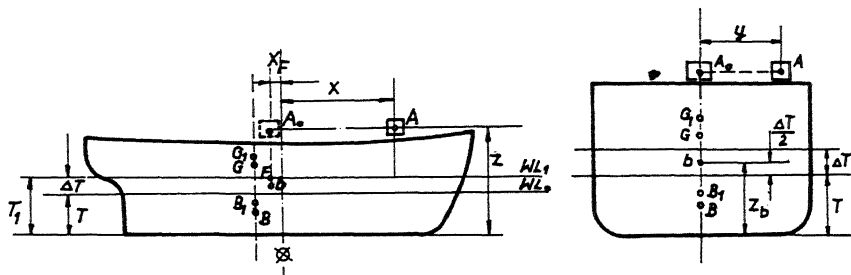
z krzywą ramion prostujących, poprawionych ze względu na pionowe przesunięcie masy  $m_A$  wg wzoru (2.22).

Gdy masa  $m_A$  zostanie przesunięta również w kierunku osi  $x$ , liczymy zmianę przegłębienia analogicznie jak przechył, stosując wzory dotyczące podłużnej stateczności początkowej.

#### 2.1.4. Wpływ przyjęcia ładunku na stateczność

Załóżmy, że na statek przyjęto ładunek o masie  $m_A$  w dowolnym punkcie  $A(x, y, z)$ . Ładunek jest mały, praktycznie  $m_A < 0,1 m$ . Zadanie rozwiązuje

się metodą superpozycji, zakładając w pierwszym etapie, że ładunek został przyjęty w takim punkcie  $A_0$ , że nie spowodował ani przechyłu, ani przegłębienia, a następnie został przesunięty do zadanego punktu  $A$  (rys. 2.9). Takim „obojętnym miejscem” są punkty leżące na prostej pionowej przechodzącej przez środek ciężkości wodnicy, tzn.  $A_0(x_F, 0, z)$ .



Rys.2.9. Przyjęcie ładunku na statek

Przyjęty ładunek narusza cały dotychczasowy układ wielkości charakterystycznych. Zwiększa się masa całkowita statku:

$$m_1 = m + m_A,$$

zwiększa się objętość części zanurzonej kadłuba (wyporność objętościowa):

$$V_1 = V + \Delta V = \frac{m}{\varrho} + \frac{m_A}{\varrho},$$

zwiększa się zanurzenie statku:

$$T_1 = T + \Delta T = T + \frac{m_A}{\varrho A_w} \quad (\text{zakładamy, że } A_w = A_{w1})$$

Środek wyporu przesuwają się ku górze. Wielkość przesunięcia  $\Delta z_B$  można wyznaczyć z równania momentów mas lub objętości, przy założeniu, że burty statku w obrębie zmiany zanurzenia są prostopadłe do wodnicy, tzn. że środek dodanej warstwy  $A_w \cdot \Delta T$  leży w środku grubości tej warstwy, tzn.

$$z_b = T + \frac{\Delta T}{2}.$$

$$\Delta z_B = \frac{\Delta V}{V + \Delta V} (T + \frac{\Delta T}{2} - z_B) = \frac{m_A}{m + m_A} (T + \frac{\Delta T}{2} - z_B) \quad (2.27)$$

Podobnie przesunięcie środka ciężkości statku można wyznaczyć z twierdzenia o przesuwaniu mas przy założeniu, że masę  $m_A$  przyjęto w punkcie  $G$  i przesunięto do  $A_0$ :

$$\Delta z_G = \frac{m_A}{m + m_A} (z - z_G) \quad (2.28)$$

Można również udowodnić, że zmienione wysokości metacentryczne będą odpowiednio równe:

$$h_{O1} = h_o + \frac{m_A}{m+m_A} \left( T + \frac{\Delta T}{2} - z - h_o \right) \quad (2.29)$$

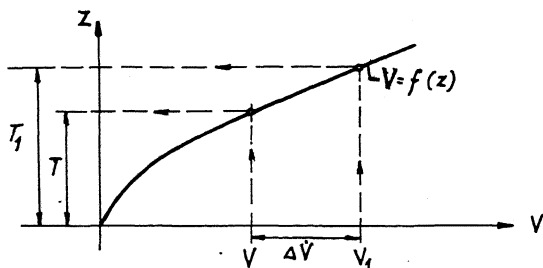
$$H_{O1} = \frac{m}{m+m_A} H_o \quad (2.30)$$

Wzór na  $H_{O1}$  powstał z analogicznej postaci do  $h_{O1}$  przez założenie, że  $T + \frac{\Delta T}{2} - z \approx 0$ , gdyż jest to człon bardzo mały w porównaniu do  $H_o$ .

Dalszy ciąg rozwiązania zadania jest identyczny jak dla przypadku przesunięcia ładunku.

Przy przyjęciu dużego ładunku należy określić zmianę zanurzenia statku i położenie punktów charakterystycznych dla tego nowego zanurzenia z arkusza krzywych hydrostatycznych (jak na rys. 2.10), zbudować krzywą ramion prostujących dla tej nowej wyporności i nowego położenia środka ciężkości, a następnie wyznaczyć graficznie kąt przechyłu (jak na rys. 2.7).

Przy zdjęciu ładunku stosuje się te same wzory z odpowiednio zmienionymi znakami.



Rys.2.10. Graficzne określenie zmiany zanurzenia statku przy przyjęciu dużego ładunku

### 2.1.5. Wpływ ładunku płynnego na stateczność

W przypadku wystąpienia na statku ładunku płynnego ze swobodną powierzchnią (rys. 2.11; płyn może przelewać się podczas przechyłów) wystąpi wyraźne pogorszenie się stateczności poprzecznej. W odniesieniu do stateczności podłużnej wpływu tego nie uwzględnia się.

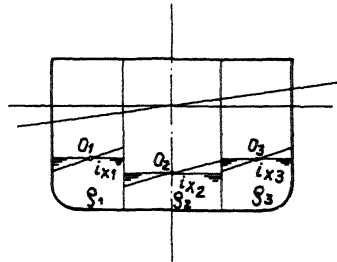
W zakresie poprzecznej stateczności początkowej wprowadza się w takim wypadku poprawkę początkowej wysokości metacentrycznej:

$$\Delta h_{op} = - \frac{1}{\rho V} \sum \rho_i i_{x1} \quad (2.31)$$

$$h_{O1} = h_o + \Delta h_{op}$$

gdzie:  $\rho_i$  - gęstość płynu w i-tym zbiorniku,

$i_{xi}$  - moment bezwładności pola powierzchni swobodnej płynu w i-tym zbiorniku wzgl. osi  $x$  przechodzącej przez środek ciężkości tej powierzchni.



Rys.2.11. Zachowanie się ładunku płynnego przy przechylenie

W przypadku przyjęcia na statek ładunku płynnego należy zadanie rozwiązywać tak jak dla przyjęcia ładunku stałego z tym, że wysokość metacentryczną należy dodatkowo poprawić o wartość  $\Delta h_{op}$ .

Przy dużych kątach przechyłu obniżeniu ulegają krzywe ramion prostujących. Obliczenie tej poprawki jest bardzo uciążliwe, dlatego w praktyce stosuje się w tym celu uproszczony wzór zalecany przez IMO (International Maritime Organization):

$$M_{w\phi p\lambda} = M_{w\phi} - M_{p\lambda} \quad (2.32)$$

gdzie:  $M_{p\lambda} = c \rho_p b v \sqrt{\delta}$

$b$  - maksymalna szerokość zbiornika [m],

$v$  - objętość całkowita zbiornika [m<sup>3</sup>],

$$\delta = \frac{v}{l b h},$$

$l, h$  - długość i wysokość zbiornika [m],

$c$  - bezwym. współcz. podany w tabeli ([11] str. 143).

## 2.2. KOŁYSANIE STATKU NA WODZIE SPOKOJNEJ

### 2.2.1. Kołysanie poprzeczne

W dotychczasowych rozważaniach zakładaliśmy, że wszelkie wychylenia okrętu z położenia równowagi odbywają się bardzo wolno z prędkościami zbliżonymi do zera i rozpatrywaliśmy je statycznie. W rzeczywistości okręt może być poddany wymuszeniom, których zmiany są zdecydowaną funkcją czasu. W tej sytuacji kołysania statku mają wszelkie cechy zjawiska dynamicznego. Rozpatrując je, ograniczymy się na razie do wychyleń statku na wodzie spokojnej w jego płaszczyźnie poprzecznej, gdyż te mogą być dla statku najbardziej niebezpieczne.

Gdy siły i momenty wymuszające działają dynamicznie, przechyłany okręt nabiera prędkości i przyspieszenia katowego. Ze względu na swoją bez-

władność! okręt przekroczy kąt równowagi statycznej i będzie przechylać się tak długo, aż jego prędkość kątowa osiągnie wartość zero, po czym prędkość zmieni znak i statek zacznie przechylać się w przeciwnym kierunku.

Gdy statek jest przechylony o kąt  $\phi$ , pojawia się znany moment prostujący, który usiłuje sprowadzić okręt do pierwotnego położenia i zmienia się wraz z kątem przechyłu:

$$M_{w\phi} = -\rho g V l \quad \text{gdzie } l = l(\phi)$$

lub gdy przechył jest mały:

$$M_{w\phi} = -\rho g V h_0 \sin \phi \approx -\rho g V h_0 \phi$$

Ponieważ statek przechyla się z pewną prędkością kątową  $\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt}$ , pojawia się przeciwnie skierowany moment hydrodynamiczny zależny od lepkości wody (odpowiednik tarcia) i od wytwarzanych przez statek fal na powierzchni wody. Moment ten nazywamy momentem tłumiącym. Zakładając liniową zależność tego momentu od prędkości, można wyrazić go w najprostszej formie jako:

$$M_t = -2N_\phi \dot{\phi} \quad (2.33)$$

(lepszą zgodność z doświadczeniem wykazuje nieliniowa zależność  $M_t = -2N_\phi \dot{\phi} \pm B_\phi \dot{\phi}^2$ ).

Ponieważ ruch okrętu jest niejednostajny, pojawia się hydrodynamiczny moment bezwładności masy wody towarzyszącej  $M_b$  proporcjonalny do przyspieszenia kątowego  $\ddot{\phi} = \frac{d^2\phi}{dt^2}$ :

$$M_b = -m_\phi \ddot{\phi} \quad (2.35)$$

Zgodnie z II prawem Newtona równanie ruchu będzie:

$$I_x \ddot{\phi} = \sum M_x = M_{p_x} + M_{w\phi} + M_t + M_b \quad (2.36)$$

gdzie  $I_x$  jest momentem bezwładności masy okrętu względem osi  $x$  przechodzącej przez środek ciężkości okrętu.

Po podstawieniu określonych wyżej wartości poszczególnych momentów otrzymamy różniczkowe równanie ruchu dla kołysań:

$$(I_x + m_\phi) \ddot{\phi} + 2N_\phi \dot{\phi} + \rho g V l = M_{p_x} \quad (2.37)$$

gdzie:  $l = l(\phi)$ .

Równanie to można rozwiązać w przypadku gdy:

- 1) ramię prostujące jest liniowo zależne od  $\phi$ , tzn. w zakresie stateczności początkowej, gdy  $l = h_0 \phi$ , lub gdy
- 2) tłumienie jest równe zero, tzn.  $N_\phi = 0$ .

## Przypadek 1:

Równanie ruchu jest wówczas liniowe o stałych współczynnikach. Dzieląc równanie przez  $(I_x + m_\phi)$  otrzymamy:

$$\ddot{\phi} + 2h_\phi \dot{\phi} + \bar{\omega}_\phi^2 \phi = m_{px} \quad (2.38)$$

gdzie:  $\frac{2N_\phi}{I_x + m_\phi} = 2h_\phi$  - współczynnik tłumienia, (2.39)

$$\sqrt{\frac{\rho g V h_0}{I_x + m_\phi}} = \bar{\omega}_\phi$$
 - częstość własna nietłumiona, (2.40)

$$\frac{M_{px}}{I_x + m_\phi} = m_{px}$$
 - współczynnik momentu przechylającego. (2.41)

Jak wiadomo z teorii zwyczajnych równań różniczkowych, rozwiązanie równania (2.38) jest sumą całki ogólnej równania jednorodnego (gdy  $m_{px} = 0$ ) i całki szczególnej równania niejednorodnego ( $m_{px} \neq 0$ ).

## Przypadek 1a:

Gdy  $m_{px} = 0$ , jest to przypadek swobodnego kołysania okrętu na wodzie spokojnej wokół swego położenia zerowego, z malejącą amplitudą ze względu na tłumienie (rys. 2.12).

Zgodnie z fizycznym przebiegiem zjawiska:

$$h_\phi^2 < \bar{\omega}_\phi^2$$

Przyjmujemy jako warunki początkowe:

$$t = 0, \phi = \phi_0, \dot{\phi} = 0.$$

Wówczas rozwiązaniem zadania jednorodnego kołysania będzie:

$$\phi = \phi_m e^{-h_\phi t} \cos(\omega_\phi t - \beta) - \text{zanika-}$$

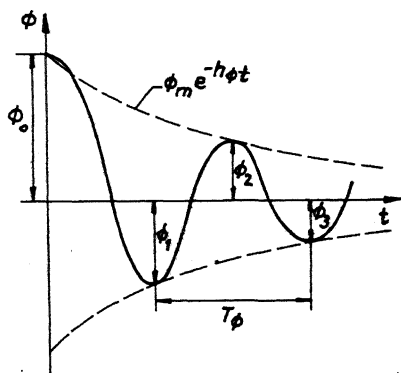
jąca amplituda kołysań tłumio-  
nych (2.42)

gdzie:  $\phi_m = \phi_0 \sqrt{1 + \left(\frac{h_\phi}{\omega_\phi}\right)^2}$ ,

$$\text{tg } \beta = \frac{h_\phi}{\omega_\phi} - \text{ kąt przesunięcia fazy,}$$

$$\omega_\phi = \sqrt{\bar{\omega}_\phi^2 - h_\phi^2} - \text{ częstość własna tłumiona,}$$

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{h_\phi}{\omega_\phi}\right)^2}}.$$



Rys. 2.12. Obraz zanikającego kołysania poprzecznego

Okres kołysań tłumionych statku na wodzie spokojnej:

$$T_{\phi} = \frac{2\pi}{\omega_{\phi}} = \frac{2\pi}{\bar{\omega}_{\phi} \sqrt{1 - \left(\frac{h_{\phi}}{\bar{\omega}_{\phi}}\right)^2}} \quad (2.43)$$

W obliczeniach kołysania często używa się bezwymiarowego współczynnika tłumienia, określanego według zależności:

$$\nu_{\phi} = \frac{h_{\phi}}{\bar{\omega}_{\phi}} \approx \frac{h_{\phi}}{\omega_{\phi}}$$

Wprowadzając ten współczynnik otrzymamy następujące wyrażenie na okres kołysań własnych z uwzględnieniem tłumienia:

$$T_{\phi} = \frac{2\pi}{\bar{\omega}_{\phi} \sqrt{1 - \nu_{\phi}^2}} = \frac{\bar{T}_{\phi}}{\sqrt{1 - \nu_{\phi}^2}} \quad (2.44)$$

gdzie  $\bar{T}_{\phi} = \frac{2\pi}{\bar{\omega}_{\phi}}$  jest okresem kołysań własnych nietłumionych.

Ponieważ bezwymiarowy współczynnik tłumienia dla kołysań bocznych  $\nu_{\phi}$  jest mały ( $\nu_{\phi} \in \langle 0,10; 0,05 \rangle$ ), więc z wystarczającą dla celów praktycznych dokładnością przyjmuje się:

$$T_{\phi} \approx \bar{T}_{\phi}$$

W konsekwencji przyjmuje się, że okres tłumionych kołysań bocznych równa się:

$$T_{\phi} = \frac{2\pi}{\omega_{\phi}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\mathbf{x}} + m_{\phi}}{\rho g V h_0}} \quad (2.45)$$

Jeżeli z kolei moment bezwładności masy wyrazimy przy pomocy promienia bezwładności masy  $r_{\mathbf{x}}$ , czyli zapiszemy:

$$I_{\mathbf{x}} + m_{\phi} = \rho V r_{\mathbf{x}}^2,$$

a promień ten, jako proporcjonalny do szerokości statku, wyrazimy wzorem:

$$r_{\mathbf{x}} = \frac{c B}{2} \quad (2.46)$$

to okres kołysań będzie równy:

$$T_{\phi} = \frac{c\pi B}{\sqrt{g h_0}} \quad (2.47)$$

Ponieważ liczbowo  $\pi \approx \sqrt{g}$ , więc ostatecznie:

$$T_{\phi} \approx \frac{c B}{\sqrt{h_0}}, \quad \text{gdzie } B \text{ i } h_0 \text{ w } [\text{m}]. \quad (2.48)$$



„Współczynnik bezwładności”  $c$  zależy od stosunku  $H/B$  i rozkładu masy statku. Dla statków handlowych  $c = 0,76 \div 0,80$ . Istnieje szereg wzorów przybliżonych umożliwiających jego dokładniejsze określenie.

Wzór ten ma duże zastosowanie praktyczne: służy do przybliżonego określenia wysokości metacentrycznej statku w danym stanie załadowania lub odwrotnie, do określania pożądanej wysokości metacentrycznej, aby statek nie był zbyt „twardy” lub zbyt „miękki” („twardy”, „sztywny” znaczy, że ma krótki okres kołysań, „miękki” - odwrotnie).

Moment bezwładności masy w pierwszym przybliżeniu można obliczyć ze wzorów:

$$\text{- Pawlenki: } I_x = \frac{\rho V}{16} (B^2 + H^2) \text{ lub}$$

$$\text{- Doyere'a: } I_x = \frac{\rho V}{12} (B^2 + 4 z_G^2),$$

gdzie:  $B$  - szerokość statku,

$H$  - wysokość boczna statku.

Zgodnie z równaniem (2.42) statek wychylony z położenia równowagi i pozostawiony sobie kołysze się z malejącą amplitudą  $\phi_m e^{-h_\phi t}$ . Maksymalne wychylenia występujące co pół okresu będą (rys. 2.12):

$$t = 0 : \phi_0 = \phi_m \cos \beta$$

$$t_1 = \frac{T_\phi}{2} : \phi_1 = -\phi_m e^{-\frac{1}{2} h_\phi T_\phi} \cos \beta = -\phi_0 e^{-\frac{1}{2} h_\phi T_\phi}$$

$$t_2 = T_\phi : \phi_2 = \phi_m e^{-h_\phi T_\phi} \cos \beta = \phi_0 e^{-h_\phi T_\phi}$$

Biorąc pod uwagę wartości bezwzględne, stosunek dwu kolejnych amplitud przedzielonych połową okresu kołysań jest stały i równy:

$$\frac{\phi_0}{\phi_1} = \frac{\phi_1}{\phi_2} = \dots = \frac{\phi_i}{\phi_{i+1}} = e^{\frac{1}{2} h_\phi T_\phi} \quad (2.49)$$

$$\text{lub} \quad \frac{\phi_i}{\phi_{i+1}} = e^{\nu_\phi \pi} \quad (2.50)$$

$$\text{gdź} \quad T_\phi \approx \frac{2\pi}{\omega_\phi} = \frac{\nu_\phi}{h_\phi} 2\pi$$

Stąd można określić bezwymiarowy współczynnik tłumienia drogą doświadczalną:

$$\nu_\phi = \frac{1}{\pi} \ln \frac{\phi_i}{\phi_{i+1}} \quad (2.51)$$

## Przypadek 1b:

Jeśli na statek działa moment przechylający  $M_{px}$ , równanie różniczkowe jest równaniem niejednorodnym. Szczególnym rozwiązaniem tego równania jest przypadek, gdy  $M_{px}$  jest stały. Wówczas:

$$\bar{\phi} = \frac{M_{px}}{\rho g V h_0} = \phi_{st}$$

gdzie  $\phi_{st}$  jest statycznym kątem przechyłu, jaki wystąpi pod wpływem momentu  $M_{px}$ . Przyjmując warunki początkowe:

$$t = 0; \quad \phi = 0 \quad \text{i} \quad \dot{\phi} = 0,$$

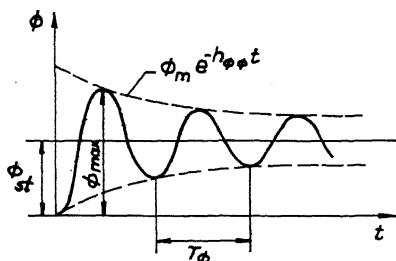
rozwiązanie równania ruchu można przedstawić w postaci:

$$\phi = \phi_{st} \left[ 1 - \sqrt{1 + \nu_\phi^2} e^{-\nu_\phi \omega_\phi t} \cos(\omega_\phi t - \beta) \right] \quad (2.52)$$

gdzie  $\operatorname{tg} \beta \approx \beta = \frac{h_\phi}{\omega_\phi} \approx \nu_\phi$

Z równania tego widać, że okręt kołysze się wokół statycznego kąta przechyłu  $\phi_{st}$  z malejącą amplitudą (rys. 2.13). Najbardziej interesuje nas maksymalny kąt przechyłu, który wystąpi po czasie  $t = \frac{T_\phi}{2}$ . Podstawiając tę wartość do równania (2.52), otrzymujemy:

$$\phi_{max} = \phi_{st} \left[ 1 - \sqrt{1 + \nu_\phi^2} e^{-\nu_\phi \pi} \cos(\pi - \nu_\phi) \right] \quad (2.53)$$



Rys.2.13. Obraz kołysania poprzecznego statku ze wstępnym przechylem

Ze wzoru tego można wyliczyć, jaki wpływ ma współczynnik tłumienia na dynamiczny kąt przechyłu:

$$\text{dla } \nu_\phi = 0 \quad \frac{\phi_{max}}{\phi_{stat}} = 2$$

$$\text{" } \nu_\phi = 0,10 \quad \text{" } = 1,730$$

$$\text{" } \nu_\phi = 0,15 \quad \text{" } = 1,620 \text{ itd.}$$

Wszystko co powiedziano wyżej dotyczy przypadku 1, gdy  $l = h_\phi$ .

2.2.2. Stateczność dynamiczna

Zakładamy, że ruch odbywa się bez tłumienia, tzn.  $N_\phi = h_\phi = \nu_\phi = 0$ . Równanie ruchu ma wówczas postać:

$$(I_x + m_\phi) \ddot{\phi} + \rho g V l = M_{px} \quad (2.54)$$

$$M_{px} = \rho g V l_p$$

Po scałkowaniu i przyjęciu następujących warunków początkowych:

$$t = 0, \quad \phi = \phi_0, \quad \dot{\phi} = 0,$$

otrzymamy:

$$\underbrace{\rho g V \int_{\phi_0}^{\phi} l \, d\phi}_W = \underbrace{\rho g V \int_{\phi_0}^{\phi} l_p \, d\phi}_W + \underbrace{\frac{1}{2} (I_x + m_{\phi}) \dot{\phi}^2}_{E_k} \quad (2.55)$$

Lewa strona równania przedstawia pracę momentu prostującego, zaś prawa strona pracę momentu przechylającego i energię kinetyczną statku. Maksymalny kąt przechyłu dynamicznego  $\phi_d$  i zwrot kierunku wychylenia nastąpi, gdy energia kinetyczna zaniknie, tzn. gdy  $E_k = 0$ . Gdy  $t=0$ ,  $\phi_0 = 0$  i  $\dot{\phi}_0 = 0$ , to dynamiczny kąt przechyłu wyznaczmy z warunku:

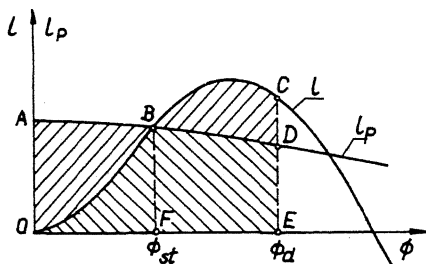
$$\underbrace{W \int_0^{\phi_d} l \, d\phi}_L = \underbrace{W \int_0^{\phi_d} l_p \, d\phi}_{L_p}, \quad (2.56)$$

czyli gdy praca momentu prostującego  $L$  zrówna się z pracą momentu przechylającego  $L_p$ . Dzieląc obie strony równania (2.56) przez  $W$  otrzymujemy:

$$\int_0^{\phi_d} l \, d\phi = \int_0^{\phi_d} l_p \, d\phi \quad (2.57)$$

Pierwszą z tych całek nazywamy *ramieniem stateczności*, a drugą *dynamicznym ramieniem przechylającym*.

Korzystając z tego ostatniego (2.57) równania, wyznacza się kąt przechyłu dynamicznego wykreślnie: (bo całka  $\int_0^{\phi_d} l \, d\phi$  oznacza pole pod krzywą ramion prostujących, a  $\int_0^{\phi_d} l_p \, d\phi$  pole pod krzywą ramion przechylających (rys. 2.14)).



Pole OBCEFO = Polu DABDEFO  
Pole OBDEFO wspólne,  
więc  
Pole OABO = Polu BCDB

Rys.2.14. Wyznaczanie kąta przechyłu dynamicznego przy pomocy krzywej ramion stateczności statycznej

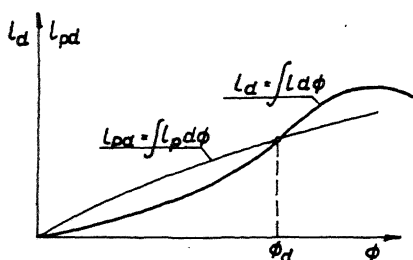
Łatwiej i prościej można rozwiązać to zadanie budując krzywe całkowite krzywych  $l$  i  $l_p$ . Wówczas kąt dynamiczny określony jest punktem przecięcia się tych krzywych całkowitych (rys. 2.15).

W praktycznych obliczeniach przyjmuje się z reguły, że moment, a więc i ramię przechylające jest stałe - niezależne od kąta przechyłu (od wiatru z wyjątkiem żaglowców, od szarpnięcia liny holowniczej, itp.). Wówczas:

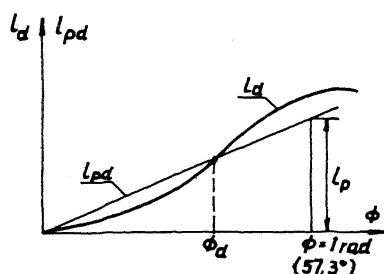
$$l_{pd} = \int_0^{\phi} l_p d\phi = l_p \phi \quad (2.58)$$

jest opisane linią prostą przechodzącą przez dwa punkty:

dla:  $\phi = 0$ ,  $l_{pd} = 0$ ; dla  $\phi = 1$  [rad],  $l_{pd} = l_p$  (rys. 2.16).

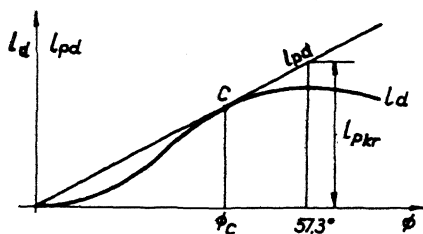


Rys. 2.15. Wyznaczanie kąta przechyłu dynamicznego przy pomocy krzywej ramion stateczności dynamicznej

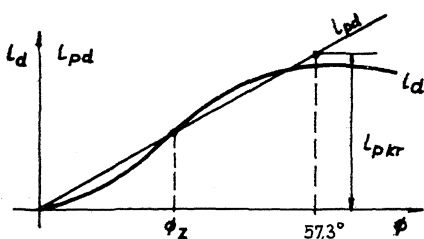


Rys. 2.16. Wyznaczanie kąta przechyłu dynamicznego, gdy  $l_{pd} = \text{const}$

Maksymalne możliwe dynamiczne ramię przechylające, tzw. k r y t y c z n e  $l_{pkr}$  (każde większe spowoduje przewrócenie statku) wyznaczone jest przez prostą styczną do krzywej  $l_d$ , jak na rys. 2.17, gdzie  $\phi_c$  oznacza graniczny kąt przechyłu dynamicznego lub kąt przewracania.



Rys. 2.17. Krytyczne dynamiczne ramię przechylające (przewracające)



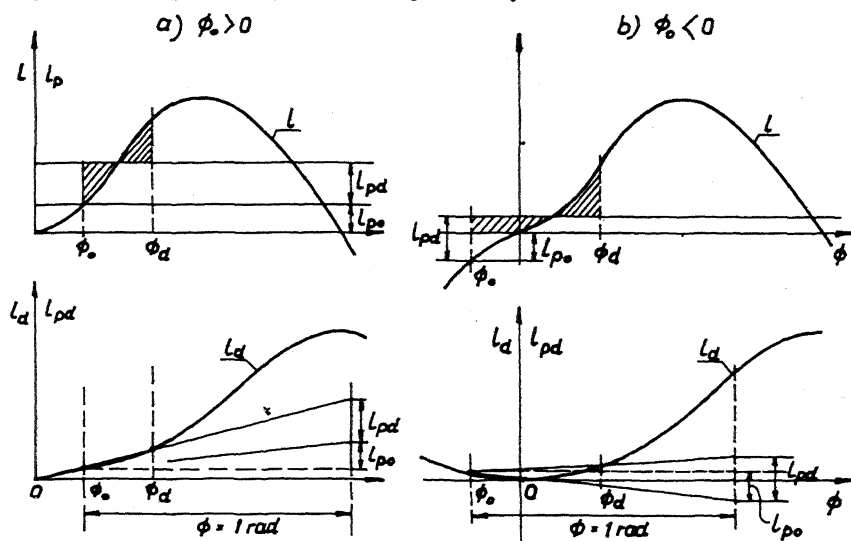
Rys. 2.18. Krytyczne dynamiczne ramię przechylające od zalewania

W przypadku, gdy na statku istnieją niebezpieczne otwory, przez które do wnętrza może dostać się woda, granicznym kątem przechyłu jest kąt zanurzenia tych otworów - tzw. kąt z a l e w a n i a  $\phi_z$ . Jeżeli dla konkretnego statku  $\phi_z < \phi_c$ , to ramię krytyczne określane jest kątem  $\phi_z$  (rys. 2.18).

Ogólnie - wielkość ramienia krytycznego winna być określona najmniejszym z kątów przechyłu zagrażających bezpieczeństwu statku:

$$\phi_{kr} = \min \{ \phi_c, \phi_z, \dots \}$$

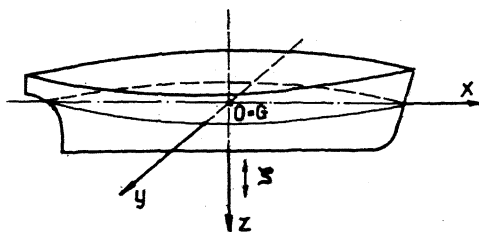
Powyższe metody rozwiązywania dotyczą przypadku, gdy w chwili zadzia-  
łania momentu dynamicznego statek znajdował się w stanie wyprostowanym  
 $\phi_0 = 0$ . Jeżeli statek miał w tym momencie jakiś przechył statyczny  $\phi_0 \neq 0$   
to sposób postępowania jest taki, jak na rysunku 2.19.



Rys.2.19. Wyznaczanie dynamicznego kąta przechyłu dla statku z przechy-  
łem wstępnym

### 2.2.3. Kołysania pionowe (nurzenie)

Przyjmijmy prawoskrętny układ współrzędnych ortogonalnych z początkiem  $O$  w środku ciężkości statku  $G$  i taki, że płaszczyzna  $x, 0, y$ , jest równoległa do wodnicy pływania a osie skierowane jak na rys. 2.20. Układ ten jest ponadto układem inercyjnym poruszającym się ze statkiem tylko z prędkością równą średniej prędkości postępowej statku.



Rys.2.20. Układ współrzędnych dla nurzenia

Nurzeniem nazywamy liniowy ruch oscylacyjny wzdłuż osi  $Oz$ . Oscylacje będą przesunięciami środka ciężkości  $\zeta_G$  wzdłuż osi  $z$  względem punktu  $O$ .

Różniczkowe równanie ruchu ma w tym wypadku postać:

$$\underbrace{(\varrho V + m_z) \ddot{\zeta}_G}_{\text{I}} + \underbrace{2 N_z \dot{\zeta}_G}_{\text{II}} + \underbrace{\varrho g S_{WL} \zeta_G}_{\text{III}} = F_z \quad (2.59)$$

gdzie:  $m_z$  - masa wody towarzyszącej nurzań  $m_z = \varrho V(1 + k_z)$ ,

$N_z$  - współczynnik tłumienia nurzań,

$F_z$  - zewnętrzna siła wymuszająca,

I człon równania przedstawia siłę bezwładności,

II człon - siłę oporu wody zależną od lepkości i wytwarzanych przez statek fal na powierzchni wody, tzn. siłę tłumienia,

III człon - dodatkową siłę wyporu powstającą na skutek zmiany zanurzenia statku.

Całka ogólna równania ruchu ma postać analogiczną jak dla kołysania po-przecznego:

$$\zeta_G = \zeta_m e^{-h_z t} \cos(\omega_z t - \beta_z) \quad (2.60)$$

gdzie:

$$h_z = \frac{N_z}{\varrho V + m_z} \quad - \text{współczynnik tłumienia,}$$

$$\zeta_m = \zeta_0 \sqrt{1 + \left(\frac{h_z}{\omega_z}\right)^2}, \quad (2.61)$$

$$\omega_z = \sqrt{\bar{\omega}_z^2 - h_z^2} \quad - \text{częstość nurzania z uwzględnieniem tłumienia,}$$

$$T_z = \frac{2\pi}{\omega_z} = \frac{2\pi}{\bar{\omega}_z \sqrt{1 - \left(\frac{h_z}{\bar{\omega}_z}\right)^2}} = \frac{T_z}{\sqrt{1 - \nu_z^2}} \quad - \text{okres nurzań własnych z uwzględnieniem tłumienia,} \quad (2.62)$$

$$\frac{h_z}{\omega_z} \approx \frac{h_z}{\bar{\omega}_z} = \nu_z \quad - \text{bezwymiarowy współczynnik tłumienia.}$$

Współczynniki tłumienia  $h_z$  i masy wody towarzyszącej  $m_z$  są określane bądź w oparciu o badania modelowe, bądź metodami rachunkowymi. Istotną cechą zaawansowanych metod rachunkowych jest założenie, że woda jest cieczą idealną, jej przepływ jest potencjalny, a kadłub statku jest smukły.

Literatura przedmiotu podaje ponadto cały szereg prostych sposobów obliczania współczynników  $h_z$  i  $m_z$ . Dla rozwiązań szacunkowych można przyjąć, że  $\nu_z \approx 0,2$ , natomiast  $m_z = 0,375 \frac{R}{T} \varrho V$  (wzór Pawlenki).

#### 2.2.4. Kołysania podłużne (kiwanie)

Kiwaniami nazywamy oscylacyjny ruch obrotowy okrętu wokół osi  $y$ . Położenie statku w danej chwili  $t$  określa kąt przegiębienia  $\theta$  (dodatni przy przegiębieniu na rufę), spełniający równanie ruchu (2.63). Różniczkowe równanie ruchu ma postać:

$$\underbrace{(I_y + m_\theta)}_I \ddot{\theta} + \underbrace{2 N_\theta \dot{\theta}}_{II} + \underbrace{\rho g V H_0 \theta}_{III} = M_{py} \quad (2.63)$$

gdzie  $m_\theta$  - moment bezwładności masy wody towarzyszącej dla kiwania,  
 $N_\theta$  - współczynnik tłumienia dla kiwania,  
 $M_{py}$  - moment wymuszający kiwanie.

Człony I, II i III mają analogiczny sens jak przy kołysaniu.

Również analogicznie do kołysania wyrażone jest rozwiązanie ogólne powyższego równania ruchu, oraz główne charakterystyki kiwania:

$$\theta = \theta_m e^{-h_\theta t} \cos(\omega_\theta t - \beta_\theta) \quad - \text{całka równania} \quad (2.64)$$

$$h_\theta = \frac{N_\theta}{I_y + m_\theta} \quad - \text{współczynnik tłumienia}$$

$$\theta_m = \theta_0 \sqrt{1 + \left(\frac{h_\theta}{\omega_\theta}\right)^2}$$

$$\omega_\theta = \sqrt{\bar{\omega}_\theta^2 - h_\theta^2} \quad - \text{częstość kątowa kiwania z wzgl. tłumienia}$$

$$T_\theta = \frac{2\pi}{\omega_\theta} = \frac{2\pi}{\bar{\omega}_\theta \sqrt{1 - \left(\frac{h_\theta}{\bar{\omega}_\theta}\right)^2}} = \frac{T_\theta}{\sqrt{1 - \nu^2}} \quad - \text{okres kiwań własnych z uwzględnieniem tłumienia} \quad (2.65)$$

$$\frac{h_\theta}{\omega_\theta} \approx \frac{h_\theta}{\bar{\omega}_\theta} = \nu_\theta \quad - \text{bezwymiarowy współczynnik tłumienia}$$

$$\bar{\omega}_\theta = \sqrt{\frac{\rho g V H_0}{I_y + m_\theta}} \quad - \text{częstość własna nietłumiona.}$$

Bezwymiarowy współczynnik tłumienia  $\nu_\theta$  jest tego samego rzędu wielkości co odpowiedni współczynnik nurzania, tzn. około 0,2. Moment bezwładności masy statku względem osi  $y$  (gdy brak jest znajomości rozkładu ciężarów) można obliczyć z przybliżonego wzoru Kryżowa:

$$I_y = I_o + \frac{1}{60} \varrho V L^2 ,$$

gdzie

$$I_o = \varrho \int_L x^2 A_s dx ,$$

lub

$$I_y = \varrho V (0,24 L)^2 .$$

Współczynniki masy wody towarzyszącej określa się przy pomocy wzorów i wykresów opartych o obliczenia teoretyczne dla ciał uproszczonych lub doświadczalnie.



### 3. KOŁYSANIE OKRĘTU NA FALI

Kołysanie okrętu na fali jest zagadnieniem na tyle szerokim i skomplikowanym, na ile ważnym z praktycznego punktu widzenia. Zarówno samo kołysanie statku jak i wszystkie towarzyszące mu zjawiska zawsze negatywnie wpływają na warunki żeglugi. Znacząco ograniczają jej efekty ekonomiczne, wprowadzają specjalne wymogi dotyczące rozwiązań konstrukcyjnych i projektowych statku i przede wszystkim stwarzają poważne zagrożenia dla szeroko rozumianego bezpieczeństwa statku. Względem te sprawiają, że problemy tak zwanej *dzielności morskiej* statku muszą być intensywnie badane, rozwiązywane i wdrażane do praktyki budowy i eksploatacji statku.

Faktyczne znaczenie mają charakterystyki zachowania się statku w warunkach rzeczywistego falowania morza - a to jest falowaniem nieregularnym. Problem ten znalazł właściwe i użyteczne rozwiązanie dopiero w latach 50-tych naszego stulecia, kiedy to St. Denis i Pierson (1953) adoptowali do opisu dynamiki statku analizę widomową. Ideę tego rozwiązania najogólniej sformułować można następująco: dowolną reakcję statku wywołaną falowaniem nieregularnym traktuje się jako statystyczną sumę reakcji elementarnych powodowanych falami regularnymi składającymi się (również statystycznie) na określone falowanie nieregularne.

Celem niniejszego rozdziału jest przedstawienie podstawowych elementów filozofii określania ruchów statku na fali oraz zasadniczego jej mechanizmu - zasady *superpozycji*. W szczególności omówione będą matematyczne modele:

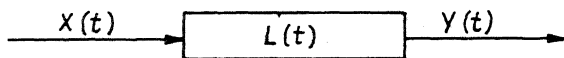
- falowania regularnego i nieregularnego,
- kołysań statku na fali regularnej,
- kołysań statku na falowaniu nieregularnym.

Zagadnienia powyższe mają na celu pokazanie metodologii postępowania przy opisie i badaniu ruchów statku na fali. W dalszej części tego rozdziału przedstawione są zjawiska towarzyszące i będące ich skutkiem, mające zwrócić uwagę czytelnika na utylitarne znaczenie problemu. Chodzi

bowiem o to, aby nie tylko pokazać, jak można określić ilościowe charakterystyki tzw. właściwości morskich statków, ale również wyeksponować potrzebę ich znajomości, badania i w konsekwencji minimalizowania ich negatywnych skutków.

### 3.1. STATEK NA PALI JAKO LINIOWY UKŁAD DYNAMICZNY

Poruszający się na sfalowanej powierzchni morza statek może być traktowany jako system dynamiczny, czyli przetwornik sygnałów wejściowych - falowania morza i wymuszeń pochodzących do falowania  $X(t)$  na sygnały wyjściowe - kołysania, a ogólniej na wszelkie reakcje hydrodynamiczne  $Y(t)$ . Odpowiedzi statku  $Y(t)$  będą całkowicie określone przez wartości i rodzaj sygnałów  $X(t)$ , jeżeli znana będzie charakterystyka  $L(t)$  systemu (rys. 3.1).



Rys.3.1. Schemat blokowy liniowego układu dynamicznego

Określony w tym sensie system jest, w większości przypadków mających praktyczne znaczenie, nieliniowy. Pomimo, że znane i opisane są takie nieliniowe modele, to jednak w pełni użyteczne zastosowania mają modele liniowe. Zarówno bowiem w sensie jakościowym, jak i ilościowym są one niewiele gorsze, a jednocześnie technicznie bardziej dopracowane. Chodzi o to, że teoria modeli liniowych poparta jest poważną liczbą praktycznie użytecznych programów obliczeniowych i metod badawczych, czego nie osiągnięto jeszcze dla teorii modeli nieliniowych.

System nazywamy liniowym, jeżeli jego charakterystyka  $L(t)$  ma własności:

$$\text{- addytywne, tzn.: } L \left[ \sum_{i=1}^n x_i(t) \right] = \sum_{i=1}^n L_i \left[ x_i(t) \right] = \sum_{i=1}^n y_i(t) \quad (3.1)$$

$$\text{- jednorodne, tzn.: } L [a x(t)] = a L [x(t)] = a y(t). \quad (3.2)$$

Inaczej mówiąc, dla systemu liniowego obowiązuje zasada superpozycji i proporcjonalności skutku względem przyczyny. Jeżeli dodatkowo założymy, że system jest niezmienny w czasie, co oznacza, że jego charakterystyka  $L(t) = \text{const}$ , to wówczas:

$$Y(\omega) = H(\omega) X(\omega) \quad (3.3)$$

gdzie:  $Y(\omega)$  i  $X(\omega)$  są przekształceniami Fourier'a odpowiednio sygnału wyjściowego  $Y(t)$  i sygnału wejściowego  $X(t)$ , natomiast  $H(\omega)$  jest charakterystyką częstotliwościową systemu, zwaną również transmitancją lub funkcją przenoszenia.

Należy podkreślić, że zależność (3.3) jest uniwersalna. Dotyczy ona każdego systemu liniowego, którego oscylacyjny sygnał wejściowy może być zarówno funkcją zdeterminowaną, jak i losową. Ważne jest jednak to, że zdeterminowane wejście jest przetwarzane na zdeterminowane wyjście i analogicznie losowy sygnał wejściowy skutkuje losową odpowiedzią.

Dla procesów losowych, które jak to zobaczymy w rozdziale 3.3, są najefektywniej opisywane przy użyciu tzw. funkcji widmowej  $S(\omega)$  równanie (3.3) przyjmuje postać:

$$S_y(\omega) = |H(\omega)|^2 S_x(\omega) \quad (3.4)$$

gdzie: -  $S_y(\omega)$  i  $S_x(\omega)$  są funkcjami gęstości widmowej odpowiednio procesu losowego wyjścia i wejścia,

-  $|H(\omega)|$  jest modułem funkcji przenoszenia  $H(\omega)$  czyli charakterystyką amplitudową systemu.

Równanie (3.4) jako konsekwencja własności stacjonarnego systemu liniowego w zastosowaniu do procesów losowych stanowi zasadę, że w stanie ustalonym<sup>§</sup> odpowiedź tego systemu na stacjonarne wymuszenie losowe, traktowane jako suma pewnej liczby składowych harmonicznych, jest sumą poszczególnych odpowiedzi na te składowe.

Ta swoista zadania superpozycji została w 1954 r. adoptowana przez St. Denis'a i Pierson'a [31] do zagadnień określania kołysań i wszelkich reakcji statku na nieregularne falowanie morza i od tego czasu jest pod tym względem podstawowym modelem matematycznym. Możliwość takiego rozwiązywania zagadnień właściwości morskich statków zaistniała w oparciu o sformułowaną rok wcześniej przez Longuet-Higgins'a teorię, w myśl której nieregularne falowanie morza traktuje się jako sumę dużej liczby fal regularnych (sinusoidalnych) o zdeterminowanych amplitudach, częstościach, kierunkach i losowych przesunięciach fazowych. Praktycznie użytecznym narzędziem badawczym i projektowym stała się dopiero po opracowaniu pierwszych standardowych widm falowania przez Neumann'a (1954) i Darbyshire'a (1955) oraz po opublikowaniu przez Korwin-Kroukovskiego (1957) [18] tzw. teorii paskowej, czyli efektywnej i racjonalnej metody formułowania matematycznego modelu kołysań statku na fali regularnej - podstawy dla numerycznego wyznaczania charakterystyk amplitudowych  $|H(\omega)|$ .

<sup>§</sup> Stan ustalony rozumiemy tutaj w takim sensie, w jakim przy rozwiązywaniu niejednorodnego równania różniczkowego określa się warunki, dla których rozwiązanie to może być utożsamiane tylko z całką szczególną.

Ten krótki rys historyczny podstaw współczesnego podejścia do zagadnień kołysań statku na falowaniu nieregularnym, a przede wszystkim formuła (3.4), określają dwa zasadnicze zagadnienia, które muszą być rozwiązywane, aby możliwe było wyznaczenie przydatnych miar kołysań. Tak więc dla określenia dowolnych, tzw. *s t a t y s t y c z n y c h* *p a r a m e t r ó w* *k o ł y s a ń* *u* (patrz rozdz. 3.3.2), otrzymywanych bezpośrednio z wariancji procesu  $D_u^2$ , gdzie:

$$D_u^2 = \int_0^{\infty} S_u(\omega) d\omega = \int_0^{\infty} |H_{\zeta, u}(\omega)|^2 S_{\zeta}(\omega) d\omega, \quad (3.5)$$

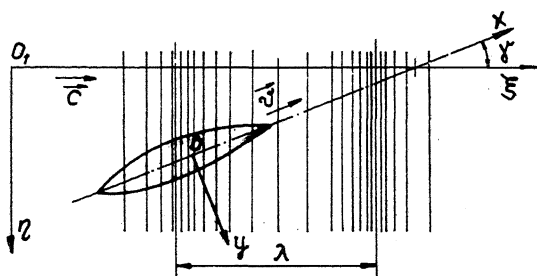
należy dysponować:

- charakterystyką amplitudową kołysania  $u$  czyli funkcji  $H_{\zeta, u}(\omega)$  oraz
- funkcją gęstości falowania  $S_{\zeta}(\omega)$ .

Problemy związane z widmowym przedstawianiem falowania, a także zasady wyznaczania charakterystyk statystycznych procesu losowego będą omawiane w rozdz. 3.3. Tutaj natomiast zatrzymamy się jeszcze na ogólnych sprawach związanych z wyznaczaniem wariancji  $D_u^2$  procesu kołysań statku.

Sens funkcji  $H_{\zeta, u}(\omega)$  określa równanie (3.3). Wynika z niego, że charakterystyka częstotliwościowa jest stosunkiem procesu wyjściowego  $Y(\omega)$  do procesu wejściowego  $X(\omega)$ . Zgodnie z ideą zasady superpozycji funkcja  $H_{\zeta, u}(\omega)$  może być wyznaczona w warunkach zdeterminowanego falowania regularnego i w tym właśnie tkwi cała atrakcyjność koncepcji St. Denisa i Piersona.

Przyjmijmy zatem, że statek porusza się na fali regularnej sinusoidalnej (patrz rozdz. 3.2) tak, że jego średnia prędkość postępową  $v$  tworzy z kierunkiem fali kąt  $\gamma$  (rys. 3.2).



Rys.3.2. Statek na fali skośnej

Jeżeli profil fali w nieruchomym układzie współrzędnych  $O, \xi, \zeta$  opisany jest wyrażeniem:

$$\zeta = \zeta_A e^{i(k\xi - \omega t)} \quad (3.6)$$

gdzie:  $\zeta_A$  - amplituda fali,

$k$  - liczba falowa  $= \frac{2\pi}{\lambda}$ ,

to, że względu na liniowość układu fala-statek, dowolne kołysanie  $u$  (przesunięcie liniowe lub kątowe) statku zapisane w układzie  $0, x, y, z$  ma postać:

$$u = u_A e^{-i(\omega_E t - \varepsilon_u)} \quad (3.7)$$

gdzie:  $u_A$  - amplituda kołysań,

$\varepsilon_u$  - kąt przesunięcia fazowego kołysań  $u$  względem fali  $\zeta$  określony w układzie  $0, x, y, z$ ,

$\omega_E$  - częstość kołysań.

Widzimy więc, że kołysania odbywają się z inną częstością niż falowanie. Ta „inność” jest jednak tylko pozorna. Częstość jest bowiem rzeczywistą częstością fali, jaką spotyka statek poruszający się „skośnie” względem kierunku rozchodzenia się fali; jest to tzw. c z ę s t o ś ć s p o t k a n i o w a fali określana w układzie  $0, x, y, z$ . Zależność między  $\omega$  i  $\omega_E$  jest zdeterminowana związkami między współrzędnymi układów rucho- mego i nieruchomego i wyraża się zależnością:

$$\omega_E = \omega - k v \cos \gamma = \omega \left( 1 - \frac{\omega v \cos \gamma}{g} \right) \quad (3.8)$$

Podobnie prędkość przemieszczania się fali względem statku jest równa:

$$c_E = c - v \cos \gamma \quad (3.8a)$$

a spotkaniowy okres fali:

$$T_E = \frac{\lambda}{c_E} = \frac{2\pi}{\omega_E} \quad (3.8b)$$

Tak więc bezpośrednim wymuszeniem dla kołysań  $u$  jest fala, której profil w początku układu współrzędnych  $0, x, y, z$  zmienia się według zależności:

$$\zeta = \zeta_A e^{-i\omega_E t} \quad (3.9)$$

Zgodnie więc z wcześniej sformułowaną definicją charakterystyki częstościowej możemy napisać:

$$H_{\zeta, u}(i\omega_E, \gamma) = \frac{u_A e^{-i(\omega_E t - \varepsilon_u)}}{\zeta_A e^{-i\omega_E t}} = \frac{u_A}{\zeta_A} e^{i\varepsilon_u} \quad (3.10)$$

gdzie stosunek  $\frac{u_A}{\zeta_A}(\omega_E, \gamma)$  jest charakterystyką amplitudową, a zależność  $\varepsilon_u(\omega_E, \gamma)$  jest charakterystyką fazową.

Ważne w tym miejscu jest to, że faktycznym argumentem funkcji przenoszenia  $H_{\zeta, u}$  jest częstość spotkaniową  $\omega_E$ . Z taką bowiem częstością

zachodzą rzeczywiste procesy kołysania statku i wymuszeń falowych. Konsekwentnie więc, zasadę superpozycji (3.4) powinno się zapisywać w formie:

$$S_u(\omega_E, \delta) = |H_{\Sigma, u}(\omega_E, \delta)|^2 S_{\Sigma}(\omega_E), \quad (3.11)$$

której wszystkie elementy mają realny sens fizyczny. Z wielu praktycznych względów [10] wygodniej jest jednak zrezygnować z jakościowej poprawności fizycznej i wszystkie wielkości równania (3.11) przedstawiać (obliczać lub mierzyć) w funkcji częstości  $\omega$ , tym bardziej, że:

$$D_u^2(v, \delta) = \int_0^{\infty} S_u(\omega_E, \delta) d\omega_E = \int_0^{\infty} S_u(\omega, v, \delta) d\omega \quad (3.12)$$

Wykorzystując powyższe należy jednak pamiętać, że przy obliczaniu innych, niż zerowy, momentów widma procesu zachodzi konieczność stosowania wzoru (patrz rozdz. 3.3.2):

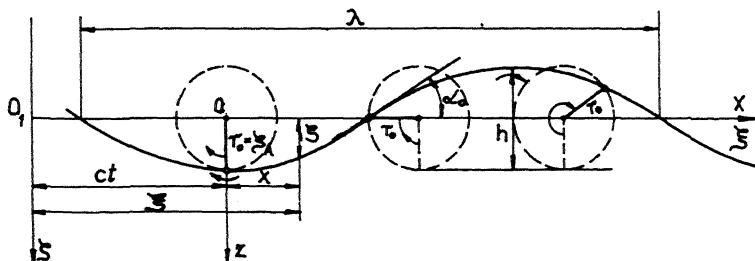
$$m_n = \int_0^{\infty} \omega_E^n S_u(\omega, v, \delta) S_u(\omega) d\omega \quad \text{dla } n > 0 \quad (3.13)$$

Określona wzorem (3.12) wariancja, lub ogólniej, dowolny moment rzędu  $n$ -tego funkcji gęstości widmowej  $S_u(\omega, v, \delta)$  pozwalają, zgodnie z zależnościami podanymi w rozdziale 3.3.2, na obliczanie dowolnych interesujących parametrów statystycznych dowolnego kołysania  $u$ . Wielkości te, opisujące (w sensie statystycznym) zachowanie się konkretnego statku poruszającego się z określoną prędkością i kursem w warunkach ustalonego sztormu, nazywa się **k r ó t k o t e r m i n o w ą** (warunkową) **p r o g n o z ą k o ł y s a ń**. Stanowią one interesującą informację zarówno dla projektantów, jak i użytkowników statków - zaś w sensie poznawczym są zasadniczym przedmiotem niniejszego rozdziału.

### 3.2. REGULARNA FALA SINUSOIDALNA

Treść poprzedniego rozdziału daje wystarczająco dobre uzasadnienie znaczenia falowania regularnego dla modelowania reakcji statku w warunkach rzeczywistego falowania morskiego. Zostanie ono pogłębione w rozdziale 3.3. Dla uniknięcia jednak ewentualnych nieporozumień trzeba tu wyraźnie podkreślić, że omawiając tzw. falowanie sinusoidalne nie traktujemy go jako modelu jakiegokolwiek rzeczywistego falowania wiatrowego. Nie może być ono również w pełni utożsamiane z falowaniem regularnym generowanym na przykład w warunkach laboratoryjnych, a stanowi tylko wygodne i przydatne jego przybliżenie. Mówiąc wprost, fala sinusoidalna jest pojęciem czysto abstrakcyjnym, matematycznym, którego znaczenie wynika z faktu, że model ten, wystarczająco dobrze przybliżając falowanie regularne o ograniczonej stromiznie, pozwala na określone operacje analityczne.

Teoria fali sinusoidalnej wyprowadzona została przy założeniu cieczy nielepkiej i nieściśliwej, z liniowym warunkiem brzegowym na swobodnej powierzchni. Poniżej przypomnimy znane z fizyki zależności wiążące różne charakterystyczne wielkości fali sinusoidalnej w układzie współrzędnych, jak na rys. 3.3. Układ  $O_1, \xi, \eta, \zeta$  jest nieruchomy w przestrzeni, zaś układ  $O, x, y, z$  przesuwa wraz z falą. Płaszczyzny  $Oxy$  i  $O_1\xi\eta$  pokrywają się z niezakłóconą swobodną powierzchnią cieczy. Wszystkie podane niżej zależności dotyczą ponadto obszaru cieczy o nieograniczonych wymiarach.



Rys.3.3. Schemat fali sinusoidalnej

Przyjmijmy następujące oznaczenia dla podstawowych charakterystyk fali:

$\zeta_w = 2 r_0 = 2 \zeta_A$  - wysokość fali,

$\zeta_A$  - amplituda fali,

$\lambda$  - długość fali,

$c$  - prędkość rozchodzenia się fali,

$T$  - okres fali,

$\omega$  - częstość fali = prędkości kątowej obrotu promienia orbity cząsteczki,

$k$  - liczba falowa =  $\frac{2\pi}{\lambda}$ .

Równanie profilu fali można zapisać w układzie  $O, x, y, z$  w postaci:

$$z = r_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x = r_0 \cos k x \quad (3.14)$$

lub w układzie  $O_1, \xi, \eta, \zeta$  (podstawiając w (3.14)  $z = \zeta$  i  $x = \xi - ct$ ):

$$\zeta = \zeta_A \cos 2\pi \left( \frac{\xi}{\lambda} - \frac{ct}{\lambda} \right)$$

$$\text{lub} \quad \zeta = \zeta_A \cos (k \xi - \omega t) \quad (3.15)$$

$$\text{albo} \quad \zeta = \zeta_A e^{i(k \xi - \omega t)} \quad (3.16)$$

Z kolei: 
$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (3.17)$$

$$c = \left(\frac{g\lambda}{2\pi}\right)^{1/2} = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} \approx 1,25\sqrt{\lambda} \quad (3.18)$$

$$T = \left(\frac{2\pi\lambda}{g}\right)^{1/2} \approx 0,8\sqrt{\lambda} \quad (3.19)$$

$$\omega^2 = \frac{2\pi g}{\lambda} = kg \quad (3.20)$$

Kąt skłonu (nachylenia) fali w punkcie  $\xi = 0$  równa się:

$$\alpha = \frac{dz}{d\xi} = \alpha_0 \sin \frac{2\pi}{T} t = \alpha_0 \sin \omega t, \quad (3.21)$$

gdzie 
$$\alpha_0 = k r_0 = \frac{2\pi \zeta_A}{\lambda} \quad (3.22)$$

jest maksymalnym kątem nachylenia fali w punkcie przecięcia przez profil fali osi  $x$ .

Powyzsze zależności są słuszne tylko przy generalnym założeniu niewielkiej stromości fali, co w praktyce oznacza, że zawsze powinien być spełniony warunek  $\frac{2\zeta_A}{\lambda} < \frac{1}{20}$ .

Jak to pokazano na rys. 3.3, cząsteczki tak sfalowanej cieczy nie wykonują ruchu postępowego, a jedynie poruszają się po torach kołowych, których promienie  $r_0$  równe są połowie wysokości fali. W miarę oddalania się od swobodnej powierzchni wody wzdłuż osi  $\zeta$  promienie orbit maleją wykładniczo. Przyjmuje się, że na głębokości  $z \approx \frac{1}{2}\lambda$  falowanie zanika i taką też głębokość przyjmuje się jako praktyczne kryterium wody o nieograniczonej głębokości dla wszystkich zjawisk związanych z falowaniem.

Falowanie powoduje również w danej objętości wody zmiany ciśnienia w stosunku do ciśnienia hydrostatycznego. Dla wody nieograniczonej ta zmiana ciśnienia zależy od zanurzenia danego punktu względem powierzchni wody i wyraża się wzorem:

$$\Delta p = \rho g e^{-kz} \zeta(x, t) \quad (3.23)$$

Równanie to, wyrażające zanikanie zmian ciśnienia ze wzrostem zanurzenia, opisuje tzw. „efekt Smith'a”. Dla głębokości  $z \gg \frac{\lambda}{2}$ ,  $\Delta p$  jest praktycznie równe zero i stąd całkowite ciśnienie na tych głębokościach jest równe ciśnieniu hydrostatycznemu.

Z progresywną falą sinusoidalną opisaną równaniem (3.15) związana jest energia. Energia potencjalna zawarta w jednostce powierzchni sfalowanej wody jest równa:

$$E_p = \frac{1}{2} \rho g \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda \zeta^2(x, t) = \frac{1}{4} \rho g \zeta_A^2 \quad (3.24)$$



Odpowiednio energia kinetyczna równa się również:

$$E_k = \frac{1}{4} \rho g \zeta^2 \quad (3.25)$$

Tak więc całkowita jednostkowa energia sfalowanej wody wynosi:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} \rho g \zeta_A^2 \quad (3.26)$$

jest więc proporcjonalna do kwadratu amplitudy fali i niezależna od częstotliwości  $\omega$  (lub długości  $\lambda$ ), jak też od głębokości wody. Stwierdzenie to jest istotne nie tylko dla problematyki właściwości morskich, ale również dla teorii oporu statku.

### 3.3. FALOWANIE MORZA

Wśród różnych przyczyn powodujących falowanie powierzchni wód zdecydowanie najważniejszą jest wiatr. Turbulentny ruch masy powietrza wywołuje w nadwodnej warstwie atmosfery pulsacje ciśnienia, a te z kolei w połączeniu z siłami grawitacji wzbudzają oscylacyjny ruch swobodnej powierzchni wody. Powstające w ten sposób **f a l o w a n i e w i a t r o w e** jest zjawiskiem losowym. Fak ten jest łatwy do zaobserwowania, jednakże znakomicie utrudnia wszelkie analizy rzeczywistego falowania. W szczególności bardzo niejednoznaczne są różne popularne opisy ilościowe zjawiska; określone mu falowaniu nieregularnemu różni obserwatorzy mogą przypisywać różne wartości jego głównych parametrów: długości, wysokości, czy nawet kierunku.

Największe znaczenie dla praktycznych problemów projektowania i eksploatacji statku ma fala sztormowa i fala martwa. **F a l a s z t o r m o w a** występuje tylko w czasie wiania wiatru. Charakteryzuje się szczególną nierównomiernością, przestrzennością i asymetrycznością profilu. Jej intensywność i kształt są uzależnione przede wszystkim od czasu wiania wiatru. W tym sensie wyróżnia się tzw. **f a l o w a n i e n a r a s t a j ą c e** i falowanie w **p ł e n i r o z w i n i ę t e**, gdy proces przekazywania energii wiatru masom wody ustali się. Dla danego akwenu falowanie narastające charakteryzuje się większą i zmienną w czasie stromością dążącą do stromości falowania rozwiniętego. Stosunkowo duża bezwładność masy wody sprawia, że osłabienie lub zanik wiatru nie powoduje natychmiastowego wygaśnięcia falowania. Ten stan przejściowy nazywamy falowaniem **z a n i k a j ą c y m** lub **f a l ą m a r t w ą** (która może być również skutkiem rozchodzenia się fali wzbudzonej w pewnym rejonie na obszar bezwietrzny). Ten rodzaj falowania cechuje malejąca stromość i nieregularność.

Wspomniano już, że problemy związane z ilościowym opisem falowania wiatrowego mogą być rozwiązywane przy zastosowaniu teorii procesów losowych. Procedury takie i wynikające z nich statystyczne miary parametrów falowania będą przedstawione w niniejszym rozdziale. Podstawowym warun-

kiem ich stosowania oraz przydatności tak otrzymanych wartości jest stacjonarność falowania nieregularnego. Ta właściwość, która oznacza stałość charakterystyk statystycznych falowania w czasie, jest zachowana tylko dla falowania rozwiniętego. Warunku tego nie spełnia ani falowania narastające ani zanikające. Z tego też względu mało przydatne są sposoby określania falowania morza przy pomocy umownej skali stanu morza (np. skala Douglasa) lub wiązania go z prędkością wiatru (np. skala Beauforta) w sposób jednakowy dla wszystkich akwenów. Nawet w odniesieniu do określonego akwenu sposoby takie mogą mieć znaczenie wyłącznie pogładowe. Dla praktyki badawczej lub projektowej należy identyfikować falowanie przez określenie jego własnych parametrów, które pozwalają na jego jednoznaczny opis. Uściślając: falowanie powinno być wymiarowane co najmniej dwoma wielkościami - wysokością i długością lub wysokością i okresem fali.

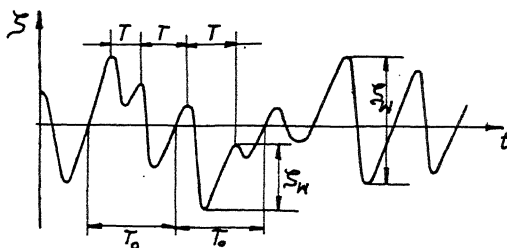
Wymóg ten ma obecnie pełne szanse realizacji. W literaturze przedmiotu dostępne są coraz pełniejsze dane o falowaniu na różnych, bardziej uczęszczanych akwenach. Szczególnie wartościowy jest tu atlas "Ocean Waves Statistics" [16], w którym zawarto informacje o dwuwymiarowych rozkładach: okresu ( $\bar{T}$ ) i wysokości ( $\bar{H}$ ) falowania, okresu i kierunku falowania, oraz wysokości i kierunku. Dane te obejmują 50 akwenów i dotyczą zarówno średnich całorocznych jak i sezonowych. Biorąc jednak pod uwagę fakt, że falowanie jest procesem losowym, przy korzystaniu z tych informacji należy zachować dużą ostrożność i pełną świadomość ich merytorycznego znaczenia. Pod tym kątem też przedstawiono w następnym rozdziale zasady widmowego i statystycznego opisu zjawisk losowych w zastosowaniu do falowania. Będzie to pewne minimum wiedzy niezbędne dla zrozumienia zjawiska falowania nieregularnego i metod określania właściwości morskich statku.

### 3.3.1. Widmowa charakterystyka falowania nieregularnego

Jeżeli falowanie wiatrowe traktujemy jako proces losowy (stochastyczny), to najpełniejszą formą jego opisu jest funkcja gęstości widmowej. Jest ona bowiem strukturalnym modelem procesu losowego w tym sensie, że odzwierciedla naturalną genezę procesu, odzworowuje jego istotne własności fizyczne oraz pozwala na wyznaczenie wszystkich parametrów niezbędnych dla zdefiniowania intensywności procesu. Generalnie, istota widmowej teorii falowania opiera się na matematycznych zasadach procesów losowych i stąd dogłębne wyjaśnienia wszystkich podstawowych pojęć można znaleźć w podręcznikach rachunku prawdopodobieństwa i procesów losowych.

Podstawowym założeniem pozwalającym opisywać falowanie nieregularne zgodnie z zasadami rachunku prawdopodobieństwa, jest ergodyczność procesu falowania. Nie wnikając w szczegóły tego pojęcia wystarczy podkreślić, że dzięki ergodyczności wszystkie charakterystyki falowania, w tym i funkcję gęstości widmowej, można otrzymać w oparciu

o analizę jednej tylko realizacji (historii czasowej) procesu  $\zeta(t|x_1, y_1)$ . Tak określone charakterystyki zachowują swoją aktualność w całej przestrzeni otaczającej punkt  $P_1(x_1, y_1)$ . Gdyby nie właściwość ergodyczności, analiza falowania, które faktycznie jest przestrzenno-czasowym procesem losowym, możliwa byłaby tylko na bazie zapisu falowania w ustalonym czasie  $t_j$ , czyli w oparciu o znajomość funkcji typu  $\zeta_j(x, y|t_j)$ . Łatwo sobie wyobrazić, jak skomplikowany jest pomiar falowania w określonym czasie  $t_j$ , a jak naturalny i względnie prosty jest on w ustalonym miejscu tzn. w punkcie  $x_1, y_1$ . Ergodyczność procesu losowego oznacza jednocześnie, że jest on stacjonarny i jednorodny [27].



Rys.3.4. Przykład realizacji falowania nieregularnego

Dysponując zatem realizacją  $\zeta_1(t|x_1, y_1)$  ergodycznego falowania nieregularnego (przedstawioną przykładowo na rys. 3.4) możemy określić takie podstawowe charakterystyki procesu, jak:

- wartość średnią: 
$$\bar{\zeta} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \zeta(t) dt, \quad (3.27)$$

- wariancję (kwadrat odchylenia standardowego): 
$$D_{\zeta}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [\zeta(t) - \bar{\zeta}]^2 dt \quad (3.28)$$

- autokorelację: 
$$R_{\zeta}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [\zeta(t) - \bar{\zeta}][\zeta(t + \tau) - \bar{\zeta}] dt \quad (3.29)$$

Występujące w tych wyrażeniach granice „lim” mają znaczenie czysto teoretyczne. Praktycznie zaś wskazują, że dla uzyskania wiarygodnych i reprezentatywnych parametrów  $\bar{\zeta}$ ,  $D_{\zeta}^2$  i  $R_{\zeta}(\tau)$  wymagana jest znajomość realizacji procesu  $\zeta(t|x_1, y_1)$  w dostatecznie długim przedziale czasu  $T$ . Jest oczywiste, że jeżeli punkt początkowy na osi  $\zeta$  leży na poziomie niesfalowanej wody, to wartość średnia rzędnej falowania  $\zeta \equiv 0$ . Funkcja autokorelacji jest miarą losowości procesu i charakteryzuje związek między kolejnymi jego wartościami zmierzonymi w odstępnie czasu  $\tau$ . Zauważmy, że gdy odstęp czasu  $\tau = 0$ , to  $R_{\zeta}(0) = D_{\zeta}^2$ .

Praktyczne znaczenie funkcji autokorelacji wynika z faktu, że na jej podstawie możliwe jest wyznaczenie funkcji gęstości widmowej falowania.

Otóż funkcję gęstości widmowej definiuje się jako transformatę (przekształcenie) Fourier'a odpowiedniej funkcji autokorelacji:

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R_{\zeta}(\tau) \cos \omega \tau d\tau \quad (3.30)$$

i odwrotnie

$$R_{\zeta}(\tau) = \int_0^{\infty} S_{\zeta}(\omega) \cos \omega \tau d\omega \quad (3.31)$$

Przywołując wykazany wyżej związek  $R_{\zeta}(0) = D_{\zeta}^2$  i zależność (3.31) otrzymuje się bardzo istotną równość:

$$D_{\zeta}^2 = \int_0^{\infty} S_{\zeta}(\omega) d\omega, \quad (3.32)$$

która na tym etapie rozważań określa tylko fakt, że całkowite pole pod funkcją  $S_{\zeta}(\omega)$  jest równe wariancji  $D_{\zeta}^2$  danego procesu losowego.

Związki (3.28) i (3.32) w połączeniu z przyjętym założeniem, że  $\bar{\zeta} = 0$ , oraz informacjami zawartymi w rozdziale 3.2 (wzór (3.26)) wskazują, że całkowite pole pod widmem falowania  $S_{\zeta}(\omega)$  jest proporcjonalne do energii  $E_{\zeta}$  danego falowania. Jeżeli bowiem  $D_{\zeta}$  traktować jako amplitudę „zastępczej” (dla danego falowania nieregularnego) fali regularnej, to zgodnie z wyrażeniem (3.26), jednostkowa energia tej fali wynosi

$E = \frac{1}{2} \rho g D_{\zeta}^2$  i podstawiając zależność (3.32) otrzymamy:

$$E_{\zeta} = \frac{1}{2} \rho g \int_0^{\infty} S_{\zeta}(\omega) d\omega \quad (3.33)$$

Najczęściej tak określa się funkcję  $S_{\zeta}(\omega)$ , że

$$E_{\zeta} = \rho g \int_0^{\infty} S_{\zeta}(\omega) d\omega \quad (3.34)$$

Zgodnie z wcześniej wspomnianą teorią Longuet-Higgins'a, w myśl której falowanie nieregularne traktuje się jako sumę dużej liczby progresywnych fal sinusoidalnych o nieskończenie małych amplitudach  $d\zeta_A$ , różnych częstościach  $\omega$  i losowych przesunięciach fazowych, ze wzoru (3.34) można określić elementarne pole pod widmem  $S(\omega)$ , równe energii fali składowej:

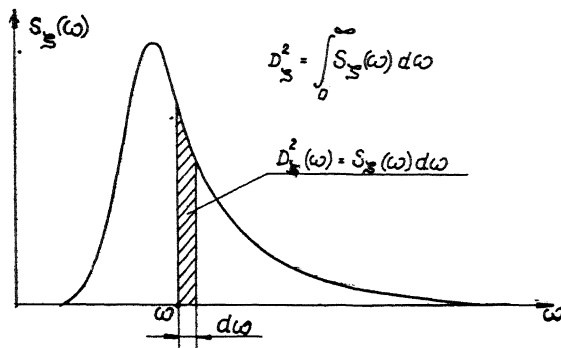
$$dE = \rho g S_{\zeta}(\omega) d\omega = \frac{1}{2} \rho g [d\zeta_A(\omega)]^2 \quad (3.35)$$

Łatwo więc zauważyć, że funkcja  $S_{\zeta}(\omega)$  opisuje rozkład energii falowania nieregularnego pomiędzy poszczególne jego składowe elementarne (harmoniczne). Ze związków przedstawionych w powyższym wzorze wynika rów-

nież, że średnia amplituda fali składowej o częstotliwości zawartej w określonym przedziale  $\langle \omega, \omega + d\omega \rangle$  wynosi:

$$d\zeta_A(\omega) = \sqrt{2 S_\zeta(\omega)} d\omega \quad (3.36)$$

co pokazano graficznie na rys. 3.5.



Rys.3.5. Funkcja gęstości widmowej  $S_\zeta(\omega)$

Dla zachowania ogólności, a przede wszystkim ze względu na rzeczywisty obraz falowania wiatrowego, które ma charakter przestrzenny (trójwymiarowy), powinniśmy mówić również o widmie falowania przestrzennego (tzw. krótkogrzebietowego). Wówczas funkcja gęstości widmowej powinna być zależna nie tylko od częstotliwości  $\omega$ , ale również od kąta  $\alpha$  nadbiegania różnych składowych elementarnych. Powinna więc być funkcją typu  $S_\zeta(\omega, \alpha)$ . Jednakże identyfikacja takiego widma jest w praktyce prawie niemożliwa. Pomiar falowania dla uzyskania realizacji  $\zeta(t|x_1, y_1)$  wykonuje się bowiem najczęściej przy pomocy boi (sond) punktowych, które niejako sumują falowania nadbiegające z różnych kierunków mierząc rzędne wypadkowe. Dlatego praktycznie dostępne mogą być tylko widma  $S_\zeta(\omega)$ , których związek z „idealnymi” funkcjami  $S_\zeta(\omega, \alpha)$  jest następujący:

$$S_\zeta(\omega) = \int_0^{2\pi} S_\zeta(\omega, \alpha) d\alpha \quad (3.37)$$

W tej sytuacji uwzględnienie przestrzenności falowania w jego widmowym modelu uzyskuje się przez aproksymację:

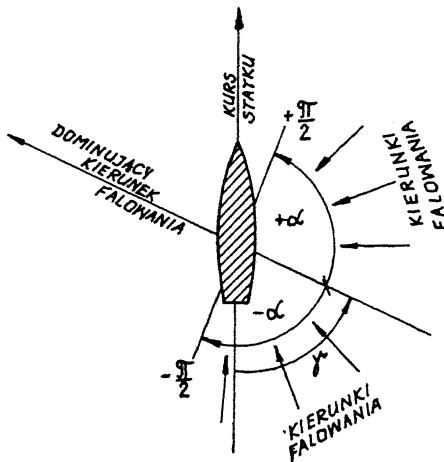
$$S_\zeta(\omega, \alpha) = S_\zeta(\omega) g(\alpha), \quad (3.38)$$

w której postać funkcji  $g(\alpha)$ , obrazującej rozkład energii falowania w zakresie możliwych kierunków falowania, jest przyjmowana arbitralnie. Dla Północnego Atlantyku najczęściej przyjmuje się następujące formuły tej funkcji:

$$g(\alpha) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cos \alpha \\ \frac{2}{\pi} \cos^2 \alpha & \text{(zalecana przez ITTC)}^{\text{§}} \\ \frac{8}{2\pi} \cos^4 \alpha & \text{(zalecana przez ISSC)}^{\text{§}} \end{cases} \quad (3.39)$$

Wszystkie te funkcje spełniają warunek zasadniczo konieczny, że

$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} g(\alpha) d\alpha = 1$ . Ważne jest jednak to, że tym samym kierunki nadbiegania fal ograniczone są do zakresu kątów  $\alpha \in \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$  określonych



Rys.3.6. Względny kąt kursowy  $\delta$  i kąty składowych kierunków falowania  $\alpha$

względem głównego kierunku falowania (rys. 3.6). W praktyce dla określenia funkcji gęstości posługujemy się tzw. modelami standardowymi, które adoptuje się do konkretnych potrzeb tylko przez identyfikację wartości ich parametrów. Gdyby trzeba było dla każdej konkretnej potrzeby projektowej, badawczej czy eksploatacyjnej identyfikować widmo lub całą grupę widm na podstawie pomierzonej realizacji  $\zeta(t)$ , to znaczenie widmowego opisu falowania i widmowych technik prognozowania reakcji byłoby tylko poznawcze, a praktycznie żadne.

Obecnie powszechnie stosowane jest widmo standardowe zalecane przez ITTC i ISSC, które przedstawione jest poniżej w zmodernizowanej postaci zaproponowanej w [32]:

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{A}{\omega^5} \exp\left(-\frac{B}{\omega^4}\right) \quad (3.40)$$

gdzie:

$$A = 8,1 \cdot 10^{-3} g^2 k^{-4}; \quad B = \frac{691}{\bar{T}_1^4},$$

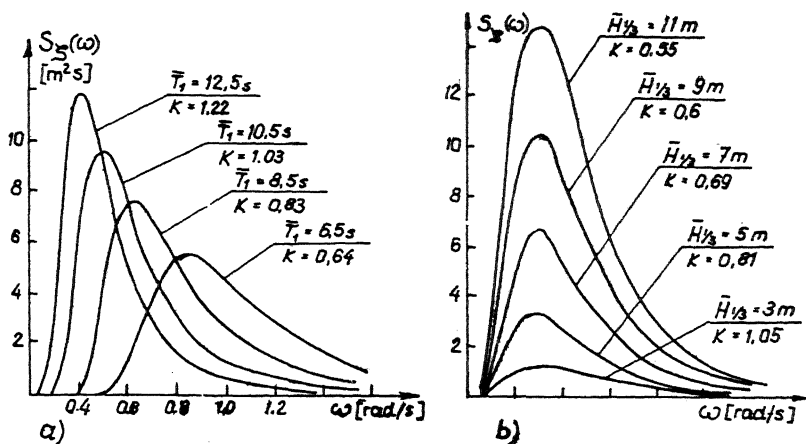
$$K = \frac{\bar{T}_1}{3,86 \sqrt{\bar{H}_{1/3}}},$$

$\bar{H}_{1/3}$  i  $\bar{T}_1$  są odpowiednio: znaczącą wysokością falowania i jego średnim okresem charakterystycznym.

<sup>§</sup>ITTC - International Towing Tank Conference - Międzynarodowa Konferencja Basenów Doświadczalnych.

ISSC - International Ship Structure Congress - Międzynarodowy Kongres Wytrzymałości Statku.

Wielkości te będą dalej dokładnie zdefiniowane (rys. 3.7).



Rys.3.7. a) Widmo ITTC dla  $\bar{H}_{1/3} = 7 \text{ m}$  i zmiennego  $\bar{T}_1$ , b) widmo ITTC dla  $\bar{T}_1 = 7 \text{ s}$  i zmiennej  $\bar{H}_{1/3}$

Opis powyższy różni się od oryginału tylko formalnie. Wprowadzenie parametru  $K$  ma według autora następujące zalety:

- pozwala na bardziej efektywne stosowanie zasady superpozycji przy obliczaniu reakcji statku, oraz
- umożliwia bezpośrednią ocenę stopnia rozwinięcia falowania opisywaną wartościami parametrów  $\bar{T}_1$  i  $\bar{H}_{1/3}$ .

Jak bowiem dowodzi autor [32], dla falowań Północnego Atlantyku przy  $K = 1$  falowanie jest w pełni rozwinięte, przy  $K < 1$  jest rozwijające się, przy  $K > 1$  - zanikające. Trzeba również podkreślić, że zakres zastosowań widma określonego według zależności (3.40) nie ogranicza się do Północnego Atlantyku i ewentualnie Morza Północnego, a obejmuje wszystkie głębokowodne akweny morskie pod warunkiem, że  $K \in \langle 0,7; 1,3 \rangle$  [32].

Inne postaci formuły (3.40) pozwalają (z mniejszą dokładnością) określić widmo falowania, gdy znana jest tylko znacząca wysokość falowania  $\bar{H}_{1/3}$  lub jedynie średnia prędkość wiatru [10].

### 3.3.2. Statystyczne parametry falowania nieregularnego

W rozdziale niniejszym ograniczamy się do omówienia statystycznych parametrów falowania morskiego i sposobów ich określania. Jednakże na podstawie stwierdzeń rozdziału 3.1 można je odnieść w pełni również do opisu statystycznych parametrów kołysań statku.

W poprzednim podrozdziale stwierdzono, że ergodyczne falowanie wiatrowe może być traktowane jako losowy proces normalny ze średnią wartością równą 0. Oznacza to, że rozkład rzędnej  $\xi(t, x, y)$  tego falowania mo-

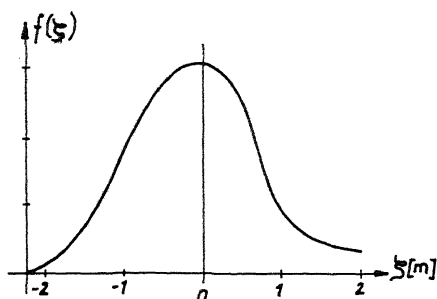
że być aproksymowany rozkładem normalnym (rozkładem Gaussa - rys. 3.8):

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_\xi^2}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2 D_\xi^2}\right) \quad (3.41)$$

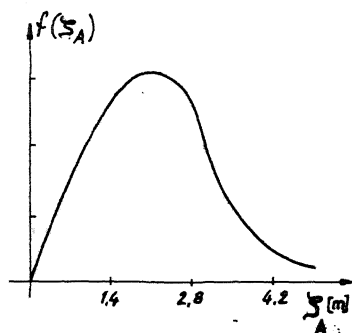
Zostało dowiedzione, że jeżeli rzędna procesu losowego ma rozkład normalny, a sam proces jest wąskopasmowy (wyjaśnienie dalej), to rozkład ekstremów lokalnych procesu (czyli amplitud) jest rozkładem Rayleigh'a (rys. 3.9) o postaci:

$$f(\xi_A) = \frac{\xi_A}{D_\xi^2} \exp\left(-\frac{\xi_A^2}{2 D_\xi^2}\right) \quad (3.42)$$

dla  $\xi_A \in (0, +\infty)$ .



Rys.3.8. Przykład rozkładu Gaussa rzędnej procesu losowego



Rys.3.9. Przykład rozkładu Rayleigh'a amplitud procesu losowego

W wielu przedmiotowych pracach [np. w 27] twierdzi się, że w odniesieniu do falowania (a więc i do kołysania statku), zgodność powyższych modeli z rozkładami rzeczywistymi jest wystarczająco dobra.

Rozkład amplitud (3.42) jest dla zagadnień praktycznych szczególnie bogatym źródłem informacji. Na tej bowiem podstawie wyznacza się wartości większości interesujących wielkości opisujących tak falowanie, jak i kołysanie statku.

Podstawowe zadanie sprowadza się tu do znajdowania prawdopodobieństwa, że interesująca zmienna losowa, na przykład amplituda falowania lub amplituda ruchu statku, przekroczy określony poziom wartości  $a$ , czyli:

$$P\{\xi_A > a\} = \int_a^\infty f(\xi_A) d\xi_A = p \quad (3.43)$$

Czysto praktyczne znaczenie ma problem odwrotny: z n a j d o w a n i e p o z i o m u  $a$  p r z y z a k o ż o n y m p r a w d o p o d o b i e ń s t w i e j e g o p r z e k r o c z e n i a  $p$ . Jego rozwiązaniem jest ogólne wyrażenie otrzymane z zależności (3.43) i (3.42):



$$a_p = \sqrt{2 \ln \frac{1}{p}} \sqrt{D_{\zeta}^2}, \quad (3.44)$$

którego interpretacja graficzna przedstawiona jest na rys. 3.10. W tabelicy 1 podano najczęściej używane wartości  $p$  i odpowiedniego współczynnika  $\sqrt{2 \ln \frac{1}{p}}$ . Popularnie mówi się o określaniu poziomu  $\alpha$  „z zabezpieczeniem  $p$  %”.

T a b l i c a 1

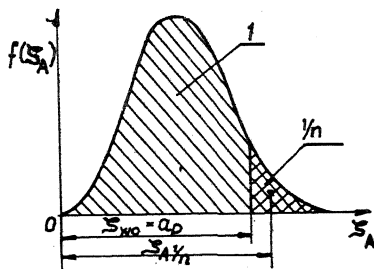
$p$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$10^{-1}$
100 $p$ [%]	0,1	1	2	3	10
$\sqrt{2 \ln \frac{1}{p}}$	3,72	3,03	2,80	2,65	1,15

Alternatywnym sposobem definiowania właściwie tego samego zagadnienia jest znajdowanie tzw. wartości średnich z  $1/n$  wartości najwyższych. Sprowadza się on do znajdowania takiej odciętej  $\zeta_{A1/n}$  rozkładu zmiennej losowej  $\zeta_A$ , która odpowiada środkowi takiego pola prawdopodobieństwa, które jest ograniczone ze swojej lewej strony i stanowi  $1/n$  całkowitego pola pod rozkładem  $f(\zeta_A)$ . Graficzna interpretacja pokazana jest na rys. 3.10. Rozwiązanie rachunkowe jest następujące:

- najpierw oblicza się wartość takiego poziomu  $a$ , którego prawdopodobieństwo przekroczenia wynosi  $p = 1/n$  (wg wzoru (3.44)),
- następnie oblicza się wartość średnią (tzw. oczekiwaną)  $\bar{\zeta}_{A1/n}$  z wartości zmiennych spełniających warunek  $\zeta_A > a$ , czyli:

$$\bar{\zeta}_{A1/n} = n \int_a^{\infty} \zeta_A f(\zeta_A) d\zeta_A = A(n) \sqrt{D_{\zeta}^2} \quad (3.45)$$

W tabelicy 2 pokazano najczęściej spotykane wartości współczynnika  $A(n)$  występującego we wzorze (3.45) z jednoczesnym podaniem prawdopodobieństwa, z jakim wartość  $\zeta_{A1/n}$  może być przekroczona. W gruncie rzeczy współczynniki  $\sqrt{2 \ln \frac{1}{p}}$  i  $A(n)$  we wzorach (3.44) i (3.45) nie są niczym innym, jak racjonalnie określonymi współczynnikami bezpieczeństwa.



Rys.3.10. Interpretacja graficzna amplitudy  $\zeta_{A0} = a_p$  i  $\zeta_{A1/n}$

n	1	2	3	5	10	100	1000
$\Lambda(n)$	1,25	1,78	2,01	2,25	2,55	3,34	3,72
$P\{\xi_A > \xi_{A1/n}\}$	0,456	0,207	0,154	$7,96 \cdot 10^{-2}$	$3,9 \cdot 10^{-2}$	$3,83 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$

Falowanie, a także dowolna reakcja statku, jest zawsze co najmniej dwuwymiarowym procesem losowym tak, że dla jego opisu nie tylko potrzebne są statystyczne charakterystyki rzędnych (amplitud lub wysokości), ale także okresów  $\bar{T}$  lub/i długości  $\bar{\lambda}$ . Z problemem takim spotkaliśmy się już przy omawianiu widma standardowego, gdzie pojawiła się potrzeba znajomości wartości zarówno znaczącej wysokości falowania  $\bar{H}_{1/3}$ , jak i średniego okresu charakterystycznego  $\bar{T}_1$ . Wiemy teraz, że znacząca wysokość  $\bar{H}_{1/3} = 2 \xi_{A1/3}$  jest średnią wysokością fali z 1/3 wysokości najwyższych i zgodnie z wyrażeniem (3.45) oraz na podstawie tablicy 2 wynosi:  $\bar{H}_{1/3} = 4,02 \sqrt{D_\xi^2}$ , gdzie  $D_\xi^2$  jest wariancją danego falowania. Jak wszystkie zresztą średnie, zależy ona od funkcji gęstości widmowej  $S(\omega)$ .

Wykazano, że widmo procesu  $S(\omega)$  określa również wartości różnych średnich okresów  $\bar{T}$ . Ich wyznaczenie polega na rozwiązaniu tzw. zadania o przewyższeniu [27] i okazuje się, że dowolny średni okres  $\bar{T}$  zależy od odpowiednich momentów n-tego rzędu widma  $S(\omega)$ , ogólnie definiowanych jako:

$$m_n = \int_0^\infty \omega^n S(\omega) d\omega \quad (3.46)$$

Łatwo zauważyć, że moment zerowy ( $n = 0$ ) jest po prostu wariancją procesu, czyli  $m_0 = D_\xi^2$ .

Poszczególne średnie okresy falowania określonego dowolnym widmem  $S(\omega)$  są równe:

$$\bar{T}_{-1} = 2\pi \frac{m_{-1}}{m_0} \quad \text{— średni okres, który utożsamiany jest z okresem wizualnym } T_v,$$

$$\bar{T}_1 = 2\pi \frac{m_0}{m_1} \quad \text{— średni okres charakterystyczny, który jest przyjmowany jako parametr widma (3.40),}$$

$$\bar{T}_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad \text{— średni okres odniesiony do miejsc zerowych procesu,}$$

$$\bar{T}_4 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \quad \text{— średni okres odniesiony do kolejnych maksimów lokalnych.}$$

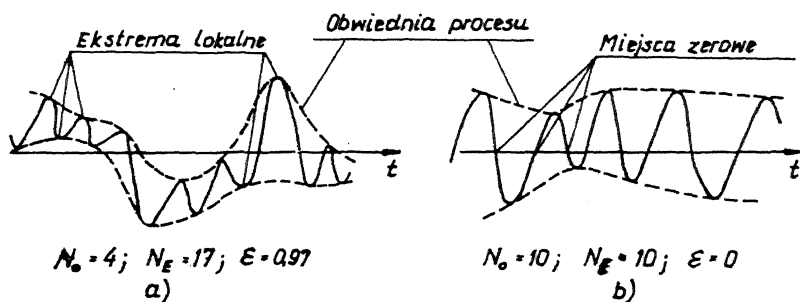
Do tej grupy charakterystyk falowania można też zaliczyć średnią wizualną długość falowania, która wg [28] wynosi:

$$\bar{\lambda} = 2\pi g \sqrt{\frac{m_0}{m_4}}, \quad (3.48)$$

a także parametr szerokości widma:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}} \quad (3.49)$$

Parametr  $\varepsilon$  może przyjmować wartości z przedziału  $\langle 0, 1 \rangle$ . W przypadku gdy  $\varepsilon \approx 0$ , proces losowy i odpowiadające mu widmo są wąskie (wąskopasmowe), natomiast gdy  $\varepsilon \approx 1$ , mówimy o szerokim widmie - procesie szerokopasmowym. Przykłady takich procesów pokazane są na rys. 3.11.



Rys.3.11. a) Proces szerokopasmowy, b) proces wąskopasmowy

Najogólniej można powiedzieć, że proces wąskopasmowy to taki proces, którego realizacja charakteryzuje się słabą modulacją obwiedniej co jednocześnie oznacza, że liczba  $N_\varepsilon$  ekstremów lokalnych jest równa lub bliska liczbie  $N_0$  przekroczeń zerowych. Realizacja procesu szerokopasmowego charakteryzuje się natomiast silną modulacją obwiedniej i tym samym  $N_\varepsilon > N_0$ .

Jak widać, wszystkie wyżej określone statystyczne charakterystyki procesu losowego (falowania bądź reakcji statku) są funkcjami widma  $S(\omega)$  procesu, a w szczególności momentów  $m_n$  tego widma. Ważne jest to, że znajomość funkcji  $S(\omega)$  umożliwia wyznaczenie większości charakterystyk statystycznych procesu w sposób jednoznaczny; natomiast procedura odwrotna jest w zasadzie niemożliwa.

Zgodnie z tym, co powiedziano w poprzednim podrozdziale, praktyczne wyznaczanie widma falowania odbywa się przeważnie na podstawie standardowych modeli funkcji  $S(\omega)$  (np. wg (3.40)), identyfikowanych dla konkretnych sytuacji kilkoma zaledwie parametrami. W przypadku modelu (3.40) parametrami tymi są: znacząca wysokość falowania  $\bar{H}_{1/3}$  i średni okres charakterystyczny  $\bar{T}_1$ . Wartości tych parametrów przyjmuje się na podstawie informacji o falowaniu na danym akwenie, o których była mowa we

wstępie. Przywołując wzór (3.45) widzimy, że wartość parametru  $\bar{H}_1/3$  określa pole pod widmem  $S(\omega)$ , czyli całkowitą energię danego falowania, natomiast wartość parametru  $\bar{T}_1$  decyduje zgodnie z zależnością (3.47) o kształcie widma  $S(\omega)$  - o rozkładzie energii między poszczególne składowe harmoniczne. Widać to na rys. 3.7.

W podsumowaniu nasuwają się dwie ogólne uwagi odnoszące się do wymiarowania falowania, a w konsekwencji również do interpretacji otrzymanych wielkości opisujących reakcje statku. Po pierwsze, należy pamiętać, aby każdą używaną wielkość statystyczną dokładnie definiować, a po drugie, nie przypisywać jej w żadnym razie znaczenia zdeterminowanego - jednoznacznego w sensie wartości. Świadomość tego ma podstawowe znaczenie przy podejmowaniu wszystkich decyzji, tak projektowych, jak i eksploatacyjnych.

### 3.4. MATEMATYCZNY MODEL KOŁYSAŃ NA FALI REGULARNEJ

Zgodnie z metodyką przedstawioną w rozdziale 3.1 wyznaczanie funkcji przenoszenia, a właściwie charakterystyk amplitudowych  $|H_{\zeta, u}(\omega_E, v, \chi)|$ , sprowadza się do określenia kołysań  $u = u_A e^{-i(\omega_E t - \xi u)}$  wywołanych regularną falą sinusoidalną o zadanym profilu  $\zeta = \zeta_A e^{-i\omega_E t}$ .

Rozwiązanie tego zadania może być uzyskiwane na drodze eksperymentalnej (badania modelowe) lub analitycznej. Sposoby przeprowadzania badań modelowych są nieskomplikowane, chociaż wymagają dość zaawansowanych metod pomiarowych i dużej pracochłonności. Metody analityczne sprowadzają się właściwie do obliczeń numerycznych i dla większości typowych sytuacji są obecnie narzędziem dość efektywnym. Ich idea będzie omówiona poniżej ze względu na wartość poznawczą.

W celu wyznaczenia dowolnego kołysania  $u$  niezbędne jest sformułowanie i rozwiązanie odpowiedniego układu równań ruchu. Szczególny przypadek takiego modelu matematycznego został omówiony w rozdziale 2 w odniesieniu do wyodrębnionego - niesprzężonego kołysania bocznego ze specjalnym rodzajem wymuszenia. Tutaj natomiast rozpatrzmy ogólne zagadnienia kołysań statku:

- traktowanego jako ciało sztywne o sześciu stopniach swobody  $u_j$  ( $j = 1, 2, \dots, 6$ ) (patrz rys. 1.1),
- poruszającego się ze stałą średnią prędkością postępową i z określonym kursem  $\chi$  względem fali,
- na regularnej fali sinusoidalnej o określonej amplitudzie i częstotliwości,
- w prostokątnym układzie współrzędnych  $0, x, y, z$ , w którym  $0$  pokrywa się ze średnim położeniem środka ciężkości  $G$ , a płaszczyzna  $0, x, y$  jest równoległa do płaszczyzny wody spokojnej; oś  $x$  jest skierowana do dziobu a oś  $z$  w dół.

Przy dodatkowym założeniu, że statek jest obiektem liniowym, matematyczny model kołysań jest układem sześciu równań różniczkowych sprzężo-

nych. W notacji wskaźnikowej może on być zapisany w formie skróconej:

$$\sum_{k=1}^6 [(M_{jk} + A_{jk}) \ddot{u}_k + B_{jk} \dot{u}_k + C_{jk} u_k] = F_j e^{-i\omega t} \quad (3.50)$$

dla  $j = 1, 2, \dots, 6$ .

Poszczególne wyrażenia w równaniu (3.50) oznaczają:

$M_{jk}$  - macierz uogólnionych mas statku,

$A_{jk}$  i  $B_{jk}$  - odpowiednio, współczynniki dodatkowych mas i tłumienia,

$C_{jk}$  - współczynniki hydrostatycznych sił i momentów przywracających (dlatego niezależne od częstości),

$F_j$  - zespolone amplitudy uogólnionych sił wymuszających pochodzących od fali.

Zakładając, że kadłub statku ma symetrię wzdłużną względem płaszczyzny  $O, x, z$ , macierz uogólnionych mas wyraża się następująco:

$$M_{jk} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 & 0 & -I_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{64} & 0 & I_6 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

gdzie:  $M$  - masa statku,

$I_j$  - moment bezwładności  $j$ -tego stopnia,

$I_{jk}$  - dewiacyjny (mieszany) moment bezwładności.

Warto zauważyć, że jedyny występujący w macierzy (3.51) moment  $I_{46}$  dla iloczynu kołysania bocznego i myskowania ma na ogół małe, możliwe do pominięcia wartości (poza tym  $I_{46} = I_{64}$ ).

Współczynniki dodatkowej masy (lub tłumienia) wyrażają się następująco:

$$A_{jk}/\text{lub } B_{jk} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} & 0 & A_{15} & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & A_{24} & 0 & A_{26} \\ A_{31} & 0 & A_{33} & 0 & A_{35} & 0 \\ 0 & A_{42} & 0 & A_{44} & 0 & A_{46} \\ A_{51} & 0 & A_{53} & 0 & A_{55} & 0 \\ 0 & A_{62} & 0 & A_{64} & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

Jedynymi niezerowymi współczynnikami liniowych sił lub momentów przywracających są:

$$C_{33}, C_{44}, C_{55}, \text{ oraz } C_{35} = C_{53} \quad (3.53)$$

Wynika to z faktu, że tylko dla stopni swobody  $u_j$  ( $j = 3, 4$  i  $5$ ) ma znaczenie swobodna powierzchnia wody. Kołysania te, tzn.: nurzania, kołysania boczne i kiwania mogą występować jako kołysania własne wokół położenia równowagi trwałej. W pozostałych trzech ruchach występują tylko położenia równowagi obojętnej i mogą one występować jedynie jako kołysania wymuszone.

Zespolone amplitudy uogólnionych sił wymuszających mają następującą strukturę [10]:

$$F_j = \sum_A [(C_j^E - \omega \omega_E A_j^E) - i \omega B_j^E] \quad (3.54)$$

gdzie:  $C_j^E$  - współczynniki części sił wymuszających obliczanych zgodnie z teorią Froude'a-Kryłowa,

$A_j^E, B_j^E$  - współczynniki dyfrakcyjnej części sił wymuszających - dyfrakcyjnej masy towarzyszącej i dyfrakcyjnego tłumienia.

Generalnie, wszystkie siły i współczynniki sił Froude'a-Kryłowa oblicza się przez bezpośrednie scałkowanie po zwilżonej powierzchni nieruchomego kadłuba ciśnień dynamicznych indukowanych falą niezakłóconą obecnością kadłuba (patrz wzór (3.23)). Siły dyfrakcyjne wynikają z zaburzeń, jakie obecność nieruchomego kadłuba wprowadza do rozkładu prędkości i ciśnień falowania.

Uogólnione masy  $M_{jk}$  są charakterystykami statku jako ciała sztywnego i ich wartości są wprowadzone do obliczeń jako dane. Podobnie określane są współczynniki hydrostatycznych sił przywracających. W tej sytuacji zasadniczy problem obliczeniowy sprowadza się do wyznaczenia współczynników  $A$  i  $B$ . Podstawową metodą ich określania jest wspomniana w rozdz. 3.1 tzw. teoria paskowa (strip theory) oparta na hipotezie płaskiego opływu.

Najogólniej mówiąc, zgodnie z filozofią teorii paskowej, każdy oscylacyjny ruch statku można rozpatrywać jako sumę płaskich (odbywających się tylko w jednej płaszczyźnie) i niezależnych ruchów poszczególnych plasterów kadłuba, których przekroje są przekrojami wręgowymi. Skutkiem tego globalne (dla całego kadłuba) wartości współczynników  $A$  i  $B$  mogą być wyznaczone przez całkowanie po długości  $L$  statku wyrażeń bezpośrednio zależnych od odpowiednich elementarnych (obliczonych dla poszczególnych plasterów) wielkości  $a(x)$  i  $b(x)$ . Przykładowo, masa wody towarzyszącej wyraża się:

$$\begin{aligned} \text{dla nurzań: } A_{33} &= \int_0^L a_{33}(x) dx \\ \text{dla kiwań: } A_{55} &= \int_0^L a_{33}(x) x^2 dx + \frac{V}{\omega_E^2} A_{33} \end{aligned} \quad (3.55)$$

natomiast tłumienie może być wyznaczone jako:

$$\text{dla nurzeń: } B_{33} = \int_0^L b_{33}(x) dx \quad (3.56)$$

dla nurzeń sprzężonych z kiwaniem:

$$B_{35} = - \int_0^L x b_{33}(x) dx + v A_{33}$$

gdzie:  $a_{33}(x)$  - masa towarzysząca dla przekroju (paska) określonego współrzędną  $x$ ,

$b_{33}(x)$  - odpowiednia charakterystyka tłumienia.

Zagadnienie obliczania współczynników  $a(x)$  i  $b(x)$  ma szereg różnych rozwiązań numerycznych. Zawsze jednak niezbędna jest znajomość kształtu przekrojów wręgowych kadłuba danych w postaci tabeli rzędnych.

Określenie wartości wielkości opisanych wyrażeniami (3.51) do (3.54) jest w zasadzie równoznaczne z rozwiązaniem zagadnienia kołysań statku.

Problem znalezienia samych kołysań w postaci  $u = u_A e^{-i(\omega_E t - \varepsilon_u)}$  i w efekcie wyznaczenie funkcji przenoszenia sprowadza się bowiem tylko do czysto matematycznego zagadnienia: rozwiązania układu zwyczajnych, sprzężonych równań różniczkowych o stałych współczynnikach.

Warto tu podkreślić, że w przypadku praktycznego określania właściwości morskich statku nie ma potrzeby jednoczesnego rozwiązywania układu sześciu równań. Ze względu bowiem na podkreśloną już symetrię kadłuba, oraz z powodu „technicznych” ograniczeń metody paskowej, uniemożliwiających określanie dyfrakcyjnych sił hydrodynamicznych związanych z kołysaniem postępowym  $u_1$ , układ (3.50) sprowadza się do dwóch układów równań sprzężonych opisujących niezależnie:

- nurzania  $u_3$  i kiwania  $u_5$ ,
- kołysania burtowe (oscylacje poprzeczne)  $u_2$ , kołysania boczne  $u_4$  i myszkowanie  $u_6$ .

Ostateczne rozwiązanie powyższych układów zapisane w postaci rzeczywistej ma następującą postać:

$$u_j = u_{Aj} \sin(\omega_E t + \varepsilon_{uj}) \quad \text{dla } j = 2, 3, 4, 5 \text{ i } 6 \quad (3.57)$$

gdzie:

- $u_{Aj}$  - amplituda kołysania  $u_j$ ,
- $\varepsilon_{uj}$  - kąt przesunięcia fazowego kołysania  $u_j$  względem fali zapisanej teraz jako:

$$\xi = \sum_A \sin \omega_E t, \quad (3.58)$$

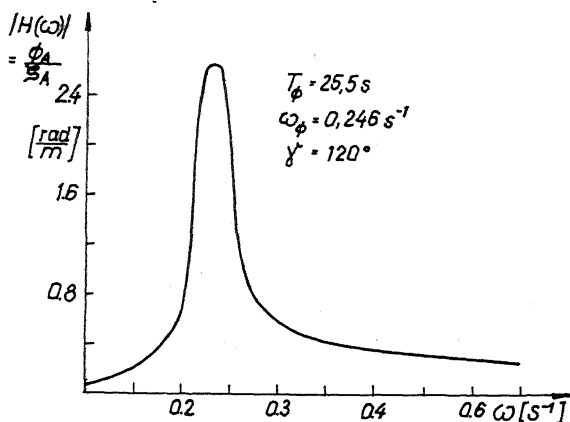
$\omega_E$  - częstość spotkaniowa określona wzorem (3.8).

Zasadniczym celem powyższych obliczeń są jednak charakterystyki amplitudowe i fazowe kołysań określane dla danego statku jako:

$$\frac{u_{Aj}}{\xi_A} = f(\omega|v, \gamma); \quad \varepsilon_{uj} = g(\omega|v, \gamma) \quad (3.59)$$

Dla konkretnego statku i ustalonych wartości jego szybkości postępowej  $v$  i względnego kąta kursowego  $\gamma$  charakterystyki (3.59) pozostają funkcjami częstości fali  $\omega$ .

Uciążliwość i skomplikowany charakter tego typu obliczeń sprawia, że są one możliwe tylko przy użyciu dużych maszyn liczących i niezbędnych w tym celu programów numerycznych. Na świecie istnieje i działa kilka zaledwie typów tych programów, chociaż ich wersje szczególnych jest więcej. Instytut Okrętowy dysponuje programem STATEK opartym na amerykańskim rozwiązaniu SCORES. Właśnie przy jego pomocy obliczono charakterystyki amplitudowe dla statku Con-Ro ( $L \approx 200$  m,  $v = 12,6$  w,  $GM = 1,0$  m) podane tu na przykładzie rys. 3.12.



Rys.3.12. Charakterystyka amplitudowa kołysań bocznych dla statku Con-Ro

Ze względów użytkowych interesujące są nie tyle podstawowe kołysania  $u_j$  statku, ile raczej zjawiska im towarzyszące: przyspieszenia dowolnego punktu kadłuba, przyrost oporu statku w warunkach falowania itp. Znajomość wyżej omówionych rozwiązań podstawowych umożliwia również określenie ilościowe tych zjawisk.

### 3.5. KOŁYSANIA STATKU NA FALI NIEREGULARNEJ

Z oczywistych względów faktyczne znaczenie użytkowe mają jedynie charakterystyki dynamiczne statku w rzeczywistych warunkach falowania, a więc na falowaniu nieregularnym. Tylko one bowiem mogą stanowić zbiór informacji adekwatny dla określonych potrzeb bądź projektowania, bądź



właściwej eksploatacji statku. W ramach tych potrzeb, można, najogólniej mówiąc, wyróżnić dwa ich rodzaje:

- znajomość ilościowych miar reakcji konkretnego statku w ściśle określonych warunkach falowania, oraz
- znajomość jednej, uniwersalnej, ilościowej miary określonej reakcji statku dla wszystkich możliwych jego sytuacji eksploatacyjnych określonych przez różne stany: załadowania, nawigacyjne (prędkość i względny kąt kursowy) i morza.

W świetle zarysowanej w poprzednich podrozdziałach metodologii tzw. właściwości morskich tylko pierwsza potrzeba znajduje jednoznaczne (w sensie statystycznym) rozwiązanie. Jest nim tzw. p r o g n o z a k r ó t k o t e r m i n o w a odpowiedzi statku.

Rozwiązanie drugiego zagadnienia jest przez analogię nazywane p r o g n o z ą d ł u g o t e r m i n o w ą. Najogólniej można ją zdefiniować jako prawdopodobieństwo tego, że w odpowiednio długim okresie czasu amplituda  $u_A$  dowolnej reakcji statku przekroczy zadaną wartość  $a$ :

$$P\{u_A \geq a\} = \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{a}{2D_u^2}\right) f(D_u) dD_u = P(a) \quad (3.60)$$

Jak widać z (3.60), dokładność takiego prognozowania zależy od dokładności oszacowania rozkładu odchyłek standardowych  $f(D_u)$ ; biorąc pod uwagę, że chodzi tu o długi, kilkunastoletni okres czasu, jest to praktycznie niemożliwe.

Z tych względów dla celów praktyki stosuje się głównie prognozę krótkoterminową. Jej zarys został przedstawiony w podrozdziale 3.1, a jej elementy omówione bardziej szczegółowo w następnych punktach 3.2, 3.3 i 3.4.

Obecnie krótko podsumujemy tok postępowania mający na celu określenie dowolnych charakterystyk kołysania statku na falowaniu nieregularnym. Punktem wyjścia są równania (3.4, 3.11 i 3.12), zgodnie z którymi można zapisać, że

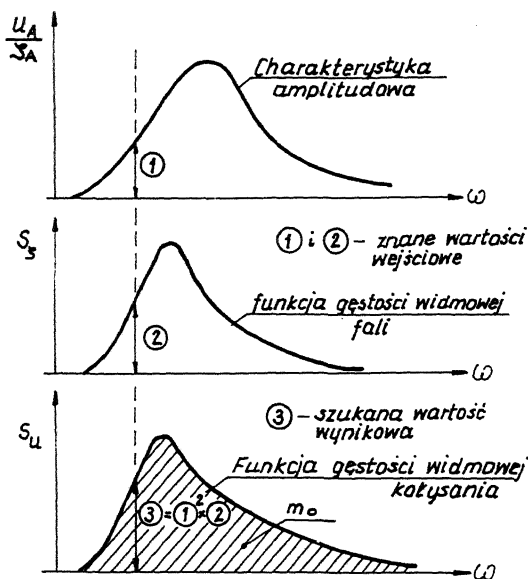
$$S_u(\omega|v, \chi) = \left| H_{\zeta, u}(\omega|v, \chi) \right|^2 S_{\zeta}(\omega|v, \chi) \quad (3.61)$$

Dla założonej prędkości statku i kąta kursowego  $\chi$  określamy najpierw funkcję gęstości widmowej falowania  $S_{\zeta}(\omega)$  korzystając najczęściej ze standardowego widma ITTC danego wzorem (3.40) z uwzględnieniem (3.38) lub nie, w zależności od potrzeb. Mamy w ten sposób określoną charakterystykę falowania nieregularnego.

Drugim krokiem jest określenie charakterystyki amplitudowej  $\frac{u_A}{\zeta_A} = f(\omega)$ , która jest żądanym modułem funkcji przenoszenia  $H_{\zeta, u}(\omega)$ . Korzystamy tu z metody przedstawionej w rozdziale 3.4, przeprowadzając niezbędne obliczenia odpowiedzi statku  $u_A$  dla szeregu (zwykle kilkudziesię-

ciu) założonych wartości częstotliwości  $\omega$  składowych fal regularnych. W ten sposób możemy zbudować szukaną charakterystykę amplitudową.

Teraz już, korzystając bezpośrednio z zależności (3.51), gdzie za  $|H_{\Sigma, u}(\omega)|$  podstawiamy kolejne wartości  $\frac{u_A}{S_A}(\omega)$ , budujemy funkcję gęstości widmowej odpowiedzi, czyli kołysań statku  $S_u(\omega)$ . Całka z tej funkcji, zgodnie ze wzorem (3.46) jest momentem zerowym widma  $S_u(\omega)$ , który, jak wiemy, równa się wariancji procesu  $D_u^2$ .



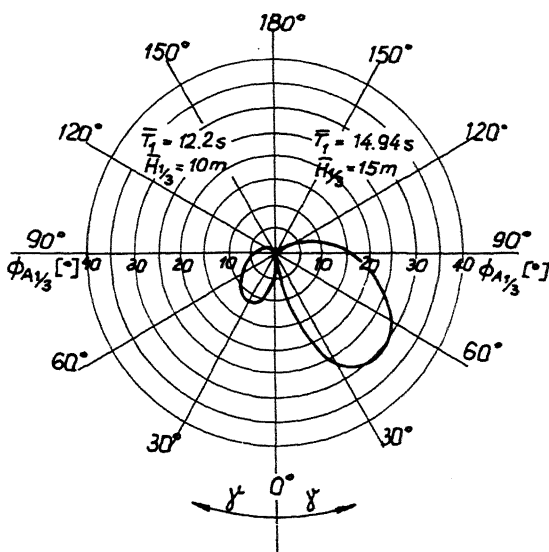
Rys.3.13. Schemat obliczania charakterystyk kołysań na fali nieregularnej

Powyższy tok postępowania pokazany jest schematycznie na rys. 3.13. Dysponując wartością wariancji  $D_u^2$  można teraz, korzystając ze wzorów rozdziału 3.3.2, obliczyć statystyczne parametry określonych kołysań statku, takie na przykład jak znacząca czy średnia amplituda kołysań, odpowiednie okresy kołysań itp.

Przykładem prognozy krótkoterminowej statku są tutaj znaczące wartości amplitud kołysania bocznego  $\phi_{A1/3}$  statku Con-Ro ( $L \approx 200$  m,  $v = 12,6$  w,  $GM = 1,0$  m). Wartości te przedstawiono:

- w tabelicy 3 dla jednego kąta kursowego i pięciu różnych falowań opisanych widmem (3.40); odpowiednia charakterystyka amplitudowa pokazana jest na rys. 3.12;
- na rys. 3.14 dla wszystkich kątów kursowych  $\gamma \in \langle 0^\circ, 180^\circ \rangle$  i dwóch stanów morza.

$T_1$ [s]	6,68	8,63	10,21	12,20	14,94
$H_{1/3}$ [m]	3,00	5,00	7,00	10,00	15,00
$K$ [-]	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$\phi_{A1/3}$ [°]	0,24	0,55	0,92	1,68	4,99



Rys.3.14. Znaczące amplitudy kołysań bocznych statku Con-Ro w funkcji kąta kursowego

### 3.6. ZJAWISKA TOWARZYSZĄCE RUGHOWI STATKU NA FALI

Statek poruszający się na fali, poza bezpośrednimi skutkami falowania, jakimi są kołysania, spotyka się z szeregiem zjawisk towarzyszących, z reguły niekorzystnych, będących wtórnym skutkiem ruchów statku na fali lub zmian w kształcie wodnicy pływania i rozkładu wyporności. Najważniejszymi z tych zjawisk towarzyszących są: zalewanie pokładu, wynurzanie się śruby napędowej, zmiany stateczności i właściwości manewrowych, spadek prędkości, dodatkowe przyspieszenia i naprężenia w kadłubie.

### 3.6.1. Zalewanie pokładu i wynurzenie się śruby napędowej [10]

Zjawiska te występują głównie przy wysokich stanach morza, przy pływaniu na fali przeciwnej lub skośnej. Jest oczywiste, że na zalewanie pokładu narażone są przede wszystkim statki o niskiej wolnej burcie (w pełnym stanie załadunku), a na wynurzenie się śruby statki pływające pod balastem. Przez pojęcie z a l e w a n i e p o k ł a d u rozumie się wejście wody na pokład (przewyższenie linii pokładu lub nadburcia przez profil fali) grożące uszkodzeniem konstrukcji lub zalaniem wnętrza statku, a nie bryzgi wody. Następstwem częściowego okresowego wynurzenia się śruby napędowej są szkodliwe zmienne obciążenia układu napędowego oraz spadek sprawności napędowej. Wynurzenia uważa się za niebezpieczne, jeżeli ponad powierzchnię wody wychodzi 1/3 średnicy śruby lub wahania naporu przekraczają 25% naporu średniego. Dopuszczalna intensywność tych zjawisk zależy nie tylko od subiektywnej oceny kapitana, ale także od typu statku. Na przykład dla zbiornikowca lub masowca można dopuścić 10-12 zalań na 100 fali, a dla drobnicowca z ładunkiem na pokładzie nie więcej jak 5 do 6. Zmniejszenie intensywności obu tych zjawisk można uzyskać przez zmianę kursu względem fali i/lub redukcję prędkości - jedno i drugie wiąże się ze stratami eksploatacyjnymi.

Przybliżoną ocenę ilościową dotyczącą wielkości i częstości występowania obu zjawisk uzyskać można metodami rachunkowymi lub za pomocą badań modelowych. Ponieważ na fali nieregularnej oba zjawiska mają charakter losowy, więc opisać je można tylko za pomocą rachunku prawdopodobieństwa.

Podstawą metod rachunkowych jest wyznaczenie charakterystyk częstotliwościowych ruchów względnych wybranych punktów kadłuba, na przykład górnej krawędzi nadburcia względem powierzchni sfalowanej wody, co w połączeniu z funkcją gęstości widmowej energii falowania stwarza możliwości obliczenia wariancji tych ruchów, a więc i prawdopodobieństwa przekroczenia założonej wielkości. Za zalewanie pokładu uważa się każde przekroczenie lokalnej wysokości wolnej burty lub nadburcia przez względny ruch poziomy wody na burcie, zaś za wynurzenie śruby - każde przekroczenie przez ten sam ruch zanurzenia punktu kręgu śruby leżącego o  $1/6 D$  powyżej osi śruby.

Ruch dowolnego punktu  $Q$  kadłuba względem powierzchni sfalowanej wody można przedstawić w przybliżeniu jako sumę pionowego ruchu bezwzględnego tego punktu, ruchu powierzchni fali niezakłóconej wzdłuż prostej pionowej przechodzącej przez ten punkt oraz ruchów wynikających z zaburzeń, jakie obecność kadłuba wnosi do sfalowanej wody:

$$s = Z + Y\phi - \zeta + \sum_j \delta_j, \quad j = Y, Z, \phi, \zeta$$

gdzie:

$Y, Z$  - bezwzględny ruch poziomy i pionowy punktu  $P$ :

$$Y = y_G + x\psi, \quad Z = z_G - x\theta;$$

- $z_G, \phi, \psi$  - nurzanie, kołysanie boczne i kiwanie statku,  
 $z$  - współrzędne punktu Q,  
 $\zeta$  - wyniesienie sfalowanej powierzchni wody (niesakłóczonej kadłubem),  
 $\sum_j \delta_j$  - suma poprawek.

Jeżeli znane są charakterystyki częstotliwościowe kołysań, to obliczenie charakterystyki częstotliwościowej ruchu względnego jest stosunkowo proste. Poprawki  $\delta_j$  można obliczyć na przykład wg [30]; często są one pomijane jako wielkości małe. Wtedy charakterystyka częstotliwościowa ruchów względnych wyraża się następująco:

$$H_{s,\zeta}(\omega_E, \delta, x, y) = H_{z\zeta} - xk H_{\theta,\alpha} + yk H_{s,\alpha} - \zeta e^{(kx \cos \delta + ky \sin \delta)} \quad (3.62)$$

gdzie:

- $H_{z,\zeta}, H_{\theta}$  - charakterystyki częstotliwościowe nurzań, kiwań i kołysań bocznych,  
 $\delta$  - kąt kursowy statku względem kierunku rozchodzenia się fali.

Znając funkcję gęstości widmowej energii falowania można wyznaczyć wariancję względnych ruchów wody na burcie:

$$D_s^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} [H_{s,\zeta}(\omega_E, \delta, F_n, x, y)]^2 S_\zeta(\omega, \delta) d\omega d\delta \quad (3.63)$$

Teraz można wyznaczyć prawdopodobieństwo zalewania pokładu lub wynurzenia śruby jako prawdopodobieństwo przewyższenia zadanego punktu Q (przy założeniu rozkładu amplitud Rayleigh'a):

$$P\{s_A > a\} = \int_a^\infty \frac{s_A}{D_s^2} \exp\left(-\frac{s_A^2}{2D_s^2}\right) ds_A = \exp\left(-\frac{a^2}{2D_s^2}\right) \quad (3.64)$$

gdzie:

- $a$  - wysokość wolnej burty w punkcie Q lub zanurzenie wybranego punktu kręgu śruby.

Dokładniejsze informacje dotyczące powyższych obliczeń można znaleźć w [30].

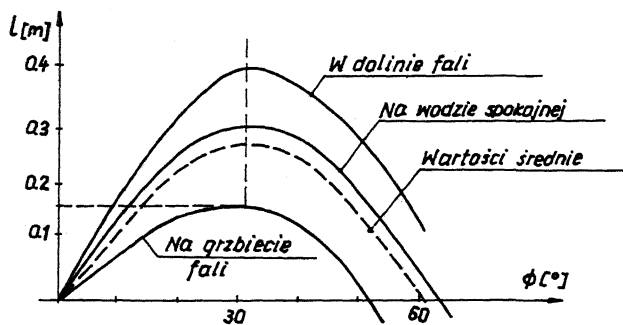
### 3.6.2. Zmiany stateczności i sterowności

Wysokie falowanie może stanowić w pewnych okolicznościach poważne zagrożenie dla stateczności statku. Badania modelowe oraz obserwacje statków w warunkach rzeczywistych wskazują na trzy sytuacje szczególnie niebezpieczne:

- a) znaczne i długotrwałe zmniejszenie ramion prostujących,
- b) intensywne kołysania boczne,
- c) kołysania boczne połączone z utratą stateczności kursowej.

Niebezpieczeństwo przewrócenia się statku rośnie, jeśli jednocześnie wystąpią większe momenty przechylające spowodowane uderzeniem wiatru, albo przelaniem się wody na pokładzie.

Pływanie na fali powoduje zmiany krzywej ramion prostujących. Zmiany te są największe na fali martwej lub oceanicznej sztormowej nadażającej lub przeciwnej, której długość jest równa lub nieco większa od długości statku. Położeniu śródkręca na grzbiecie fali odpowiadają minimalne wartości krzywej ramion, w dolinie – maksymalne. Zmiany te są w przybliżeniu proporcjonalne do wysokości fali.



Rys.3.15. Zmiany krzywej ramion stateczności na fali

Przy fali przeciwnej zmiany te nie są groźne ze względu na ich krótkotrwałość (duża częstość spotkaniowa), natomiast są niebezpieczne przy fali nadażającej, szczególnie przy dużych szybkościach statku.

Niebezpieczne dla statku mogą być również intensywne kołysania boczne, które występują wtedy, gdy częstość wymuszeń jest bliska częstości własnej kołysań statku albo gdy stosunek częstości wymuszeń wynosi (subrezonans):

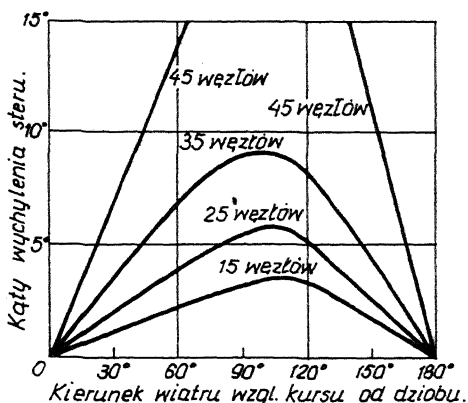
$$\frac{\omega_{\phi}}{\omega_E} \approx \frac{1}{2}, \text{ lub } \frac{\omega_{\phi}}{\omega_E} \approx \frac{1}{3}.$$

Subrezonanse mogą wystąpić przy różnych kierunkach falowania. Efektem tych zjawisk są intensywne kołysania boczne, których amplitudy są tego samego rzędu, co przy rezonansie głównym. Ze względu na dużą częstość kołysań (przyspieszenia) duże wartości osiągają przy tym siły masowe, co grozi zerwaniem lub przesunięciem ładunku.

Na dużej fali martwej lub sztormowej nadażającej lub baksztagowej, o długości rzędu 1,5–2,0 długości statku, może wystąpić zagrożenie bezpieczeństwa statku związane z utratą zdolności sterowania. Gdy statek znajduje się na zawietrznym skłonie fali, rufa leży na grzbiecie fali, a dziób w dolinie. Prędkości orbitalne cząstek cieczy w obrębie rufy zgodne z kierunkiem ruchu statku zmniejszają prędkość dopływu wody do steru i statek traci sterowność. Następuje gwałtowny obrót statku bokiem do fali,

co w połączeniu z kołysaniem bocznym może spowodować wywrócenie się statku. Zjawisko to określane jest angielskim terminem "broaching". Jest to główna przyczyna nie tak rzadkich "wywrotek" jachtów i statków rybackich w strefie "ryczących czterdziestek".

Fale atakujące statek ukośnie do jego kursu generują na kadłubie statku siły poprzeczne powodujące odchylenia od kursu. Z kolei korygujące wychylenie steru wprowadza dodatkowe momenty i w efekcie zmienne momenty wypadkowe wymuszają poziome oscylacje wokół kursu średniego, czyli myszkowanie statku. Myszkowanie wydłuża drogę statku, powoduje przyrost oporu i straty energii na pokonanie przyrostu oporu i pracę steru. Rys. 3.16 pokazuje na przykładzie statku o długości 146 m, jak duże wychylenia steru potrzebne są do utrzymania prostego kursu przy żegludze różnymi kursami względem fali wywołanej wiatrem o różnej prędkości.

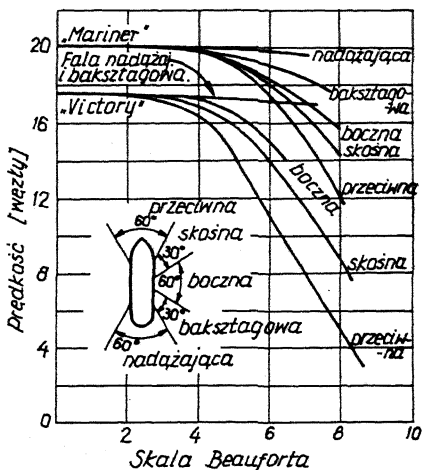


Rys.3.16. Przykład wychyleń steru niezbędnych do utrzymania prostego kursu na fali

### 3.6.3. Spadek prędkości na fali

Ruch statku na sfalowanej wodzie związany jest zawsze ze spadkiem prędkości w stosunku do pływania na wodzie spokojnej. Spadek prędkości zależy od stanu morza, kąta kursowego względem kierunku rozchodzenia się fali oraz od charakterystyki samego statku, co przykładowo pokazano na rys. 3.17.

Spadek prędkości statku wywołany wyłącznie falowaniem wody jest wynikiem przyrostu oporów ruchu statku, oraz spadkiem sprawności napędowej i osiąga maksimum przy ruchu na fali przeciwnej o długości mniej



Rys.3.17. Spadek prędkości statku na fali

więcej równej długości statku. Dalszy spadek prędkości jest pośrednio związany z falowaniem i pochodzi od przyrostu oporu powietrza wywołanego wiatrem, bez którego nie ma fali sztormowej, dryfem i intensywną pracą steru w takich warunkach żeglugowych. Nie mówimy tu o świadomym zmniejszaniu prędkości przez kapitana dla uniknięcia nadmiernych ruchów statku na fali ze względu na komfort życia ludzi na pokładzie, bezpieczeństwo konstrukcji i ładunku.

W hydromechanice okrętu przyjęto określać tzw. przyrost oporu na fali  $R_{AW}$ , to znaczy różnicę oporu na fali i na wodzie spokojnej przy tej samej prędkości. Istnieje obecnie szereg metod analitycznych określania dodatkowego oporu na fali regularnej  $R_{AW}(\omega, v, \gamma)$ . Podstawa tych metod jest podobna jak w metodzie Havelock'a, która wyraża  $R_{AW}$  poprzez charakterystyki kołysań statku:

$$R_{AW} = \frac{\omega^2}{2g} (N_z z_A^2 + N_\theta \theta_A^2) \quad (3.65)$$

gdzie:  $N_z, N_\theta$  - znane współczynniki tłumienia nurzań i kiwań,

$z_A, \theta_A$  - amplitudy nurzań i kiwań,

$\omega_E$  - częstość spotkaniowa =  $\omega(1 - \frac{v\omega}{g} \cos \gamma)$

Ogólnie można stwierdzić, że dodatkowy opór wywołany falowaniem:

- ilościowo zależy głównie od intensywności kołysań wzdłużnych i nurzań statku i stąd największe jego wartości występują przy falowaniu czołowym ( $\gamma = 180^\circ$ );
- jest skutkiem utraty energii statku odprowadzonej przez pracę sił tłumienia;
- jest proporcjonalny do kwadratu wysokości fali wymuszającej oscylacje kadłuba;
- zależy od częstości spotkaniowej a więc i od prędkości statku.

Przyrost oporu na fali regularnej można również zmierzyć przy pomocy holowania modelu statku w basenie modelowym wyposażonym w wywoływacz fal. Dysponując wynikami takich badań przeprowadzonych przy różnych prędkościach i przy różnych długościach fali oraz różnych kursach względem fali (praktycznie tą ostatnią możliwością dysponuje niewiele basenów na świecie i badania najczęściej ograniczają się do fali czołowej), można określić średni przyrost oporu statku na fali nieregularnej. Obliczenia takie opierają się o zasadę superpozycji, wyjaśnioną już poprzednio. Stosując tę zasadę można wyrazić średni przyrost oporu na dwuwymiarowej fali nieregularnej jako:

$$\bar{R}_{AW}(v, \gamma, \bar{T}, \bar{\zeta}_w) = 2 \rho g \frac{B^2}{L} \int_0^\infty \frac{R_{AW}(\omega, \gamma, v)}{\rho g \frac{B^2}{L} \zeta_A^2(\omega)} S_\zeta(\omega, \bar{T}, \bar{\zeta}_w) d\omega \quad (3.66)$$



gdzie:

$R_{AW}(\omega, v, \delta)$  - jest dodatkowym oporem statku na sinusoidalnej fali o częstotliwości  $\omega$ , traktowanej jako składowa elementarna określonego falowania nieregularnego;

$\zeta_A(\omega)$  - jest amplitudą fali sinusoidalnej (o częstotliwości  $\omega$ ),

$S_{\Sigma}(\omega, \bar{T}, \bar{\zeta}_W)$  - jest funkcją gęstości widmowej falowania nieregularnego o średnim okresie  $\bar{T}$  i średniej wysokości  $\bar{\zeta}$ .

Powyższa postać modelu matematycznego opiera się na trzech podstawowych założeniach, mówiących że:

- opór statku na fali jest niezależny od oporu na wodzie spokojnej;
- opór statku na fali jest proporcjonalny do kwadratu wysokości fali;
- falowanie nieregularne jest normalnym i stacjonarnym procesem losowym takim, którego amplituda składowej fali regularnej o częstotliwości  $\omega$  wyraża się zależnością  $\zeta_A(\omega) = \sqrt{2 S(\omega)d\omega}$ .

Słuszność tych założeń jest potwierdzona doświadczalnie.

Całkowity średni opór na fali nieregularnej jest prostą sumą oporu na wodzie spokojnej  $R_T(v)$  i przyrostu oporu na fali  $R_{AW}$ :

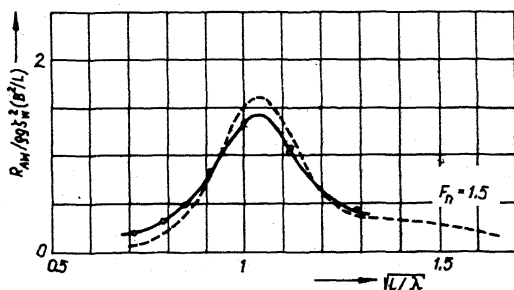
$$\bar{R}_{TW}(v, \delta, \bar{T}, \bar{\zeta}_W) = R_T(v) + \bar{R}_{AW} \quad (3.67)$$

W obliczeniach posługujemy się najczęściej standardową funkcją gęstości widmowej (3.40), średnim okresem charakterystycznym  $\bar{T}_1$  (wzór (3.47)) oraz znaczącą wysokością falowania  $\bar{\zeta}_{W1/3}$  (wg (3.45)).

Dodatkowy opór będący wynikiem falowania przedstawia się często w postaci bezwymiarowego współczynnika:

$$\varphi_R = \frac{R_{AW}(\omega, \delta, F_n)}{\rho g \frac{B^2}{L} \zeta_A^2(\omega)} \quad (3.68)$$

Współczynnik ten znajduje zastosowanie szczególnie przy określaniu  $R_{AW}$  za pomocą badań modelowych. Typową zależność tego współczynnika od względnej długości fali wyrażonej przez  $\sqrt{L/\lambda}$  pokazuje rys. 3.18.



Rys.3.18. Dodatkowy opór wywołany falowaniem

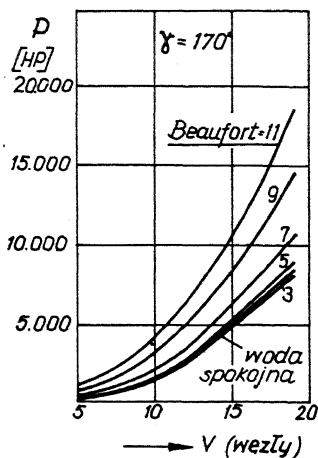
Skromne ramy programowe niniejszego wykładu nie pozwalają na bardziej szczegółowe omówienie praktycznej metody przeliczania wyników badań modelowych dla uzyskania przyrostu oporu statku na fali nieregularnej. Można je znaleźć w literaturze specjalistycznej, podobnie jak metody analityczne, np. [13].

Należy tu jednak zwrócić uwagę na fakt, że tak określony przyrost oporu statku na fali nie może stanowić podstawy do określania rezerwy mocy napędowej statku przyjmowanej w projektowaniu jako tzw. dodatek żeglugowy. Przede wszystkim dlatego, że dotyczy on ściśle określonych warunków falowania, których prawdopodobieństwo napotkania w kilkudziesięcioletnim żywocie eksploatacyjnym statku jest nieznane. Opór ten jest jednakże doskonałą miarą „dzielności morskiej” statku, gdyż jego wielkość jest ściśle związana z ogólną reakcją statku na fale - kołysaniem, kiwaniem, nurzaniem, zalewaniem pokładu itd. Z tych również względów jest on traktowany jako kryterium porównawcze dzielności morskiej różnych wariantowych kształtów statków w projektowaniu.

Problem spadku sprawności napędowej na sfalowanej wodzie (niezależnie od tego, czy śruba wynurza się z wody czy nie)

jest jeszcze stosunkowo mało zbadany i nieopanywany teoretycznie. Na podstawie badań modelowych wiadomo, że obniżeniu ulega zarówno sprawność kadłuba jak i sprawność śruby swobodnej; minimum sprawności napędowej występuje z reguły w rejonie  $\lambda/L \approx 1$ . Jedyną aktualnie drogą do określenia ilościowego spadku sprawności napędowej są badania modelowe.

Na rys. 3.19 pokazano przyrost mocy potrzebnej do uzyskania tych samych prędkości statku przy różnych prędkościach wiatru (i odpowiadających im stanach morza) na przykładzie statku handlowego o długości 150 m.



Rys. 3.19. Moc napędowa zależna od siły wiatru

### 3.7. STABILIZACJA KOŁYSAŃ

Silne kołysania statku, szczególnie boczne, są z wielu względów niekorzystne dla konstrukcji i urządzeń okrętowych, dla ładunku i przede wszystkim dla ludzi. Możliwości zmniejszenia kołysań poprzez zmianę kształtu kadłuba czy położenia środka ciężkości statku są bardzo ograniczone, dlatego tam gdzie to jest niezbędne, stosuje się specjalne urządzenia stabilizujące. Istnieje cały szereg takich rozwiązań, które najbardziej ogólnie można podzielić na dwa systemy: bierne i aktywne.

### 3.7.1. Systemy bierne

Urządzenia tego systemu nie wymagają zewnętrznego źródła energii ani układu sterowania. Ruchy statku wykorzystywane są do tworzenia dodatkowego momentu tłumiącego lub przeciwdziałającego kołysaniu. Niektóre z tych urządzeń, jak na przykład zwykłe stępki przechyłowe, wystając poza właściwy kadłub statku powodują powstanie dodatkowego oporu ruchu postępowego, który musi być pokonany przez napęd główny. Ten dodatkowy opór jest jednak, przynajmniej częściowo, zredukowany przez zmniejszenie dodatkowego oporu kołysania w wyniku zmniejszenia amplitud kołysania.

Inne bierne stabilizatory, jak na przykład bierne zbiorniki stabilizujące są umieszczone wewnątrz kadłuba, więc nie powodują przyrostu oporu statku dając jedynie jego zmniejszenie w wyniku zmniejszenia kołysań.

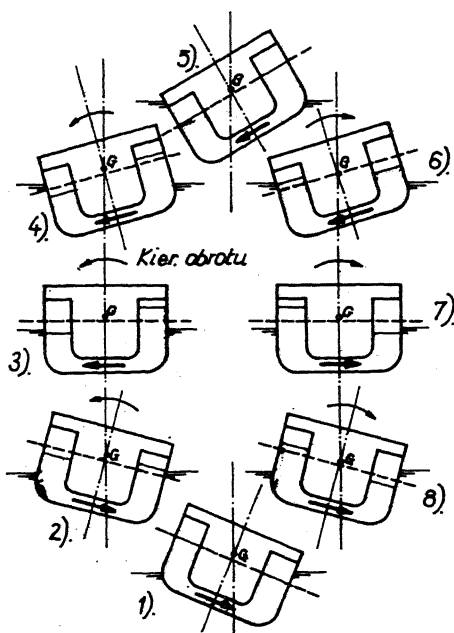
Stosowane są w praktyce następujące bierne stabilizatory:

- stępki przechyłowe;
- stałe płetwy stabilizujące;
- bierne zbiorniki stabilizujące.

Stępki przechyłowe są tak łatwe i proste w stosowaniu, że wyposaża się w nie większość budowanych statków. Umieszcza się je na oble kadłuba na przestrzeni około  $1/2 - 2/3$  długości statku, stycznie do linii prądu określonych w czasie ruchu na wodzie spokojnej. Z tego powodu dodatkowy opór stępek przechyłowych na wodzie spokojnej jest mały (ok. 2% oporu kadłuba), jednakże w czasie ruchu na fali układ linii prądu jest zmienny i przyrosty oporu znacznie większe. Dlatego na dużych statkach stosuje się raczej zbiorniki stabilizujące. Stępki przechyłowe mogą zmniejszyć amplitudy kołysań bocznych o około 35% [29].

Stałe płetwy stabilizujące są podobne w działaniu do stępek przechyłowych z tym, że są z reguły krótkie i o znacznej rozpiętości. Stanowią rodzaj profilowanych płetw o tak dobranym kształcie i kątach natarcia, aby przy określonych prędkościach generowały dużą siłę nośną przy stosunkowo małym oporze. Ich wadą jest narażenie na uszkodzenia ze względu na to, że wystają stosunkowo daleko poza kadłub. Bywają stosowane na małych jednostkach jak np. kutry rybackie. Są mało efektywne przy małych prędkościach.

Bierne zbiorniki stabilizacyjne składają się z jednej lub więcej par zbiorników leżących na burtach statku i połączonych ze sobą tak, aby woda, którą są napełnione, mogła przelewać się z jednej burty na drugą z pewnym opóźnieniem w stosunku do kołysań statku. Wykorzystuje się więc samo kołysanie statku do tworzenia momentu przeciwdziałającego temu kołysaniu. W położeniu wyprostowanym poziom wody w zbiornikach jest jednakowy; jeżeli statek przechylił się na przykład w prawo, woda zaczyna się przelewać również na prawą burtę, ale wolniej niż przechylił się statek (rys. 3.20). Po zmianie kierunku przechylania się statku, woda ciągle jeszcze przepływa w prawo, by osiągnąć maksimum napełniania prawego zbiornika, gdy statek przechodzi przez położenie zerowe. Przechylił w lewo zaczyna się więc już przy istnieniu prze-



Rys.3.20. Schemat działania biernych zbiorników stabilizujących

ciwdziałającego momentu przechylającego cieczy w zbiornikach itd. Przez odpowiedni dobór oporów przepływu można uzyskać przesunięcie fazy o  $90^\circ$ , co daje maksymalny efekt stabilizujący. Takie „nastrojenie” stabilizatora odnosi się oczywiście do jednej częstości kołysań, która zwykle odpowiada częstości kołysań własnych i daje maksymalny efekt w obszarze rezonansu, kiedy kołysania są największe. Można zastosować również układ przelewowy z możliwością regulacji oporów przepływu, co pozwala na zmienianie skutecznej częstości i dostosowywanie się do warunków falowania.

Zbiorniki takie dają redukcję kołysań około 60-70% i nie powodują zwiększenia oporu statku, jednakże powodują stratę nośności rzędu od 1-4% wyporności, dość dużą stratę objętości i obniżenie stateczności ze względu na wpływ swobodnych powierzchni wody w zbiornikach. Zaletą systemu jest, że jego skuteczność nie zależy od prędkości statku.

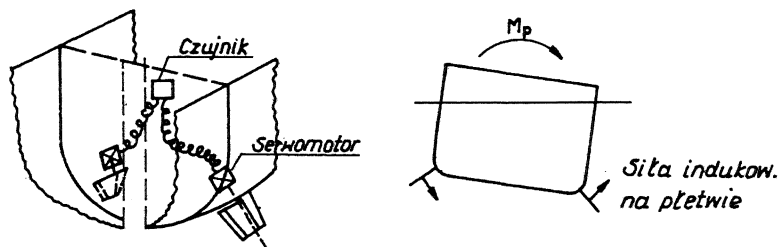
### 3.7.2. Systemy aktywne

Są to urządzenia, które wymagają dostarczenia energii z siłowni statkowej dla wytworzenia momentu przeciwdziałającego kołysaniu. Niektóre z nich mają elementy wystające poza kadłub i te powodują dodatkowy wzrost oporu statku; inne mieszczą się całkowicie wewnątrz kadłuba. Wśród urządzeń tego systemu stosowanych w praktyce można wymienić:

- aktywne stabilizatory płetwowe;
- aktywne zbiorniki stabilizujące;
- stabilizatory żyroskopowe.

Aktywne stabilizatory płetwowe składają się z płetw podobnych do zrównoważonych sterów o obrysie trapezowym, często z klapą na krawędzi spływu, o wydłużeniu 0,6–2,5, urządzenia napędowego i systemu sterującego. Płetwy umieszczone są na oble statku co daje maksymalne ramię momentowi stabilizującemu siły nośnej wytwarzanej na płetwie (rys. 3.21). Urządzenie napędowe, najczęściej typu elektrohydraulicznego, umożliwia wychylanie płetw względem osi obrotu, co pozwala na regulowanie generowanej siły nośnej, a więc momentu stabilizującego, zarówno co do wielkości jak i częstości. System jest sterowany automatycznie przy pomocy czułego urządzenia żyroskopowego.

Ponieważ siła nośna wytwarzana na płetwach jest proporcjonalna do kwadratu prędkości opływu, podczas gdy krzywa ramion prostujących jest niezależna od prędkości, więc system płetwowy jest tym bardziej skuteczny, im większa prędkość statku; praktycznie, poniżej 10 węzłów płetwy są mało skuteczne. Przy większych prędkościach można osiągnąć 90% redukcji kołysania. Strata wyporności wynosi około 1%, wymagana moc napędowa jest mała. Dla uniknięcia strat oporowych płetwy są często chowane w kadzuble wtedy, gdy nie ma potrzeby ich używania.



Rys.3.21. Aktywny stabilizator płetwowy

Aktywne zbiorniki stabilizujące działają podobnie jak zbiorniki bierne, są jednak bardziej efektywne, gdyż przepływ wody z burty na burtę jest sterowany i przeważnie wymuszony przy pomocy pomp. Można więc regulować zarówno wielkość jak i częstość momentu stabilizującego. Istnieje cały szereg różnych rozwiązań konstrukcyjnych. Zalety i wady tego systemu są podobne do zbiorników biernych z tym, że skuteczność ich jest większa, ale pobór mocy z siłowni dosyć znaczny. Aktualnie brak jest informacji o zainstalowaniu tego typu urządzeń na statkach.

Stabilizatory żyroskopowe stanowią podstawowy element układu sterującego prawie każdego aktywnego urządzenia stabilizującego. Jeżeli żyroskop posiada dostatecznie dużą masę (całość urządzenia wraz z napędem stanowi około 2% wyporności) i obroty, może stanowić samodzielne urządzenie stabilizujące. Jest to jednak urządzenie

nie ciężkie, wymagające stosunkowo dużej mocy napędowej i zajmujące sporo przestrzeni. Daje zmniejszenie kołysania o około 45%. Było stosowane w czasie II wojny światowej na dużych okrętach wojennych. Aktualnie brak informacji o stosowaniu.

Obecnie, poza stępkami przechyłowymi, najczęściej stosowane w praktyce są aktywne stabilizatory płetwowe. Niekiedy stosuje się również stabilizatory kołysań podłużnych. Są to z reguły dwie pary aktywnych stabilizatorów płetwowych umieszczonych w płaszczyźnie poziomej na dziobie i na rufie statku. Szczegółowe informacje o stabilizatorach i sposoby ich obliczania można znaleźć w [9, 34].

## 4. WŁAŚCIWOŚCI MANEWRÓWE OKRĘTU

Ma pojęcie właściwości manewrowych okrętu składają się pojęcia sterowności i zdolności hamowania.

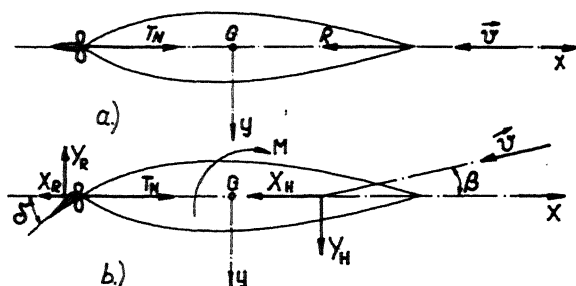
Sterownością okrętu nazywamy jego zdolność do poruszania się po drodze wymaganej przez sternika. Jest to więc pojęcie ogólne, dotyczące zarówno możliwości ruchu statku kursem prostym, jak i wykonania wszelkiego rodzaju manewrów i zwrotów. Sterowność obejmuje przede wszystkim dwa pojęcia podstawowe: **s t a t e c z n o ś ć k u r s o w ą** i **z w r o t n o ś ć**, które oznaczają również takie same cechy okrętu. **S t a t e c z n o ś ć k u r s o w a** to zdolność okrętu do zachowania prostego kursu bez udziału steru lub przy minimalnych wychyleniach steru. **Z w r o t n o ś ć** - to zdolność do zmiany kursu o dowolny kąt na możliwie najmniejszej przestrzeni i przy możliwie najmniejszym wychyleniu steru.

Zdolność hamowania określa możliwość zatrzymania statku na możliwie najkrótszej drodze przy jak najmniejszym odchyleniu od zamierzonego kursu.

Zarówno sterowność jak i zdolność hamowania są czynnikami niezwykle ważnymi w sferze bezpieczeństwa żeglugi. Zwrotność jest dla niektórych typów statków cechą o pierwszorzędym znaczeniu (holowniki, statki rzeczne, statki obsługi wież wiertniczych, okręty wojenne), zdolność hamowania okazała się szczególnie ważna dla statków dużych i bardzo dużych, zaś stateczność kursowa jest cechą bardzo istotną dla statków oceanicznych odbywających długie rejsy po ustalonych kursach.

### 4.1. POJĘCIA WSTĘPNE

Przy rozpatrywaniu sterowności założymy, że statek posuwa się z ustaloną prędkością po gładkiej, nieograniczonej wodzie i że posiada on swobodę jedynie w płaszczyźnie poziomej, tzn. ruch jest ograniczony do przesunięć wzdłuż osi  $x$  i  $y$  oraz obrotu względem osi  $z$ . Brak jest prądu i wiatru. Oczywiście uwzględnienie falowania morza, prądu wody i wiatru jest możliwe, ale komplikuje problem na tyle, że w ramach niniejszego wykładu nie będzie miało miejsca.



Rys.4.1. Siły działające na statek: a) na kursie prostym, b) po wychyleniu steru

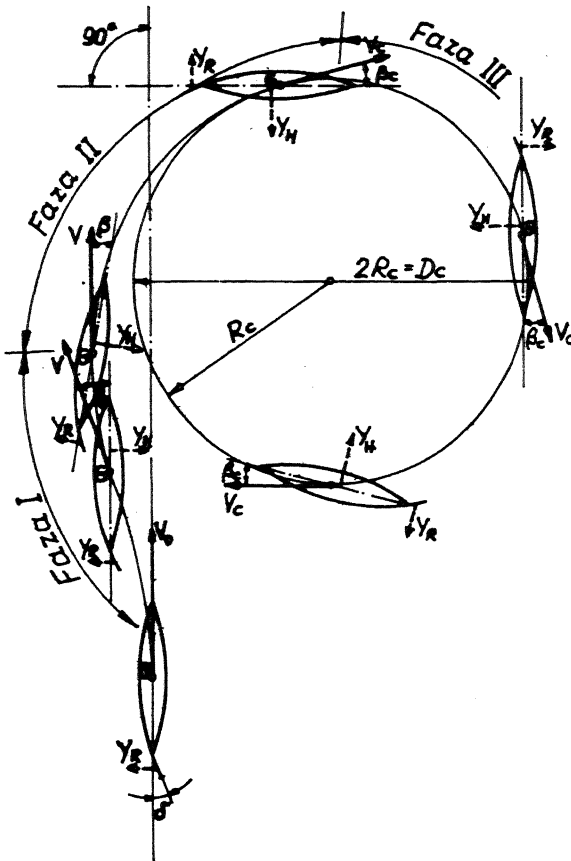
Rozpatrzmy najpierw poglądowo zjawiska związane ze zmianą kursu statku. Niech statek porusza się kursem prostym z ustaloną prędkością  $v$ . (rys. 4.1). Działa wówczas na niego siła napędowa śruby  $T_N$  i reakcja wody - opór  $R$ , przeciwnie skierowany i równy co do wielkości. Żadne inne siły w płaszczyźnie poziomej nie występują, gdyż kadłub jest symetryczny względem płaszczyzny  $xz$ . Wychylimy teraz ster np. na prawą burtę o kąt  $\delta$ . Na sterze powstanie siła nośna i wzrośnie jego opór. Pojawi się więc poprzeczna składowa siły hydrodynamicznej  $Y_R$ , która będzie usiłowała spychać statek w lewo w kierunku  $-y$  i obracać kadłub w prawo. Spowoduje to powstanie kąta natarcia  $\beta$  (kąt dryfu) między kierunkiem prędkości wody napływającej a kadłubem. To z kolei sprawi, że cały kadłub zacznie działać jak płat w skośnym opływie: wzrośnie jego opór i pojawi się poprzeczna siła hydrodynamiczna  $Y_H$  przyłożona w przedniej części kadłuba i skierowana w prawo ( $+x$ ), która będzie spychać statek w prawo i obracać go w tym samym kierunku. Prędkość postępową statku zmaleje (gdy  $T_N = \text{const}$ ), kąt  $\beta$  będzie rósł, siła  $Y_H$  będzie rosła i będzie przesuwając się ku rufie. Jeżeli przesunie się poza środek ciężkości, jej moment zmieni znak i wytworzy się nowy stan równowagi w ruchu obrotowym po kole. Statek wejdzie w cyrkulację (rys. 4.2).

W przypadku takiego pełnego zwrotu zwanego cyrkulacją, cały proces zwrotu dzielimy na trzy fazy:

- faza I obejmuje okres od chwili wychylenia steru do ustania przesunięcia w stronę przeciwną wychyleniu steru ( $Y_H = Y_R$ );
- faza II obejmuje okres od zakończenia fazy I do rozpoczęcia ustalonej cyrkulacji, tzn. do chwili, gdy  $Y_H x_H = Y_R x_R$ ; w tej fazie ruch odbywa się po spirali w kierunku wychylenia steru;
- faza III to ruch ustalony po kole; siły, momenty, prędkości i kąt dryfu są stałe.

W czasie I i II fazy kąt dryfu stale rośnie, a prędkość obwodowa maleje.





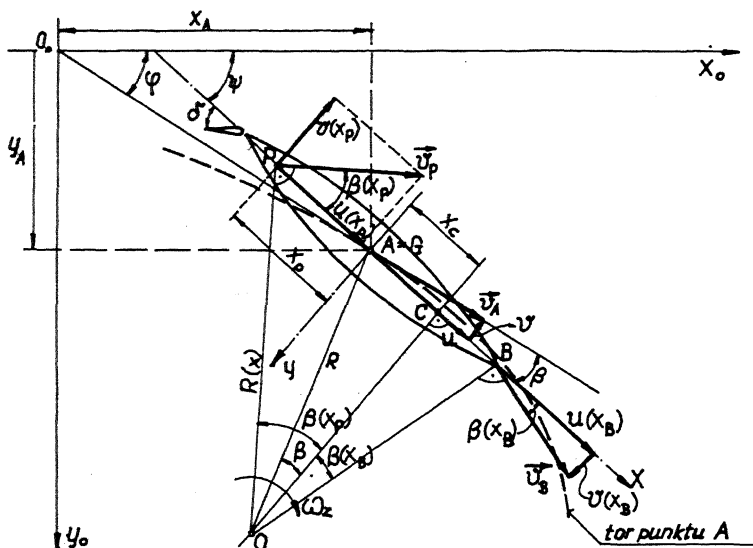
Rys.4.2. Cyrkulacja statku

Jeżeli po rozpoczęciu zwrotu wyprostujemy ster, statek może poruszać się dalej po kursie prostym, ale innym niż pierwotny, gdyż brak jest naturalnej siły przywracającej w płaszczyźnie poziomej - taki statek nazywamy **dynamicznie statecznym kursowo**. Może on jednak, mimo powrotu steru do płaszczyzny symetrii, poruszać się dalej po torze krzywoliniowym i taki statek nazywamy **nie statecznym kursowo**.

Początkowy impuls zakłócający ruch po torze prostym może pochodzić nie od steru, ale od czynników zewnętrznych, takich jak wiatr, fala itp.

#### 4.2. KINEMATYKA ZWROTU

Dla celów badania sterowności statku przyjmujemy dwa ortogonalne, prawoskrętne układy współrzędnych: nieruchomy w przestrzeni układ  $O_0x_0y_0z_0$ ,



Rys.4.3. Kinematyka zwrotu

względem którego określamy tor przyjętego punktu A na statku (najczęściej punkt A przyjmuje się na jednym pionie ze środkiem ciężkości statku G), oraz wygodniejszy dla analizy ruchu układ sztywno związany ze statkiem  $Axyz$ . W punkcie wyjściowym oś  $x \parallel x_0$ . Płaszczyzna  $Axy$  pokrywa się z wodnicą statku, zaś oś  $z$  jest skierowana pionowo w dół. Wielkości bez indeksu odnoszą się do punktu G.

Kąt  $\psi$  nazywamy kątem kursowym, kąt  $\varphi$  oznacza kierunek wektora  $V_A$  wzgl. osi  $x_0$ , przy czym:

$$\psi = \varphi + \beta \quad (4.1)$$

gdzie  $\beta$  nazywa się kątem dryfu.

Kąt  $\beta(x)$  jest zmienny wzdłuż długości statku. Jako wartość znacząca dla opisu położenia statku przyjmuje się kąt  $\beta$  mierzony w środku ciężkości G. Od punktu C ku dziobowi kąty dryfu zmieniają znak.

Z definicji  $\beta \ll (\vec{v}_A, Ax)$ , a  $\varphi \ll (\vec{v}_A, O_0x_0)$ .

Punkt O, będący środkiem krzywizny toru środka ciężkości statku nazywa się środkiem obrotu, zaś punkt C - biegunem obrotu. Punkt C charakteryzuje się tym, że składowa poprzeczna prędkości  $v$  i kąt dryfu  $\beta(x)$  są w tym punkcie równe zero. Obserwator stojący na statku w punkcie C ma wrażenie, że statek obraca się wokół tego punktu.

Ponieważ ruch statku rozpatrujemy jako płaski w płaszczyźnie  $O_0x_0y_0$ , więc  $\dot{\varphi} = \dot{\theta} = 0$  (kołysanie i kiwanie), prędkości katowe  $p = q = 0$  i składowa pionowa prędkości liniowej  $w = 0$ . Wobec tego:

$$\vec{v}_A(u, v, 0), \quad \vec{\omega}(0, 0, r), \quad \dot{\psi} = r = \omega_z$$

Kąt kursowy statku 
$$\psi = \int_0^t r \, dt \quad (4.2)$$

Wychodząc z tych założeń i patrząc na rysunek, łatwo określić zależności między poszczególnymi charakterystycznymi dla sterowności wielkościami:

$$\left. \begin{aligned} u &= v_A \cos \beta = \omega R \cos \beta = \text{const} (x) \\ v &= -v_A \sin \beta \\ \text{tg } \beta &= -\frac{v}{u} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

$$\left. \begin{aligned} v(x) &= v_A \frac{\cos \beta}{\cos \beta'(x)} \\ \beta(x) &= \frac{x_c - x}{R(x)} = \beta - \frac{x}{R(x)}, \text{ gdyż } \sin \beta \approx \beta \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_A &= v_A \cos \varphi \\ \dot{y}_A &= v_A \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

Równanie toru punktu A statku można zapisać jako:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_A}{dt} &= u \cos \psi - v \sin \psi \\ \frac{dy_A}{dt} &= u \sin \psi + v \cos \psi \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

### 4.3. TEORIA STEROWNOŚCI - MODELE MATEMATYCZNE [18, 2]

#### 4.3.1. Równania ruchu statku manewrującego

Oznaczmy składowe wypadkowej zewnętrznych sił hydrodynamicznych działających na manewrujący statek przez  $X, Y, Z$ , a składowe momentu względem osi  $x, y, z$  przez  $K, M, N$ . Ze względu na założenie ruchu płaskiego  $Z = K = M = 0$ . Wychodząc z zasady pędu i ogólnych znanych równań ruchu, otrzymamy następujące równania ruchu:

$$m(\dot{u} - vr - x_G \dot{r}^2) = X \quad (4.7a)$$

$$m(\dot{v} - ur + x_G \dot{r}) = Y \quad (4.7b)$$

$$I_z \dot{r} + m x_G (\dot{v} + ur) = N \quad (4.7c)$$

Gdy  $A = G$ , to  $x_G = 0$ .

Siły zewnętrzne  $X, Y$  oraz moment  $N$  można wyznaczyć na podstawie ich fi-

zycznego sensu, korzystając z zależności teoretycznych i empirycznych, albo przez ich rozwinięcie w szereg Taylora. Zajmiemy się tym drugim sposobem wygodniejszym dla analizy matematycznej.

Jeśli ograniczymy się tylko do uwzględnienia wyrazów liniowych tego rozwinięcia, to po odrzuceniu wyrazów nieliniowych lewych stron równań (4.7) otrzymamy model liniowy sterowności statku. Współczynniki dynamiczne dla tego rozwinięcia można uzyskać na drodze badań modelowych przy zastosowaniu mechanizmu ruchu płaskiego (Planar Motion Mechanism) lub przy odpowiednim zastosowaniu metod identyfikacji układów dla badania modeli swobodnych lub statków rzeczywistych. Równania uzyskane na tej drodze służą do badania stateczności dynamicznej statku na kursie, do badania zdolności statku do zmiany kursu w zakresie małych wychyleń steru oraz we wstępnym projektowaniu autopilotów. Dla bardziej precyzyjnych zadań trzeba używać równań nieliniowych.

Zakładamy, że siły  $X, Y$ , oraz moment  $N$  są zależne od  $u, v, r, \dot{u}, \dot{v}, \dot{r}$  i wychylenia steru  $\delta$ . Przy założeniu, że statek początkowo porusza się kursem prostym przy  $\psi = 0$ , ze stałą prędkością  $u = u_0$ , wielkości  $v, r, \dot{u}, \dot{v}, \dot{r}$ ,  $\delta - \delta_0$  można uważać za zakłócenia i w rozwinięciu sił  $X, Y, N$  w szereg Taylora ograniczyć się do wyrazów pierwszego rzędu.

Stąd:

$$X(u, v, r, \dot{u}, \dot{v}, \dot{r}, \delta) = X_0(u_0, 0, 0, 0, 0, 0, \delta_0) + \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial v} v + \\ + \frac{\partial X}{\partial r} r + \frac{\partial X}{\partial \dot{u}} \dot{u} + \frac{\partial X}{\partial \dot{v}} \dot{v} + \frac{\partial X}{\partial \dot{r}} \dot{r} + \frac{\partial X}{\partial \delta} \Delta \delta, \quad (4.8)$$

gdzie:

$$\Delta u = u - u_0, \quad \Delta \delta = \delta - \delta_0,$$

$\delta_0$  - kąt wychylenia steru przy kursie prostym statku.

$\delta_0 \neq 0$  dla statków o nieparzystej liczbie śrub. Dla uproszczenia w dalszej analizie będziemy zamiast  $\Delta \delta$  pisać jednak  $\delta$ .

$X(\dots)$  - wypadkowa siły oporu czołowego  $R_T$  i siły napędzającej  $T_N$ ; dla ruchu ustalonego  $X_0 = 0$ .

Dla uproszczenia zapisu przyjmujemy następujące oznaczenia dla pochodnych cząstkowych:

$$\frac{\partial X}{\partial u} = X_u; \quad \frac{\partial X}{\partial \dot{u}} = X_{\dot{u}}; \quad \frac{\partial X}{\partial r} = X_r; \quad \dots \text{ itd.}$$

Ponieważ kadłub statku jest symetryczny względem płaszczyzny  $Axz$ , więc  $X_v = X_{\dot{v}} = X_r = X_{\dot{r}} = 0$ . Tak więc

$$X = X_u \Delta u + X_{\dot{u}} \dot{u} + X_{\delta} \delta; \quad (4.9)$$

Dla siły poprzecznej w podobny sposób otrzymamy:

$$Y = Y_v v + Y_{\dot{v}} \dot{v} + Y_r r + Y_{\dot{r}} \dot{r} + Y_{\delta} \delta, \quad (4.10)$$

gdyż  $Y_0(u_0, 0, \dots, \delta) = 0$  i  $Y_u = Y_{\dot{u}} = 0$ , ponieważ na symetrycznym ka-  
dźbie zmiana prędkości w kierunku wzdłużnym ( $\Delta u, \dot{u}$ ) nie może wytwarzać  
siły poprzecznej.

Podobnie otrzymujemy:

$$N = N_v v + N_{\dot{v}} \dot{v} + N_r r + N_{\dot{r}} \dot{r} + N_{\delta} \delta \quad (4.11)$$

Zakłada się, że wszystkie pochodne sił  $X$  i  $Y$  oraz momentu  $N$  są stałe dla  
małych zmian ruchu, gdyż zostały one określone w stanie ruchu statku o  
wielkościach początkowych ( $u_0, 0, \dots, \delta_0$ ), a więc w odniesieniu do stat-  
ków posiadających kursową stateczność dynamiczną lub do statków niesta-  
tecznych w fazie początkowej ruchu.

Po uwzględnieniu rozwinięć ((4.9), (4.10), (4.11)), oraz pominięciu  
wyrazów drugiego rzędu  $r^2$ ,  $v r$  i  $\Delta u r$ , równania ruchu (4.7) będą miały po-  
stać:

$$(m - X_{\dot{u}}) \dot{u} = X_u \Delta u + X_{\delta} \delta \quad (4.12)$$

$$(m - Y_{\dot{v}}) \dot{v} + (m x_G - Y_{\dot{r}}) \dot{r} = Y_{\delta} \delta + Y_v v + (Y_r - m u_0) r \quad (4.13)$$

$$(m x_G - N_{\dot{v}}) \dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}}) \dot{r} = N_{\delta} \delta + N_v v + (N_r - m x_G u_0) r$$

Jak widać, w równaniu (4.12) składowej ruchu wzdłużnego nie występują  
zmiennne  $v$  i  $r$ , zaś w pozostałych dwóch równaniach zmienna  $u$ . Dlatego  
równanie to traktuje się jako niezależne od pozostałych i używa się go  
wyłącznie do określania spadku prędkości postępowej w czasie ruchu ste-  
rowanego. Do analizy sterowności wystarczają pozostałe dwa równania.

Pochodna  $Y_{\dot{v}}$  występująca w połączeniu z masą statku jest niczym innym  
jak znanym nam współczynnikiem masy wody towarzyszącej; jest zawsze prze-  
ciwnie skierowana do przyspieszenia „poprzecznego”  $\dot{v}$  i dlatego jest  
zawsze ujemna. Nazywana jest również współczynnikiem masy skutecznej lub  
efektywnej. Podobnie pochodna  $N_{\dot{r}}$  jest współczynnikiem momentu masy wo-  
dy towarzyszącej względem osi  $z$ .

W niektórych analizach przyjmuje się dalsze uproszczone oznaczenia  
[1, 2] dla prawych stron równań ((4.12) i (4.13)) -  $f_1, f_2, f_3$  i dla  
wyznacznika utworzonego z lewych stron równań (4.13) -  $f_4$ :

$$\begin{aligned} f_1 &= X_u \Delta u + X_{\delta} \delta \\ f_2 &= Y_{\delta} \delta + Y_v v + (Y_r - m u_0) r \\ f_3 &= N_{\delta} \delta + N_v v + (N_r - m x_G u_0) r \\ f_4 &= (m - Y_{\dot{v}})(I_z - N_{\dot{r}}) - (m x_G - Y_{\dot{r}})(m x_G - N_{\dot{v}}) \end{aligned} \quad (4.14)$$

Oznaczenia są takie same dla teorii liniowej i nieliniowej, jedynie ich  
składniki są różne. Stąd poniższa postać równań wyrażona za pomocą tych  
współczynników będzie również taka sama dla obu teorii. Postać ta prze-

kształcona z (4.13) jest szczególnie przydatna do badań numerycznych:

$$\dot{v} = \frac{1}{f_4} [f_2(I_z - N_r) - f_3(m x_G - Y_r)] \quad (4.15a)$$

$$\dot{r} = \frac{1}{f_4} [f_3(m - Y_v) - f_2(m x_G - N_v)] \quad (4.15b)$$

$$\dot{u} = \frac{f_1}{m - X_u} \quad (4.15c)$$

Bardzo często w praktycznym stosowaniu przedstawia się równania ruchu w formie bezwymiarowej stosując następujące podstawienia. Indekssem „prim” będziemy oznaczać wielkości bezwymiarowe [25]:

$$X' = \frac{X}{1/2 \varrho A_L u_0^2} = c_x; \quad Y' = \frac{Y}{1/2 \varrho A_L u_0^2} = c_y; \quad N' = \frac{N}{1/2 \varrho A_L L u_0^2} = c_{Mz}, \quad (4.16)$$

gdzie powierzchnię  $A_L$  przyjmuje się najczęściej jako równą  $L \cdot T$  lub  $L^2$ ,

- bezwymiarowa masa  $m' = \frac{m}{1/2 \varrho A_L L}$ , (4.17)

- bezwymiarowy moment bezwładności masy

$$I_z' = \frac{I_z}{1/2 \varrho A_L L^3} (r_z')^2 m', \quad (4.18)$$

gdzie  $r_z' = r_z/L$ ,

- odległości, prędkości, przyspieszenia i współczynniki sił:

$$x_G' = x_G/L,$$

$$v_A' = \frac{v}{u_0}, \quad u' = \frac{u}{u_0}, \quad v' = \frac{v}{u_0}, \quad \dot{v}' = \dot{v} \frac{L}{u_0^2}$$

$$\omega = \omega \frac{L}{u_0}, \quad r' = \frac{L}{u_0} r, \quad \dot{r}' = \dot{r} \frac{L^2}{u_0^2} \quad (4.19)$$

$$Y_v' = \frac{Y_v}{1/2 \varrho A_L u_0}, \quad Y_r' = \frac{Y_r}{1/2 \varrho A_L L u_0}, \quad Y_v' = \frac{Y_v}{1/2 \varrho A_L L}, \quad Y_r' = \frac{Y_r}{1/2 \varrho A_L L^2},$$

$$N_v' = \frac{N_v}{1/2 \varrho A_L L u_0}, \quad N_r' = \frac{N_r}{1/2 \varrho A_L L^2 u_0}, \quad N_v' = \frac{N_v}{1/2 \varrho A_L L^2}, \quad N_r' = \frac{N_r}{1/2 \varrho A_L L^3},$$

- bezwymiarowy czas  $t' = t \frac{u_0}{L}$  oznacza ilość przebytych długości własnych statku.

Dla przykładu, przekształcenie na formę bezwymiarową niektórych wyrazów drugiego równania (4.13) będzie następujące:

$$\begin{aligned} \frac{N_v v}{1/2 \varrho A_L L u_0^2} &= \left( \frac{N_v}{1/2 \varrho A_L L u_0} \right) \left( \frac{v}{u_0} \right) = N'_v v' \\ \frac{N_{\dot{v}} \dot{v}}{1/2 \varrho A_L L u_0^2} &= \left( \frac{N_{\dot{v}}}{1/2 \varrho A_L L^2} \right) \left( \frac{\dot{v} L}{u_0^2} \right) = N'_{\dot{v}} \dot{v}' \\ \frac{m x_G \dot{v}}{1/2 \varrho A_L L u_0^2} &= \left( \frac{m}{1/2 \varrho A_L L} \right) \left( \frac{x_G}{L} \right) \left( \frac{\dot{v} L}{u_0^2} \right) = m' x'_G \dot{v}' \end{aligned} \quad (4.20)$$

Jak widać, obie strony równań należy podzielić w tym celu przez  $1/2 \varrho A_L L u_0^2$ .

#### 4.3.2. Warunki dynamicznej stateczności kursowej

Statek jest dynamicznie stateczny na kursie, gdy, poruszając się kursem prostym ze sterem w położeniu zerowym, zostanie odchyłony od tego kursu impulsem zakłócającym i po pewnym czasie (po zniknięciu zakłócenia) będzie poruszać się znów kursem prostym (innym niż pierwotny).

Do badania warunków dynamicznej stateczności kursowej służą równania (4.13) w układzie  $Gxy$  ( $x_G = 0$ ), przy założeniu, że  $\delta = 0$ .

Równania mają wówczas postać jak niżej:

$$\left. \begin{aligned} (m - Y_v) \ddot{v} - Y_v \dot{v} - Y_r \ddot{r} + (m u_0 - Y_r) \dot{r} &= 0 \\ -N_{\dot{v}} \ddot{v} - N_v \dot{v} + (I_z - N_r) \ddot{r} - N_r \dot{r} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

W postaci bezwymiarowej równania te są:

$$\left. \begin{aligned} (m' - Y'_v) \ddot{v}' - Y'_v \dot{v}' - Y'_r \ddot{r}' + (m' - Y'_r) \dot{r}' &= 0 \\ -N'_{\dot{v}} \ddot{v}' - N'_v \dot{v}' + (I'_z - N'_r) \ddot{r}' - N'_r \dot{r}' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

gdzie  $\dot{v}'$ ,  $v'$ ,  $\dot{r}'$ ,  $r'$  są zależne od bezwymiarowego czasu  $t' = \frac{tu_0}{L}$ .

Równania (4.22) stanowią układ dwu równań różniczkowych pierwszego rzędu o dwu niewiadomych  $v'$  i  $r'$ . Jednoczesne rozwiązanie tych równań prowadzi do równania różniczkowego drugiego rzędu decydującego o stateczności kursowej. Rozwiązania dla  $v'$  i  $r'$  mają postać:

$$\left. \begin{aligned} v' &= v_2 e^{s_1 t} + v_3 e^{s_2 t} \\ r' &= r_2 e^{s_1 t} + r_3 e^{s_2 t} \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

gdzie  $v_2$ ,  $v_3$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  są stałymi całkowania, a  $s_1$  i  $s_2$  (o wymiarze  $1/t$ )

są pierwiastkami równania charakterystycznego układu, które otrzymujemy przez podstawienie (4.23) do (4.22).

Jak widać, ruch statku będzie dynamicznie stateczny, gdy  $s_1$  i  $s_2$  będą ujemne. Wówczas  $v'$  i  $r'$  będą szybko dążyć do zera wraz z przyrostem czasu, co oznacza, że tor statku będzie dążyć do linii prostej. Jeżeli  $s_1$  lub  $s_2$  będą dodatnie,  $v'$  i  $r'$  będą rosnąć z czasem, tor będzie się zakrzywiał i dążył do ustalonej cyrkulacji przy sterze w płaszczyźnie symetrii (założyliśmy  $\delta=0$ ).

Pierwiastki  $s_1$  i  $s_2$  nazywa się wskaźnikami stateczności kursowej. Można je wyznaczyć z równania charakterystycznego:

$$As^2 + Bs + C = 0 \quad (4.24)$$

$$\text{gdzie: } A = (m' - Y'_V) (I'_Z - N'_R) - Y'_R N'_V$$

$$B = N'_V(m' - Y'_R) - N'_V Y'_R - Y'_V (I'_Z - N'_R) - N'_R(m' - Y'_V)$$

$$C = Y'_V N'_R - N'_V(Y'_R - m')$$

$$s_{1,2} = \frac{-B/A \pm [(B/A)^2 - 4 C/A]^{1/2}}{2} \quad (4.24a)$$

Aby  $s_1$  i  $s_2$  były ujemne, muszą być spełnione dwa warunki:

- $C/A > 0$ . Gdy  $C/A < 0$ , to  $[(B/A)^2 - 4 C/A]^{1/2}$  będzie zawsze większe od  $B/A$  i zawsze  $s_1$  lub  $s_2$  będzie dodatni,
- $B/A > 0$ . Jeżeli  $B/A < 0$  i  $C/A > 0$  - to oba  $s_1$  i  $s_2$  będą zawsze dodatnie. Jeżeli zarówno  $B/A$  jak i  $C/A$  są ujemne, jedna z wartości  $s$  jest dodatnia.

Można wykazać na drodze szczegółowej analizy poszczególnych pochodnych [25], że  $A$  jest zawsze duże i dodatnie, oraz że  $B$  jest również zawsze dodatnie i tego samego rzędu co  $A$ . Oznacza to, że pierwiastek  $s_2$  jest zawsze ujemny, a  $s_1$  jest ujemny, gdy  $C > 0$ .

Zatem warunek dynamicznej stateczności na kursie sprowadza się do tego, aby  $C > 0$ . Wyrażenie  $C$  nazywane jest kryterium stateczności kursowej j:

$$C = Y'_V N'_R - N'_V(Y'_R - m') > 0 \quad (4.25)$$

$$\text{lub } \frac{N'_R}{Y'_R - m'} - \frac{N'_V}{Y'_V} > 0 .$$

Pierwszy składnik wyraża ramię siły tłumiącej (pochodna prędkości kątowej)  $l'_R$ , drugi ramię siły wywołanej kątem dryfu (poprzecznej składowej prędkości  $v$ ) zwanej również ramieniem stateczności statycznej na kur-



sie  $l'_v$ . Ich różnica nazywana jest ramieniem stateczności dynamicznej na kursie  $l'_d$ . Stąd:

$$l'_d = l'_r - l'_v > 0$$

gdzie:  $l'_d = l_d/L$ ;  $l'_v = l_v/L$ ;  $l'_r = l_r/L$ .

Inaczej mówiąc, dla statku dynamicznie statecznego na kursie punkt przyłożenia wypadkowej siły hydrodynamicznej wywołanej prędkością kątową musi leżeć przed punktem przyłożenia siły wywołanej kątem dryfu.

Dla zorientowania się w rzędzie wielkości poszczególnych współczynników równań ruchu statku manewrującego poniżej podane są ich wartości liczbowe określone przy pomocy PMM dla statku typu Mariner [18]:

$$\begin{array}{lll} m' = 797,67 \cdot 10^{-5} & I'_z = 42,8 \cdot 10^{-5} & \\ Y'_v = -749,00 \cdot 10^{-5} & N'_v = -4,8 \cdot 10^{-5} & \\ Y'_v = -1142,60 \cdot 10^{-5} & N'_v = -341,1 \cdot 10^{-5} & \\ Y'_r = 269,60 \cdot 10^{-5} & N'_r = -188,7 \cdot 10^{-5} & \\ Y'_r = -12,50 \cdot 10^{-5} & N'_r = -48,2 \cdot 10^{-5} & \\ Y'_\delta = 263,60 \cdot 10^{-5} & N'_\delta = -128,4 \cdot 10^{-5} & \\ A = 1,41 \cdot 10^{-5} & B = 3,88 \cdot 10^{-5} & C = 7,5 \cdot 10^{-7} \\ s'_1 = -0,02 & l'_r = 0,357 & l'_d = 0,012 \\ s'_2 = -2,74 & l'_v = 0,345 & \end{array}$$

Statek ten jest dynamicznie stateczny na kursie.

#### 4.3.3. Podstawowe równania sterowności statku. Wskazniki sterowności

Podstawowym równaniem sterowności statku nazywamy liniowe równanie różniczkowe wiążące odpowiedź statku (odchylenie katowe)  $\psi$  z kątem wychylenia steru  $\delta$ , który je wywołał:

$$T_1 T_2 \ddot{\psi} + (T_1 + T_2) \dot{\psi} + \psi = K(T_3 \dot{\delta} + \delta) \quad (4.26a)$$

$$\text{lub} \quad \ddot{\psi} + \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) \dot{\psi} + \frac{1}{T_1 T_2} \psi = \frac{K}{T_1 T_2} (T_3 \dot{\delta} + \delta) \quad (4.26b)$$

Równania te można uzyskać przez różniczkowanie względem czasu równania na  $\dot{r}$  (4.15b) i następnie przez podstawienie do tak otrzymanego równania wartości przyspieszenia poprzecznego  $\dot{v}$ , które z kolei można wyznaczyć z układu równań (4.13).

Zgodnie z tym otrzymamy kolejno:

$$\ddot{r} = \ddot{v} = \frac{1}{I_4} [\dot{f}_3(m - Y_v) - \dot{f}_2(mx_G - N_v)] \quad (4.27a)$$

gdzie:  $\dot{f}_1 = Y_\delta \dot{\delta} + Y_v \dot{v} + (Y_r - mu_o) \dot{r}$

$$\dot{f}_3 = N_\delta \dot{\delta} + N_v \dot{v} + (N_r - mx_G u_o) \dot{r} \quad (4.27b)$$

$f_4$  - wg wzoru (4.14)

Dla wyznaczenia  $\dot{v}$  napiszemy równanie (4.13) w postaci:

$$(m - Y_v) \dot{v} - Y_v v = f_5 \quad (4.27c)$$

$$(mx_G - N_v) \dot{v} - N_v v = f_6$$

gdzie:  $f_5 = Y_\delta \dot{\delta} + (Y_r - mx_G) \dot{r} + (Y_r - mu_o) r$  (4.27d)

$$f_6 = N_\delta \dot{\delta} + (N_r - I_z) \dot{r} + (N_r - mu_o x_G) r$$

$f_7$  - wyznacznik główny układu równań (4.27c):

$$f_7 = \begin{bmatrix} (m - Y_v) & -Y_v \\ (mx_G - N_v) & -N_v \end{bmatrix} \quad (4.27e)$$

Wówczas:

$$\dot{v} = -\frac{1}{I_7} (f_5 N_v - f_6 Y_v) \quad (4.27f)$$

Z wyrażeń (4.27d) widać, że przyspieszenie  $\dot{v}$  określone wzorem (4.27f) zależne jest od  $\dot{\delta}$ ,  $r$ ,  $\dot{r}$ . Stąd, po podstawieniu (4.27f) do wzorów (4.27b), a tych ostatnich do równania (4.27a), uzyska się równanie (4.26b), w którym stałe czasowe  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  oraz współczynnik wzmocnienia  $K$  będą określone [6] wzorami:

$$K = \frac{N_v Y_\delta - Y_v N_\delta}{Y_v (N_r - mx_G u_o) - N_v (Y_r - mu_o)} \quad (4.28a)$$

$$T_3 = \frac{(N_v - mx_G) Y_\delta - (Y_v - m) N_\delta}{N_v Y_\delta - Y_v N_\delta} \quad (4.28b)$$

$$\frac{K}{T_1 T_2} = \frac{1}{I_4} (N_v Y_\delta - Y_v N_\delta) \quad (4.28c)$$

$$\frac{1}{T_1 T_2} = \frac{1}{I_4} [Y_v (N_r - mx_G u_o) - N_v (Y_r - mu_o)] \quad (4.28d)$$

$$\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_4} \left[ (Y_V - m)(N_R - mx_G u_0) + (N_R - I_Z) Y_V - \right. \\ \left. - (Y_R - mx_G) N_V - (N_V - mx_G)(Y_R - mu_0) \right] \quad (4.28e)$$

Do badania stateczności oraz wstępnego projektowania autopilotów stosuje się często, szczególnie w Japonii, uproszczoną postać równania sterowności zaproponowaną przez Nomoto [23, 25]:

$$T\ddot{\psi} + \dot{\psi} = K\delta \quad (4.29)$$

Wyrażenia dla stałej czasowej  $T$  i współczynnika wzmocnienia  $K$ , nazywanych wskaźnikami sterowności Nomoto, można uzyskać przez ocenę współczynników (4.28) [6] albo z równania różniczkowego dla czystego obrotu (odchylenia kursowego) statku  $\psi$ , przy założeniu, że  $x_G = 0$ . Z równań (4.7) i (4.11) otrzymamy:

$$I_Z \ddot{\psi} = N_R \dot{\psi} + N_V \ddot{\psi} + N_\delta \delta \quad (\text{gdzie: } r = \dot{\psi}, \dot{r} = \ddot{\psi})$$

$$\text{stad} \quad \frac{(I_Z - N_V)}{-N_R} \ddot{\psi} + \dot{\psi} = \frac{N_\delta}{-N_R} \delta \quad (4.30)$$

Przez analogię postaciową z (4.29) otrzymamy:

$$T = \frac{I_Z - N_V}{-N_R} > 0, \quad K = \frac{N_\delta}{-N_R} < 0 \quad (4.31)$$

Jeśli przyjmie się wychylenie steru na prawą burtę jako dodatnie ( $\delta > 0$ ), tzn. przeciwnie niż dodatni kierunek dla odchylenia statku  $\psi$ , to wtedy  $K > 0$ . Traktując  $K$  jako wskaźnik sterowności przyjmuje się właśnie  $K > 0$ .

Wskaźniki  $K$  i  $T$  stosuje się przeważnie w formie bezwymiarowej:

$$T' = T \frac{u_0}{L} \quad \text{i} \quad K' = K \frac{L}{u_0} \quad (4.32)$$

Równanie (4.30) można w prosty sposób scałkować dla przypadku skokowego wychylenia steru o kąt  $\delta_0$  (czas wychylenia steru od 0 do  $\delta_0$  równa się 0). Wówczas:

$$\dot{\psi} = K \delta_0 (1 - e^{-t/T}) \quad (4.33)$$

Gdy  $t \rightarrow \infty$ , tzn. dla ustalonej cyrkulacji, to

$$\dot{\psi} = \dot{\psi}_c = r_c = K \delta_0, \quad \text{lub} \quad \frac{d\psi}{dt} = r'_c = K' \delta_0 \quad (4.34)$$

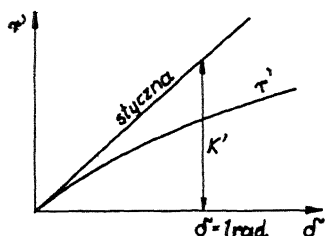
Wiemy, że  $r'_c = r_c \frac{L}{v_c}$ , gdzie  $v_c = r_c R_c$ , zaś  $R_c$  - promień ustalony cyrkulacji.

$$\text{Stąd } r'_c = r_c \frac{L}{R_c r_c} = \frac{L}{R_c} = \frac{2L}{D_c}.$$

Można więc napisać, że:

$$\frac{2L}{D_c} = K' \delta \quad \text{i} \quad \frac{D_c}{L} = D'_c = \frac{2}{K' \delta} \quad (4.35)$$

Z równań (4.33) i (4.35) wynika, że  $K'$  można uznać za *w s k a ź n i k z w r o t n o ś c i*; im większe  $K'$ , tym mniejsza średnica cyrkulacji ustalonej. Współczynnik  $T$  jest wskaźnikiem szybkości reakcji statku na wychylenia steru - im mniejszy  $T$ , tym szybciej statek reaguje na te wychylenia. Pośrednio świadczy on również o stateczności kursowej.



Rys. 4.4. Graficzne wyrażenie wskaźnika  $K'$

Jeżeli wykreślimy (rys. 4.4) krzywą  $r' = f(\delta)$ , to  $K'$  będzie wyrażać tangens nachylenia stycznej do tej krzywej w punkcie  $\delta = 0$  (bo równanie (4.34) zostało wyprowadzone przy założeniu małych  $\delta$ ).

Sterowność przeciętnego statku jest kompromisem między dobrą zwrotnością i dobrą statecznością kursową - jak wiadomo, są to cechy przeciwstawne. Z tego względu niektóre ośrodki przyjęły jako ogólny wskaźnik sterowności stosunek  $K'/T'$  [33, 35]. Na podstawie badania licznych statków i modeli przyjęto wartość określającą przeciętnie dobrą sterowność statku handlowego  $K'/T' = 0,45$ . Przy większych wartościach statek będzie odznaczał się lepszą zwrotnością i słabszą statecznością kursową, przy mniejszych - odwrotnie. Ostatnie badania wykazały jednak, że optymalne wartości  $K'/T'$  są również funkcją bezwzględnych wartości  $K'$  i  $T'$  [5].

Charakterystyki manewrowe statku, a w szczególności przebieg cyrkulacji łącznie z fazami przejściowymi I i II można obliczyć z dobrym przybliżeniem przy pomocy metod teoretyczno-empirycznych podanych w [34, 36].

#### 4.3.4. Nieliniowe modele matematyczne sterowności statku [20]

Liniowe równanie sterowności statku (4.26) jest ważne w zasadzie dla statków dynamicznie statecznych na kursie w zakresie małych i umiarkowanych wychyleń steru - chociaż w praktyce stosowane jest do ogólnej oceny sterowności wszystkich statków. Jednakże dla statków niestatecznych należy stosować nieliniowe równania sterowności. Różni badacze stosują różne postacie tych równań. Najbardziej ogólnie można podzielić je na trzy grupy:

- równania będące rozwinięciem liniowych równań (4.26);
- równania powstałe przez rozwinięcie w szereg Taylora sił hydrodynamicznych, podobnie jak to pokazano przy wyprowadzaniu równań (4.8) do (4.14), ale z zachowaniem wyrażań rzędu drugiego lub trzeciego;

- równania, w których siły hydrodynamiczne wyznacza się w oparciu o zależności strukturalne oparte głównie na teorii płata (głównie autorzy radzieccy).

Jednym z najczęściej obecnie stosowanych modeli, jest model zaproponowany przez Abkowitza [1, 2], należący do drugiej grupy. Postępowanie dotyczące rozwinięcia w szereg Taylora jest podobne do tego, jakie zastosowano przy wyprowadzaniu równań liniowych, przy czym zachowuje się dla sił  $X, Y$  i momentu  $N$  wyrazy do trzeciego stopnia włącznie. Wyjątkiem są bezwładnościowe reakcje hydrodynamiczne  $X_1, Y_1, N_1$ . W rozwinięciu zachowuje się tylko wyrazy  $X_u \dot{u}, Y_v \dot{v}, Y_r \dot{r}, N_v \dot{v}, N_r \dot{r}$ .

Wówczas równania ruchu (4.7) można zapisać w postaci (4.15):

$$\begin{aligned} \dot{v} &= \frac{1}{f_4} [f_2 (I_z - N_r) - f_3 (m x_G - Y_r)] \\ \dot{r} &= \frac{1}{f_4} [f_3 (m - Y_v) - f_2 (m x_G - N_v)] \\ \dot{u} &= \frac{f_1}{m - X_u} \end{aligned} \quad (4.36a)$$

Funkcje  $f_1, f_2, f_3$  określone są tu jednak innymi wyrażeniami niż podane we wzorach (4.14):

$$\begin{aligned} f_1(u, v, r, \delta) &= X^* + X_u \Delta u + X_{uu} \Delta u^2 + X_{uuu} \Delta u^3 + X_{vv} v^2 + (X_{rr} + m x_G) r^2 + \\ &+ X_{\delta\delta} \delta^2 + X_{vvu} v^2 \Delta u + X_{rru} r^2 \Delta u + X_{\delta\delta u} \delta^2 \Delta u + \\ &+ (X_{vr} + m) vr + X_{v\delta} v \delta + X_{r\delta} r \delta + X_{vru} vr \Delta u + \\ &+ X_{v\delta u} v \delta \Delta u + X_{r\delta u} r \delta \Delta u ; \end{aligned} \quad (4.36b)$$

$$\begin{aligned} f_2(u, v, r, \delta) &= Y^* + Y_u^* \Delta u + Y_{uu}^* \Delta u^2 + Y_v v + Y_{vu} v \Delta u + Y_{vvv} v^3 + Y_{vrr} vr^2 + \\ &+ Y_{v\delta\delta} v \delta^2 + Y_{vuu} v \Delta u^2 + (Y_r - m u) r + Y_{ru} r \Delta u + Y_{rrr} r^3 + \\ &+ Y_{rvv} rv^2 + Y_{r\delta\delta} r \delta^2 + Y_{ruu} r \Delta u^2 + Y_{\delta\delta} \delta + Y_{\delta u} \delta \Delta u + \\ &+ Y_{\delta\delta\delta} \delta^3 + Y_{\delta vv} \delta v^2 + Y_{\delta rr} \delta r^2 + Y_{\delta uu} \delta \Delta u^2 + Y_{vr\delta} vr \delta ; \end{aligned} \quad (4.36c)$$

$$\begin{aligned} f_3(u, v, r, \delta) &= N^* + N_u^* \Delta u + N_{uu} \Delta u^2 + N_v v + N_{vu} v \Delta u + N_{vvv} v^3 + N_{vrr} vr^2 + \\ &+ N_{v\delta\delta} v \delta^2 + N_{vuu} v \Delta u^2 + (N_r - m x_G) r + N_{rrr} r^3 + N_{ru} r \Delta u + \\ &+ N_{rvv} rv^2 + N_{r\delta\delta} r \delta^2 + N_{ruu} r \Delta u^2 + N_{\delta\delta} \delta + N_{\delta u} \delta \Delta u + N_{\delta\delta\delta} \delta^3 + \\ &+ N_{\delta vv} \delta v^2 + N_{\delta rr} \delta r^2 + N_{\delta uu} \delta \Delta u^2 + N_{vr\delta} vr \delta ; \end{aligned} \quad (4.36d)$$

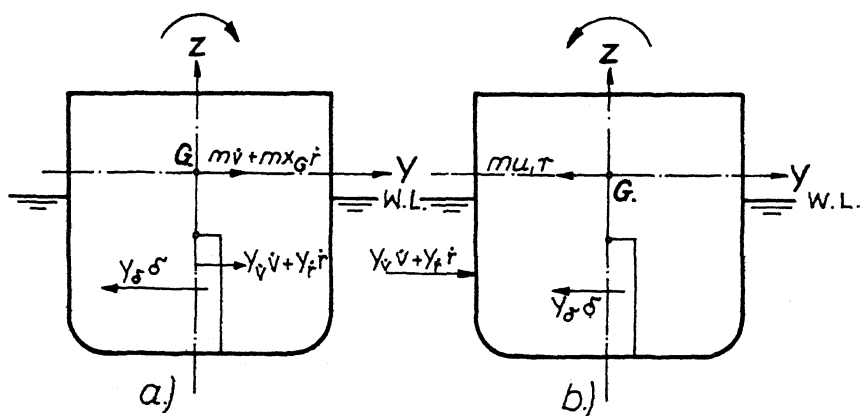
gdzie pochodne z indeksem \* są współczynnikami niezrównoważonych sił i momentów przy niewychylonym sterze (od mimośrodkowego przyłożenia naporu śruby) dla statków o nieparzystej liczbie śrub napędowych.

Nieliniowe równania (4.36) można zapisać również w formie bezwymiarowej. Postępowanie przy sprowadzaniu równań nieliniowych (4.36) do postaci bezwymiarowej jest takie same, jak przy normalizacji równań modelu liniowego (4.16) do (4.20).

#### 4.4. UBOCZNE SKUTKI ZWROTU

##### 4.4.1. Przechyły w czasie zwrotu

W czasie wykonywania zwrotu przez statek występują również niezamierzone ruchy w płaszczyznach  $yz$  (przechyły) i  $xz$  (przegiębienia). Ponieważ te pierwsze mogą osiągać znaczące wielkości, należy je krótko omówić. Na rys. 4.5a pokazano siły poprzeczne działające na statek w I fazie cyrkulacji, na rys. 4.5b w fazie III. Wypadkowy moment tych sił tworzy moment przechylający, który musi być zrównoważony przez znany moment prostujący  $M_w$ . Z równania tego można określić kąt przechyłu statku.



Rys.4.5. Siły w płaszczyźnie  $yz$  działające na statek: a) w I fazie zwrotu, b) w III fazie cyrkulacji

Dla określenia momentów sił poprzecznych przyjmuje się w przybliżeniu, że  $Y_Q$  i  $Y_P$  są przyłożone w połowie zanurzenia statku,  $Y_\delta$  w połowie wysokości steru, zaś  $m\dot{v}$  i  $m x_G \dot{r}$  w środku ciężkości statku.

Analiza sił składowych wskazuje, że w I fazie cyrkulacji ich wypadkowa tworzy moment przechylający w stronę wychylenia steru (na rysunku na prawą burtę) [28]. W II fazie moment przechylający zmienia znak i statek przechyla się w stronę przeciwną do wychylenia steru, tzn. dla przypadku

pokazanego na rysunku - w lewo. Na rys. 4.6 pokazano zapis kąta przechyłu w funkcji czasu dla rzeczywistego statku. Jak widać, największy jest pierwszy, dynamiczny przechył  $\phi_{max}$  po zmianie znaku na zewnątrz cyrkulacji, który jest w przybliżeniu dwukrotnie ( $\phi_{max} = (1,3 - 2,3) \phi_c$ ) większy od statycznego kąta przechyłu w czasie cyrkulacji ustalonej. Jego wielkość dla danego statku zależy od szybkości wychylenia steru. Może on być niebezpieczny dla stateczności statku, szczególnie dla statków o dużej prędkości i wysokim położeniu środka ciężkości (szybkie motorówki, statki pasażerskie, okręty wojenne).

Wielkość momentu przechylającego  $M_{pc}$  w czasie ustalonej cyrkulacji można obliczyć z wystarczającą dla praktyki dokładnością ze wzoru [35]:

$$M_{pc} = m \frac{v_c^2}{R} (z_G - z_H) - Y_R (z_H - z_R) \quad (4.37)$$

Kąt przechyłu statku w czasie ustalonej cyrkulacji w zakresie stateczności początkowej, tzn. dla małych kątów przechyłu wyznacza się rachunkowo z zależności  $M_{pc} = Dh_0 \phi$ :

$$\phi_c = \frac{v_c^2}{g h_0 R_c} (z_G - z_H) - \frac{Y_R}{D h_0} (z_H - z_R) \quad [\text{rad}] \quad (4.38)$$

gdzie:  $v_c$  i  $R_c$  - prędkość i promień ustalonej cyrkulacji [ $\text{ms}^{-1}$ , m],

$h_0$  - poprzeczna wysokość metacentryczna [m],

$D$  - wypór statku [N],

$Y_R$  - poprzeczna siła steru [N],

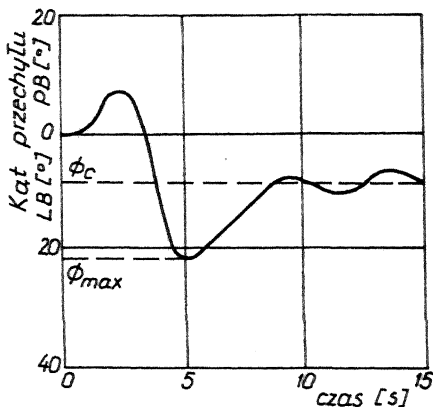
$z_G$  - wysokość środka ciężkości statku nad PP [m],

$z_H$  - punkt przyłożenia poprzecznej siły hydrodynamicznej na kadłubie ( $z_H \approx 1/2 T$ ),

$z_R$  - wysokość od PP do środka geometrycznego powierzchni steru.

Jeżeli kąt przechyłu jest większy od  $10^\circ$ , należy posłużyć się do określenia kąta przechyłu krzywą ramion stateczności statycznej. Maksymalny, niebezpieczny kąt przechyłu przyjmuje się jako równy:

$$\phi_{max} = 2 \phi_c \quad (4.39)$$



Rys.4.6. Zmiany kąta przechyłu w czasie zwrotu

Dla typowych statków handlowych drugi człon we wzorze (4.38) można pominąć. Nie wolno tego robić przy małych statkach o stosunkowo dużych sterach, jak na przykład holowniki, motorówki, statki rybackie itp.

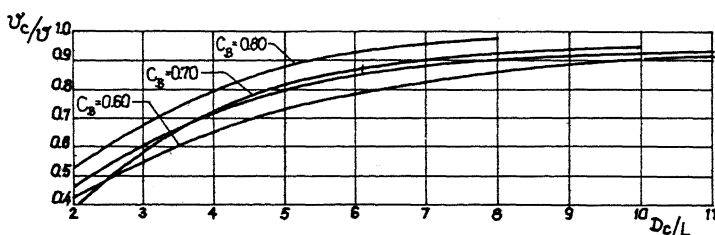
#### 4.4.2. Spadek prędkości na cyrkulacji

Jak wynika z równania (4.12), prędkość postępową statku w czasie wykonywania zwrotu maleje w stosunku do prędkości początkowej przed wychyleniem steru - przy założeniu, że siła napędzająca wytworzona przez śrubę napędową pozostaje stała (lub w przybliżeniu stała, zależnie od rodzaju silnika napędowego), a opór wody rośnie przede wszystkim na skutek występowania kąta dryfu. Ten spadek prędkości jest szczególnie wyraźny i osiąga znaczne wartości przy wchodzeniu statku w cyrkulację ustaloną. Wartość prędkości obwodowej statku  $v_c$  w czasie ustalonej cyrkulacji, przy określonym kącie wychylenia steru lub określonej średnicy cyrkulacji, odniesiona do prędkości początkowej  $v$  przyjmuje się jako miarę spadku prędkości  $v_c/v = f(D_c/L)$ .

Wielkość ta zależy dla danego statku właśnie od średnicy cyrkulacji - im mniejsza średnica zwrotu, tym większy spadek prędkości. Dla różnych statków spadek ten zależy od kształtu kadłuba, przy czym jednym z głównych parametrów jest tu współczynnik pełnotliwości kadłuba  $C_B$  - im mniejszy  $C_B$ , tym większy spadek prędkości.

Na drodze rachunkowej spadek prędkości na cyrkulacji można obliczyć wychodząc z pierwszego równania ruchu statku manewrującego (4.12). Z reguły jednak brak jest dostatecznie dokładnych danych wejściowych i dlatego w praktyce najczęściej określa się  $v_c/v$  na podstawie badań modelowych lub prób statku rzeczywistego.

Charakter zmian prędkości na cyrkulacji ustalonej dla statków o różnych pełnotliwościach pokazuje wykres na rys. 4.7 sporządzony przez Davidsona i Shibę na podstawie badań kilkudziesięciu statków.



Rys.4.7. Spadek prędkości na cyrkulacji ustalonej

#### 4.5. STEROWNOŚĆ STATKÓW NA WODZIE OGRANICZONEJ [12]

Ruch statku na wodzie ograniczonej pod względem głębokości i szerokości powoduje zmiany rozkładu prędkości i ciśnień na kadłubie, pędniku i

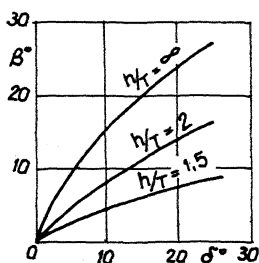


sterze w stosunku do tych, które występują na wodzie nieograniczonej. W konsekwencji ulegają zmianie również współczynniki sił i momentów hydrodynamicznych, a więc i charakterystyki manewrowe statków. Współczynniki te będą więc dodatkowo funkcją stosunku  $h/T$  (tzn. głębokości wody do zanurzenia statku) dla wody płytkiej o nieograniczonej rozległości i funkcją promienia hydraulicznego dla kanałów. Jeżeli znane są takie współczynniki, do obliczeń charakterystyk manewrowych można wykorzystać te same równania co dla ruchu na wodzie nieograniczonej.

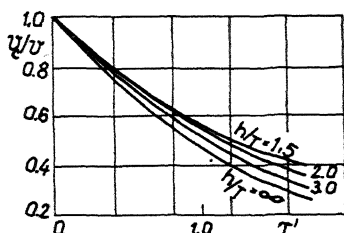
W rozdziale niniejszym przedstawiony jest jedynie poglądowo wpływ wody płytkiej na główne charakterystyki manewrowe statku na podstawie badań modeli i statków rzeczywistych.

### Z w r o t n o ś ć

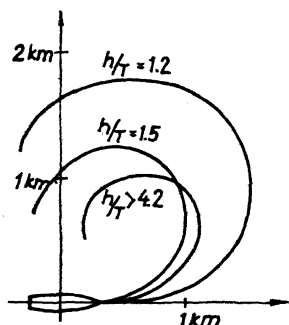
Przy zmniejszonej głębokości wody rosną współczynniki poprzecznej siły hydrodynamicznej  $Y_v$ , co przy niezmienionej wartości siły odśrodkowej powoduje zmniejszenie kątów dryfu niezbędnych dla wytworzenia równowagi w ruchu ustalonym po kole. To z kolei powoduje zmniejszenie dodatkowego oporu, a więc zmniejszenie spadku prędkości na cyrkulacji  $v_c/v$  i spadek prędkości kątowej, a więc wzrost średnicy cyrkulacji - w stosunku do wody głębokiej. Zmiany tych parametrów w zależności od względnej głębokości wody pokazano na rys. 4.8 - 4.10 na przykładzie dużego tankowca (278 000 TDW). Oczywiście, ze wzrostem średnicy cyrkulacji następuje również wzrost przesunięcia czołowego i poprzecznego.



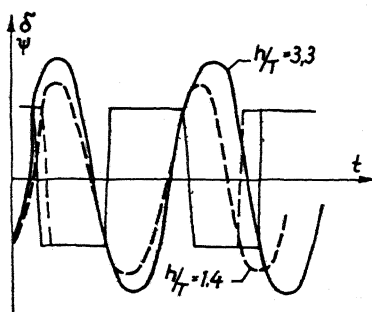
Rys. 4.8. Wpływ wody płytkiej na kąty dryfu



Rys. 4.9. Wpływ wody płytkiej na spadek prędkości na cyrkulacji



Rys. 4.10. Wpływ wody płytkiej na cyrkulacje

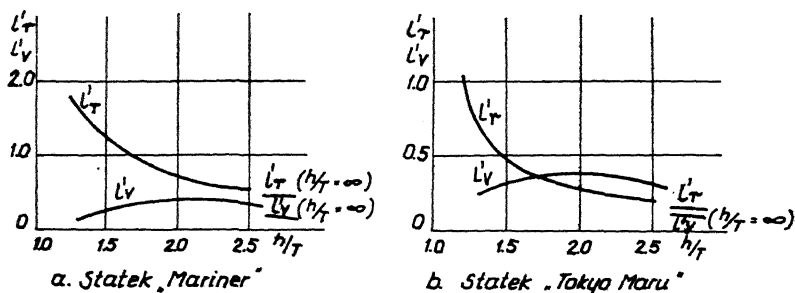


Rys. 4.11. Wpływ wody płytkiej na próbę węzową

Obraz próby węzowej (rys. 4.11) wskazuje z jednej strony na zwiększenie stabilności ruchu statku na płytkiej wodzie, o czym świadczy zmniejszenie kątów przesterowania, z drugiej jednak strony występuje poprawa sterowności wyrażająca się skróceniem okresu myszkowania.

### Stateczność kursowa

Dokładniejsze badania wykazały, że stateczność kursowa statków na wodzie płytkiej początkowo pogarsza się (przy czym „stopień pogorszenia” zależy od kształtu kadłuba), aby wyraźnie wzrosnąć na wodzie bardzo płytkiej. Ogólnie występuje następująca prawidłowość: wraz ze zmniejszaniem się głębokości wody ramię siły tłumiącej  $l'_T$  rośnie a ramię stateczności statycznej na kursie  $l'_V$  najpierw rośnie, a później maleje. Może więc wystąpić sytuacja, gdy  $l'_d = l'_T - l'_V$  będzie ujemne, tzn. statek stanie się niestateczny kursowo w pewnym zakresie głębokości wody (nawet, jeżeli był stateczny na wodzie głębokiej). Pokazuje to rys. 4.12a i b, na którym statek b) wykazuje niestateczność kursową w zakresie  $1.6 < h/T < 2.7$ , a statek a) pozostaje stateczny cały czas.



Rys.4.12. Stateczność kursowa różnych statków na wodzie płytkiej

### Hamowanie

Na wodzie płytkiej droga hamowania jest krótsza niż na wodzie głębokiej. Wynika to z większego oporu kadłuba, który silnie rośnie wraz ze zmniejszeniem się głębokości wody. Wpływ ten jest bardziej wyraźny przy hamowaniu naturalnym niż awaryjnym, gdyż na płytkiej wodzie maleje sprawność śruby napędowej. Wpływu głębokości wody na zboczenie z kursu w czasie hamowania nie można jednoznacznie określić, na ogół jednak sterowność jest wówczas jeszcze gorsza niż na wodzie głębokiej.

### 4.6. HAMOWANIE STATKU

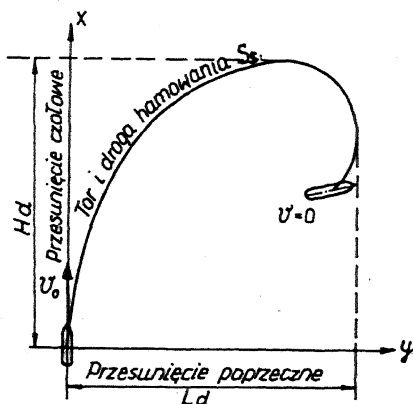
Pod pojęciem zdolność hamowania rozumie się zdolność statku poruszającego się z dowolną prędkością do całkowitego zatrzymania się. Znaczenie zdolności hamowania wzrosło szczególnie wraz z pojawieniem się dużych i bardzo dużych tankowców i masowców. Statki te ze względu na dużą

masą charakteryzują się dużą bezwładnością i stosunkowo małym stosunkiem mocy do wyporności. Oba te czynniki niekorzystnie wpływają na zdolność hamowania, gdyż większa część kinetycznej energii statku jest wytracana na skutek pracy wstecz pędnika. Rozróżniamy bowiem:

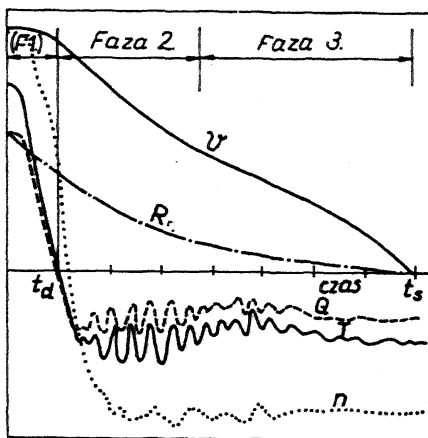
- hamowanie naturalne polegające tylko na zatrzymaniu silnika, podczas gdy śruba napędowa obraca się jak turbina pod wpływem napływającej wody lub jest zahamowana w miejscu. Siłą hamującą jest wyłącznie opór kadłuba;
- hamowanie awaryjne polegające na przestawieniu silnika na pracę całą dostępną mocą wstecz i włączeniu ewentualnych dodatkowych urządzeń hamujących tak szybko, jak to jest możliwe. Siłą hamującą jest tu opór kadłuba oraz napór wsteczny pędników. Z punktu widzenia bezpieczeństwa statku manewr ten ma podstawowe znaczenie.

#### 4.6.1. Charakterystyki hamowania

Na rysunkach 4.13 i 4.14 pokazano geometryczne, kinematyczne i dynamiczne charakterystyki hamowania statku wzięte z pomiarów wykonanych na rzeczywistym masowcu.



Rys.4.13. Przebieg hamowania masowca



Rys.4.14. Zmiany charakterystyk dynamicznych statku w czasie hamowania

Wszystkie wielkości mierzone są od chwili wydania komendy „stop” lub „cała wstecz”. Oś  $x$  jest zgodna z kursem statku w chwili rozpoczęcia hamowania.

Przesunięcie czołowe hamowania ( $H_d$ ) jest to maksymalna współrzędna  $x$  toru statku w trakcie hamowania.

Przesunięcie poprzeczne hamowania ( $L_d$ ) jest to maksymalna współrzędna  $y$  toru statku w trakcie hamowania.

Droga hamowania ( $S_g$ ) jest to rzeczywista droga przebyta przez statek w czasie hamowania.

Czas hamowania ( $t_g$ ) jest to czas liczony od chwili komendy rozpoczęcia hamowania do chwili gdy prędkość statku osiągnie wartość zero.

Czas martwy (czas zwłoki) ( $t_d$ ) jest to czas od chwili komendy do chwili gdy napór śruby zmieni znak na ujemny (śruba zacznie pracować „wstecz”).

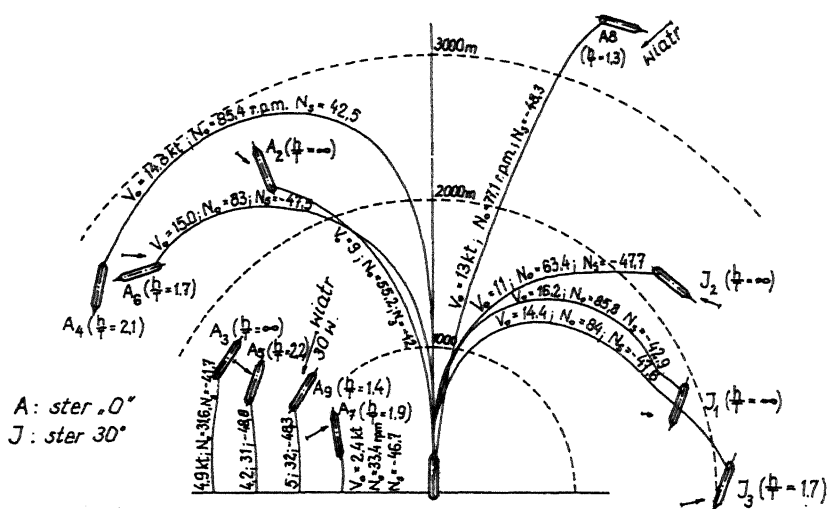
Manewr hamowania można podzielić na trzy fazy [3]:

- faza 1: od chwili komendy do chwili uzyskania ujemnego naporu; długość jej trwania określa „czas martwy”, który wynosi od 0,5 do 2 minut w zależności od prędkości początkowej statku, typu silnika napędowego (turbina czy silnik spalinowy) i rodzaju pędnika;
- faza 2: śruba pracuje wstecz; gdy prędkość statku była duża, opór kadłuba i napór śruby są tego samego rzędu wielkości; obroty śruby dążą do wartości ustalonej; występują wyraźne oscylacje obrotów, naporu i momentu; mogą występować silne drgania kadłuba;
- faza 3: prędkość jest już umiarkowana i opór kadłuba mały w porównaniu z naporem śruby; napór i moment śruby są bardziej regularne i prawie ustalone.

W przypadku, gdy hamowanie rozpoczyna się przy niewielkiej prędkości statku, faza 2 trwa bardzo krótko.

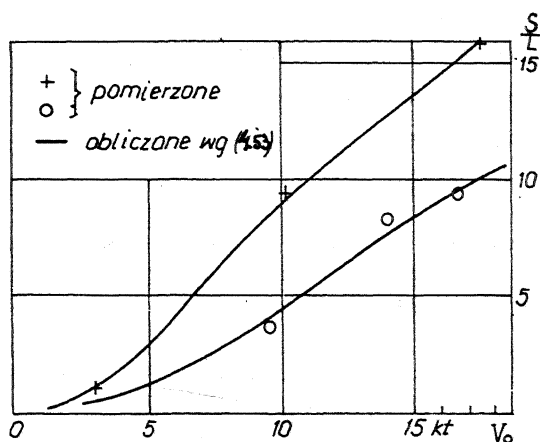
Najważniejszym i najbardziej niebezpiecznym w skutkach efektem „ubocznym” hamowania jest zupełna utrata sterowności przez statek, szczególnie jednośrubowy. Przy hamowaniu naturalnym wyraźne zmniejszenie sterowności następuje w chwili zastopowania pędnika; w dalszym ciągu zmiany następują stopniowo w miarę zmniejszania się prędkości statku. Przy hamowaniu awaryjnym utrata sterowności następuje raptownie w chwili przejścia pędnika na pracę wstecz. Kierunek zmiany kursu przez statek jest niemożliwy do przewidzenia i zależy od czynników zewnętrznych (wiatr, fala, prąd) oraz od natężenia i rozkładu wirów wzbudzonych przez śrubę pracującą wstecz i przemieszczanych wzdłuż kadłuba. Do tego dochodzi, szczególnie w balastowych stanach załadowania, zapowietrzenie i kawitacja śruby. Wychylenie steru w trakcie hamowania jest bezskuteczne. Czasem stosuje się z pozytywnym skutkiem narzucenie statkowi tendencji obrotowej przez wychylenie steru przed rozpoczęciem hamowania. Na rysunku 4.15 pokazano przebieg prób hamowania dużego masowca - jak widać tory statku są zupełnie przypadkowe.

System napędowy statku ma wpływ przede wszystkim na dwa czynniki: długość czasu martwego i dostępną moc dla pracy wstecz. Czas martwy, w którym statek przebywa stosunkowo długi odcinek drogi, w przybliżeniu równy  $S_{d1} = v_0 t_d$ , powinien być jak najkrótszy. Przy dużych prędkościach początkowych wynosi on od 0,5 do 1 minuty dla turbiny i do 2 minut dla silnika wysokoprężnego. Moc osiągalna przy pracy wstecz wynosi dla turbiny od 40-50% mocy w przód lub nawet mniej, dla silnika wysokoprężnego 80-85%. Stopień wykorzystania tej mocy i szybkość przejścia na napór



Rys.4.15. Próby hamowania dużego masowca w różnych warunkach

wstecz zależy również od rodzaju pędnika. Najbardziej efektywna pod tym względem jest śruba nastawna.



Rys.4.16. Wpływ prędkości początkowej statku na drogę hamowania

Na rys. 4.16 pokazano wpływ prędkości początkowej  $v_0$  statku na względną drogę hamowania  $S_g/L$ . Przedstawione dane pokazują dobrą zgodność obliczenia wykonanego za pomocą wzoru (4.53) z pomiarami na statku.

Jeżeli chodzi o wpływ wyporności na drogę hamowania, to można w przybliżeniu przyjąć, że jest ona proporcjonalna do  $v^{1/3}$ .

#### 4.6.2. Teoria i obliczanie charakterystyk hamowania [3]

Model matematyczny procesu hamowania jest w założeniu prosty, jednakże identyfikacja składników równań ruchu nastęrcza duże trudności i problem może być rozwiązany tylko z dużymi przybliżeniami.

Pierwsze równanie wiąże charakterystyki układu napędowego i pędnika:

$$I_z 2\pi n = Q_M(n) - Q_P(n, v) + Q_T \quad (4.40)$$

gdzie:

$Q_M$  - moment silnika napędowego,

$Q_P$  - moment pędnika zależny od jego charakterystyki geometrycznej, obrotów, prędkości statku i współczynników wzajemnego oddziaływania kadłuba i śruby - oczywiście z uwzględnieniem rewersu,

$Q_V$  - moment strat w przekładni, łożyskach wału, itp.

Drugie równanie musi wiązać moment śruby z naporem.

Równanie trzecie w przypadku założenia ruchu na prostym kursie sprowadza się do chwilowej równowagi sił naporu i oporu:

$$m\dot{v} + T + R_h(v, \dot{v}, w, \tau \dots) + R_e = 0 \quad (4.41)$$

gdzie:

$R_h$  - opór hydrodynamiczny statku w czasie hamowania,

$R_e$  - siły zewnętrzne spowodowane wiatrem, prądem, falą, itd.,

$\tau$  - współczynnik ssania.

W bardziej rozwiniętej formie równanie to można zapisać:

$$m_X \dot{v} = T(v, n) [1 - \tau(v, n)] - [R_h(v) + R_e] \quad (4.41a)$$

Rozwiązanie tego równania wymaga znajomości nie tylko funkcji  $R_h(v)$  i  $T(v, n)$  dla  $n \gg 0$ , ale również zależności współczynników ssania  $\tau$  i strumienia nadążającego  $w$  dla  $J = \frac{v}{Dn} \ll 0$ .

Jak wykazał Bindel [7], zależności te są słabe dla dwuśrubowców, ale silne dla jednośrubowców. Charakterystyki  $K_T$  i  $K_Q$  dla śrub pracujących wstecz można znaleźć w literaturze [21, 22, 26].

Jeżeli chcemy uwzględnić ruch krzywoliniowy statku, co przeważnie występuje w praktyce, równanie (4.41) trzeba zastąpić trzema równaniami ruchu statku manewrującego, na przykład w postaci:

$$\begin{aligned}
 m_x \dot{u} + m_y v \beta \dot{\psi} &= T(v, n) [1 - \tau(v, n)] - X(v, \dot{\psi}, \beta, \delta) + X_e \\
 m_x v \dot{\beta} - m_y v \dot{\psi} &= Y(v, n, \beta, \delta, \dot{\psi}) + Y_e \\
 I_z \ddot{\psi} &= N(v, n, \dot{\psi}) + N_e
 \end{aligned}
 \tag{4.42}$$

gdzie:  $X_e, Y_e, N_e$  - siły zewnętrzne od wiatru, fali, prądu itd.,

$X, Y, N$  - siły hydrodynamiczne działające na kadłub na gładkiej wodzie,

$m_x, m_y, I_z$  - masa i moment bezwładności masy statku z uwzględnieniem masy wody towarzyszącej.

Znany jest szereg metod rozwiązywania równań ruchu hamowanego statku. Poniżej przytoczona jest jedna z najprostszych, ale dających zupełnie niezłe przybliżenie, ważna przy założeniu stałych obrotów śruby  $n$  przy pracy wstecz. Przypadek taki występuje przeważnie przy hamowaniu awaryjnym. Metoda opiera się na następujących założeniach:

- 1) droga hamowania zmienia się liniowo w czasie całego procesu;
- 2) opór falowy jest pomijalny, w związku z czym opór całkowity jest równy oporowi lepkości i proporcjonalny do kwadratu prędkości  $R_h = R_T = R_v$ ;
- 3) nastawa silnika napędowego jest stała w czasie całego manewru;
- 4) napór śruby przyjmuje się stały w czasie fazy 1. i 2. i równy w przybliżeniu naporowi na uwięzi przy pracy wstecz  $T = T_g$  ( $J = 0$ ). Współczynnik ssania jest również stały;
- 5) podczas fazy 1. napór gwałtownie zmienia się z  $T$  na  $T_g$  w końcu czasu martwego  $t_d$ , albo zmienia się liniowo, przy czym prędkość w tym czasie pozostaje stała i równa  $v_0$ ;
- 6) masę wody towarzyszącej przyjmuje się stałą i równą 0,05 m (albo 0,15 m);
- 7) siły zewnętrzne  $R_e = 0$ .

Przy takich założeniach upraszczających, równanie (4.41a) będzie miało postać:

$$m_x \dot{v} = - [(1 - \tau) T_g + R_h] \tag{4.43}$$

Przyjmuje się:

$$R_h = kv^2 \quad \text{gdzie} \quad k = \frac{R_0}{v_0^2} \tag{4.44}$$

$$\text{albo} \quad R_h = \frac{1}{2} \rho \Delta^{2/3} v^2 c_\Delta \quad \text{gdzie} \quad c_\Delta = \frac{R_0}{v_0^2} \frac{2}{\rho \Delta^{2/3}} \tag{4.45}$$

$$T_g^* = (1 - \tau) T_g \tag{4.46}$$

oraz  $(u_s^*)^2 = \frac{T_s^*}{k}$  jest prędkością odpowiadającą sile napędzającej  $T_s^*$ .

Wówczas równanie (4.43) będzie:

$$m_x \frac{dv}{dt} = -k (v^2 + u_s^{*2}) \quad (4.47)$$

$$\frac{dv}{v^2 + (u_s^*)^2} = -\frac{k}{m_x} dt$$

Podstawiając zmienną drogi  $ds = vdt$ , otrzymamy:

$$\frac{v dv}{v^2 + u_s^{*2}} = -\frac{k}{m_x} ds \quad (4.48)$$

Po scałkowaniu:

$$t - t_d = \frac{m_x}{k(u_s^*)^2} \left( \text{arc tg } \frac{v_0}{u_s^*} - \text{arc tg } \frac{v}{u_s^*} \right) \quad (4.49)$$

$$S - S_d = \frac{m_x}{2k} \ln \left[ \frac{(u_s^*)^2 + v_0^2}{(u_s^*)^2 + v^2} \right] \quad (4.50)$$

W chwili zatrzymania się statku  $v = 0$ , więc:

$$t_s - t_d = \frac{m_x}{k(u_s^*)^2} \text{arc tg } \frac{v_0}{u_s^*} \quad (4.51)$$

$$S_s - S_d = \frac{m_x}{2k} \ln \left[ 1 + \frac{v_0^2}{(u_s^*)^2} \right] \quad (4.52)$$

Jeżeli przyjmemy, że w okresie czasu martwego  $t_d$  prędkość statku pozostaje stała i równa  $v_0$ , to droga hamowania:

$$S_s = v_0 t_d + \frac{m_x}{2k} \ln \left( 1 + \frac{R_0}{T_s^*} \right) \quad (4.53)$$

Przy przyjęciu dalszych uproszczeń (np., że współczynnik  $k$  można przyjąć taki sam dla różnych statków) i pominięciu drogi  $S_d$  jako znacznie mniejszej od  $S_s$  otrzymuje się przybliżony wzór na drogę hamowania:

$$\frac{S_s}{L} = A \log_{10} \left( 1 + \frac{R_0}{T_s^*} \right) \quad (4.54)$$

gdzie:  $A = 30 \div 35$ .



Dla statków o dużych współczynnikach peźnotliwosci można przyjąć do wzoru (4.53) wartości [3]:

$$\text{dla stanu konstrukcyjnego } \frac{m_K}{2k} = 14 L ,$$

$$\text{dla stanu balastowego } \frac{m_K}{2k} = (6 \div 8) \frac{\Delta k}{\Delta B}$$

gdzie:  $\Delta_K$  i  $\Delta_B$  oznaczają odpowiednio wyporność w stanie konstrukcyjnym i balastowym.

W braku bliższych danych napór śruby wstecz można określić ze wzoru:

$$T_s = 0,0247 \left( \frac{K_T}{K_Q} \right)_{J=0} (1,341 P_s D)^{2/3} \quad (4.55)$$

gdzie:  $K_T$  i  $K_Q$  odnoszą się do śruby pracującej wprzód przy  $J = 0$ , a  $P_s$  jest mocą silnika wyrażoną w kW,  $D$  średnicą śruby w metrach, a napór  $T_s$  w tonach.

Bardziej szczegółowe informacje dotyczące zagadnienia hamowania można znaleźć w publikacji [3], oraz przywołanej tam literaturze i publikacjach późniejszych.

Wszystkie metody obliczeniowe charakterystyk hamowania statku obarczone są dość znacznymi błędami przybliżeń wynikających z braku wejściowych informacji. Dotyczy to w szczególności sterowności statku hamującego. Dlatego najpewniejszym źródłem informacji o charakterystykach hamowania są ciągle jeszcze badania modelowe lub próby hamowania statku rzeczywistego.

#### 4.7. BADANIA EKSPERYMENTALNE

Doświadczalne badania sterowności prowadzone są na statkach rzeczywistych i na modelach.

Badania statków rzeczywistych mają na celu określenie ich podstawowych właściwości manewrowych, takich jak charakterystyki cyrkulacji ustalonej, szybkość reakcji na wychylenie steru, stateczność kursowa, manewrowość przy ruchu wstecz, droga i czas hamowania itp.

Badania modelowe pozwalają określić wyżej wymienione cechy statku w fazie projektowania, mają więc charakter prognozy. Mogą one posłużyć do określenia wynikowych właściwości manewrowych na drodze czysto doświadczalnej (podobnie jak próby statku rzeczywistego), względnie za ich pomocą można określić pochodne sił i momentów hydrodynamicznych niezbędne do rozwiązania równań ruchu i obliczenia charakterystyk manewrowych statku na drodze analitycznej. Pochodne te są niezbędne również dla projektowania systemów automatycznego sterowania statkiem. Badania modelowe są znacznie tańsze od prób statku rzeczywistego, a przede wszystkim mogą

być realizowane w stadium projektowym, co pozwala na wprowadzenie zmian w projekcie, o ile manewrowe osiągi statku są niezadawalające.

W sposób najbardziej ogólny można wyróżnić dwa typy badań modelowych:

- badania swobodnych modeli z własnym napędem;
- badania modeli związanych.

Badania modeli swobodnych z własnym napędem, sterowanych przez sternika na modelu lub drogą radiową, pozwalają na pomiar charakterystyk geometrycznych toru modelu, prędkości postępowej i katowej, charakterystyk pracy śruby napędowej i sił na sterze w warunkach pracy za kadłubem i śrubą. Nie można jednak wyznaczyć sił hydrodynamicznych działających na kadłub.

Ten drugi cel można osiągnąć przy pomocy badań modeli związanych, jak skośne holowanie pod wózkim dynamometrycznym w basenie modelowym, holowanie pod ramieniem obrotowym, oscylacje wymuszone przy pomocy mechanizmu ruchu płaskiego (PMM) itp.

Przy badaniach modelowych sterowności obowiązują te same prawa podobieństwa co przy badaniach oporowo-napędowych. Dodatkowo, z wyjątkiem badania stanów ustalonych, model powinien być tak wyważony, aby odzworowany był również moment bezwładności masy statku względem osi z.

Nie rozwiązany do końca problemem jest przeliczanie wyników badań modelowych na skalę rzeczywistą. Trudność zasadniczą stanowi tu niemożność jednoczesnego spełnienia praw podobieństwa, co prowadzi do występowania błędów określanych ogólnie jako efekt skali. Na szczęście dla większości przypadków błędy te nie są duże i mieszczą się przeważnie w granicach kilku procent.

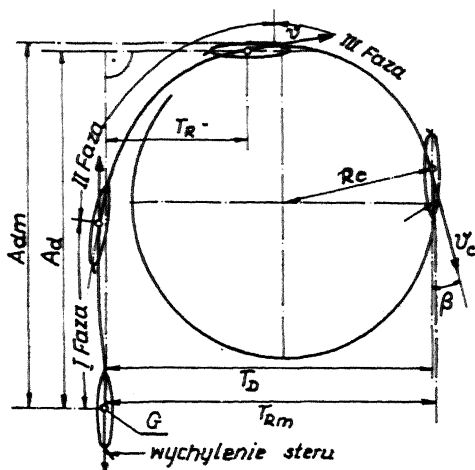
W ostatnich latach, w szczególności w odniesieniu do dużych statków, dużego znaczenia nabrały zagadnienia właściwości manewrowych na wodach ograniczonych. Teoria w tym zakresie jest jeszcze słabo rozwinięta i badania modelowe mają tu decydujące znaczenie - tak w sensie poznawczym jak i użytkowym.

W chwili obecnej istnieje szereg tzw. standardowych prób sterowności zalecanych przez ITTC i IMO. Omówimy dalej najważniejsze z nich łącznie z informacjami, jakie możemy uzyskać przy ich pomocy.

#### 4.7.1. Próba cyrkulacji

Próba jest realizowana na statkach rzeczywistych i na modelach swobodnych. Polega ona na tym, że na modelu (statku), poruszającym się z ustaloną prędkością, w pewnym momencie wychyla się ster na zadany kąt i pozostawia go w tym położeniu do końca próby. Również nastawy zespołu napędowego pozostają niezmiennione. Typowy przebieg próby pokazuje rysunek 4.17.

Według zaleceń ITTC-75 należy zatoczyć łuk o wielkości co najmniej  $540^{\circ}$ . Próbę przeprowadza się dla różnych prędkości początkowych i dla różnych kątów wychylenia steru na obie burty (ze względu na niesymetryczne przyłożenie naporu śruby, cyrkulacje te nie są jednakowe). Głównym



Rys.4.17. Obraz próby cyrkulacji

wskaźnikiem zwrotności otrzymanym z tej próby jest tzw. współczynnik zwrotności  $(D_c/L) \delta_{\max}$ , gdzie dla statków handlowych  $\delta_{\max} = 35^\circ$ . Wartość ta jest wskaźnikiem porównawczym.

W czasie próby mierzy się następujące wielkości:

- trajektorię ruchu środka ciężkości statku;
- prędkość statku;
- kurs;
- kąt wychylenia steru;
- kąt dryfu  $\beta$ ;
- ewentualnie moment na trzonie sterowym.

Na podstawie pomiarów określa się następujące wielkości charakteryzujące cyrkulację i zwrotność statku:

- współczynnik zwrotności  $D_c/L$ , często w funkcji  $\delta$  i prędkości  $u_0$ ;
- średnicę taktyczną (szczególnie dla okrętów wojennych)  $T_D$ ;
- względne przesunięcie czokowe  $A_d/L$ ;
- względne przesunięcie poprzeczne  $T_R/L$ ;
- spadek prędkości na cyrkulacji  $v_c/v$ ;
- czas zmiany kursu o  $90^\circ$  -  $t_{90}$ ;
- czas zmiany kursu o  $180^\circ$  -  $t_{180}$ .

Jeżeli próbę cyrkulacji wykonamy przy małych kątach wychylenia steru, to korzystając ze wzoru (4.35) możemy określić również wskaźnik zwrotności Nomoto -  $K'$ . Często, szczególnie dla holowników, zestawów pchanych i innych jednostek manewrujących samodzielnie na ograniczonych akwenach przeprowadza się dodatkowo próbę cyrkulacji przy zerowej prędkości początkowej (tzw. „w miejscu”). Na nieruchomym modelu wychyla się ster

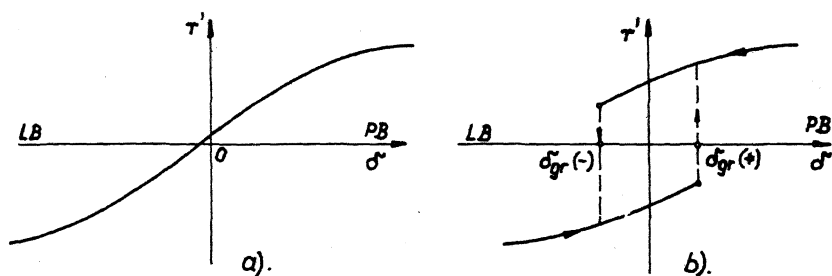
„na burtę” po czym włącza się „pół naprzód” lub „całą naprzód”, albo wstecz. Mierzy się te same wielkości co przy próbie cyrkulacji ustalonej.

#### 4.7.2. Próba spiralna

Próba spiralna, zwana też od nazwiska projektodawcy próbą Dieudonné, realizowana jest w sposób następujący:

- na modelu poruszającym się kursem prostym z ustaloną prędkością wychyla się ster o  $25^\circ$  na jedną burtę i utrzymuje w tym położeniu, dopóki nie ustali się prędkość kątową  $r$ . Wówczas zmniejsza się wychylenie steru o  $5^\circ$ , mierzy prędkość kątową po jej ustaleniu się, itd. Przy wychyleniu steru poniżej  $10^\circ$  zagęszcza się zmiany wychylenia do  $2^\circ$ . Krążenie w jedną stronę prowadzi się aż do momentu, gdy model zmieni kierunek krążenia na przeciwny, co przy statkach niestatecznych kursowo następuje przy kątach wychylenia steru przeciwnych do początkowego. Następnie próbę powtarza się dla wychyleń steru na drugą burtę zaczynając znów od  $25^\circ$ .

W czasie próby mierzy się prędkość statku, kąt wychylenia steru i prędkość kątową ustalonej cyrkulacji. Na wykresach na rys. 4.18 pokazano przykładowo wynikową krzywą  $r' = f(\delta)$  dla statku statecznego (a) i niestatecznego (b) na kursie.



Rys.4.18. Wyniki próby spiralnej dla: a) statku statecznego, b) statku niestatecznego kursowo

Krzywa  $r' = f(\delta)$ , zwana krzywą Dieudonné, wyraźnie wskazuje, czy statek jest stateczny na kursie, a obszar niestateczności wyznaczony jest kątami granicznymi niestateczności kursowej ( $+\delta_{gr}$ ,  $-\delta_{gr}$ ).

Dzięki temu, że w próbie tej model między poszczególnymi wychyleniami steru nie jest wyprowadzany na kurs prosty, tzn. ma narzuconą tendencję kierunku obrotu, możliwe jest uzyskanie wartości  $r'$  w obszarze niestateczności.

Krzywa Dieudonné dla statku statecznego kursowo umożliwia również określenie wskaźnika  $K'$  Nomoto według wzoru (4.35).

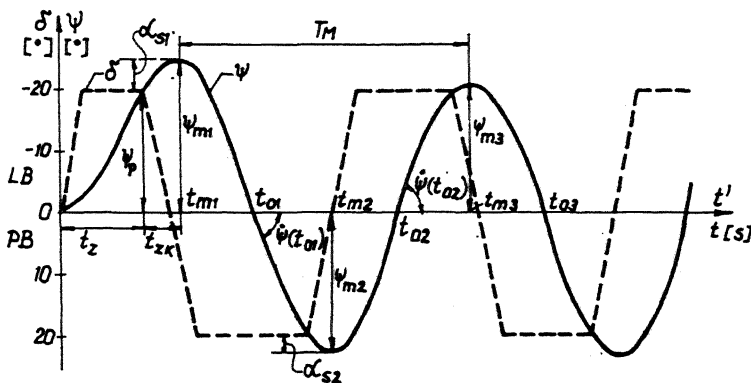
### 4.7.3. Próba węzowa

Jest to najbardziej wszechstronna próba dostarczająca wielu różnorodnych informacji o właściwościach manewrowych statku. Zwana jest również próbą Kempfa lub próbą „zig-zag”.

Procedura realizacji próby jest następująca: model porusza się kursem prostym ze stałą prędkością  $u_0$ . W momencie  $t = 0$  wychyla się ster o kąt  $\delta$  ( $\delta = 10^\circ$  lub  $20^\circ$ ) na przykład na lewą burtę. Model zaczyna zmieniać kurs w lewo i w chwili, gdy odchylenie  $-\psi_p = \delta$ , przekłada się ster na ten sam kąt  $\delta$  na prawą burtę. Gdy ster zostanie przełożony, model przez pewien czas kontynuuje obrót w początkowym kierunku ze zmniejszającą się prędkością kątową  $r$  aż do  $r = 0$ , po czym zaczyna skręcać w prawo. Kiedy kąt kursowy osiągnie wartość  $+\psi_p$  na prawą burtę, przekłada się ster ponownie na lewą burtę i powtarza się ten manewr 4-5 razy.

Kąt kursowy  $\psi_p$  nazywamy kątem przełączenia. Przy standardowych próbach Kempfa stosuje się zasadę, że  $\psi_p = \delta$ , chociaż niektórzy badacze jej nie przestrzegają. Przy próbach węzowych ze statkami niestatecznymi kursowo stosuje się często  $\delta = \psi_p = 5^\circ$ .

W czasie próby rejestruje się w funkcji czasu wychylenia steru i kąty kursowe, oraz w miarę możliwości prędkości kątowe i tor modelu. Czas przekładania steru z burty na burtę winien być odwzorowany ze statku rzeczywistego (w skali  $\sqrt{\lambda}$ ). W wyniku próby otrzymuje się wykres, który przykładowo pokazany jest na rys. 4.19.



Rys.4.19. Przykładowy obraz próby węzowej

Podstawą analizy wyników próby jest najczęściej uproszczone równanie sterowności (4.29) w bezwymiarowej postaci:

$$T' \ddot{\psi} + \dot{\psi} = K' [\delta_0 + \delta(t')]$$

gdzie  $\delta_0$  - kąt wychylenia steru odpowiadający kursowi prostemu.

Całkując równanie to w przedziale  $0 \leq t \leq t'$  przy warunkach początkowych  $\psi = 0$ ,  $\dot{\psi} = 0$ ,  $\ddot{\psi} = 0$  otrzymamy:

$$T' \ddot{\psi} + \dot{\psi} = K' \delta_0 t' + K' \int_0^{t'} \delta(t') dt' \quad (4.56)$$

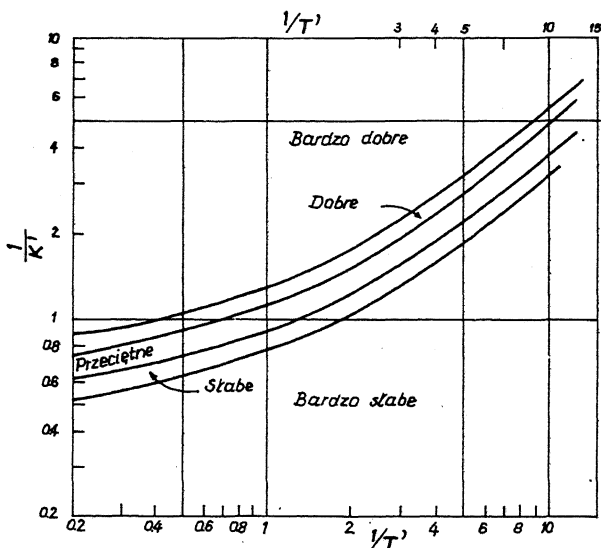
Stąd otrzymuje się wzory dla określenia wskaźników Nomoto  $K'$  i  $T'$ :

$$K' = \frac{\psi_m'}{\delta_0 t_{m1}' + \int_0^{t_{m1}'} \delta(t') dt'} \quad (4.57)$$

$$T' = \frac{K'}{\dot{\psi}(t_{01}')} \left[ \int_0^{t_{01}'} \delta(t') dt' + \delta_0 t_0' \right] \quad \text{w I przybliżeniu} \quad (4.58)$$

$$T' = \frac{K'}{\dot{\psi}(t_{02}')} \left[ \int_0^{t_{02}'} \delta(t') dt' + \delta_0 t_{01}' \right] \quad \text{w II przybliżeniu itd.} \quad (4.59)$$

Symbole  $\psi_m'$ ,  $t_{0i}'$  podane są na rys. 4.19. Obliczenia wykonuje się dla kilku kolejnych  $t_{m1}'$  i  $t_{0i}'$  i przyjmuje jako wskaźniki wartości średnie. Oceny jakości właściwości manewrowych statku badanego można dokonać na podstawie danych statystycznych, których przykładem może być wykres pokazany na rys. 4.20 [5].



Rys.4.20. Statystyczna ocena wskaźników  $K'$  i  $T'$

Inną miarą orientacyjnego określania sterowności statku jest bezwymiarowy „okres myszkowania”  $T_M' = T_M \frac{u_0}{L}$  (rys. 4.19). Dla obecnie budo-

wanych statków jego przeciętna wartość wynosi 12÷13. Statki o krótszym okresie mają lepszą zwrotność i słabszą stateczność kursową, o dłuższym - odwrotnie.

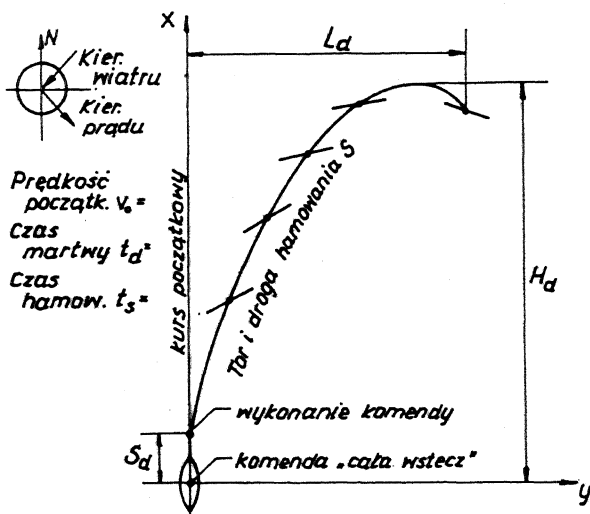
Pewną wskazówkę o sterowności statku stanowi również tzw. kąt przesterowania (kąt rozpędu)  $\alpha_S$  będący różnicą kąta maksymalnego odchylenia kursowego  $\psi_m$  i kąta wychylenia steru ( $\alpha_S = \psi_m - \delta$ ). Im kąt ten jest większy, tym gorsza zwrotność, tym bardziej opóźniona reakcja statku na wychylenie steru (tym większa jego „bezwładność”).

Przedstawiony na wykresie wynik próby Kempfa pozwala również na określenie różnych innych, mniej istotnych wskazówek jak na przykład początkowego czasu zmiany kursu  $t_z$ , czasu zmiany kierunku  $t_{zk}$  itp. (oznaczenia na rys. 4.19).

Na podstawie zapisu próby Kempfa można również szczegółowo określić współczynniki K i T dla podstawowego równania sterowności (4.26).

#### 4.7.4. Próba hamowania awaryjnego

Model (statek) porusza się kursem prostym z prędkością odpowiadającą komendzie „cała naprzód”. Czas próby mierzy się od podania komendy „cała wstecz”. Próba trwa do czasu całkowitego zatrzymania się statku. Tor statku w czasie hamowania przy pracy śrubą wstecz z reguły jest niekontrolowaną linią krzywą zależną w dużej mierze od czynników zewnętrznych.



Rys.4.21. Próba hamowania awaryjnego

Podczas trwania próby rejestrowane są następujące wielkości (rys. 4.21):

- przesunięcie czołowe  $H_d$ ;
- odchylenie poprzeczne  $L_d$ ;

- całkowita droga hamowania  $S_g$ ;
- droga przebyta w czasie martwym  $S_d$ ;
- czas hamowania  $t_g$ ;
- czas martwy - czas wykonania komendy  $t_d$ ;
- w miarę możliwości położenie statku względem toru.

Często przeprowadza się również próbę hamowania naturalnego. Próba taka rozpoczyna się w momencie wyłączenia napędu. Próba taka dostarcza informacji kapitanowi o zachowaniu się statku w przypadku awarii napędu.

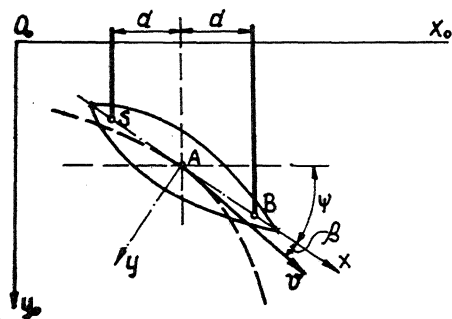
#### 4.7.5. Próby modeli związanych

Próby modeli związanych (albo prowadzonych) służą do mierzenia sił działających na model w rezultacie wymuszenia z góry zaplanowanych ruchów modelu. W efekcie można wyznaczyć współczynniki sił występujące w równaniach ruchu, co pozwala na późniejsze prognozowanie cech manewrowych statku oraz projektowanie autopilotów na podstawie analizy tych równań.

Pierwsze tego typu badania były prowadzone w zwykłych basenach holowniczych i polegały na holowaniu modelu z różnymi kątami dryfu i wychyleniami steru. Pozwalały one jednakże wyznaczać jedynie współczynniki sił zależnych od prędkości liniowych.

Krokiem naprzód było wprowadzenie specjalnych basenów z ramieniem obrotowym, w których model był związany z ramieniem obrotowym i holowany za jego pomocą po torze kołowym z różnymi prędkościami, kątami dryfu i przy różnych wychyleniach steru. Tym sposobem można było określać współczynniki sił zależne od prędkości kątowych. Duże koszty inwestycyjne i eksploatacyjne takich basenów spowodowały, że nie rozpowszechniły się one szerzej.

Najnowocześniejszym i najbardziej wszechstronnym urządzeniem w tej grupie jest mechanizm ruchu płaskiego (Planar Motion Mechanism, PMM). Urządzenie to zawieszone pod wózkiem holowniczym basenu modelowego pozwala kontrolować i wymuszać dowolne ruchy modelu w płaszczyźnie  $xy$ . Schemat ideowy urządzenia pokazany jest na rys. 4.22. Sterownice zamocowane do modelu w punktach B i S wymuszają zaprogramowane ruchy modelu, przy czym jednocześnie są rejestrowane siły w tych sterownicach. Oczywiście układ kinematyczny rzeczywistego urządzenia jest mocno skomplikowany. W różnych basenach modelowych stosowane są różne typy takich urządzeń o różnym stopniu doskonałości. Umożliwiają one realizację ruchów modeli od prostych kołysań burtowych

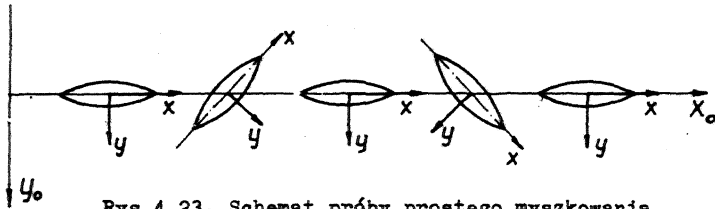


Rys.4.22. Schemat ideowy mechanizmu ruchu płaskiego



(sway) i prostego myszkowania (yaw) do złożonych ruchów z przyspieszeniami liniowymi i kątowymi. Pozwala to na określenie współczynników sił hydrodynamicznych dla równań liniowych i nieliniowych. Możliwe jest również przeprowadzanie prób modeli swobodnych (np. próby Kempfa), gdzie urządzenie pełni funkcje śledzące i podholowujące.

Dla przykładu pokażemy sposób określania współczynników sił równań (4.13), zależnych od prędkości kątowej  $r$  i przyspieszenia kątowego  $\dot{r}$  za pomocą próby prostego myszkowania, której schemat pokazuje rys. 4.23.



Rys.4.23. Schemat próby prostego myszkowania

Przy takim ruchu prędkość kątowa  $r$  jest funkcją okresową i może być przedstawiona w postaci:

$$r = r_0 \cos \omega t \quad (4.60)$$

Spełnione są również warunki  $N = 0$  i  $u = u_0$ . Mierzone siły i momenty będą wówczas sinusoidalnymi funkcjami częstości  $\omega$  i kąta fazowego  $\varepsilon$ . Równania (4.13) można wtedy zapisać:

$$\begin{aligned} (m x_G - Y_R)(-r_0 \omega \sin \omega t) + (m u_0 - Y_R)(r_0 \cos \omega t) &= \\ &= Y_S \cos \omega t + Y_B \sin \omega t \\ (I_Z - N_R)(-r_0 \omega \sin \omega t) + (m x_G u_0 - N_R)(r_0 \cos \omega t) &= \\ &= N_S \cos \omega t + N_B \sin \omega t \end{aligned} \quad (4.61)$$

Porównując odpowiednio współczynniki lewych i prawych stron równań (4.13) i (4.61), otrzymujemy:

$$\begin{aligned} Y_R &= -Y_S/r_0 + m u_0 \\ Y_R &= Y_B/r_0 \omega + m x_G \\ N_R &= -N_S/r_0 + m x_G u_0 \\ N_R &= N_B/r_0 \omega + I_Z \end{aligned} \quad (4.62)$$

Przy badaniu nieliniowych równań ruchu na mechanizmie ruchu płaskiego przyjmuje się, że tak określone współczynniki są stałe. Wprowadzając coraz bardziej złożone manewry, można wyznaczyć nieliniowe pochodne sił używając w tym celu wyżej określonych współczynników.

## 4.8. PRZEPISY MIĘDZYKARODOWE

Właściwości manewrowe statków ze względu na ich znaczenie dla bezpieczeństwa żeglugi stały się w ostatnich latach przedmiotem zainteresowania i intensywnych badań Międzynarodowej Organizacji Morskiej IMO (International Maritime Organization). W chwili obecnej nie została jeszcze przyjęta obowiązująca konwencja, jednakże opracowane zostały zalecenia IMO dotyczące informacji o właściwościach manewrowych statku. Informacja taka powinna znajdować się na każdym nowo zbudowanym statku o długości powyżej 100 m, a na tankowcach i statkach do przewozu gazu bez względu na ich długość. Informacja ta ma ułatwić podejmowanie decyzji o wyborze właściwego manewru przez kapitana lub pilota. Niektóre kraje, w tym USA, wprowadziły już te zalecenia jako obowiązkowe na swoich wodach terytorialnych. Zalecenia IMO ujęte są w rezolucji nr A601 (15).

Każdy z wymienionych wyżej statków powinien posiadać na pokładzie trzy dokumenty dotyczące właściwości manewrowych:

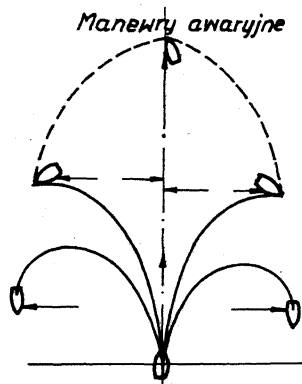
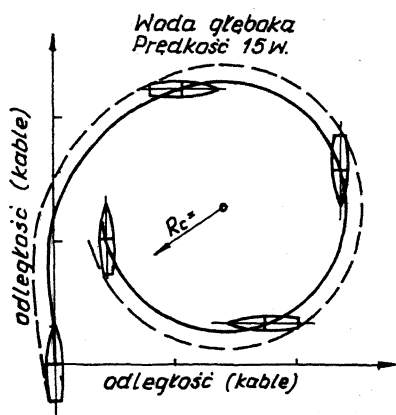
1. "Pilot card" (karta pilota).
2. "Wheelhouse poster" (informacja na mostku).
3. "Manoeuvring booklet" (informacja o sterowności).

Zaleca się, aby dokument 1. znajdował się na każdym nowo zbudowanym statku niezależnie od jego wielkości i przeznaczenia.

Rezolucja określa szczegółowo formę i zawartość poszczególnych dokumentów.

"Pilot card" zawiera ogólne informacje o statku: wymiary kadłuba, ilość i rodzaj pędników, charakterystyki napędu (obroty i prędkość statku przy głównych komendach telegrafu maszynowego dla załadowania pełnego i balastowego), charakterystyki systemu sterowego, oraz wykaz wyposażenia kotwicznego i nawigacyjnego.

"Wheelhouse poster" wykonany w formie tablicy ma zawierać główne dane dotyczące manewrów silnikiem głównym, sterem głównym,



Rys.4.24. Wykres minimalnej cyrkulacji

Rys.4.25. Wykres porównawczy hamowania i cyrkulacji minimalnej

sterem strumieniowym oraz wielkości osiadania statku. W formie wykreślonej powinna być pokazana minimalna cyrkulacja statku na wodzie płytkiej ( $h/T = 1,2$ ) i głębokiej oraz charakterystyki manewrów awaryjnych, jak to przedstawiono na rys. 4.24 i 4.25.

W formie nomogramów podane są drogi hamowania dla głównych nastaw telegrafu maszynowego. Wszystkie te informacje powinny być podane dla statku o pełnym i balastowym stanie załadowania. Poza tym w formie rysunkowej pokazane są martwe pola widoczności z mostka.

"M a n o e u v r i n g b o o k l e t" jest obszerną opisową informacją o właściwościach manewrowych statku w różnych warunkach pływania, dotyczącą zwrotności, stateczności kursowej, hamowania, przyspieszania i osiadania. Rezolucja IMO określa szczegółowo, jakie typy manewrów i jakie właściwości winny być opisane.

Wszystkie charakterystyki winny być obliczone za pomocą uzasadnionych metod lub określone na podstawie badań modelowych, a niektóre z nich na podstawie prób statku rzeczywistego.

## LITERATURA

1. A b k o w i t z M.A.: Measurement of Hydrodynamic Characteristics from Ship Manoeuvring Trials by System Identification, SNAME Transactions vol. 88, 1980.
2. A b k o w i t z M.A.: Lectures on Ship Hydrodynamics - Steering and Manoeuvrability. Hydro-og Aerodynamisk Laboratorium, Report nr Hy-5, Lyngby, May 1964.
3. A u c h e r M.: Stopping of Ships. A general Survey. Report on Manoeuvrability Committee, Berlin, 13 ITTC 1972.
4. B a s i n A.M., W i e l e d n i c k i I.O., J a c h o w i e c k i A.G.: Hidrodinamika sudow na mieżkowodzie. Leningrad, Sudostrojenije 1976.
5. B a r r R.A., M i l l e r E.R.: Technical Basis of Manoeuvring Performance Standards. U.S. Coast Guard 1981.
6. B e c h M., S m i t t L.W.: Analogue simulation of Ship Manoeuvres. Hydro-og Aerodynamisk Laboratorium, Report nr 14, Lyngby 1969.
7. B i n d e l S., G a r g u e t M.: Quelques aspects du fonctionnement des hélices pendant les manoeuvres d'arrêt des navires. ATMA 1962.
8. B ł a g o w i e s z c z e n s k i S.N.: Kaczka korablia. Leningrad, Sudpromgiz, 1954.
9. B ł a g o w i e s z c z e n s k i S.N., C h o ł o d i l i n A.N.: Sprawocznik po statyk i dinamik i korablia, t. 2. Dinamika korablia, Leningrad, Sudostrojenije 1975.
10. D u d z i a k J.: Okręt na fali. Gdańsk: Wyd. Morskie 1980.
11. F r a c k o w i a k M.: Statyka okrętu. Gdańsk: Politechnika Gdańska 1985.
12. G e r i g k M.: Sterowność statków na wodach ograniczonych. Gdańsk: Prace Bad. Inst. Okręt. PG nr 1896/MR-905/84.
13. G e r r i t s m a J., B e u k e l m a n W.: Analysis of the Resistance Increase in Waves of a Fast Cargo Ship. Intern. Shipb. Progress Vol. 19, nr 217, 1972.

14. Grim O., Ottman P., Sharma S.D.: CPMC - A novel Facility Planar Motion Testing of Ship Models, London, 11 Symposium on Naval Hydrodynamics, 1976.
15. Gutsche F., Schröder G.: Feeinfahrversuche an Propeller mit festen und verstellbaren Flügeln voraus und rückwärts. Schiffbauforschung nr 4, 1963.
16. Hogben N., Lumb F.: Ocean Wave Statistics, London, HMSO, 1967.
17. Kolik R.W.: Modern Flight Dynamics. New York: Prentice-Hall, 1961.
18. Korvin-Kroukovsky B.V., Jacobs W.D.: Pitching and Heaving Motions of a Ship in Regular Waves. Trans. SNAME, vol. 65, 1957.
19. Kranert K.: Übersicht über die Probleme und die Rechenverfahren beim Stopfvermögen von Schiffen. Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, Bericht nr 136, Hamburg 1964.
20. Krężelewski M.J.: Przegląd i krytyczna ocena badań modelowych sterowności statków, Gdańsk; Prace Bad. Inst. Okręt. nr 1739/MR-750/83.
21. van Lammeren W.P.A., van Manen J.D., Oosterweld H.W.C.: The Wageningen B-Screw Series. SNAME 1969.
22. Meyne K.J.: Umstauereigenschaften von Schiffspropellern. Schiff und Hafen nr 5, 1964.
23. Nomoto K.: Analysis of Kempfs Standard Maneuver Test und Proposed Steering Quality Indices. DTMB Report nr 1461, 1960.
24. Nomoto K., Smitt L.W.: Evaluation of Steering Properties with Particular Emphasis on Closed Loop Behaviour, Report of Manoeuvrability Committee, 13 ITTC, Berlin 1972.
25. Nomoto K., Taguchi T., Honda K., Hirano S.: On the Steering Qualities of Ships. Internat. Shipbuild. Progress nr 35, 1957.
26. Nordström H.F.: Screw Propeller Characteristics. SSPA Publ. nr 9, 1948.
27. Ochi M.K., Bolton W.E.: Statistics for Prediction of Ship Performance in a Seaway. Intern. Shipbuild. Progress, Vol.20, 1973.
28. Principles of Naval Architecture, Praca zbior., Red. J.P. Comstock. New York, SNAME, 1967.
29. Rawson K.J., Tupper F.C.: Basic Ship Theory. London and New York, Longman, 1976.

30. Researches on Seakeeping Qualities of Ships in Japan. Tokyo, 60th Anniversary Series, Vol. 8, SNA of Japan, 1963.
31. St. Denis M., Pierson W.J.: On the Motion of Ships in Confused Seas. Trans. SNAME, vol. 61.
32. Stasiak J.: Wpływ parametrów kształtu zanurzonej części kadłuba i parametrów opisujących falowanie na przyrost oporu statku poruszającego się na fali czołowej. Gdańsk: Prace Bad. Inst. Okręt. PG nr 1470/MR-515/81.
33. Sobolew G.W.: Uprawiajemość Korablia. Leningrad, L.K.I., 1959.
34. Sprawocznik po teorii korablia. Tom 2. Statika sudow. Kaczka sudow. (Red. Y.I. Wojtkunski). Leningrad, Sudostrojenije, 1985.
35. Weźnicki W.: Sterowność okrętu. Warszawa, PWN 1966.
36. Wojtkunski Y.I., Pierszyc R.Y., Titow I.A.: Sprawocznik po teorii korablia. Leningrad, Sudostrojenije 1973.



Cena zł 150,-