

Politechnika Gdańska

LABORATORIUM Z MECHANIKI PŁYNÓW I HYDRAULIKI

praca zbiorowa
pod redakcją
Katarzyny Weinerowskiej

autorzy

Jerzy Sawicki, Wojciech Szpakowski

Katarzyna Weinerowska, Elżbieta Wołoszyn, Piotr Zima

recenzent

Kazimierz Burzyński

ISBN 83-920821-2-5

Gdańsk 2004

SPIS TREŚCI

| | |
|--|----|
| ZAMIAST PRZEDMOWY | 4 |
| I. WPROWADZENIE DO ZAJĘĆ LABORATORYJNYCH (<i>K. Weinerowska, P. Zima</i>) | 6 |
| 1. UWAGI WSTĘPNE (<i>K. Weinerowska</i>) | 6 |
| 2. ZASADY PRACY W LABORATORIUM HYDRAULICZNYM (<i>K. Weinerowska</i>) | 6 |
| 3. DOKUMENTACJA PRAC LABORATORYJNYCH (<i>K. Weinerowska</i>) | 7 |
| 4. PRZEDSTAWIANIE DANYCH EKSPERYMENTALNYCH (<i>K. Weinerowska</i>) | 7 |
| 4.1. Metoda tabelaryczna | 8 |
| 4.2. Metoda graficzna | 9 |
| 4.3. Przedstawianie danych za pomocą równań matematycznych. Aproksymacja zależności funkcyjnej metodą najmniejszych kwadratów | 11 |
| 5. PODSTAWOWE WIADOMOŚCI Z TEORII BŁĘDÓW (<i>P. Zima</i>) | 13 |
| 5.1. Błędy bezwzględne i względne | 14 |
| 5.2. Błędy grube, systematyczne i przypadkowe | 14 |
| 5.3. Ocena dokładności pomiarów pośrednich | 15 |
| 5.4. Statystyczna analiza błędów przypadkowych | 18 |
| 5.5. Funkcja gęstości rozkładu i prawdopodobieństwo | 19 |
| II. MATERIAŁY POMOCNICZE (<i>K. Weinerowska, J. M. Sawicki</i>) | 22 |
| 1. WYBRANE PARAMETRY I CECHY FIZYCZNE PŁYNÓW | 22 |
| 1.1. Temperatura | 22 |
| 1.2. Gęstość i lepkość płynu | 23 |
| 2. WSPÓŁCZYNNIKI OPORÓW LOKALNYCH PRZY PRZEPLYWIE CIECZY W RUROCIĄGACH | 26 |
| 3. WSPÓŁCZYNNIKI OPORÓW LINIOWYCH PRZY PRZEPLYWIE CIECZY W RUROCIĄGACH I KANAŁACH OTWARTYCH | 29 |
| 4. ZASADA POMIARU NATĘŻENIA PRZEPLYWU ZA POMOCĄ PRZELEWU O OSTREJ KRAWĘDZI | 32 |
| 5. SCHEMATY KANAŁÓW LABORATORYJNYCH | 34 |
| III. OPISY DOŚWIADCZEŃ LABORATORYJNYCH | 35 |
| 1. OPORY RUCHU CIAŁ PORUSZAJĄCYCH SIĘ W PŁYNIU | 35 |
| 1.1. Podstawy teoretyczne (<i>P. Zima</i>) | 35 |
| 1.2. Wyznaczanie współczynnika oporu cząstki stałej poruszającej się w wodzie (<i>Cd</i>) (<i>P. Zima</i>) | 37 |
| 1.3. Wyznaczanie współczynnika oporu pęcherzyków powietrza poruszających się w wodzie (<i>Cp</i>) (<i>P. Zima</i>) | 42 |
| 1.4. Pomiar lepkości wiskozymetrem Höpplera (<i>Hp</i>) (<i>P. Zima</i>) | 47 |

| | |
|--|-----|
| 2. PRZEPIY W CIECZY LEPKIEJ W RUROCIĄGACH | 51 |
| 2.1. Podstawy teoretyczne (<i>K. Weinerowska</i>) | 51 |
| 2.2. Wyznaczanie krytycznej liczby Reynoldsa (<i>Re</i>) (<i>K. Weinerowska</i>) | 55 |
| 2.3. Cechowanie zwężki Venturiego (<i>Vn</i>) (<i>K. Weinerowska</i>) | 61 |
| 2.4. Wyznaczanie współczynników oporów przy przepływie cieczy w rurociągu (<i>R</i>) (<i>K. Weinerowska</i>) | 68 |
| 2.5. Badanie pomp wirnikowych (<i>Pmp</i>) (<i>J. Sawicki, K. Weinerowska</i>) | 81 |
| 2.6. Wyznaczanie siły naporu hydrodynamicznego na powierzchnię płaską i czasę półkulię (<i>PH</i>) (<i>K. Weinerowska, E. Wołoszyn</i>) | 92 |
| 3. WYPŁYW CIECZY PRZEZ OTWORY | 98 |
| 3.1. Podstawy teoretyczne (<i>K. Weinerowska, J.M. Sawicki</i>) | 98 |
| 3.2. Określanie czasu opróżniania zbiornika przez otwór w dnie (<i>TO</i>) (<i>K. Weinerowska, J.M. Sawicki</i>) | 105 |
| 4. PRZEPIY WODY W KANAŁACH OTWARTYCH | 111 |
| 4.1. Podstawy teoretyczne (<i>K. Weinerowska</i>) | 111 |
| 4.2. Wyznaczanie rozkładów prędkości i współczynników de Saint-Venanta w kanale otwartym (α) (<i>J. Sawicki, K. Weinerowska</i>) | 116 |
| 4.3. Cechowanie zwężkowego kanału mierniczego typu Venturiego (<i>KVn</i>) (<i>E. Wołoszyn</i>) | 126 |
| 4.4. Badanie przelewu o ostrej krawędzi (<i>K. Weinerowska</i>) (<i>Po</i>) | 134 |
| 4.5. Badanie przelewu o szerokiej koronie (<i>K. Weinerowska</i>) (<i>Pk</i>) | 143 |
| 4.6. Wyznaczanie parametrów ustalonego odskoku Bidone'a (<i>Obd</i>) (<i>K. Weinerowska</i>) | 149 |
| 5. RUCH WODY W OŚRODKU POROWATYM | 157 |
| 5.1. Podstawy teoretyczne (<i>W. Szpakowski</i>) | 157 |
| 5.2. Wyznaczenie współczynnika filtracji – doświadczenie i prawo Darcy'ego (<i>F</i>) (<i>W. Szpakowski</i>) | 160 |
| LITERATURA | 167 |

Zamiast Przedmowy

Drodzy Studenci,

Przekazujemy w Państwa ręce nowe materiały, mające stanowić pomoc dydaktyczną przy realizacji zajęć laboratoryjnych prowadzonych na Wydziale Budownictwa Wodnego i Inżynierii Środowiska Politechniki Gdańskiej w ramach przedmiotów Mechanika płynów oraz Hydraulika. Materiały te zawierają nie tylko wiadomości niezbędne do poprawnego wykonania ćwiczeń laboratoryjnych i prawidłowej interpretacji uzyskanych wyników, ale także odpowiednio dobraną część teoretyczną dotyczącą każdego z omawianych zagadnień, ułatwiającą zrozumienie analizowanych zjawisk. Jest to o tyle istotne, że ze względu na organizację zajęć niektóre ćwiczenia należy wykonać zanim stosowna partia materiału zostanie omówiona w ramach wykładów. Użytkownik skryptu powinien więc opanować umiejętność uczenia się w dwóch etapach – wstępnego, w celu świadomego wykonania ćwiczeń laboratoryjnych, a następnie właściwego, najpóźniej przed przystąpieniem do egzaminu. Trzeba wyraźnie podkreślić, że opanowanie treści skryptu jest warunkiem koniecznym zdania takiego egzaminu, lecz niewystarczającym.

Zgodnie z naszym założeniem, materiały zostały przygotowane w formie umożliwiającej umieszczenie ich w sieci internetowej, a tym samym łatwe udostępnienie Studentom całości lub wybranych fragmentów. Opracowanie podzielone zostało na trzy części, z których każda zawiera mniejsze podrozdziały, mogące stanowić osobną całość. Część pierwszą stanowi wprowadzenie do laboratorium, wraz z niezbędnymi informacjami o zasadach prowadzenia doświadczeń, analizy uzyskanych wyników i przygotowania dokumentacji laboratoryjnej. W części drugiej umieszczono materiały pomocnicze do laboratorium, między innymi wartości wybranych parametrów fizycznych i współczynników potrzebnych do obliczeń. Część trzecia zawiera właściwe opisy doświadczeń, przedstawione w formie oddzielnych instrukcji, pogrupowanych według tematyki analizowanych zagadnień. Każdą grupę instrukcji poprzedza rozdział wstępny, zawierający informacje ogólne z danej tematyki. Dla ułatwienia korzystania z instrukcji, każde ćwiczenie laboratoryjne potraktowano niezależnie. W celu przygotowania się do ćwiczeń należy więc przeczytać rozdział wstępny dla danego zakresu tematyki oraz właściwą instrukcję do ćwiczenia.

Punktem wyjścia dla prezentowanych materiałów był skrypt Politechniki Gdańskiej „Laboratorium z Mechaniki Płynów i Hydrauliki”, przygotowany przez zespół pracowników Katedry Hydrauliki i Hydrologii PG w roku 1985 (wyd. II poprawione i uzupełnione – 1995). Od tego czasu zmianom uległ program nauczania, zmodernizowano niektóre stanowiska laboratoryjne oraz zmieniono zakres i sposób prowadzenia niektórych ćwiczeń. Wymagało to stworzenia nowych instrukcji do zajęć, w któ-

rych to instrukcjach – kierując się sugestiami oraz obserwacjami dotychczasowego przebiegu ćwiczeń – w znaczący sposób poszerzono opis teoretyczny prezentowanych zagadnień.

Jako autorzy prezentowanych materiałów chcemy podkreślić, że na charakter obecnego Laboratorium Hydrauliki i Inżynierii Środowiska PG, ilość i rodzaj stanowisk doświadczalnych, ich funkcjonalność dydaktyczną, a w konsekwencji także pośrednio na kształt prezentowanych materiałów, miały wpływ doświadczenie i zaangażowanie wielu byłych i obecnych pracowników Katedry Hydrauliki i Hydrologii, między innymi nieżyjącego już dr. hab. inż. Józefa Geringera, któremu funkcjonowanie Laboratorium zawdzięcza szczególnie dużo.

Obok pracowników naukowo-dydaktycznych należy wspomnieć również pracę i zaangażowanie pracowników technicznych. Wyrażamy więc szczególne podziękowania Panom Krzysztofowi Genc i Andrzejowi Świerszczowi, których opinia i doświadczenie miały wpływ na ostateczny kształt prezentowanych materiałów i którzy od wielu lat czuwają nad bezpiecznym i bezawaryjnym przebiegiem ćwiczeń laboratoryjnych.

Wreszcie szczególne podziękowania kierujemy do Studentów naszego Wydziału, którzy swoimi opiniami ukierunkowali prace nad niektórymi instrukcjami i brali udział w ich testowaniu.

Przekazując niniejsze materiały mamy nadzieję, że dostarczą one potrzebnych informacji w sposób jasny i przejrzysty, a zajęcia laboratoryjne będą nie tylko obowiązkiem, ale także przyjemnością.

*Życzymy Państwu i sobie owocnej pracy.
Do zobaczenia w laboratorium*

Autorzy

I. WPROWADZENIE DO ZAJĘĆ LABORATORYJNYCH

1. UWAGI WSTĘPNE

Zajęcia laboratoryjne mają na celu eksperymentalne zobrazowanie materiału objętego programem nauczania przedmiotów Mechanika płynów i Hydraulika. Prowadzone są w Laboratorium Hydrauliki i Inżynierii Środowiska Wydziału Budownictwa Wodnego i Inżynierii Środowiska Politechniki Gdańskiej.

W skrypcie przedstawiono podstawowe uwagi dotyczące pracy w laboratorium, zasad opracowywania wyników eksperymentu i wykonywania poszczególnych doświadczeń laboratoryjnych. Każda z instrukcji wykonania ćwiczeń stanowi osobną całość i umożliwia pełne przygotowanie do ćwiczenia. Zawiera ona szerokie omówienie podstaw teoretycznych, opisy stanowiska pomiarowego, przebiegu ćwiczenia i opracowywania wyników eksperymentu oraz określa zawartość sprawozdania.

2. ZASADY PRACY W LABORATORIUM HYDRAULICZNYM

Prezentowane ćwiczenia laboratoryjne wykonywane są przez dwu- lub wyjątkowo trzyosobowe zespoły studentów. Podział na grupy laboratoryjne oraz dobór i kolejność wykonywanych ćwiczeń określone są przez prowadzącego przed rozpoczęciem zajęć w laboratorium. Przed przystąpieniem do wykonania każdego z ćwiczeń student zobowiązany jest poznać treść odpowiedniej instrukcji, przygotować materiał związany z podstawami teoretycznymi zagadnienia oraz sposobem wykonania ćwiczenia. Stopień opanowania tych wiadomości jest sprawdzany przez prowadzącego zajęcia przed każdymi ćwiczeniami, a znajomość tego materiału jest warunkiem dopuszczenia do wykonania ćwiczenia. Po wykonaniu ćwiczenia należy sporządzić sprawozdanie zawierające elementy podane w instrukcji do ćwiczenia. W uzasadnionych przypadkach ćwiczenie może ulec pewnym modyfikacjom w stosunku do informacji podanych w instrukcji, zgodnie ze wskazówkami prowadzącego.

Zaliczenie całości zajęć laboratoryjnych odbywa się na podstawie wykonania i zaliczenia wszystkich wymaganych ćwiczeń oraz kolokwium zaliczającego, przeprowadzanego po zakończeniu wszystkich zajęć. Szczegółowy regulamin zajęć oraz sposób oceniania jest prezentowany przez rozpoczęciem właściwej części zajęć laboratoryjnych.

W czasie zajęć obowiązuje bezwzględny nakaz przestrzegania **przepisów BHP**. Jest to szczególnie ważne z uwagi na charakter pracy w laboratorium hydraulicznym – konieczność korzystania z urządzeń znajdujących się na pewnej wysokości w stosunku do poziomu posadzki (np. odczyty z piezometrów, pomiar natężenia przepływu przelewem pomiarowym itp.), równoległe odbywanie się wielu eksperymentów, możliwe inne prace realizowane równocześnie w hali laboratoryjnej itp. Jest więc istotne, by nie opuszczać stanowiska pomiarowego w trakcie zajęć i zachować należytą uwagę przy wykonywaniu ćwiczenia.

3. DOKUMENTACJA PRAC LABORATORYJNYCH

Przebieg, rezultat i wnioski wynikające z przeprowadzonego doświadczenia powinny zostać w sposób jasny i klarowny zdokumentowane. Dzięki temu eksperyment nie ma jedynie znaczenia ćwiczenia pokazowego, ale nabiera charakteru badania, na podstawie którego można weryfikować przyjęte wcześniej hipotezy, analizować szerzej pewne zjawiska, porównywać uzyskane efekty z wynikami innych doświadczeń, opracowywać metodologię dalszych pomiarów itp.

Przy dokumentowaniu przebiegu i rezultatów przeprowadzonego doświadczenia duże znaczenie ma możliwie przejrzyste i dokładne przedstawienie poszczególnych jego etapów. Pomocne są przy tym różnego rodzaju schematy, rysunki poglądowe, tabele z zestawieniem wyników pomiarów i obliczeń oraz wykresy obrazujące przebieg analizowanych zależności. Podstawowe metody przedstawiania danych eksperymentalnych omówiono w kolejnym rozdziale „Wprowadzenia do zajęć laboratoryjnych”.

Typowe opracowanie hydraulicznego doświadczenia laboratoryjnego powinno zawierać takie podstawowe elementy, jak:

- 1) **tytuł ćwiczenia, datę i miejsce jego wykonania oraz nazwiska osób prowadzących eksperyment** (a w przypadku doświadczenia prowadzonego na wolnym powietrzu często istotne znaczenie mają także warunki pogodowe);
- 2) **cel i zakres doświadczenia;**
- 3) **teoretyczny opis analizowanego zjawiska** wraz z ideą przeprowadzenia doświadczenia, wyprowadzeniem odpowiednich wzorów teoretycznych itp.;
- 4) **schemat stanowiska pomiarowego**, wraz z opisem jego poszczególnych elementów, zaznaczeniem kierunku przepływu wody itp.;
- 5) **opis działania stosowanych przyrządów i zasad pomiaru za ich pomocą;**
- 6) **opis przebiegu doświadczenia;**
- 7) **zestawienie wyników pomiarów** (najczęściej tabelaryczne);
- 8) **opracowanie i zestawienie wyników obliczeń** (tabelaryczne, graficzne) wraz z przykładem obliczeniowym i przeliczeniem jednostek;
- 9) **analizę błędów pomiarowych;**
- 10) **wnioski z wykonania ćwiczenia** wraz z ewentualnymi sugestiami dotyczącymi przebiegu dalszych badań.

4. PRZEDSTAWIANIE DANYCH EKSPERYMENTALNYCH

Celem eksperymentu jest zaobserwowanie określonych zjawisk, wyznaczenie wartości pewnych wielkości oraz analiza zależności między tymi wielkościami. Jednym z podstawowych elementów eksperymentu jest więc **pomiar** różnorodnych wielkości fizycznych.

Celem pomiaru jest określenie **wartości** pewnej wielkości fizycznej. Odbywa się to na podstawie porównania zaobserwowanej wielkości z wielkością przyjętą za jednostkę. Wynik pomiaru składa się więc z dwóch części – wartości liczbowej i nazwy jednostki pomiarowej.

W zależności od rodzaju poszukiwanej wielkości pomiar może mieć charakter **bezpośredni** lub **pośredni**. Pomiar bezpośredni polega na porównaniu danej wielkości z jednostką wzorca, np. po-

miar długości, pomiar czasu. Z kolei w pomiarach pośrednich poszukiwana wartość określana jest na podstawie jej zależności od innych wielkości, które można zmierzyć bezpośrednio. Przykładem może być pomiar natężenia przepływu metodą objętościową, co w praktyce sprowadza się do pomiaru czasu przepływu pewnej objętości cieczy.

Wyniki pomiarów wykonanych w trakcie eksperymentu wymagają odpowiedniego zestawienia i opracowania, tak aby na ich podstawie możliwe było określenie wielkości lub zależności stanowiących cel eksperymentu. Sposób przedstawienia powinien być czytelny, jednoznaczny w interpretacji i umożliwiający dalsze wykorzystanie prezentowanych wyników. Przedstawienie danych eksperymentalnych najczęściej realizowane jest na trzy sposoby: w postaci tabelarycznej, graficznej lub za pomocą równań matematycznych.

4.1. Metoda tabelaryczna

Metoda tabelaryczna polega na uporządkowaniu wyników pomiarów i obliczeń w tablicy o określonej postaci. Ze względu na przejrzystość prezentowania danych oraz ograniczoną dokładność wartości liczb zawartych w tabeli, konieczne jest stosowanie pewnych zasad, ułatwiających interpretację zawartych w niej danych:

- 1) tabela powinna mieć identyfikator (numer tabeli) i tytuł jasno sugerujący jej zawartość;
- 2) każda kolumna tabeli powinna być opisana (słownie i/lub symbolem charakteryzującym daną wielkość), wraz z podaniem jednostki mierzonych lub obliczonych wielkości;
- 3) symbole umieszczone w tabeli muszą być zgodne z symbolami zamieszczonymi w opisie, na schematach stanowiska, we wzorach i na wykresach;
- 4) jednostka wartości mierzonych bezpośrednio powinna być zgodna z jednostką urządzenia, którym dokonano pomiarów (nawet jeśli nie należy do jednostek legalnych, np. kG/m^2);
- 5) odczyty stanowiące sumę lub różnicę pewnych wielkości powinny być zapisywane w takiej właśnie postaci, np. odczyt z ramion manometru różnicowego: $25 - 10$ (a nie: 15);
- 6) w tabeli powinny się znaleźć wyniki pomiarów bezpośrednich i pośrednich podane w jednostkach legalnych (SI). Jeśli zatem odczyt odbywał się w innych jednostkach (patrz p. 4), należy dodatkowo przeliczyć je na jednostki legalne;
- 7) odpowiadające sobie wartości zmiennej niezależnej i zależnej powinny znajdować się na jednym poziomie;
- 8) w danej kolumnie powinna być zachowana jednakowa dokładność w stosunku do danych jednego typu;
- 9) liczba cyfr znaczących w zapisie nie może przekraczać dokładności pomiaru;
- 10) w zapisie danej wartości nie należy pomijać zer świadczących o dokładności.

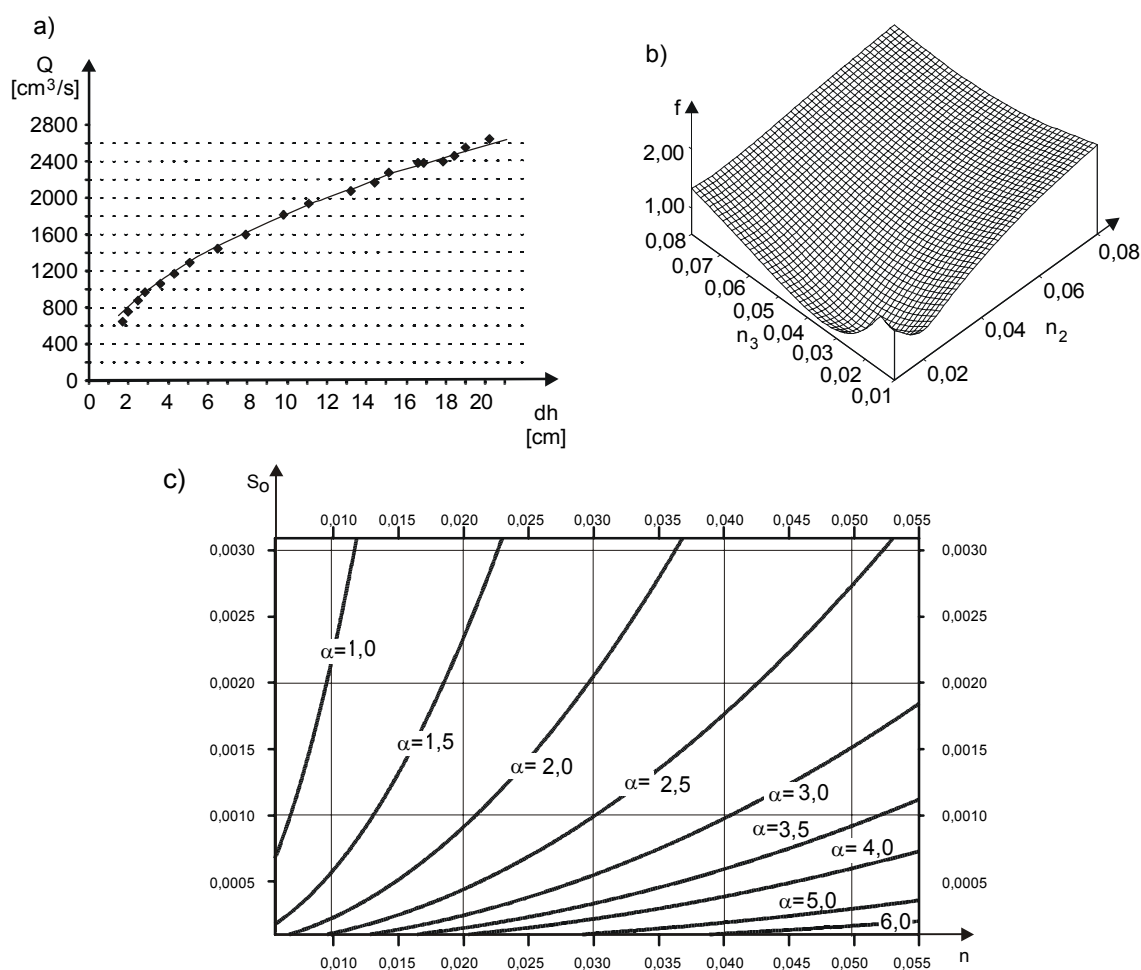
Aby zachować wymaganą dokładność liczb przedstawianych w tabeli konieczne jest odrzucenie cyfr na miejscach dalszych od ustalonego jako ostatnie miejsce znaczące oraz zaokrąglenie pozostałej wartości. Przyjmuje się przy tym, że ostatnia z pozostałych w ten sposób cyfr jest znana z dokładnością do pół jednostki. Stąd przy zaokrągłaniu liczb należy stosować następujące zasady:

- 1) jeżeli pierwsza odrzucona cyfra jest mniejsza od 5 – ostatnia zachowana cyfra nie ulega zmianie;
- 2) jeżeli pierwsza odrzucona cyfra jest większa od 5 – ostatnia zachowana cyfra zostaje powiększona o 1;

- 3) jeżeli pierwsza odrzucona cyfra jest równa 5 – ostatnia zachowana cyfra nie ulega zmianie jeśli jest parzysta, natomiast powiększana jest o 1, jeśli jest nieparzysta.

4.2. Metoda graficzna

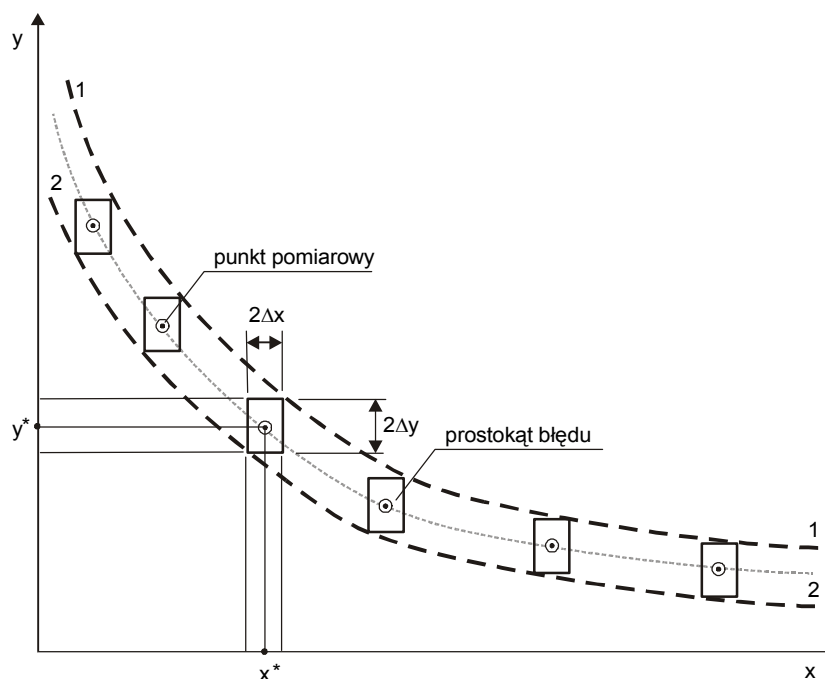
Bardzo poglądowym sposobem przedstawienia danych jest metoda graficzna, w której zależności między określonymi wielkościami zobrazowane są za pomocą odpowiednich wykresów. Najczęściej wykresy odzwierciedlają wzajemną relację między dwiema wielkościami, np. x i y (zakłada się istnienie związku $y = f(x)$) (rys. 4.2.1a). Niekiedy jednak istnieje potrzeba przedstawienia związku między większą liczbą wielkości np. trzema zmiennymi x, y, z . Powstają wówczas wykresy przestrzenne (rys. 4.2.1b), nomogramy itp.



Rys. 4.2.1. Przykłady różnego typu wykresów: a) zależność między dwiema zmiennymi, b) i c) zależność między trzema zmiennymi

Istota metody graficznej sprowadza się najczęściej do potraktowania wartości odpowiednich wielkości jako współrzędnych punktów w odpowiednim układzie współrzędnych. Nanosząc rozpatrywane punkty w odpowiedniej skali na rysunek uzyskuje się obraz zależności między analizowanymi wielkościami.

W większości przypadków dąży się do określenia ciągłej zależności między rozpatrywanymi wielkościami, dlatego też zwykle przez układ punktów na wykresie przeprowadza się pewną krzywą, przedstawiającą związek między zmiennymi. Należy przy tym pamiętać, że każdy pomiar obarczony jest błędem, co powinno być zaznaczone w odpowiedni sposób na wykresie. W tym celu wokół każdego punktu o współrzędnych (x_i, y_i) rysowany jest prostokąt o bokach o równych $2\Delta x$ i $2\Delta y$, gdzie Δx i Δy określają maksymalny błąd pomiaru wielkości x i y . Wierzchołki prostokątów wyznaczają pas (rys. 4.2.2), wewnątrz którego leży szukana krzywa, będąca graficznym obrazem zależności $y = f(x)$.



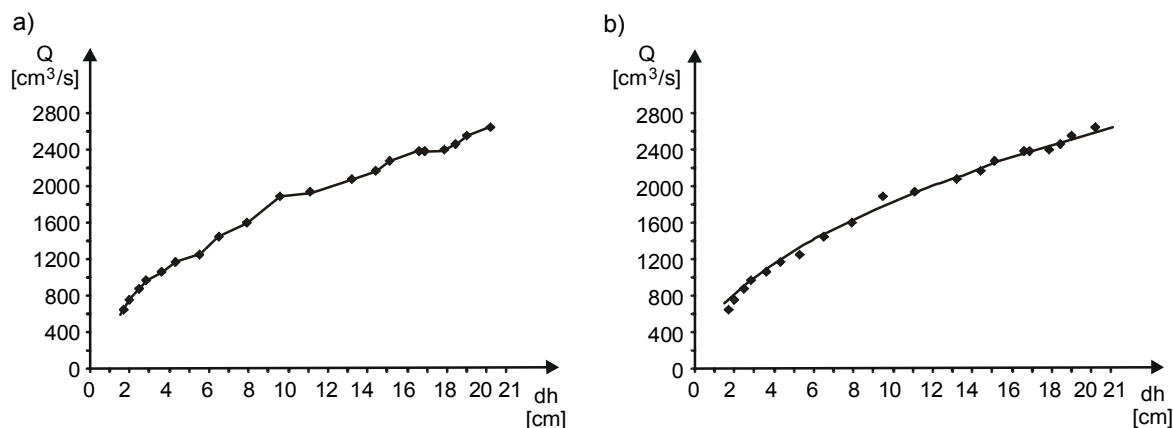
Rys. 4.2.2. Przykładowy wykres z zaznaczeniem prostokątów błędów

Niekiedy błędy pomiarowe nie są szacowane, wówczas na wykresie zostają zaznaczone jedynie punkty, bez odpowiadających im prostokątów błędów. Należy jednak pamiętać, aby uwzględnić istnienie błędów pomiaru i nie łączyć bezpośrednio punktów na wykresie, lecz zaznaczyć uśrednioną postać poszukiwanej relacji (rys. 4.2.3a,b). Dobrym sposobem określenia kształtu krzywej jest dokonanie aproksymacji poszukiwanej zależności za pomocą funkcji o odpowiedniej postaci (patrz p. 4.3. „Przedstawianie danych za pomocą równań matematycznych. Aproksymacja zależności funkcyjnej metodą najmniejszych kwadratów.”).

Przy wykonywaniu wykresów należy pamiętać o podstawowych zasadach umożliwiających prawidłową ich interpretację:

- 1) każdy wykres powinien mieć identyfikator (numer) i tytuł określający rodzaj przedstawianej zależności;
- 2) osie wykresu powinny być odpowiednio opisane – słownie lub symbolem zmiennej wraz z zaznaczeniem podziałki umożliwiającej odczytanie wartości współrzędnej punktu oraz jednostek. Niekiedy, dla ułatwienia odczytu, zaznacza się także linie siatki wyznaczonej przez podziałkę na osi;

- 3) przy większej liczbie zależności zaznaczanych na jednym wykresie należy zastosować rozróżnienie oznaczeń, zarówno do punktów pomiarowych (zróżnicowanie kolorów lub kształtu punktów), jak i do linii przedstawiających zależności (zróżnicowanie kolorów lub deseni linii). Każda z krzywych powinna być opisana.



Rys. 4.2.3. Przykłady krzywych reprezentujących analizowaną zależność:

a) wykonana nieprawidłowo, b) wykonana prawidłowo

4.3. Przedstawianie danych za pomocą równań matematycznych.

Aproksymacja zależności funkcyjnej metodą najmniejszych kwadratów

Bardzo wygodne, a niekiedy konieczne, jest przedstawienie związku między analizowanymi wielkościami w postaci zależności funkcyjnej. Określana jest wówczas analityczna postać relacji między rozważanymi zmiennymi. Równanie poszukiwanej funkcji, w zależności od sposobu jej określania, może mieć charakter **równania teoretycznego**, czyli otrzymanego na drodze analizy teorii badanego zjawiska, lub **równania empirycznego**, czyli uzyskanego na podstawie wyników pomiaru wartości analizowanych zmiennych. W obu przypadkach konieczne jest wyznaczenie wartości stałych występujących w tych równaniach, a dla równania empirycznego dodatkowo należy określić postać tej zależności. Żąda się przy tym, aby równanie przedstawiało uzyskaną w efekcie pomiarów zależność możliwie najlepiej. Poszukiwanie funkcji odzwierciedlającej analizowaną relację jest określane mianem **aproksymacji**, natomiast uzyskana w jej efekcie funkcja nosi nazwę **funkcji aproksymującej**.

Postać ogólną poszukiwanego równania funkcji aproksymującej określa się na podstawie własnego doświadczenia lub przez analizę układu punktów (stanowiących podstawę aproksymacji) na wykresie i analogię kształtu zależności do znanych postaci funkcji. Z kolei stałe występujące w równaniu funkcji należy dobrać tak, by uzyskać możliwie najlepsze dopasowanie wykresu funkcji do tego układu punktów. Istotne jest zatem **kryterium**, które pozwoli ocenić jakość tego dopasowania i wybrać obiektywnie najlepsze.

Najczęściej stosowanym kryterium oceny zgodności między funkcją aproksymującą $y = f(x)$ a aproksymowanym układem punktów jest **kryterium najmniejszego błędu kwadratowego**.

Niech będzie dany zbiór N punktów o współrzędnych (\bar{x}_i, \bar{y}_i) ($i = 1 \dots N$), których układ należy aproksymować zależnością o wybranej postaci $y = f(x)$, przy czym w funkcji f występuje k stałych a_1 ,

$a_2 \dots a_k$, których wartości należy określić. Zgodnie z ideą **metody najmniejszych kwadratów**, najlepszą ze wszystkich możliwych funkcji o założonej postaci będzie ta, dla której suma kwadratów odchyłek między wartościami \bar{y}_i oraz obliczonymi $y_i = f(\bar{x}_i)$ dla $i = 1, \dots, N$ będzie najmniejsza, czyli:

$$E(a_1, a_2, \dots, a_k) = \sum_{i=1}^N (\bar{y}_i - f(\bar{x}_i))^2 \rightarrow \min \quad (4.3.1)$$

gdzie E jest wartością błędu aproksymacji.

Znalezienie wartości stałych $a_1, a_2 \dots a_k$ sprowadza się do rozwiązania układu równań:

$$\frac{\partial E}{\partial a_1} = \frac{\partial E}{\partial a_2} = \dots = \frac{\partial E}{\partial a_k} = 0 \quad (4.3.2)$$

czyli

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial a_1} &= \sum_{i=1}^N 2(\bar{y}_i - f(\bar{x}_i)) \left(-\frac{\partial f}{\partial a_1} \right) = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial a_2} &= \sum_{i=1}^N 2(\bar{y}_i - f(\bar{x}_i)) \left(-\frac{\partial f}{\partial a_2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.3.3)$$

.....

$$\frac{\partial E}{\partial a_k} = \sum_{i=1}^N 2(\bar{y}_i - f(\bar{x}_i)) \left(-\frac{\partial f}{\partial a_k} \right) = 0$$

Jest to układ k równań z k niewiadomymi, który ma **jednoznaczne rozwiązanie** tylko w przypadku, gdy funkcja aproksymująca $f(x)$ jest **liniowo zależna od parametrów** $a_1, a_2 \dots a_k$, co ma miejsce w przypadku funkcji wielomianowej. Dla układu równań nieliniowych rozwiązanie zagadnienia jest sprawą trudną, stąd aproksymację tą metodą stosuje się najczęściej do przypadków, w których funkcja aproksymująca jest liniowa lub można ją sprowadzić do postaci liniowej na drodze prostych przekształceń. Przykładem może być funkcja postaci

$$f(x) = y = ax^b \quad (4.3.4)$$

którą można sprowadzić do postaci liniowej:

$$F(X) = Y = A + BX \quad (4.3.5a)$$

stosując podstawienia:

$$Y = \ln y; \quad X = \ln x; \quad A = \ln a; \quad B = b \quad (4.3.5b)$$

Zatem

$$\bar{Y}_i = \ln \bar{y}_i \quad \text{oraz} \quad \bar{X}_i = \ln \bar{x}_i \quad (4.3.6)$$

oraz

$$E(A, B) = \sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - A - B\bar{X}_i)^2 \rightarrow \min \quad (4.3.7)$$

Po obliczeniu pochodnych E względem A i B , przyrównaniu ich do zera i po rozwiązaniu układu równań liniowych (analogicznie do (4.3.3)) uzyskuje się:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^N \bar{X}_i^2 \sum_{i=1}^N \bar{Y}_i - \sum_{i=1}^N \bar{X}_i \sum_{i=1}^N \bar{X}_i \bar{Y}_i}{N \sum_{i=1}^N \bar{X}_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N \bar{X}_i \right)^2} \quad (4.3.8)$$

$$B = \frac{N \sum_{i=1}^N \bar{X}_i \bar{Y}_i - \sum_{i=1}^N \bar{X}_i \sum_{i=1}^N \bar{Y}_i}{N \sum_{i=1}^N \bar{X}_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N \bar{X}_i \right)^2} \quad (4.3.9)$$

Korzystając ze wzorów (4.3.5b) można wyznaczyć wartości współczynników a i b . Ostatecznie więc szukana funkcja ma postać (4.3.4), przy czym $a = \exp(A)$ oraz $b = B$.

Po przeprowadzeniu aproksymacji warto policzyć średnią dla N pomiarów wartość sumy kwadratów odchyleń między wartością mierzoną \bar{y}_i i obliczoną na podstawie wzoru funkcji aproksymującej. Ma to szczególne znaczenie, gdy tę samą zależność aproksymuje się kilkoma funkcjami o różnych postaciach, bo na podstawie policzonych odchylek można wybrać najlepszą funkcję aproksymującą.

Aby zweryfikować poprawność hipotezy o istnieniu liniowej zależności (4.3.5a) między analizowanymi wielkościami, określane jest tzw. współczynnik korelacji liniowej r zgodnie ze wzorem:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{X}_i - \bar{X})(\bar{Y}_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (\bar{X}_i - \bar{X})^2 (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2}} \quad (4.3.10)$$

gdzie \bar{X}_i oraz \bar{Y}_i są odpowiednimi współrzędnymi punktów pomiarowych (po linearyzacji), natomiast \bar{X} oraz \bar{Y} są odpowiednio średnimi wartościami z \bar{X}_i oraz \bar{Y}_i . Gdy $r = 0$, wielkości \bar{X}_i nie są liniowo skorelowane z \bar{Y}_i . Z kolei $r = 1$ oznacza pełną zależność funkcyjną między \bar{X}_i oraz \bar{Y}_i . Wartości pośrednie ($0 < r < 1$) określają stopień skorelowania obu zmiennych.

5. PODSTAWOWE WIADOMOŚCI Z TEORII BŁĘDÓW

Wszystkie wykonywane pomiary, niezależnie od przyjętej metody pomiarowej i użytej aparatury, obarczone są błędem. Uzyskane wyniki są więc jedynie zbliżone do rzeczywistej wartości. Przez **błąd pomiaru** rozumie się różnicę pomiędzy otrzymanym wynikiem a wartością rzeczywistą, która jest poszukiwana. Powstawanie błędów pomiarowych jest zależne zarówno od eksperymentatora (subiektywne), jak i od przyrządu pomiarowego i czynników zewnętrznych (obiektywne), np. ograniczona czułość przyrządów czy zmienność warunków zewnętrznych.

W celu oceny dokładności metody pomiarów wprowadzono pojęcia błędu bezwzględnego i błędu względnego.

5.1. Błędy bezwzględny i względne

Błąd bezwzględny (absolutny) wielkości x , oznaczany jako Δx , jest to różnica między wartością x_1 otrzymaną przy pomiarze danej wielkości a wartością rzeczywistą wielkości mierzonej x_0 :

$$\Delta x = x_1 - x_0 \quad (5.1.1)$$

Błąd bezwzględny jest wielkością mianowaną, podawaną w jednostkach wielkości mierzonej. Może być wielkością dodatnią, ujemną lub równą zero.

Błąd bezwzględny nie pozwala na ocenę stopnia dokładności pomiaru. W związku z tym wprowadza się pojęcie błędu względnego. **Błędem względnym σ** nazywamy stosunek wartości błędu bezwzględnego do rzeczywistej wartości wielkości mierzonej:

$$\sigma = \frac{x_1 - x_0}{x_0} = \frac{\Delta x}{x_0} \quad (5.1.2)$$

Błędy względne są wielkościami niemianowanymi. Umożliwia to porównywanie dokładności pomiarów wielkości niejednorodnych, np. pomiaru masy, prędkości itp.

W praktyce najczęściej rzeczywista wartość liczbową wielkości x_0 jest nieznana, nie można więc wyznaczyć wielkości błędów bezwzględnych i względnych. W związku z tym w rachunku błędów wyznacza się odpowiednimi metodami wartość średnią z wyników pomiarów \bar{x} i traktuje się ją jako przybliżenie wartości dokładnej x_0 , co pozwala zdefiniować błędy pozorne:

pozorny błąd bezwzględny:

$$\Delta x_{pi} = x_i - \bar{x} \quad (5.1.3)$$

gdzie \bar{x} jest średnią arytmetyczną ze wszystkich wyników danej serii pomiarów, a x_i – i -tą wartością pomierzoną w danej serii oraz

pozorny błąd względny:

$$\sigma_p = \frac{\Delta x_p}{x} \quad (5.1.4)$$

5.2. Błędy grube, systematyczne i przypadkowe

Analiza błędów, w zależności od ich przyczyny, prowadzi do rozróżnienia trzech rodzajów popełnianych błędów:

- grubych (tzw. omyłek),
- systematycznych i
- przypadkowych.

Przy wielokrotnym powtarzaniu pomiarów zdarzają się wyniki odbiegające znacznie od otrzymanych średnich wyników. Są to tzw. **błędy grube**, powstające w wyniku pomyłki, czy braku uwagi eksperymentatora (zły odczyt lub połączenie układu pomiarowego), bądź wskutek nagłej zmiany warunków pomiaru. Błędy grube należy eliminować po zauważeniu, w trakcie pomiaru, a pomiar powtórzyć. Jeżeli to jest niemożliwe, wynik pomiaru odbiegający znacznie od średniej należy odrzucić. W dalszych rozważaniach przyjmuje się, że błędy grube zostały wyeliminowane.

Błędy systematyczne są to błędy, które powtarzają się przy pomiarach jakiejś wielkości fizycznej daną metodą. Główną przyczyną występowania błędów systematycznych jest niedoskonałość miar i przyrządów pomiarowych. Na większości przyrządów podana jest wartość błędu w procentach względem największej wartości jego zakresu. Każdy dokładny przyrząd powinien mieć atest, określający szczegółowo błędy wskazań. Najważniejszym wskazaniem przy eliminacji błędów systematycznych jest dokładna analiza metody i aparatury pomiarowej w celu określenia możliwych źródeł błędów systematycznych i uwzględnienia ich w obliczeniach końcowych (przez tzw. poprawki).

Powtarzając wielokrotnie pomiary tej samej wielkości fizycznej, przy stałych warunkach zewnętrznych, stosując tę samą metodę i aparaturę, także można stwierdzić różnice w otrzymywanych wynikach. Świadczy to o tym, że oprócz omówionych błędów systematycznych popełniany jest jeszcze inny rodzaj błędów – tzw. **błędy przypadkowe**, które powodują rozrzut wartości uzyskiwanych w wielokrotnie powtarzanym pomiarze. Są one wynikiem przypadkowych czynników, które działają chwilowo. Nie można więc ich przewidzieć ani ściśle liczbowo określić lub usunąć. Ponieważ nie można ich uniknąć, wpływają w sposób zasadniczy na dokładność pomiarów. Stąd też konieczna jest ocena wartości i znaczenia błędów przypadkowych.

Błędy przypadkowe podlegają prawom statystyki i można je oceniać jedynie przy pomiarach wielokrotnych (zwykle co najmniej 10 pomiarów). Występowanie błędów systematycznych wiąże się z pojęciem **dokładności** metody pomiarowej. Im mniejsze są błędy tego typu, tym większa dokładność. Z kolei rozrzut kolejnych wyników pomiarów tej samej wielkości wokół wartości średniej charakteryzuje precyzję metody. **Precyzja** wiąże się z powtarzalnością pomiarów, czyli z błędami przypadkowymi. Metodą precyzyjną będzie więc metoda dająca jak najmniejszy rozrzut wyników. Pomiar precyzyjny może być jednak mało dokładny, bowiem mały rozrzut nie wyklucza występowania błędów systematycznych. Może się zdarzyć, że mało precyzyjna metoda jest dokładna, gdyż przy dużym rozrzucie średnia arytmetyczna jest zbliżona do wartości prawdziwej. Seria pomiarów daje więc w tym przypadku wynik dokładny, lecz precyzja pojedynczego pomiaru jest mała.

5.3. Ocena dokładności pomiarów pośrednich

W praktyce laboratoryjnej szukaną wielkość często wyznacza się pośrednio, przez pomiar kilku wielkości fizycznych, powiązanych z szukaną pewną zależnością funkcyjną (np. pomiar prędkości średniej w rurociągu przez pomiar czasu napełniania się naczynia kalibrowanego; bezpośrednio mierzone są: objętość, czas i średnica, a prędkość jest funkcją tych trzech wielkości). Możliwe jest wówczas określenie dokładności pomiaru pośredniego na podstawie znajomości składowych pomiarów bezpośrednich. Dla funkcji $Z = f(x, y, z)$, gdzie Z jest wielkością określaną pośrednio na podstawie pomiaru wielkości x , y i z , gdy maksymalne wartości błędów bezwzględnych pomiarów składowych są odpowiednio Δx , Δy i Δz , błąd bezwzględny wyznaczania wielkości Z można przedstawić jako różnicę:

$$\Delta Z = f(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z) - f(x, y, z) \quad (5.3.1)$$

Określenie dokładności pomiarów pośrednich można dokonać, stosując metodę różniczki zupełnej lub metodę pochodnej logarytmicznej.

5.3.1. Metoda różniczki zupełnej

Niech szukana wielkość Z jest funkcją tylko jednej zmiennej $Z = f(x)$. Niech $\pm\Delta x$ oznacza średni błąd bezwzględny wielkości mierzonej, który jest dostatecznie mały. Błąd szukanej wielkości Z jest równy $\pm\Delta Z$, przy czym:

$$Z = Z_0 \pm \Delta Z = f(x_0 \pm \Delta x) \quad (5.3.2)$$

gdzie x_0 jest rzeczywistą wartością wielkości mierzonej x , natomiast Z_0 – rzeczywistą wartością wielkości szukanej Z .

Rozwijając prawą stronę wyrażenia (5.3.2) w szereg Taylora wokół punktu o współrzędnych równych wartościom oczekiwanej zmiennej i pomijając czony zawierające wyższe niż pierwsze potęgi Δx , otrzymuje się:

$$Z_0 \pm \Delta Z \approx f(x_0) \pm \frac{df(x_0)}{dx} \Delta x \quad (5.3.3)$$

Podstawienie

$$Z_0 = f(x_0)$$

prowadzi do

$$\pm \Delta Z = \pm \frac{df(x_0)}{dx} \Delta x$$

lub:

$$|\Delta Z| = \left| \frac{df(x_0)}{dx} \right| |\Delta x| \quad (5.3.4)$$

oraz:

$$|\Delta Z| = |f'(x_0)| \cdot |\Delta x| \quad (5.3.5)$$

Błąd bezwzględny szukanej wielkości Z równa się więc bezwzględnemu błędowi wielkości mierzonej, pomnożonemu przez pochodną funkcji Z , obliczoną dla rzeczywistej wartości argumentu x_0 . Błąd względny, równy stosunkowi $\Delta Z/Z_0$, obliczany jest z wyrażenia:

$$\left| \frac{\Delta Z}{Z_0} \right| = \left| \frac{df(x_0)}{dx} \right| \cdot \left| \frac{\Delta x}{f(x_0)} \right| \quad (5.3.6)$$

Bardziej ogólny i częściej spotykany w praktyce jest przypadek, gdy szukana wielkość Z jest funkcją n zmiennych niezależnych, mierzonych bezpośrednio:

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (5.3.7)$$

W takim przypadku konieczna jest znajomość błędów bezwzględnych Δx dla każdej mierzonej wielkości x . Postępując analogicznie jak dla przypadku funkcji jednej zmiennej, stosując rozwinięcie w szereg Taylora, otrzymuje się następujące wyrażenie na maksymalny błąd bezwzględny pomiaru wykonywanego pośrednio:

$$\Delta Z = \pm \left[\left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 \right| + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \right| \right] = \pm \sum_i^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right| \quad (5.3.8)$$

gdzie Δx jest błędem bezwzględnym zmiennej x .

Stąd, po podzieleniu obustronnie przez Z_0 otrzymuje się wyrażenie na maksymalny błąd względny:

$$\frac{\Delta Z}{Z_0} = \pm \frac{1}{f(x_1^0, \dots, x_n^0)} = \pm \sum_i^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right| \quad (5.3.9)$$

przy czym $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$ są rzeczywistymi wartościami wielkości mierzonych x_i , natomiast Z_0 – rzeczywistą wartością wielkości szukanej Z .

Jak widać ze wzoru (5.3.8), maksymalny błąd bezwzględny funkcji Z , równy $\Delta Z = dZ$, jest różniczką zupełną funkcji $Z = f(x_1, \dots, x_n)$ obliczoną dla rzeczywistych wartości argumentów oraz przy zastąpieniu różniczek mierzonych wielkości x_i ich błędami bezwzględnymi Δx_i .

5.3.2. Metoda pochodnej logarymicznej

Gdy funkcja (5.3.7) ma charakter potęgowy, do obliczania błędu względnego dla wielkości mierzonej pośrednio można wykorzystać metodę pochodnej logarymicznej. W metodzie tej logarytmuje się, przy podstawie naturalnej, zależność funkcyjną $Z = f(x_1, \dots, x_n)$. Następnie oblicza się pochodną otrzymanego wyrażenia, zastępując różniczki odpowiednimi błędami bezwzględnymi. Metoda ta nie wymaga uprzedniego obliczania błędu bezwzględnego. Dla funkcji w postaci iloczynu:

$$Z = C \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n} \quad (5.3.10)$$

po zlogarytmowaniu otrzymuje się:

$$\ln Z = \ln C + \sum_i^n a_i \ln x_i \quad (5.3.11)$$

Różniczkując to równanie i podstawiając zamiast różniczek odpowiednie wartości błędów bezwzględnych, otrzymuje się wyrażenie na maksymalny błąd względny:

$$\frac{\Delta Z}{Z_0} = \pm \sum_i^n |a_i| \left| \frac{\Delta x_i}{x_i^0} \right| \quad (5.3.12)$$

Maksymalny błąd względny jest więc sumą błędów względnych wielkości składowych.

Mnożąc uzyskane wyrażenie przez rzeczywistą wartość funkcji Z_0 , uzyskuje się wyrażenie na maksymalny błąd bezwzględny:

$$\Delta Z = \pm Z_0 \sum_i^n |a_i| \left| \frac{\Delta x_i}{x_i^0} \right| \quad (5.3.13)$$

Najczęściej jednak rzeczywiste wartości funkcji Z_0 oraz jej argumentów x_i^0 nie są znane. Błędy pomiarów dla wielkości wyznaczonej pośrednio oblicza się wówczas względem odpowiednich wielkości średnich arytmetycznych: \bar{Z} oraz \bar{x}_i .

5.4. Statystyczna analiza błędów przypadkowych

Statystyczna analiza błędów zajmuje się oceną wpływu błędów przypadkowych na dokładność pomiaru (precyzję). Analiza taka wymaga wielokrotnego pomiaru pewnej wielkości fizycznej. Wyniki pomiaru tworzą z punktu widzenia statystyki pewną próbę. Dla ustalenia wspólnej, porównawczej miary dla wszystkich elementów próby wprowadza się charakterystyczne wskaźniki, zwane parametrami rozkładu. Najczęściej wykorzystywane są następujące parametry rozkładu:

- średnia arytmetyczna,
- mediana,
- wariancja (średnia kwadratów odchyleń),
- odchylenie standardowe (średni błąd kwadratowy),
- standardowe odchylenie średniej arytmetycznej.

Średnia arytmetyczna jest najważniejszym parametrem charakteryzującym zbiorowość. Dla n pomiarów o jednakowej dokładności średnią arytmetyczną oblicza się z wyrażenia:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5.4.1)$$

Obliczenie średniej arytmetycznej zbiorowości jest pierwszą czynnością podczas statystycznego opracowywania wyników.

Mediana wyznaczana jest po ustawieniu elementów próby w ciągu według wzrastających wartości. Jest ona równa liczbie odpowiadającej wyrazowi środkowemu. Jeżeli ciąg ma parzystą liczbę elementów, mediana równa się średniej arytmetycznej dwóch liczb środkowych. Mediana jest szczególnie przydatna, jeżeli w ciągu wyrazów znajdują się wyniki znacznie odbiegające od pozostałych. Odrzucenie tych wyników, przy małej liczbie wyrazów, wpływa wyraźnie na średnią. Za najlepsze przybliżenie wartości prawdziwej w takim przypadku uważa się właśnie medianę.

Kolejnym parametrem rozkładu statystycznego jest **wariancja (średnia kwadratów odchyleń)**. Gdy znana jest prawdziwa wartość mierzonych wielkości x_0 , to wariancja zbiorowości generalnej zdefiniowana jest wzorem:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{n} \quad (5.4.2)$$

Wariancja jest więc średnią kwadratów odchyleń od wartości rzeczywistej. Jednakże realny zbiór wyników eksperymentu tworzy zbiorowość próbną, w której zamiast rzeczywistej wartości liczbowej wielkości mierzonych określana jest wartość średnia. Praktycznie obliczana jest więc przybliżona wartość wariancji s^2 . Stosowany jest wówczas wzór (dla małej próby):

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (5.4.3)$$

Dzieląc sumę kwadratów odchyleń przez czynnik $(n - 1)$ uzyskujemy lepsze przybliżenie wariancji.

Przybliżona wariancja s^2 jest średnią kwadratów odchyleń od wartości średniej, odzwierciedla więc rozproszenie wyników. Zależy tylko od wartości błędów przypadkowych i jest miarą precyzji

pomiaru. Wariancja jest duża – gdy są duże odchylenia poszczególnych wyników od średniej, małe – gdy odchylenia maleją do zera.

Odchylenie standardowe pojedynczego wyniku pomiarowego, będącego elementem zbiorowości generalnej, równe jest pierwiastkowi z wariancji:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_i^n (x_i - x_0)^2}{n}} \quad (5.4.4)$$

Dla zbiorowości próbnej o małej liczebności obliczana jest przybliżona wartość (tzw. średnie odchylenie standardowe).

$$s = \sqrt{\frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (5.4.5)$$

Odchylenie standardowe (podobnie jak wariancja) jest miarą średniego odchylenia wyników od wartości oczekiwanej (średniej). Ma ten sam wymiar co zmienna x i jest przyjmowane jako miara przypadkowej niepewności pomiarowej. Często używa się nazwy: średni błąd kwadratowy.

Kolejnym parametrem statystycznego rozkładu jest **standardowe odchylenie średniej arytmetycznej**.

Jak wiadomo, średnia arytmetyczna wyznaczona na podstawie eksperymentów jest obarczona błędem, który jest funkcją błędów pojedynczego pomiaru. Dla populacji odchylenie standardowe średniej arytmetycznej wyraża się wzorem (błąd standardowy średniej):

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_i^n (x_i - x_0)^2} \quad (5.4.6)$$

dla próby:

$$\bar{s} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_i^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (5.4.7)$$

5.5. Funkcja gęstości rozkładu i prawdopodobieństwo

Jeśli rozważa się często spotykany w laboratorium przypadek wielokrotnego pomiaru tej samej wielkości, to średnia arytmetyczna z otrzymanego w wyniku pomiarów ciągu n liczb będzie jedynie pewnym przybliżeniem wartości dokładnej tej wielkości. Rozrzut wielkości mierzonych wokół wartości dokładnej (aproksymowanej przez średnią) wiąże się z pewną funkcją gęstości rozkładu prawdopodobieństwa $p(x)$. Prawdopodobieństwo P , że wartość mierzona x znajdzie się w przedziale (x_1, x_2) , określona jest przez całkę:

$$P[x \in (x_1, x_2)] = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx \quad (5.5.1)$$

Znajomość funkcji $p(x)$ pozwala wykorzystać omówione wyżej parametry rozkładu do oceny jakości przeprowadzonych pomiarów.

W dalszych rozważaniach posługiwać się będziemy rozkładem normalnym Gaussa, jest on bowiem rozkładem podstawowym analizy statystycznej.

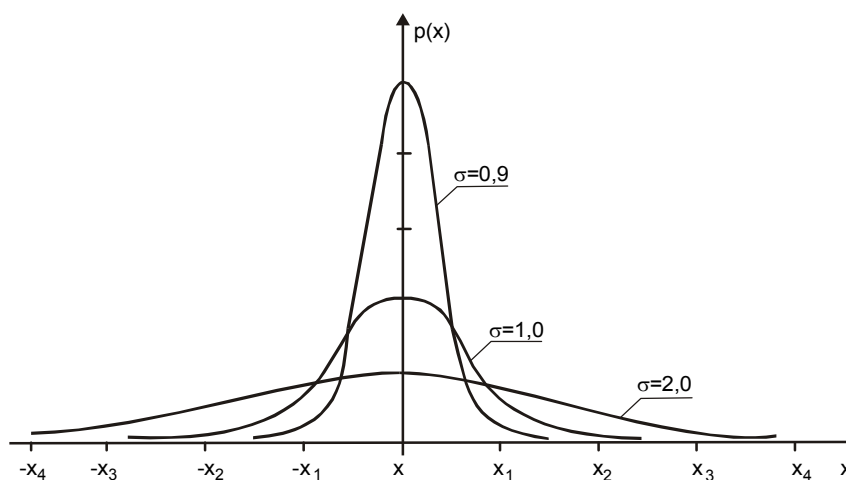
Funkcja gęstości rozkładu dla rozważanego przypadku opisana jest równaniem:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right] \quad (5.5.2)$$

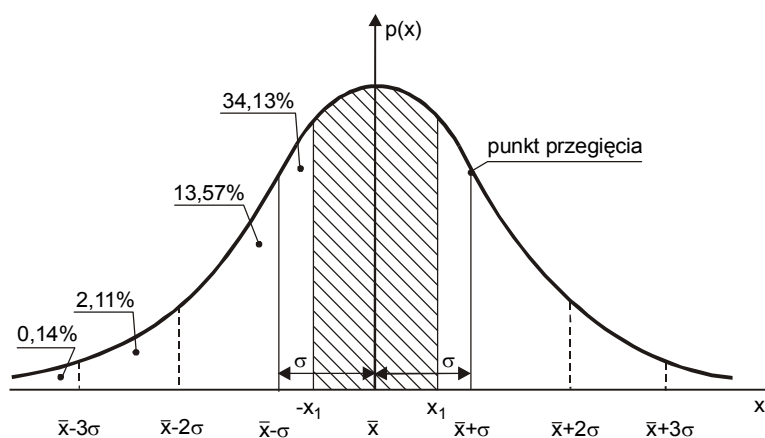
gdzie σ jest średnim błędem kwadratowym (wzór (5.4.4)), natomiast \bar{x} – średnią arytmetyczną (wzór (5.4.1)).

Krzywą rozkładu (krzywą Gaussa) dla różnych wartości σ przedstawiono na rys. 5.5.1.

Prawdopodobieństwo, że zmienna losowa x znajdzie się w przedziale $(-x_1, x_1)$, określone jest polem trapezu krzywoliniowego pod krzywą Gaussa o odciętych $-x_1, x_1$ (rys. 5.5.2).



Rys. 5.5.1. Krzywa rozkładu Gaussa



Rys. 5.5.2. Interpretacja graficzna prawdopodobieństwa zmiennej losowej x znajdującej się w przedziale $(-x_1, x_1)$

Prawdopodobieństwo znalezienia się wyniku w przedziale od $(\bar{x} - \sigma)$ do $(\bar{x} + \sigma)$, oznaczonym na rysunku 5.5.2, wynosi $\sim 68.26\%$, natomiast w granicach 3-krotnego odchylenia standardowego mieści się 99.73% wszystkich wyników. Trzykrotne odchylenia standardowe 3σ , czyli trzykrotny średni błąd kwadratowy, nazywany jest **błędem maksymalnym** lub **miarą niepewności maksymalnej**.

Rozkład normalny można uniezależnić od zmiennej losowej, wprowadzając tak zwaną zmienną losową standaryzowaną t , zdefiniowaną wzorem:

$$t_j = \frac{x_j - \bar{x}}{\sigma} = \frac{\Delta x_j}{\sigma} \quad (5.5.3)$$

Zgodnie z definicją wartość średnia zmiennej standaryzowanej równa jest zero ($t = 0$), zaś jej wariancja jest równa odchyleniu standardowemu i wynosi 1:

$$\sigma^2 = \sigma = 1 \quad (5.5.4)$$

Dystrybuanta takiego rozkładu wyraża się wzorem:

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (5.5.5)$$

Wartości funkcji gęstości prawdopodobieństwa oraz dystrybuanta rozkładu standaryzowanego dla różnych wartości t są podane w odpowiednich tablicach.

Prawdopodobieństwo, że wartość rzeczywista zmiennej losowej mieści się w symetrycznym przedziale $\pm \Delta t$, wynosi:

$$P_{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\Delta t}^{+\Delta t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (5.5.6)$$

i nazywa się funkcją błędu Gaussa. Przedział dla $\Delta t = 1$ jest określony wartością odchylenia standardowego i jest odciętą punktu przegięcia krzywej rozkładu normalnego. Mieści się w nim 68.26% wyników (rys. 5.5.2).

Rozważania dotyczące rozkładu błędów pomiarowych dotyczą wyników dla serii złożonych z $n > 5$ pomiarów. W praktyce często wykonuje się tylko jeden pomiar.

Błąd jednokrotnego pomiaru pośredniego wielkości złożonej $Z = f(x_1, \dots, x_k)$ wyraża się wzorem:

$$\sigma_z = \frac{1}{2} \sqrt{\sum_i^k \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \Delta_{i\max}^2} \quad (5.5.7)$$

gdzie: σ_z – błąd bezwzględny (średni kwadratowy) wielkości złożonej, $\Delta_{i\max}$ – błąd maksymalny przyrzędu (najczęściej równy $1/2$ działki).

Prawdopodobieństwo, że wynik pomiaru znajdzie się w przedziale $Z \pm \sigma_z$, wynosi 68.26% , a w przedziale $Z \pm 2\sigma_z$ około 95% .

II. MATERIAŁY POMOCNICZE

1. WYBRANE PARAMETRY I CECHY FIZYCZNE PŁYNÓW

1.1. Temperatura

Temperatura to wielkość fizyczna określająca poziom energii cieplnej zgromadzonej przez ciało. Jeżeli układ ciał pozostaje w stanie równowagi termicznej, to temperatury wszystkich tworzących go ciał są sobie równe. Określenie temperatury można przeprowadzić tylko w sposób pośredni, na podstawie analizy tych właściwości określonych ciał, które wykazują zależność od temperatury. Ciała takie nazywane są substancjami termodynamicznymi, a skala temperatur utworzona na podstawie obserwacji ich zachowań nazywa skalą empiryczną.

Podstawowymi skalami temperatur są:

- **bezwzględna skala termodynamiczna** zwana **skalą Kelvina** (1854 r.), w której za zero przyjęto temperaturę **zera bezwzględnego**, czyli taką, przy której ustaje wszelki ruch cząsteczek. Za jednostkę temperatury – **Kelwin (K)** – uznano $1\text{ K} = 1/273,16$ temperatury potrójnego punktu wody. Jednostka ta obowiązuje w układzie SI;
- **międzynarodowa skala stopniowa** zwana skalą Celsjusza ($t^{\circ}\text{C}$) (1712 r.), w której podstawowymi wzorcowymi punktami skal jest temperatura topnienia lodu, określona umownie zerem, oraz temperatura wrzenia wody, określona jako 100. Jedna setna tego zakresu jest jednostką temperatury o nazwie **stopień Celsjusza ($^{\circ}\text{C}$)**. Jednostka ta nie należy do układu SI, ale jest umieszczona w zbiorze jednostek legalnych, można ją zatem powszechnie stosować.

Ponadto istnieją także:

- **skala Fahrenheita** ($t^{\circ}\text{F}$) (1708 r.) – stosowana jeszcze w krajach anglosaskich. W skali tej przyjęto trzy punkty odniesienia: temperaturę mieszaniny chłodzącej z lodu i sialmiaku, temperatura krzepnięcia wody i temperaturę ciała ludzkiego ($^{\circ}\text{F}$);
- **skala Reaumura** ($t^{\circ}\text{R}$) (1730) – używana dawniej, o tych samych punktach wzorcowych co skala Celsjusza, ale osiemdziesięciostopniowa ($^{\circ}\text{R}$).

Związki przeliczeniowe między skalami określają następujące relacje (TK oznacza temperaturę wyrażoną w kelwinach):

$$1\text{K} = 1^{\circ}\text{C} = \frac{9}{5}^{\circ}\text{F} = \frac{4}{5}^{\circ}\text{R} \quad (1.1.1)$$

$$t^{\circ}\text{C} = \text{TK} - 273,16 = \frac{5}{9}(t^{\circ}\text{F} - 32) = \frac{5}{4}t^{\circ}\text{R} \quad (1.1.2)$$

$$\text{TK} = t^{\circ}\text{C} + 273,16 = \frac{5}{9}t^{\circ}\text{F} + 255,36 = \frac{5}{4}t^{\circ}\text{R} + 273,16 \quad (1.1.3)$$

$$t^{\circ}\text{F} = \frac{9}{5}t^{\circ}\text{C} + 32 = \frac{9}{5}(\text{TK} - 255,36) = \frac{9}{4}t^{\circ}\text{R} - 32 \quad (1.1.4)$$

Tabela 1.1.1

Przykładowe zależności między skalami temperatur

| °C | K | °F | °R |
|-----|--------|-----|----|
| 100 | 373,16 | 212 | 80 |
| 80 | 353,16 | 176 | 64 |
| 50 | 323,16 | 122 | 40 |
| 30 | 303,16 | 86 | 24 |
| 20 | 293,16 | 68 | 16 |
| 10 | 283,16 | 50 | 8 |
| 0 | 273,16 | 32 | 0 |

1.2. Gęstość i lepkość płynu

1.2.1. Gęstość płynu

Gęstość (masa właściwa) ρ jest miarą koncentracji molekuł rozważanej substancji w przestrzeni. Definiowana jest ona jako:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} \quad (1.2.1)$$

gdzie Δm jest masą elementu substancji o objętości ΔV . Jednostką gęstości jest $[\text{kg}/\text{m}^3]$.

Gęstość substancji zależy między innymi od ciśnienia i temperatury, co wynika ze zmian objętości substancji na skutek wyżej wymienionych czynników.

W przypadku **wody**, **zmienność gęstości pod wpływem zmian ciśnienia** jest niewielka i w praktyce uwzględniana jest jedynie w przypadku gwałtownych zmian ciśnień o dużej wartości, jak na przykład w sytuacji przejścia fali uderzeniowej w rurociągu (tzw. uderzenie hydrauliczne). Z kolei **zależność gęstości od temperatury** opisują wzory empiryczne:

dla temperatury $t = 0 \div 40^\circ\text{C}$:

$$\rho = 1000 - \frac{(t - 4)^2 (t + 283)}{503,57 (t + 67,2)} \quad [\text{kg}/\text{m}^3] \quad (1.2.2a)$$

dla temperatury $t = 25 \div 100^\circ\text{C}$:

$$\rho = 1000 - \frac{(t - 4)^2 (t + 273)}{466,7 (t + 67)} \quad [\text{kg}/\text{m}^3] \quad (1.2.2b)$$

Zmiany te w zakresie temperatur $4 \div 30^\circ\text{C}$ są nieduże (ok. 0,5%), toteż w podanych granicach temperatur gęstość można traktować jako stałą. Dla temperatur wyższych gęstość maleje o około 0,5 \div 4%.

Zmiany te uwzględniane są w zagadnieniach przepływu gorącej wody.

Zmienność gęstości wody w zależności od temperatury przedstawiono na rys. 1.2.1.

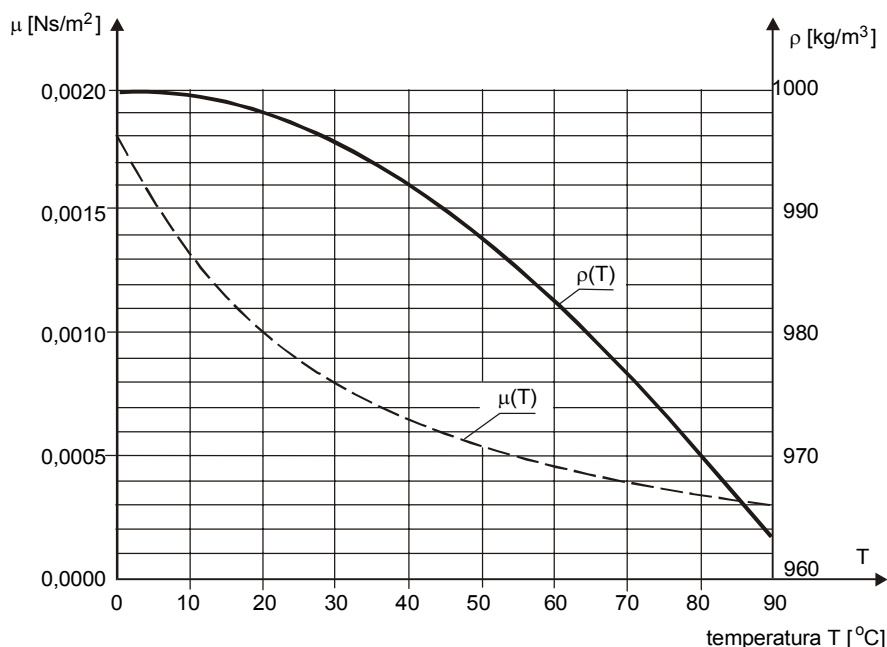
W przypadku **powietrza** gęstość w warunkach normalnych wynosi

$$\rho_p = 1,225 \quad [\text{kg}/\text{m}^3]$$

zaś **zależność gęstości od temperatury i ciśnienia** opisana jest wzorem:

$$\rho_p = 1,225 \frac{p}{760} \frac{288}{(273 + t)} [\text{kg/m}^3] \quad (1.2.3)$$

gdzie p jest ciśnieniem wyrażonym w mm słupa rtęci, natomiast t – temperaturą [°C].



Rys. 1.2.1. Zależność gęstości wody ρ i dynamicznego współczynnika lepkości wody μ od temperatury

Z pojęciem gęstości związane są ściśle pojęcia objętości właściwej:

$$v_w = \frac{1}{\rho} \quad (1.2.4)$$

oraz ciężaru właściwego:

$$\gamma = \rho g \quad (1.2.5)$$

gdzie g jest przyspieszeniem ziemskim ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$).

1.2.2. Lepkość płynu

Mianem **lepkości** określana jest właściwość substancji przejawiająca się w powstawaniu sił oporu (zwanych siłami tarcia wewnętrznego) przeciw przemieszczeniom wewnętrznym, zachodzącym pod wpływem działania sił zewnętrznych. Lepkość określana jest także jako zdolność płynu do przenoszenia naprężeń stycznych (naprężeń tarcia wewnętrznego).

Na skutek chaotycznego ruchu molekuł płynu następuje wymiana ilości ruchu między elementami płynu poruszającymi się z różnymi prędkościami. Wymiana ta powoduje powstawanie wewnątrz płynu naprężeń stycznych τ , które dla prostego przypadku przepływu ścinającego związane są z rozkładem prędkości relacją:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.2.6)$$

gdzie współczynnik μ jest miarą lepkości płynu i nosi nazwę dynamicznego współczynnika lepkości, wyrażanego w $[\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2]$, u jest prędkością w głównym kierunku ruchu, zaś y – współrzędną przestrzenną, prostopadłą do głównego kierunku ruchu. Obok współczynnika μ , zamiennie stosowany jest także kinematyczny współczynnik lepkości ν , przy czym istnieje związek:

$$\mu = \rho \cdot \nu \quad (1.2.7)$$

Lepkość w bardzo niewielkim stopniu zależy od ciśnienia (przy stukrotnym wzroście ciśnienia od 2 do 200 MPa wzrasta zaledwie dwukrotnie), natomiast zmienia się wyraźniej wraz z temperaturą, zgodnie z relacjami:

dla wody (wzór Thorpe'go i Rodgera)

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + 0,0337 t + 0,000221 t^2} \quad (1.2.8a)$$

dla powietrza (wzór Sutherlanda)

$$\mu = \mu_0 \frac{385}{(T + 112)} \left(\frac{T}{273} \right)^{1,5} \quad (1.2.8b)$$

gdzie t – jest temperaturą w $^{\circ}\text{C}$, T – temperaturą bezwzględną (wyrażoną w K), zaś μ_0 jest dynamicznym współczynnikiem lepkości w temperaturze $t = 0^{\circ}\text{C}$, który wynosi odpowiednio:

dla wody:

$$\mu_0 = 0,00179 \text{ [N s/m}^2\text{]},$$

dla powietrza:

$$\mu_0 = 0,0000168 \text{ [N s/m}^2\text{]}.$$

Jak widać ze wzorów, lepkość wody maleje wraz ze wzrostem temperatury, natomiast lepkość powietrza – rośnie.

Dla potrzeb praktyki inżynierskiej można przyjmować następujące wartości współczynników lepkości (dla temp. ok. 20°C):

$$\nu = 10^{-6} \text{ [m}^2\text{/s]}, \mu = 10^{-3} \text{ [N s/m}^2\text{]}$$

Zależność dynamicznego współczynnika lepkości μ od temperatury dla wody przedstawia rys. 1.2.1. Ponadto w tab. 1.2.1. zestawiono lepkości niektórych cieczy w temperaturze 20°C .

Tabela 1.2.1

Współczynniki lepkości wybranych cieczy w temp. 20°C

| Substancja | μ [N s/m ²] | ν [m ² /s] |
|---------------------|-----------------------------|---------------------------|
| benzen | 0,000652 | 0,000000743 |
| chloroform | 0,000564 | 0,000000381 |
| czterochlorek węgla | 0,000969 | 0,000000602 |
| olej rycynowy | 0,986 | 0,00102 |
| oliwa | 0,084 | 0,0000913 |
| rtęć | 0,001554 | 0,000000115 |
| terpentyna | 0,001487 | 0,00000171 |
| gliceryna | 1,5000 | 0,0012 |
| nafta | 0,00178 | 0,0000022 |

2. WSPÓŁCZYNNIKI OPORÓW LOKALNYCH PRZY PRZEPLYWIE CIECZY W RUROCIĄGACH

Lokalne (miejscowe) straty energii mechanicznej w rurociągach, wywołane różnego typu przeszkodami umieszczonymi w przewodach, obliczane są na podstawie wzoru:

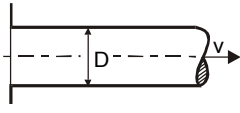
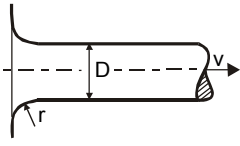
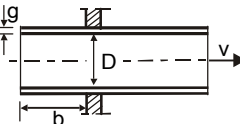
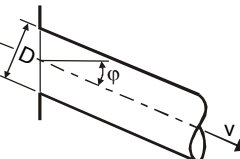
$$h_{str} = \zeta \frac{v^2}{2g} \quad (2.1)$$

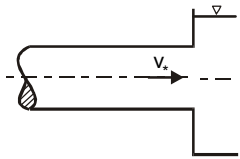
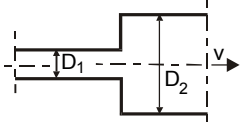
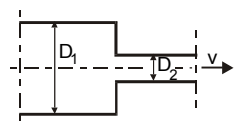
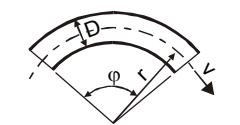
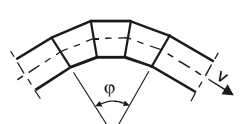
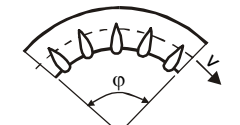
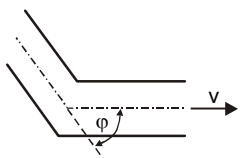
gdzie h_{str} jest wysokością strat energii mechanicznej wyrażoną w metrach, ζ (dzeta) jest niemianowanym współczynnikiem zależnym od rodzaju przeszkody zwanym **współczynnikiem oporów lokalnych**, natomiast v jest średnią prędkością przepływu w przewodzie. Zwyczajowo przyjęto, że straty lokalne określone są na podstawie wartości prędkości **za przeszkodą** i dla takiego przypadku wyznaczane są współczynniki oporów. W wyjątkowych sytuacjach (np. w przypadku wlotu rurociągu do zbiornika) do obliczenia strat przyjmuje się prędkość przed przeszkodą, ale informacja taka jest wówczas podawana razem z wartością współczynnika ζ .

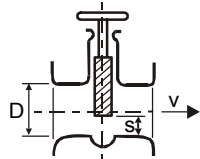
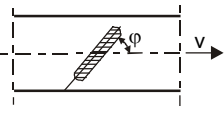
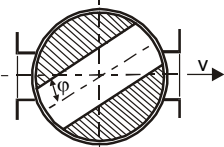
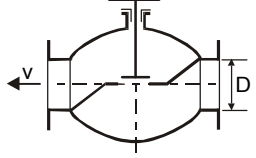
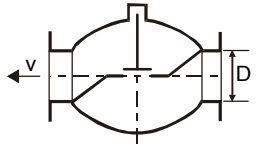
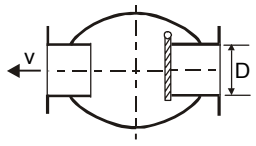
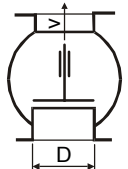
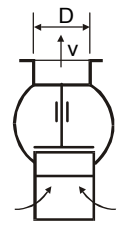
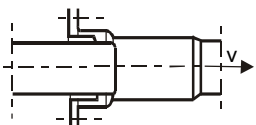
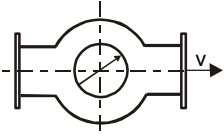
Wartości współczynników oporów lokalnych, o ile to możliwe, powinny być określone doświadczalnie, na podstawie pomiarów. Orientacyjne wartości współczynników zestawiono w tabl. 2.1. Szersze informacje na temat lokalnych oporów przy przepływie w rurociągach przedstawiono w opisie ćwiczenia **R** („Wyznaczenie współczynników oporu przy przepływie cieczy w rurociągu”).

Tablica 2.1

Współczynniki oporów lokalnych

| Lp. | Nazwa przeszkody | Kształt | Współczynnik oporów miejscowych ζ | | | | | | | |
|---------|---|---|--|----------|---------|---------|---------|---------|-----------|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | |
| 1 | Wlot o ostrych krawędziach |  | 0,5 | | | | | | | |
| 2 | Wlot prosty zaokrąglony |  | $\frac{r}{D}$ | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,05 | 0,10 | 0,16 | 0,20 |
| | | | ζ | 0,5 | 0,43 | 0,36 | 0,22 | 0,12 | 0,06 | 0,03 |
| 3 | Wlot w rurę wsuniętą przez otwór w ścianie do wnętrza zbiornika |  | $0,5 \leq \zeta = \zeta\left(\frac{b}{D}, \frac{g}{D}\right) \leq 1,0$ | | | | | | | |
| 4 | Wlot do rury pod kątem (ze zbiornika) |  | $\zeta = 0,5 + 0,3 \cdot \sin\varphi + 0,2 \cdot \sin^2\varphi$ | | | | | | | |
| | | | ° | 10 | 20 | 30 | 45 | 60 | 70 | 80 |
| | | | Rd | $\pi/18$ | $\pi/9$ | $\pi/6$ | $\pi/4$ | $\pi/3$ | $7\pi/18$ | $4\pi/9$ |
| ζ | 0,558 | 0,626 | 0,7 | 0,812 | 0,91 | 0,959 | 0,99 | | | |

| 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | | |
|---------|---|---|---|----------|----------|---------|----------|------------|----------|----------|----------|----------|-----|
| 5 | Wlot z przewodu do zbiornika |  | $h_{str} = \zeta \frac{v_*^2}{2g}, \quad \zeta = 1$ $v_* - \text{prędkość w przewodzie (przed przeszkodą)}$ | | | | | | | | | | |
| 6 | Nagłe rozszerzenie przekroju $Re \geq 3500$ |  | $\zeta = \left[\left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 - 1 \right]^2$ | | | | | | | | | | |
| | | | $\left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2$ | 1,2 | 1,4 | 1,6 | 1,8 | 2,0 | 2,5 | | | | |
| | | | ζ | 0,04 | 0,16 | 0,36 | 0,64 | 1,0 | 2,25 | | | | |
| | | | $\left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2$ | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 5,0 | 6,0 | | | | | |
| ζ | 4,0 | 6,25 | 9,0 | 16,0 | 25,0 | | | | | | | | |
| 7 | Nagłe zmniejszenie przekroju |  | $\zeta = 0,5 \left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 \right]$ | | | | | | | | | | |
| | | | $\left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2$ | 0,01 | 0,1 | 0,2 | 0,25 | 0,3 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | | |
| | | | ζ | 0,50 | 0,45 | 0,40 | 0,38 | 0,35 | 0,30 | 0,20 | 0,10 | | |
| 8 | Kolana gięte |  | $\frac{r}{D}$ | gładkie | | | | chropowate | | | | | |
| | | | ϕ | 15 | 45 | 60 | 90 | 90 | | | | | |
| | | | rd | $5\pi/6$ | $\pi/4$ | $\pi/3$ | $\pi/2$ | $\pi/2$ | | | | | |
| | | | 1 | 0,03 | 0,14 | 0,19 | 0,21 | 0,51 | | | | | |
| | | | 2 | 0,03 | 0,09 | 0,12 | 0,14 | 0,30 | | | | | |
| | | | 4 | 0,03 | 0,08 | 0,10 | 0,11 | 0,23 | | | | | |
| | | | 6 | 0,03 | 0,075 | 0,09 | 0,09 | 0,18 | | | | | |
| 10 | 0,03 | 0,07 | 0,07 | 0,11 | 0,20 | | | | | | | | |
| 9 | Kolana segmentowe |  | ϕ | 15 | 30 | 45 | 60 | 90 | | | | | |
| | | | rd | $5\pi/6$ | $\pi/6$ | $\pi/4$ | $\pi/3$ | $\pi/2$ | | | | | |
| | | | S | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | | | | | |
| | | | ζ | 0,06 | 0,10 | 0,15 | 0,20 | 0,25 | | | | | |
| | | | S - liczba segmentów w kolanie | | | | | | | | | | |
| 10 | Kolana półfaliste |  | $\phi = \frac{\pi}{2} rd \quad \zeta = 0,4$ | | | | | | | | | | |
| 11 | Załamanie przewodu |  | $\zeta = \zeta(\phi)$ | | | | | | | | | | |
| | | | ϕ | \circ | 20 | 40 | 60 | 80 | 90 | 100 | 120 | 140 | 160 |
| | | | rd | $1/9\pi$ | $2/9\pi$ | $\pi/3$ | $4/9\pi$ | $\pi/2$ | $5/9\pi$ | $2/3\pi$ | $7/9\pi$ | $8/9\pi$ | |
| ζ | 0,04 | 0,14 | 0,36 | 0,74 | 0,98 | 1,26 | 1,86 | 2,43 | 2,85 | | | | |

| 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | | | | | |
|----|-------------------------------------|---|--|------|-----------|----------|----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| 12 | Zawór zasuwowy równoprzelotowy |  | $\zeta = \zeta(S/D)$ | | | | | | | | | |
| | | | S/D | 0,25 | 0,30 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 |
| | | | ζ | 30 | 22 | 12 | 5,3 | 2,8 | 1,5 | 0,8 | 0,3 | 0,15 |
| 13 | Zawór motylkowy (klapowy, dławiący) |  | $\zeta = \zeta(\varphi)$ | | | | | | | | | |
| | | | φ | ° | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 90 |
| | | | | rd | $1/18\pi$ | $1/9\pi$ | $1/6\pi$ | $2/9\pi$ | $5/18\pi$ | $1/3\pi$ | $7/18\pi$ | $1/2\pi$ |
| | | ζ | 0,52 | 1,54 | 3,91 | 10,8 | 32,6 | 118 | 751 | ∞ | | |
| 14 | Zawór kurkowy (kurek gazowy) |  | $\zeta = \zeta(\varphi)$ | | | | | | | | | |
| | | | φ | ° | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 55 | 67 | |
| | | | | rd | $1/18\pi$ | $1/9\pi$ | $1/6\pi$ | $2/9\pi$ | $5/10\pi$ | 0,96 | 1,17 | |
| | | ζ | 0,31 | 1,84 | 6,15 | 20,7 | 95 | 275 | ∞ | | | |
| 15 | Zawór grzybkowy normalny |  | $\zeta = \zeta(D)$ | | | | | | | | | |
| | | | D [mm] | 20 | 40 | 80 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | |
| | | ζ | 8,0 | 4,9 | 4,0 | 4,1 | 4,4 | 4,7 | 5,1 | 5,4 | | |
| 16 | Zawór zwrotny grzybkowy normalny |  | $\zeta = \zeta(D)$ | | | | | | | | | |
| | | | D [mm] | 25 | 32 | 40 | 50 | 80 | 100 | 150 | 200 | |
| | | ζ | 4,5 | 4,8 | 5,3 | 6,0 | 7,4 | 7,6 | 6,0 | 4,5 | | |
| 17 | Zawór zwrotny klapkowy |  | $\zeta = \zeta(D)$ | | | | | | | | | |
| | | | D [mm] | 25 | 32 | 40 | 50 | 80 | 100 | 150 | 200 | |
| | | ζ | 1,9 | 1,6 | 1,5 | 1,4 | 1,3 | 1,2 | 0,9 | 0,8 | | |
| 18 | Zawór zwrotny grzybkowy osiowy |  | $\zeta = \zeta(D) = 2,2 \div 2,5$ | | | | | | | | | |
| 19 | Kosz z zaworem zwrotnym |  | $\zeta = \zeta(D)$ | | | | | | | | | |
| | | | D [mm] | 40 | 70 | 100 | 200 | 300 | 500 | | | |
| | | ζ | 12 | 8,5 | 7,0 | 4,7 | 3,7 | 2,5 | | | | |
| 20 | Kosz bez zaworu zwrotnego | | $\zeta = 0,9 \div 6$ w zależności od konstrukcji kosza | | | | | | | | | |
| 21 | Kompensator dławi-kowy |  | $\zeta \approx 0,2$ | | | | | | | | | |
| 22 | Wodomierz |  | Tłoczkowy $\zeta = 12$ Płytkowy $\zeta = 8$ Skrętowy $\zeta = 6$ | | | | | | | | | |

3. WSPÓŁCZYNNIKI OPORÓW LINIOWYCH PRZY PRZEPLYWIE CIECZY W RUROCIĄGACH I KANAŁACH OTWARTYCH

Straty energii mechanicznej wywołane oporami przy przepływie wzdłuż odcinka rurociągu o stałej średnicy (oporami liniowymi, oporami na długości) mogą być wyznaczone na podstawie wzoru Darcy'ego-Weisbacha:

$$\Delta h_{str} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (3.1)$$

gdzie Δh_{str} jest wysokością strat energii mechanicznej, L – długością rurociągu, D – średnicą, v – średnią prędkością przepływu cieczy w przekroju poprzecznym, zaś λ jest współczynnikiem proporcjonalności, zwanym **współczynnikiem oporów liniowych**.

Współczynnik oporów liniowych λ w ogólnym przypadku jest funkcją dwóch parametrów – liczby Reynoldsa Re oraz chropowatości względnej przewodu ε , która jest bezwymiarowym parametrem definiowanym jako:

$$\varepsilon = \frac{k}{D} \quad (3.2)$$

gdzie D jest średnicą przewodu, natomiast k [mm] jest tzw. chropowatością bezwzględną.

Tabela 3.1

Wartości chropowatości bezwzględnej k dla przewodów wykonanych z różnych materiałów

(na podstawie: Recknagel i in.: „Poradnik Ogrzewanie + Klimatyzacja”

Z. Kubrak, E. Nachlik: „Hydrauliczne podstawy obliczania przepustowości koryt rzecznych”

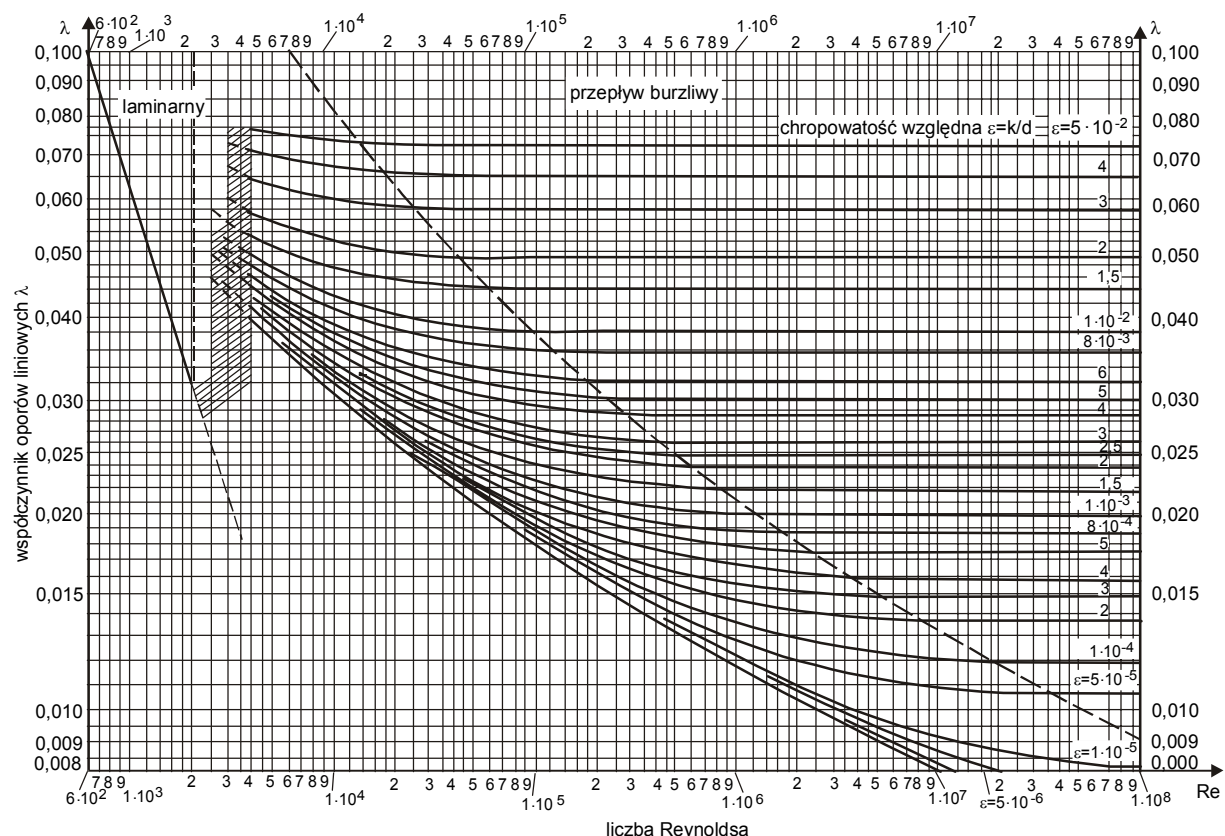
H. Radlicz-Rühlowa, A. Szuster: „Hydrologia i hydraulika z elementami hydrologii”)

| Rodzaj przewodu | | Średnia wysokość nierówności k [mm] |
|---------------------------------|---------------------------|---------------------------------------|
| rury stalowe: | nowe | 0,02 ÷ 0,10 |
| | lekko skorodowane | 0,15 ÷ 1,00 |
| | silnie skorodowane | do ~3,00 |
| | ocynkowane | ~0,15 |
| rury żeliwne: | nowe | ~0,10 |
| | o średnim stopniu zużycia | 0,4 ÷ 0,60 |
| | asfaltowe | 0,10 ÷ 0,15 |
| rury mosiężne | | ~0,0015 |
| rury z PCV i PE | | ~0,007 |
| rury szklane | | ~0,003 |
| rury giętkie | | 0,6 ÷ 0,8, możliwe do 2,00 |
| rury cementowe: | gładzone | 0,30 ÷ 0,80 |
| | surowe | 1,00 ÷ 2,00 |
| rury żelbetowe, kanały betonowe | | 0,20 ÷ 3,00 |
| kanały murowane | | 3,0 ÷ 5,0 |

Chropowatość bezwzględna interpretowana jest jako średnia wysokość nierówności na wewnętrznej powierzchni przewodu, zarówno powstających na etapie produkcji jak i będących efektem zużycia

przewodu (np. korozji, nagromadzenia osadów itp.). Typowe wartości chropowatości bezwzględnej dla różnego typu przewodów przedstawiono w tab. 3.1.

Zależność między parametrami λ , Re i ε graficznie przedstawia wykres Colebrooka-White'a (rys. 3.1). Więcej informacji na temat strat energii na długości przy przepływie cieczy w rurociągu przedstawiono w opisie ćwiczenia **R** („Wyznaczenie współczynników oporu przy przepływie cieczy w rurociągu”).



Rys. 3.1. Wykres Colebrooka-White'a

W przypadku kanałów otwartych do wyznaczenia liniowych strat energii może być stosowany odpowiednik wzoru Darcy'ego-Weisbacha, w którym charakterystycznym wymiarem liniowym, zamiast średnicy przewodu, jest promień hydrauliczny R_h . Formuła przybiera wówczas postać:

$$\Delta h_{str} = \lambda \frac{L}{4 R_h} \frac{v^2}{2g} \quad (3.3)$$

natomiast współczynnik λ określany jest z innych niż w przypadku rurociągu formuł.

Częściej jednak opory na długości kanału otwartego wyznaczane są na podstawie spadku hydraulicznego S zgodnie z formułą:

$$\Delta h_{str} = S L \quad (3.4)$$

Spadek hydrauliczny może być określony na podstawie wzorów empirycznych, wiążących średnią prędkość przepływu w przekroju poprzecznym kanału ze spadkiem hydraulicznym oraz z

wielkościami charakteryzującymi szorstkość i geometrię kanału. Do najpopularniejszych wzorów tego typu należą:

wzór Chezy:

$$v = C \sqrt{R_h S}, \text{ skąd } S = \frac{v^2}{C^2 R_h} \quad (3.5a,b)$$

gdzie C jest pewnym współczynnikiem związanym z szorstkością kanału, oraz

wzór Manninga:

$$v = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}, \text{ skąd } S = \frac{n^2 v^2}{R_h^{4/3}} \quad (3.6a,b)$$

gdzie n jest tzw. współczynnikiem szorstkości wg Manninga. Przybliżone wartości współczynnika n dla różnego typu kanałów przedstawiono w tab. 3.2.

Więcej informacji dotyczących oporów w kanałach otwartych można znaleźć w pracy J. Kubrak, E. Nachlik: „Hydrauliczne podstawy obliczania przepustowości koryt rzecznych”.

Tabela 3.2

Wartości współczynnika szorstkości wg Manninga

(na podstawie: V. T. Chow: „Open Channel Hydraulics”; J. M. Sawicki: „Przepływy ze swobodną powierzchnią”; H. Radlicz-Ruhlowa, A. Szuster: „Hydrologia i hydraulika z elementami hydrogeologii” i J. Kubrak, E. Nachlik: „Hydrauliczne podstawy obliczania przepustowości koryt rzecznych”)

| Rodzaj ścian | n_{\min} | $n_{\text{śr}}$ | n_{\max} |
|--|------------|-----------------|------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Wyjątkowo gładkie powierzchnie, pokryte emalią lub glazurą, szkło | 0,009 | 0,010 | 0,013 |
| Dobra wyprawa z czystego cementu; bardzo dobrze heblowane deski | 0,010 | 0,011 | 0,014 |
| Dobra wyprawa z zaprawy cementowej; czyste rury kamionkowe, żeliwne lub stalowe; dobrze heblowane deski | 0,011 | 0,012 | 0,014 |
| Rury wodociągowe w normalnych warunkach, bardzo czyste rury kanalizacyjne, dobrze wykonany beton; nieheblowane deski | 0,011 | 0,012 | 0,013 |
| Ciosy kamienne w lepszych warunkach, mur z cegły; rury kanalizacyjne, nieco zabrudzone rury wodociągowe | 0,012 | 0,013 | 0,013 |
| Zabrudzone rury wodociągowe, kanały betonowe przy średnich warunkach | 0,013 | 0,0135 | 0,014 |
| Średni mur z cegły, okładzina z ciosów kamiennych w średnich warunkach, zabrudzone deski, zabrudzone rury kanalizacyjne | 0,012 | 0,015 | 0,016 |
| Dobry mur z kamienia łamanego, stary mur z cegły, gładka, dobrze obrobiona skała | 0,016 | 0,017 | 0,018 |
| Kanały pokryte warstwą ilastą, kanały w zwartym lessie i drobnym żwirze pokrytym powłoką ilastą | 0,017 | 0,018 | 0,022 |
| Bruk z kamienia polnego, kanały w gładko wykutej skale, kanały w lessie, zwartym żwirze, zwartej ziemi pokrytej powłoką ilastą | 0,017 | 0,018 | 0,020 |
| Kanały w zwartej glinie; kanały w lessie, żwirze, ziemi, powleczone nieciągłą powłoką ilastą; duże kanały ziemne utrzymane i remontowane lepiej niż przeciętne | 0,022 | 0,024 | 0,026 |

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|--------|------------------|--------|
| Dobry suchy mur; duże kanały ziemne utrzymane i remontowane przeciętnie; małe kanały ziemne dobrze utrzymane; rzeki o bardzo dobrych warunkach (czyste, proste łóżysko ze swobodnym przepływem, bez dużych zagłębień) | 0,025 | 0,030 | 0,035 |
| Kanały ziemne: duże, utrzymane gorzej niż przeciętnie, małe w warunkach normalnych | 0,0275 | 0,028 | 0,029 |
| Kanały ziemne w dość złym stanie (np. miejscami zarośnięte wodorostami, z otoczkami i żwirem), zauważalnie zarośnięte trawą, z lokalnymi osypiskami skarp; rzeki o dobrych warunkach przepływu | 0,029 | 0,030 | 0,0325 |
| Kanały w złym stanie (nieregularny przekrój – znacznie zaniesione kamieniami i zarośnięte wodorostami itp.); rzeki we względnie dobrych warunkach lecz z pewną ilością kamieni i wodorostów | 0,030 | 0,035 | 0,039 |
| Kanały źle utrzymane (znaczne wyrwy i zsuwy, zarośnięte szuwarami, gęste korzenie, duże kamienie na dnie itp.); rzeki o złych warunkach przepływu, znaczne ilości kamieni i wodorostów, kręte łóżysko | 0,040 | 0,045 | 0,080 |
| Kanały ziemne zaniedbane (nieoczyszczone, z dużą ilością traw krzaków) | 0,050 | 0,075 ÷ 0,100 | 0,140 |
| Odcinki kanałów naturalnych zarośnięte, z głębokimi dołami, z wikliną i pniami zwalonych drzew | 0,075 | 0,100 | 0,150 |

4. ZASADA POMIARU NATĘŻENIA PRZEPŁYWU ZA POMOCĄ PRZELEWU O OSTREJ KRAWĘDZI

W wielu przypadkach praktycznych związanych z przepływem cieczy w kanałach otwartych istotne jest pomiar rzeczywistego natężenia przepływu w kanale. Do tego celu stosuje się różnego rodzaju urządzenia pomiarowe, z których do najpopularniejszych należą przelewy o ostrej krawędzi. Są to urządzenia stosowane na szeroką skalę, zarówno w zakładach przemysłowych (np. oczyszczalniach ścieków), jak i laboratoriach. Przy wykonywaniu wielu ćwiczeń laboratoryjnych związanych z przepływem w kanałach otwartych konieczny jest pomiar rzeczywistego wydatku w kanale i jest to z reguły realizowane za pomocą przelewu. Najczęściej stosowane przelewy w przekroju poprzecznym mają kształt trójkątny (jeśli jest to trójkąt prostokątny – przelew nosi nazwę **przelewu Thomsona**) lub kołowy. Z uwagi na fakt, że jest to jedno z podstawowych urządzeń wykorzystywanych w laboratorium, celowe jest przypomnienie zasady przeprowadzenia tego typu pomiaru.

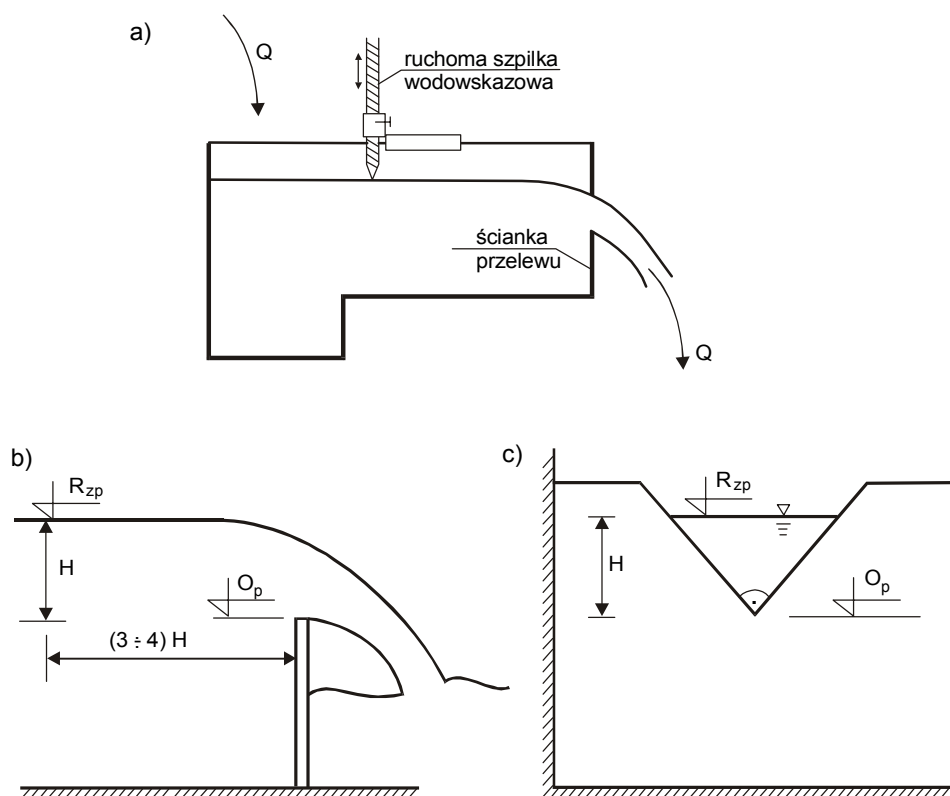
Ścianka przelewowa może być umiejscowiona bezpośrednio w kanale otwartym lub w skrzyni przelewowej (rys. 4.1a), do której kierowany jest strumień płynącej cieczy. Skrzynia taka montowana jest z reguły na początku lub na końcu kanału pomiarowego. Pomiar natężenia przepływu za pomocą przelewu odbywa się pośrednio – na podstawie pomiaru rzędnej zwierciadła wody przed przelewem. Natężenie przepływu przez przelew jest funkcją tzw. **obciążenia przelewu H** , czyli różnicy rzędnych zwierciadła cieczy przed przelewem i krawędzi przelewu (rys. 4.1b,c), czyli

$$Q = f(H) \quad (4.1)$$

Rzędna krawędzi przelewowej jest wielkością stałą (o ile nie zmieni się układu odniesienia, ani krawędź przelewowa nie zostanie przesunięta) i w związku z tym jest podawana jako wielkość charakteryzująca przelew, nazywana **rzędną „zera przelewu”**. W celu określenia wydatku wystarczy więc pomierzyć rzędną zwierciadła cieczy przed przelewem. Wykonuje się to zazwyczaj za pomocą szpilki wodowskazowej, w odległości $(3 \div 4) H$, czyli w obszarze, gdzie zwierciadło cieczy nie ulega jeszcze zakrzywieniu z powodu obecności przelewu (rys. 4.1b,c). Na podstawie pomiaru określa się obciążenie przelewu:

$$H = R_{zp} - O_p \quad (4.2)$$

gdzie R_{zp} jest pomierzoną rzędną zwierciadła wody, a O_p – rzędną „zera przelewu”.



Rys. 4.1. Pomiar natężenia przepływu za pomocą przelewu o ostrej krawędzi:

a) schemat skrzyni przelewowej, b) przekrój podłużny przez przelew, c) przekrój poprzeczny przez przelew

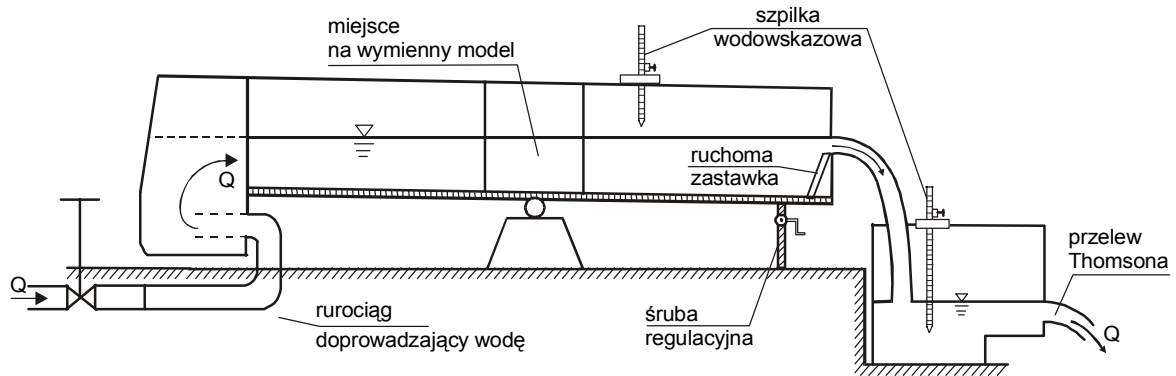
Dla obliczonej wartości H z relacji (4.1) określane jest natężenie przepływu.

Relacja (4.1), zwana **charakterystyką przelewu**, najczęściej przyjmuje postać funkcji potęgowej $Q = aH^b$. Współczynniki a i b są parametrami charakterystycznymi dla danego przelewu i muszą być wcześniej wyznaczone na etapie tarowania urządzenia. Sposób wyznaczania charakterystyki przelewu opisano w ćwiczeniach **Po** („Badanie przelewu o ostrej krawędzi”) i **Pk** („Badanie przelewu o szerokiej koronie”). Po wytarowaniu przelewu, relacja (4.1) jest już znana – bądź to w postaci wzoru funkcji, wykresu lub też w postaci tabelarycznej, i natężenie przepływu może być w prosty sposób wyznaczone na podstawie określonej wcześniej wartości H .

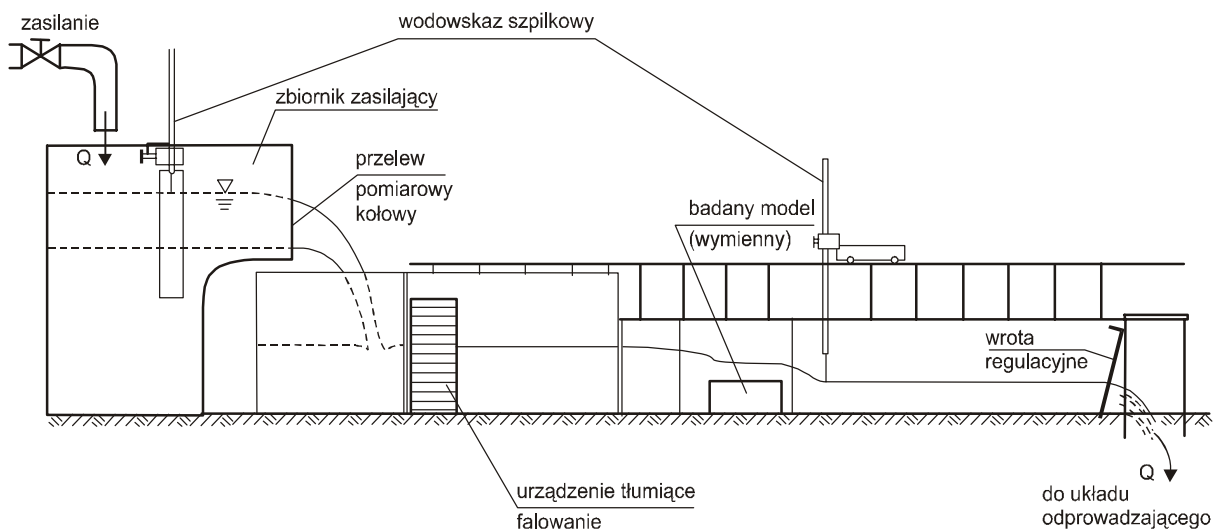
5. SCHEMATY KANAŁÓW LABORATORYJNYCH

Na rysunkach rys. 5.1a i rys. 5.1b przedstawiono schematy kanałów laboratoryjnych, w których realizowane są ćwiczenia dotyczące przyływów ze swobodną powierzchnią.

a)



b)



Rys. 5.1. Schematy kanałów laboratoryjnych: a) kanał z regulowanym spadkiem dna, b) kanał o stałym spadku dna

III. OPISY DOŚWIADCZEŃ LABORATORYJNYCH

1. OPORY RUCHU CIAŁ PORUSZAJĄCYCH SIĘ W PŁYNYE

1.1. Podstawy teoretyczne

Znajomość praw rządzących ruchem ciał w ośrodku płynnym ma duże znaczenie praktyczne. Pozwala przykładowo na określenie oporu, który pokonać musi poruszający się statek, na projektowanie urządzeń do transportu hydraulicznego itp. Do bardzo interesujących poznawczo i ważnych praktycznie zagadnień hydrauliki należą: ruch osadów dennych w korytach rzecznych, transport pyłów przez wiatr, czy też sedymentacja zawiesiny w osadnikach, a więc przypadki ruchu drobnych cząstek substancji rozproszonej w masie płynu stanowiącego nośnik.

Generalnie można wyróżnić dwa sposoby ujęcia przedstawionych powyżej zagadnień. Pierwszy z nich, zwany **fenomenologicznym**, polega na zastąpieniu rzeczywistej mieszaniny dwu- lub wielofazowej przez umowny płyn jednorodny, którego parametry (głównie lepkość i gęstość) wyznaczone są przez uśrednienie bądź skorygowanie parametrów czystych składników. Korekta ta uwzględnia rodzaj oraz stężenie jednej lub wielu substancji rozproszonych. Metoda fenomenologiczna wykracza poza ramy podstawowego kursu hydrauliki, toteż tylko tytułem przykładu można przytoczyć wzór Einsteina, pozwalający obliczyć efektywną lepkość zawiesiny μ_z :

$$\mu_z = \mu(1 + 2,5\Phi) \quad (1.1.1)$$

gdzie: μ – dynamiczny współczynnik lepkości nośnika, Φ – objętościowe stężenie substancji rozproszonej.

Wzór ten odnosi się do małych stężeń zawiesiny, składającej się ze sztywnych cząstek o kształcie kulistym.

Drugi sposób, określanym mianem **strukturalnego**, polega na badaniu zachowania się poszczególnych cząstek zawiesiny. Jednakże ze względu na ogromną – z reguły – ich liczbę, praktycznie niemożliwa jest analiza ruchu każdej z nich. Należy więc zdecydować się na wybór cząstki miarodajnej dla danego zagadnienia (lub pewnej liczby takich cząstek), określić jej zachowanie się w przepływie, a otrzymane rezultaty wykorzystać do celów praktycznych. Możliwe są tu różne rozwiązania - przykładowo przy projektowaniu osadników, ze wszystkich cząstek, które muszą ulec sedymentacji, wybieramy jako miarodajną tę o najmniej korzystnych parametrach osadzania, a więc najmniejszą i najlżejszą. Jest oczywiste, że w osadniku zaprojektowanym dla takich cząstek wytrącone także zostaną wszystkie inne, mające korzystniejsze własności sedymentacyjne.

Zasadniczą cechą metody strukturalnej jest więc badanie ruchu pojedynczej cząstki zawiesiny. Niech zatem w rozważanym zagadnieniu obserwowana będzie cząstka wykonująca tylko ruch postępowy, a zatem taka, którą można traktować jako punkt materialny. Jej prędkość spełniać musi równanie:

$$\rho_c \cdot V \cdot \frac{d\vec{u}}{dt} = \sum \vec{F} \quad (1.1.2)$$

gdzie ρ_c jest gęstością cząstki, V – objętością cząstki, \vec{u} – wektorem prędkości, $\sum \vec{F}$ – sumą sił działających na cząstkę (a zatem sił ciężkości, wyporu, siły od mas stowarzyszonych, siły Basseta i siły oporu). Równanie (1.1.2) stanowi II prawo Newtona dla cząstki o stałej masie.

W mechanice płynów bardzo duże znaczenie ma prawidłowe określenie siły oporu. Dla szczególnego przypadku sztywnej cząstki kulistej poruszającej się bardzo wolno w cieczy lepkiej, wyraża się ona znanym wzorem Stokesa:

$$F_o = 3\pi\mu u d \quad (1.1.3)$$

gdzie μ oznacza dynamiczny współczynnik lepkości, u – prędkość opadającej cząstki, natomiast d – jej średnicę. Jednakże wzór ten jest ważny, gdy liczba Reynoldsa spełnia zależność:

$$Re = \frac{u d}{\nu} = \frac{\rho u d}{\mu} \leq 1 \quad (1.1.4)$$

gdzie ρ jest gęstością płynu a ν – kinematycznym współczynnikiem lepkości, co przykładowo dla ruchu kropeł wody w powietrzu odpowiada wartości $d \leq 0,1$ mm (kropla mgły). Niestety, w zdecydowanej większości przypadków praktycznych warunków (1.1.4) nie jest spełniony, a ponadto kształt analizowanych cząstek różni się z reguły od kulistego. Z tego względu zamiast formuły (1.1.3) często stosowana jest inna zależność dla siły oporu:

$$F_o = C_D A \frac{\rho u^2}{2} \quad (1.1.5)$$

gdzie C_D jest empirycznym współczynnikiem oporu, A określa pole przekroju czynnego opadającej cząstki, natomiast ρ jest gęstością nośnika. Formuła ta ma charakter półempiryczny, a niekiedy bywa nazywana prawem Newtona.

Aby zatem określić wartość siły oporu według (1.1.5), konieczna jest znajomość **współczynnika oporu**, którego wartość dla cząstek o znanym kształcie można odczytać z tablic, natomiast dla cząstek nietypowych – wyznaczyć doświadczalnie. Sposób empirycznego określania współczynnika oporu przedstawiono w ćwiczeniach **Cd** („Wyznaczanie współczynnika oporu cząstki stałej poruszającej się w wodzie”) oraz **Cp** („Wyznaczanie współczynnika oporu pęcherzyków powietrza poruszających się w wodzie”). Osobnym problemem, nie tylko ze względu na zastosowanie powyższych formuł na opory przepływu, jest określenie **dynamicznego współczynnika lepkości** cieczy. W przypadku klasycznych cieczy (np. wody) przy wyznaczeniu jego wartości można posłużyć się dostępnymi w literaturze wykresami i wzorami (patrz: II. „Materiały pomocnicze. 1. Wybrane parametry i cechy fizyczne płynów”). Jednakże w przypadku cieczy mniej typowych, oraz w celu dokładniejszego określenia wartości tego współczynnika, także w tym przypadku warto odwołać się do eksperymentu. Jego opis przedstawiono w ćwiczeniu **Hp** („Pomiar lepkości wiskozymetrem Höplera”).

1.2. Wyznaczanie współczynnika oporu cząstki stałej poruszającej się w wodzie (Cd)

Celem ćwiczenia jest określenie wartości współczynników oporu dla ziaren żwiru swobodnie opadających w wodzie.

Wprowadzenie

Konsekwencją istnienia lepkości płynu jest powstawanie siły oporu działającej na poruszającą się w nim cząstkę. Określenie wielkości siły oporu, podczas opadania cząstek stałych ma ważne znaczenie w wielu zagadnieniach praktycznych, takich jak przepływ przez osadniki, komory oraz kanały naturalne i sztuczne. W przypadku sztywnej cząstki kulistej poruszającej się bardzo wolno w cieczy ($Re \leq 1$), siłę oporu opisuje się wzorem Stokesa (patrz: „Opory ruchu ciał poruszających się w płynie. Podstawy teoretyczne”).

Jeśli jednak prędkość opadania cząstki jest większa oraz kształt cząstki nie jest kulisty, stosowany jest półempiryczny wzór:

$$F_o = C_D A \frac{\rho u^2}{2} \quad (1.2.1)$$

w którym C_D jest empirycznym współczynnikiem oporu, natomiast A polem przekroju czynnego opadającej cząstki, ρ gęstością płynu, w którym cząstka ta się porusza.

Współczynnik oporu C_D we wzorze (1.2.1) można obliczyć analitycznie tylko w szczególnym przypadku, tj. dla cząstek kulistych, opadających ruchem laminarnym, czyli gdy liczba Reynoldsa (1.1.4) $Re < 1$. Otrzymuje się wówczas:

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (1.2.2)$$

i wzór (1.2.1) przechodzi w zależność Stokesa. Jest to jednak przypadek występujący niezmiernie rzadko. Zazwyczaj przepływ odbywa się przy liczbach Reynoldsa znacznie większych od jedności. Wówczas analityczne określenie współczynnika oporu przy pomocy formuły (1.2.2) staje się niemożliwe i należy go wyznaczyć eksperymentalnie. Dla niektórych ciał, posiadających bardziej regularny kształt, otrzymane tą drogą wartości współczynników oporu znaleźć można w literaturze. Przykładowo:

dla kuli

$$Re > 1,5 \cdot 10^5 \rightarrow C_D = 0,09 - 0,18$$

$$Re < 1,5 \cdot 10^5 \rightarrow C_D = 0,47$$

dla elipsoidy obrotowej poruszającej się wzdłuż krótszej osi, dla stosunku półośi $a/b = 0,75$

$$Re < 5 \cdot 10^5 \rightarrow C_D = 0,60$$

$$Re > 5 \cdot 10^5 \rightarrow C_D = 0,21$$

dla kropli (o długości l i szerokości b , przy $Re > 10^6$):

$$l/b = 2 \rightarrow C_D = 0,20$$

$$l/b = 5 \rightarrow C_D = 0,06$$

$$l/b = 10 \rightarrow C_D = 0,083$$

$$l/b = 20 \rightarrow C_D = 0,094$$

W celu doświadczalnego wyznaczenia współczynnika oporu C_D , ruch postępowy cząsteczki o stałej masie możemy opisać stosując II prawo Newtona:

$$\rho_c \cdot V \cdot \frac{d\vec{u}}{dt} = \sum \vec{F} \quad (1.2.3)$$

gdzie ρ_c – jest gęstością cząstki, V jej objętością, \vec{u} – wektorem prędkości, natomiast $\sum \vec{F}$ – sumą sił działających na cząstkę.

W bardzo wielu przypadkach ruch taki można z dobrym przybliżeniem traktować jako ustalony w czasie. Dzięki temu równanie ruchu cząstki (1.2.3) zawiera tylko siły ciężkości, wyporu i oporu:

$$V(\rho_c - \rho)g = C_D A \frac{\rho u^2}{2} \quad (1.2.4)$$

Z równania tego można wyznaczyć współczynnik oporu, który wyraża się wzorem:

$$C_D = \frac{2V(\rho_c - \rho)g}{A\rho u^2} \quad (1.2.5)$$

Celem określenia przekroju czynnego A , cząstkę o kształcie nieregularnym, zastępuje się cząstką kulistą o średnicy zastępczej d_z takiej, przy której objętość cząstki kulistej jest równa objętości cząstki. Odpowiednie zależności mają postać:

$$d_z = \left(\frac{6V}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1.2.6)$$

$$A = \frac{\pi d_z^2}{4} \quad (1.2.7)$$

Prędkość opadania można określić, mierząc czas opadania cząstki na określonej drodze L .

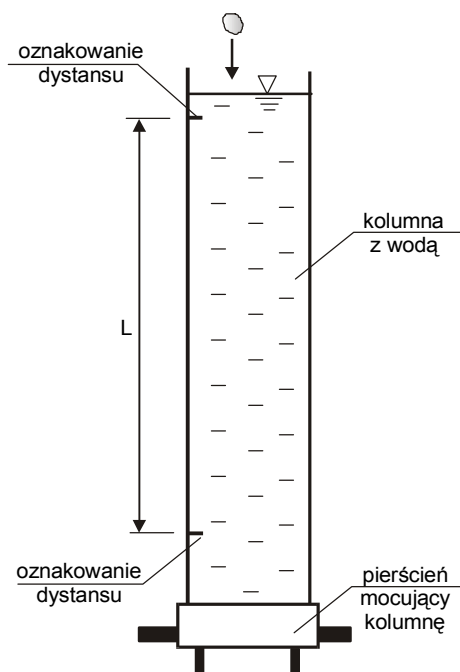
Schemat stanowiska pomiarowego

Schemat stanowiska laboratoryjnego pokazano na rys. 1.2.1 Składa się ono z pionowo ustawionej przezroczystej kolumny, wypełnionej wodą. Na ścianie rury umieszczone są dwie cechy, wyznaczające dystans o długości L . Kolumna umieszczona jest w pierścieniu mocującym.

Sposób wykonania ćwiczenia

Ćwiczenie polega na wyznaczeniu współczynnika oporu C_D na podstawie 20 pomiarów czasu opadania cząstek grubego żwiru. W tym celu należy:

- 1) przygotować $n = 20$ ziaren grubego żwiru o rozmiarze ok. 10 mm;



Rys. 1.2.1. Schemat stanowiska pomiarowego

- 2) określić łączną objętość ziaren ($n \cdot V$) wrzucając ziarna żwiru do wypełnionej wodą kalibrowanej menzurki;
- 3) określić łączną masę m ziaren żwiru, ważąc je na wadze laboratoryjnej;
- 4) wrzucając kolejno ziarna żwiru do wody w kolumnie, zmierzyć za pomocą stopera czasy ich opadania t na drodze L .

Wyniki zestawień w tab. 1.2.1.

Opracowanie wyników pomiarów

W toku opracowywania wyników pomiarów należy:

- 1) określić średnicę zastępczą d_z (zgodnie z (1.2.6)) przyjmując V równe średniej objętości pojedynczej cząstki oraz wyznaczyć przekrój czynny A dla cząstki o średnicy d_z ;
- 2) określić średnią gęstość badanego materiału według następującego wzoru:

$$\rho_c = \frac{m}{nV} \quad (1.2.8)$$

- 3) obliczyć średnią arytmetyczną t_{sr} z dwudziestu zmierzonych czasów opadania t ;
- 4) obliczyć średnią wartość współczynnika oporu C_D (1.2.5) dla badanej próbki ziaren przyjmując, że prędkość opadania jest równa:

$$u = \frac{L}{t_{sr}} \quad (1.2.9)$$

- 5) pomierzyć temperaturę wody w kolumnie T oraz na jej podstawie określić dynamiczny współczynnik lepkości μ dla wody zgodnie z formułą:

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + 0,0337 \cdot T + 0,000221 \cdot T^2} \quad (1.2.10)$$

gdzie: T jest temperaturą w skali Celsjusza, natomiast μ_0 – dynamicznym współczynnikiem lepkości dla $T = 0$ [°C] ($\mu_0 = 0,00179$ [N·s/m²]);

6) obliczyć odpowiadającą pomierzonej prędkości wartość liczby Reynoldsa według wzoru:

$$\text{Re} = \frac{\rho u d_z}{\mu} \quad (1.2.11)$$

7) wyznaczyć pozorne błędy pomiaru (bezwzględny i względny), posługując się metodą różniczki zupełnej, zgodnie z następującą procedurą:

- obliczyć średnie odchylenie standardowe s dla zmierzonych czasów opadania 20 ziaren żwiru według następującego wzoru:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - t_{sr})^2}{n-1}}, \text{ gdzie } n = 20 \quad (1.2.12)$$

- przyjąć, że pozorny błąd bezwzględny pomiaru czasu Δt_p jest równy wartości s ,
- wyznaczyć wartość pochodnej $f'(t_{sr})$ funkcji $C_D = f(t_{sr})$. W tym celu należy podstawić (1.2.9) do (1.2.5), co prowadzi do relacji:

$$C_D(t_{sr}) = \frac{2V(\rho_c - \rho)g}{\rho L^2 A} t_{sr}^2 \quad (1.2.13)$$

skąd po zróżniczkowaniu otrzymuje się:

$$f'(t_{sr}) = \frac{4V(\rho_c - \rho)g}{\rho L^2 A} t_{sr} \quad (1.2.14)$$

Po podstawieniu konkretnych wartości liczbowych uzyskuje się wartość funkcji $f'(t_{sr})$,

- obliczyć pozorny błąd bezwzględny pomiaru współczynnika oporu C_D według formuły

$$\Delta(C_D)_p = |f'(t_{sr})| \Delta t_p \quad (1.2.15)$$

- obliczyć pozorny błąd względny pomiaru C_D według wzoru:

$$\delta_{C_D} = \frac{\Delta(C_D)_p}{C_D} \quad (1.2.16)$$

Wyniki obliczeń zestawić w tab. 1.2.1.

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie z wykonanego doświadczenia musi zawierać:

- cel i zakres ćwiczenia,
- krótki opis badanego zjawiska,
- szkic stanowiska pomiarowego,
- wyniki pomiarów i obliczeń,
- opis przebiegu ćwiczenia,
- dyskusję rezultatów i ich dokładności.

Tabela 1.2.1

Wyniki pomiarów i obliczeń

| | | |
|---|---|--|
| Objętość cząstek: Średnica zastępcza cząstki: Przekrój czynny cząstki: Masa ziaren: Średnia gęstość badanego materiału: Temperatura wody: Gęstość wody: Dynamiczny współczynnik lepkości wody: | objętość wody: objętość wody z cząstkami: objętość cząstek: liczba cząstek: średnia objętość cząstki: | $V_w = \dots \dots \dots [\text{cm}^3]$ $V_{w+cz} = \dots \dots \dots [\text{cm}^3]$ $V_{cz} = \dots \dots \dots [\text{cm}^3]$ $n = \dots \dots \dots$ $V = \dots \dots \dots [\text{mm}^3]$ $d_z = \dots \dots \dots [\text{mm}]$ $A = \dots \dots \dots [\text{mm}^2]$ $m = \dots \dots \dots [\text{g}]$ $\rho_c = \frac{m}{nV} = \dots \dots \dots [\text{g/cm}^3]$ $T = \dots \dots \dots [^\circ\text{C}]$ $\rho = \dots \dots \dots [\text{g/cm}^3]$ $\mu = \dots \dots \dots [\text{N s/m}^2]$ |
|---|---|--|

Czas opadania cząstek na drodze L = cm

| Nr cząstki i | t_i | t_{sr} | $(t_i - t_{sr})^2$ | $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - t_{sr})^2}{n-1}}$ |
|--------------|-------|------------|--------------------|--|
| | [s] | [s] | [s ²] | [s] |
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |
| 5 | | | | |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | | | | |
| 9 | | | | |
| 10 | | | | |
| 11 | | | | |
| 12 | | | | |
| 13 | | | | |
| 14 | | | | |
| 15 | | | | |
| 16 | | | | |
| 17 | | | | |
| 18 | | | | |
| 19 | | | | |
| 20 | | | | |
| $\Sigma =$ | | $\Sigma =$ | | |

| | |
|--|--|
| Średnia prędkość opadania: | $u = \frac{L}{t_{sr}} = \dots \dots \dots [\text{cm/s}]$ |
| Liczba Reynoldsa: | $Re = \frac{\rho u d_z}{\mu} = \dots \dots \dots [-]$ |
| Średnia wartość współczynnika oporu: | $C_D = \frac{2V(\rho_c - \rho)g}{A\rho u^2} = \dots \dots \dots [-]$ |
| Pochodna $f'(t_{sr}) = \frac{4V(\rho_c - \rho)g}{\rho L^2 A} t_{sr}$ | $f(t_{sr}) = \dots \dots \dots$ |
| Pozorny błąd bezwzględny: | $\Delta(C_D)_p = f'(t_{sr}) \Delta t_p = \dots \dots \dots$ |
| Pozorny błąd względny: | $\delta_{C_D} = \frac{\Delta(C_D)_p}{C_D} = \dots \dots \dots$ |

1.3. Wyznaczanie współczynnika oporu pęcherzyków powietrza poruszających się w wodzie (C_p)

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie wartości współczynnika oporu dla pęcherzyków powietrza poruszających się w wodzie.

Wprowadzenie

Ruch pęcherzyków powietrza w wodzie możemy traktować jako ruch substancji rozproszonej, która w czasie ruchu ulega deformacji. Podobnie jak i w przypadku sztywnej cząstki materialnej, ruch bąbelka gazu poruszającego się w płynie powoduje powstanie siły oporu. Jest to konsekwencja istnienia zjawiska lepkości. Określenie wielkości siły oporu w takim przypadku jest bardzo trudne. Dla celów praktycznych można zaniedbać zmienność kształtu w czasie ruchu i operować pewnym kształtem uśrednionym. Podobnie jak w przypadku ruchu cząstki materialnej, siłę oporu dla pęcherzyka o regularnym, kulistym kształcie, opisuje wzór Stokesa (patrz: „Opory ruchu ciał poruszających się w płynie. Podstawy teoretyczne”),

Wzór (1.3.1) obowiązuje tylko dla $Re \leq 1$. W ogólnym przypadku, gdy prędkość ruchu cząstki w wodzie jest większa oraz kształt cząstki nie jest kulisty, możemy zastosować wzór:

$$F_o = C_p A \frac{\rho u^2}{2} \quad (1.3.1)$$

gdzie C_p jest empirycznym współczynnikiem oporu dla pęcherzyków powietrza, A – polem przekroju czynnego pęcherzyka powietrza, natomiast ρ – gęstością płynu, w którym porusza pęcherzyk.

Traktując ruch jako ustalony w czasie, można w równaniu ruchu cząstki (II prawo Newtona) uwzględnić tylko siły ciężkości, wyporu i oporu, w efekcie czego otrzymuje się zależność:

$$V(\rho - \rho_c)g = C_p A \frac{\rho u^2}{2} \quad (1.3.2)$$

gdzie ρ_c jest gęstością pęcherzyka, zaś V jego objętością.

Współczynnik oporu może być obliczony z przekształconego wzoru (1.3.2):

$$C_p = \frac{2V(\rho - \rho_c)g}{A\rho u^2} \quad (1.3.3)$$

Określenie przekroju czynnego A oraz objętości V poruszającego się pęcherzyka wymaga wyznaczenia średnicy zastępczej d_z , tj. średnicy kuli o tej samej objętości. Do celów praktycznych można zaniedbać zmienność kształtu w czasie ruchu i operować pewnym kształtem uśrednionym. W przypadku gdy rozważany jest ruch pęcherzyka powietrza w wodzie, średnicę zastępczą można wyznaczyć z następującego wzoru:

$$d_z = \left(\frac{7,31 \cdot Q}{g} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (1.3.4)$$

gdzie Q jest wydatkiem powietrza, a g przyspieszeniem ziemskim.

Pole przekroju czynnego może być określone z zależności

$$A = \frac{\pi d_z^2}{4} \quad (1.3.5)$$

Prędkość wypływu pęcherzyka można obliczyć posługując się następującymi wzorami:
dla $d_z = 1 \div 2.5$ [mm]

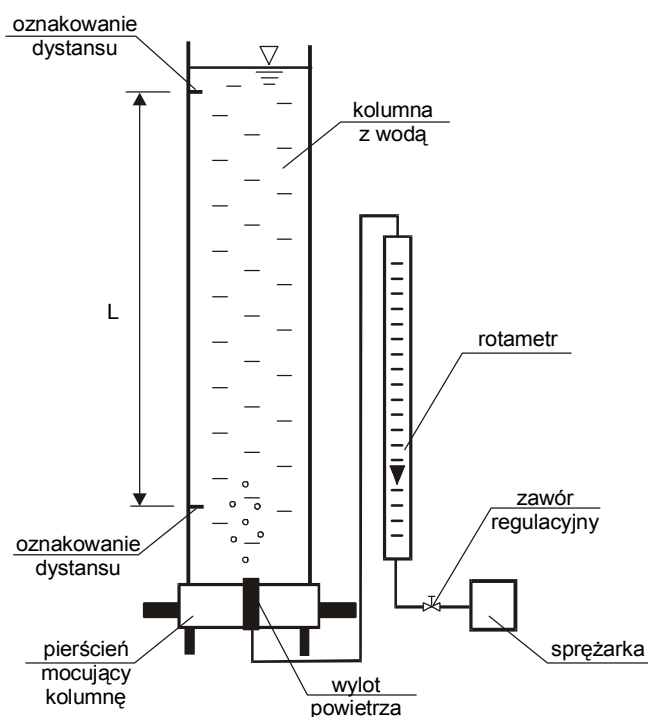
$$u_p = 1,28 \sqrt{g \cdot d_z} \quad (1.3.6)$$

dla $d_z \geq 12$ [mm]

$$u_p = 0,69 \sqrt{g \cdot d_z} \quad (1.3.7)$$

Schemat stanowiska pomiarowego

Schemat stanowiska laboratoryjnego pokazano na rys. 1.3.1. Składa się ono z pionowo ustawionej przezroczystej kolumny, wypełnionej wodą. Na ścianie rury umieszczone są dwie cechy, wyznaczające dystans o długości L . U dołu rury umieszczony jest wylot powietrza, zasilany ze sprężarki. Do regulacji i pomiaru wydatku powietrza służy zawór i rotametr.



Rys. 1.3.1. Schemat stanowiska pomiarowego

Sposób wykonania ćwiczenia

Ćwiczenie polega na wyznaczeniu współczynnika oporu C_p na podstawie 20 pomiarów czasu wypływu bąbelków powietrza w kolumnie z wodą. Wyniki pomiarów i obliczeń należy zestawić w

tab. 1.3.1. W toku wykonywania ćwiczenia należy:

- 1) przygotować stanowisko laboratoryjne – włączyć dopływ powietrza i tak wyregulować jego wydatek Q , aby pęcherzyki powietrza odrywające się z wylotu przewodu powietrznego wypływały w wodzie wypełniającej kolumnę w odległości około 20 cm jeden od drugiego;
- 2) zmierzyć stoperem czas wypływu t dla 20 pęcherzyków na dystansie L ;
- 3) dla każdej z otrzymanych wartości t obliczyć prędkość wypływu pęcherzyka u_p

$$u_p = \frac{L}{t} \quad (1.3.8)$$

- 4) określić średnicę zastępczą d_z każdego bąbelka powietrza (1.3.4) oraz wartość współczynnika oporu C_p (1.3.3) korzystając ze wzoru (1.3.5) oraz pamiętając, że:

$$V = \frac{1}{6} \pi d_z^3 \quad (1.3.9)$$

- 5) obliczyć średnią arytmetyczną z dwudziestu otrzymanych wartości współczynników oporu $C_{p\acute{s}r}$ oraz średnią prędkość wypływu $u_{p\acute{s}r}$;
- 6) pomierzyć temperaturę wody w kolumnie T oraz na jej podstawie określić dynamiczny współczynnik lepkości μ dla wody zgodnie z formułą

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + 0,0337 \cdot T + 0,000221 \cdot T^2} \quad (1.3.10)$$

gdzie T jest temperaturą w skali Celsjusza, zaś μ_0 – dynamicznym współczynnikiem lepkości dla $T = 0$ [°C] ($\mu_0 = 0,00179$ [N · s/m²]);

- 7) obliczyć odpowiadającą średniej prędkości wypływu $u_{p\acute{s}r}$ wartość liczby Reynoldsa według wzoru:

$$\text{Re} = \frac{\rho u_{p\acute{s}r} d_z}{\mu} \quad (1.3.11)$$

- 8) wyznaczyć pozorne błędy pomiaru (bezwzględny i względny), posługując się metodą różniczki zupełnej, zgodnie z następującą procedurą:

- obliczyć średnie odchylenie standardowe s dla 20 wyznaczonych prędkości według następującego wzoru:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (u_p - u_{p\acute{s}r})^2}{n-1}}, \text{ gdzie } n = 20 \quad (1.3.12)$$

- przyjąć, że pozorny błąd bezwzględny pomiaru prędkości średniej $\Delta u_{p\acute{s}r}$ jest równy wartości s ,

Tabela 1.3.1

Wyniki pomiarów i obliczeń

| | | |
|--|------------------------|-----------------------|
| Wydatek powietrza: | Q = | [cm ³ /s] |
| Średnica zastępcza pęcherzyka: | d _z = | [mm] |
| Objętość pęcherzyka: | V = | [mm ³] |
| Pole przekroju czynnego pęcherzyka: | A = | [mm ²] |
| Temperatura wody: | T = | [°C] |
| Gęstość wody: | ρ = | [g/cm ³] |
| Dynamiczny współczynnik lepkości wody: | μ = | [N s/m ²] |

Czas przepływu pęcherzyków powietrza na dystansie L = cm

| Nr cząstki i | t _i | u _p = L/t _i | $C_p = \frac{2V(\rho - \rho_c)g}{A\rho u_p^2}$ | u _p śr | C _p śr | (u _p - u _p śr) ² | $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (u_{p_i} - u_{p\ \text{śr}})^2}{n-1}}$ |
|--------------|----------------|-----------------------------------|--|-------------------|-------------------|---|--|
| | [s] | [cm/s] | [-] | [cm/s] | [-] | [m ² /s ²] | [m/s] |
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | |
| 16 | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | |

| | |
|--|--|
| Liczba Reynoldsa: | $Re = \frac{\rho u_{p\ \text{śr}} d_z}{\mu} = \dots \quad [-]$ |
| Pochodna $f'(u_{p\ \text{śr}}) = -\frac{4V(\rho - \rho_c)g}{A\rho u_{p\ \text{śr}}^3}$ | $f(u_{p\ \text{śr}}) = \dots \quad [s/m]$ |
| Pozorny błąd bezwzględny: | $\Delta(C_p)_p = f'(u_{p\ \text{śr}}) \Delta u_{p\ \text{śr}} = \dots \quad [-]$ |
| Pozorny błąd względny: | $\delta_{C_p} = \frac{\Delta(C_p)_p}{C_{p\ \text{śr}}} = \dots \quad [-]$ |

- wyznaczyć wartość pochodnej $f'(u_{psr})$ funkcji $C_P = f(u_{psr})$, gdzie

$$C_P(u_{psr}) = \frac{2V(\rho - \rho_c)g}{A\rho u_{psr}^2} \quad (1.3.13)$$

skąd po zróżniczkowaniu otrzymuje się

$$f'(u_{psr}) = -\frac{4V(\rho - \rho_c)g}{A\rho u_{psr}^3} \quad (1.3.14)$$

a po podstawieniu konkretnych wartości liczbowych uzyskuje się ostatecznie wartość funkcji $f'(u_{psr})$,

- obliczyć pozorny błąd bezwzględny pomiaru współczynnika oporu C_P według formuły

$$\Delta(C_P)_p = |f'(u_{psr})| \Delta u_{psr} \quad (1.3.15)$$

- obliczyć pozorny błąd względny pomiaru C_P według wzoru

$$\delta_{C_P} = \frac{\Delta(C_P)_p}{C_P} \quad (1.3.16)$$

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie z wykonanego doświadczenia musi zawierać:

- cel i zakres ćwiczenia,
- krótki opis badanego zjawiska,
- schemat stanowiska pomiarowego,
- opis o przebiegu ćwiczenia,
- wyniki pomiarów i obliczeń,
- dyskusję rezultatów i ich dokładności.

1.4. Pomiar lepkości wiskozymetrem Höpplera (Hp)

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie dynamicznego współczynnika lepkości w funkcji temperatury dla wybranego płynu, za pomocą wiskozymetru Höpplera.

Wprowadzenie

Jednym z przejawów lepkości płynu jest powstawanie siły oporu, działającej na ciało poruszające się w tym płynie. Określenie siły oporu jest bardzo przydatne w wielu zagadnieniach praktycznych, także przy pomiarze lepkości, jednakże jest w ogólnym przypadku trudne. Wobec powyższego szczególnie pożyteczny okazuje się wzór Stokesa opisujący siłę oporu F_o :

$$F_o = 3\pi\mu u d \quad (1.4.1)$$

gdzie μ – jest dynamicznym współczynnikiem lepkości, u – prędkością opadającej cząstki, zaś d – jej średnicą.

Wzór (1.4.1) ważny jest dla

$$Re = \frac{u d}{\nu} = \frac{\rho u d}{\mu} \leq 1 \quad (1.4.2)$$

gdzie ρ jest gęstością płynu, a ν – kinematycznym współczynnikiem lepkości (patrz: „Opory ruchu ciał poruszających się w płynie. Podstawy teoretyczne”).

W warunkach ustalonego opadania kulki II prawo Newtona przyjmuje postać:

$$F_o = F_g - F_w \quad (1.4.3)$$

gdzie F_g jest siłą ciężkości, a F_w – siłą wyporu.

Dla kulki o średnicy d , wykonanej z materiału o gęstości ρ_k i opadającej z prędkością u w cieczy o gęstości ρ , siła ciężkości wyraża się zależnością:

$$F_g = \frac{1}{6}\pi d^3 \rho_k g \quad (1.4.4)$$

zaś siła wyporu:

$$F_w = \frac{1}{6}\pi d^3 \rho g \quad (1.4.5)$$

Wstawiając (1.4.4) i (1.4.5) do (1.4.3) otrzymamy:

$$18\mu u = d^2 g (\rho_k - \rho) \quad (1.4.6)$$

Jeżeli zmierzona zostanie prędkość opadania kulki (na przykład przez pomiar stoperem czasu t , w którym kulka przebędzie dystans L ; wtedy $u = L/t$), to znając d , ρ_k i ρ można ze wzoru (1.4.6) wyliczyć dynamiczny współczynnik lepkości badanej cieczy:

$$\mu = \frac{d^2 (\rho_k - \rho) g}{18u} \quad (1.4.7)$$

Na przedstawionej powyżej zasadzie oparte jest działanie urządzenia do pomiaru lepkości, zwanego wiskozymetrem Höpplera (rys. 1.4.1). Zasadnicza różnica polega tylko na tym, że zależność (1.4.7) odnosi się do nieograniczonego obszaru cieczy, co wymagałoby obserwacji opadania kulki przynajmniej w bardzo dużym naczyniu. Byłoby to bardzo niewygodne, toteż w praktyce badaną ciecz umieszcza się w rurce o średnicy niewiele większej niż średnica kulki d . Dla tego przypadku zależność (1.4.7) zastępowana jest zależnością półempiryczną postaci:

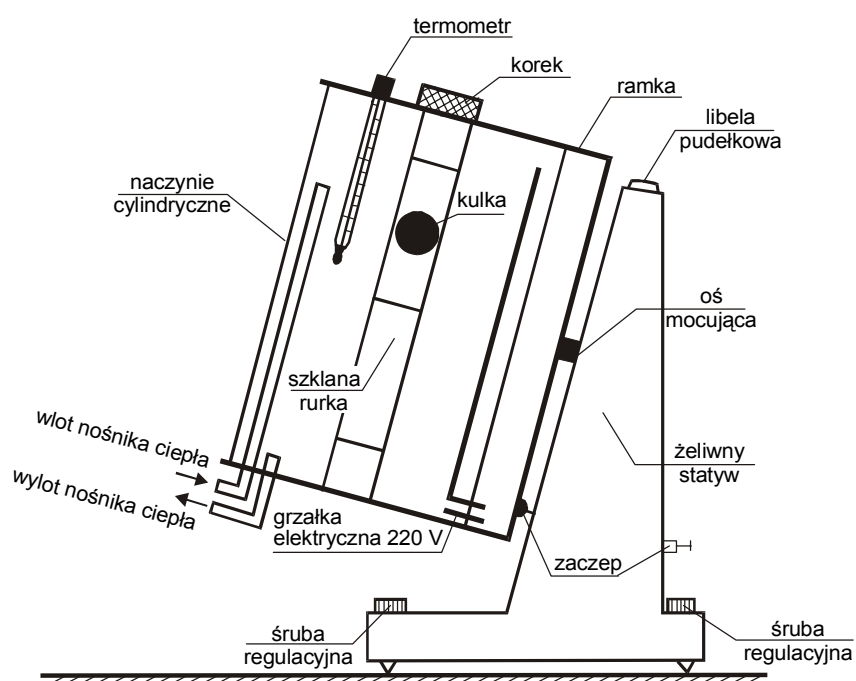
$$\mu = 0,102t(\gamma_k - \gamma)K \cdot 10^{-5} \text{ [Ns/m}^2\text{]} \quad (1.4.8)$$

gdzie: t jest czasem opadania kulki [s], γ_k – ciężarem właściwym kulki [N/m^3], γ – ciężarem właściwym cieczy [N/m^3], K – bezwymiarową stałą kulki.

Stałą K oraz wartość γ_k należy każdorazowo odczytać dla wybranej kulki z fabrycznej metryczki, załączonej do urządzenia.

Opis stanowiska badawczego

Schemat wiskozymetru przedstawiono na rys. 1.4.1. Zasadniczą jego częścią jest szklana rurka, nachylona do pionu pod kątem 10° . Rurka umieszczona jest w szklanym naczyniu cylindrycznym, które pełni rolę pojemnika na płynny nośnik ciepła, umożliwiający utrzymanie i pomiar stałej temperatury badanej cieczy. Nośnik ciepła może być podgrzewany grzałką lub dopływać do wiskozymetru z termostatu za pomocą króćców. Całość, ujęta w ramkę, umocowana jest obrotowo na osi w żeliwnym statywie, wyposażonym w libellę pudełkową. Do kontroli temperatury służy termometr, a dostęp do rurki zewnętrznej zapewnia korek. Do urządzenia załączony jest zestaw 6 kulek pomiarowych.



Rys. 1.4.1. Schemat wiskozymetru Höpplera

Przebieg ćwiczenia

Ćwiczenie polega na wyznaczeniu dynamicznego współczynnika lepkości μ na podstawie pomiarów czasu opadania kulki w wiskozymetrze Höpplera. W tym celu należy kolejno:

1) zdjąć korek, napełnić rurkę badaną cieczą (wskazaną przez prowadzącego zajęcia), delikatnie wprowadzić do rurki kulkę i założyć korek.

Uwaga: kulkę z zestawu należy tak dobrać, aby czas jej opadania w rurce był nie krótszy niż 25 s. Niekiedy wymaga to wykonania paru prób;

2) ustawić przyrząd na stole, napełnić płaszcz wodny i włączyć grzałkę lub podłączyć płaszcz do termostatu celem ogrzania badanej cieczy do odpowiedniej temperatury. **Uwaga:** gdy nośnikiem ciepła jest płaszcz z wody destylowanej, możliwe do uzyskania temperatury pomiarowe leżą w zakresie od $+1^{\circ}\text{C}$ do $+95^{\circ}\text{C}$. Dla innych nośników ciepła wynoszą one odpowiednio: dla metanolu od -60°C do 0°C , dla gliceryny od $+60^{\circ}\text{C}$ do $+150^{\circ}\text{C}$, dla oleju silikonowego od $+20^{\circ}\text{C}$ do $+300^{\circ}\text{C}$. Przy wyborze nośnika ciepła należy każdorazowo uwzględnić instrukcje fabryczne dla używanego termostatu;

3) za pomocą śrub regulacyjnych sprowadzić bańkę libelli do punktu głównego;

4) po uzyskaniu żądanej temperatury pomiaru zwolnić zaczep i obrócić ruchomą część przyrządu o 180° na osi, aż kulka opadnie na dół. Następnie obrócić naczynie do położenia wyjściowego i zamknąć zatrzask. W czasie następującego po tym opadania kulki należy wykonać pomiar czasu;

Pomiary lepkości badanej cieczy należy wykonać dla dziesięciu różnych temperatur T określonych przez prowadzącego, zaczynając od wartości bliskiej temperaturze otoczenia ($15\text{--}20^{\circ}\text{C}$, zależnie od pory roku), stopniowo zwiększając ją co około 5°C , aż do temperatury końcowej rzędu $65\text{--}70^{\circ}\text{C}$. Dla każdej temperatury należy trzykrotnie zmierzyć czas opadania kulki, do obliczeń przyjmując wartość średnią.

Wyniki pomiarów zestawić w tab. 1.4.1.

Tabela 1.4.1

Tabela pomiarów czasu opadania kulki

| Nr | Temperatura T [$^{\circ}\text{C}$] | Czas opadania kulki [s] | | | |
|----|--------------------------------------|-------------------------|----------|----------|--------|
| | | pomiar 1 | pomiar 2 | pomiar 3 | średni |
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |
| 6 | | | | | |
| 7 | | | | | |
| 8 | | | | | |
| 9 | | | | | |
| 10 | | | | | |

Opracowanie wyników pomiarów

W ramach opracowania wyników pomiarów należy (tab. 1.4.2):

- 1) obliczyć ze wzoru (1.4.8) wartości współczynnika μ dla poszczególnych temperatur T ;

Tabela 1.4.2

Zestawienie wyników obliczeń

Stała kulki K =
Ciężar właściwy kulki γ_k = [N/m³]

| Nr i | T_i | γ | μ | T_{sr} | $(T_i - T_{sr})^2$ | $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_i - T_{sr})^2}{n-1}}$ | $\mu'(T)$ | $\Delta\mu_p$ |
|------|-------|---------------------|------------------------|----------|--------------------|--|-----------|---------------|
| | [°C] | [N/m ³] | [N s /m ²] | [°C] | [°C ²] | | | |
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |

Objaśnienia symboli w tekście instrukcji.

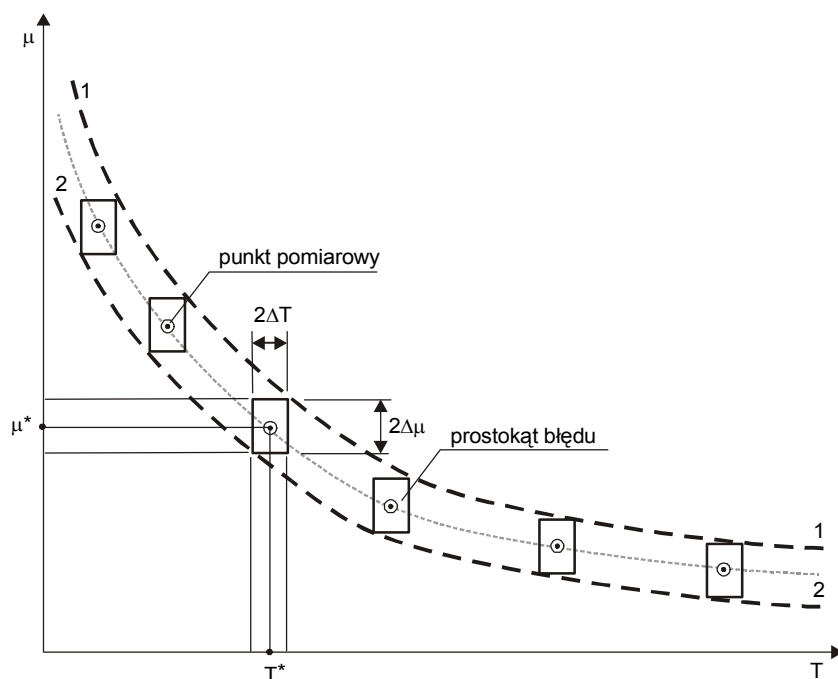
- 2) otrzymane 10 punktów pomiarowych nanieść na wykres w układzie współrzędnych $\mu = f(T)$;
- 3) Na podstawie uzyskanej konfiguracji punktów założyć rodzaj funkcji aproksymującej zależność $\mu(T)$ dla badanej cieczy, wyznaczyć współczynniki założonej zależności metodą najmniejszych kwadratów (patrz: I. Wprowadzenie do zajęć laboratoryjnych. Przedstawienie danych eksperymentalnych), narysować wykres otrzymanej funkcji;
- 4) wyznaczyć pozorny błąd bezwzględny pomiaru μ metodą różniczki zupełnej, zgodnie z następującą procedurą:
 - obliczyć pozorny błąd bezwzględny pomiaru temperatury, przyjmując że jest on równy średniemu odchyleniu standardowemu $\Delta T_p = s$ według następującego wzoru:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_i - T_{sr})^2}{n-1}} \quad \text{dla } n = 10 \quad (1.4.9)$$

- obliczyć $|\mu'(T)|$, różniczkując otrzymaną w punkcie 3) funkcję $\mu(T)$ względem temperatury T ;
- obliczyć pozorny błąd bezwzględny pomiaru współczynnika μ według formuły

$$\Delta\mu_p = |\mu'(T)|\Delta T_p \quad (1.4.10)$$

- na uprzednio wykonany wykres $\mu(T)$ nanieść wokół punktów pomiarowych prostokąty charakteryzujące dokładność pomiarów (według schematu przedstawionego na rys. 1.4.2).



Rys. 1.4.2. Zależność $\mu(T)$ z uwzględnieniem błędów pomiarów

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie z wykonanego doświadczenia musi zawierać:

- cel i zakres ćwiczenia,
- opis metody wyznaczania współczynnika lepkości,
- schemat wiskozymetru Höpplera,
- wyniki pomiarów i obliczeń (tabelka),
- obliczenia funkcji $\mu(T)$ metodą najmniejszych kwadratów,
- wykres zawierający krzywą $\mu(T)$ oraz punkty pomiarowe,
- dyskusję rezultatów.

2. PRZEPŁYW CIECZY LEPKIEJ W RUROCIĄGACH

2.1. Podstawy teoretyczne

Przeważająca część praktycznych zagadnień ruchu cieczy w przewodach pod ciśnieniem związana jest z problemem ustalonego przepływu cieczy w pojedynczym rurociągu lub w sieci przewodów. W takim przypadku podstawą matematycznego opisu zjawiska jest układ równań złożony z równań ciągłości i ilości ruchu, przy czym te ostatnie reprezentowane są zazwyczaj przez równanie Bernoulliego.

Równanie ciągłości w przypadku przepływu cieczy przez pojedynczy przewód niewydatkującej po drodze ma postać:

$$Q = Fv = \text{const} \quad (2.1.1)$$

gdzie Q jest natężeniem przepływu (wydatkiem), F – polem przekroju poprzecznego a v – średnią prędkością przepływu w przekroju poprzecznym. W przypadku rurociągów przepływ odbywa się w całym przekroju poprzecznym przewodu, stąd dla rur o przekroju kołowym równanie ciągłości sprowadza się do:

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} v = \text{const} \quad (2.1.2)$$

gdzie D jest średnicą przewodu. Z powyższego równania wynika, że jeśli średnica przewodu nie zmienia się na pewnej długości, to średnia prędkość przepływu w tym przewodzie jest na tej długości stała, a co za tym idzie – przepływ jest jednostajny. Jest to najczęściej obserwowany rodzaj ruchu w rurociągach. Rzadszym przypadkiem jest występowanie ruchu niejednostajnego, co ma miejsce w przypadku zmiennej średnicy przewodu (przykładowo: przewód rozszerzający się, kształtki zmieniające średnicę, np. dyfuzor itp.) lub w rurociągu wydatkującym po drodze, gdzie zmiana prędkości spowodowana jest zmianą natężenia przepływu wzdłuż przewodu.

Z kolei **równanie Bernoulliego** jest szczególną postacią ogólnego równania zachowania pędu, historycznie wyprowadzaną dla przypadku cieczy nielepkiej i otrzymywaną poprzez przyrównanie dwóch **trójmianów Bernoulliego**, zapisanych dla wybranych przekrojów, dla których taka równość jest prawdziwa. Najczęściej, ze względów praktycznych, przekroje te obierane są wzdłuż tej samej linii prądu, która w przypadku rurociągów pokrywa się z ich osią. Trójmian Bernoulliego może być zapisany w tzw. „wersji wysokościowej” o postaci:

$$B = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} \quad (2.1.3)$$

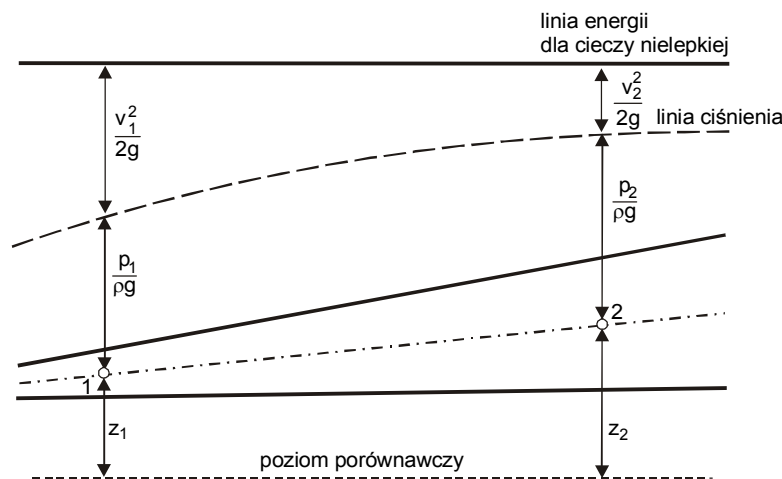
gdzie z określa wysokość położenia analizowanego punktu linii prądu nad przyjętym poziomem porównawczym, p określa ciśnienie, ρ jest gęstością cieczy, g – przyspieszeniem ziemskim oraz v – prędkością przepływu. Wartość trójmianu Bernoulliego B jest miarą wysokości energii mechanicznej w analizowanym punkcie. Dwa pierwsze człony trójmianu określają energię potencjalną (odpowiednio – energię potencjalną położenia i ciśnienia), ostatni – energię kinetyczną.

W przypadku cieczy nielepkiej, na skutek braku oporów przepływu, całkowita wysokość energii mechanicznej B nie ulega zmianie w trakcie przepływu. Możliwa jest jedynie zamiana energii potencjalnej w kinetyczną lub odwrotnie. Równanie Bernoulliego zapisane dla wybranych punktów 1 i 2 ma wówczas postać:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} \quad (2.1.4)$$

gdzie $\rho g = \gamma$ jest ciężarem objętościowym.

Interpretację graficzną równania Bernoulliego dla cieczy nielepkiej przedstawia rys. 2.1.1.



Rys. 2.1.1. Interpretacja graficzna równania Bernoulliego dla cieczy nielepkiej.

Założenie, że ciecz przepływająca przez rurociąg jest nielepka, ma praktyczne znaczenie w bardzo ograniczonej ilości przypadków. Najczęściej dotyczy to przepływu na krótkich odcinkach i często podejście takie wykorzystywane jest jako punkt wyjścia do analizy przepływu cieczy lepkiej.

W przypadku przepływu cieczy lepkiej, na skutek tarcia wewnętrznego (lepkości), pojawiają się opory ruchu, powodujące spadek wartości energii mechanicznej w miarę przepływu. W praktyce stosowane są dwie podstawowe metody uwzględniania oporów przepływu. W pierwszej zakłada się początkowo, że ciecz jest nielepka, rozwiązuje się układ równań (2.1.2) i (2.1.4), a następnie końcowy wynik „koryguje się” za pomocą odpowiedniego współczynnika, w celu uwzględnienia oporów przepływu. Takie podejście stosowane jest na przykład w przypadku zwężek pomiarowych (patrz ćwiczenie **Vn** – „Cechowanie zwężki Venturiego”), gdzie najpierw na drodze obliczeń określany jest wydatek teoretyczny Q_{teor} , a dopiero w drugiej kolejności wydatek rzeczywisty Q_{rzecz} zgodnie z formułą:

$$Q_{rzecz} = m Q_{teor} \quad (2.1.5)$$

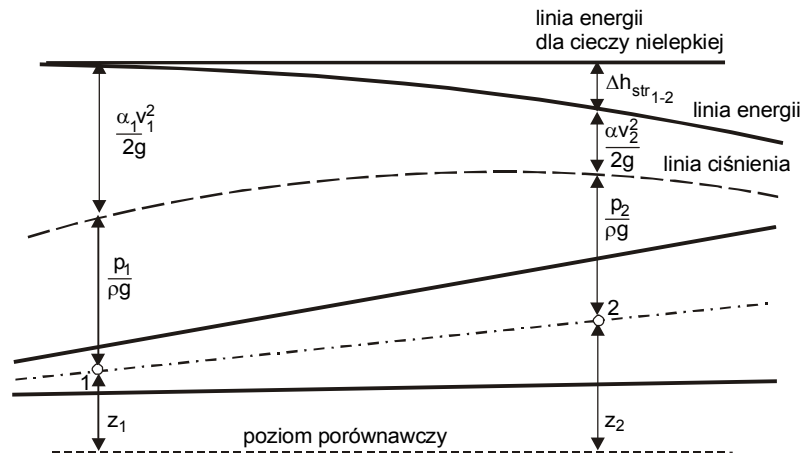
przy czym m jest współczynnikiem korekcyjnym, uwzględniającym m.in. opory przepływu.

W przypadku podejścia drugiego, opory przepływu uwzględniane są już na etapie równania Bernoulliego, które w stosunku do postaci (2.1.4) ulega modyfikacji i przyjmuje formę:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{str1-2} \quad (2.1.6)$$

gdzie h_{str1-2} jest wysokością strat energii mechanicznej na odcinku 1-2, natomiast α_1 i α_2 są współczynnikami de Saint-Venanta (patrz też ćwiczenie **α** – „Wyznaczenie rozkładów prędkości i współczynników de Saint-Venanta w kanale otwartym”). Interpretację graficzną równania Bernoulliego dla cieczy lepkiej (2.1.6) przedstawia rys. 2.1.2.

Istnieje kilka sposobów określenia wysokości strat energii mechanicznej h_{str} . Straty te wywołane są przez **opory liniowe** (opory/straty na długości) oraz **opory miejscowe** (opory/straty lokalne). Bardziej szczegółowo problem oporów przepływu w rurociągu przedstawiono w ćwiczeniu **R** („Wyznaczenie współczynników oporu przy przepływie cieczy w rurociągu”). Informacje ogólne wraz z wartościami wybranych współczynników oporów podano w rozdziale II. „Materiały pomocnicze”.



Rys. 2.1.2. Interpretacja graficzna równania Bernoulliego dla cieczy lepkiej

Warto zauważyć, że w ogólnym przypadku opory przepływu zależą od rodzaju ruchu panującego w rurociągu (laminarnego lub turbulentnego), co jest konsekwencją odmiennego zachowania się cząsteczek cieczy w obu rodzajach ruchu, a co za tym idzie między innymi różnych rozkładów prędkości w przekroju. Charakterystykę obu rodzajów przepływu przedstawiono w ćwiczeniu **Re** („Wyznaczanie krytycznej liczby Reynoldsa”), a wpływ rodzaju ruchu na opory przepływu – we wspomnianym wcześniej ćwiczeniu **R** („Wyznaczenie współczynników oporu przy przepływie cieczy w rurociągu”).

Jak wynika z postaci równania Bernoulliego, w przypadku cieczy nielepkiej linia energii mechanicznej jest pozioma, co oznacza, że energia mechaniczna nie ulega zmianie w trakcie przepływu, natomiast w przypadku cieczy lepkiej linia ta opada, co z kolei oznacza zmniejszanie się energii mechanicznej w miarę przepływu, na skutek oporów ruchu. Niekiedy jednak energia płynącej cieczy jest zbyt mała, by spełnić określone wymagania, wynikające z konkretnej sytuacji praktycznej (na przykład umożliwić pobór wody mieszkańców na dziesiątym piętrze wieżowca). W takim przypadku konieczne jest dostarczenie dodatkowej ilości energii mechanicznej z zewnątrz. Urządzeniami wykorzystywanymi w takich sytuacjach są między innymi pompy. Cel ich stosowania oraz podstawowe zasady obliczania układów rurociągów z pompami przedstawiono w ćwiczeniu **Pmp** („Badanie pomp wirnikowych”). Należy wyraźnie podkreślić, że sytuacja, w której energia mechaniczna dostarczana jest do układu z zewnątrz (na przykład za pomocą pompy) jest jedynym przypadkiem, kiedy linia energii lokalnie wznosi się. We wszystkich innych linia ta jest pozioma (ciecz nielepka) lub opada (ciecz lepka).

Szczególnym typem zagadnienia związanego z przepływem cieczy w rurociągu jest problem wykorzystania energii mechanicznej strumienia wypływającej z rurociągu cieczy do celów praktycznych. Jeśli na drodze takiego strumienia ustawiona zostanie przeszkoda, strumień ten zacznie działać na tę przeszkodę siłą nazywaną **naporem hydrodynamicznym**. Zjawisko to może być wykorzystane w różnego typu napędach, np. turbinach. Dokładniej zagadnienie to przedstawione jest w ćwiczeniu **PH** („Wyznaczane parcia hydrodynamicznego na powierzchnię płaską i czaszę półkulistą”).

2.2. Wyznaczanie krytycznej liczby Reynoldsa (Re)

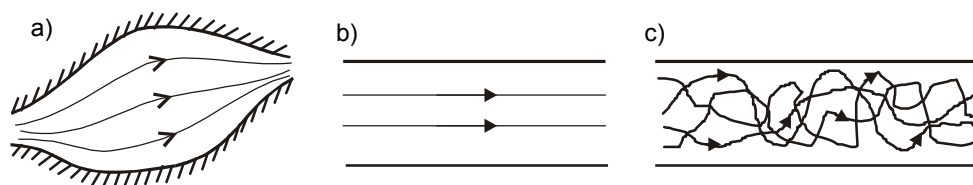
Celem ćwiczenia jest wizualizacja dwóch kategorii przepływu cieczy oraz wyznaczenie krytycznej liczby Reynoldsa dla ruchu cieczy w przewodach o przekroju kołowym.

Wprowadzenie

W wielu zagadnieniach hydromechaniki i hydrauliki związanych z przepływem cieczy lepkiej, ważną rolę odgrywa określenie rodzaju ruchu, w jakim znajduje się ciecz. Jedną z podstawowych klasyfikacji jest podział na ruch **laminarny** i **turbulentny**.

W ruchu **laminarnym**, zwanym także ruchem **uwarstwionym**, ciecz porusza się wzdłuż regularnie, płynnie ułożonych warstw (rys. 2.2.1a,b), między którymi nie następuje makroskopowe mieszanie elementów płynu (elementy z poszczególnych warstw nie wykonują ruchów poprzecznych). Ruch taki możliwy jest przy spełnieniu pewnych warunków, z których podstawowym jest odpowiednio niska prędkość przepływu. Jeśli jednak prędkość jest dostatecznie duża, elementy płynu oprócz przemieszczenia w głównym kierunku przepływu zaczynają wykonywać również ruchy poprzeczne, wskutek czego dochodzi do wzajemnego mieszania się warstw cieczy. Te poprzeczne ruchy cząstek nazywane są fluktuacjami turbulentnymi, a ruch określany jest mianem **turbulentnego** lub **burzliwego** (rys. 2.2.1c). Znajomość rodzaju ruchu cieczy ma istotne znaczenie praktyczne. Umożliwia nie tylko jakościowy opis zachowania się elementów cieczy, ale także stanowi podstawę przy wyborze ogólnej wersji równań ruchu. Z zadań technicznych należy wymienić określanie zależności między wysokością strat energii mechanicznej a prędkością przepływu (w przypadku ruchu laminarnego wysokość strat jest proporcjonalna do prędkości w potęgze pierwszej, zaś dla ruchu turbulentnego – w potęgze drugiej). Ponadto znajomość rodzaju ruchu umożliwia między innymi jakościowy opis profilu prędkości w przekroju strumienia oraz oszacowanie liczbowej wartości współczynnika de Saint-Venanta.

W przeważającej części zagadnień praktycznych, w przypadku przepływu cieczy w rurociągach i kanałach otwartych mamy do czynienia z ruchem turbulentnym. Ruch laminarny może wystąpić tylko przy bardzo małych prędkościach oraz/albo w strumieniach o bardzo małych wymiarach geometrycznych, rzadko obserwowanych w praktycznych zagadnieniach przepływu pod ciśnieniem, a jeszcze trudniejszych do zrealizowania w przypadku kanałów otwartych. Natomiast jest on powszechnie obserwowany podczas przepływu cieczy przez ośrodki porowate.



Rys. 2.2.1. Układ trajektorii ruchu cząstek w ruchu: a) laminarnym, b) laminarnym w przewodzie o ściankach równoległych, c) turbulentnym w przewodzie o ściankach równoległych

Pojęcie liczby Reynoldsa. Krytyczna liczba Reynoldsa

Kryterium umożliwiającym określenie rodzaju ruchu cieczy jest **liczba Reynoldsa (Re)**, należąca do grupy tzw. liczb kryterialnych, będąca bezwymiarowym wyrażeniem postaci

$$Re = \frac{UL}{\nu} = \frac{\rho UL}{\mu} \quad (2.2.1)$$

w którym U jest prędkością reprezentatywną (charakterystyczną, typową, przeciętną) dla badanego zjawiska, L jest reprezentatywnym wymiarem liniowym, ρ jest gęstością cieczy, zaś ν oraz μ są odpowiednio kinematycznym i dynamicznym współczynnikiem lepkości, przy czym $\mu = \rho \nu$. Dla przepływu pod ciśnieniem w rurociągu o przekroju kołowym za L przyjmuje się średnicę rurociągu d , zaś U jest równe średniej prędkości w przekroju poprzecznym rurociągu v :

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{\rho vd}{\mu} \quad (2.2.2)$$

Liczba Reynoldsa określa stosunek sił bezwładności do sił lepkości (sił tarcia wewnętrznego cieczy). Im większa jest jej wartość, tym siły lepkości odgrywają mniejszą rolę w ruchu cieczy, a cząsteczki mogą łatwiej przemieszczać się w kierunkach poprzecznych do głównego kierunku przepływu. Ogólnie, jeśli Re jest mniejsza od pewnej wartości granicznej to ruch jest laminarny, natomiast w przeciwnym przypadku ruch jest turbulentny. Ta **graniczna wartość liczby Re**, przy której ruch zmienia charakter z laminarnego w turbulentny i odwrotnie, nosi nazwę **krytycznej liczby Reynoldsa** (Re_{kr}). Należy zwrócić uwagę, że krytyczna liczba Reynoldsa przyjmuje różne wartości w zależności od rodzaju badanego zjawiska. Przejście z ruchu laminarnego w turbulentny realizuje się przy innej wartości wyrażenia (2.2.1) w przypadku przepływów w rurociągu, przy innej dla przepływu w kanałach i jeszcze innej dla przepływu cieczy w ośrodku porowatym.

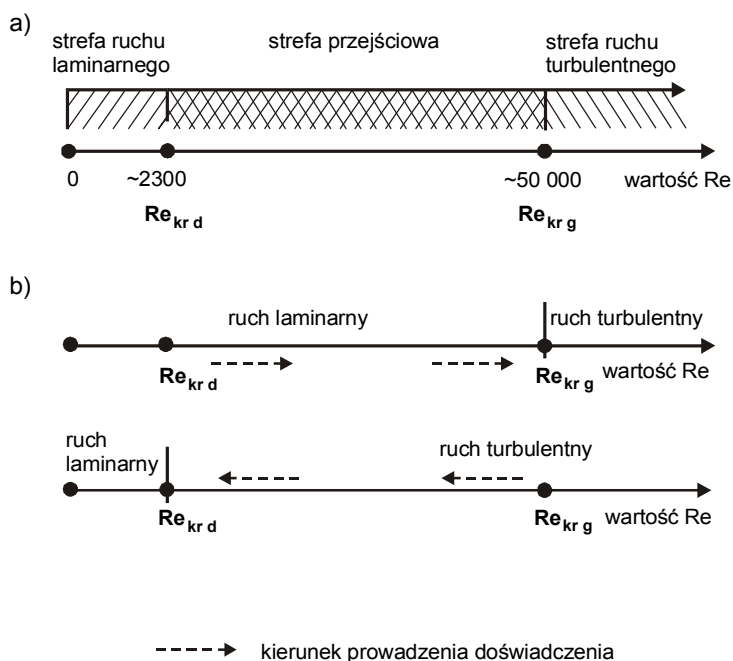
Ruch laminarny i turbulentny w przewodzie o przekroju kołowym

Badaniem charakteru ruchu cieczy w czasie przepływu pod ciśnieniem w przewodach o przekroju kołowym po raz pierwszy zajął się Osborne Reynolds. Jego doświadczenia (1883) nie tylko wykazały istnienie dwóch rodzajów ruchu – laminarnego i turbulentnego, ale też pozwoliły stwierdzić, że krytyczna liczba Reynoldsa dla przepływu w przewodach o przekroju kołowym nie przyjmuje ściśle określonej wartości, ale wartość z pewnego przedziału, zależnie od warunków, w jakich odbywa się przepływ.

Obserwacje zachowania barwnika wprowadzonego do cieczy przepływającej przez przewód o przekroju kołowym wykazały, że przy niewielkich liczbach Reynoldsa (czyli przy odpowiednio małych prędkościach przepływu lub niewielkiej jego skali geometrycznej), barwnik tworzy wyraźną cienką stróżkę świadcząca o przepływie laminarnym. Przy stopniowym zwiększaniu prędkości przez pewien czas obserwuje się jeszcze przepływ laminarny, aż po osiągnięciu pewnej wartości granicznej następuje przejście z ruchu laminarnego w turbulentny, objawiające się rozmyciem strugi barwnika w całej objętości przewodu. Najmniejszą liczbą Reynoldsa, określoną wg (2.2.2), przy której można zaobserwować to przejście jest wartość 2320. Jest to **dolna krytyczna liczba Reynoldsa** ($Re_{kr,d}$). Poniżej tej wartości **zawsze** obserwuje się **ruch laminarny**. Jeśli jednak doświadczenie prowadzone jest ostrożnie, a w czasie

jego trwania nie występują nawet drobne zewnętrzne zakłócenia, przejście z ruchu laminarnego w turbulentny może nastąpić później, przy większej wartości liczby Reynoldsa. Maksymalna wartość liczby Reynoldsa, przy której może nastąpić przejście z ruchu laminarnego w turbulentny nosi nazwę **górnej krytycznej liczby Reynoldsa ($Re_{kr g}$)** (rys. 2.2.2a,b). Teoretycznie ruch laminarny można zaobserwować nawet przy wartościach liczby Reynoldsa rzędu kilkudziesięciu tysięcy, ale jest to bardzo trudne do zrealizowania w praktyce. Zaledwie niewielkie zakłócenie zewnętrzne powoduje wtedy utratę laminarnego charakteru przepływu, a raz wytworzony ruch turbulentny przy liczbach Reynoldsa większych niż 2320 utrzymuje się już w sposób trwały. Za górną krytyczną liczbę Reynoldsa, powyżej której zawsze występuje ruch turbulentny, przyjmuje się zazwyczaj wartość 50000, ale dla celów praktycznych można przyjąć, że powyżej wartości 2320 występuje ruch turbulentny.

Z kolei jeśli doświadczenie prowadzone jest w sposób odwrotny, to znaczy następuje stopniowe zmniejszanie prędkości przepływu, a co za tym idzie – wartości liczby Re , począwszy od poziomu przekraczającego 50000 aż do liczb mniejszych niż 2320, obserwacje dowodzą, że dla wartości liczb Re powyżej 2320 nie można zaobserwować ruchu laminarnego, nawet jeśli występował on przy tej wartości Re przy zwiększaniu prędkości przepływu. Potwierdza to poprzednie stwierdzenie, że powyżej wartości $Re = 2320$ raz wywołany ruch turbulentny nie może już przejść w ruch laminarny. Dopiero przy $Re = 2320$ następuje przejście w ruch laminarny, który utrzymuje się także poniżej tej wartości liczby Reynoldsa. Wpływ sposobu prowadzenia doświadczenia na rodzaj ruchu obserwowanego w strefie przejściowej przedstawia rys. 2.2.2b.



Rys. 2.2.2. Interpretacja dolnej i górnej krytycznej liczby Reynoldsa:

a) strefy występowania ruchu laminarnego i turbulentnego; b) przejście z ruchu laminarnego w turbulentny i odwrotnie

W ćwiczeniu dąży się do powtórzenia obserwacji przeprowadzonych przez Reynoldsa i wyznaczenia krytycznej wartości Re dla przepływu pod ciśnieniem w przewodach o przekroju kołowym.

Schemat stanowiska pomiarowego

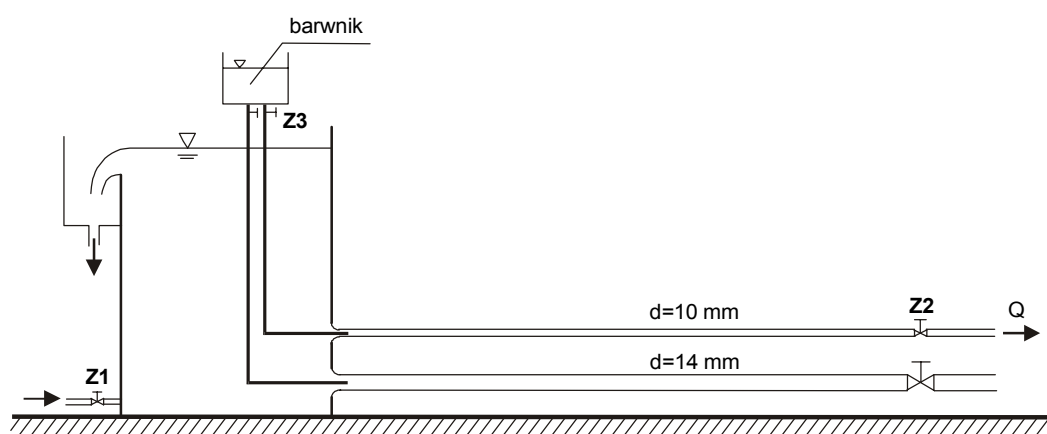
Ćwiczenie wykonywane jest na stanowisku o konstrukcji przedstawionej na rys. 2.2.3, zbliżonej do konstrukcji stanowiska badawczego Reynoldsa (w oryginalnym doświadczeniu Reynolds posługiwał się przewodami usytuowanymi pionowo).

Stanowisko pomiarowe składa się z następujących elementów:

- **zbiornika zasilającego**, zaopatrzonego w zawór doprowadzający wodę do zbiornika, krawędź przelewową, która umożliwi utrzymanie ustalonych warunków przepływu oraz zawór spustowy;
- **dwóch przewodów o przekroju kołowym**, wykonanych ze szkła organicznego, umożliwiającego prowadzenie obserwacji, wyprowadzonych ze zbiornika zasilającego i zakończonych **zaworami** umożliwiającymi regulację natężenia przepływu;
- **zbiorniczek z barwnikiem**, wraz z przewodami doprowadzającymi barwnik do przewodów, wyposażonych w zawory umożliwiające regulację natężenia dopływu barwnika;

oraz urządzeń pomocniczych:

- naczyń do pobierania wody wypływającej z przewodów w celu pomiaru natężenia przepływu;
- cylindra miarowego do precyzyjnego określania ilości pobranej wody;
- stopera;
- termometru do określenia temperatury przepływającej cieczy;
- urządzeń odpływowych.



Rys. 2.2.3. Schemat stanowiska do wyznaczenia dolnej krytycznej liczby Reynoldsa

Przebieg doświadczenia

W ćwiczeniu dla każdego z dwóch przewodów należy dwukrotnie wywołać przejście z ruchu laminarnego w turbulentny oraz dwukrotnie wywołać przejście z ruchu turbulentnego w laminarny i w każdym przypadku określić wartość krytycznej liczby Reynoldsa.

Czynności przygotowawcze

W pierwszym etapie wykonywania ćwiczenia należy:

- 1) **otworzyć zawór doprowadzający wodę do zbiornika zasilającego Z1** tak, aby uruchomić przewle. **Uwaga:** woda powinna przelewać się przez krawędź przelewową w zbiorniku zasilającym w

ciągu całego czasu wykonywania ćwiczenia. Należy zatem odpowiednio często kontrolować krawędź przelewową, a w razie potrzeby zwiększyć ilość cieczy dopływającej do zbiornika zaworem **Z1**. W przeciwnym razie może nastąpić opróżnianie zbiornika, a warunki przepływu nie będą ustalone;

Obserwacja przejścia z ruchu laminarnego w turbulentny

W tym celu należy:

- 2) **wywołać przepływ w jednym z przewodów**, poprzez delikatne otwarcie zaworu regulacyjnego na jego końcu (**Z2**). Ustawić małe natężenie przepływu w przewodzie;
- 3) **doprowadzić barwnik do przewodu** przez otwarcie zaworu znajdującego się w przewodzie doprowadzającym (**Z3**); zaobserwować cienką strugę barwnika w przewodzie, świadczącą o przepływie laminarnym. W razie potrzeby skorygować ilość barwnika doprowadzanego do przewodu;
- 4) delikatnie zwiększając stopniowo prędkość przepływu w przewodzie (poprzez regulację przepływu zaworem na końcu przewodu **Z2**), **zaobserwować** możliwie dokładnie **moment przejścia ruchu laminarnego w turbulentny**. W momencie zaobserwowania zmiany charakteru ruchu należy przerwać manipulowanie przy zaworze regulacyjnym;
- 5) **zakręcić dopływ barwnika**;
- 6) **trzykrotnie metodą objętościową dokonać pomiaru natężenia przepływu** (poprzez pomiar czasu przepływu określonej ilości wody, pobieranej za pomocą podstawionego naczynia; każdorazowo przelać zawartość naczynia do cylindra miarowego i dopiero wówczas odczytać objętość);
- 7) **dokonać pomiaru temperatury cieczy** w zbiorniku zasilającym;
- 8) **zakręcić zawór** na końcu przewodu.

Czynności opisane w punktach 2) – 8) powtórzyć. W obu przypadkach zanotować wyniki pomiarów (tab. 2.2.1).

Obserwacja przejścia z ruchu turbulentnego w laminarny

W tym celu należy:

- 9) **ustawić duże natężenie przepływu w przewodzie**;
- 10) **doprowadzić barwnik do przewodu**;
- 11) zmniejszając prędkość przepływu w przewodzie **zaobserwować** możliwie dokładnie **moment przejścia ruchu turbulentnego w laminarny**;
- 12) **zakręcić dopływ barwnika**;
- 13) **trzykrotnie metodą objętościową dokonać pomiaru natężenia przepływu**;
- 14) **dokonać pomiaru temperatury cieczy** w zbiorniku zasilającym;

Czynności 9) – 14) powtórzyć, ponownie obserwując przejście z ruchu turbulentnego w laminarny.

Obserwacje 2) – 14) wykonać dla drugiego przewodu.

Uwaga: obserwacji charakteru ruchu cieczy w przewodzie należy dokonywać w obszarze w pełni ukształtowanego profilu prędkości, tj. w odległości $L_w \geq 30 d$ od wlotu przewodu, gdyż zaburzenia powstające w strefie wlotu ze zbiornika do przewodu mogą prowadzić do mylnej oceny charakteru przepływu.

Opracowanie wyników pomiarów

W opracowaniu wyników eksperymentu należy:

- 1) na podstawie pomierzonej temperatury określić współczynnik lepkości cieczy;
- 2) na podstawie pomierzonych trzykrotnie czasów i objętości przepływającej cieczy określić natężenie przepływu. Wynik uśrednić;
- 3) na podstawie wyznaczonego natężenia przepływu i znanej średnicy przewodu określić prędkość przepływu cieczy w przewodzie;
- 4) określić wartość krytycznej liczby Reynoldsa dla każdej zmiany rodzaju ruchu.

Wyniki zebrać w dwóch tabelach (tab. 2.2.1) dla dwóch średnic przewodów.

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie powinno zawierać:

- cel i zakres ćwiczenia;
- krótki wstęp teoretyczny z wyjaśnieniem celowości określania krytycznej liczby Reynoldsa;
- opis doświadczenia;
- schemat stanowiska pomiarowego;
- tabelkę z wynikami pomiarów i obliczeń;
- przykład obliczeniowy z przeliczeniem jednostek;
- wnioski dotyczące uzyskanych wartości krytycznych liczb Reynoldsa, ich porównania z dolną krytyczną liczbą Reynoldsa, poprawności wykonania ćwiczenia, czynników wpływających na wynik, subiektywnych wrażeń dotyczących łatwości obserwowania zmian charakteru ruchu itp.

Tabela 2.2.1

Tabela pomiarowo-obliczeniowa do wyznaczenia krytycznej liczby Reynoldsa

| d | $F=\pi d^2/4$ | Obserwowane zjawisko | T | v | V | t | Q=V/t | Q _{sr} | v=Q _{sr} /F | Re | |
|------|--------------------|-------------------------|------|----------------------|--------------------|-----|----------------------|----------------------|----------------------|-----|--|
| [cm] | [cm ²] | | [°C] | [cm ² /s] | [cm ³] | [s] | [cm ³ /s] | [cm ³ /s] | [cm/s] | [-] | |
| | | laminarny → turbulentny | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | turbulentny → laminarny | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |

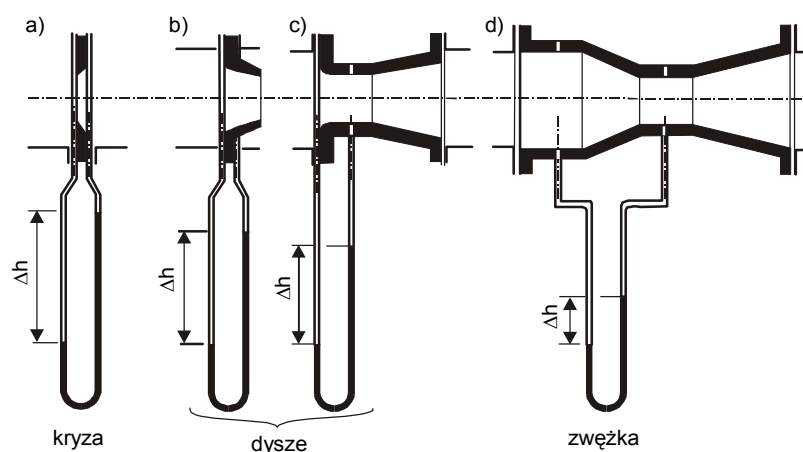
2.3. Cechowanie zwężki Venturiego (Vn)

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z zasadą pracy i parametrami zwężki pomiarowej typu Venturiego oraz dokonanie jej tarowania, polegającego na wyznaczeniu krzywej charakterystycznej zwężki.

Wprowadzenie

Jedną z najczęściej stosowanych metod określania natężenia przepływu cieczy, i jednocześnie najdokładniejszą, jest metoda objętościowa (wolumetryczna), polegająca na pomiarze czasu przepływu określonej objętości cieczy. Objętość ta z kolei jest najczęściej określana za pomocą cechowanego zbiornika lub też – w przypadku przepływu pod ciśnieniem – wodomierza zamontowanego w przewodzie. Niestety, w wielu przypadkach metody tej nie można zastosować. Przyczyną mogą być uniemożliwiające wykorzystanie wodomierza zanieczyszczenia lub agresywny charakter płynącego medium, czy też brak możliwości zamontowania lub podstawienia cechowanego zbiornika do określenia objętości (niekiedy bardzo dużej). Z tego powodu konieczne jest stosowanie innych metod pomiaru natężenia przepływu. W przypadku przepływu cieczy pod ciśnieniem do najpopularniejszych należy wykorzystanie zwęzek pomiarowych.

Zwężką pomiarową nazywany jest odcinek przewodu, montowany w rozpatrywanym rurociągu, na którym to odcinku występuje lokalne zmniejszenie powierzchni przekroju poprzecznego przewodu. W zależności od sposobu konstrukcji, wśród zwęzek pomiarowych rozróżnia się kryzy, dysze oraz – najczęściej stosowane – zwężki Venturiego (rys. 2.3.1). W zwężce Venturiego w sposób wyraźny można wyodrębnić trzy elementy konstrukcyjne: odcinek stopniowego zmniejszania przekroju poprzecznego przewodu (konfuzor), fragment przewodu o stałym, zmniejszonym przekroju, oraz rozszerzenie przekroju poprzecznego do poprzednich wymiarów (dyfuzor) (rys. 2.3.1c). Taka budowa zwężki powoduje znacznie mniejsze zaburzenia przepływu, a co za tym idzie – mniejsze straty energii, niż to jest obserwowane w przypadku kryzy i dysz.



Rys. 2.3.1. Przykłady zwęzek pomiarowych

Konstrukcja zwęzek pomiarowych umożliwia określenie wydatku w sposób pośredni – na podstawie analizy zmian parametrów przepływu (ciśnienia i prędkości) przy przejściu cieczy przez

zwężenie. Wykorzystano tu zjawisko zmiany energii potencjalnej w kinetyczną i związane z tym, łatwe do zaobserwowania, zmniejszenie ciśnienia na zwężonym odcinku przewodu. Na podstawie pomiaru różnicy ciśnień przed zwężeniem i w zwężeniu, możliwe jest określenie prędkości przepływu i – w konsekwencji – wydatku przewodu.

Zależność między natężeniem przepływu Q a wspomnianą różnicą ciśnień Δp może być określona na podstawie równania Bernoulliego. Jednakże problem stanowi wyznaczenie rzeczywistych strat energii przy przepływie przez zwężkę. Dlatego też relacja $Q(\Delta p)$ określana jest zazwyczaj przy założeniu, że przepływ przez zwężkę odbywa się bez strat energii mechanicznej (czyli na podstawie równania Bernoulliego dla cieczy nielepkiej). W pierwszej kolejności wyznaczany jest wydatek teoretyczny Q_{teor} , który następnie poprawiany jest przez pewien współczynnik, korygujący wynik z uwagi na wszystkie czynione uproszczenia:

$$Q_{rzecz} = m Q_{teor} \quad (2.3.1)$$

Współczynnik m nazywany jest **współczynnikiem wydatku**. Uwzględnia on przede wszystkim:

- stratę ciśnienia (która jest miarą straty energii mechanicznej) spowodowaną zawirowaniami powstającymi w obrębie zwężki,
- nierównomierny rozkład prędkości w przekroju strumienia,
- niedokładności pomiaru różnicy ciśnień.

Aby zatem zwężka mogła być zastosowana jako urządzenie pomiarowe, należy określić teoretyczny wydatek Q_{teor} oraz współczynnik przepływu m .

Teoretyczny wydatek zwężki

Zgodnie z równaniem Bernoulliego dla cieczy nielepkiej, dla przekrojów przed zwężeniem 1 i w zwężeniu 2 (rys. 2.3.2) można zapisać:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} \quad (2.3.2)$$

gdzie z_1 i z_2 są rzędnymi określającymi położenie środków ciężkości odpowiednich przekrojów poprzecznych, natomiast p_1 i p_2 oraz v_1 i v_2 oznaczają odpowiednio ciśnienie i średnie prędkości przepływu w osi analizowanych przekrojów. Korzystając z równania ciągłości:

$$Q = F v = const \quad (2.3.3)$$

gdzie F jest polem przekroju poprzecznego, można określić wzajemną relację między prędkościami v_1 i v_2 , która w przypadku przekrojów kołowych przyjmuje postać:

$$v_2 = v_1 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 = v_1 n \quad (2.3.4)$$

gdzie d_1 i d_2 są średnicami w odpowiednich przekrojach, natomiast n jest odwrotnością tzw. modułu zwężki m_z :

$$m_z = \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 = \frac{1}{n} \quad (2.3.5)$$

Podstawiając (2.3.4) do (2.3.2), po przekształceniach uzyskuje się ogólną relację określającą prędkość v_1 :

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g \left[\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right) \right]}{n^2 - 1}} \quad (2.3.6)$$

Oznaczając

$$\Delta H = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right) = (z_1 - z_2) + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \quad (2.3.7)$$

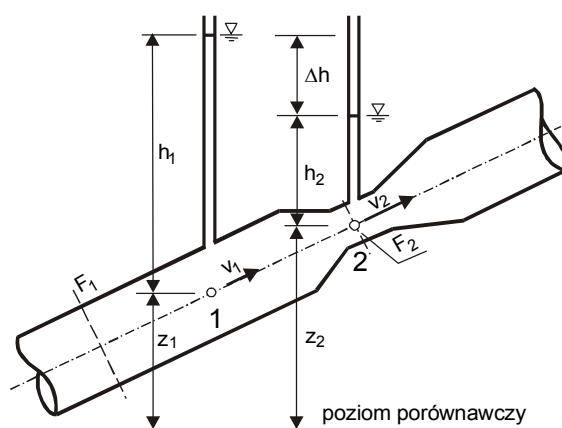
otrzymuje się ostatecznie teoretyczną relację

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g}{n^2 - 1}} \sqrt{\Delta H} \quad (2.3.8)$$

z której zgodnie z formułą w prosty sposób można określić wydatek teoretyczny:

$$Q_{teor} = F_1 v_1 = C \sqrt{\Delta H}, \quad C = \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{\frac{2g}{n^2 - 1}} \quad (2.3.9a,b)$$

gdzie C jest stałym dla danej zwężki współczynnikiem związanym z jej geometrią.



Rys. 2.3.2. Schemat zwężki Venturiego

Różnica między ciśnieniami p_1 i p_2 może być określona za pomocą różnego rodzaju przyrządów pomiarowych. Do najczęściej stosowanych w tym przypadku należą piezometry (rys. 2.3.2) lub manometry różnicowe. W urządzeniach tych odczytuje się różnicę poziomów zwierciadeł cieczy Δh między przekrojami 1 i 2, a następnie określa się występującą w (2.3.9a) wielkość ΔH , zdefiniowaną formułą (2.3.7) Na tej podstawie można określić ostateczną relację:

$$Q_{teor} = c_{teor} \sqrt{\Delta h} \quad (2.3.10)$$

między wydatkiem a odczytem z urządzeń do pomiaru ciśnienia, która jest wygodniejsza w praktyce niż (2.3.9a), ponieważ pokazuje bezpośrednią zależność między odczytem a poszukiwaną wielkością. Należy przy tym wyraźnie podkreślić, że w zależności od rodzaju zastosowanego urządzenia, a w przypadku manometrów różnicowych – także od rodzaju medium w manometrze, przy tym samym

wydatku zaobserwowana zostanie inna różnica poziomów cieczy Δh między przekrojami 1 i 2, inny zatem będzie współczynnik c_{teor} występujący w (2.3.10). Przykładowo, jeśli pomiaru ciśnień dokonano za pomocą dwóch piezometrów (rys. 2.3.2), wówczas

$$\Delta H = \left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right) = (z_1 + h_1) - (z_2 + h_2) = \Delta h, \quad (2.3.11)$$

a zatem

$$c_{teor} = C \quad (2.3.12)$$

Z kolei, jeśli do pomiaru różnicy ciśnień zastosowany zostanie manometr różnicowy olejowy, analogiczna relacja przyjmie postać:

$$\Delta H = \left(1 - \frac{\rho_{ol}}{\rho} \right) \Delta h \quad (2.3.13)$$

gdzie ρ_{ol} jest gęstością oleju, zaś ρ – gęstością cieczy przepływającej przez rurociąg. Stąd:

$$c_{teor} = C \sqrt{1 - \frac{\rho_{ol}}{\rho}} \quad (2.3.14)$$

Widać zatem, że ostateczna postać teoretycznej zależności (2.3.10) musi być określona dla konkretnego układu zwężki i urządzeń do pomiaru ciśnienia.

Rzeczywisty wydatek zwężki. Cechowanie zwężki pomiarowej

Wprowadzona powyżej relacja (2.3.10) jest, jak już wspomniano, prawdziwa w przypadku cieczy nielepkiej. W praktyce opory przy przepływie są na tyle duże, że nie można ich pominąć, szczególnie, że urządzenie ma służyć do celów pomiarowych, a zatem powinno umożliwiać określenie wydatku z dostateczną dokładnością. Wycechowanie zwężki ma więc na celu znalezienie rzeczywistej relacji między natężeniem przepływu a mierzoną różnicą poziomów zwierciadeł cieczy w manometrze lub piezometrach. Zgodnie zatem z (2.3.1), **rzeczywiste natężenie przepływu** jest iloczynem wydatku teoretycznego i współczynnika wydatku. Ostatecznie więc, wzór na rzeczywiste natężenie przepływu przez zwężkę przyjmuje postać

$$Q_{rzecz} = m Q_{teor} = m c_{teor} \sqrt{\Delta h} = c_{rzecz} \sqrt{\Delta h} \quad (2.3.15)$$

Uzyskana relacja ma formalnie prostą postać, przy czym – jak wykazują wyniki pomiarów – współczynnik wydatku m jest funkcją dwóch parametrów – modułu zwężki m_z i liczby Reynoldsa Re :

$$m = f(m_z, Re) \quad (2.3.16)$$

W konsekwencji więc, relacja (2.3.15) staje się bardziej skomplikowaną zależnością między Q_{rzecz} i Δh , jako że wartość m zależna jest od prędkości (bo jest zależna od Re), a co za tym idzie także od natężenia przepływu. Zatem współczynnik c_{rzecz} nie jest również wartością stałą. Mimo to relacja (2.3.15) jest niekiedy stosowana przy założeniu stałej wartości c_{rzecz} . Należy jednak pamiętać, że w ogólnym przypadku jest to uproszczenie. Najczęściej więc stosuje się inne podejście. Zakłada się mianowicie, że relacja między Q_{rzecz} a Δh ma postać funkcji potęgowej

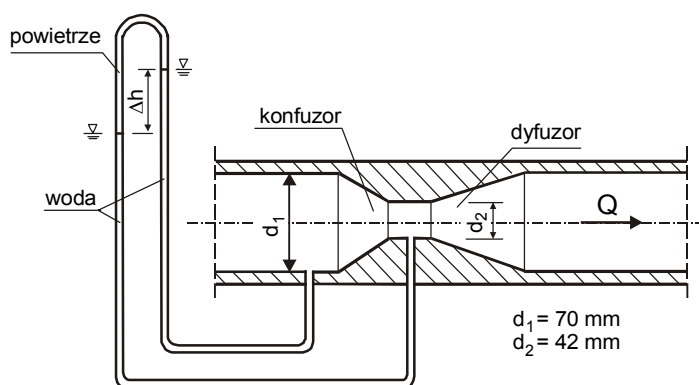
$$Q_{rzecz} = a (\Delta h)^b \quad (2.3.17)$$

i zamiast określania uśrednionej wartości współczynnika c_{rzecz} wyznaczone są dwa niezależne współczynniki a i b , co umożliwia lepsze odwzorowanie charakteru zależności.

Tarowanie (cechowanie) zwężki polega na określeniu charakterystycznych dla niej wielkości i parametrów, z których najistotniejsze znaczenie praktyczne ma postać zależności (2.3.17) (lub ewentualnie (2.3.15)), zwanej **krzywą charakterystyczną**. Sprowadza się to do wykonania szeregu pomiarów Δh przy zmienianym znanym natężeniu przepływu (na stanowisku do tarowania musi zatem znaleźć się inne niż badana zwężka urządzenie umożliwiające pomiar wydatku), naniesienia uzyskanych punktów $(\Delta h, Q)$ na wykres i wyrównania zależności funkcją (2.3.17) lub (2.3.15), najczęściej na drodze aproksymacji metodą najmniejszych kwadratów. W efekcie uzyskuje się prostą relację między bezpośrednio odczytywaną wartością Δh a poszukiwaną wartością natężenia przepływu. Dodatkowo na etapie cechowania określany jest moduł zwężki m_z i zależność współczynnika wydatku od liczby Reynoldsa m (Re).

Opis stanowiska pomiarowego

W ćwiczeniu dokonuje się tarowania zwężki Venturiego umieszczonej na poziomym odcinku przewodu o przekroju kołowym. Zarówno zwężka jak i bezpośrednio stykające się z nią odcinki przewodu wykonane są z przezroczystego materiału, umożliwiającą obserwację przepływu. Do pomiaru różnicy ciśnień służy manometr różnicowy wypełniony powietrzem (rys. 2.3.3). Przewód wyposażony jest w zawór, za pomocą którego regulowane jest natężenie przepływu oraz wodomierz, umożliwiający pomiar wydatku metodą objętościową.



Rys. 2.3.3. Schemat stanowiska pomiarowego

Wykonanie ćwiczenia

W ćwiczeniu należy wyznaczyć krzywą charakterystyczną, moduł zwężki oraz zależność współczynnika wydatku od liczby Reynoldsa. W tym celu należy kolejno:

- 1) odpowietrzyć instalację i za pomocą zaworu regulacyjnego ustalić największy przepływ, przy którym możliwe jest jeszcze odczytanie różnicy poziomów zwierciadeł cieczy w obu rurkach manometru różnicowego;

- 2) pomierzyć wydatek Q_{rzecz} metodą objętościową – za pomocą wodomierza i stopera;
- 3) odczytać położenia zwierciadeł wody w obu rurkach manometru różnicowego;
- 4) za pomocą zaworu regulacyjnego zmniejszyć natężenie przepływu i ponownie wykonać czynności z punktów 2) i 3). Powtarzać pomiary przy kolejno zmienianym wydatku, aż do uzyskania łącznie serii dwudziestu pomiarów natężenia przepływu i odczytów z manometru. Wyniki pomiarów zapisać w tabeli 2.3.1.
- 5) po zakończeniu serii pomiarów pomierzyć temperaturę wody w instalacji.

Uwaga: w trakcie określania wydatku należy każdorazowo zmierzyć czas przepływu przyjętej wcześniej objętości wody. Objętość tę należy tak dobrać, by czas pomiaru nie był krótszy niż 30 sekund. W przypadku badanej zwężki należy przyjmować objętość od 20 (dla małych natężeń przepływu) do 60 (dla dużych wydatków) dm^3 .

Opracowanie wyników pomiarów

W opracowaniu wyników pomiarów należy:

- 1) określić moduł zwężki oraz wartość współczynników C i c_{teor} . Określić wzór funkcji odwzorowującej zależność $Q_{teor}(\Delta h)$ dla badanej zwężki;
- 2) dla każdego z 20 pomiarów określić różnicę poziomów zwierciadeł wody w rurkach manometru różnicowego Δh i odpowiadającą jej różnicę ciśnień Δp . Na podstawie uzyskanych wartości Δh i wyznaczonej wcześniej postaci funkcji $Q_{teor}(\Delta h)$ w każdym przypadku określić wydatek teoretyczny Q_{teor} ;
- 3) dla każdego z 20 pomiarów na podstawie pomierzonego czasu t przepływu objętości V określić wydatek rzeczywisty Q_{rzecz} , a następnie prędkość przepływu w rurociągu v_1 i liczbę Reynoldsa Re ;
- 4) na podstawie obliczonych Q_{teor} i Q_{rzecz} dla każdego pomiaru wyznaczyć wartość współczynnika m (zgodnie z relacją (2.3.1));
- 5) na wykresie zależności $Q(\Delta h)$ nanieść punkty pomiarowe i wyrównać uzyskaną zależność krzywą postaci $Q_{rzecz} = a(\Delta h)^b$ lub/i $Q_{rzecz} = c_{rzecz}(\Delta h)$ metodą najmniejszych kwadratów. Postać zależności należy uzgodnić z prowadzącym ćwiczenie. Na tym samym wykresie nanieść krzywą $Q_{teor}(\Delta h)$;
- 6) sporządzić wykres zależności $m(Re)$.

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie z wykonania ćwiczenia powinno zawierać:

- opis celu ćwiczenia;
- wstęp teoretyczny z dokładnym wyprowadzeniem zależności $Q_{teor}(\Delta h)$ i szkicem linii energii i ciśnienia dla przypadku przepływu cieczy nielepkiej przez zwężkę zastosowaną na badanym stanowisku;
- schemat stanowiska pomiarowego;
- opis przebiegu doświadczenia;
- tabelę z wynikami pomiarów i obliczeń,

- wykres przedstawiający funkcję $Q_{teor}(\Delta h)$ oraz uzyskane punkty pomiarowe i wyrównaną krzywą $Q_{rzecz}(\Delta h)$,
- wykres przedstawiający zależność $m(\text{Re})$,
- omówienie wyników i wnioski.

Tabela 2.3.1

Zestawienie wyników pomiarów i obliczeń

T = °C; ν = cm^2/s ; C = $\text{cm}^{5/2}/\text{s}$; c_{teor} = $\text{cm}^{5/2}/\text{s}$

| Nr pomiaru | Odczyt z ramion manometru | | Δh | Δp | Q_{teor} | V | t | Q_{rzecz} | $v_1 = \frac{4Q_{rzecz}}{\pi d_1^2}$ | $\text{Re} = \frac{v_1 d_1}{\nu}$ | m |
|------------|---------------------------|---------------------|----------------------|--------------------|------------|----------------------|--------|-------------|--------------------------------------|-----------------------------------|---|
| | lewe | prawe | | | | | | | | | |
| | [cm] | [cm] | | | | | | | | | |
| | [cm] | [N/m ²] | [cm ³ /s] | [cm ³] | [s] | [cm ³ /s] | [cm/s] | [-] | [-] | | |
| 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | | | | |
| 16 | | | | | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | | | | |

T – temperatura,

ν – kinematyczny współczynnik lepkości cieczy w temperaturze T

2.4. Wyznaczanie współczynników oporu przy przepływie cieczy w rurociągu (R)

Celem ćwiczenia jest laboratoryjne określenie wartości **współczynników oporów liniowych i miejscowych** przy przepływie wody w rurociągu. W doświadczeniu analizowany jest układ przewodów o zróżnicowanych średnicach i wykonanych z różnych materiałów (rury stalowe ocynkowane, miedziane i z tworzywa sztucznego), połączonych szeregiem różnorodnych kształtek stanowiących lokalne opory w rurociągu.

Dodatkowym celem ćwiczenia jest doświadczalna weryfikacja najczęściej stosowanych formuł do wyznaczenia teoretycznej wartości współczynników oporu oraz obserwacja przebiegu linii ciśnień na podstawie układu zwierciadeł wody w piezometrach.

Wprowadzenie

Miara energii mechanicznej strumienia przepływającej cieczy jest wartość tzw. trójmianu Bernoulliego:

$$B = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha v^2}{2g} \quad (2.4.1)$$

w którym B jest wartością energii mechanicznej wyrażonej w jednostkach wysokości słupa cieczy, z jest wzniesieniem środka ciężkości przekroju poprzecznego strumienia ponad przyjętym poziomem porównawczym, p jest ciśnieniem, v – średnią prędkością strumienia, a α jest współczynnikiem de Saint Venanta.

Przemiany energetyczne przy przepływie cieczy przez przewód zamknięty określa równanie Bernoulliego, które dla wybranego odcinka przewodu, ograniczonego przekrojami 1 i 2 przyjmuje postać:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{str1-2} \quad (2.4.2)$$

Oznacza to, że w trakcie przepływu cieczy możliwe są wzajemne przemiany form energii mechanicznej – potencjalnej w kinetyczną i odwrotnie (np. na skutek zmiany geometrii przewodu), a ponadto część energii mechanicznej cieczy jest tracona na pokonanie oporów tarcia przy przepływie, co określane jest **stratami energii mechanicznej** lub **stratami hydraulicznymi** h_{str} . Wśród strat energii mechanicznej wyróżnia się **straty na długości**, zwane też **stratami liniowymi** (spowodowane tarciami wewnętrznym cieczy wzdłuż odcinków o regularnym przebiegu linii prądu, głównie w pobliżu ścianek) oraz **straty miejscowe** lub inaczej **lokalne** (spowodowane tarciami wewnętrznym cieczy wzdłuż odcinków o nieregularnym, skomplikowanym przebiegu linii prądu, co z reguły wywołane jest przez lokalnie umieszczone przeszkody, np. zawory, kolanka itp.).

Straty na długości

Wysokość **liniowych strat energii** przy przepływie zależna jest od szeregu czynników, przede wszystkim od rodzaju przepływającej cieczy, prędkości jej przepływu, rodzaju ruchu panującego w przewodzie (ruch laminarny lub turbulentny), geometrii przewodu (długości przewodu, kształtu i wy-

miarów przekroju poprzecznego) oraz chropowatości wewnętrznej powierzchni rury. Najczęściej stosowanym wzorem umożliwiającym określenie wysokości strat energii w przewodzie kołowym o stałej średnicy d i długości L jest formuła Darcy'ego-Weisbacha:

$$h_{str} = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} \quad (2.4.3)$$

w której v jest średnią prędkością przepływu strumienia, g – przyspieszeniem ziemskim, zaś λ jest **współczynnikiem oporów liniowych**, uwzględniającym wpływ pozostałych czynników na wysokość strat energii. Warto podkreślić, że wzór Darcy'ego-Weisbacha nie jest jedynym wzorem, jaki określa opory na długości (można tu wymienić chociażby wzór Chézy), jednakże w przypadku przepływu cieczy pod ciśnieniem jest niewątpliwie jednym z najczęściej stosowanych. W sytuacji, gdy kształt przekroju poprzecznego przewodu jest inny niż kołowy, jako liniowy wymiar charakteryzujący przekrój stosuje się promień hydrauliczny R_h , definiowany jako

$$R_h = \frac{F}{O_z} \quad (2.4.4)$$

gdzie F jest polem przekroju poprzecznego przewodu, zaś O_z jest długością obwodu zwilżonego. Uwzględniając, że dla przewodu kołowego R_h jest równy $d/4$, uzyskuje się ogólniejszą postać wzoru (2.4.3):

$$h_{str} = \lambda \frac{L}{4R_h} \frac{v^2}{2g} \quad (2.4.5)$$

Podstawowym problemem związanym z zastosowaniem formuł (2.4.3) lub (2.4.5) do wyznaczenia wysokości strat liniowych jest poprawne określenie wartości **współczynnika oporów liniowych** λ , który – jak już wspomniano – uwzględnia wpływ rodzaju ruchu i chropowatości materiału przewodu na wysokość strat energii.

Z technicznego punktu widzenia każdy materiał, z którego wykonany jest przewód, wykazuje pewną chropowatość. Zależy ona nie tylko od wysokości nierówności na ścianie, czyli wzniesień i wgłębień na wewnętrznej powierzchni rury, ale także od kształtu i rozmieszczenia tych nierówności. Jest więc ona związana zarówno z rodzajem materiału jak i stopniem jego zużycia (np. korozja przewodów). Za miarę chropowatości przyjmuje się pewną wartość k (wyrażaną w milimetrach), która określa średnią wysokość nierówności na powierzchni przewodu, z uwzględnieniem nierównomierności ich rozmieszczenia. Wielkość k nazywana jest **chropowatością bezwzględną**. Orientacyjne jej wartości można znaleźć w odpowiednich tabelach. Przykładowo, dla nowych rur stalowych k może być mniejsze od 0,1 mm, podczas gdy dla skorodowanych rur żeliwnych z inkrustacjami może osiągać wartość nawet do 3 mm. W przypadku rur wykonanych z nowych materiałów (np. kolejnych odmian tworzyw sztucznych), szacunkowa wartość k powinna być podawana przez ich producenta. Przykładowe wartości współczynnika k dla przewodów wykonanych z różnych materiałów przedstawiono w rozdziale II „Materiały pomocnicze. Współczynniki oporów liniowych przy przepływie cieczy w rurociągach i kanałach otwartych”.

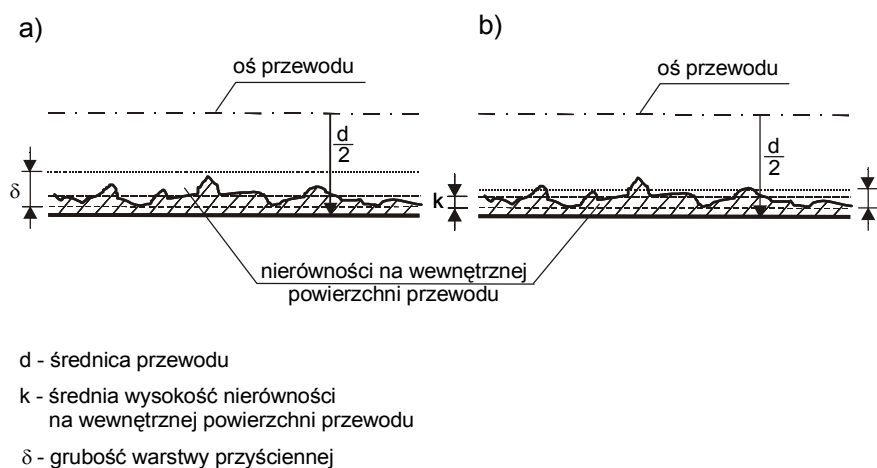
Jak wykazała praktyka, w przypadku przepływu cieczy chropowatość bezwzględna nie jest wystarczającą miarą, umożliwiającą ocenę wpływu rodzaju materiału na parametry przepływu. Ta sama wysokość nierówności na powierzchni przewodu może mieć istotne znaczenie w przypadku przewodów o

małych wymiarach przekroju poprzecznego, a z kolei może być zaniechana przy wielkośrednicowych rurociągach. Za miarodajną uznaje się zatem tzw. **chropowatość względną**, czyli odniesioną do liniowego wymiaru charakteryzującego przekrój poprzeczny rurociągu. W przypadku rur kołowych chropowatość względną ε najczęściej określana jest jako

$$\varepsilon = \frac{k}{d} \quad (2.4.6)$$

gdzie d jest średnicą rury.

Ostateczne określenie wpływu, jaki struktura łożyska wywiera na parametry przepływu, możliwe jest dopiero przy uwzględnieniu wzajemnej relacji między **chropowatością bezwzględną** k a grubością **warstwy przyściennej** δ , wytwarzającej się w czasie przepływu cieczy. Wpływ chropowatości na parametry przepływu uwidacznia się dopiero wówczas, gdy nierówności powierzchni przewodu wystają poza obręb warstwy przyściennej, czyli gdy $k > \delta$. Mówi się wówczas o tzw. rurze **hydraulicznie (hydrometrycznie) szorstkiej** (rys. 2.4.1b). W przeciwnym wypadku, gdy $k \leq \delta$, rurę nazywa się **hydraulicznie (hydrometrycznie) gładką** (rys. 2.4.1a).



Rys. 2.4.1. Grubość warstwy przyściennej a chropowatość przewodu:
a) rura hydraulicznie gładka, b) rura hydraulicznie szorstka

Grubość warstwy przyściennej zależy od rodzaju ruchu cieczy, a zatem i od liczby Reynoldsa Re . Podsumowując więc powyższe rozważania można stwierdzić, że współczynnik oporów liniowych λ jest funkcją dwóch wielkości – liczby Reynoldsa i chropowatości względnej

$$\lambda = f(Re, \varepsilon) \quad (2.4.7)$$

Jak wykazują doświadczenia, grubość warstwy przyściennej maleje ze wzrostem liczby Reynoldsa, co oznacza, że im przepływ jest bardziej turbulentny, tym istotniejsze znaczenie odgrywa chropowatość materiału przewodu. Z kolei przy niskich liczbach Reynoldsa współczynnik oporów zależy wyłącznie od wartości tej liczby, a nie zależy od chropowatości. Dla przypadku **ruchu laminarnego** można wykazać, że wzajemna relacja między λ a Re ma bardzo prostą postać

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (2.4.8)$$

przy czym liczba Reynoldsa definiowana jest jako:

$$\text{Re} = \frac{v d}{\nu} \quad (2.4.9)$$

gdzie ν jest kinematycznym współczynnikiem lepkości cieczy. Warto zauważyć, że po wstawieniu (2.4.8) do (2.4.3) można wykazać, iż w ruchu laminarnym wysokość strat energii h_{str} jest wprost proporcjonalna do prędkości przepływu w potęgze pierwszej.

Z kolei w przypadku **ruchu turbulentnego** określenie jednej, ogólnej postaci relacji (2.4.7) nie jest możliwe, gdyż w różnych zakresach liczb Reynoldsa relacja ta przybiera odmienny charakter. Szerokie badania, pozwalające określić konkretną postać tej zależności, przeprowadził H. Blasius. Wykorzystał do tego celu gładkie rury mosiężne, a jego doświadczenia, ograniczone do liczb Reynoldsa do 100 000 pozwoliły na określenie formuły (2.4.7) dla **rur hydraulicznie gładkich**:

$$\lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}} \text{ dla } 2300 < \text{Re} < 100\,000 \quad (2.4.10)$$

W tym przypadku wysokość strat energii h_{str} jest proporcjonalna do prędkości w potęgze 1,75.

Przy dalszym wzroście wartości liczby Reynoldsa obserwuje się strefę, w której współczynnik λ zaczyna zależeć także i od chropowatości względnej, a postać relacji (2.4.7) ma bardziej złożony charakter. Badania oporów w tej strefie wartości Re jako jeden z pierwszych prowadził Nikuradse. Sztuczną chropowatość przewodu imitował on ziarnami piasku przyklejanymi na wewnętrznej powierzchni rury. W rezultacie jego badań powstał wykres przedstawiający relację (2.4.7) w pełnym zakresie liczb Reynoldsa, który to ze względu na charakterystyczny kształt określany jest często „harfą Nikuradsego” (rys. 2a). Dalsze badania, już dla naturalnej chropowatości przewodów, prowadzili m.in. Colebrook i White, a później także Moody, Walden i inni. W rezultacie powstała kolejna wersja wykresu, zwana wykresem Colebrooka i White’a lub wykresem Moody’ego (rys. 2.4.2b).

Analizując powyższe wykresy można zauważyć, że w **środkowym zakresie liczb Reynoldsa** (dla rur hydraulicznie szorstkich, ale w nie w pełni rozwiniętym ruchu turbulentnym), współczynnik λ zależy **zarówno od liczby Reynoldsa jak i chropowatości względnej**. Dla tego zakresu istnieje cały szereg wzorów określających postać relacji (2.4.7), z których najczęściej stosowanym jest **wzór Colebrooka-White’a**:

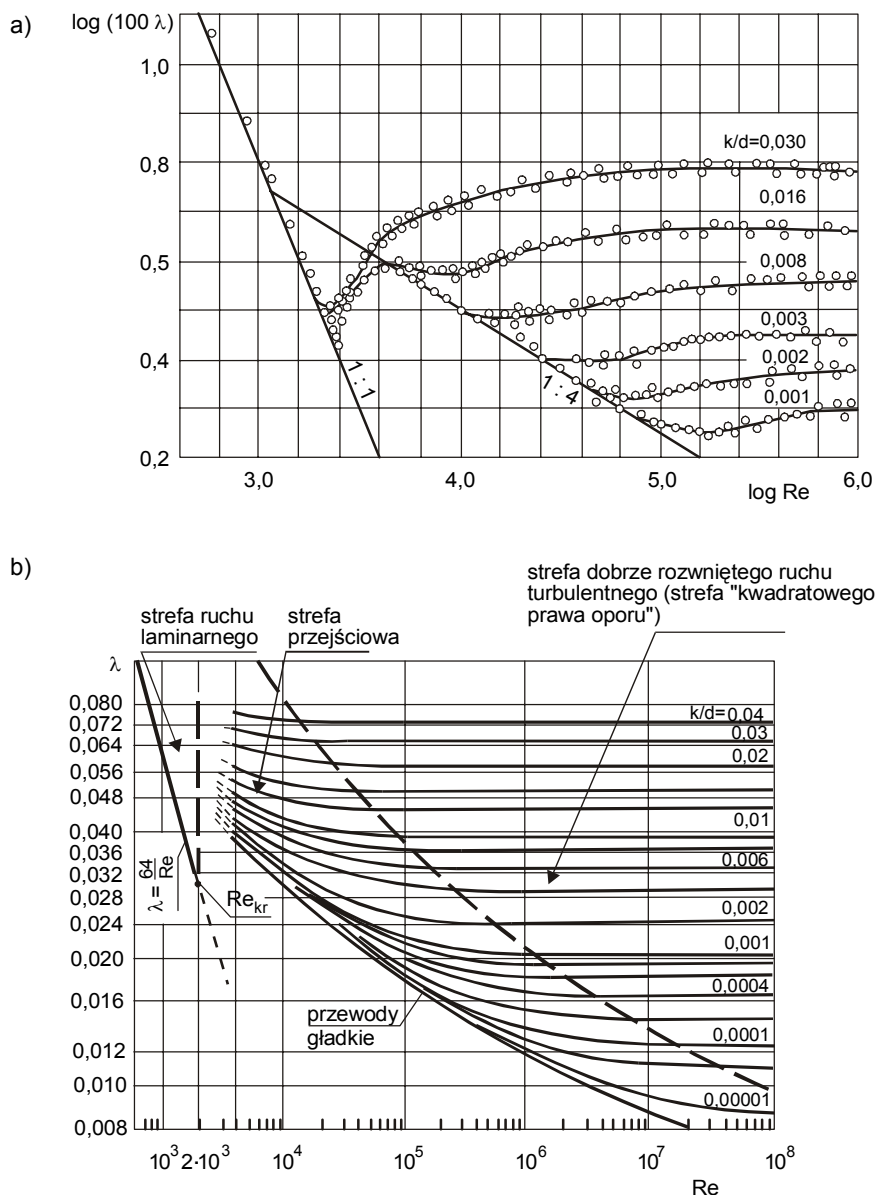
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3,72 d} \right) \quad (2.4.11)$$

W tym zakresie wykładnik potęgi prędkości, do której proporcjonalna jest wysokość strat energii zmienia się w zakresie (1,75 – 2,00).

Przy dostatecznie dużych wartościach liczby Reynoldsa wyraźne jest poziome, równoległe do osi Re ułożenie linii na wykresie. Oznacza to, że w **dobrze rozwiniętym ruchu turbulentnym** wartość współczynnika λ **zależy wyłącznie od chropowatości względnej**, nie zależy natomiast od Re. W tej strefie zatem wysokość strat energii jest proporcjonalna do prędkości w potęgze drugiej, przez co jest ona nazywana często „**strefą kwadratowego prawa oporu**”. W tym przypadku teoretyczna wartość współczynnika λ może być określona ze wzoru (2.4.11) przy założeniu, że $\text{Re} \rightarrow \infty$, skąd otrzymuje się:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3,72d} \right) \quad (2.4.12)$$

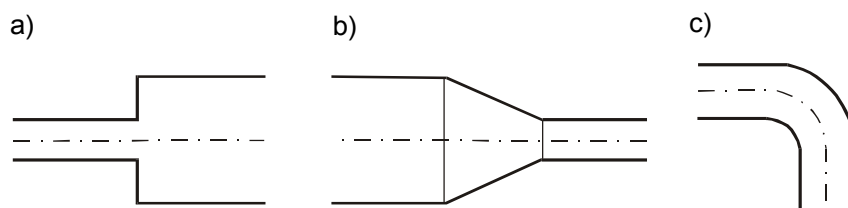
Powyższa relacja nosi nazwę uproszczonego wzoru Colebrooka-White'a.



Rys. 2.4.2. Wykres zależności między współczynnikiem oporów liniowych λ , liczbą Reynoldsa Re i chropowatością względną ε : a) harfa Nikuradsego, b) wykres Colebrooka i White'a

Lokalne straty energii

Miejscowe opory przy przepływie związane są z lokalnie występującymi „przeszkodami”, takimi jak **zmiany średnic przewodu** (gwałtowne lub łagodne – rys. 2.4.3a,b) **zmiany kierunku przepływu** (np. kolanka – rys. 2.4.3c, załamania przewodu), **trójniki** (a także czwórniki, rozdzielacze itp.), **armatura zamontowana na przewodzie** (regulacyjna – np. wszelkiego typu zawory, zasuwki, kurki, pomiarowa – np. wodomierze itp.), **włoty** ze zbiornika do rurociągu i z rurociągu do zbiornika i inne.



Rys. 2.4.3. Przykłady kształtek powodujących lokalne straty energii mechanicznej:

a) gwałtowne rozszerzenie przewodu, b) łagodne zwężenie przewodu (konfuzor), c) kolanko 90°

Mimo znacznego zróżnicowania typu przeszkody, a co za tym idzie – lokalnego charakteru przepływu (tzn. układu linii prądu w obrębie przeszkody, ewentualnego powstawania stref zawirowań, lokalnego wzrostu prędkości itp.), miejscowe straty energii obliczane są ze stosunkowo prostego wzoru, jednakowego dla wszystkich typów przeszkody:

$$h_{str} = \zeta \frac{v^2}{2g} \quad (2.4.13)$$

w którym ζ jest współczynnikiem oporów lokalnych, zależnym od typu przeszkody. Ze względu na fakt, iż w przypadku niektórych kształtek następuje zmiana średniej prędkości przepływu (np. przy rozszerzeniu przewodu), najczęściej przyjmuje się, że prędkość występująca w formule (2.4.13) oznacza prędkość **za przeszkodą**, i dla takiego założenia wyznaczane są wartości współczynników oporu. Możliwe jest również odnoszenie współczynnika strat lokalnych do prędkości przed przeszkodą. Przy podawaniu wartości ζ informacja ta musi być wyraźnie zaznaczona.

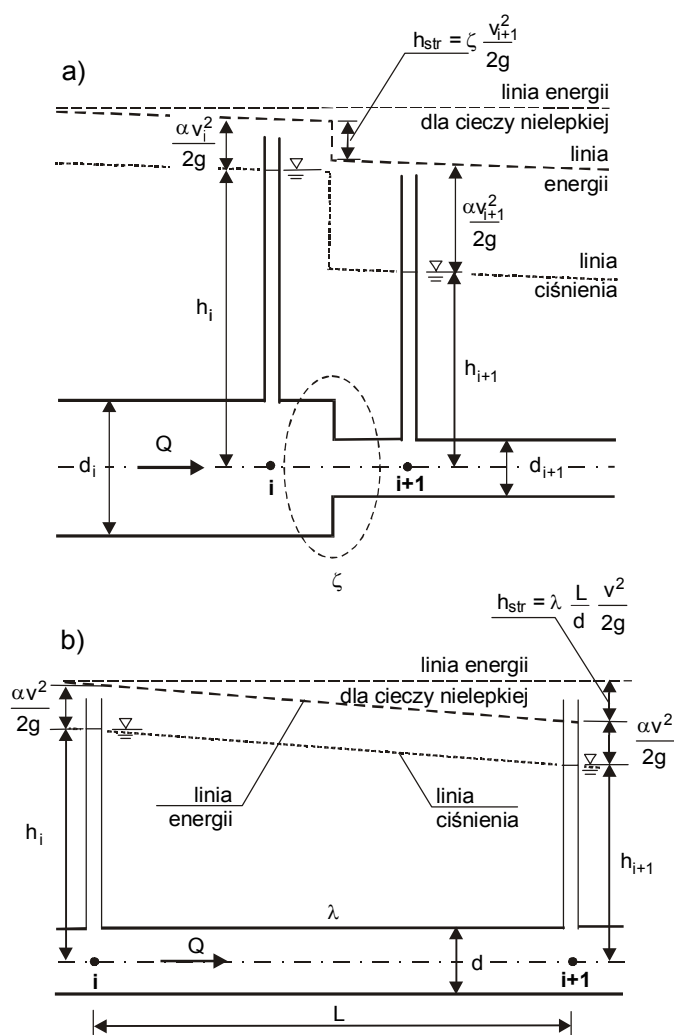
W większości przypadków, w tym w przeważającej części zagadnień projektowych, wartości współczynników oporów lokalnych określone są na podstawie tabel i ewentualnie danych producenta kształtek (patrz: Rozdział II. „Materiały pomocnicze” – „Współczynniki oporów lokalnych przy przepływie cieczy w rurociągach”). Zależą one od typu przeszkody i od jej cech specyficznych: np. w przypadku zmiany powierzchni przekroju – od średnicy przewodu przed i za kształtką, dla zaworów – od rodzaju zaworu, niekiedy od jego średnicy i stopnia otwarcia itp. Warto natomiast zwrócić uwagę, że współczynniki przyjmowane na podstawie tabel **nie zależą od prędkości przepływu**. Oznacza to, że – zgodnie z (2.4.13) – wysokość strat energii na oporze lokalnym jest proporcjonalna do kwadratu prędkości strumienia cieczy, a co za tym idzie, że przy obliczeniach lokalnych strat energii milcząco zakłada się **ruch turbulentny**. Z praktycznego punktu widzenia jest to założenie słuszne, gdyż w typowych instalacjach i sieciach mamy zawsze do czynienia z ruchem turbulentnym. Ponadto jest to założenie znacząco ułatwiające obliczenia. Nie mniej jednak z formalnego punktu widzenia należy wziąć pod uwagę także przypadki mniej typowe, w których wystąpi ruch laminarny lub turbulentny w strefie przejściowej, a wówczas wartości współczynników podawane w tabelach mogą znacznie odbiegać od rzeczywistych.

Przedstawiane w literaturze i podane wyżej sposoby określania współczynników oporów są w większości przypadków wystarczające do typowych obliczeń inżynierskich. W niektórych jednak przypadkach, na przykład dla przepływów strefy przejściowej (turbulentnych przy stosunkowo niskich liczbach Reynoldsa), obliczenia mogą przysparzać trudności. Ponadto w przypadku oporów liniowych nie ma praktycznej możliwości precyzyjnego określenia chropowatości przewodu. Co więcej, dla wie-

lu nowych materiałów brak jest podobnych danych. Z tego powodu najlepszym sposobem określania współczynników oporów jest **metoda laboratoryjna**.

Określenie współczynnika oporu metodą doświadczalną

Wyznaczenie współczynnika oporów lokalnych lub liniowych metodą laboratoryjną przebiega w stosunkowo prosty sposób. Badaną kształtkę lub odcinek rury umieszcza się w przewodzie o znanej geometrii. W przekrojach i oraz $i + 1$ na końcach analizowanego wycinka rurociągu (czyli przed i za kształtką lub na początku i końcu badanego odcinka rury – rys. 2.4.4a,b) montuje się piezometry lub inne urządzenia do pomiaru ciśnienia.



Rys. 2.4.4. Schemat obliczeniowy do określania współczynnika oporów:
a) lokalnych, b) na długości

Po uruchomieniu zasilania następuje przepływ cieczy, którego natężenie należy pomierzyć, tak by na tej podstawie określić prędkości przepływu w przewodzie. Dla przekrojów i oraz $i+1$ określa się odpowiadające im wysokości energii mechanicznej, wyrażone wartościami trójmianu Bernoulliego B_i i B_{i+1} zgodnie z (2.4.1). Różnica tych wartości pozwala ocenić wysokość strat energii między przekro-

jami i oraz $i + 1$:

$$h_{str} = B_i - B_{i+1} = \left(z_i + \frac{p_i}{\gamma} + \frac{\alpha v_i^2}{2g} \right) - \left(z_{i+1} + \frac{p_{i+1}}{\gamma} + \frac{\alpha v_{i+1}^2}{2g} \right) \quad (2.4.14)$$

co dla $z_i = z_{i+1}$ oraz przy zastosowaniu piezometrów jako urządzeń do pomiaru ciśnienia, prowadzi do formuły:

$$h_{str} = \left(h_i + \frac{\alpha v_i^2}{2g} \right) - \left(h_{i+1} + \frac{\alpha v_{i+1}^2}{2g} \right) = \Delta h + \frac{\alpha (v_i^2 - v_{i+1}^2)}{2g} \quad (2.4.15)$$

gdzie Δh jest odczytaną różnicą poziomów zwierciadeł cieczy w piezometrach. Znając wysokość strat na badanym odcinku, możemy z formuł (2.4.3) lub (2.4.13) wyznaczyć poszukiwaną wartość współczynnika oporów.

Schemat stanowiska pomiarowego

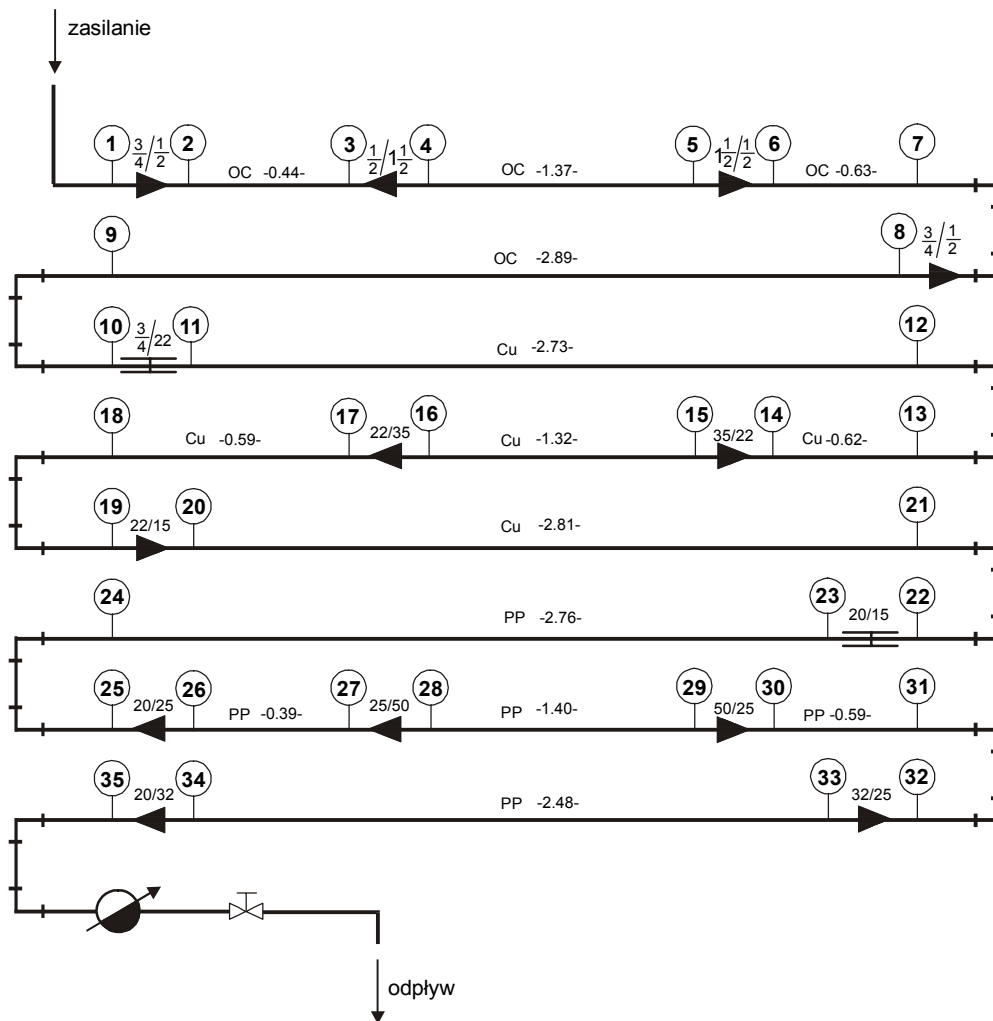
Pomiary prowadzone są dla rurociągu przedstawionego na rys. 2.4.5. W skład stanowiska pomiarowego wchodzi:

- **zbiornik górny** wraz z przewodami zasilającymi rurociąg i przelewem umożliwiającym utrzymanie stałego poziomu wody w zbiorniku,
- **rurociąg pomiarowy**, złożony z odcinków przewodów wykonanych z różnych materiałów (stal ocynkowana, miedź, polipropylen), połączonych szeregiem różnorodnych kształtek (kolank, zmian średnic rury, złączek), umieszczony na poziomym stole pomiarowym,
- zestaw 36 **piezometrów**, ponumerowanych od 0 do 35, podłączonych w charakterystycznych punktach przewodu i umieszczonych na zbiorczej tablicy ułatwiającej odczyt (piezometr nr 0 wskazuje położenie zwierciadła wody w zbiorniku górnym i służy jako piezometr porównawczy),
- **wodomierz**, umożliwiający pomiar objętości przepływającej cieczy,
- **zawór regulacyjny**, pozwalający na regulację natężenia przepływu przez rurociąg,
- **zbiornik dolny**, do którego odprowadzana jest woda wypływająca z rurociągu,
- **pompa**, wraz z przewodem ssawnym i tłocznym, łączącymi zbiornik dolny i zbiornik górny, umożliwiająca pracę systemu w układzie zamkniętym.

Przebieg ćwiczenia

W doświadczeniu wyznaczane są współczynniki oporów lokalnych dla poszczególnych kształtek oraz współczynniki oporów liniowych dla odcinków prostych rurociągu. W tym celu należy:

- 1) otworzyć zawór regulacyjny na końcu rurociągu i ustalić minimalny przepływ, przy którym możliwe jest odczytanie różnic poziomów zwierciadeł wody w piezometrach;
- 2) trzykrotnie określić natężenie przepływu, mierząc za pomocą stopera czas przepływu ustalonej objętości cieczy przez wodomierz. Wyniki zanotować w tab. 2.4.1. Objętość należy tak dobrać, by czas pomiaru nie był krótszy niż 5 minut;



Oznaczenia:

- PP - rura z polipropylenu
- Cu - rura miedziana
- OC - rura stalowa ocynkowana
- 1.40 - długość przewodu w metrach
- $\frac{3}{4} / \frac{1}{2}$ - zmiana średnicy rury (wymiar w calach)
- 50/25 - zmiana średnicy rury (wymiar w milimetrach)

- zawór
- wodomierz
- kolanko
- zmiana średnicy rury
- śrubunek
- piezometr

Zestawienie średnic nominalnych i wewnętrznych rur

| rury ocynkowane | | rury miedziane | | rury z polipropylenu | |
|------------------------|---------------------|--------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
| średnica nominalna | średnica wewnętrzna | średnica nominalna | średnica wewnętrzna | średnica nominalna | średnica wewnętrzna |
| $\phi \frac{1}{2}$ " | ϕ 15 mm | ϕ 15 | ϕ 13 mm | ϕ 20 | ϕ 13 mm |
| $\phi \frac{3}{4}$ " | ϕ 21 mm | ϕ 22 | ϕ 20 mm | ϕ 25 | ϕ 16.5 mm |
| $\phi 1 \frac{1}{2}$ " | ϕ 41 mm | ϕ 35 | ϕ 32 mm | ϕ 32 | ϕ 21 mm |
| | | | | ϕ 50 | ϕ 43 mm |

Rys. 2.4.5. Schemat stanowiska pomiarowego

- 3) dwukrotnie określić położenia zwierciadeł wody w kolejnych piezometrach. Poziomy te określa się korzystając z umieszczonej na tablicy podziałki, pamiętając, że zgodnie z tą podziałką wartość odczytu wzrasta w miarę przesuwania się w dół, a zatem wskazuje ona **obniżenie** zwierciadła wody **w stosunku do poziomu zerowego**, umieszczonego na górze tablicy. Wyniki zanotować w tab. 2.4.1;
- 4) pomierzyć temperaturę wody w zbiorniku dolnym w celu określenia liczb Reynoldsa i charakteru przepływu.

Pomiary z punktów 2) do 4) powtórzyć dla średniego i maksymalnego natężenia przepływu wody przez rurociąg. Za przepływ maksymalny należy uznać taki, przy którym możliwe jest jeszcze wykonanie odczytów z piezometrów. Przepływy każdorazowo zmienia się za pomocą zaworu regulacyjnego na końcu rurociągu.

Opracowanie wyników pomiarów

Dla każdego z trzech natężeń przepływu należy:

- 1) na podstawie trzykrotnych pomiarów czasu i objętości określić wydatek, a następnie wynik uśrednić (tab. 2.4.1);
- 2) na podstawie odczytów z piezometrów określić różnice poziomów zwierciadeł cieczy Δh w kolejnych piezometrach (tab. 2.4.2);
- 3) obliczyć prędkości przepływu na kolejnych odcinkach rurociągu (tab. 2.4.2);
- 4) obliczyć wysokości strat energii na kolejnych odcinkach rurociągu (do obliczeń należy przyjąć $\alpha = 1,00$) (tab. 2.4.2);
- 5) określić współczynniki oporów odpowiadające kolejnym odcinkom rurociągu (tab. 2.4.2);
- 6) określić liczbę Reynoldsa dla kolejnych odcinków rurociągu (tab. 2.4.2);
- 7) dla wybranych fragmentów rurociągu obliczyć teoretyczne wartości współczynników oporów i porównać je z wartościami wyznaczonymi doświadczalnie.

Dodatkowo, na podstawie pomiarów i obliczeń odpowiadających maksymalnemu wydatkowi sporządzić rysunek linii ciśnienia i linii energii, z zachowaniem skali i zaznaczeniem charakterystycznych odległości.

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie powinno zawierać:

- wprowadzenie teoretyczne z wyprowadzeniem wzoru na współczynnik oporu określonego rodzaju (ustalonego przez prowadzącego zajęcia);
- schemat rurociągu i opis doświadczenia,
- zestawienie wyników pomiarów i obliczeń (tab. 2.4.1 oraz trzy tab. 2.4.2 dla odpowiednich wydatków);
- wykres linii ciśnienia i energii na całej długości rurociągu, dla maksymalnego wydatku;
- omówienie uzyskanych wyników obliczeń na tle wartości teoretycznych współczynników oporów.

We wnioskach należy ocenić zgodność wyników pomiarów i obliczeń z teorią, określić od czego (zgodnie z wynikami doświadczenia) zależą wartości współczynników oporu, ocenić przyczyny ewentualnych niezgodności.

Tabela 2.4.1

Wyniki pomiarów i obliczeń wydatku i położenia zwierciadła wody w piezometrach

| Nr pomiaru | Pomiar wydatku | | | | Obniżenie zwierciadła wody w piezometrach [cm] | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------|--------------------|-----|----------------------|----------------------|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|--|--|
| | V | t | Q | Q _{sr} | Odczyt | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | | |
| | [dm ³] | [s] | [dm ³ /s] | [dm ³ /s] | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | | | | | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | średnio | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | średnio | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | średnio | | | | | | | | | | | | | | | | | |

cd. tab. 2.4.1

| Nr pomiaru | Obniżenie zwierciadła wody w piezometrach [cm] | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------|--|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--|
| | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Tabela 2.4.2

Wyniki obliczeń współczynników oporu przy przepływie w rurociągu

Q = [dm³/s], T = [°C], α = [-]

| Nr piezo- metru i | d _i | v _i | Re _i | $\frac{\alpha v_i^2}{2g}$ | Δh | h _{str} | ζ | λ |
|-------------------------|----------------|----------------|-----------------|---------------------------|------|------------------|-----|-----|
| | [cm] | [cm/s] | [-] | [cm] | [cm] | [cm] | [-] | [-] |
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | |
| 16 | | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | |
| 21 | | | | | | | | |
| 22 | | | | | | | | |
| 23 | | | | | | | | |
| 24 | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|-----------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 24 | | | | | | | | |
| 25 | | | | | | | | |
| 26 | | | | | | | | |
| 27 | | | | | | | | |
| 28 | | | | | | | | |
| 29 | | | | | | | | |
| 30 | | | | | | | | |
| 31 | | | | | | | | |
| 32 | | | | | | | | |
| 33 | | | | | | | | |
| 34 | | | | | | | | |
| 35 | | | | | | | | |

T – temperatura wody

α – współczynnik de Saint Venanta

Δh – różnica poziomów wody w kolejnych piezometrach

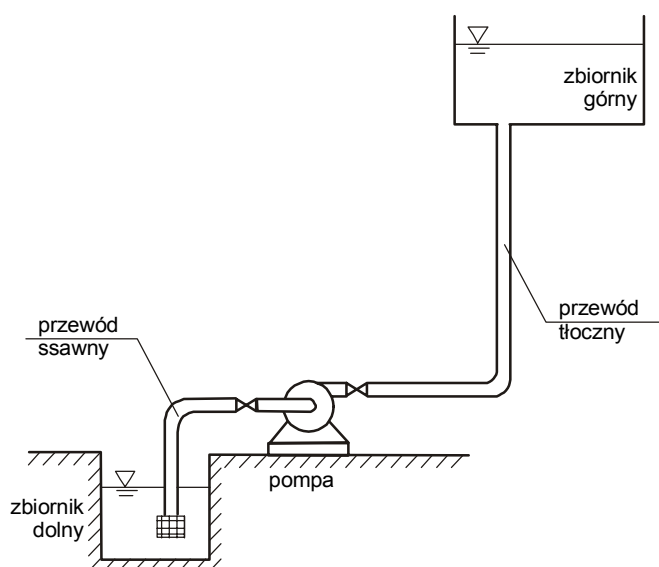
h_{str} – wysokość strat energii między kolejnymi piezometrami

2.5. Badanie pomp wirnikowych (Pmp)

Celem ćwiczenia jest sporządzenie charakterystyk pojedynczej pompy wirnikowej pracującej przy trzech różnych prędkościach obrotowych oraz opracowanie charakterystyk zespołu dwóch pomp pracujących w układzie szeregowym i równoległym.

Wprowadzenie. Pojęcie charakterystyki pompy

Pompa jest maszyną przepływową, umożliwiającą dostarczenie przepływającemu przez nią strumieniowi cieczy energii mechanicznej. Stosowana jest przede wszystkim w celu przemieszczenia cieczy wzdłuż przewodu lub podniesienia jej na pewną wysokość. Schemat typowej instalacji pompowej przedstawiono na rys. 2.5.1. W jej skład wchodzi: zbiornik dolny, rurociąg ssawny, pompa, rurociąg tłoczny i zbiornik górny. Nie w każdej jednak instalacji muszą wystąpić wszystkie z wymienionych wyżej elementów. Pojęcia **zbiornika dolnego** i **zbiornika górnego** mają często charakter umowny i odnoszą się do obszarów odpowiednio przed i za pompą. Przykładem może być instalacja centralnego ogrzewania, w której pracuje pompa w obiegu zamkniętym.



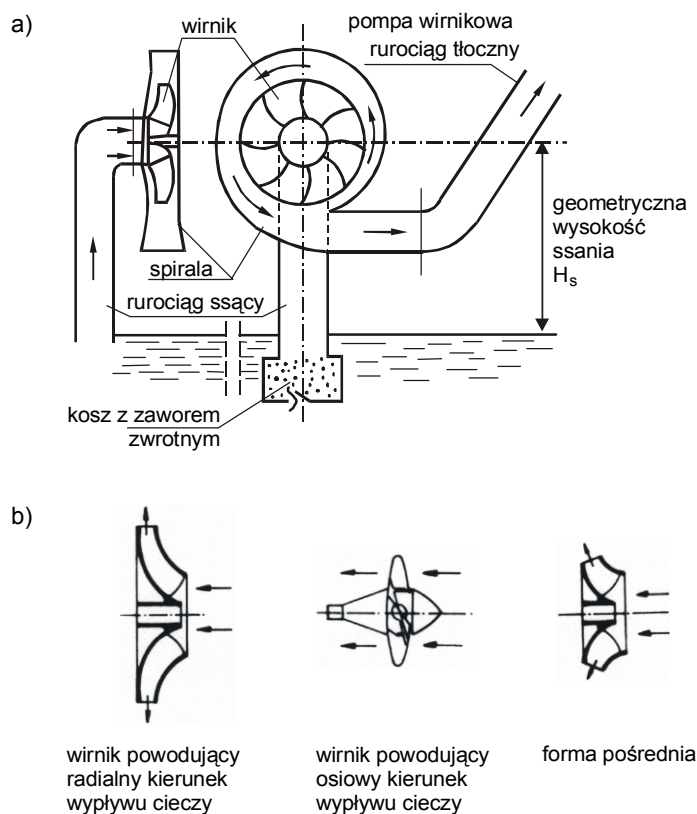
Rys. 2.5.1. Schemat typowej instalacji pompowej

Pompy są urządzeniami bardzo złożonymi, toteż ich konstrukcja i struktura wewnętrzna stanowi domenę oddzielnej specjalizacji zawodowej. Istnieją rozmaite typy pomp. Najczęściej stosowane są **pompy wirnikowe**, które ze względu na kierunek wypływu cieczy można podzielić na **odśrodkowe** (o radialnym wypływie – rys. 2.5.2a,b), **diagonalne** i **helikoidalne** (o wypływie promieniowoosiowym) oraz **śmigłowe** (o wypływie osiowym) (rys. 2.5.2b).

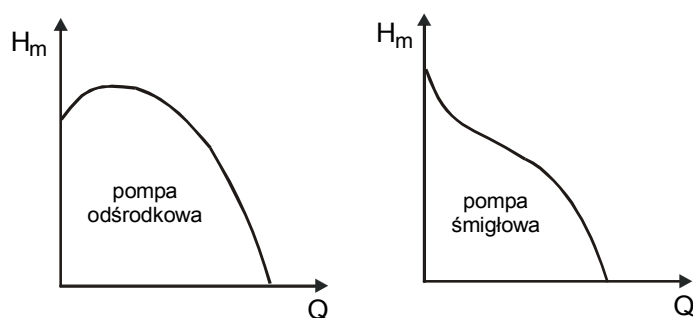
Pompa wirnikowa składa się z nieruchomego korpusu w postaci spiralnej komory o zmiennym na długości przekroju poprzecznym, oraz ruchomego wirnika, którego oś sprzęgnięta jest z silnikiem.

Z reguły jedna pompa wirnikowa może pracować z różną prędkością obrotową wirnika. Prędkość ta może być regulowana w sposób ciągły (co uzyskuje się dzięki zastosowaniu tzw. falowników)

lub skokowo. Możliwość danej pompy (przy danej prędkości obrotowej) w zakresie relacji między ilością tłoczonej cieczy (wydatkiem) a wysokością jej podnoszenia, a także zależności sprawności i mocy użytecznej pompy w funkcji natężenia przepływu, określane są za pomocą tzw. **krzywych charakterystycznych**, zwanych także **charakterystykami pompy**. Charakterystyki są to więc funkcje opisujące relacje między parametrami pracy pompy.



Rys. 2.5.2. a) Schemat pompy wirnikowej; b) kierunek przepływu cieczy przez wirnik



Rys. 2.5.3. Przykładowe krzywe charakterystyczne pomp

Podstawowa charakterystyka pompy jest to funkcyjna zależność $H_m(Q)$ między tzw. **manometryczną wysokością podnoszenia H_m** a **natężeniem przepływu przez pompę Q** , przedstawiana najczęściej w postaci wykresu. Manometryczna wysokość podnoszenia uwzględnia nie tylko geometryczną różnicę poziomów, którą ma pokonać pompa H_G , ale także przewidywane straty ciśnienia w rurociągu H_{str} , spowodowane oporami przepływu (z reguły z pominięciem oporów miejscowych).

Ogólnie, im większa ilość cieczy ma być transportowana przez pompę, tym mniejsza jest wysokość, na którą dana pompa jest w stanie podnieść tę ilość wody.

Kształt charakterystyki zależy od rodzaju pompy. W przypadku pomp wirnikowych funkcja $H_m(Q)$ zbliżona jest do paraboli (rys. 2.5.3), a jej parametry zależą od wielkości pompy i prędkości obrotowej wirnika. Charakterystyki pompy dostarczane są przez producenta.

Hydrauliczne podstawy działania pompy

Miarą energii mechanicznej cieczy jest trójmian Bernoulliego:

$$B = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} \quad (2.5.1)$$

gdzie z określa rzędną środka ciężkości przekroju poprzecznego strumienia cieczy względem przyjętego poziomu porównawczego, p jest ciśnieniem, ρ – gęstością cieczy, g – przyspieszeniem ziemskim, v prędkością średnią w przekroju poprzecznym strumienia, natomiast α jest współczynnikiem de Saint Venanta (patrz też ćwiczenie α – „Wyznaczanie rozkładów prędkości i współczynników de Saint-Venanta w kanale otwartym”).

Wartość trójmianu maleje w kierunku przepływu cieczy, gdyż część energii mechanicznej jest zużywana na wykonanie pracy przeciwko siłom tarcia wewnętrznego (siłom lepkości) i zamieniana na energię cieplną. Jeżeli jednak rozważany strumień przepływa przez pompę, to między jej wlotem a wylotem wartość trójmianu B gwałtownie wzrasta, stosownie do ilości energii dostarczanej cieczy przez pompę. Geometryczna interpretacja opisanej wyżej prawidłowości przedstawiona jest na rys. 2.5.4.

Manometryczną wysokość podnoszenia, czyli całkowitą wysokość podnoszenia pompy, można zdefiniować następująco:

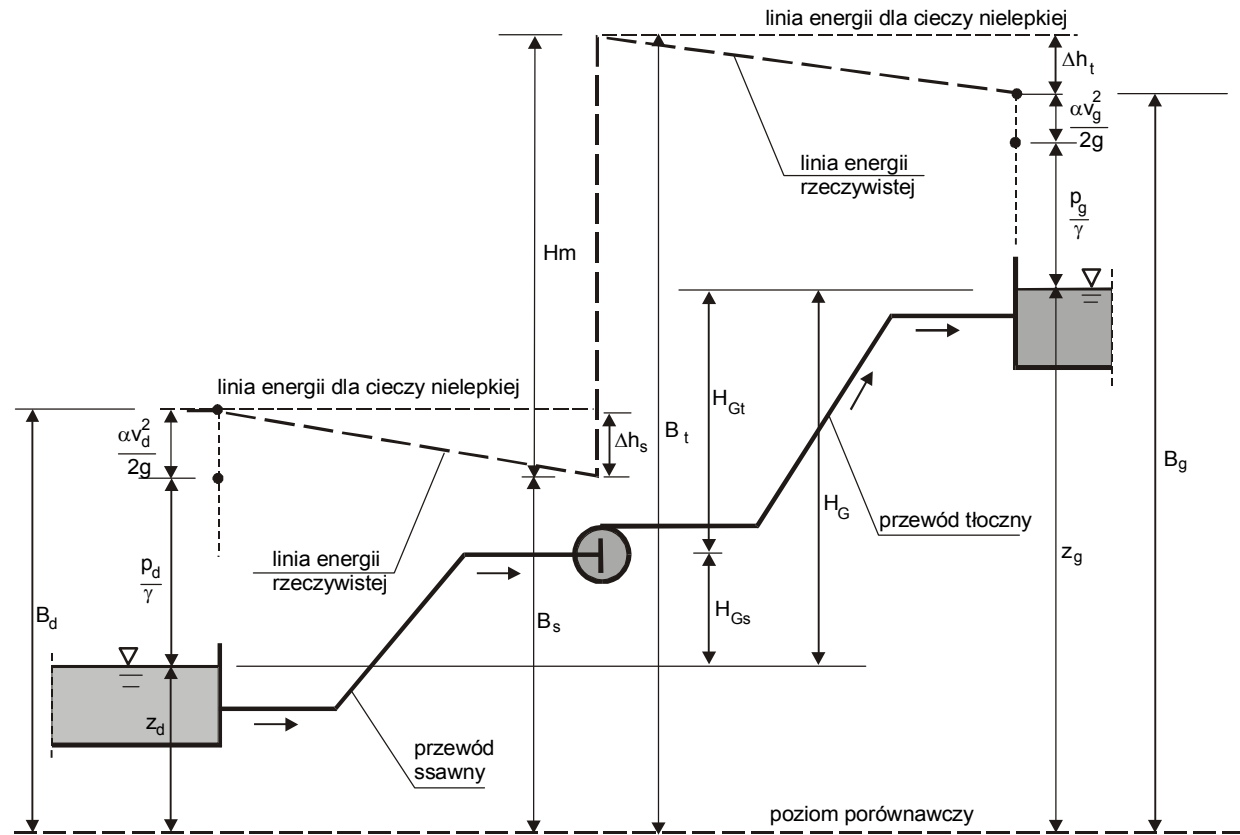
$$H_m = B_t - B_s = (B_g + \Delta h_t) - (B_d - \Delta h_s) = H_G + \frac{p_g - p_d}{\rho g} + \frac{\alpha(v_g^2 - v_d^2)}{2g} + \Delta h_s + \Delta h_t \quad (2.5.2)$$

gdzie B_t , B_s , B_g , B_d są wartościami trójmianu Bernoulliego odpowiednio w przekroju wylotowym (tłocznym) i wlotowym (ssawnym) pompy, oraz w przekroju zbiornika górnego i w zbiornika dolnego (czerpального); Δh_s i Δh_t oznaczają wysokości strat energii mechanicznej w przewodzie ssawnym i tłocznym, p_g i p_d oraz v_g i v_d są odpowiednio wartościami ciśnienia i prędkości w zbiornikach górnym i dolnym, natomiast $H_G = z_g - z_d$ jest **geometryczną wysokością podnoszenia pompy**. Wysokość ta jest sumą **geometrycznej wysokości ssania H_{Gs}** i **geometrycznej wysokości tłoczenia H_{Gt}** :

$$H_G = H_{Gs} + H_{Gt} \quad (2.5.3)$$

Dobór pompy. Punkt pracy pompy

Dobór odpowiedniej pompy oraz prędkości obrotowej, przy której powinna pracować, odbywa się na podstawie znanych wartości wymaganego wydatku Q oraz wymaganej manometrycznej wysokości podnoszenia H_m . Ta ostatnia zależy od strat energii mechanicznej, jakie wystąpią przy żądanym wydatku Q w konkretnym rurociągu, w jakim pracować będzie pompa (rys. 2.5.4). Wartość H_m określana jest z zależności (2.5.2). Jeśli przewody ssawne i tłoczne mają tę samą średnicę i ten sam współczynnik oporów liniowych, oraz jeśli ciśnienia p_g i p_d i prędkości v_g i v_d są jednakowe, wówczas wzór upraszcza się do:

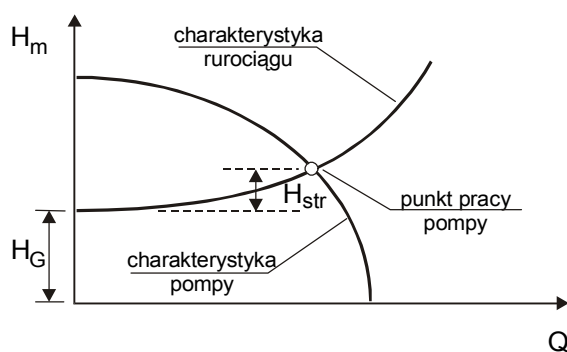


Rys. 2.5.4. Hydrauliczne warunki działania pompy

$$\begin{aligned}
 H_m &= H_G + \Delta h_s + \Delta h_t = H_G + H_{str} = \\
 &= H_G + \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g} = H_G + \lambda \frac{L}{d} \frac{8Q^2}{g(\pi d^2)^2}
 \end{aligned}
 \tag{2.5.4}$$

gdzie L jest całkowitą długością przewodów ssawnych i tłocznych, d – średnicą przewodów, a λ – współczynnikiem oporów na długości. Na podstawie uzyskanych w ten sposób wymaganych wartości (Q, H_m) spośród dostępnych pomp wybieramy tę, dla której punkt o powyższych współrzędnych znajduje się na charakterystyce pompy.

Warunki współpracy pompy z rurociągiem lepiej jednak sprawdzić w inny sposób. Jeśli na wspólnym wykresie narysujemy charakterystykę pompy oraz zależność $H_m(Q)$ określoną relacją (2.5.2) lub (2.5.4) zwaną **charakterystyką rurociągu**, to punkt przecięcia się tych krzywych wyznaczy nam wartości Q oraz H_m , jakie uzyska się po zamontowaniu danej pompy w danym rurociągu (rys. 2.5.5). Punkt przecięcia się charakterystyk pompy i rurociągu nosi nazwę **punktu pracy pompy**. Przy prawidłowo dobranej pompie, współrzędne punktu pracy pokrywają się z wymaganymi parametrami Q i H_m , których uzyskaniu służy pompa.



Rys. 2.5.5. Charakterystyka pompy i charakterystyka rurociągu. Punkt pracy pompy

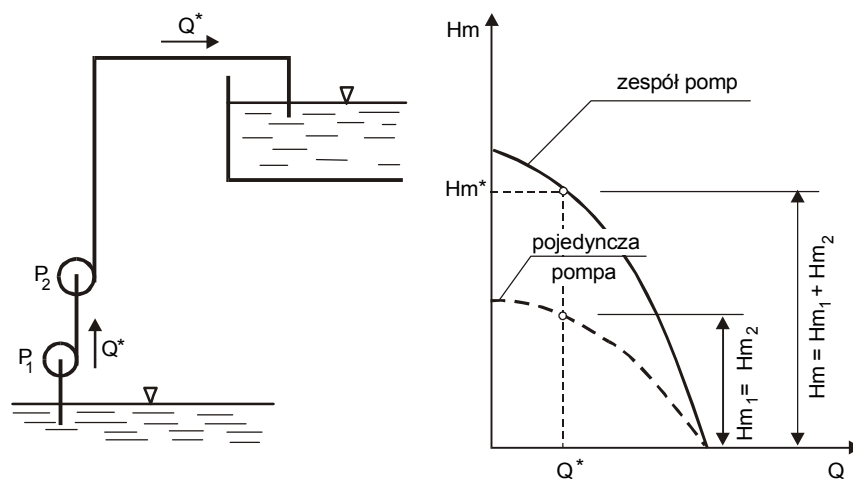
Połączenia pomp

W niektórych przypadkach wymagane parametry przepływu (Q, H_m) są na tyle duże, że pojedyncza pompa nie jest w stanie zapewnić żądanych warunków. Wówczas łączy się kilka pomp w tak zwane zespoły. Pompy można łączyć szeregowo lub równoległe, bądź też stosować kombinacje powyższych typów połączeń. W każdym przypadku, w celu uzyskania informacji o możliwościach danego zespołu pomp, należy sporządzić jego wypadkową charakterystykę.

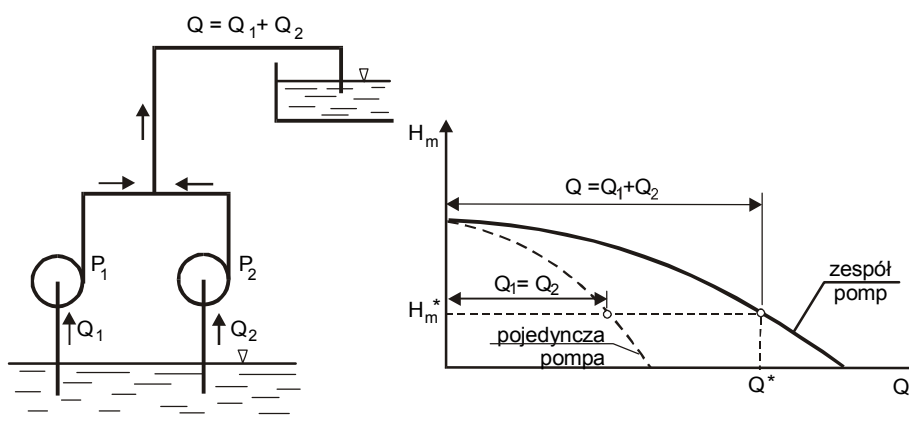
W przypadku **połączenia szeregowego** pomp (rys. 2.5.6a), wydatek z jakim pracuje każda pompa jest jednakowy i równy wydatkowi całego układu, zaś wysokość podnoszenia zespołu pomp jest sumą wysokości podnoszenia pojedynczych pomp. W efekcie, przy tym samym wydatku uzyskujemy znacznie większą wysokość podnoszenia, niż w przypadku pojedynczej pompy (rys. 2.5.6b). Przykładowo, stosując szeregowe połączenie dwóch identycznych pomp, wysokość podnoszenia dla każdego z wydatków rośnie dwukrotnie.

Aby zapewnić prawidłowe warunki pracy pomp **połączonych równoległe** (rys. 2.5.7a), musi być spełniony warunek równości strat hydraulicznych w rurociągach obsługujących każdą z pomp. Powinno się zatem stosować pompy o jednakowych charakterystykach. W przypadku połączenia rów-

noległego wydatek układu pomp jest sumą wydatków każdej z pomp, zaś wysokość podnoszenia układu pomp jest równa wysokości podnoszenia każdej z pomp. Innymi słowy, w tym przypadku przy tej samej wysokości podnoszenia układ pomp jest w stanie przetransportować dużo większą ilość cieczy niż pojedyncza pompa (rys. 2.5.7b).



Rys. 2.5.6. Szeregowe połączenie dwóch pomp. a) Schemat, b) charakterystyki



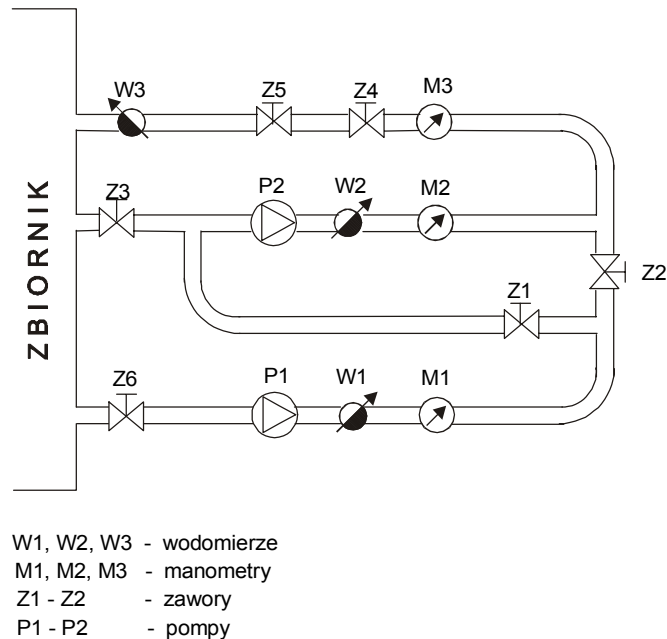
Rys. 2.5.7. Równoległe połączenie dwóch pomp. a) Schemat, b) charakterystyki

Aby znaleźć punkt pracy układu pomp z określonym rurociągiem należy znaleźć punkt przecięcia charakterystyk układu pomp i rurociągu. Warto zwrócić uwagę, że z porównania punktów pracy pojedynczej pompy i układu pomp połączonych z tym samym rurociągiem wynika, iż na skutek zastosowania zespołu pomp zmianie ulega zarówno uzyskana wartość wydatku, jak i wysokość podnoszenia. Jednakże w zależności od rodzaju zastosowanego połączenia pomp, jeden z tych parametrów wzrasta znacznie bardziej niż drugi.

Stanowisko pomiarowe

W ćwiczeniu dąży się do sporządzenia charakterystyk pojedynczej pompy pracującej z różną prędkością obrotową oraz charakterystyk układów dwóch pomp połączonych szeregowo i równoległe.

W tym celu przeprowadza się badania na stanowisku pomiarowym, którego schemat przedstawiono na rys. 2.5.8.



Rys. 2.5.8. Schemat instalacji

Stanowisko pomiarowe składa się ze zbiornika oraz układu przewodów, w których zamontowano dwie identyczne pompy wirnikowe ze skokową regulacją prędkości obrotowej ($n = 700$ obr/min – 1 bieg, $n = 1100$ obr/min – 2 bieg, $n = 1800$ obr/min – 3 bieg). Układ przewodów tak zaprojektowano, by przy odpowiednim manewrowaniu otwarciami zaworów móc wytworzyć przepływ tylko przez jedną pompę lub przez obie pompy w układzie szeregowym bądź równoległym. Woda przepływa przez rurociąg w układzie zamkniętym, to znaczy wypływa ze zbiornika do przewodu, przepływa przez układ, a następnie wraca do zbiornika. Za pomocą zamontowanej armatury pomiarowej możliwe jest określenie parametrów przepływu. Wydatek w układzie określany jest metodą objętościową (za pomocą wodomierza i stopera), natomiast wysokość podnoszenia określana jest w sposób pośredni – poprzez pomiar ciśnienia za pompą (lub układem pomp) za pomocą manometrów, które to ciśnienie następnie należy przeliczyć na wysokość ciśnienia wyrażoną w metrach słupa wody. Wysokość podnoszenia pompy (lub układu pomp) jest równa wysokości pomierzonego ciśnienia za pompą (lub układem pomp).

Uwaga: zawory **Z5** i **Z6** są otwierane przez prowadzącego zajęcia i nie należy nimi manewrować.

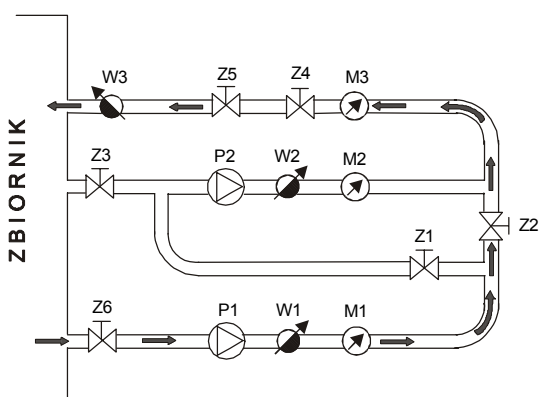
Wykonanie ćwiczenia i przedstawienie wyników

Wyznaczenie charakterystyki pompy (lub układu pomp) polega na określeniu położenia odpowiednio dużej liczby punktów o współrzędnych (Q , H_m), spełniających równanie charakterystyki, a następnie naniesienie ich na wykres i wyrównanie otrzymanej zależności. W tym celu dla zmienianego stopniowo wydatku cieczy przepływającej przez pompę (lub układ pomp) dokonuje się pomiaru ciśnienia za pompą (lub układem pomp), które następnie przelicza się na odpowiadającą danemu wydatkowi wysokość podnoszenia pompy.

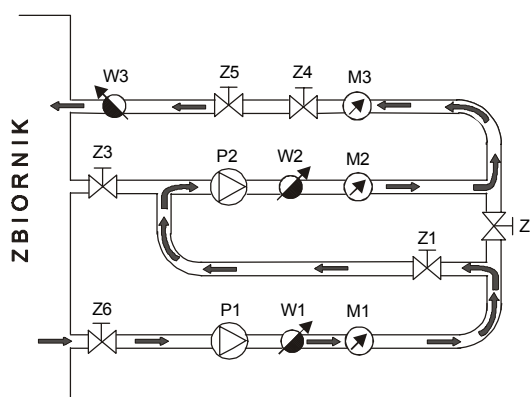
Wyznaczenie charakterystyk pojedynczej pompy wirnikowej

Aby zbadać charakterystyki pojedynczej pompy (pompa **P1**) pracującej na trzech kolejnych biegach, należy doprowadzić do przepływu wody zgodnie z kierunkami strzałek na rys. 2.5.9. W tym celu należy:

- 1) zamknąć zawory **Z1**, **Z2** i **Z3**, otworzyć **Z4**;
- 2) włączyć pompę **P1** na biegu 3 (1800 obr./min);
- 3) zmierzyć ciśnienie C_1 manometrem **M1** przy braku przepływu;
- 4) otwierając zawór **Z2** spowodować przepływ przez pompę, zgodnie z kierunkami strzałek na rys. 2.5.9. Zmierzyć ciśnienie C_1 manometrem **M1** oraz wydatek strumienia wypływającego z rurociągu do zbiornika. Do pomiaru wydatku zastosować metodę objętościową, wykorzystując stoper do pomiaru czasu t i wodomierz **W1** do pomiaru objętości przepływającej cieczy V ;
- 5) czynności z pkt. 4) powtórzyć otwierając stopniowo zawór, aż do pełnego otwarcia (razem 10 pomiarów). Wyniki zanotować w tab. 2.5.1;
- 6) zmienić prędkość obrotów pompy (bieg 2 i bieg 1) i w każdym przypadku powtórzyć czynności z punktów 3) do 5);
- 7) na podstawie pomierzonych wartości C_1 wyznaczyć H_m [m sł. wody], a wyniki zależności H_m i wydatku Q dla trzech biegów pompy w postaci trzech krzywych charakterystycznych nanieść na jeden wykres.



Rys. 2.5.9. Kierunki przepływu wody przy pracy pojedynczej pompy



Rys. 2.5.10. Kierunki przepływu wody przy połączeniu szeregowym pomp

Wyznaczenie charakterystyki dwóch pomp wirnikowych połączonych szeregowo

W celu wyznaczenia charakterystyki zespołu pomp połączonych szeregowo należy:

- 1) zamknąć zawory **Z2**, **Z3** i **Z4**, otworzyć **Z1**;
- 2) włączyć pompy **P1** i **P2** na biegu 3 (1800 obr./min);
- 3) zmierzyć ciśnienie C_1 i C_2 odpowiednio manometrami **M1** i **M2** przy braku przepływu;
- 4) otwierając zawór **Z4** spowodować przepływ przez dwie pompy, zgodnie z kierunkami strzałek na rys. 2.5.10. Zmierzyć ciśnienie C_1 i C_2 manometrami **M1** i **M2** oraz wydatek strumienia wypływającego z rurociągu do zbiornika. Do pomiaru wydatku zastosować metodę objętościową, wykorzystując stoper do pomiaru czasu t i wodomierz **W1** lub **W2** do pomiaru objętości przepływającej cieczy V ;

5) czynności z pkt. 4) powtórzyć otwierając stopniowo zawór, aż do pełnego otwarcia (razem 10 pomiarów). Wyniki zanotować w tab. 2.5.2;

Tabela 2.5.1

Charakterystyka pojedynczej pompy. Wyniki pomiarów i obliczeń

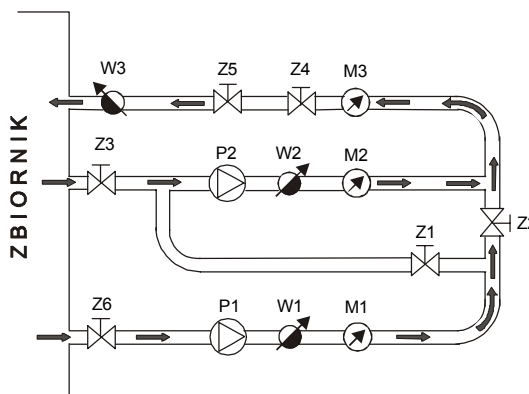
| Prędkość obrotowa | Nr pomiaru | C_1 | H_m | V | t | $Q = \frac{V}{t}$ |
|-------------------|------------|-------|--------------|--------------------|-----|----------------------|
| [obr/min] | | [MPa] | [m sł. wody] | [dm ³] | [s] | [dm ³ /s] |
| 1800 | 1 | | | | | |
| | 2 | | | | | |
| | 3 | | | | | |
| | 4 | | | | | |
| | 5 | | | | | |
| | 6 | | | | | |
| | 7 | | | | | |
| | 8 | | | | | |
| | 9 | | | | | |
| | 10 | | | | | |
| 1100 | 1 | | | | | |
| | 2 | | | | | |
| | 3 | | | | | |
| | 4 | | | | | |
| | 5 | | | | | |
| | 6 | | | | | |
| | 7 | | | | | |
| | 8 | | | | | |
| | 9 | | | | | |
| | 10 | | | | | |
| 700 | 1 | | | | | |
| | 2 | | | | | |
| | 3 | | | | | |
| | 4 | | | | | |
| | 5 | | | | | |
| | 6 | | | | | |
| | 7 | | | | | |
| | 8 | | | | | |
| | 9 | | | | | |
| | 10 | | | | | |

- 6) ciśnienie C_2 przeliczyć na wysokość podnoszenia a wyniki zależności H_m [m sł. wody] i wydatku Q nanieść na wykres. Na wykresie zamieścić także charakterystykę pojedynczej pompy przy 1800 obr./min.

Wyznaczenie charakterystyki dwóch pomp wirnikowych połączonych równolegle

Aby określić charakterystykę układu równoległego dwóch pomp należy:

- 1) zamknąć zawory **Z1** i **Z4**, otworzyć **Z2** i **Z3**;
- 2) włączyć pompy **P1** i **P2** na biegu 3 (1800 obr./min);
- 3) zmierzyć ciśnienie C_3 manometrem **M3** przy braku przepływu;
- 4) otwierając zawór **Z4** spowodować przepływ przez dwie pompy, zgodnie z kierunkami strzałek na rys. 2.5.11. Zmierzyc ciśnienie C_3 manometrem **M3** oraz wydatek strumienia wypływającego z rurociągu do zbiornika. Do pomiaru wydatku zastosować metodę objętościową, wykorzystując stoper do pomiaru czasu t i wodomierz **W3** do pomiaru objętości przepływającej cieczy V ;
- 5) czynności z pkt. 4) powtórzyć otwierając stopniowo zawór, aż do pełnego otwarcia (razem 10 pomiarów);
- 6) ciśnienie C_3 przeliczyć na wysokość podnoszenia a wyniki zależności H_m [m sł. wody] i wydatku Q nanieść na wykres. Na wykresie zamieścić także charakterystykę pojedynczej pompy przy 1800 obr./min.



Rys. 2.5.11. Kierunki przepływu wody przy połączeniu równoległym pomp

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie, oprócz celu ćwiczenia, wstępu teoretycznego, opisu instalacji i sposobu wykonania ćwiczenia, powinno zawierać zestawienie wyników w tab. 2.5.1, tab. 2.5.2 i tab. 2.5.3 oraz wykresy charakterystyk dla pojedynczej pompy oraz zespołu pomp połączonych szeregowo i równolegle. Należy sporządzić trzy wykresy: na jednym umieścić charakterystyki pojedynczej pompy odpowiadające różnym prędkościom obrotowym, na drugim nanieść charakterystykę pojedynczej pompy i charakterystykę połączenia szeregowego dwóch pomp dla najwyższej prędkości obrotowej, natomiast na trzecim wykresie – charakterystykę pojedynczej pompy i połączenia równoległego pomp dla najwyższej prędkości obrotowej.

Na podstawie wyników pomiarów i uzyskanych wykresów należy wyciągnąć wnioski dotyczące układu charakterystyk przy różnych prędkościach obrotowych pompy oraz dla różnych połączeń dwóch pomp, szczególnie w kontekście zgodności uzyskanych wyników z teorią.

Tabela 2.5.2

Charakterystyka połączenia szeregowego dwóch pomp.
Wyniki pomiarów i obliczeń

| Prędkość obrotowa | Nr pomiaru | C ₁ | C ₁ | C ₂ | C ₂ | V | t | Q=V/t |
|-------------------|------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------|-----|----------------------|
| [obr/min] | | [MPa] | [m sł. wody] | [MPa] | [m sł. wody] | [dm ³] | [s] | [dm ³ /s] |
| 1800 | 1 | | | | | | | |
| | 2 | | | | | | | |
| | 3 | | | | | | | |
| | 4 | | | | | | | |
| | 5 | | | | | | | |
| | 6 | | | | | | | |
| | 7 | | | | | | | |
| | 8 | | | | | | | |
| | 9 | | | | | | | |
| | 10 | | | | | | | |

Tabela 2.5.3

Charakterystyka połączenia równoległego dwóch pomp.
Wyniki pomiarów i obliczeń

| Prędkość obrotowa | Nr pomiaru | C ₃ | | V | t | Q=V/t |
|-------------------|------------|----------------|--------------|--------------------|-----|----------------------|
| [obr/min] | | [MPa] | [m sł. wody] | [dm ³] | [s] | [dm ³ /s] |
| 1800 | 1 | | | | | |
| | 2 | | | | | |
| | 3 | | | | | |
| | 4 | | | | | |
| | 5 | | | | | |
| | 6 | | | | | |
| | 7 | | | | | |
| | 8 | | | | | |
| | 9 | | | | | |
| | 10 | | | | | |

2.6. Wyznaczanie siły naporu hydrodynamicznego na powierzchnię płaską i czaszę półkulistą (PH)

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie siły, z jaką strumień wody wypływający z dyszy pionowo w górę działa na nieruchomą powierzchnię płaską i czaszę półkulistą ustawione w linii jego działania. Ponadto ćwiczenie ma na celu analizę czynników wpływających na wartość siły naporu hydrodynamicznego oraz praktyczną weryfikację zależności teoretycznych. Dodatkowym elementem ćwiczenia, niezwiązanym bezpośrednio z pojęciem siły naporu hydrodynamicznego, jest tarowanie rotametrów znajdujących się na stanowisku pomiarowym.

Wprowadzenie

Napór hydrodynamiczny (lub **parcie hydrodynamiczne**) jest to siła, z jaką strumień płynącej cieczy działa na przeszkodę ustawioną na jego drodze. Reakcją na to działanie jest siła zewnętrzna R , wywierana przez przeszkodę na strumień cieczy (siła reakcji), pod wpływem której pęd strumienia ulega zmianie. Analizując zmianę pędu strumienia można określić wartość siły parcia hydrodynamicznego.

Związek między siłą parcia hydrodynamicznego a zmianą pędu strumienia cieczy w czasie zderzenia z przeszkodą może być określony na mocy zasady zachowania pędu (ilości ruchu) zgodnie z formułą:

$$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (2.6.1)$$

gdzie \vec{P} jest siłą parcia, \vec{p} – pędem strumienia, zaś t określa czas.

Siłę parcia hydrodynamicznego P można zatem określić analizując zmianę wektora pędu przed i po zderzeniu strumienia z przeszkodą. Analizę tę najwygodniej jest przeprowadzić osobno dla poszczególnych składowych wektora pędu (stycznych i normalnych do powierzchni przeszkody w punkcie zderzenia). Uzyskuje się wówczas:

dla składowych normalnych

$$\vec{P}_n = \frac{\Delta \vec{p}_n}{\Delta t} = \frac{m \Delta \vec{v}_n}{\Delta t} = \frac{m(\vec{v}'_n - \vec{v}''_n)}{\Delta t} \quad (2.6.2a)$$

oraz dla składowych stycznych

$$\vec{P}_{st} = \frac{\Delta \vec{p}_{st}}{\Delta t} = \frac{m \Delta \vec{v}_{st}}{\Delta t} = \frac{m(\vec{v}'_{st} - \vec{v}''_{st})}{\Delta t} \quad (2.6.2b)$$

gdzie m jest masą płynącej cieczy, \vec{p}_n i \vec{p}_{st} – składowymi wektora pędu, odpowiednio normalną i styczną, \vec{v}_n i \vec{v}_{st} składowymi (odpowiednio normalną i styczną) wektora prędkości przed zderzeniem, natomiast \vec{v}''_n i \vec{v}''_{st} analogicznie dla prędkości po zderzeniu.

W czasie Δt z dyszy wypływa masa cieczy

$$m = \rho V_{ob} = \rho Q \Delta t \quad (2.6.3)$$

gdzie ρ jest gęstością cieczy, V_{ob} objętością, natomiast Q jest natężeniem przepływu (wydatkiem). Składowe siły naporu określają więc formuły

$$\dot{P}_n = \rho Q (\dot{V}'_n - \dot{V}''_n) \quad (2.6.4a)$$

$$\dot{P}_{st} = \rho Q (\dot{V}'_{st} - \dot{V}''_{st}) \quad (2.6.4b)$$

Ostatecznie zatem wartość wypadkowej siły naporu można wyznaczyć z zależności

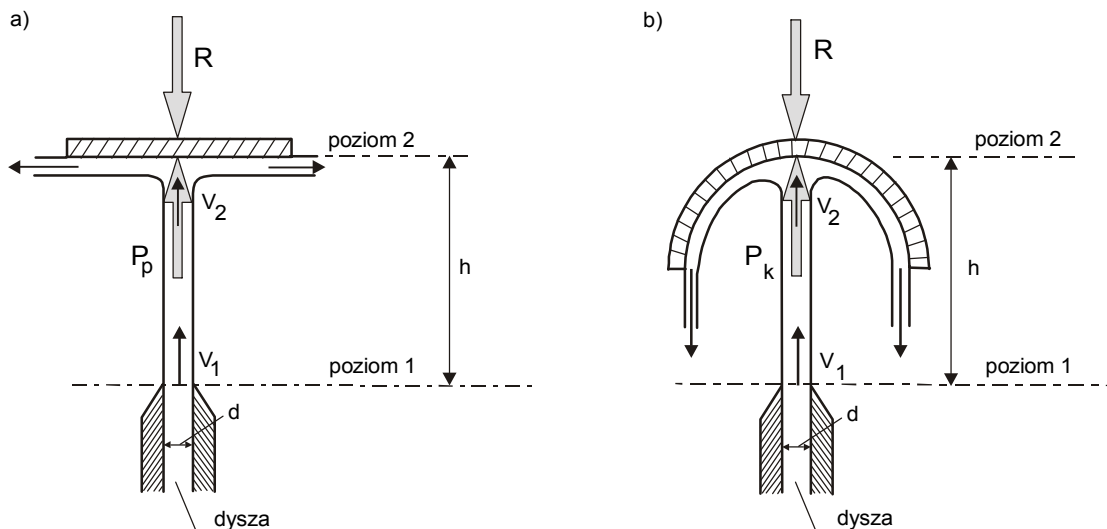
$$P = \sqrt{P_n^2 + P_{st}^2} \quad (2.6.5)$$

Siła parcia na powierzchnię płaską i czaszę półkulistą

W przypadku, gdy strumień cieczy wypływa pionowo w górę i uderza w powierzchnię ustawioną do niego prostopadle, siła naporu ma tylko składową pionową (normalną do powierzchni) (rys. 2.6.1). Niech v_1 jest prędkością wypływu z dyszy o przekroju poprzecznym F , ustawionej na poziomie 1 w odległości h od przeszkody. Prędkość strumienia v_2 w chwili zderzenia (prędkość na poziomie 2) jest mniejsza od v_1 , a związek między tymi prędkościami (wynikający z bilansu energii mechanicznej z pominięciem oporów powietrza) jest następujący:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2gh} \quad (2.6.6)$$

Znając zatem prędkość wypływu cieczy z dyszy, można określić prędkość strumienia przed zderzeniem, a następnie – analizując zmianę pionowych składowych prędkości przed i po zderzeniu – wyznaczyć (w obu badanych przypadkach) siłę parcia.



Rys. 2.6.1. Siły działające na strumień cieczy uderzającej w: a) powierzchnię płaską, b) czaszę półkulistą

Ścianka płaska

W przypadku powierzchni płaskiej, składowa pionowa wektora prędkości po zderzeniu jest równa zero (rys. 2.6.1a). Zatem

$$\dot{V}' = \dot{V}_2,$$

$$\mathcal{V}^n = \mathcal{V}^1,$$

stąd wartość siły parcia hydrodynamicznego (określona na podstawie (2.6.4a)) wynosi

$$P = \rho Q v_2. \quad (2.6.7)$$

Po uwzględnieniu równania $Q = v_1 F$ oraz zależności (2.6.6) otrzymuje się ostatecznie

$$P = \rho F v_1 \sqrt{v_1^2 - 2gh}. \quad (2.6.8)$$

Czasza półkulista

W przypadku czaszy półkulistej, składowa pionowa wektora prędkości po zderzeniu jest równa co do wartości składowej pionowej przed zderzeniem, lecz jest przeciwnie skierowana (rys. 2.6.1b). Zatem

$$\mathcal{V}' = \mathcal{V}_2,$$

$$\mathcal{V}^n = -\mathcal{V}_2,$$

$$\mathcal{P} = \rho Q (\mathcal{V}_2 - (-\mathcal{V}_2)), \quad (2.6.9)$$

a wartość siły parcia hydrodynamicznego wynosi ostatecznie

$$P = 2\rho Q v_2 = 2\rho F v_1 \sqrt{v_1^2 - 2gh}. \quad (2.6.10)$$

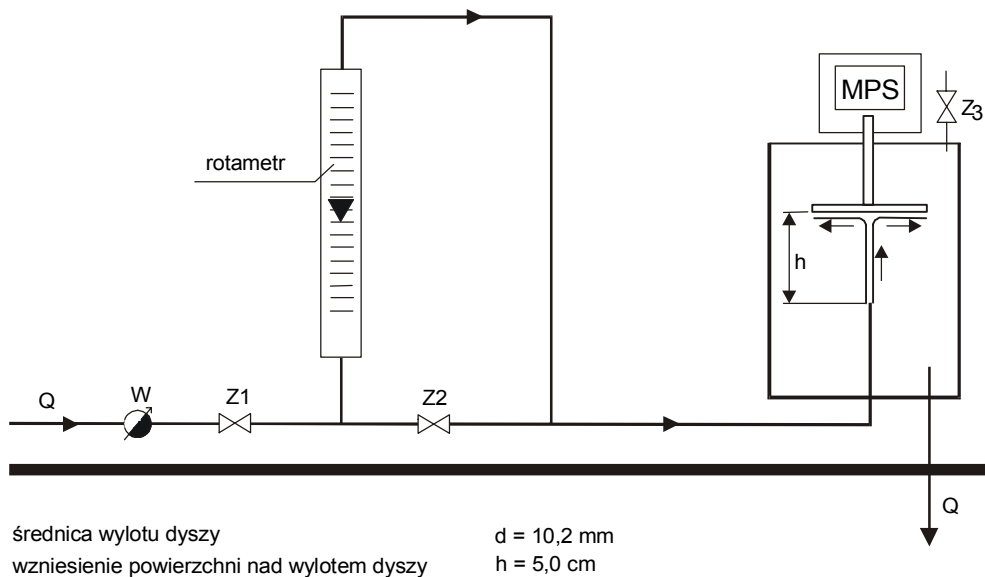
Widać więc, że przy tym samym natężeniu przepływu siła parcia hydrodynamicznego na czaszę półkulistą jest teoretycznie dwa razy większa niż na powierzchnię płaską.

Opis stanowiska pomiarowego

Stanowisko składa się z dwóch modeli, służących do badania siły parcia hydrodynamicznego, wywieranego odpowiednio na powierzchnię płaską lub czaszę półkulistą. Schemat instalacji do pomiaru siły parcia na powierzchnię płaską przedstawia rys. 2.6.2 (dla czaszy schemat analogiczny).

W skład instalacji wchodzi:

- cylinder, wewnątrz którego umieszczona jest dysza o średnicy $d = 10,2$ mm, kierująca strumień cieczy na przeszkodę (powierzchnię płaską lub czaszę półkulistą) umieszczoną w odległości $h = 5,0$ cm od wylotu dyszy,
- instalacji doprowadzającej wodę do modelu, z umieszczonymi w niej zaworami regulacyjnymi oraz wodomierzem,
- elektronicznego modułu pomiaru siły parcia hydrodynamicznego (MPS),
- rotametu – dodatkowego urządzenia do pomiaru natężenia przepływu, zamontowanego bocznikowo, wymagającego w ćwiczeniu tarowania,
- instalacji odprowadzającej wodę ze stanowiska.



Rys. 2.6.2. Schemat instalacji pomiarowej

Przebieg ćwiczenia

Tok wykonywanych czynności jest identyczny dla obu modeli:

- 1) włączyć urządzenie zwane Modułem Pomiarów Siły (MPS) do sieci na 5 min przed rozpoczęciem pomiarów;
- 2) zanotować wskazania MPS przed rozpoczęciem pomiarów (MPS_0);
- 3) dla każdego z **pięciu** kolejno zwiększanych (zaworem Z1) wydatków **trzykrotnie** odczytać wskazania rotametu WR, wskazania MPS oraz pomierzyć natężenie przepływu metodą objętościową (wodomierz + stoper).

Pomiary wykonać niezależnie dla czaszy półkulistej i powierzchni płaskiej, a wyniki przedstawić w osobnych tabelach (tab. 2.6.1).

Opracowanie wyników pomiarów

Dla każdego rodzaju przeszkody należy:

- 1) na podstawie wskazań MPS bez obciążenia (MPS_0) oraz załączonych w instrukcji charakterystyk wzorcowych MPS (tab. 2.6.2a,b) sporządzić skorygowane charakterystyki MPS (zależności między wskazaniem urządzenia a wartością siły parcia P [N]) dla powierzchni płaskiej i czaszy półkulistej. W tym celu:
 - nanieść na wykres punkty odpowiadające zależności $P = f(MPS)$ przedstawionej w instrukcji (odpowiednio tab. 2.6.2a lub tab. 2.6.2b); zależność aproksymować liniowo;
 - nanieść na wykres punkt odpowiadający odczytanej wartości MPS bez obciążenia ($P = 0$, $MPS = MPS_0$);
 - przez uzyskany punkt przeprowadzić prostą równoległą do otrzymanej wcześniej liniowej charakterystyki $P = f(MPS)$ uzyskując w ten sposób charakterystykę skorygowaną, przedstawiającą relację między wskazaniem urządzenia a rzeczywistą wartością siły parcia hydrodynamicznego;

- korzystając ze skorygowanych charakterystyk MPS uzupełnić tab. 2.6.2a i 2.6.2b o wartości skorygowanego odczytu MPS;

Tabela 2.6.1

Zestawienie wyników pomiarów siły parcia hydrodynamicznego

Typ przeszkody

MPS bez obciążenia: $MPS_0 =$

| Lp. | WR | WR _{śr} | V _{ob} | t | Q=V _{ob} /t | Q _{śr} | MPS | MPS _{śr} |
|-----|------------------------|------------------------|--------------------|-----|----------------------|----------------------|-----|-------------------|
| | [dm ³ /min] | [dm ³ /min] | [dm ³] | [s] | [dm ³ /s] | [dm ³ /s] | [-] | [-] |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

MPS – wskazania Modułu Pomiaru Siły

WR – wskazania rotametru

Tabela 2.6.2a

Charakterystyka Modułu Pomiaru Siły parcia MPS na czaszę półkulistą

| Charakterystyka wzorcowa | | Wskazanie MPS skorygowane |
|--------------------------|---------------|---------------------------|
| P [N] | Wskazanie MPS | |
| 0,00 | -1643 | |
| 2,45 | -1332 | |
| 4,91 | -995 | |
| 7,36 | -637 | |
| 9,81 | -251 | |
| 12,26 | +130 | |
| 14,72 | +534 | |
| 17,17 | +962 | |
| 19,62 | +1387 | |

Tabela 2.6.2b

Charakterystyka Modułu Pomiaru Siły parcia MPS na powierzchnię płaską

| Charakterystyka wzorcowa | | Wskazanie MPS skorygowane |
|--------------------------|---------------|---------------------------|
| P [N] | Wskazanie MPS | |
| 0,00 | -1743 | |
| 2,45 | -1023 | |
| 4,91 | -304 | |
| 7,36 | +430 | |
| 9,81 | +1160 | |
| 12,26 | +1870 | |

- 2) na podstawie skorygowanej charakterystyki MPS przetworzyć odczytane w czasie pomiarów wartości MPS na odpowiadające im wartości pomierzonej siły parcia hydrodynamicznego (P_p);
- 3) korzystając z równania zachowania ilości ruchu, dla pomierzonych wydatków Q obliczyć teoretyczną siłę parcia hydrodynamicznego P_t .

Wyniki z punktów 2) i 3) zestawić w dwóch tabelach, osobno dla każdego typu przeszkody (tab. 2.6.3).

Tabela 2.6.3

Zestawienie wyników obliczeń siły parcia hydrodynamicznego

rodzaj przeszkody:.....

| Lp. | Q | MPS | P_p | v_1 | v_2 | P_t | $dP=P_t-P_p$ | $ dP /P_t$ |
|-----|---------------------|-----|-------|-------|-------|-------|--------------|------------|
| | [m ³ /s] | [-] | [N] | [m/s] | [m/s] | [N] | [N] | [%] |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | |

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie powinno zawierać:

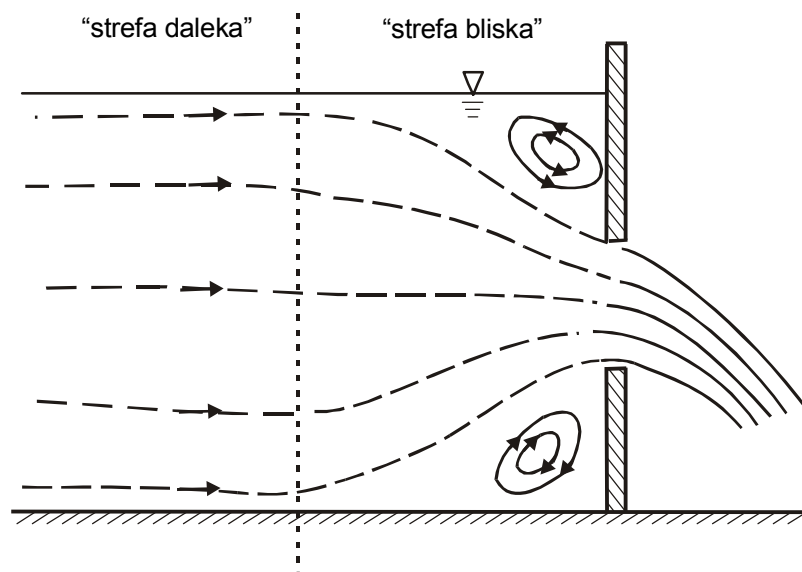
- krótki opis zjawiska (ze wzorami);
- szkic stanowiska badawczego;
- opis wykonania doświadczenia;
- **zestawienie wyników pomiarów** (tab. 2.6.1a,b) i **wyników obliczeń** (tab. 2.6.2a,b i tab. 2.6.3a,b); przykład obliczeniowy wraz z przeliczeniem jednostek;
- **wykresy** (papier milimetrowy, format A4):
 - **charakterystyki pomocnicze:**
charakterystyki MPS ($P_p = f(\text{MPS})$) – krzywe wzorcowe i skorygowane; osobno dla czaszy półkulistej i powierzchni płaskiej);

- charakterystyki rotametrów (zależność $Q = f(WR)$; osobno dla czaszy półkulistej i powierzchni płaskiej);
- **wyniki pomiarów i obliczeń:**
 $P_p = f(Q)$ i $P_t = f(Q)$ na wspólnym wykresie; osobno dla czaszy półkulistej i powierzchni płaskiej;
- porównanie na wspólnym wykresie $P_p = f(Q)$ dla powierzchni płaskiej i $P_p = f(Q)$ dla czaszy półkulistej;
- **omówienie wyników i wnioski.**

3. WYPIŁYW CIECZY PRZEZ OTWORY

3.1. Podstawy teoretyczne

W praktyce hydraulicznej często spotykanym zagadnieniem jest wypływ cieczy przez otwory. Zjawisko to może towarzyszyć różnorodnym problemom hydrotechnicznym (np. eksploatacji zbiorników retencyjnych i związanych z nimi upustów, przepływowi cieczy w kanale z umieszczoną w nim zasuwą, awarii obwałowań i powstawaniu w nich ubytków itp.) lub też może ono stanowić osobne zagadnienie (np. w przypadku eksploatacji zbiorników na cieczy). W zależności od rodzaju problemu, otwory mogą mieć kształty regularne (otwory projektowane – najczęściej kołowe lub prostokątne) lub nieregularne (otwory naturalne, np. wyrwy w ściankach obwałowań). Istotą wypływu cieczy przez otwór jest fakt, że światło otworu od wewnętrznej strony ścianki jest całkowicie zakryte cieczą. Przypadek częściowego tylko zakrycia cieczą z hydraulicznego punktu widzenia stanowi zagadnienie przepływu przez przelew (patrz ćwiczenia **Pk** – „Badania przelewu o szerokiej koronie” i **Po** – „Badanie przelewu o ostrej krawędzi”).

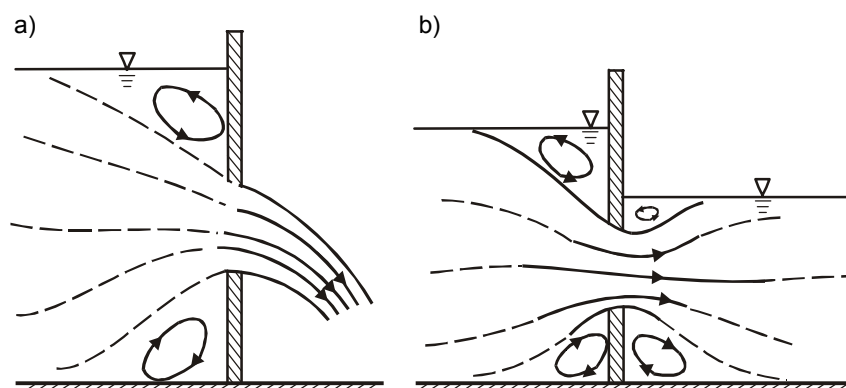


Rys. 3.1.1. „Strefa bliska” i „strefa daleka” w przypadku wypływu cieczy przez otwór

Wypływ z otworu traktowany jest jako zjawisko o **charakterze lokalnym**. Oznacza to, że specyfika analizowanego obiektu ma wpływ na warunki przepływu tylko w tzw. „strefie bliskiej” (rys. 3.1.1), czyli bezpośrednio przylegającej do przegrody, w której znajduje się otwór. W strefie tej obserwuje się wyraźne zakrzywienie linii prądu, powstawanie stref martwych oraz obszarów silnych zawirowań. W efekcie pole prędkości w bezpośrednim sąsiedztwie otworu ma bardzo złożony i trudny do opisu charakter. Z tego też względu, w praktyce stosuje się szereg uproszczeń, mających na celu ułatwienie obliczeń wielkości charakteryzującej przepływ. Powodowane tymi uproszczeniami błędy kompensuje się współczynnikami o charakterze empirycznym.

Najczęściej wypływ cieczy z otworu odbywa się do przestrzeni wypełnionej powietrzem (wypływ swobodny). Niekiedy jednak po zewnętrznej stronie zbiornika znajduje się przestrzeń wypełniona cieczą. W zależności od położenia zwierciadła cieczy po zewnętrznej stronie zbiornika, otwór może więc mieć charakter **niezatopiony**, **częściowo zatopiony** lub **zatopiony**.

Wypływ z otworu **niezatopionego** ma charakter swobodny, odbywa się do przestrzeni wypełnionej powietrzem, a zwierciadło cieczy po zewnętrznej stronie otworu, jeśli jest, to znajduje się poniżej dolnej krawędzi otworu (rys. 3.1.2a). Z otworu **zatopionego** strumień cieczy wpływa do obszaru wypełnionego cieczą (np. do innego zbiornika), a zwierciadło cieczy po stronie zewnętrznej znajduje się powyżej górnej krawędzi otworu (rys. 3.1.2b). W sytuacji pośredniej, gdy zwierciadło cieczy po stronie zewnętrznej znajduje się powyżej dolnej a poniżej górnej krawędzi otworu, otwór nazywa się **częściowo zatopionym**.



Rys. 3.1.2. Podział otworów ze względu na hydrauliczne warunki przepływu:

a) otwór niezatopiony, b) otwór zatopiony

Rozkłady prędkości w otworach niezatopionych i zatopionych

Hydrauliczne warunki przepływu przez otwór (zatopienie otworu, częściowe zatopienie lub jego brak), mają poważny wpływ na zróżnicowanie pola prędkości w świetle otworu, a co za tym idzie – na natężenie przepływu cieczy przez otwór. W przypadku otworów **niezatopionych** wartości prędkości w poszczególnych punktach otworu zależą między innymi od wysokości słupa cieczy nad analizowanym punktem:

$$v = v(z), \quad (3.1.1)$$

gdzie v określa wartość prędkości w rozpatrywanym punkcie światła otworu, zaś z jest zagłębieniem punktu w stosunku do zwierciadła cieczy w obszarze przed ścianką. Postać tej zależności można w

prosty sposób wyprowadzić z równania Bernoulliego. Dla linii prądu przechodzącej przez punkt, w którym wyznaczana jest wartość prędkości v można zapisać:

$$z + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_z^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + \zeta \frac{v^2}{2g}, \quad (3.1.2)$$

gdzie z określa zagłębienie punktu pod zwierciadłem cieczy w zbiorniku, p_1 i p_2 są wartościami ciśnienia odpowiednio nad zwierciadłem cieczy przed ścianką i na zewnątrz zbiornika, v_z jest wartością prędkości w zbiorniku, ρ – gęstością cieczy, g – przyspieszeniem ziemskim, natomiast ζ jest współczynnikiem oporów lokalnych przy przepływie przez otwór (rys. 3.1.3a).

Przekształcając powyższą zależność uzyskuje się:

$$v(z) = \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}} \sqrt{2g \left(z + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_z^2}{2g} \right)}, \quad (3.1.3)$$

gdzie

$$\sqrt{\frac{1}{1+\zeta}} = \varphi \quad (3.1.4)$$

jest tzw. współczynnikiem prędkości, uwzględniającym opory przepływu.

Warto zauważyć, że

$$v(z) = \varphi v_{teor}(z), \quad (3.1.5)$$

gdzie

$$v_{teor}(z) = \sqrt{2g \left(z + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_z^2}{2g} \right)} \quad (3.1.6)$$

jest prędkością teoretyczną, która wystąpiłaby, gdyby przepływ odbywał się bez strat energii.

W najczęściej występującym przypadku ciśnienia p_1 i p_2 występujące w (3.1.3) są równe ciśnieniu atmosferycznemu, natomiast prędkość przepływu cieczy przed ścianką jest znacznie mniejsza od prędkości w otworze, co pozwala na pominięcie w (3.1.3) członu wysokości tej prędkości. Ostatecznie, najprostsza zależność na prędkość wypływu cieczy z **otworu niezatopionego** ma postać:

$$v(z) = \varphi \sqrt{2gz}. \quad (3.1.7)$$

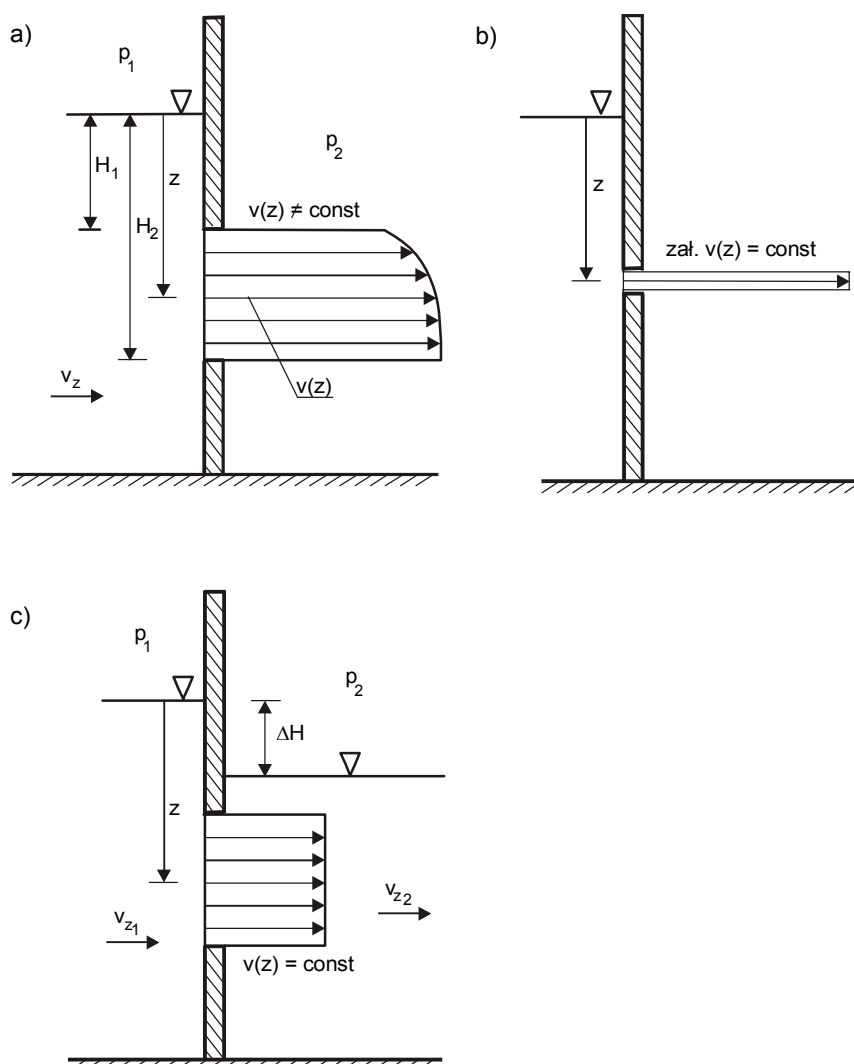
W analogiczny sposób można wykazać, że prędkość wypływu przez **otwór zatopiony** zależna jest od różnicy poziomów cieczy przed i za otworem ΔH , nie zależy natomiast od położenia otworu względem zwierciadła cieczy:

$$v = v(z) = v(\Delta H). \quad (3.1.8)$$

Na podstawie równania Bernoulliego, po przekształceniach uzyskuje się:

$$v(z) = \varphi \sqrt{2g \left(\Delta H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_{z_1}^2 - v_{z_2}^2}{2g} \right)} = \text{const}, \quad (3.1.9)$$

gdzie p_1 i p_2 oznaczają ciśnienia nad zwierciadłami cieczy, odpowiednio przed i za ścianką, natomiast v_{z_1} oraz v_{z_2} są prędkościami przepływu w zbiornikach przed i za otworem (rys. 3.1.3c).



Rys. 3.1.3. Rozkłady prędkości w otworach: a) duży otwór niezatopiony, b) mały otwór niezatopiony, c) otwór zatopiony

W konsekwencji zatem, w **otworze zatopionym** zastosowany tu model daje zawsze **równomierny, prostokątny rozkład prędkości** (rys. 3.1.3c), podczas gdy w **otworze niezatopionym** rozkład ten jest **nierównomierny** (rys. 3.1.3a).

Otwory częściowo zatopione dzieli się na część górną – niezatopioną i część dolną – zatopioną. Obliczeniowo traktuje się je jako dwa sąsiadujące ze sobą otwory, pracujące w różnych warunkach hydraulicznych.

Podział otworów niezatopionych na małe i duże

Przy zróżnicowanym rozkładzie prędkości w otworze niezatopionym, najmniejsze jej wartości występują przy górnej krawędzi otworu, największe zaś przy dolnej. W zależności od **rozmiarów**

otworu w stosunku do wysokości słupa cieczy nad otworem, zróżnicowanie prędkości w otworze może mieć istotne znaczenie, bądź być zjawiskiem zaniedbywalnym. Z tego powodu otwory **niezatopione** dodatkowo klasyfikuje się jako **małe** lub **duże**. Jeśli otwór jest mały, a zatem jego wymiar pionowy jest znacznie mniejszy od wysokości słupa cieczy nad osią otworu, zróżnicowanie prędkości w otworze jest niewielkie i może być pominięte. W efekcie zakłada się, że w **małym niezatopionym otworze** występuje **prostokątny rozkład prędkości**, co oznacza, że w każdym punkcie otworu prędkość jest jednakowa i równa prędkości w osi otworu (rys. 3.1.3b). Założenie to w znaczący sposób ułatwia obliczenie wydatku otworu, bez wprowadzania dużego błędu tego oszacowania.

Jeśli jednak pionowy wymiar otworu jest porównywalny z wysokością słupa cieczy nad osią otworu, zróżnicowany charakter pola prędkości ma istotne znaczenie i nie może być pominięte. Taki otwór nazywany jest **otworem dużym** (rys. 3.1.3a).

Należy wyraźnie podkreślić, że z hydraulicznego punktu widzenia podział otworów na małe i duże nie sprowadza się jedynie do rozmiarów samego otworu, a związany jest z położeniem zwierciadła cieczy w strefie przed otworem. Z tego powodu nie można zakwalifikować otworu jako małego bądź dużego tylko na podstawie jego rozmiarów. Co więcej, ten sam otwór może raz być otworem małym, w innym przypadku zaś otworem dużym – w zależności od hydraulicznych warunków przepływu. Osobny problem stanowi ocena określenia granicy między otworem małym i dużym. Z reguły za otwór mały uważa się taki, dla którego spełniona jest relacja:

$$\frac{H}{L} \geq m \quad (3.1.10)$$

gdzie H jest wysokością słupa cieczy przed otworem mierzoną do osi otworu, L jest rozmiarem otworu w kierunku pionowym, zaś m jest pewnym współczynnikiem. W literaturze można znaleźć różne jego wartości. W niektórych przypadkach przyjmuje się $m = 4$, w innych nawet $m = 10$. Należy stwierdzić, że zasadniczo brak jest obiektywnej miary do optymalnego określenia wartości współczynnika m . Zależy to od wymaganego stopnia dokładności obliczeń, rangi badanego obiektu i szeregu innych czynników. Pomocne może być obliczenie wartości prędkości przy górnej i dolnej krawędzi otworu. Na podstawie ich porównania można ocenić stopień zróżnicowania profilu prędkości w otworze i ewentualne konsekwencje zaniedbania towarzyszącej mu zmienności.

Warto zaznaczyć, że podział otworów na małe i duże traci sens w przypadku otworów znajdujących się w poziomym dnie zbiornika. Wysokość słupa cieczy nad każdym punktem otworu jest jednakowa, a zatem obliczeniowy rozkład prędkości w takim otworze, zgodnie z (3.1.3), jest zawsze prostokątny. Innym przypadkiem, w którym nie dokonuje się klasyfikacji otworów na duże i małe, jest otwór zatopiony. Także w takiej sytuacji, niezależnie od rozmiarów i położenia otworu, rozkład prędkości w jego świetle, zgodnie z (3.1.8), jest prostokątny.

Opory przy przepływie i kontrakcja strumienia

Wypływowi cieczy przez otwór towarzyszą zawsze dwa zjawiska, mające wpływ na parametry przepływu. Należą do nich wspomniane już **straty energii** przy wypływie oraz tzw. **kontrakcja strumienia** w otworze.

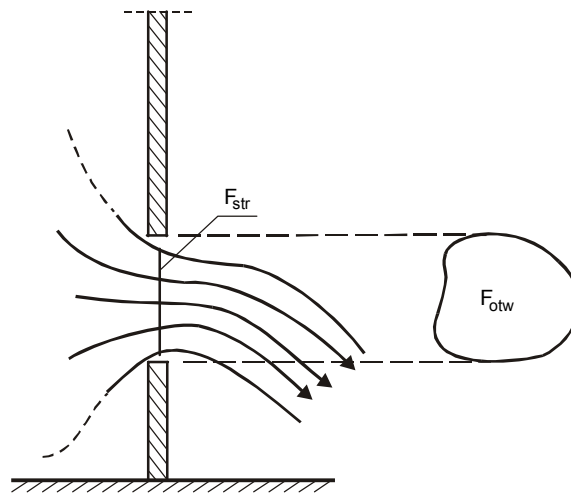
Jak wcześniej wspomniano, uwzględnienie w obliczeniach prędkości i natężenia przepływu strat energii w czasie wypływu przez otwór odbywa się poprzez tzw. **współczynnik prędkości**. W

praktyce zatem, najprostszym sposobem obliczeń jest prowadzenie ich jak dla cieczy nielepkiej (czyli przy braku strat energii), a następnie „poprawienie” końcowego wyniku w celu uwzględnienia oporów przepływu. Innymi słowy, wyznaczana jest wartość prędkości teoretycznej, tj. dla cieczy idealnej, która następnie, zgodnie z relacją (3.1.5), przemnażana jest przez współczynnik prędkości.

Wartość współczynnika prędkości zależna jest od kształtu otworu, materiału, z którego wykonana jest ścianka, sposobu ukształtowania krawędzi otworu (ostre, wygładzone itp.) i innych czynników. Najczęściej, dla typowych otworów, wartości współczynnika prędkości są rzędu 0,7.

Drugim zjawiskiem towarzyszącym wypływowi z otworu jest **kontrakcja strumienia**. Jest to charakterystyczne **zwężenie strumienia** w otworze, w wyniku czego pole przekroju poprzecznego strumienia w otworze jest mniejsze od pola przekroju samego otworu (rys. 3.1.4). Warto zauważyć, że pole przekroju otworu można określić dokładnie, podczas gdy przekroju strumienia nie znamy. Z tego względu wygodniej jest posługiwać się pierwszym z tych parametrów. Obliczeniowo zwężenie strumienia jest więc uwzględniane przez tzw. **współczynnik kontrakcji ε** , wiążący ze sobą pola przekrojów poprzecznych strumienia F_{str} i otworu F_{otw} :

$$F_{str} = \varepsilon F_{otw} \quad (3.1.11)$$



Rys. 3.1.4. Kontrakcja strumienia w otworze

Natężenie wypływu z otworu

W kontekście przedstawionych wcześniej rozważań, natężenie ustalonego przepływu przez otwory o prostokątnym rozkładzie prędkości (małe otwory niezatopione oraz otwory zatopione) określane jest zgodnie z równaniem ciągłości:

$$\begin{aligned} Q_{rzecz} &= v_{rzecz} F_{str} = \varphi v_{teor} \varepsilon F_{otw} = \\ &= \mu v_{teor} F_{otw} \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

gdzie $\mu = \varphi\varepsilon$ jest **współczynnikiem wydatku otworu**. Współczynnik ten stanowi „poprawkę” nakładaną na wydatek teoretyczny otworu w celu uwzględnienia obu efektów – strat energii przy przepływie przez otwór i kontrakcji strumienia w otworze:

$$Q_{rzecz} = \mu Q_{teor} \quad (3.1.13)$$

Ostatecznie więc **wydatek małego niezatopionego otworu** określany jest wzorem:

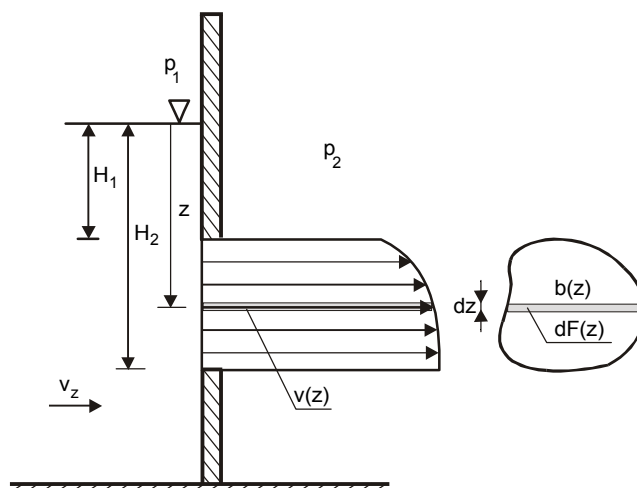
$$Q = Q_{rzecz} = \mu F_{otw} \sqrt{2g \left(H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_z^2}{2g} \right)} \quad (3.1.14)$$

gdzie H jest wysokością słupa cieczy przed otworem, mierzoną od zwierciadła cieczy do osi otworu.

Wydatek otworu zatopionego określany jest zgodnie z formułą:

$$Q = Q_{rzecz} = \mu F_{otw} \sqrt{2g \left(\Delta H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_{z_1}^2 - v_{z_2}^2}{2g} \right)} \quad (3.1.15)$$

W przypadku otworów dużych niezatopionych sytuacja nieco się komplikuje. Ze względu na nierównomierny rozkład prędkości w świetle otworu, konieczne jest potraktowanie otworu dużego jako sumy nieskończonej ilości otworów małych, stanowiących wąskie paski, ułożone jeden na drugim. Wysokość każdego z otworów wynosi dz , zaś szerokość zależy od kształtu całego otworu i w ogólnym przypadku jest zmienna (rys. 3.1.5).



Rys. 3.1.5. Schemat do obliczania wydatku dużego niezatopionego otworu

Wydatek pojedynczego paska wynosi zatem:

$$dQ = \mu dF(z) \sqrt{2g \left(z + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_z^2}{2g} \right)} = \mu b(z) \sqrt{2g \left(z + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_z^2}{2g} \right)} dz \quad (3.1.16)$$

Całkowite natężenie przepływu przez otwór określa zatem wzór:

$$Q = \int dQ = \int_{H_1}^{H_2} \mu b(z) \sqrt{2g \left(z + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_z^2}{2g} \right)} dz \quad (3.1.17)$$

W prostym przypadku, gdy otwór ma kształt prostokąta o szerokości $b(z) = B$ oraz gdy $p_1 = p_2 = p_{at}$ i $v_z = 0$ uzyskuje się:

$$Q = \frac{2}{3} \mu B \sqrt{2g} (H_2^{3/2} - H_1^{3/2}) \quad (3.1.18)$$

Współczynniki wydatku otworów

Z uwagi na wygodę obliczeń, z reguły nie określa się osobno wartości współczynnika prędkości i współczynnika kontrakcji, natomiast łączny efekt obu zjawisk określany jest poprzez wypadkową wartość współczynnika wydatku otworu. Wartość tego współczynnika zależy więc od tych samych czynników, które wpływają na wartość współczynników φ i ε . W ogólnym przypadku współczynnik wydatku przyjmuje różne wartości dla otworów zatopionych i niezatopionych. Zależy też od materiału, z którego wykonana jest ścianka, od rodzaju cieczy, kształtu otworu, jego położenia (otwór w ścianie bocznej lub w dnie zbiornika, o krawędziach bezpośrednio graniczących z krawędzią zbiornika lub usytuowany w środkowej części przegrody itp.), sposobu ukształtowania krawędzi otworu oraz ewentualnych dodatkowych kształtek zamontowanych w otworze, noszących nazwę **przystawek**. Przystawka montowana jest w celu skierowania strumienia cieczy w żądanym kierunku oraz zmiany warunków przepływu w obrębie otworu. Jest to z reguły krótki odcinek przewodu – o stałej średnicy (przystawka cylindryczna), rozszerzający się lub zwężający się, montowany od zewnętrznej (przystawka zewnętrzna) lub od wewnętrznej (przystawka wewnętrzna) strony otworu. Kształt przekroju poprzecznego strumienia w przystawce ulega zmianie, przez co następuje zmiana parametrów przepływu (rozkładu prędkości, oporów przepływu). Często w przystawce tworzy się przestrzeń, w której panuje podciśnienie, co powoduje dodatkowe zasysanie cieczy ze zbiornika i wzrost wydatku w stosunku do wydatku otworu pozbawionego przystawki. Efekt działania przystawek uwzględniany jest w wartości współczynnika wydatku. Współczynnik ten dla typowego otworu kołowego bez przystawki wynosi ok. 0,6, podczas gdy w przypadku zastosowania przystawki może on wzrosnąć do 0,7 a nawet powyżej 0,8. Orientacyjne wartości współczynników wydatku otworu mogą być przyjmowane na podstawie tablic dostępnych w literaturze, jednak dokładne wyznaczenie ich wartości powinno się odbywać na podstawie odpowiednich pomiarów. Sposób empirycznego określenia współczynnika wydatku otworu przedstawiono w ćwiczeniu **TO** – „Określanie czasu opróżniania zbiornika przez otwór w dnie”.

3.2. Określanie czasu opróżniania zbiornika przez otwór w dnie (TO)

Celem ćwiczenia jest doświadczalna weryfikacja teoretycznej zależności, określającej czas wypływu zadanej objętości cieczy przez otwór w dnie zbiornika. W ćwiczeniu jest także wyznaczany współczynnik wydatku otworu.

Wprowadzenie

Wprowadzone na podstawie równania Bernoulliego wzory, umożliwiające określenie prędkości i natężenia wypływu cieczy przez otwór znajdujący się w ścianie bocznej lub w dnie zbiornika (patrz: 3. Wypływ cieczy przez otwory. 3.1. Podstawy teoretyczne), są słuszne w przypadku przepływu ustalonego. Niekiedy jednak wypływ z otworu ma charakter nieustalony, co oznacza, że warunki

przepływu cieczy ulegają zmianom w czasie. Najczęstszą przyczyną tego zjawiska są zmiany położenia zwierciadła cieczy przed oraz/lub za ścianką, w której znajduje się otwór. Przykładem takiej sytuacji jest zagadnienie opróżniania zbiornika, kiedy to zwierciadło znajdującej się w nim cieczy stopniowo obniża się, a wartości prędkości i natężenia przepływu zmniejszają się w miarę wypływu cieczy przez otwór. Formuły określające **prędkość i natężenie ustalonego wypływu cieczy**, w przypadku nieustalonym pozwalają jedynie określić **chwilową prędkość i chwilowe natężenie przepływu** cieczy przez otwór, zależne od aktualnych warunków w zbiorniku i poza nim.

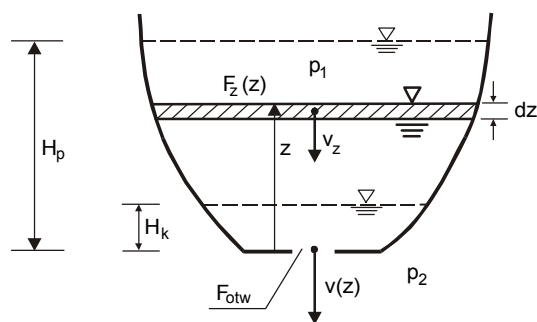
Aby wyprowadzić formułę określającą czas opróżniania zbiornika przez otwór, przyjmuje się założenia, iż:

- przepływ w zbiorniku ma charakter jednowymiarowy oraz
- nieustalony ruch cieczy podczas jej wypływu ze zbiornika można traktować jako sumę nieskończonej liczby chwilowych stanów ustalonych.

Chwilowa prędkość wypływu cieczy przez niezatopiony otwór znajdujący się w dnie zbiornika v może być wyznaczona zgodnie z zależnością:

$$v(z) = \varphi \sqrt{2g \left(z + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_z^2}{2g} \right)} \quad (3.2.1)$$

gdzie z jest aktualną wysokością słupa cieczy w zbiorniku nad otworem, ρ jest gęstością cieczy, g – przyspieszeniem ziemskim, p_1 i p_2 są odpowiednio wartościami ciśnienia panującego nad zwierciadłem cieczy w zbiorniku i na zewnątrz zbiornika, v_z jest prędkością przepływu cieczy w zbiorniku, natomiast φ jest współczynnikiem prędkości (rys. 3.2.1).



Rys. 3.2.1. Opróżnianie zbiornika przez otwór w dnie – schemat

Niech dodatkowo ciśnienia p_1 i p_2 będą jednakowe i równe ciśnieniu atmosferycznemu ($p_1 = p_2 = p_{at}$), a prędkość wody w zbiorniku v_z – ze względu na dużo większe pole przekroju poprzecznego zbiornika w stosunku do pola przekroju otworu ($F_z \gg F_{otw}$) – niech jest pomijalnie mała ($v_z \approx 0$). W efekcie formuła (3.2.1) upraszcza się do:

$$v(z) = \varphi \sqrt{2gz} \quad (3.2.2)$$

Chwilowy wydatek cieczy z otworu wynosi więc:

$$Q_{ch}(z) = v(z) F_{str} = \mu F_{otw} \sqrt{2gz} \quad (3.2.3)$$

gdzie μ jest współczynnikiem wydatku otworu, natomiast F_{str} i F_{otw} są odpowiednio polami przekrojów poprzecznych strumienia i otworu.

W czasie dt (w ciągu którego przepływ traktujemy jako chwilowo ustalony) zwierciadło cieczy w zbiorniku obniża się o wartość dz (rys. 3.2.1), a zatem zmiana objętości cieczy dV w zbiorniku wynosi:

$$dV = -F_z(z) dz \quad (3.2.4)$$

gdzie $F_z(z)$ jest polem przekroju poprzecznego zwierciadła cieczy w odległości z nad dnem zbiornika (pole przekroju poprzecznego zbiornika), a znak „minus” oznacza ubytek objętości cieczy w zbiorniku. Ta sama objętość dV wypłynęła w czasie dt przez otwór z chwilowym wydatkiem $Q_{ch}(z)$:

$$dV = Q_{ch}(z) dt \quad (3.2.5)$$

Podstawiając (3.2.5) do (3.2.4) oraz wykorzystując zależność (3.2.3) określającą wydatek chwilowy, otrzymuje się po przekształceniach:

$$dt = - \frac{F_z(z)}{\mu F_{otw} \sqrt{2gz}} dz \quad (3.2.6)$$

Całkowity czas obniżania zwierciadła cieczy od $z = H_p$ do $z = H_k$ (rys. 3.2.1) jest sumą odpowiednich czasów elementarnych dt , a zatem:

$$T = \int_0^T dt = - \int_{H_p}^{H_k} \frac{F_z(z)}{\mu F_{otw} \sqrt{2gz}} dz \quad (3.2.7)$$

Ostatecznie więc:

$$T = \frac{1}{\mu F_{otw} \sqrt{2g}} \int_{H_k}^{H_p} \frac{F_z(z)}{\sqrt{z}} dz \quad (3.2.8)$$

Jest to formuła umożliwiającą teoretyczne określenia czasu obniżenia się zwierciadła cieczy od wysokości H_p do H_k nad dnem.

W szczególnym przypadku, gdy zbiornik jest całkowicie opróżniany, czas wypływu określa zależność:

$$T = \frac{1}{\mu F_{otw} \sqrt{2g}} \int_0^{H_p} \frac{F_z(z)}{\sqrt{z}} dz \quad (3.2.9)$$

Funkcja $F_z(z)$ określa zmienność pola przekroju poprzecznego zbiornika w zależności od wysokości nad jego dnem i musi być określona indywidualnie dla każdego zbiornika. Dla **zbiorników cylindrycznych** lub **prostokątniennych** pole przekroju poprzecznego jest stałe na wysokości zbiornika i wówczas zależność (3.2.8) upraszcza się do:

$$T = \frac{F_z}{\mu F_{otw} \sqrt{2g}} \int_{H_k}^{H_p} \frac{dz}{\sqrt{z}} = \frac{2F_z}{\mu F_{otw} \sqrt{2g}} \left(\sqrt{H_p} - \sqrt{H_k} \right) \quad (3.2.10)$$

Jak wynika z obserwacji, w końcowej fazie opróżniania zbiornika do głosu dochodzi charakterystyczne zjawisko powstawania intensywnych wirów w okolicach otworu. Zjawisko to jest tym in-

tensywniejsze, im większy jest zbiornik. Typową sytuacją z życia codziennego, w której można je zaobserwować, jest końcowy etap wypływu wody z wanny. Oczywiście jest, że stosując jednowymiarowy model opisu zjawiska, nie jest możliwe odwzorowanie wspomnianego efektu. Z tego względu zastosowanie wzoru (3.2.9) do pełnego opróżniania zbiornika może prowadzić do pewnych niezgodności uzyskanych wyników z obserwacją. Można więc uznać, że formuła określająca teoretyczny czas opróżniania zbiornika w dobry sposób odzwierciedla rzeczywistość dla H_k większego od pewnej wysokości granicznej, poniżej której może nastąpić efekt zawirowań.

Doświadczalne wyznaczenie współczynnika wydatku otworu

Do obliczenia czasu wypływu cieczy ze zbiornika konieczna jest znajomość współczynnika wydatku otworu. Wartość tego współczynnika najlepiej jest określić doświadczalnie na podstawie pomiarów natężenia wypływu cieczy przez otwór w **warunkach ustalonych**. W tym celu korzysta się z zależności na ustalony wydatek otworu niezatapionego w dnie zbiornika:

$$Q = \mu F_{otw} \sqrt{2gH} \quad (3.2.11)$$

gdzie H jest wysokością słupa cieczy nad otworem, z której to zależności wyznaczana jest wartość współczynnika wydatku μ :

$$\mu = \frac{Q}{F_{otw} \sqrt{2gH}} \quad (3.2.12)$$

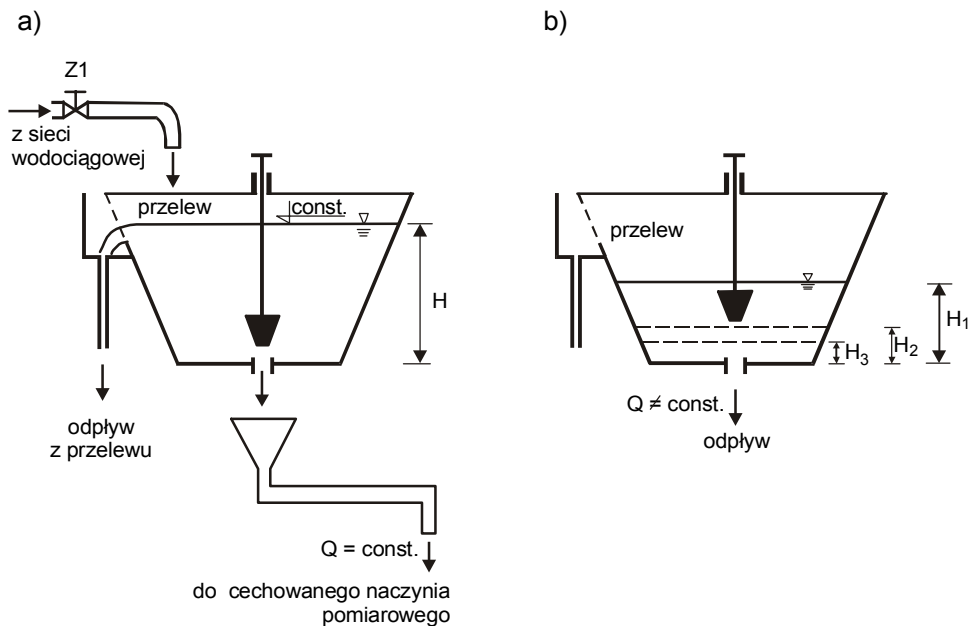
Wystarczy zatem w warunkach ustalonego wypływu cieczy ze zbiornika pomierzyć wydatek otworu Q oraz wysokość H , aby następnie, znając pole przekroju poprzecznego otworu F_{otw} , wyznaczyć poszukiwaną wartość współczynnika wydatku.

Schemat stanowiska pomiarowego

Doświadczalnej weryfikacji zależności określającej czas wypływu cieczy ze zbiornika dokonuje się na stanowisku pomiarowym wyposażonym w naczynie wykonane z pleksiglasu, w którego dnie znajduje się okrągły otwór. Naczynie umocowane jest do stołu pomiarowego, pod którego blatem zamontowano ruchomy przewód zakończony lejkiem, umożliwiający skierowanie strumienia cieczy odpływającej ze zbiornika bądź to do cechowanego naczynia pomiarowego, bądź też do przewodów kanalizacyjnych. W jednej ze ścian bocznych zbiornika znajduje się perforacja, stanowiąca przelew, dzięki któremu możliwe jest uzyskanie ustalonego przepływu cieczy przez zbiornik. Zbiornik zasilany jest z sieci wodociągowej. Otwór w dnie zbiornika zamykany jest korkiem, umieszczonym na prowadnicy. Schemat stanowiska przedstawiono na rys. 3.2.2.

Wykonanie ćwiczenia

Przed przystąpieniem do właściwych pomiarów należy określić charakterystyczne wymiary zbiornika, tak aby na ich podstawie możliwe było wyznaczenie funkcji zmienności pola przekroju poprzecznego zbiornika (pola powierzchni zwierciadła cieczy) $F_z(z)$. Ponadto należy określić średnicę otworu w dnie zbiornika.



Rys. 3.2.2. Schemat stanowiska do pomiarów opróżniania zbiornika:

a) wyznaczenie współczynnika wydatku otworu, b) określenie czasu wypływu ze zbiornika

Właściwe pomiary odbywają się w dwóch etapach. W pierwszym etapie wykonuje się pomiary, umożliwiające wyznaczenie wartości współczynnika wydatku otworu. W tym celu należy:

- 1) napełnić wodą naczynie i wytworzyć warunki ustalonego wypływu cieczy ze zbiornika. W tym celu należy ustalić dopływ do zbiornika tak, aby przez przelew w ścianie bocznej odpływała pewna ilość wody, a zwierciadło wody ustaliło się na pewnym poziomie;
- 2) zmierzyć wysokość zwierciadła wody nad dnem H ;
- 3) trzykrotnie metodą objętościową pomierzyć wydatek otworu. W tym celu należy skierować odpływ ze zbiornika do cechowanego naczynia i za pomocą stopera pomierzyć czas t jego napełniania do określonej wysokości. Określić objętość zgromadzonej w cechowanym naczyniu cieczy V . Wyniki zanotować w tab. 3.2.1.

W części drugiej dokonuje się właściwego pomiaru czasu opróżniania zbiornika. W tym celu należy:

- 1) przyjąć początkową wysokość słupa cieczy $H_p = H_1$ i zaznaczyć ją na ścianie zbiornika. Wysokość H_1 musi być mniejsza od odległości dolnej krawędzi przelewu od dna zbiornika, tak aby w trakcie pomiaru nie następowały ubytki cieczy przez przelew. Wybór wartości H_1 należy skonsultować z prowadzącym zajęcia;
- 2) na ścianie zbiornika zaznaczyć miejsce odpowiadające położeniu zwierciadła wody na wysokości $H_2 = 5$ cm oraz $H_3 = 2$ cm nad dnem;
- 3) za pomocą korka zamknąć wypływ ze zbiornika. Napełnić zbiornik do wysokości słupa cieczy nieco wyższej od przyjętej wysokości H_1 (ok. 1 cm);
- 4) otworzyć odpływ ze zbiornika. Włączyć stoper w chwili, gdy zwierciadło wody pojawi się na wysokości H_1 i pomierzyć czas obniżania się zwierciadła wody od wysokości $H_p = H_1$ do $H_k = H_3$ (T_{p1-3}). W trakcie pomiaru określić także czas pośredni, odpowiadający położeniu zwierciadła wody na wysokości H_2 od dna (T_{p1-2}).

Czynności z punktów 3) i 4) powtórzyć jeszcze dwukrotnie. Wyniki pomiarów zanotować w tab. 3.2.2.

Opracowanie wyników pomiarów

W celu opracowania wyników doświadczenia należy:

- 1) na podstawie wyników pomiarów z części pierwszej ćwiczenia określić w każdym przypadku natężenie przepływu Q przez otwór;
- 2) korzystając z zależności (3.2.12) wyznaczyć wartości współczynnika wydatku otworu μ dla każdego z trzech pomiarów. Wyznaczyć uśrednioną wartość współczynnika wydatku. Wyniki obliczeń umieścić w tab. 3.2.1. Porównać uzyskaną wartość μ z dostępnymi w literaturze wartościami współczynników wydatku dla typowych otworów kołowych;
- 3) na podstawie znanych wymiarów naczynia określić postać funkcji $F_z(z)$;
- 4) korzystając z relacji (3.2.9) i obliczonego współczynnika wydatku otworu, wyznaczyć teoretyczny czas obniżania się zwierciadła wody od wysokości H_1 do H_2 (T_{t1-2}) oraz od H_1 do H_3 (T_{t1-3}). Wyniki obliczeń umieścić w tab. 3.2.2. Porównać pomierzone i obliczone czasy opróżniania zbiornika.

Tabela 3.2.1

Wyniki pomiarów i obliczeń współczynnika wydatku otworu

średnica otworu $d_{otw} = \dots\dots\dots$ [mm]; $F_{otw} = \dots\dots\dots$ [mm²]; $H = \dots\dots\dots$ [cm]

| Lp. | V | t | $Q = \frac{V}{t}$ | $\mu = \frac{Q}{F_{otw} \sqrt{2gH}}$ | μ_{sr} |
|-----|--------------------|-----|----------------------|--------------------------------------|-------------------|
| | [dm ³] | [s] | [dm ³ /s] | [-] | [-] |
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |

Tabela 3.2.2

Wyniki pomiarów i obliczeń czasu opróżniania zbiornika

| Lp. | H ₁ | H ₂ | H ₃ | T _{p1-2} | T _{p1-2} śr | T _{t1-2} | T _{p1-3} | T _{p1-3} śr | T _{t1-3} |
|-----|----------------|----------------|----------------|-------------------|----------------------|-------------------|-------------------|----------------------|-------------------|
| | [cm] | [cm] | [cm] | [s] | [s] | [s] | [s] | [s] | [s] |
| 1 | | | | | | | | | |
| 2 | | 5 | 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | |

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie powinno zawierać:

- krótki wstęp teoretyczny z wyprowadzeniem wzoru na czas opróżniania zbiornika,
- schemat stanowiska pomiarowego,

- opis przeprowadzenia pomiarów,
- wyprowadzenie zależności $F_z(z)$,
- tabele z wynikami pomiarów i obliczeń (tab. 3.2.1 i tab. 3.2.2),
- wnioski dotyczące m.in. porównania wartości współczynnika wydatku do typowych jego wartości dostępnych w literaturze, porównania stopnia zgodności pomierzonych i obliczonych czasów opróżniania zbiornika, oceny przyczyn możliwych niezgodności.

4. PRZEPIY W WODY W KANAŁACH OTWARTYCH

4.1. Podstawy teoretyczne

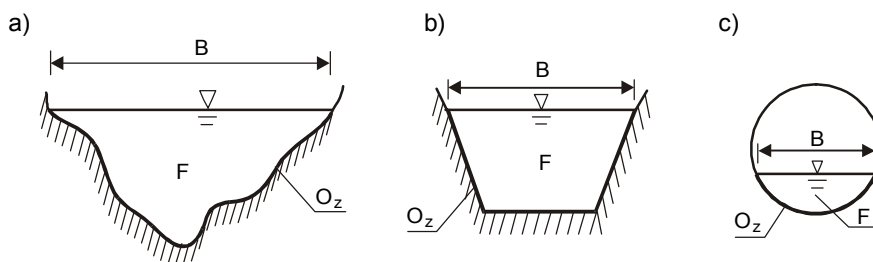
Podobnie jak w przypadku przepływów pod ciśnieniem, duża część praktycznych zagadnień ruchu cieczy w kanałach otwartych związanych jest z przepływem **ustalonym**. Jednakże istnieje wiele problemów, szczególnie dotyczących przepływu w kanałach naturalnych, których opis wymaga analizy zjawisk **nieustalonych**, czyli zmiennych w czasie. Zmienność ta może mieć charakter powolny, czego przykładem jest przejście fali wezbraniowej, lub gwałtowny – jak na przykład nagłe przejście fali spowodowane katastrofą zapory. Opis matematyczny zagadnień nieustalonych jest znacznie trudniejszy i wybiega poza zakres materiału związanego z programem ćwiczeń doświadczalnych realizowanych w typowym kursie hydrauliki. Przedstawione w dalszej części ćwiczenia laboratoryjne związane będą z przepływem ustalonym w kanałach otwartych.

W hydraulice termin „kanał otwarty” oznacza taki kanał lub przewód, w którym przepływ odbywa się ze swobodną powierzchnią. W konsekwencji, w przepływie tym tylko część całego przekroju poprzecznego kanału wypełniona jest cieczą, podczas gdy przepływ pod ciśnieniem odbywa się pełnym przekrojem poprzecznym przewodu. Do opisu pola przekroju poprzecznego strumienia w czasie przepływu ze swobodną powierzchnią nie wystarczy więc znajomość samej geometrii kanału, ale potrzebna jest informacja o jego napełnieniu. Najczęściej wielkość taka definiowana jest przez głębokość przepływu lub rzędną zwierciadła wody w kanale. Na podstawie napełnienia kanału określone są kolejne parametry związane z tzw. przekrojem czynnym (czyli częścią całego przekroju, która uczestniczy w przepływie), takie jak szerokość strumienia na poziomie zwierciadła wody B , pole przekroju czynnego F , obwód zwilżony O_z oraz promień hydrauliczny R_h definiowany jako:

$$R_h = \frac{F}{O_z} \quad (4.1.1)$$

W ogólnym przypadku wszystkie powyższe wielkości są funkcjami głębokości przepływu h (rys. 4.1.1).

Obok wyżej wymienionych, parametrami charakteryzującymi kanał otwarty są także spadek dna kanału s oraz wielkości określające opory ruchu w kanale, najczęściej definiowane tzw. współczynnikiem szorstkości wg Manninga n . Wartość tego współczynnika zależy od rodzaju kanału, materiału z jakiego wykonane są ściany boczne i dno, a także ewentualnej obecności roślinności, form denny, zjawisk lodowych w rzekach itp. Przykładowe typowe wartości współczynnika n dla różnego typu kanałów przedstawiono w rozdziale II „Materiały pomocnicze” – „Współczynniki oporów liniowych przy przepływie cieczy w rurociągach i kanałach”.



Rys. 4.1.1. Przykłady przekrojów poprzecznych kanałów otwartych:

a) kanał naturalny, b) i c) kanały sztuczne

Jeżeli kształt przekroju poprzecznego, spadek dna kanału oraz jego szorstkość nie zmieniają się na długości kanału, to kanał taki nazywany jest **pryzmatycznym**. Kanałami pryzmatycznymi mogą być jedynie kanały sztuczne, gdyż w przypadku kanałów naturalnych praktycznie zawsze obserwuje się zmiany wyżej wspomnianych parametrów wzdłuż kanału.

Podobnie jak w przypadku przepływów pod ciśnieniem, przepływy ustalone w kanałach otwartych opisywane są układem równań złożonym z **równania ciągłości** i równania dynamicznego reprezentowanego przez **równanie Bernoulliego**.

Równanie ciągłości w przypadku braku dopływu bocznego do kanału ma postać:

$$Q = \text{const}, \text{ gdzie } Q = F \cdot v \quad (4.1.2)$$

gdzie Q jest natężeniem przepływu (wydatkiem), F – polem przekroju czynnego a v – średnią prędkością przepływu w przekroju poprzecznym. Jak widać, warunkiem powstania przepływu **jednostajnego** (czyli takiego, w którym wartość v nie ulega zmianie wzdłuż kanału) jest niezmiennosc powierzchni przekroju czynnego F wzdłuż kanału. Jest to możliwe tylko w sytuacji, gdy kanał jest **pryzmatyczny** i **dostatecznie długi** (tak, aby warunki na początku i końcu kanału nie wpływały na zmianę położenia zwierciadła cieczy) oraz brak jest dodatkowych czynników wymuszających w sposób sztuczny układ zwierciadła cieczy (np. budowle piętrzące). Przepływ jednostajny w kanale otwartym jest więc zjawiskiem rzadko występującym w praktyce. Najczęściej przepływ ustalony w kanale otwartym jest przepływem niejednostajnym.

Z kolei **równanie Bernoulliego** dla strumienia cieczy przepływającej w kanale otwartym może być zapisane w postaci:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{str1-2} \quad (4.1.3)$$

gdzie z_1 i z_2 są odpowiednio wysokościami położenia dna kanału w przekrojach 1 i 2, p_1 i p_2 są wartościami ciśnienia w punktach na dnie kanału w tych przekrojach, v_1 i v_2 są średnimi prędkościami przepływu w przekrojach 1 i 2, ρ jest gęstością cieczy, g – przyspieszeniem ziemskim, h_{str1-2} jest wysokością strat energii mechanicznej na odcinku 1-2, natomiast α_1 i α_2 są współczynnikami de Saint-Venanta (patrz ćwiczenie α – „Wyznaczanie rozkładów prędkości i współczynników de Saint-Venanta w kanale otwartym”). Podstawiając wartości ciśnienia p_1 i p_2 określone zgodnie z hydrostatycznym rozkładem ciśnień, otrzymuje się:

$$z_1 + h_1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + h_2 + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{str1-2} \quad (4.1.4)$$

gdzie h_1 i h_2 są odpowiednio głębokościami przepływu w przekrojach 1 i 2. Uwzględniając definicję **spadku dna**:

$$s = \frac{z_1 - z_2}{\Delta x} \quad (4.1.5)$$

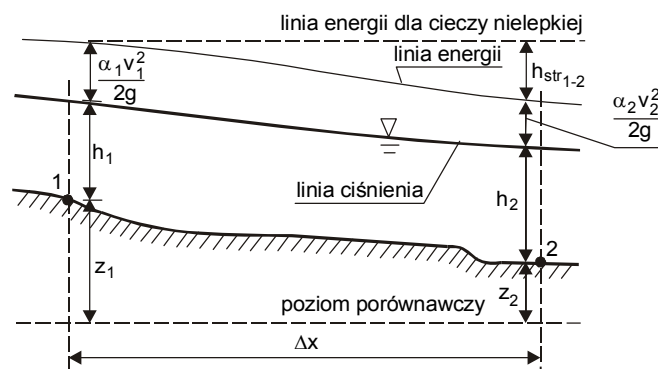
oraz **spadku hydraulicznego** (patrz rozdział II. „Materiały pomocnicze. Współczynniki oporów liniowych przy przepływie cieczy w rurociągach i kanałach otwartych”):

$$S = \frac{h_{str1-2}}{\Delta x} \quad (4.1.6)$$

gdzie Δx jest długością odcinka kanału między przekrojami 1 i 2, otrzymuje się ostatecznie:

$$h_1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \Delta x(S - s) \quad (4.1.7)$$

Interpretację graficzną równania Bernoulliego dla przepływu cieczy lepkiej w kanale otwartym przedstawia rys. 4.1.2.

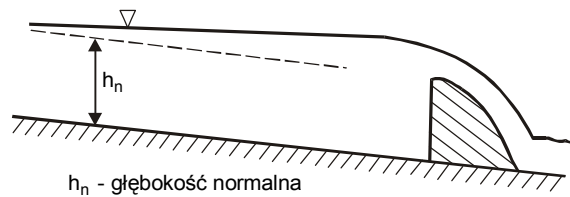


Rys. 4.1.2. Interpretacja graficzna równania Bernoulliego dla przepływu cieczy lepkiej w kanale otwartym

Równanie Bernoulliego wraz z równaniem ciągłości umożliwiają, w zależności od rodzaju zagadnienia, wyznaczenie natężenia przepływu w kanale lub – przy znanym natężeniu przepływu i głębokości przepływu w określonym przekroju – układu zwierciadła cieczy w kanale. To ostatnie zagadnienie ma szczególne znaczenie przy wyznaczaniu kształtu krzywych spiętrzenia lub krzywych depresji, powstających na skutek umieszczenia w kanale otwartym budowli hydrotechnicznych lub urządzeń regulacyjnych, zmieniających układ zwierciadła wody.

Układ zwierciadła wody w kanale zależy nie tylko od geometrii kanału oraz od charakteru obiektów znajdujących się w kanale (jazy, zasuwy itp.), ale także warunków przepływu w kanale, a ściślej rodzaju ruchu, jaki w nim panuje. W przypadku kanałów otwartych bardzo ważne jest określenie, czy ruch w kanale jest **spokojny** (zwany także **nadkrytycznym**), czy też **rwący** (zwany też **podkrytycznym**). Jednym z kryteriów pozwalających określić rodzaj ruchu jest porównanie głębokości w danym przekroju z tzw. **głębokością krytyczną**. Do jej zdefiniowania konieczna jest analiza energii mechanicznej cieczy płynącej w kanale. Energia ta w danym przekroju, przy założonym stałym natężeniu przepływu Q , może się zmieniać w zależności od głębokości, z jaką w danym przekroju odbywa się przepływ. Głębokość ta może wykształcić się w sposób naturalny, tzn. wynikać tylko i wyłącznie z

geometrii i szorstkości kanału oraz natężenia przepływu (wówczas nazywana jest ona **głębokością normalną**) lub też może zostać wymuszona w sposób sztuczny np. poprzez umieszczenie w kanale okolicach analizowanego przekroju różnego typu obiektów (rys. 4.1.3).



Rys. 4.1.3. Przykład układu zwierciadła wody wymuszonego zabudową hydrotechniczną kanału

W zależności od zmiany głębokości przepływu w danym przekroju, ulega zmianie zarówno energia potencjalna jak i kinetyczna. Ilościowo można to określić analizując **całkowitą energię mechaniczną właściwą** (tj. liczoną względem dna w danym przekroju), którą można zapisać jako:

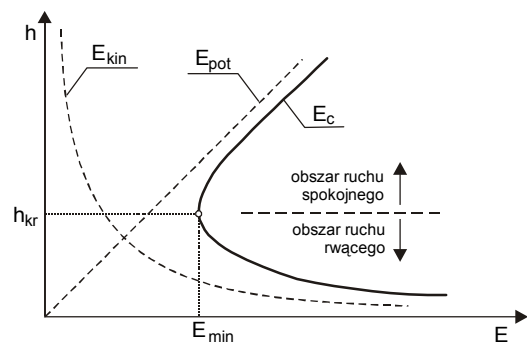
$$E = h + \frac{\alpha v^2}{2g} = h + \frac{\alpha Q^2}{2g F^2} \quad (4.1.8)$$

Całkowita energia mechaniczna jest więc sumą energii potencjalnej (wynikającej wprost z głębokości przepływu) oraz energii kinetycznej. Biorąc pod uwagę, że powierzchnia przekroju czynnego jest funkcją głębokości, można stwierdzić, że dla stałego natężenia przepływu Q zależność (4.1.8) określa postać funkcji $E(h)$ dla danego przekroju. Na rys. 4.1.4 przedstawiono graficznie charakter tej zależności. Jak widać, energia potencjalna rośnie wraz z głębokością, natomiast kinetyczna – maleje (gdyż wraz z głębokością maleje prędkość przepływu). Ciekawy jest jednak fakt, że całkowita energia właściwa wraz ze wzrostem głębokości początkowo maleje aż do pewnej wartości minimalnej, a następnie zaczyna wzrastać. Głębokość przy której energia właściwa (przy założeniu stałego wydatku) osiąga wartość minimalną nosi nazwę **głębokości krytycznej**. Wartość tej głębokości można uzyskać wyznaczając minimum funkcji (4.1.8), czyli rozwiązując równanie:

$$\frac{\partial E(h)}{\partial h} = 0 \quad (4.1.9)$$

W przypadku kanału prostokątnego o szerokości B prowadzi to do formuły:

$$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g B^2}} \quad (4.1.10)$$



E_{kin} - energia kinetyczna
 E_{pot} - energia potencjalna
 E_c - energia całkowita

Rys. 4.1.4. Zależność energii od głębokości przy przepływie w kanale otwartym

Z energetycznego punktu widzenia przepływ z głębokością krytyczną jest stanem najbardziej korzystnym, gdyż to samo natężenie przepływu (ten sam efekt) osiągane jest przy najmniejszej energii (minimalny koszt). Jeśli jednak warunki w kanale sprawiają, że głębokość przepływu jest większa niż krytyczna, wówczas ruch cieczy w kanale określany jest jako **nadkrytyczny** czyli **spokojny**. W tym rodzaju ruchu dominującą formą energii jest energia potencjalna, prędkość przepływu jest stosunkowo niewielka, przepływ nie ma charakteru niszczącego, z reguły nie stanowi zagrożenia dla ścian bocznych i dna kanału. Z kolei jeśli głębokości są niewielkie, mniejsze niż głębokość krytyczna, prędkości przepływu są wówczas duże, a co za tym idzie dominującą formą energii jest energia kinetyczna. Ruch taki nosi nazwę **podkrytycznego** lub **rwącego**. W tym przypadku szybko płynąca ciecz ma dużą siłę niszczącą, może wpływać destrukcyjnie na dno kanału i skarpy, tworzyć wyboje itp. Często więc w takim przypadku konieczne są umocnienia kanału.

Oprócz głębokości krytycznej istnieją inne kryteria, umożliwiające dokonania klasyfikacji rodzaju ruchu w kanale. Do najczęściej stosowanych należy **liczba Frouda**, definiowana jako:

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gh}} \quad (4.1.11)$$

Jest to bezwymiarowa liczba kryterialna, wyrażająca stosunek sił bezwładności do sił ciężkości. Jeśli $Fr < 1$ – w kanale panuje ruch spokojny (nadkrytyczny), dla $Fr = 1$ – ruch krytyczny, natomiast dla $Fr > 1$ – ruch rwący (podkrytyczny). Jeśli w pewnym miejscu kanału panuje ruch podkrytyczny a w innym – nadkrytyczny, na odcinku pomiędzy tymi przekrojami następuje przejście jednego rodzaju ruchu w drugi. Ruch spokojny przechodzi w rwący w sposób łagodny, z zachowaniem ciągłości zwierciadła wody. Przejście w kierunku przeciwnym – z ruchu podkrytycznego w nadkrytyczny – objawia się charakterystycznymi dużymi zaburzeniami, silnymi wirami tworzącymi specyficzny walec wodny. Zjawisko to nosi nazwę **odskoku hydraulicznego** (odskoku Bidona) i zostało szerzej opisane w ćwiczeniu **Obd** („Wyznaczanie parametrów ustalonego odskoku Bidona”).

Rodzaju ruchu panującego w kanale nie tylko determinuje charakter przepływu i zachowanie się cieczy, ale także wpływa na układ zwierciadła cieczy oraz ma duże znaczenie przy poprawnym formułowaniu zagadnień pod względem matematycznym.

W wielu praktycznych zagadnieniach przepływu cieczy w kanale otwartym podstawowe znaczenie ma prawidłowe określenie natężenia przepływu. Jest to istotne zarówno w przypadku kanałów naturalnych (rzek, strumieni itp.), jak i sztucznych – kanałów melioracyjnych, kanałów na oczyszczalniach ścieków, kolektorów ściekowych, kanałów doświadczalnych itp. Do podstawowych metod pomiaru natężenia przepływu w kanale otwartym należą: **metoda objętościowa** (stosowana rzadko ze względu na ograniczone możliwości pomiaru objętości przepływającej cieczy), zastosowanie **przelewów**, zastosowanie **kanalów zwężkowych** oraz **metoda pośrednia** na podstawie pomiaru prędkości przepływu. W dalszej części rozdziału przedstawiono zasady działania oraz hydrauliczne podstawy umożliwiające określenie wydatku w przypadku różnego typu przelewów i kanałów zwężkowych (opisy ćwiczeń **Po** – „Badanie przelewu o ostrej krawędzi”, **Pk** – „Badanie przelewu o szerokiej koronie” i **KVn** – „Cechowanie zwężkowego kanału mierniczego typu Venturiego”). Przykład zastosowania metody pośredniej (na podstawie pomiaru prędkości) przedstawiono w ćwiczeniu **α** – „Wyznaczenie rozkładów prędkości i współczynników de Saint-Venanta w kanale otwartym”.

4.2. Wyznaczanie rozkładów prędkości i współczynników de Saint Venanta w kanale otwartym (α)

Celem ćwiczenia jest określenie profili prędkości przy przepływie w kanale otwartym dla wybranych pionów i poziomów analizowanego przekroju pomiarowego oraz wykreślenie izotach dla tego przekroju.

Dodatkowym celem ćwiczenia jest wyznaczenie wartości współczynników de Saint-Venanta α i β , które określają stosunek rzeczywistej energii kinetycznej lub rzeczywistego pędu strumienia do – odpowiednio – energii kinetycznej lub pędu, obliczanych przy założeniu prędkości średniej w przekroju strumienia.

Wprowadzenie

W obliczeniach projektowych kanałów otwartych często rozważany jest przypadek jednowymiarowego przepływu ustalonego. Do odwzorowania takiego przepływu najczęściej stosowany jest jednowymiarowy model przepływu cieczy lepkiej. Jego podstawę stanowią **równanie ciągłości przepływu**:

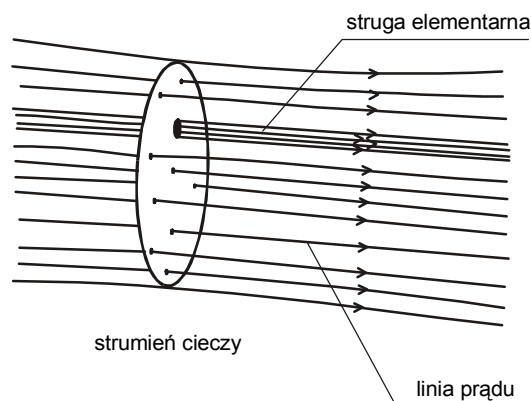
$$Q = \int_A v dF = v_{sr} F = \text{const} \quad (4.2.1)$$

gdzie A jest polem przekroju poprzecznego strumienia, v – prędkością, natomiast v_{sr} – średnią prędkością przepływu w kanale, oraz **równanie Bernoulliego dla cieczy lepkiej**, które dla dwóch wybranych punktów 1 i 2 pojedynczej linii prądu można zapisać w postaci:

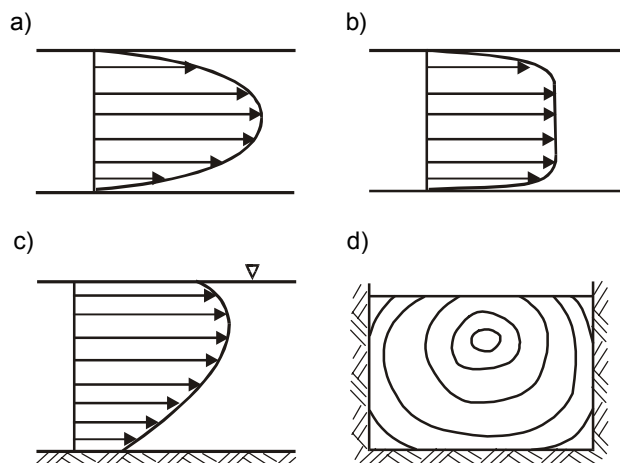
$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \Sigma h_{str1-2} \quad (4.2.2)$$

gdzie z określa wzniesienie punktu nad przyjętym poziomem porównawczym, p jest ciśnieniem, ρ gęstością cieczy, v prędkością, a Σh_{str1-2} określa wysokość strat energii mechanicznej na odcinku między punktami 1 i 2. Człon $v^2/2g$ reprezentuje wysokość energii kinetycznej cieczy w danym przekroju.

Analizowanie poszczególnych linii prądu jest niewygodne, a często wręcz niemożliwe. Najczęściej więc stosuje się równanie Bernoulliego dla całego strumienia cieczy (rys. 4.2.1).

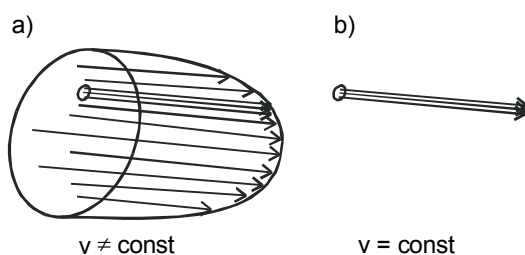


Rys. 4.2.1. Struga elementarna i strumień cieczy – schemat



Rys. 4.2.2. Nierównomierne rozkłady prędkości: a) ruch laminarny w przewodzie pod ciśnieniem, b) ruch turbulentny w przewodzie pod ciśnieniem; c) ruch turbulentny w kanale otwartym, d) izotachy w kanale otwartym

Jak wiadomo, w przypadku strumienia wielkości charakteryzujące przepływ mogą przyjmować zróżnicowane wartości w obrębie jednego przekroju poprzecznego. Przykładowo, w zagadnieniach przepływu cieczy w rurociągach lub kanałach otwartych obserwuje się nierównomierny rozkład prędkości w przekroju poprzecznym (rys. 4.2.2). O ile w przypadku strugi elementarnej, ze względu na dążące do zera wymiary przekroju poprzecznego, można owo zróżnicowanie zaniedbać (równanie Bernoulliego pozostaje wówczas w postaci (4.2.2)), o tyle w przypadku strumienia założenie takie może prowadzić do znaczących błędów i nierównomierny rozkład wielkości charakteryzujących przepływ powinien być uwzględniony (rys. 4.2.3). W związku z tym, przy zastosowaniu równania Bernoulliego dla całego strumienia pojawia się problem, w jaki sposób uwzględnić nierównomierny rozkład prędkości i jednocześnie wyznaczyć reprezentujące cały przekrój prędkości występujące w członach związanych z energią kinetyczną. Ta sama kwestia dotyczy sposobu określenia reprezentatywnych dla całego przekroju wartości ciśnienia oraz wielkości z występujących w równaniu Bernoulliego.



Rys. 4.2.3. Rozkład prędkości: a) w strumieniu, b) w strudze elementarnej

Jeśli za reprezentatywne dla danego przekroju zostaną uznane wartości członów trójmianu Bernoulliego **uśrednione względem strumienia masy**, wówczas każda wielkość w w trójmianie Bernoulliego musi zostać uśredniona zgodnie z formułą:

$$\bar{w} = \frac{1}{\rho_{sr} v_{sr} F} \int_A \rho w v dF, \quad (4.2.3)$$

gdzie \bar{w} jest średnią w strumieniu masy wartością wielkości w , ρ jest średnią gęstością, F jest polem powierzchni przekroju czynnego, natomiast v_{sr} jest prędkością średnią masową, definiowaną jako:

$$v_{sr} = \frac{\int v dA}{A} = \frac{Q}{A}. \quad (4.2.4)$$

Przy założeniu stałej gęstości cieczy relacja (4.2.3) sprowadza się do:

$$\bar{w} = \frac{1}{v_{sr} F} \int_A w v dF, \quad (4.2.5)$$

Wobec tego dla członu opisującego wysokość energii kinetycznej otrzymuje się

$$\frac{\overline{v^2}}{2g} = \frac{1}{v_{sr} F} \int_A \frac{v^3 dF}{2g}. \quad (4.2.6)$$

Jeśli wprowadzony zostanie współczynnik α , którego wartość przy założeniu stałej gęstości cieczy definiowana jest jako:

$$\alpha = \frac{\int v^3 dF}{F v_{sr}^3} \quad (4.2.7)$$

i który określa stosunek rzeczywistej energii kinetycznej w przekroju poprzecznym strumienia do energii kinetycznej wyznaczonej przy założeniu stałej prędkości w przekroju, równej prędkości średniej masowej, wówczas relacja (4.2.6) przyjmie postać:

$$\frac{\overline{v^2}}{2g} = \frac{\alpha v_{sr}^2}{2g}. \quad (4.2.8)$$

W podobny sposób (czyli zgodnie z (4.2.3)) należy uśrednić także uśrednić człony $p/\rho g$ i z , co prowadzi do relacji:

$$\frac{\bar{p}}{\rho g} = \frac{1}{v_{sr} F} \int_F \frac{p v dF}{\rho g} \quad (4.2.9)$$

oraz

$$\bar{z} = \frac{1}{v_{sr} F} \int_F z v dF. \quad (4.2.10)$$

Wyrażenia uzyskane po prawej stronie relacji (4.2.9) i (4.2.10) są trudne do zinterpretowania i określenia w praktyce. Najczęściej więc, zamiast powyższych formuł, przyjmuje się, że uśrednione wartości rzędnej z i wysokości ciśnienia równe są odpowiednio rzędnej i wysokości ciśnienia w środku ciężkości przekroju poprzecznego.

Innym sposobem uśredniania trójmianu Bernoulliego dla strumienia jest **uśrednianie w sensie geometrycznym**, czyli względem przekroju poprzecznego strumienia. Wówczas określenie średniej wartości wielkości w , oznaczonej tu dla odróżnienia od wcześniejszego podejścia – symbolem $\bar{\bar{w}}$, odbywa się zgodnie z relacją:

$$\bar{w} = \frac{1}{F} \int_F w dF. \quad (4.2.11)$$

Zatem:

$$\frac{\overline{v^2}}{2g} = \frac{1}{F} \int_F \frac{v^2 dF}{2g}. \quad (4.2.12)$$

Wprowadzając z kolei współczynnik β , którego wartość przy założeniu stałej gęstości cieczy definiowana jest jako:

$$\beta = \frac{\int v^2 dF}{F v_{sr}^2}, \quad (4.2.13)$$

relacja (4.2.12) przyjmie postać:

$$\frac{\overline{v^2}}{2g} = \frac{\beta v_{sr}^2}{2g} \quad (4.2.14)$$

Analogicznie

$$\frac{\overline{p}}{\rho g} = \frac{1}{F} \int_F \frac{p dF}{\rho g} = \frac{p_s}{\rho g} \quad (4.2.15)$$

oraz

$$\bar{z} = \frac{1}{F} \int_F z dF = z_s. \quad (4.2.16)$$

W wyniku takiego uśredniania uzyskane wartości p_s i z_s dokładnie odpowiadają wartościom ciśnienia i rzędnej punktu w środku ciężkości przekroju poprzecznego strumienia.

Podsumowując więc powyższe rozważania można stwierdzić, że możliwych jest kilka dróg uśrednienia trójmianu Bernoulliego dla strumienia cieczy. Najprostszym rozwiązaniem jest uśrednienie geometryczne, gdyż prowadzi do prostych i łatwych w interpretacji formuł końcowych. Sprowadza się to do zastąpienia w równaniu Bernoulliego wartości z i p odpowiednimi wartościami dla środka ciężkości przekroju poprzecznego, oraz prędkości v przez prędkość średnią masową v_{sr} , przy czym człon wysokości energii kinetycznej korygowany jest współczynnikiem β . Tradycyjnie jednak przyjmuje się podejście pierwsze, związane z uśrednianiem w strumieniu masy, wraz z założeniem, że także i w tym podejściu wielkości z i p reprezentowane są przez wartości w środku ciężkości przekroju poprzecznego strumienia.

Warto podkreślić, że różnica w obu tych podejściach ma duże znaczenie formalne i poznawcze. Jednakże z inżynierskiego punktu widzenia, związanego z praktycznym zastosowaniem równania Bernoulliego, jest ona mniej istotna, gdyż w przeważającej większości przypadków wartości współczynników α i β są bardzo zbliżone, szczególnie gdy rozkłady prędkości są mniej zróżnicowane.

Ostatecznie więc **równanie Bernoulliego zapisane dla przekrojów 1 i 2 strumienia cieczy lepkiej** przyjmuje postać zbliżoną zapisem do (4.2.2):

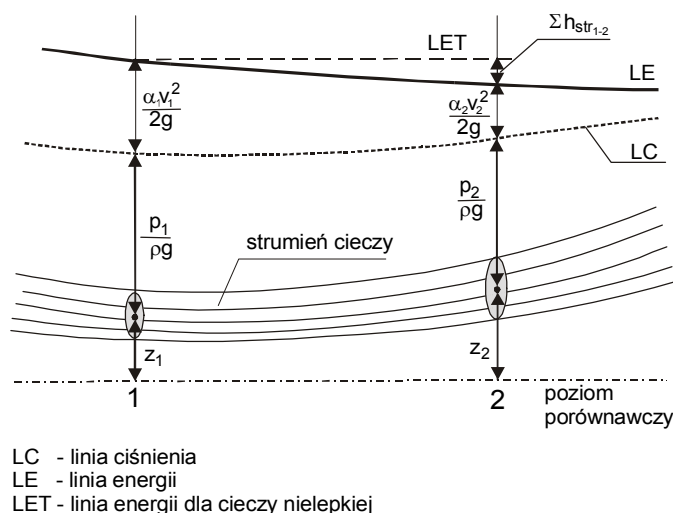
$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \Sigma h_{str1-2}, \quad (4.2.17)$$

lub formalnie poprawniejszą:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\beta_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\beta_2 v_2^2}{2g} + \Sigma h_{str1-2}, \quad (4.2.18)$$

gdzie z_1 i z_2 określają **położenie środków ciężkości przekrojów poprzecznych strumienia**, natomiast v_1 i v_2 są **wartościami prędkości średnich masowych** w tych przekrojach. Interpretację graficzną tego równania przedstawia rys. 4.2.4.

Wartości liczbowe współczynników de Saint-Venanta α i β zależą od rodzaju ruchu i kształtu przekroju poprzecznego. W przypadku przepływu pod ciśnieniem w przewodach kołowych współczynniki te przyjmują wartości $\alpha = 2$ oraz $\beta = 1,33$ dla ruchu laminarnego oraz zbliżone do 1,05 w ruchu turbulentnym. W przypadku kanałów otwartych wartość współczynnika α waha się w przedziale $\langle 1,05 - 1,5 \rangle$ dla ruchu turbulentnego, zaś w przypadku ruchu laminarnego przyjmuje wartości nieco większe. Należy jednak podkreślić, że ruch laminarny w kanałach otwartych występuje bardzo rzadko. W praktycznych zagadnieniach właściwie nie jest obserwowany, trudno też wytworzyć go w warunkach laboratoryjnych. Należy więc przyjąć, że współczynnik α przy przepływie w kanale otwartym przyjmuje wartości z podanego wyżej zakresu.



Rys. 4.2.4. Interpretacja graficzna równania Bernoulliego

Wyznaczenie współczynników de Saint-Venanta

Współczynniki de Saint-Venanta są ściśle związane z rozkładem prędkości w przekroju poprzecznym strumienia, stąd też znajomość tego rozkładu jest podstawową informacją umożliwiającą wyznaczenie ich wartości. Jeśli możliwe jest opisanie rozkładu prędkości zależnością funkcyjną, wówczas współczynniki α i β mogą być wyznaczone bezpośrednio z relacji (4.2.7) i (4.2.13), gdzie prędkość średnia wyrażona jest formułą (4.2.4). Przykładowo, przy przepływie laminarnym w szerokim korycie prostokątnym pionowa zmienność podłużnej składowej prędkości w przekroju poprzecznym może być opisana relacją

$$v(z) = \frac{1}{2} \frac{\rho g I}{\mu} (H^2 - z^2) \quad (4.2.19)$$

gdzie ρ jest gęstością cieczy, I określa spadek linii ciśnienia (zwierciadła wody), μ jest dynamicznym współczynnikiem lepkości, H jest głębokością w kanale a z jest zmienną określającą zagłębienie punktu pod poziomem zwierciadła wody. W tym przypadku współczynnik $\alpha \approx 1,54$. Jak jednak wspomniano wcześniej, w większości zagadnień przepływu w kanale otwartym mamy do czynienia z ruchem turbulentnym. W takiej sytuacji funkcyjna zależność określająca zmienność prędkości w przekroju poprzecznym nie jest znana i profil prędkości może być określony jedynie na podstawie pomiarów prędkości lokalnej, najczęściej w sposób dyskretny, w wybranych punktach przekroju. Liczne pomiary prędkości przepływu w kanale otwartym pozwalają na sformułowanie pewnych ogólnych prawidłowości dotyczących rozkładu prędkości. Mianowicie zauważono, że maksymalna prędkość występuje zwykle w osi przekroju, w odległości $(0,05 - 0,25) H$ pod powierzchnią zwierciadła wody.

Jeśli w analizowanym przekroju wybrane zostaną punkty dla niego reprezentatywne, w których pomierzona zostanie prędkość przepływu, współczynnik α może być wyznaczony zgodnie z formułą

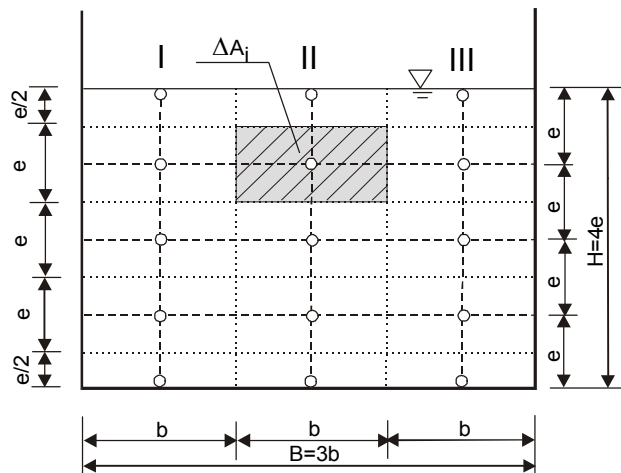
$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^N v_i^3 \Delta F_i}{v_{sr}^3 F} \quad (4.2.20)$$

zaś β :

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^N v_i^2 \Delta F_i}{v_{sr}^2 F} \quad (4.2.21)$$

gdzie N jest liczbą wszystkich punktów, w których dokonano pomiarów prędkości, ΔF_i jest wycinkiem pola przekroju poprzecznego przyporządkowanego i -temu punktowi (rys. 4.2.5), natomiast v_{sr} jest prędkością średnią w przekroju określoną zgodnie z relacją

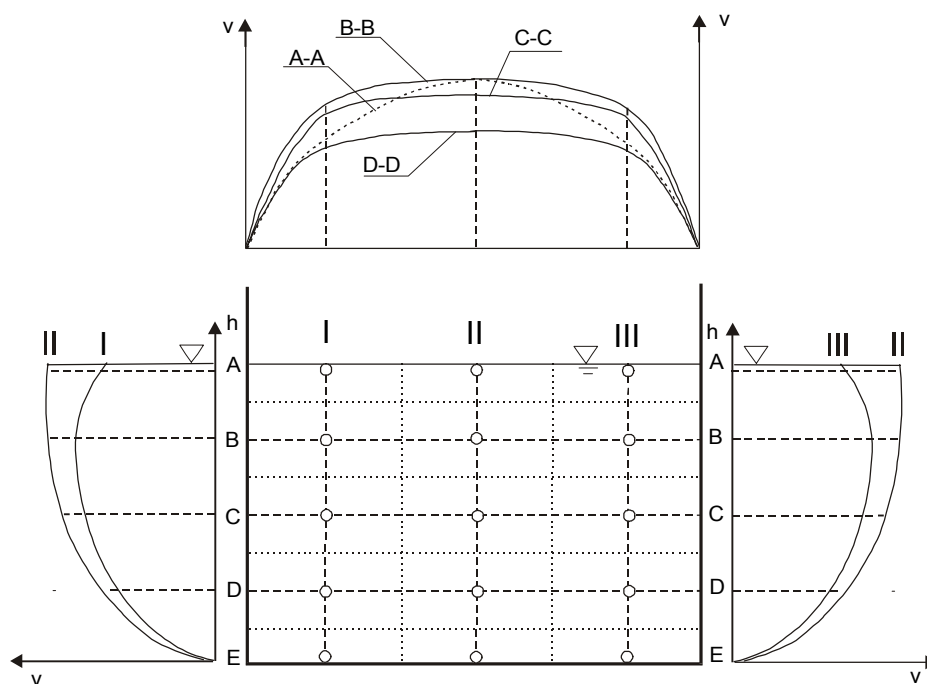
$$v_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^N v_i \Delta F_i}{F} \quad (4.2.22)$$



Rys. 4.2.5. Podział powierzchni przekroju czynnego kanału – rozmieszczenie punktów pomiarowych

Formuły (4.2.20), (4.2.21) i (4.2.22) są dyskretnymi odpowiednikami relacji całkowych (4.2.7), (4.2.13) i (4.2.4).

Na podstawie pomiarów prędkości lokalnych można również określić kształt **tachoid**, czyli krzywych obrazujących rozkład prędkości w danym pionie bądź poziomie pomiarowym (rys. 4.2.6), oraz układ **izotach**, czyli linii jednakowych wartości prędkości w przekroju poprzecznym. Wreszcie, na podstawie pomiarów prędkości można – zgodnie z (4.2.1) lub w inny sposób – określić wartość natężenia przepływu. Jest to jedna z najczęściej stosowanych metod określania wydatku w przypadku naturalnych kanałów otwartych.

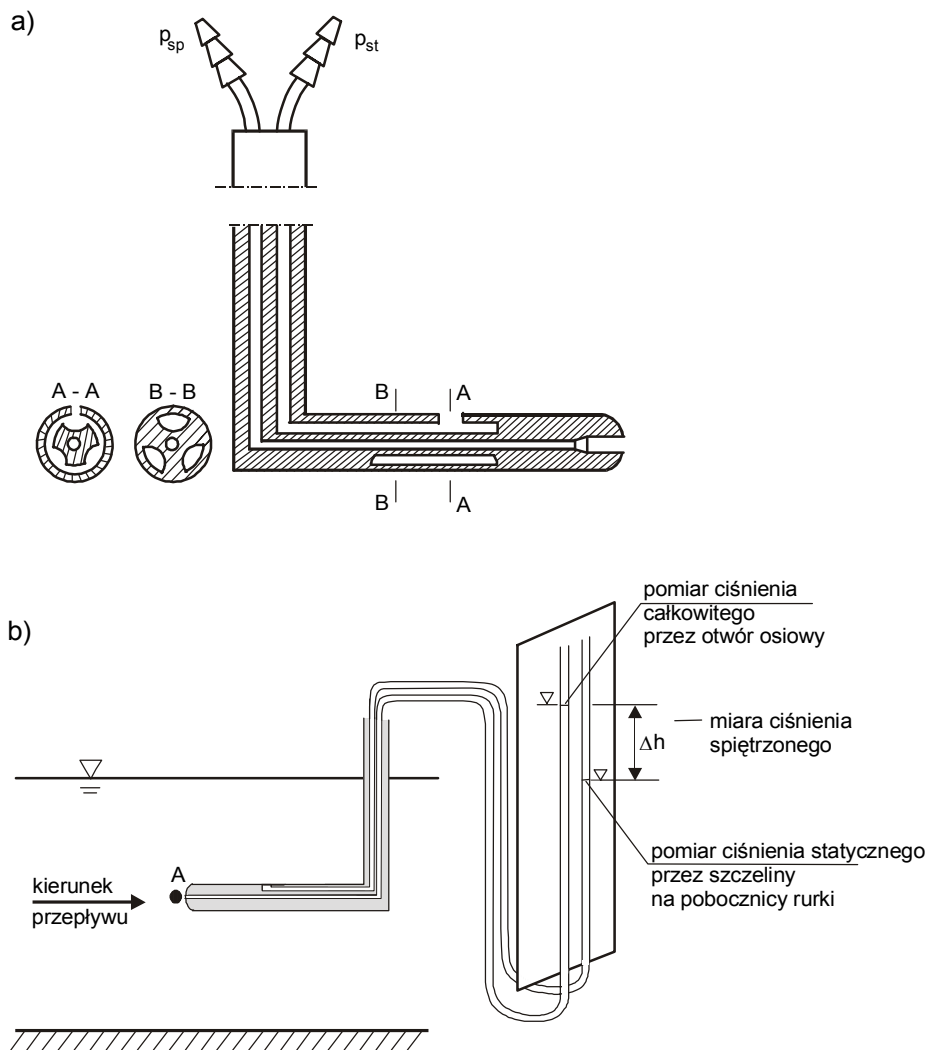


Rys. 4.2.6. Rozkłady prędkości w pionach i poziomach hydrometrycznych

Pomiar prędkości lokalnej za pomocą rurki Prandla

Jednym z najczęściej stosowanych urządzeń do pomiaru prędkości lokalnej w kanale otwartym jest młynek hydrometryczny. Jednakże w przypadku małych kanałów laboratoryjnych możliwe jest także zastosowanie do pomiaru prędkości mniej skomplikowanego urządzenia, jakim jest rurka Prandla.

Rurka Prandla jest przyrządem należącym do klasy tzw. rurek piętrzących, w których do pomiaru prędkości lokalnej wykorzystywane jest zjawisko zamiany energii kinetycznej w potencjalną. Budowa rurki Prandla została schematycznie przedstawiona na rys. 4.2.7a. Rurka ta jest krótkim, zakrzywionym w kształcie litery L przewodem, zakończonym półkolistą główką, którą należy ustawić w punkcie pomiaru prędkości przeciwnie do kierunku przepływu strumienia (rys. 4.2.7b). Wewnątrz rurki znajdują się dwa kanaliki.



Rys. 4.2.7. Rurka Prandla: a) schemat budowy, b) ustawienie w trakcie pomiaru

Do jednego z nich wpływa woda otworem umieszczonym w osi rurki – w centralnym punkcie główki, zaś do drugiego – szczeliną na poboczniczy rurki. Szczelina ta umożliwia pomiar **ciśnienia statycznego** (bardzo często – **hydrostatycznego**), panującego na głębokości, na jaką zanurzona została rurka. Z kolei energia kinetyczna cieczy wypełniającej przewód w osi rurki, zostaje zamieniona w energię potencjalną, co uwiadcza się dodatkowym wzrostem ciśnienia w stosunku do statycznego. To zwiększone ciśnienie nosi nazwę **ciśnienia spiętrzenia**. Analizując przyrost ciśnienia w centralnym odcinku rurki, można wnioskować o prędkości cieczy opływającej przyrząd pomiarowy. Kanalki są zatem podłączone przewodami do ramion manometru różnicowego lub dwóch piezometrów. Na podstawie mierzonej różnicy między ciśnieniem spiętrzenia a ciśnieniem statycznym określana jest prędkość lokalna, zgodnie z formułą:

$$v = \sqrt{2 \frac{p_{sp} - p_{st}}{\rho}} \quad (4.2.23)$$

gdzie p_{sp} i p_{st} są odpowiednio ciśnieniem spiętrzenia i ciśnieniem statycznym w badanym punkcie. Jeśli pomiaru różnicy ciśnień dokonano za pomocą dwóch rurek piezometrycznych lub manometru różnicowego wypełnionego gazem, wzór (4.2.23) przybiera postać

$$v = \sqrt{2g(h_{sp} - h_{st})} = \sqrt{2g\Delta h} \quad (4.2.24)$$

gdzie h_{sp} i h_{st} są wysokościami ciśnienia spiętrzenia i statycznego, a Δh jest różnicą poziomów zwierciadeł cieczy odczytaną z rurek piezometrów lub ramion manometru.

Rurka Prandla umożliwia pomiar miejscowej (lokalnej) prędkości z dokładnością $\pm 1\%$, pod warunkiem, iż kąt nachylenia rurki względem linii prądu nie przekracza 17° .

Przebieg doświadczenia

W celu określenia rozkładów prędkości i wartości współczynników de Saint-Venanta należy:

- 1) dla ustalonego przepływu w kanale pomierzyć wartość natężenia przepływu Q_p za pomocą przelewu kontrolnego;
- 2) w wybranym przekroju poprzecznym zmierzyć głębokość przepływu H oraz szerokość kanału B ;
- 3) określić położenie punktów, w których dokonany zostanie pomiar prędkości lokalnych. W tym celu obrać trzy piony pomiarowe ($B = 3b$) (rys. 4.2.5), i w każdym z nich wybrać pięć punktów pomiarowych równomiernie rozłożonych wzdłuż pionu ($H = 4e$);
- 4) w wybranych punktach dokonać pomiaru prędkości lokalnej za pomocą rurki Prandla. W tym celu należy umieścić rurkę w badanym punkcie, a następnie odczytać różnicę wskazań piezometrów Δh_i ($i = 1, 2 \dots N$).

Wyniki pomiarów zamieścić w tab. 4.2.1.

Uwaga: w czasie pomiarów prędkości należy uważać, by rurka **nie została wynurzona nad powierzchnię cieczy**, co powodowałoby zapowietrzenie urządzenia i konieczność jego odpowietrzenia przed przystąpieniem do dalszych pomiarów. Ponadto umieszczając rurkę w kanale należy zwrócić uwagę, by żerdź, do której jest przymocowana, była ustawiona **pionowo**, a poziomy odcinek rurki był **równoległy** do kierunku przepływu.

Opracowanie wyników pomiarów

W celu opracowania wyników doświadczenia należy:

- 1) na podstawie pomierzonych wartości Δh_i określić prędkości lokalne:

$$v_i = \sqrt{2g\Delta h_i} \quad (4.2.25)$$

- 2) obliczyć wartość prędkości średniej w całym przekroju poprzecznym kanału (zgodnie z relacją (4.2.22)), oraz wartości prędkości średnich w każdym z pionów pomiarowych zgodnie z relacją

$$v_{srk} = \frac{\sum_{i=1}^5 v_i \Delta F_i}{F_k} \quad (4.2.26)$$

gdzie k jest numerem pionu pomiarowego ($k = I, \dots, III$), natomiast F_k jest polem części przekroju poprzecznego kanału przypisanej danemu pionowi (w analizowanym przypadku $F_k = F/3$; $F = BH$);

- 3) wyznaczyć wartość prędkości średniej w kanale na podstawie pomierzonego wydatku Q_p . Porównać uzyskane wartości prędkości średnich w przekroju poprzecznym kanału;
- 4) określić wartość współczynników α zgodnie z (4.2.20) oraz β wg (4.2.21) i porównać uzyskane wartości ze sobą i z wartościami podawanymi w literaturze.
Wyniki obliczeń z punktów 1) ÷ 4) zamieścić w tab. 4.2.1.
- 5) na podstawie pomierzonych wartości prędkości naszkicować rozkłady prędkości w poszczególnych pionach i poziomach pomiarowych (jak rys. 4.2.6);
- 6) na osobnym rysunku przedstawić ponownie tachoidy dla każdego z trzech pionów pomiarowych i zaznaczyć wartości prędkości średniej w każdym z pionów;
- 7) sporządzić rysunek obrazujący układ izotach w przekroju poprzecznym strumienia.

Tabela 4.2.1

Zestawienie wyników pomiarów i obliczeń

RD= [cm]; RZW = [cm]; H = [cm]

| Pomiar wydatku przelewem kontrolnym | Pion | Punkt | z_i | Δh_i | v_i | ΔF_i | $v_i^3 \Delta F_i$ | $v_i \Delta F_i$ | V_{sr} w pionie | V_{sr} w przekroju | α | β |
|---|------|-------|-------|--------------|-------|-----------------|---------------------------------|--------------------|--------------------------|-----------------------------|----------|---------|
| | | | cm | cm | cm/s | cm ² | cm ⁵ /s ³ | cm ³ /s | cm/s | cm/s | - | - |
| rodzaj przelewu: | I | 1 | | | | | | | | | | |
| | | 2 | | | | | | | | | | |
| | | 3 | | | | | | | | | | |
| | | 4 | | | | | | | | | | |
| | | 5 | | | | | | | | | | |
| $R_{zp} = \dots\dots\dots$ | II | 1 | | | | | | | | | | |
| $O_p = \dots\dots\dots$ | | 2 | | | | | | | | | | |
| $h_p = R_{zp} - O_p = \dots\dots\dots$ | | 3 | | | | | | | | | | |
| | | 4 | | | | | | | | | | |
| | | 5 | | | | | | | | | | |
| $Q_p = \dots\dots\dots$ | III | 1 | | | | | | | | | | |
| $v_{\text{sr}} = Q/A = \dots\dots\dots$ | | 2 | | | | | | | | | | |
| | | 3 | | | | | | | | | | |
| | | 4 | | | | | | | | | | |
| | | 5 | | | | | | | | | | |
| $\Sigma =$ | | | | | | | | | | | | |

- R_{zp} – rzędna zwierciadła wody na przelewie kontrolnym
- O_p – rzędna krawędzi przelewu kontrolnego („zero przelewu”)
- h_p – obciążenie przelewu kontrolnego
- Q_p – natężenie przepływu pomierzone przelewem kontrolnym

- RD – rzędna dna kanału
- RZW – rzędna zwierciadła wody
- H – głębokość wody w kanale
- z – zagłębienie punktu pod powierzchnią zwierciadła wody

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie powinno zawierać:

- opis celu ćwiczenia,
- krótkie wprowadzenie teoretyczne na temat przyczyn określania współczynników α i β metod jego wyznaczania oraz zasady działania rurki Prandla (z uwzględnieniem wyprowadzenia wzoru (4.2.25) na podstawie równania Bernoulliego),
- schemat stanowiska pomiarowego wraz ze szkicem umiejscowienia przekroju w kanale pomiarowym (patrz rozdz. II. „Materiały pomocnicze. Schematy kanałów laboratoryjnych”),
- szkic przekroju pomiarowego z określeniem położenia punktów pomiarowych i naniesionymi charakterystycznymi odległościami i wymiarami kanału,
- tabelę pomiarów i obliczeń,
- przykład obliczeniowy (z uwzględnieniem przeliczenia jednostek),
- wykresy rozkładu prędkości w pionach i poziomach pomiarowych (jak rys. 4.2.6) (na papierze milimetrowym formatu A3),
- wykres tachoid dla trzech pionów pomiarowych z naniesionymi wartościami prędkości średnich w każdym z pionów (na papierze milimetrowym formatu A4),
- rysunek przebiegu izotach w analizowanym przekroju pomiarowym (na papierze milimetrowym formatu A4),
- wnioski zawierające komentarz na temat uzyskanych wartości prędkości, rozkładów prędkości w przekroju poprzecznym, wartości współczynnika α i β oraz ocenę dokładności pomiarów na podstawie porównania uzyskanej prędkości średniej w przekroju z prędkością średnią wyznaczoną na podstawie pomiaru wydatku.

4.3. Cechowanie zwężkowego kanału mierniczego typu Venturiego (KVn)

Celem ćwiczenia jest zbadanie charakteru przepływu w kanale pomiarowym, doświadczalne wyznaczenie krzywej cechowania kanału zwężkowego i porównanie jej z krzywą teoretyczną oraz wyznaczenie współczynnika przepływu c kanału pomiarowego. Współczynnik ten określa wzajemną relację między teoretycznym i rzeczywistym wydatkiem kanału.

Wprowadzenie

Zwężkowe kanały miernicze powstają w wyniku odpowiedniego zwężenia przewodu otwartego (kanału), przez który przepływa ciecz ze swobodnym zwierciadłem. Zmniejszenie swobodnego przekroju uzyskuje się przez:

- łagodne zwężenie ścian bocznych, przy zachowaniu płaskiego dna (rys. 4.3.1a),
- ukształtowanie dna w postaci łagodnie wznoszącego się progu bez zwężania ścian bocznych (rys. 4.3.1b),
- jednoczesne zwężenie ścian bocznych i wzniesienie dna w postaci progu (rys. 4.3.1c).

W zależności od rodzaju ruchu występującego w zwężeniu, rozróżniamy zwężkowe kanały miernicze o **przepływie spokojnym**, w których na całej długości przepływu występuje ruch nadkrytyczny, oraz kanały o **przepływie rwącym**, w których w pewnym przekroju zwężonego odcinka pojawia się ruch krytyczny i obserwuje się przejście z ruchu spokojnego w rwący.

W zwężkowych kanałach mierniczych o **przepływie spokojnym** (nadkrytycznym) natężenie przepływu jest proporcjonalne do pierwiastka kwadratowego z różnicy poziomów zwierciadeł wody w przekroju dopływowym i przekroju w przewężeniu:

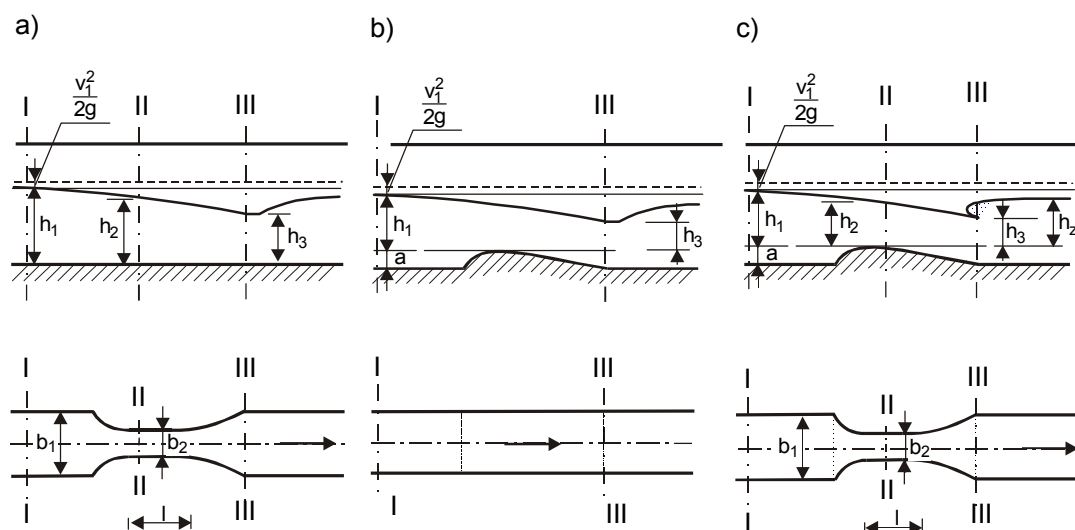
$$Q = f(\sqrt{h_1 - h_2}) \quad (4.3.1)$$

a w kanałach o **przepływie rwącym** – do pierwiastka kwadratowego z głębokości cieczy w przekroju przed zwężką:

$$Q = f(\sqrt{h_1}) \quad (4.3.2)$$

Sz szczególnie szerokie zastosowanie do pomiaru natężenia przepływu w kanałach otwartych (na oczyszczalniach ścieków, w kanałach melioracyjnych itp.) znalazły zwężki miernicze o przepływie rwącym. Zainstalowane w kanałach, powodują znacznie mniejsze spiętrzenia niż przelewy, a ze względu na opływowy kształt można je stosować w przypadkach wód zawierających rozmaitego rodzaju zawiesiny (np. do pomiaru wydatku ścieków).

W zależności od kształtu przekroju poprzecznego kanału i szczegółów konstrukcji stosuje się różne kanały zwężkowe. Najczęściej stosowane są zwężkowe kanały miernicze Venturiego i Parshalla (głównie do kanałów prostokątnych), oraz Palmera-Bowlusa (do kanałów o przekroju kołowym).



Rys. 4.3.1. Zwężkowe kanały miernicze: a) o płaskim dnie, b) z progiem spiętrzającym, c) o bocznym zwężeniu i z progiem spiętrzającym

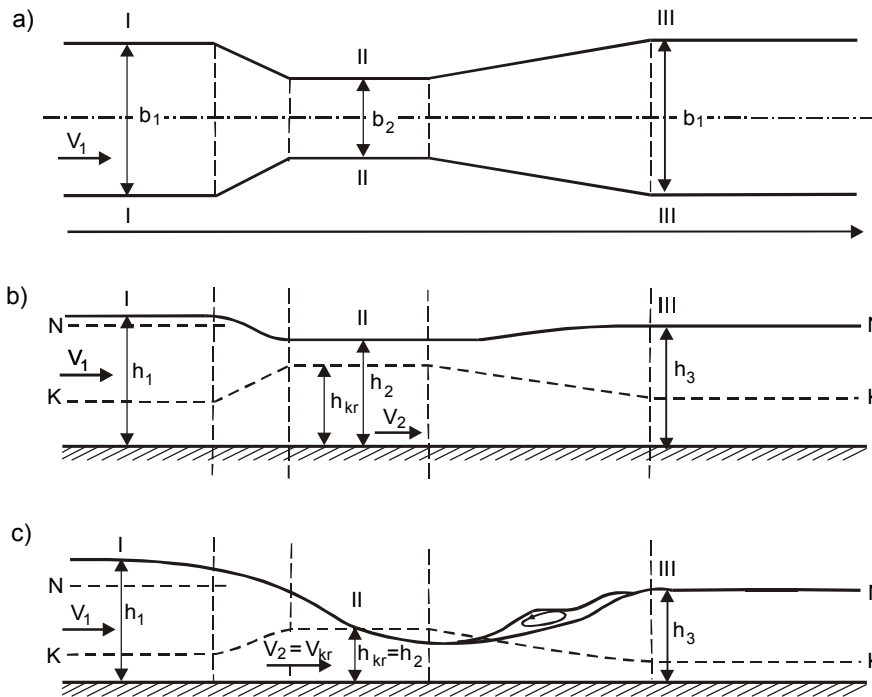
Kanał mierniczy zwężkowy Venturiego

Kanał pomiarowy Venturiego należy do pierwszej grupy kanałów mierniczych (rys. 4.3.1a), w której zmniejszenie przekroju uzyskano przez łagodne zwężenie ścian bocznych, przy zachowaniu płaskiego dna. Składa się on z trzech odcinków (rys. 4.3.2a):

- konfuzora (zweżenia przekroju z szerokości b_1 do b_2),
- odcinka zwężonego o szerokości b_2 ,
- dyfuzora (rozszerzenia z szerokości b_2 do normalnej szerokości kanału b_1).

Stosunek szerokości $b_2 : b_1$ powinien być taki, aby w zwężeniu zapewnić powstanie ruchu krytycznego ($0,33 \leq b_2/b_1 \leq 0,66$).

W zależności od warunków panujących poniżej zwężkowego kanału pomiarowego przepływ przez zwężkę może być **zatopiony** (rys. 4.3.2b) lub **niezatopiony (swobodny)** (rys. 4.3.2c).



Rys. 4.3.2. Kanał pomiarowy zwężkowy typu Venturiego: a) rzut poziomy, b) profil podłużny przy przepływie zatopionym, c) profil podłużny przy przepływie niezatopionym

Przepływ zatopiony występuje wtedy, gdy warunki poniżej zwężki wpływają na parametry przepływu przed zwężką. Dzieje się to wtedy, gdy głębokość h_3 za zwężką jest większa od głębokości normalnej w kanale przed zwężką $h_3 \geq h_n$ (rys. 4.3.2b). W praktyce w takiej sytuacji wyznacza się tzw. **współczynnik zatopienia** $\sigma = h_3/h_1$. Przepływ uważa się za zatopiony, gdy $\sigma \geq 0,7$. Na całej długości kanału pomiarowego występują wówczas głębokości większe od głębokości krytycznej h_{kr} . Zwierciadło wody przed zwężeniem układa się powyżej linii głębokości normalnych N–N ($h_1 > h_n$), zaś poniżej zwężki osiąga głębokość normalną N–N ($h_3 = h_n$).

Do obliczenia natężenia przepływu w kanale zwężkowym stosuje się równanie Bernoulliego. Przyjmując poziom porównawczy na dnie kanału oraz pomijając straty energii, dla odcinka między przekrojami I i II (rys. 4.3.2b) można napisać:

$$E_1 = E_2 = h_1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \quad (4.3.3)$$

gdzie E_1 i E_2 są wysokościami energii mechanicznej odpowiednio w przekroju I–I i II–II, h_1 i h_2 oraz

v_1 i v_2 określają głębokości i średnie prędkości przepływu w tych przekrojach, zaś

$$\alpha_i = \frac{\int v_i^3 dF_i}{v_{sri}^3 F_i} \quad i = 1, 2$$

jest współczynnikiem Saint-Venanta (patrz ćwiczenie α – „Wyznaczanie rozkładów prędkości i współczynników de Saint-Venanta w kanale otwartym”), przy czym F_i jest polem i -tego przekroju czynnego. Najczęściej przyjmuje się $\alpha_1 = \alpha_2 \approx 1,0$.

Ze względu na fakt iż $b_1 \gg b_2$ oraz $h_1 \gg h_2$ – prędkość v_1 jest niewielka, wobec tego występujący w (4.3.3) człon $v_1^2/2g$ można pominąć jako mały. Otrzymuje się wówczas:

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (4.3.4)$$

Ostatecznie zatem wzór na **teoretyczne natężenie przepływu zatopionego** ma postać:

$$Q_{teor} = F_2 v_2 = b_2 h_2 \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (4.3.5)$$

Do wyznaczenia wydatku przy przepływie zatopionym konieczny jest więc pomiar dwóch głębokości: h_1 i h_2 .

Inaczej przedstawia się sytuacja w przypadku **przepływu niezatopionego (swobodnego)**. Ze względu na występujące przed zwężką spiętrzenie, zwierciadło wody układa się tam powyżej linii głębokości normalnych N–N ($h_1 > h_n$), w zwężeniu natomiast następuje stopniowe jego obniżanie. W pewnym przekroju II–II na zwężonym odcinku głębokość osiąga wartość równą głębokości krytycznej ($h_2 = h_{kr}$) i następuje dalsze jej zmniejszenie ($h < h_{kr}$). W przekroju II–II następuje więc zmiana charakteru przepływu ze spokojnego w rwący. Następnie, za zwężonym odcinkiem, głębokość zaczyna wzrastać aż do osiągnięcia głębokości normalnej h_n w kanale poniżej zwężki. Wzrostowi głębokości towarzyszy występowanie odskoku hydraulicznego (odskoku Bidone’a) (patrz też ćwiczenie **OBd** – „Wyznaczanie parametrów ustalonego odskoku Bidone’a”).

Podobnie jak w przypadku przepływu zatopionego, w celu wyznaczenia natężenia przepływu, dla przekrojów I–I i II–II można napisać (pomijając straty i zakładając $\alpha_1 = \alpha_2 \approx 1,0$):

$$E_1 = E_2 = h_1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} \quad (4.3.6)$$

przy czym można ponownie zaniedbać człon $v_1^2/2g$ ze względu na jego małą wartość. W przypadku przepływu niezatopionego w przekroju II–II zakłada się warunki przepływu krytycznego, a zatem $h_2 = h_{kr}$, $v_2 = v_{kr}$. Ze względu na fakt, iż

$$v_{kr} = \sqrt{gh_{kr}} \quad (4.3.7)$$

otrzymuje się:

$$E_2 = E_{kr} = h_{kr} + \frac{v_{kr}^2}{2g} = \frac{3}{2} h_2 \quad (4.3.8)$$

Zgodnie z równaniem Bernoulliego (4.3.6):

$$E_1 = E_2 = h_1 \quad (4.3.9)$$

czyli

$$h_1 = \frac{3}{2}h_2 \quad \text{lub} \quad h_2 = \frac{2}{3}h_1 \quad (4.3.10a,b)$$

Stąd:

$$Q_{teor} = F_2 v_2 = b_2 h_2 v_2 = b_2 \frac{2}{3} h_1 \sqrt{2g \left(h_1 - \frac{2}{3} h_1 \right)} \quad (4.3.11)$$

Ostatecznie więc **wydatek teoretyczny** przy **niezatopionym przepływie** w kanale zwężkowym Venturiego o przekroju prostokątnym określany jest formułą:

$$Q_{teor} = 0,385 b_2 \sqrt{2g} h_1^{3/2} \quad (4.3.12)$$

Do wyznaczenia natężenia przepływu wystarczy w tym przypadku pomiar tylko jednej głębokości h_1 przed zwężeniem. Pomiar ten jest dokładniejszy niż pomiar głębokości h_2 , gdyż zwierciadło wody spiętrzona jest stosunkowo spokojne, a głębokość h_1 jest większa od głębokości h_2 . Z praktycznego (pomiarowego) punktu widzenia przelew niezatopiony ma korzystniejszą charakterystykę niż przelew zatopiony.

Tarowanie kanału zwężkowego

Wydatek rzeczywisty kanału zwężkowego różni się od wydatku teoretycznego. Jest to spowodowane występowaniem w warunkach rzeczywistych strat energii, zakrzywieniem linii prądu, niezerową wartością prędkości dopływu v_1 oraz szeregiem innych czynników, nie uwzględnianych na etapie wyprowadzenia wzorów teoretycznych. Wzajemną relację między wydatkiem teoretycznym a rzeczywistym określa tzw. **współczynnik wydatku** c :

$$Q_{rzecz} = c Q_{teor} \quad (4.3.13)$$

W przypadku przepływu niezatopionego relacja ta przybiera postać:

$$Q_{rzecz} = c 0,385 b_2 \sqrt{2g} h_1^{3/2} \quad (4.3.14)$$

Tarowanie kanału zwężkowego sprowadza się zatem do wyznaczenia wartości współczynnika c . Przy znanych wartościach rzeczywistego natężenia przepływu (określanych najczęściej za pomocą innego urządzenia pomiarowego, kontrolnie zamontowanego w kanale) dokonuje się pomiaru głębokości h_1 , a następnie z relacji (4.3.14) wyznaczana jest wartość współczynnika c . Gdy jest ona ostatecznie znana (a co za tym idzie – kanał jest wycechowany i może być zastosowany jako urządzenie pomiarowe), na podstawie pomierzonej głębokości h_1 w prosty sposób otrzymuje się wartość rzeczywistego natężenia przepływu.

W praktyce jednak okazuje się, że wartość współczynnika c nie jest wielkością stałą dla danego kanału, a zależy m.in. od głębokości przepływu. W czasie tarowania można więc dla zmienianych natężeń przepływu określić zmienność tego parametru oraz wyznaczyć jego wartość średnią. Inną, znacznie wygodniejszą metodą cechowania kanału zwężkowego jest przedstawienie formuły (4.3.14) w postaci bardziej ogólnej:

$$Q_{rz} = a h_1^b \quad (4.3.15)$$

a następnie – na podstawie serii pomiarów h_1 dla zmienianego kolejno wydatku Q_{rzecz} – określenie optymalnych wartości parametrów a i b , np. na drodze aproksymacji. W efekcie uzyskuje się tzw.

krzywą tarowania (krzywą cechowania, krzywą charakterystyczną), którą można przedstawić także w postaci graficznej. Jest to wygodniejsza metoda, uwzględniająca automatycznie zmienność współczynnika wydatku c .

Opis stanowiska badawczego

W ćwiczeniu przeprowadzane jest cechowanie kanału Venturiego w warunkach przepływu niezatopionego. Badany zwężkowy kanał pomiarowy Venturiego umieszczony jest w kanale doświadczalnym o przekroju prostokątnym i regulowanym spadku dna (patrz rozdział II. „Materiały pomocnicze. Schematy kanałów laboratoryjnych”). Woda do kanału doprowadzana jest rurociągiem, na którym znajduje się zasuwą $Z1$, umożliwiającą regulowanie dopływu. Na odpływie z kanału znajduje się skrzynia przelewowa, wyposażona w przelew pomiarowy typu Thomsona (trójkątny o kącie prostym i ostrej krawędzi), służący do pomiaru strumienia objętości (natężenia przepływu). Do pomiaru położenia zwierciadła wody służą wodowskazy szpilkowe zainstalowane na przesuwym wózku, umieszczonym na krawędzi kanału doświadczalnego.

Wykonanie ćwiczenia

W ćwiczeniu należy kolejno:

- 1) za pomocą zasuwki $Z1$ ustalić żądany przepływ w kanale. Przepływ przez zwężkowy kanał pomiarowy powinien mieć charakter niezatopiony;
- 2) po ustaleniu się przepływu (ok. 5–10 min) zmierzyć natężenie przepływu $Q = Q_{rzecz}$ za pomocą kontrolnego przelewu Thomsona;
- 3) za pomocą wodowskazu szpilkowego zmierzyć rzędną dna kanału zwężkowego (RD) oraz pomierzyć profil zwierciadła wody w osi wzdłuż całego kanału pomiarowego (RW_i , $i = 1, 2, \dots, n$). Pomiary należy rozpocząć w odległości ok. $3 h_{max}$ przed zwężką. Między kolejnymi punktami pomiarowymi zachować odstęp od 1 do 5 cm, w zależności od krzywizny powierzchni zwierciadła wody. Wyniki pomiarów umieścić w tab. 4.3.1;
- 4) podczas pomiaru profilu zwierciadła wody w każdym z przekrojów pomiarowych określić wymiary zwężki (aktualną szerokość kanału zwężkowego) oraz lokalizację przekroju pomiarowego wzdłuż kanału;
- 5) wartości natężenia przepływu Q_{rzecz} oraz głębokości przed zwężeniem h_1 zapisać w tab. 4.3.2;
- 6) regulując otwarcie zasuwki $Z1$ zmienić wielkość przepływu. Po ustaleniu się przepływu zmierzyć: rzędną zwierciadła wody przed zwężką RWG, w zwężeniu RWZ oraz natężenie przepływu Q_{rzecz} za pomocą kontrolnego przelewu Thomsona. Wyniki pomiarów zamieścić w tab. 4.3.2. Czynności z punktu 6) wykonać czterokrotnie.

Opracowanie wyników pomiarów

W opracowaniu wyników doświadczenia należy:

- 1) uzupełnić tab. 4.3.1, obliczając głębokości wzdłuż kanału odpowiadające punktom pomiaru rzędnych zwierciadła RW_i oraz głębokości krytyczne h_{kr_i} . Głębokość krytyczną obliczyć jak dla kanału o przekroju prostokątnym, wg wzoru:

$$h_{kr_i} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g B_i^2}} \quad \alpha \cong 1,0 \quad (4.3.16)$$

- gdzie B_i jest aktualną szerokością kanału zwężkowego, zaś $Q = Q_{rzecz}$. Do obliczeń przyjąć $\alpha = 1,00$;
- 2) na podstawie wyników z tab. 4.3.1 narysować profil podłużny kanału wraz z linią głębokości krytycznych K–K. Rysunek wykonać na papierze milimetrowym formatu A3. Na rysunku nanieść również rzut z góry kanału pomiarowego, zaznaczając położenie odpowiednich przekrojów zwężki: wlotu, części zwężonej i końca kanału pomiarowego;
 - 3) dla pięciu pomierzonych wydatków Q_{rzecz} wyznaczyć głębokości h_1, h_2 , obliczyć h_{kr} , przepływ teoretyczny Q_{teor} według wzoru (4.3.12), a następnie współczynnik przepływu c ze wzoru:

$$c = \frac{Q_{rzecz}}{Q_{teor}} \quad (4.3.17)$$

- Dodatkowo wyznaczyć teoretyczną wartość h_2 zgodnie z relacją (10b). Wyniki umieścić w tab. 4.3.2;
- 4) na papierze milimetrowym formatu A4 narysować teoretyczną krzywą charakterystyczną $Q_{teor} = f(h_1)$ (zgodnie z zależnością (4.3.12)) oraz nanieść punkty odpowiadające wynikom pomiarów $Q_{rzecz} = f(h_1)$. Zaproponować przebieg rzeczywistej krzywej charakterystycznej $Q_{rzecz} = f(h_1)$.

Tabela 4.3.2

Wyniki cechowania kanału Venturiego

Rzędna „zera“ przelewu Thomsona: $0_T = \dots\dots\dots$, rzędna dna kanału: $RD = \dots\dots\dots$

| Lp. | Pomiar przelewem Thomsona | | | Pomiar kanałem Venturiego | | | | | | |
|-----|---------------------------|----------------|----------------------|---------------------------|----------------|------|----------------|-----------------------------------|----------------------|----------------------------------|
| | Rz _T | h _T | Q _{rzecz} | RWG | h ₁ | RWZ | h ₂ | h ₂ wg (4.3.10b) | Q _{teor} | c = $\frac{Q_{rzecz}}{Q_{teor}}$ |
| | [cm] | [cm] | [dm ³ /s] | [cm] | [cm] | [cm] | [cm] | [cm] | [dm ³ /s] | [-] |
| 1 | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | |

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie powinno zawierać:

- wprowadzenie teoretyczne;
- szkic i opis stanowiska doświadczalnego wraz ze szkicem umiejscowienia badanego modelu w kanale pomiarowym (patrz rozdz. II. „Materiały pomocnicze. Schematy kanałów pomiarowych”);
- opis przebiegu pomiarów;
- tabele pomiarów i obliczeń;
- wykresy – profil podłużny zwierciadła wody w kanale zwężkowym, charakterystykę $Q_{teor} = f(h_1)$ z naniesionymi punktami z pomiarów i zaproponowaną krzywą charakterystyki rzeczywistej $Q_{rzecz} = f(h_1)$;
- omówienie uzyskanych wyników pomiarów i obliczeń.

Tabela 4.3.1

Pomiar układu zwierciadła wody na długości kanału Venturiego

Określenie wydatku przelewem Thomsona:

rzędna zwierciadła wody na przelewie Thomsona

$Rz_T = \dots\dots\dots \text{ cm}$

rzędna krawędzi przelewu Thomsona („zero przelewu”):

$0_T = \dots\dots\dots \text{ cm}$

obciążenie przelewu Thomsona:

$h_T = Rz_T - 0_T = \dots\dots\dots \text{ cm}$

natężenie przepływu:

$Q=f(h_T) = \dots\dots\dots \text{ dm}^3/\text{s}$

rzędna dna kanału pomiarowego:

$RD = \dots\dots\dots \text{ cm}$

| Przekrój nr | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|-----------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| Odległość [cm] | | | | | | | | | | | | | | | |
| Rzędna zwierciadła wody RW [cm] | | | | | | | | | | | | | | | |
| Głębokość h [cm] | | | | | | | | | | | | | | | |
| Szerokość zwierciadła wody B [cm] | | | | | | | | | | | | | | | |
| Głębokość krytyczna h_{kr} [cm] | | | | | | | | | | | | | | | |

cd. tab. 4.3.1

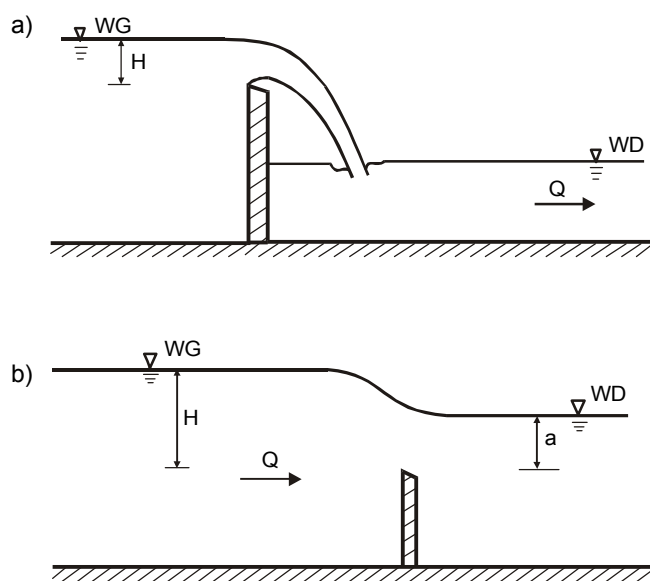
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

4.4. Badanie przelewu o ostrej krawędzi (P_o)

Głównym celem ćwiczenia jest wyznaczenie profilu zwierciadła wody w rejonie przelewu o ostrej krawędzi i wytarowanie przelewu, czyli wyznaczenie rzeczywistej wartości współczynnika wydatku oraz krzywej zależności natężenia przepływu od obciążenia przelewu (tzw. krzywej charakterystycznej). Wyznaczoną doświadczalnie wartość współczynnika wydatku należy porównać z wartością określoną na podstawie zależności empirycznych (formuła Bazina). Dodatkowym celem ćwiczenia jest zaprojektowanie przelewu o kształcie praktycznym zgodnym z profilem Creagera, który w warunkach, w jakich przeprowadzono doświadczenie, umożliwiłby swobodny spływ strumienia cieczy wzdłuż korpusu budowli.

Wprowadzenie

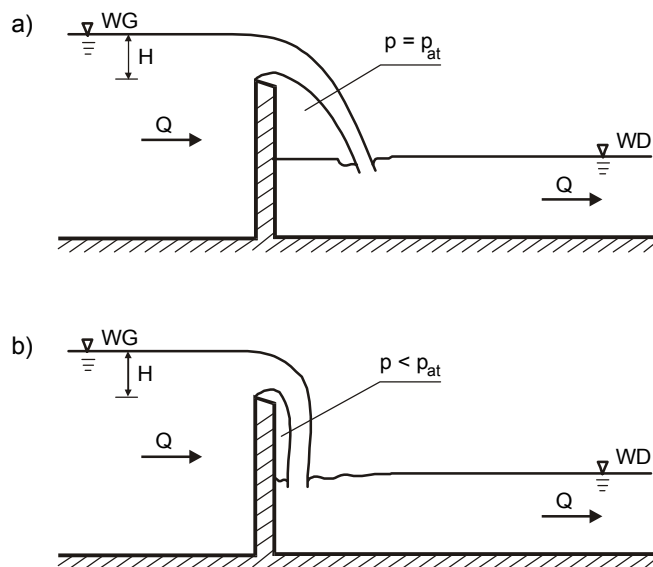
Przelewem nazywana jest część przegrody umiejscowionej w kanale, ponad którą może nastąpić przepływ. Jeżeli przelew ma kształt wąskiej ścianki umieszczonej w poprzek koryta, nosi nazwę **przelewu o ostrej krawędzi**. Grubość ścianki d w przypadku tego typu przelewów spełnia zależność $d < 0,67 H$, gdzie H jest tzw. obciążeniem przelewu, określającym położenie zwierciadła wody przed przelewem w stosunku do położenia krawędzi przelewowej.



Rys. 4.4.1. Hydrauliczne warunki pracy przelewów o ostrej krawędzi:
a) przelew niezatopiony, b) przelew zatopiony

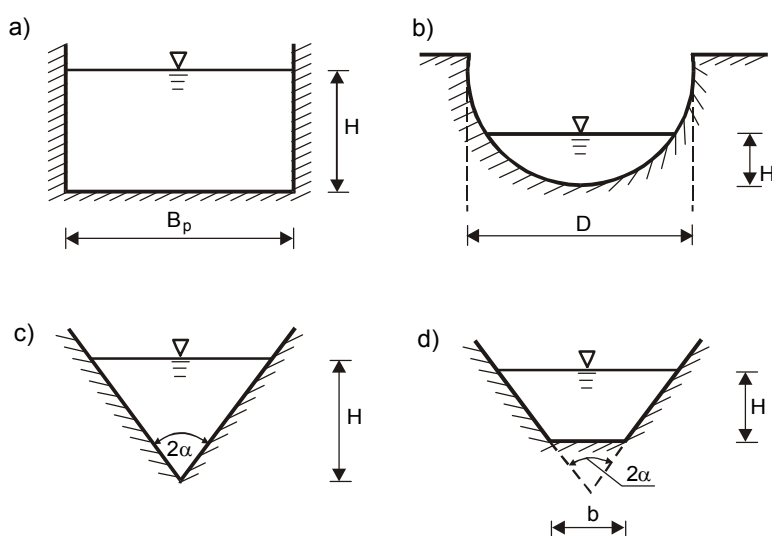
W zależności od układu zwierciadła wody za przelewem, urządzenie może pracować jako **niezatopione** (przelew zupełny – rys. 4.4.1a) lub **zatopione** (przelew niezupełny – rys. 4.4.1b). W przypadku przelewów niezatopionych, między strumieniem przelewającej się cieczy a ścianką powstaje wolna przestrzeń. Jeżeli do przestrzeni tej może swobodnie dopływać powietrze z otoczenia, panujące w niej ciśnienie jest równe ciśnieniu atmosferycznemu, a przelew nosi nazwę **swobodnego** (rys. 4.4.2a). Taki typ przelewu jest często stosowanym urządzeniem do pomiaru natężenia przepływu,

dającym wyniki o dużej dokładności. Jeżeli jednak przestrzeń między ścianką a strumieniem pozbawiona jest swobodnego dostępu powietrza, powstaje tam podciśnienie powodujące częściowe lub całkowite wypełnienie przestrzeni wessaną ze strumienia wodą. W takiej sytuacji przelew nazywany jest **nieswobodnym** (rys. 4.4.2b).



Rys. 4.4.2. Przelewy o ostrej krawędzi – układ strumienia przelewającej się cieczy:
a) przelew swobodny, b) przelew nieswobodny

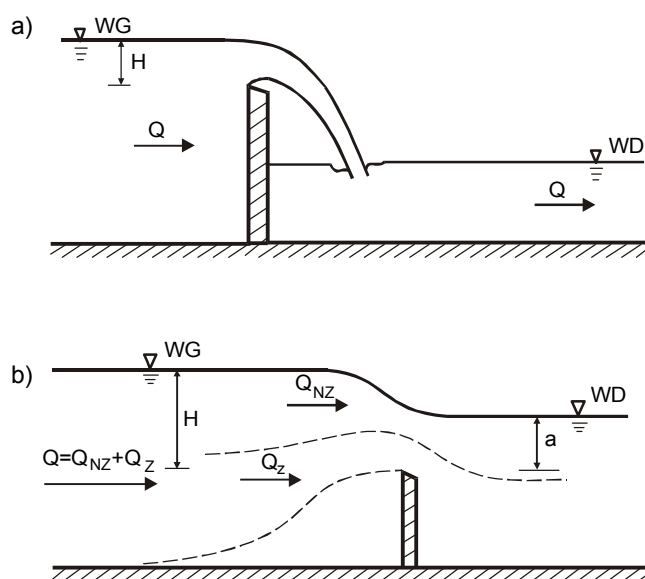
W skrajnym przypadku, zwykle przy cienkiej warstwie przelewającej się cieczy, strumień może ulec przyklejeniu do ścianki, tworząc tzw. **przelew podtopiony**. Obie z powyższych sytuacji nie są korzystne, zarówno ze względu na możliwości pomiaru natężenia przepływu, jak i bezpieczeństwa (możliwość powstania zjawiska kawitacji).



Rys. 4.4.3. Kształty przekrojów poprzecznych przelewów o ostrej krawędzi:
a) prostokątny, b) kołowy, c) trójkątny, d) trapezowy

Przelewy o ostrej krawędzi można dodatkowo klasyfikować ze względu na ich kształt w przekroju poprzecznym przez kanał (rys. 4.4.3). Do najpopularniejszych należą przede wszystkim przelewy prostokątne, kołowe oraz trójkątne, a wśród tych ostatnich tzw. **przelew Thomsona**, który jest przelewem o kształcie trójkąta prostokątnego. Rzadziej stosowane są przelewy trapezowe lub o kształtach specjalnych.

Relacja między natężeniem przepływu a położeniem zwierciadeł wody przed i za przelewem zależy od hydraulicznych warunków pracy tego urządzenia (przelew niezatopiony lub zatopiony). W przelewie niezatopionym zwierciadło wody dolnej znajduje się poniżej krawędzi przelewowej i jego położenie nie ma wpływu na natężenie przepływu (rys. 4.4.4a).



Rys. 4.4.4. Obliczanie wydatku w zależności od hydraulicznych warunków pracy przelewu:
a) przelew niezatopiony, b) przelew zatopiony

Wydatek **prostokątnego przelewu niezatopionego** może być określony formułą:

$$Q = \frac{2}{3} \mu B_p \sqrt{2g} H_o^{3/2} \quad (4.4.1)$$

gdzie B_p jest szerokością przelewu, μ – współczynnikiem wydatku przelewu, zaś

$$H_o = H + \frac{\alpha v^2}{2g} \quad (4.4.2)$$

przy czym H jest tzw. obciążeniem przelewu (rys. 4.4.4), v – średnią prędkością przepływu w przekroju przed przelewem zaś α – współczynnikiem de Saint Venanta. Najczęściej jednak człon $\alpha v^2/2g$ jest pomijany ze względu na niewielką wartość i ostatecznie:

$$Q = \frac{2}{3} \mu B_p \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (4.4.3)$$

W przypadku **przelewu zatopionego** zwierciadło wody dolnej znajduje się powyżej krawędzi przelewowej (rys. 4.4.4b) i jego położenie wpływa na wydatek w kanale. Obliczeniowo strumień

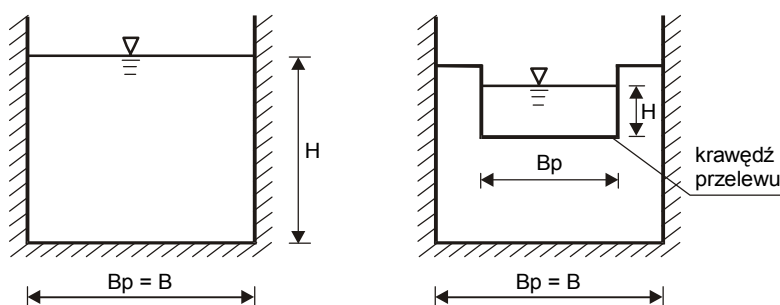
przepływającej cieczy najczęściej dzielony jest na dwie części, a wydatek wyznaczany jest jako suma natężeń przepływu przez część niezatopioną i zatopioną:

$$Q = \frac{2}{3} \mu_{NZ} B_p \sqrt{2g} (H - a)^{3/2} + \mu_Z B_p a \sqrt{2g(H - a)} \quad (4.4.4)$$

gdzie μ_{NZ} i μ_Z są współczynnikami wydatku odpowiednio dla części niezatopionej i zatopionej, zaś a jest spiętrzeniem wody dolnej nad krawędzią przelewową (rys. 4.4.4b).

Na wydatek przelewu istotny wpływ ma zjawisko **kontrakcji bocznej**. Jeżeli szerokość przelewu jest równa szerokości kanału ($B_p = B$), mówimy o przelewie bez kontrakcji bocznej (bez dławienia bocznego). W przeciwnym przypadku mamy do czynienia z przelewem z kontrakcją boczną (rys. 4.4.5). Efekt dławienia uwzględniany jest w formule na wydatek w różnej wartości współczynnika wydatku.

Jak widać, z praktycznego punktu widzenia korzystniejsze są warunki braku zatopienia przelewu, gdyż do określenia natężenia przepływu wystarczająca jest jedynie znajomość położenia zwierciadła wody przed przelewem, podczas gdy dla przelewu zatopionego należy określić rzędne zwierciadła wody zarówno przed jak i za przelewem.



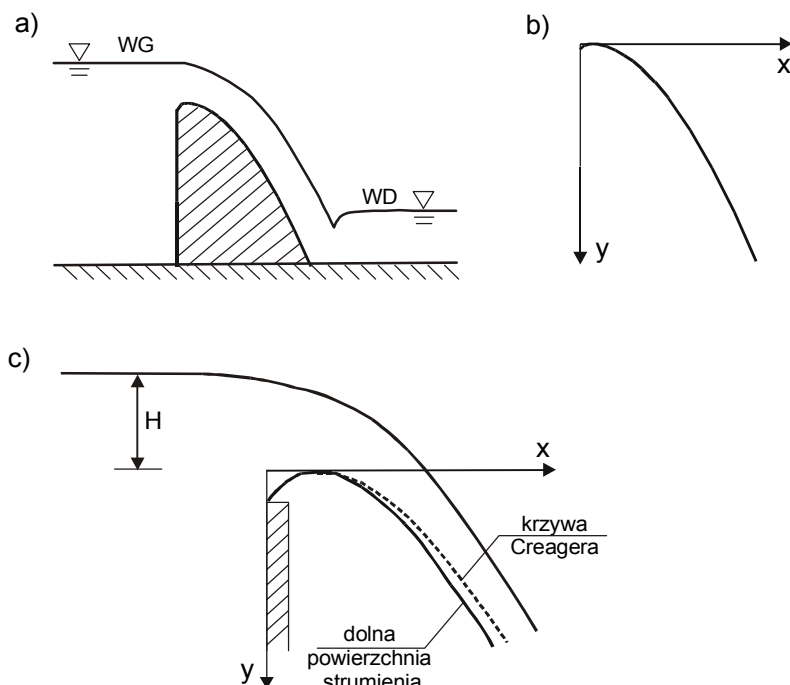
Rys. 4.4.5. Dławienie boczne strumienia przy przepływie przez przelew:
a) bez kontrakcji, b) z kontrakcją

Profil Creagera

Na podstawie wyników pomiarów układu zwierciadła wody na przelewie o ostrej krawędzi można zaprojektować inny typ przelewu – **przelew o kształcie praktycznym** (rys. 4.4.6), przy którym strumień przelewającej się wody sphywałby swobodnie po korpusie budowli, bez odrywania się od jego powierzchni, w efekcie czego wyeliminowany zostałby problem powstawania podciśnienia między strumieniem a przegrodą, a straty energii na przelewie uległyby zmniejszeniu. Kształt takiej budowli można zaprojektować wg tzw. profilu Creagera, którego współrzędne w lokalnym układzie odniesienia oblicza się na podstawie wielkości H_o , obliczanej według (4.4.2), gdzie H jest obciążeniem przelewu o ostrej krawędzi. Współrzędne krzywej określającej kształt profilu Creagera w przypadku, gdy $H_o = 1$ zestawione są w tab. 4.4.1. Dla innych H_o wszystkie wartości podane w tabeli (współrzędne x i y) należy przemnożyć przez H_o .

Kształt profilu Creagera nie jest idealnie zgodny z kształtem dolnej powierzchni strumienia cieczy przepływającej przez przelew. Uwzględnia on pewien margines bezpieczeństwa ze względu na możliwość zmiany obciążenia przelewu (w związku ze zmiennością Q) w czasie eksploatacji budowli.

W przeciwnym razie, w przypadku zwiększenia H , strumień po przekroczeniu najwyższego punktu profilu oderwałby się od powierzchni przelewu na pewnym odcinku, a pod strumieniem powstałaby strefa podciśnienia. Krzywa Creagera przebiega zatem nieco powyżej krzywej dolnej powierzchni strumienia (rys. 4.4.6c).



Rys. 4.4.6. Przelew o kształcie praktycznym:

- a) kształt budowli; b) układ współrzędnych lokalnych krzywej Creagera;
c) porównanie kształtu Creagera z profilem dolnej powierzchni strumienia

Tabela 4.4.1

Współrzędne krzywizny przelewu o kształtach praktycznych

| | | | | | | | | |
|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| x | 0,000 | 0,100 | 0,200 | 0,300 | 0,400 | 0,600 | 0,800 | 1,000 |
| y | 0,126 | 0,036 | 0,007 | 0,000 | 0,007 | 0,060 | 0,142 | 0,257 |
| x | 1,200 | 1,400 | 1,700 | 2,000 | 2,500 | 3,000 | 3,500 | 4,000 |
| y | 0,397 | 0,565 | 0,870 | 1,220 | 1,960 | 2,820 | 3,820 | 4,930 |

Cechowanie przelewu o ostrej krawędzi

Aby przelew mógł służyć za urządzenie do pomiaru wydatku, musi zostać uprzednio wytarowany. Wytarowanie przelewu polega na określeniu relacji między wydatkiem a obciążeniem przelewu $Q = f(H)$ w przypadku przelewu niezatopionego oraz między wydatkiem a spiętrzeniem wody przed i za przelewem $Q = f(H, a)$ w przypadku przelewu zatopionego. Dodatkowo w czasie cechowania przelewu wyznaczana jest wartości współczynnika wydatku. Gdyby współczynnik wydatku był wartością stałą dla danego przelewu, niezależną od położenia zwierciadła wody, obie powyższe czynności byłyby jednoznaczne. Ze względu jednak na zależność współczynnika wydatku od napelnienia kanału można jedynie

wyznaczyć jego uśrednioną wartość, co prowadziłyby do mało precyzyjnych wyników określania natężenia przepływu. Znacznie lepszym rozwiązaniem jest określenie wzajemnej zależności między położeniem zwierciadeł wody a wydatkiem i przedstawienie jej w postaci tabelarycznej lub w formie wykresu. Efekt zmienności współczynnika wydatku jest wówczas automatycznie uwzględniony, a ponadto nie jest konieczne każdorazowe przeprowadzenie obliczeń wg formuł (4.4.3) lub (4.4.4), gdyż odpowiednie wielkości odczytywane są bezpośrednio z wykresu lub tabeli.

Cechowanie przelewu sprowadza się do wykonania serii pomiarów rzędnej zwierciadła wody górnej (a w przypadku przelewu zatopionego – także rzędnej zwierciadła wody dolnej) dla różnych natężeń przepływu w kanale. W związku z tym na stanowisku do tarowania, oprócz badanego przelewu, musi znajdować się inne urządzenie do pomiaru wydatku, o znanej charakterystyce. Może to być inny przelew, lecz korzystniej jest stosować metodę objętościową. Dla zmienianych kolejno natężeń przepływu mierzonych urządzeniem kontrolnym, dokonuje się pomiarów rzędnych zwierciadła wody i na tej podstawie określone są w każdym przypadku wartości współczynników, a następnie sporządzany jest wykres przedstawiający relację $Q(H)$ lub $Q(H,a)$.

Współczynniki wydatku przelewu o ostrej krawędzi

Jak wiadomo, współczynnik wydatku przelewu jest parametrem wiążącym wydatek rzeczywisty na przelewie z wydatkiem teoretycznym, czyli takim, jaki byłby obserwowany, gdyby przepływ odbywał się bez strat energii, przelew pracował bez kontrakcji oraz spełnione były inne założenia, czynione na etapie wyprowadzenia teoretycznego wydatku z równania Bernoulliego dla cieczy nielepkiej. Zatem:

$$Q = \mu Q_{teor} \quad (4.4.5)$$

Współczynnik wydatku można więc uważać za pewną „poprawkę” nakładaną na wydatek teoretyczny w celu uzyskania rzeczywistej jego wartości. Można wykazać, że wydatek teoretyczny niezatopionego przelewu, wyprowadzony z równania Bernoulliego dla cieczy nielepkiej i równania ciągłości, przy założeniu pominięcia prędkości dopływowej do przelewu, określa zależność:

$$Q_{teor} = \frac{2}{3} B_p \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (4.4.6)$$

Po podstawieniu do (4.4.5) formuły na Q_{teor} (4.4.6) uzyskuje się relację (4.4.3). Analogicznie można postąpić w przypadku przelewu zatopionego, przy czym osobno rozpatrywana jest jego część zatopiona i niezatopiona, z których każdą może charakteryzować inny współczynnik wydatku. Ostatecznie uzyskuje się formułę (4.4.4). Jednakże, jak już wspomniano, przypadek przelewu zatopionego nie jest korzystny z punktu widzenia pomiaru natężenia przepływu. W dalszej części zostanie zatem omówione wyznaczenie współczynnika wydatku przelewu niezatopionego.

Najlepszą metodą określenia współczynnika wydatku przelewu jest metoda doświadczalna. W przypadku przelewu niezatopionego sprowadza się ona do zmierzenia natężenia przepływu w kanale i rzędnej zwierciadła wody przed przelewem, a następnie określenia wartości współczynnika μ z przekształconej zależności (4.4.3):

$$\mu = \frac{3}{2} \frac{Q}{B_p \sqrt{2g} H^{3/2}} \quad (4.4.7)$$

Ze względu jednak na zmienność tego współczynnika w zależności od obciążenia przelewu H , czynność tę należy powtórzyć dla zmiennych wartości H i ostatecznie możliwe jest podanie średniej wartości μ dla danego przelewu.

Oprócz metody doświadczalnej, współczynnik wydatku można w sposób przybliżony określić na podstawie wzorów empirycznych. Do najpopularniejszych należy wzór Bazina dla przelewu niezatopionego bez kontrakcji bocznej:

$$\mu_B = \left(0,6075 + \frac{0,0045}{H} \right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{H}{H+P} \right)^2 \right] \quad (4.4.8)$$

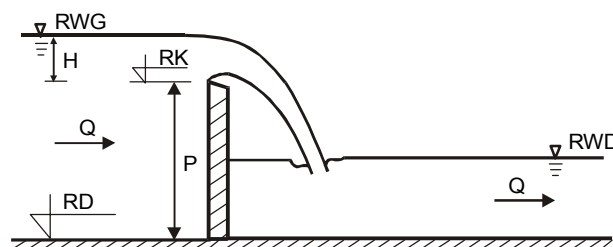
gdzie H jest obciążeniem przelewu zaś P – wysokością przelewu, przy czym obie te wartości należy podstawić w metrach. Wzór ten był sprawdzany dla $0,08 \text{ m} \leq H \leq 0,7 \text{ m}$, $0,2 \text{ m} \leq P \leq 2,0 \text{ m}$ oraz $B_p > 4H$ i ważny jest dla przelewu swobodnego.

W ćwiczeniu przeprowadzane jest tarowanie niezatopionego przelewu o ostrej krawędzi oraz określany jest profil podłużny zwierciadła wody przy przepływie przez ten przelew.

Przebieg ćwiczenia

W ćwiczeniu należy:

- 1) za pomocą zasuwki ustalić wartość natężenia przepływu Q w kanale (przelew o ostrej krawędzi powinien pracować jako niezatopiony). Upewnić się, czy przelew jest swobodny; jeśli nie – za pomocą rurki doprowadzić powietrze do przestrzeni między strumieniem a ścianką aż do zrównania ciśnienia w tej przestrzeni z ciśnieniem atmosferycznym. Pomierzyć wartość natężenia przelewu za pomocą przelewu kontrolnego;
- 2) za pomocą wodowskazu szpilkowego wyznaczyć profil zwierciadła wody w strumieniu (należy pomierzyć górną i dolną powierzchnię strumienia przelewającej się cieczy) oraz pomierzyć rzędną dna RD i rzędną krawędzi przelewowej RK (rys. 4.4.7). Pomiary profilu zwierciadła wody należy rozpocząć w odległości około $(3 \div 4) H$ przed krawędzią przelewu. Pomiaru RD dokonać w trzech punktach i do dalszych obliczeń przyjąć wartość średnią (założenie, że dno kanału jest poziome). Wyniki zanotować w tab. 4.4.2.



- RWG – rzędna wody górnej
- RWD – rzędna wody dolnej
- RD – rzędna dna kanału
- RK – rzędna korony przelewu
- H – obciążenie przelewu ($H = RWG - RK$)

Rys. 4.4.7. Schemat przelewu o ostrej krawędzi. Przekrój podłużny

Tabela 4.4.2

Pomiar profilu zwierciadła wody na przelewie o ostrej krawędzi

Określenie wydatku przelewem kontrolnym:

rzędna zwierciadła wody na przelewie:

rzędna krawędzi przelewowej

obciążenie przelewu:

natężenie przepływu

$R_{zp} =$ [cm]

$O_p =$ [cm]

$h_p = R_{zp} - O_p =$ [cm]

$Q =$ [dm³/s]

rzędna dna kanału pomiarowego

$RD =$ [cm]

| Nr punktu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| Odległość [cm] | | | | | | | | | | | | | | | |
| Rzędna zwierciadła wody [cm] | | | | | | | | | | | | | | | |
| Rzędna dolnej powierzchni strumienia [cm] | | | | | | | | | | | | | | | |

cd. tab. 4.4.2

| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

- 3) zmierzyć szerokość kanału B ;
- 4) w tab. 4.4.3 wpisać pomierzone w trakcie określania profilu zwierciadła wody wartości natężenia przepływu i rzędnej wody górnej RWG;
- 5) czterokrotnie zmienić natężenie przepływu w kanale, a dla każdego z kolejno zmienianych wydatków pomierzyć wartość natężenia przepływu (za pomocą przelewu kontrolnego) oraz wyznaczyć rzędną wody górnej RWG. Wyniki zanotować w tab. 4.4.3.

Opracowanie wyników pomiaru

- 1) na podstawie wyników z tab. 4.4.2 sporządzić rysunek profilu zwierciadła wody na przelewie. Obliczyć głębokość krytyczną:

$$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gB^2}} \quad (4.4.9)$$

Do obliczeń przyjąć $\alpha = 1,00$.

Na rysunku zaznaczyć linię głębokości krytycznej. Skomentować układ zwierciadła wody w kontekście jego położenia względem linii głębokości krytycznej;

- 2) dla każdego z pięciu wydatków określić odpowiadające im obciążenie przelewu H (rys. 4.4.6). Na tej podstawie określić rzeczywiste wartości współczynnika wydatku przelewu zgodnie ze wzorem (4.4.7) (tab. 4.4.3);

Tabela 4.4.3

Wyniki pomiarów i obliczeń dla przelewu o ostrej krawędzi

| Pomiar natężenia przepływu przelewem kontrolnym | | | Pomiary i obliczenia dla przelewu o ostrej krawędzi | | | |
|---|---|----------------------|---|------|----------------------|-------------------------|
| Rodzaj przelewu: | | | RK= RD =..... | | | |
| „0”=O _p = | | | B = B _p = | | | |
| R _{zp} | h _p = R _{zp} -O _p | Q | RWG | H | Q _{teor} | μ = Q/Q _{teor} |
| [cm] | [cm] | [dm ³ /s] | [cm] | [cm] | [dm ³ /s] | [-] |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

- „0” = O_p – rzedna krawędzi przelewu („zero” przelewu)
- R_{zp} – rzedna zwierciadła wody na przelewie kontrolnym
- h_p=R_{zp}-O_p – obciążenie przelewu kontrolnego
- B – szerokość kanału
- B_p – szerokość przelewu

- 3) wyznaczyć średnią wartość współczynnika wydatku μ i porównać uzyskany wynik z wartością tego współczynnika obliczoną wg wzoru Bazina oraz z wartościami dla typowych przelewów o ostrej krawędzi, dostępnymi w literaturze;
- 4) na podstawie pomierzonych wartości natężeń przepływu Q oraz obciążenia przelewu H wyznaczyć krzywą tarowania przelewu (zależność $Q(H)$). Na tym samym wykresie nanieść krzywą $Q_{teor}(H)$. Skomentować uzyskaną zależność;
- 5) określić krzywiznę przelewu o kształcie praktycznym, zgodną z profilem Creagera. Wyznaczony kształt przelewu zaznaczyć na rysunku przekroju podłużnego przelewu o ostrej krawędzi. Porównać kształt krzywej Creagera z kształtem dolnej powierzchni strumienia. Ocenić poprawność zaprojektowania krzywizny przelewu.

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie powinno zawierać:

- cel ćwiczenia,
- krótki wstęp teoretyczny z przedstawieniem wzorów na natężenie przepływu przez przelew niezatopiony i zatopiony,
- szkic stanowiska pomiarowego oraz ogólny szkic umiejscowienia badanego modelu w kanale pomiarowym (patrz rozdz. „Materiały pomocnicze. Schematy kanałów laboratoryjnych”);
- opis przebiegu doświadczenia;
- zestawienie wyników pomiarów i obliczeń w tab. 4.4.2 i tab. 4.4.3;
- przykład obliczeniowy z przeliczeniem jednostek;
- rysunek profilu zwierciadła wody na przelewie, z zaznaczoną linią głębokości krytycznej i wrysowanym profilem Creagera;
- wykres zależności $Q(H)$ i $Q_{teor}(H)$;
- wnioski zawierające m.in. komentarz do uzyskanego kształtu profilu podłużnego zwierciadła wody, kształtu zależności $Q(H)$ oraz wartości współczynnika μ .

4.5. Badanie przelewu o szerokiej koronie (P_k)

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie profilu zwierciadła wody w rejonie przelewu o szerokiej koronie oraz wytarowanie przelewu, czyli wyznaczenie rzeczywistej wartości współczynnika wydatku oraz krzywej zależności natężenia przepływu od obciążenia przelewu (tzw. krzywej charakterystycznej).

Wprowadzenie

Przelewem nazywana jest część przegrody umiejscowionej w kanale, ponad którą może nastąpić przepływ. Podstawowym celem stosowania przelewów jest pomiar natężenia przepływu w kanałach otwartych.

Jeżeli przegroda umiejscowiona w kanale jest dostatecznie długa ($L \geq 2,5 H$ – rys. 4.5.1), na jej koronie wytwarza się ruch o strugach do niej równoległych. Ten typ urządzenia nosi nazwę **przelewu o szerokiej koronie**. Ze względu na jego specyficzną geometrię, znacznie odbiegającą od pozo-

stałych typów przelewów, inaczej w tym przypadku kształtują się hydrauliczne warunki przepływu. Jeśli przepływ nad koroną odbywa się bez strat energii, na koronie przelewu wykształca się ruch krytyczny, a głębokość na progu H_p jest równa głębokości krytycznej:

$$H_p = H_{kr} = \frac{2}{3} H_o, \quad \text{gdzie} \quad H_o = H + \frac{v_o^2}{2g} \quad (4.5.1a,b)$$

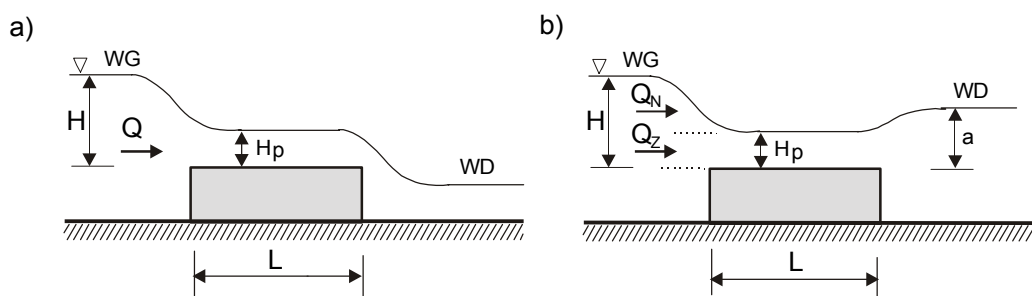
przy czym v_o jest średnią prędkością przepływu przed przelewem.

W rzeczywistości, ze względu na straty energii przy przepływie przez przelew, głębokość wody na progu jest nieco mniejsza i wynosi:

$$H_p = k H_o \quad (4.5.2)$$

gdzie k jest współczynnikiem mniejszym od $2/3$, zależnym od kształtu przelewu, gładkości jego krawędzi i powierzchni korony.

Dopóki zwierciadło wody dolnej znajduje się poniżej zwierciadła wody na progu ($a < H_p$ – rys. 4.5.1b), jego położenie nie ma wpływu na natężenie przepływu w kanale. Przelew jest wówczas **niezatopiony** (rys. 4.5.1a). Jeśli jednak wzniesienie wody dolnej nad koroną przelewu a przekroczy wartość $H_p = k H_o$, położenie zwierciadła wody dolnej zaczyna wpływać na wydatek i przelew określany jest mianem **zatopionego**.



Rys. 4.5.1. Hydrauliczne warunki pracy przelewu o szerokiej koronie:
a) przelew niezatopiony, b) przelew zatopiony

Znajomość warunków pracy przelewu jest niezbędna do prawidłowego określenia natężenia przepływu. W przypadku przelewu **niezatopionego** umieszczonego w kanale o przekroju prostokątnym, natężenie przepływu określone jest ze wzoru:

$$Q = m B \sqrt{2g} H_o^{3/2} \quad (4.5.3)$$

gdzie B jest szerokością kanału, H_o określone jest relacją (4.5.1b), w której H jest tzw. obciążeniem przelewu (rys. 4.5.1a), natomiast m jest pewnym współczynnikiem, określanym jako $m = \frac{2}{3} \mu$, przy czym μ jest współczynnikiem wydatku przelewu, uwzględniającym straty energii mechanicznej przy przepływie przez przelew oraz ewentualny wpływ zjawiska kontrakcji (dławienia).

Jeśli przy obliczaniu natężenia przepływu pominięty zostanie wpływ prędkości cieczy dopływającej do przelewu, wówczas ostateczna formuła na wydatek przelewu niezatopionego przyjmuje postać:

$$Q = \frac{2}{3} \mu B \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (4.5.4)$$

Do wyznaczenia wydatku przez przelewy **zatopione**, przy pominięciu wpływu prędkości dopływu do przelewu, stosuje się wzór:

$$Q = \varphi a B \sqrt{2g(H-a)} \quad (4.5.5)$$

w którym φ jest tzw. współczynnikiem prędkości.

Cechowanie przelewu o szerokiej koronie

Na podstawie przedstawionych wcześniej formuł określających wartość natężenia przepływu przez przelew można stwierdzić, że określenie wydatku przelewu sprowadza się do pomiaru rzędnej zwierciadła wody górnej w przypadku przelewu niezatopionego (na tej podstawie określana jest wartość H , a następnie wydatek zgodnie z (4.5.4)), oraz do pomiaru rzędnych zwierciadła wody górnej i wody dolnej w przypadku przelewu zatopionego, zgodnie z (4.5.5). Aby jednak tak prosta procedura była możliwa, przelew musi być **wytarowany** (wycechowany), czyli muszą być znane charakteryzujące go współczynniki, umożliwiające wyznaczenie relacji $Q(H)$ lub $Q(H, a)$. Tarowanie sprowadza się do wyznaczenia odpowiednich współczynników oraz powyższych relacji na podstawie pomiaru wymaganych rzędnych zwierciadła wody w warunkach **znanego natężenia przepływu**. W tym celu na stanowisku do tarowania, oprócz badanego przelewu, znajduje się inne urządzenie do pomiaru wydatku, najczęściej inny przelew o znanej charakterystyce. Dla zmienianych kolejno natężeń przepływu mierzonych urządzeniem kontrolnym, dokonuje się pomiarów rzędnych zwierciadła wody, odpowiednio – tylko przed przelewem (przelew niezatopiony) lub przed i za przelewem o szerokiej koronie (przelew zatopiony), i na tej podstawie określone są w każdym przypadku wartości współczynników, a następnie sporządzany jest wykres przedstawiający relację $Q(H)$ lub $Q(H, a)$. Wykresy są bardziej przydatne w praktyce niż jedynie wartości współczynników. Po pierwsze określenie natężenia przepływu jest wówczas szybsze, gdyż nie wymaga dodatkowych obliczeń ze wzorów (4.5.4) lub (4.5.5), a po wtóre – unika się błędu wynikającego z ewentualnej zależności współczynników strat (współczynnika wydatku lub współczynnika prędkości) od rzędnych zwierciadła wody, co jest automatycznie uwzględnione na wykresie.

W ćwiczeniu przeprowadzane jest tarowanie niezatopionego przelewu o szerokiej koronie oraz określany jest profil podłużny zwierciadła wody przy przepływie przez ten przelew.

Przebieg ćwiczenia

W ćwiczeniu należy:

- 1) za pomocą zasuwy ustalić wartość natężenia przepływu Q (przelew o szerokiej koronie powinien pracować jako niezatopiony). Pomierzyć wartość natężenia przepływu za pomocą przelewu kontrolnego;
- 2) za pomocą wodowskazu szpilkowego wyznaczyć profil zwierciadła wody oraz profil przelewu (pomiar rzędnych dna RD i rzędnych korony RK (rys. 4.5.2)). Pomiaru profilu zwierciadła wody należy rozpocząć w odległości około (3 do 4) H przed krawędzią przelewu. Pomiaru RD oraz RK dokonać w trzech punktach i do dalszych obliczeń przyjąć średnie wartości (założenie, że dno kanału i korona przelewu są poziome). Wyniki zanotować w tab. 4.5.1;

Tabela 4.5.1

Pomiar profilu zwierciadła wody na przelewie o szerokiej koronie

Określenie wydatku przelewem kontrolnym:

rzędna zwierciadła wody na przelewie:

rzędna krawędzi przelewowej

obciążenie przelewu:

natężenie przepływu

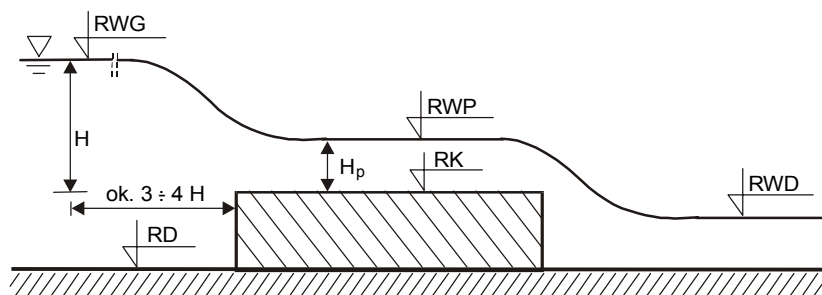
 $R_{zp} =$ [cm] $O_p =$ [cm] $h_p = R_{zp} - O_p =$ [cm] $Q =$ [dm³/s]

| Nr punktu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| Odległość [cm] | | | | | | | | | | | | | | | |
| Rzędna zwierciadła wody [cm] | | | | | | | | | | | | | | | |
| Rzędna dna kanału/korony przelewu [cm] | | | | | | | | | | | | | | | |

cd. tab. 4.5.1

| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

- 3) zmierzyć szerokość kanału B ;
- 4) w tabeli 4.5.2 wpisać pomierzone w trakcie określania profilu zwierciadła wody wartości natężenia przepływu, rzędnej wody górnej RWG, rzędnej wody na progu RWP (w miejscu, gdzie zwierciadło wody jest w przybliżeniu równoległe do korony przelewu) i rzędnej wody dolnej RWD (rys. 4.5.2);
- 5) czterokrotnie zmienić natężenie przepływu w kanale, a dla każdego z kolejno zmienianych wydatków pomierzyć wartość natężenia przepływu (za pomocą przelewu kontrolnego) oraz wyznaczyć rzędną wody górnej RWG w odległości około $(3 \text{ do } 4) H$, rzędną wody na progu RWP i rzędną wody dolnej RWD. Wyniki zanotować w tabeli 4.5.2.



- RWG – rzędna wody górnej
- RWP – rzędna wody na progu
- RWD – rzędna wody dolnej
- RD – rzędna dna kanału
- RK – rzędna korony przelewu
- H – obciążenie przelewu ($H = RWG - RK$)
- H_p – głębokość wody na progu ($H_p = RWP - RK$)

Rys. 4.5.2. Schemat przelewu o szerokiej koronie. Przekrój podłużny

Opracowanie wyników pomiaru

W opracowaniu wyników ćwiczenia należy:

- 1) na podstawie wyników z tab. 4.5.1 sporządzić rysunek profilu zwierciadła wody na przelewie;
- 2) obliczyć głębokość krytyczną:

$$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gB^2}} \quad (4.5.6)$$

Do obliczeń przyjąć $\alpha = 1,00$. Na rysunku zaznaczyć linię głębokości krytycznej. Skomentować układ zwierciadła wody w kontekście jego położenia względem linii głębokości krytycznej.

- 3) dla każdego z pięciu wydatków określić głębokość wody na progu H_p oraz głębokość krytyczną. Porównać uzyskane wielkości;
- 4) dla każdego z pięciu wydatków określić odpowiadające im obciążenie przelewu o szerokiej koronie H (rys. 4.5.2). Na tej podstawie określić rzeczywistą wartość współczynnika wydatku przelewu zgodnie ze wzorem:

$$\mu = \frac{Q_{rzecz}}{Q_{teor}}$$

gdzie Q_{rzecz} jest rzeczywistym natężeniem przepływu przez przelew Q , pomierzonym za pomocą przelewu kontrolnego, zaś Q_{teor} – teoretycznym wydatkiem przelewu o szerokiej koronie (wyznaczonym jak dla cieczy doskonałej), określonym wzorem:

$$Q_{teor} = \frac{2}{3} \sqrt{2g} B H^{3/2}$$

Ostatecznie więc współczynnik wydatku przelewu można określić ze wzoru:

$$\mu = \frac{3Q}{2\sqrt{2g} B H^{3/2}} \quad (4.5.7)$$

- 5) wyznaczyć średnią wartość współczynnika wydatku μ i porównać uzyskany wynik z wartościami tego współczynnika dla typowych przelewów o szerokiej koronie, dostępnymi w literaturze;
- 6) na podstawie pomierzonych wartości natężeń przepływu Q oraz obciążenia przelewu H wyznaczyć krzywą tarowania przelewu (zależność $Q(H)$). Na tym samym wykresie nanieść krzywą $Q_{teor}(H)$. Skomentować uzyskaną zależność.

Tabela 4.5.2

Wyniki pomiarów i obliczeń dla przelewu o szerokiej koronie

| Pomiar natężenia przepływu przelewem kontrolnym | | | Pomiary i obliczenia dla przelewu o szerokiej koronie | | | | | | | |
|---|----------------------|--------------------|---|-----|-----|-------|----------|----|--------------------|----------------------------|
| Rodzaj przelewu..... „0” = O_p = | | | RK=..... RD=..... B=..... | | | | | | | |
| R_{zp} | $h_p = R_{zp} - O_p$ | Q_{rzecz} | RWG | RWP | RWD | H_p | h_{kr} | H | Q_{teor} | $\mu = Q_{rzecz}/Q_{teor}$ |
| cm | cm | dm ³ /s | cm | cm | cm | cm | cm | cm | dm ³ /s | – |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |

- „0” = O_p – rzędna krawędzi przelewu („zero” przelewu)
- R_{zp} – rzędna zwierciadła wody na przelewie kontrolnym
- $h_p = R_{zp} - O_p$ – obciążenie przelewu kontrolnego
- B – szerokość kanału
- h_{kr} – głębokość krytyczna

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie powinno zawierać:

- cel ćwiczenia;
- krótki wstęp teoretyczny z przedstawieniem wzorów na natężenie przepływu przez przelew niezatopiony i zatopiony;

- szkic stanowiska pomiarowego oraz ogólny szkic umiejscowienia modelu w kanale pomiarowym (patrz rozdział II. „Materiały pomocnicze. Schematy kanałów laboratoryjnych”);
- opis przebiegu doświadczenia;
- zestawienie wyników pomiarów i obliczeń w tab. 4.5.1 i tab. 4.5.2;
- przykład obliczeniowy z dyskusją jednostek;
- rysunek profilu zwierciadła wody na przelewie, z zaznaczoną linią głębokości krytycznej;
- wykres zależności $Q(H)$ i $Q_{teor}(H)$;
- wnioski zawierające m.in. komentarz do uzyskanego kształtu profilu podłużnego zwierciadła wody, kształtu zależności $Q(H)$ oraz wartości współczynnika μ .

4.6. Wyznaczanie parametrów ustalonego odskoku Bidone’a (Obd)

Celem ćwiczenia jest praktyczne zapoznanie się ze zjawiskiem odskoku hydraulicznego (odskoku Bidone’a), pomiar jego charakterystycznych parametrów oraz weryfikacja teoretycznych i empirycznych zależności, opisujących przepływ cieczy w formie odskoku.

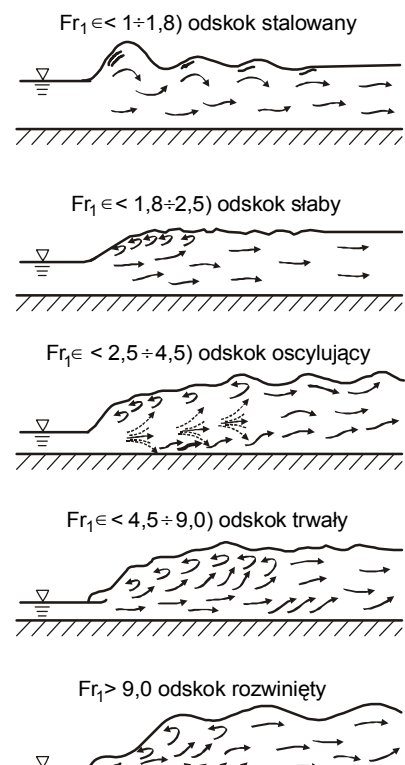
Wprowadzenie

Odskok hydrauliczny (odskok Bidone’a) jest specyficznym zjawiskiem związanym z przepływem cieczy w kanale otwartym, powstającym przy przejściu z ruchu rwącego (podkrytycznego) w spokojny (nadkrytyczny). Charakterystyczną cechą odskoku jest złożone przestrzenne pole prędkości, powstawanie strumieni zwrotnych oraz wysoka intensywność turbulencji. Kształt tej struktury zależy od parametrów przepływu w przekroju przed odskokiem (średniej prędkości przepływu v i głębokości h), a dokładniej od wartości bezwymiarowej liczby Froude’a, definiowanej jako:

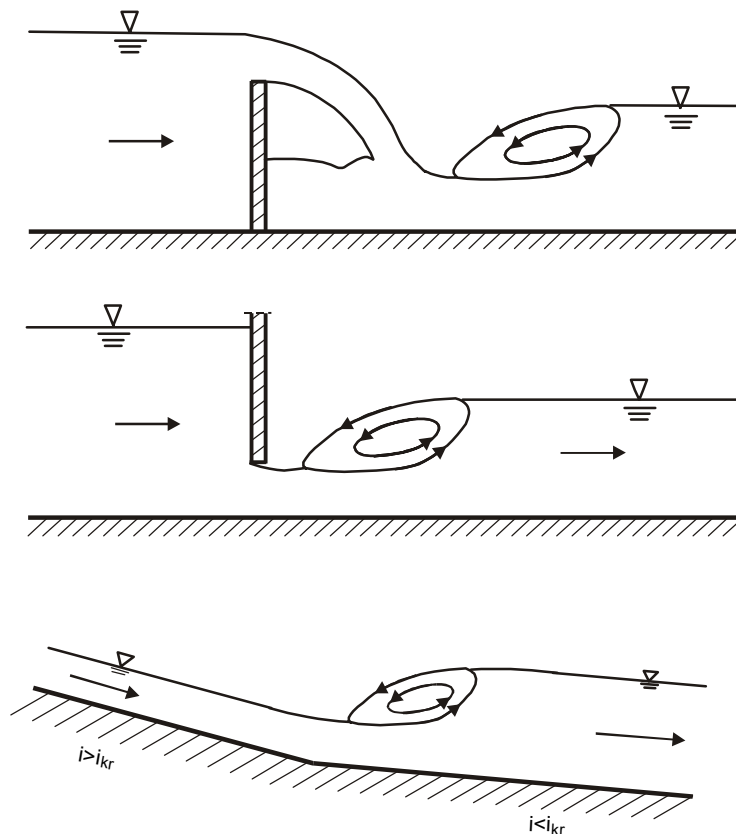
$$Fr_1 = \frac{v_1}{\sqrt{gh_1}} \quad (4.6.1)$$

gdzie indeks „1” określa przekrój przed odskokiem, i może przyjmować postać od łagodnego sfalowania ($1 \leq Fr_1 < 1,8$) aż do silnego, wirującego walca wodnego o osi poziomej ($Fr_1 > 9$) (rys. 4.6.1).

Przyczyną powstania odskoku jest wymuszenie w pewnym przekroju kanału głębokości mniejszej od głębokości krytycznej ($h_1 < h_{kr}$), a w innym przekroju (położonym poniżej, w pewnej niewielkiej odległości od przekroju pierwszego) głębokości większej od krytycznej ($h_2 > h_{kr}$). Taki układ zwierciadła wody jest najczęściej efektem istnienia obiektów zabudowy hydrotechnicznej, np. zasuw, przelewów itp. (rys. 4.6.2a,b), za którymi powstają niewielkie głębokości przepływu i ruch rwący, bądź też są one następstwem zmiany („pogorszenia”) warunków przepływu w kanale na skutek zmniejszenia spadku dna i ewentualnego zwiększenia szorstkości kanału (rys. 4.6.2c).



Rys. 4.6.1. Typy odskoków hydraulicznych



Rys. 4.6.2. Przykłady odskoków hydraulicznych: a) odskok za wypływem spod zasuw, b) odskok za przelewem, c) odskok przy zmniejszeniu spadku dna kanału

Charakterystyczne parametry odskoku. Głębokości sprzężone

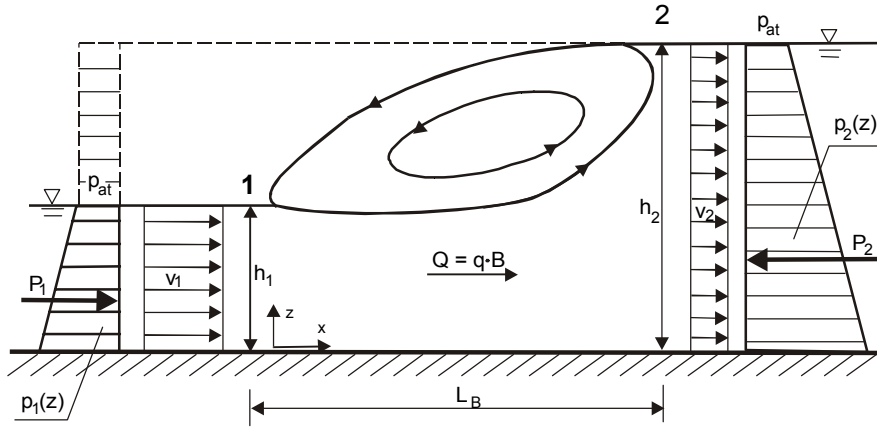
Charakter obiektu lokalnego oraz warunki w górnym przekroju kanału wymuszające powstanie analizowanego zjawiska, determinują głębokość przed odskokiem h_1 . Ta z kolei związana jest z głębokością za odskokiem h_2 zależnością wynikającą z drugiej zasady dynamiki. Niestety, stopień złożoności zagadnienia – ze względu na przestrzenny i silnie turbulentny charakter przepływu – jest na tyle duży, że jego dokładny opis matematyczny jest w praktyce niemożliwy, a pomiar wielkości charakteryzujących przepływ jest bardzo utrudniony. Biorąc pod uwagę praktyczny aspekt zagadnienia, ruch cieczy w obrębie odskoku opisywany jest więc w sposób bardzo uproszczony, a mianowicie modelem jednowymiarowym, a sam odskok traktowany jest jako strefa nieciągłości strumienia. W celu wyprowadzenia formuły określającej wzajemną relację między głębokościami przed i za odskokiem, wprowadza się następujące założenia upraszczające:

- dno kanału jest poziome (a dokładniej – spadek dna kanału jest na tyle mały, że można pominąć składową siły ciężkości wzdłuż kierunku przepływu),
- długość odskoku jest na tyle mała, że można pominąć naprężenia styczne,
- przepływ przed i za odskokiem opisywany jest modelem podłużnym przepływu cieczy,
- parametry zjawiska nie zmieniają się w kierunku poprzecznym do kierunku przepływu (wzdłuż osi y na rys. 4.6.3), a w związku z tym możliwe jest wprowadzenie wielkości jednostkowego natężenia przepływu na szerokości kanału q , zdefiniowanego jako:

$$q = \frac{Q}{B} \quad (4.6.2)$$

gdzie Q jest natężeniem przepływu w kanale o szerokości B .

Przyjęty do obliczeń schemat odskoku przedstawiono na rys. 4.6.3.



Rys. 4.6.3. Schemat obliczeniowy odskoku hydraulicznego

W świetle przedstawionych wyżej założeń, równanie zachowania masy przyjmuje postać:

$$h_1 v_1 = h_2 v_2 = q \quad (4.6.3)$$

natomiast równanie zachowania pędu (w kierunku poziomym) można po przekształceniach zapisać jako:

$$\rho Q (v_2 - v_1) = P_1 + \int_{h_1}^{h_2} p_{at} dz - P_2 \quad (4.6.4)$$

gdzie lewa strona określa zmianę pędu w czasie, zaś strona prawa – wypadkowe siły działające na obszar objęty odskokiem. W równaniu (4.6.4) ρ jest gęstością cieczy, p_{at} ciśnieniem atmosferycznym, natomiast P_1 i P_2 są siłami parcia hydrostatycznego w przekrojach 1 i 2 określonymi formułami:

$$P_1 = \int_{F_1} p_1 dF_1 = B \int_0^{h_1} [p_{at} + \rho g (h_1 - z)] dz \quad (4.6.5a)$$

$$P_2 = \int_{F_2} p_2 dF_2 = B \int_0^{h_2} [p_{at} + \rho g (h_2 - z)] dz \quad (4.6.5b)$$

gdzie F_1 i F_2 są odpowiednimi polami przekroju czynnego.

Podstawiając (4.6.5a) i (4.6.5b) do (4.6.4) oraz wykorzystując (4.6.3) i (4.6.2), po przekształceniach uzyskuje się:

$$h_1 v_1^2 + \frac{1}{2} g h_1^2 = h_2 v_2^2 + \frac{1}{2} g h_2^2 \quad (4.6.6)$$

Korzystając z zależności

$$v_2 = \frac{h_1}{h_2} v_1 \quad (4.6.7)$$

oraz z definicji liczby Froude'a (4.6.1), otrzymuje się ostatecznie

$$\left[\left(\frac{h_2}{h_1} \right)^2 + \frac{h_2}{h_1} - 2 \text{Fr}_1^2 \right] \left(\frac{h_2}{h_1} - 1 \right) = 0 \quad (4.6.8)$$

Równanie (4.6.8) ma trzy pierwiastki, z których tylko jeden ma sens fizyczny w rozpatrywanym zagadnieniu. Rozwiązanie to ma postać:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\sqrt{1+8\text{Fr}_1^2} - 1}{2} \quad (4.6.9)$$

Oznacza to, że głębokości h_1 i h_2 są ze sobą ściśle związane relacją (4.6.9), którą można inaczej zapisać jako:

$$h_2 = 0,5 h_1 \left(\sqrt{1+8\text{Fr}_1^2} - 1 \right) \quad (4.6.10)$$

Ze względu na to wzajemne powiązanie, głębokości h_1 i h_2 noszą nazwę odpowiednio **pierwszej** i **drugiej głębokości sprzężonej**.

Powyższa analiza nie umożliwia uzyskania wzoru na długość odskoku. Do jej wyznaczenia najczęściej stosuje się wzory empiryczne, z których najpopularniejsze w Polsce to:

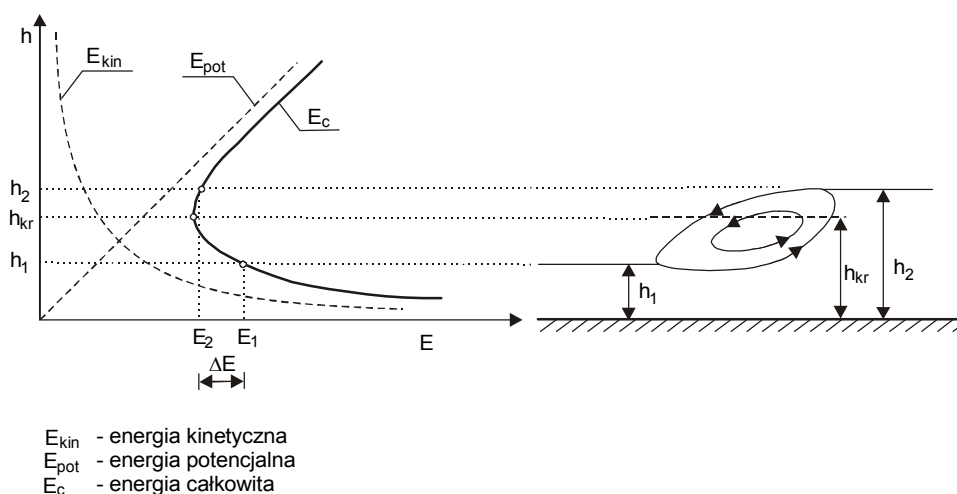
wzór Smetany

$$L_B = 6 n_B (h_2 - h_1) \quad (4.6.11)$$

gdzie n_B jest pewnym współczynnikiem z zakresu od 0,8 do 1,2, oraz

wzór Wójcickiego:

$$L_B = \left(8 - 0,05 \frac{h_2}{h_1} \right) (h_2 - h_1) \quad (4.6.12)$$



Rys. 4.6.4. Interpretacja odskoku hydraulicznego w kontekście przemian energii mechanicznej

Ze względu na duży stopień turbulencji przepływu, w odskoku występują znaczne straty energii, które można wyznaczyć ze wzoru:

$$\Delta E = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4 h_1 h_2} \quad (4.6.13)$$

Graficzną interpretację przemian energii mechanicznej w odskoku hydraulicznym przedstawiono na rys. 4.6.4.

Pierwsza głębokość sprzężona a warunki przepływu przed odskokiem

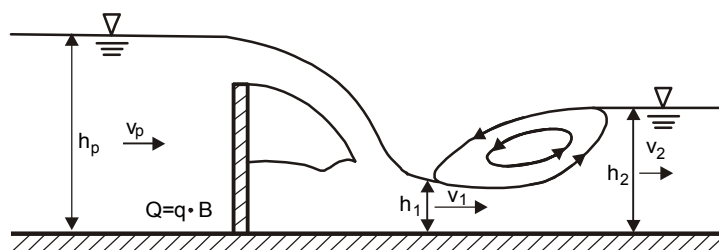
Korzystając z formuł (4.6.10) ÷ (4.6.13) można określić podstawowe parametry ustalonego odskoku Bidone'a. Warunkiem jest jednak znajomość pierwszej głębokości sprzężonej h_1 . Tę z kolei można określić na podstawie warunków przepływu przed odskokiem, na przykład w przekroju przed obiektem powodującym powstanie odskoku. Przykładowo, w przypadku odskoku powstającego za przelewem (rys. 4.6.5), zależność między h_1 a parametrami przepływu przed przelewem można wyrowadzić z następującego układu równań:

$$\begin{cases} h_p + \frac{\alpha_p v_p^2}{2g} = h_1 + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} \\ q = h_1 v_1 \end{cases} \quad (4.6.14)$$

gdzie h_p , v_p i α_p określają odpowiednio całkowitą głębokość, średnią prędkość przepływu i współczynnik de Saint-Venanta w przekroju przed przelewem, zaś α_1 jest współczynnikiem de Saint-Venanta w przekroju bezpośrednio przed odskokiem. Po przekształceniach układu (4.6.14) oraz przy założeniu, że v_p jest zanedbywalnie mała, a α_1 jest równy jedności, otrzymuje się ostatecznie:

$$h_1^3 - h_p h_1^2 + \frac{q^2}{2g} = 0 \quad (4.6.15)$$

Poszukiwaną głębokością h_1 jest mniejszy z dodatnich pierwiastków równania (4.6.15).



Rys. 4.6.5. Głębokości sprzężone a warunki przepływu przed odskokiem – schemat

Opis stanowiska pomiarowego

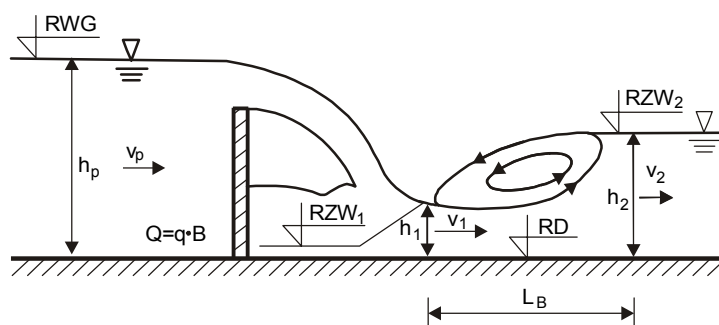
Badanie parametrów ustalonego odskoku Bidone'a przeprowadzane jest w jednym z kanałów laboratoryjnych, z umieszczonym w nim obiektem, za którym powstaje ruch rwący (np. przelew o ostrej krawędzi, zasuwa itp.). Każdy z kanałów laboratoryjnych wyposażony jest w skrzynię przele-

wową, umożliwiającą pomiar rzeczywistej wartości wydatku oraz wodowskaz szpilkowy do określania odpowiednich rzędnych (patrz: rozdział II. „Materiały pomocnicze. Schematy kanałów laboratoryjnych”). Dodatkowo na stanowisku do badania odskoku znajduje się taśma miernicza do pomiaru jego długości oraz pręt z nitkami, ułatwiający obserwację ruchu cieczy w odskoku.

Wykonanie ćwiczenia

Przed przystąpieniem do właściwych pomiarów, należy zastawką na końcu kanału ustalić głębokość, przy której uda się zaobserwować ustalony odskok hydrauliczny. Następnie należy:

- 1) pomierzyć szerokość kanału B ;
- 2) w kilku miejscach (przed obiektem piętrzącym, przed odskokiem i za odskokiem) określić rzędną dna kanału RD, a następnie ją uśrednić, zakładając w dalszej części ćwiczenia poziomy układ dna);
- 3) za pomocą przelewu kontrolnego określić rzeczywiste natężenie przepływu w kanale Q ;
- 4) zmierzyć rzędną zwierciadła wody przed obiektem piętrzącym RWG;
- 5) określić położenie przekrojów 1 i 2 przed i za odskokiem, a następnie zmierzyć w nich rzędne zwierciadła wody RZW_1 i RZW_2 oraz długość odskoku L_B (rys. 4.6.6).



Rys. 4.6.6. Schemat pomiarowy odskoku hydraulicznego

Uwaga: określenie przekroju, w którym kończy się odskok odbywa się na podstawie obserwacji zachowania pęcherzyków powietrza w odskoku. Poszukuje się przekroju granicznego między strefą, w której obserwowane są zawirowania pęcherzyków (ich przepływ w kierunku poprzecznym i przeciwnym do głównego kierunku przepływu), a strefą w której pęcherzyki poruszają się w głównym kierunku przepływu i opuszczają odskok. W określeniu położenia tego przekroju może pomóc pręt z przywiązanymi nitkami, których zachowanie po umieszczeniu w kanale pozwala w przybliżeniu określić trajektorie ruchu cząstek w odskoku.

Następnie należy zmienić natężenie przepływu w kanale, za pomocą zastawki na końcu kanału ponownie doprowadzić do powstania odskoku ustalonego oraz powtórzyć czynności w punktów od 3) do 5). Pełne pomiary odskoku należy wykonać dla trzech różnych natężeń przepływu w kanale. Wyniki pomiarów zamieścić w tabeli 4.6.1.

Tabela 4.6.1

Zestawienie wyników pomiarów i obliczeń odskoku hydraulicznego

Rzędna 'zera' przelewu kontrolnego: $R_{0p} = \dots\dots\dots$ [cm]; Rzędna dna: $RD = \dots\dots\dots$ [cm]

| Lp. | Pomiary | | | | | | | | | | Obliczenia | | | | | |
|-----|---------|-------|----------------------|------|------------------|------------------|-------|-------|-------|-------|------------|----------|-------|----------|----------|------------|
| | RW_P | h_T | Q | RWG | RZW ₁ | RZW ₂ | h_p | h_1 | h_2 | L_B | h_1 | h_{kr} | h_2 | L_{BS} | L_{BW} | ΔE |
| | [cm] | [cm] | [dm ³ /s] | [cm] | [cm] | [cm] | [cm] | [cm] | [cm] | [cm] | [cm] | [cm] | [cm] | [cm] | [cm] | [cm] |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | | | |

Oznaczenia w tabeli:

- RW_P – rzędna zwierciadła wody na przelewie kontrolnym;
 $h_T = RW_P - R_{0p}$ – obciążenie przelewu kontrolnego;
RWG – rzędna zwierciadła wody przed obiektem piętrzącym;
RZW₁ – rzędna zwierciadła wody w przekroju przed odskokiem;
RZW₂ – rzędna zwierciadła wody w przekroju za odskokiem;
 h_p – głębokość wody przed obiektem piętrzącym;
 h_1, h_2 – głębokości sprzężone;
 L_B – pomierzona długość odskoku;
 L_{BS} – długość odskoku obliczona wg wzoru Smetany;
 L_{BW} – długość odskoku obliczona wg wzoru Wójcickiego;
 ΔE – straty energii w odskoku.

Opracowanie wyników pomiarów

Przy opracowywaniu wyników pomiaru należy kolejno:

1) wyznaczyć dla każdego z wydatków:

- głębokość krytyczną w kanale, zgodnie z zależnością

$$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gB^2}} \quad (4.6.16)$$

(przyjąć $\alpha = 1,00$);

- głębokość sprzężoną h_1 (z pomiarów i obliczoną na podstawie rozwiązania równania (4.6.15));
- głębokość sprzężoną h_2 (z pomiarów i obliczoną na podstawie formuły (4.6.10));
- liczby Froude'a Fr_1 i Fr_2 odpowiadające przekrojom 1 i 2;
- długość odskoku wg Smetany (4.6.11) i Wójcickiego (4.6.12);
- straty energii mechanicznej w odskoku (zgodnie z (4.6.13)).

Wyniki zamieścić w tabeli 4.6.1.

2) dla obliczonych wartości Fr_1 określić typ odskoku;

3) porównać pomierzone i obliczone wartości parametrów charakteryzujących odskok;

4) na papierze milimetrowym formatu A3 sporządzić rysunek obiektu piętrzącego i powstałego za nim odskoku hydraulicznego dla wybranego natężenia przepływu, z zaznaczeniem charakterystycznych przekrojów i odległości oraz wielkości charakteryzujących odskok.

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie powinno zawierać:

- wstęp teoretyczny, zawierający charakterystykę zjawiska, warunki jego powstania oraz podstawowe schematy i zależności umożliwiające określenie parametrów odskoku;
- schemat i opis stanowiska pomiarowego;
- opis przebiegu pomiarów;
- zestawienie pomiarów i obliczeń (tab. 4.6.1);
- rysunek przekroju podłużnego przez kanał z odpowiednim opisem;
- wnioski, m.in. dotyczące oceny praktycznych możliwości pomiarów parametrów odskoku, porównania wyników obliczeń i pomiarów, oceny zgodności formuł empirycznych z obserwacjami itp.

5. RUCH WODY W OŚRODKU POROWATYM

5.1. Podstawy teoretyczne

Ruch wody w ośrodku porowatym zwany jest również przepływem filtracyjnym albo krócej filtracją. **Ośrodek porowaty** składa się materiału tworzącego szkielet gruntowy oraz wolnych przestrzeni (zwanymi przestrzenią porową), tworzących skomplikowany system kanalików i połączeń, którymi może płynąć woda (rys. 5.1.1).

Ośrodki porowate możemy podzielić na **naturalne i sztuczne**. Naturalne struktury wodonośne tworzące ośrodek porowaty wynikają ze skomplikowanej budowy geologicznej, która kształtuje stosunki hydrogeologiczne. Do systemów sztucznych należą między innymi filtry, złoża jonitów, węgla aktywnego.

Woda płynąca w ośrodku porowatym może wypełniać całkowicie przestrzeń porową tworząc **strefę saturacji (nasyconą)**, tak jak na przykład w utworach wodonośnych tworzących złoża wód podziemnych. W przypadku, kiedy przestrzeń porowa zawiera wyrównanie zarówno cząsteczki wody i gazu, mówimy o **strefie aeracji (nienasyconej)**. Przykładem ruchu wody w strefie nienasyconej jest wsiąkanie wody opadowej do gruntu.

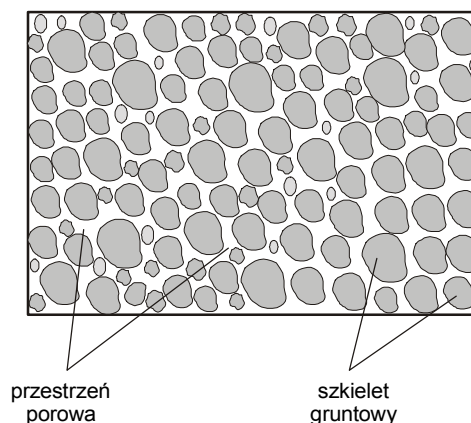
Jednym z podstawowych parametrów charakteryzujących filtracyjne własności ośrodka jest **porowatość**. **Współczynnik porowatości objętościowej** (współczynnik porowatości) definiowany jest jako graniczna wartość stosunku objętości porów ΔV_p w ośrodku porowatym do objętości całej próbki ośrodka ΔV :

$$n = \lim_{\Delta V \rightarrow \Delta V_g} \frac{\Delta V_p}{\Delta V} \quad (5.1.1)$$

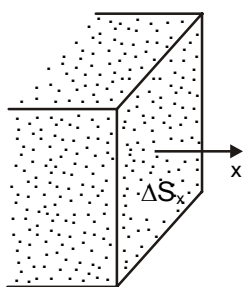
gdzie ΔV_g jest tzw. **objętością graniczną**. Wynika ona z konieczności dobrania odpowiednio dużej objętości próbki ΔV , tak aby uniknąć efektów mikroskalowych (zbyt mała objętość może w całości obejmować ziarna szkieletu gruntowego albo przestrzeni porową i w takim przypadku współczynnik porowatości przyjmowałby wartość 0 albo 1). Objętość graniczna ΔV_g określa więc minimalną objętość próbki przy której współczynnik porowatości nie zmienia się znacząco w funkcji wielkości próbki. Analizując dwuwymiarowy przekrój ośrodka porowatego prostopadły do osi x (rys. 5.1.2) można wyznaczyć wielkość określającą stosunek powierzchni przestrzeni porowej ΔS_{px} do powierzchni całkowitej przekroju ΔS_x zwany wskaźnikiem porowatości powierzchniowej n_x

$$n_x = \lim_{\Delta S_x \rightarrow \Delta S_{gx}} \frac{\Delta S_{px}}{\Delta S_x} \quad (5.1.2)$$

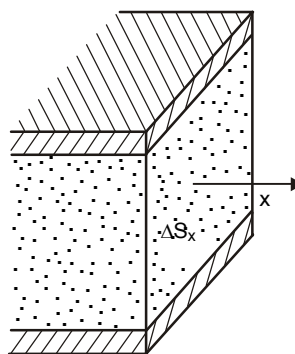
ΔS_{gx} określa **powierzchnię graniczną** definiowaną w podobny sposób, co objętość graniczna.



Rys. 5.1.1. Schemat ośrodka porowatego



Rys. 5.1.2. Ośrodek izotropowy



Rys. 5.1.3. Ośrodek anizotropowy

Jeżeli współczynnik porowatości powierzchniowej ma taką samą wartość bez względu na wybór osi, badany ośrodek porowaty ma **własności izotropowe** (rys. 5.1.2). **Izotropia** oznacza zatem taką cechę ośrodka zgodnie z którą wykazuje on jednakowe własności we wszystkich kierunkach przestrzeni. Ośrodek izotropowy najczęściej utworzony jest z ziaren o jednakowym, zwartym kształcie. Ośrodek, w którym wskaźnik porowatości powierzchniowej jest różny w zależności od wybranej osi (rys. 5.1.3), ma **własności anizotropowe**. Wykazuje on zatem różne własności w zależności od kierunków przestrzeni.

Nie wszystkie przestrzenie porowe umożliwiają przepływ wody. Mogą one być na przykład odizolowane od globalnej struktury kanalików. Z kolei w innej części przestrzeni porowej, zdolnej do prowadzenia wody ze względu na ich drożność, przepływ mogą uniemożliwiać siły adhezji. Dlatego też w filtracji bierze udział tylko część przestrzeni porowej zwana **objętością efektywną** ΔV_e . **Współczynnik porowatości efektywnej** n_e definiowany jest następująco:

$$n_e = \lim_{\Delta V \rightarrow \Delta V_g} \frac{\Delta V_e}{\Delta V} \quad (5.1.3)$$

Przy szacowaniu zasobów wód podziemnych interesująca jest ilość wody, która może grawitacyjnie wysączyć się ze skały ΔV_{oc} . W ten sposób definiuje się również **współczynnik odsączalności** μ_{ods}

$$\mu_{ods} = \lim_{\Delta V \rightarrow \Delta V_g} \frac{\Delta V_{oc}}{\Delta V} \quad (5.1.4)$$

Wartości współczynników porowatości efektywnej oraz odsączalności są do siebie zbliżone, lecz niejednakowe. Wynika to z faktu, iż inna część przestrzeni porowej bierze udział w ruchu wody, a z innej ciecz może wysączyć się grawitacyjnie (ciecz zawarta w martwych strefach).

Prędkość filtracji

Układ kanalików przestrzeni porowej odgrywa decydującą rolę w ruchu cieczy. Linie prądu przepływu rzeczywistego mają bardzo skomplikowany kształt. Jednakże podczas przepływu woda przemieszcza się w określonym kierunku zgodnie z działającymi czynnikami wymuszającymi przepływ (spadek ciśnienia, siła ciężkości). Rzeczywisty ruch wody w ośrodku porowatym można opisać za pomocą równań Naviera-Stokesa. Z uwagi na fakt, iż prędkość przepływu w poszczególnych kanalikach jest praktycznie niemożliwa do określenia, do obliczeń przyjmuje się uproszczenie polegające

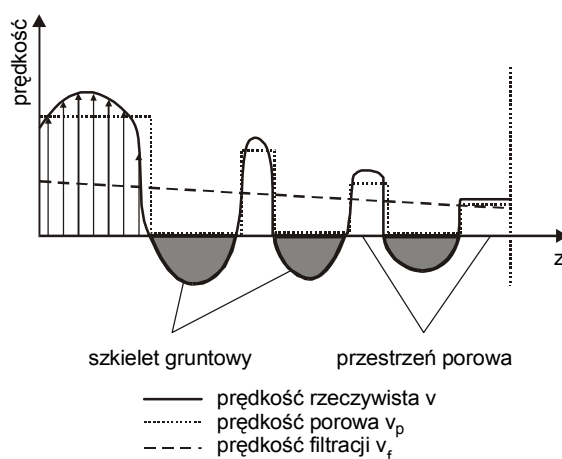
na przyjęciu „uśrednionej” prędkości przepływu zwanej prędkością filtracji. Prędkość filtracji jest to zatem pewna fikcyjna prędkość, z jaką płynęłaby dana ilość wody, gdyby przepływ odbywał się w całej objętości, a nie tylko w przestrzeni porów (czyli tak, jakby z gruntu usunięto wszystkie ziarna, nie zmieniając wydatku). Z definicji **prędkość filtracji** (prędkość Darcy’ego) jest wynikiem całkowania pola prędkości w objętości ΔV i podzieleniu całki przez ΔV .

$$v_f = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} v d(\Delta V) \quad (5.1.5)$$

Wielkość v_f określana jest również jako **wydatek jednostkowy** (strumień jednostkowy, strumień Darcy’ego), ponieważ określa wydatek cieczy z uwzględnieniem kierunku jej ruchu przez jednostkowe pole powierzchni prostopadłe do tego kierunku.

W rzeczywistości jednak ciecz przepływa tylko przez przestrzenie między ziarnami szkieletu gruntowego, a zatem rzeczywista uśredniona prędkość przepływu przez grunt, tzw. **prędkość porowa** określona jest relacją:

$$v_p = \frac{1}{\Delta V_p} \int_{\Delta V_p} v d(\Delta V) \quad (5.1.6)$$



Rys. 5.1.4. Prędkości przepływu w gruncie

Prędkość filtracji i prędkość porową łączy następująca zależność:

$$v_p = \frac{v_f}{n_e} \quad (5.1.7)$$

Graficzną interpretację omówionych prędkości przedstawiono na rys. 5.1.4.

W praktyce inżynierskiej rozważa się jednowymiarowe przepływy filtracyjne. W takim przypadku jako objętość ΔV wygodnie jest wybrać „plaster” o grubości dx oraz powierzchni $S(x)$, równej polu powierzchni przekroju poprzecznego strumienia cieczy. Uzyskuje się wówczas:

$$\Delta V = S(x)dx, \quad d(\Delta V) = dS dx = dx dy dz \quad (5.1.8)$$

Podstawiając powyższe do (5.1.5), otrzymuje się

$$v_f = \frac{1}{S} \int_{\Delta S} v dS \quad dx = \frac{1}{S} \int_{\Delta S} v dS = \frac{Q}{S} \quad (5.1.9)$$

gdyż

$$\int_S v dS = Q \quad (5.1.10)$$

Uzyskuje się w ten sposób często stosowaną definicję prędkości filtracji, która jednakże jest ważna tylko dla strumieni.

5.2. Wyznaczenie współczynnika filtracji – doświadczenie i prawo Darcy'ego (F)

Celem ćwiczenia jest doświadczalne określenie współczynnika filtracji danej próbki gruntu.

Wprowadzenie. Prawo Darcy'ego

Podstawowe prawo filtracji sformułował Henry Darcy w 1856 roku, badając piaskowe filtry wodociągowe miasta Dijon (Francja). Stwierdził on, iż strumień jednostkowy wody przepływający przez grunt (prędkość filtracji) jest wprost proporcjonalny do spadku hydraulicznego I , czyli różnicy wysokości piezometrycznych $\Delta\varphi$ na dystansie ΔL na którym ta różnica występuje (rys. 5.2.1):

$$v_f = K \frac{\Delta\varphi}{\Delta L} = K \cdot I \quad (5.2.1)$$

gdzie φ oznacza wysokość linii ciśnień (wysokość piezometryczną) równą sumie wysokości położenia z i ciśnienia h (wysokości zwierciadła wody w piezometrze):

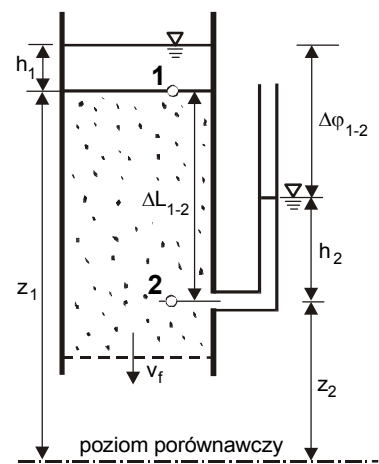
$$\varphi = z + \frac{p}{\rho \cdot g} = z + h \quad (5.2.2)$$

Jest to trójmian Bernoulliego uproszczony przez odrzucenie członu $v^2/2g$, ze względu na małą wartość prędkości v .

Wielkość K jest współczynnikiem proporcjonalności zwanym **współczynnikiem przewodności hydraulicznej** lub też **współczynnikiem filtracji**. Jednostka współczynnika filtracji odpowiada jednostce prędkości. Jego wartość uzależniona jest od własności ośrodka porowatego (n – współczynnik porowatości, d_m – średnica miarodajna) oraz od własności fizycznych przesączającej się cieczy (ρ – gęstość, μ – dynamiczny współczynnik lepkości)

$$K = c \cdot n \cdot d_m^2 \cdot \frac{\rho \cdot g}{\mu} = k \cdot \frac{\rho \cdot g}{\mu} \quad (5.2.3)$$

gdzie k [m²] jest współczynnikiem przepuszczalności (współczynnik Darcy'ego) uzależnionym tylko od własności ośrodka porowatego.



Rys. 5.2.1. Idea doświadczenia Darcy'ego

Powyższa relacja nie pozwala na określenie liczbowej wartości współczynnika Darcy'ego i tym samym współczynnika filtracji, ponieważ została przedstawiona z dokładnością do stałej c . Dlatego też współczynnik filtracji wyznacza się w rzeczywistości doświadczalnie (laboratoryjnie albo w warunkach polowych) lub też przy użyciu uproszczonych wzorów teoretycznych.

Można pokazać, że prawo Darcy'ego, przedstawione wyżej w historycznej, półempirycznej wersji, jest równocześnie szczególną postacią równania Naviera-Stokesa. W ogólnym przypadku można je zapisać w postaci

$$\mathbf{v}_f = -K \cdot \text{grad}\varphi \quad (5.2.4)$$

Minus oznacza, że przepływ wody odbywa się w kierunku malejących wartości wysokości piezometrycznych.

Prędkość filtracji w naturalnych warunkach przepływu dla dowolnego gruntu jest wielkością wektorową, zaś współczynnik filtracji tensorem. Dla izotropowego ośrodka współczynnik filtracji ze wzoru (5.2.1) jest tensorem filtracji postaci:

$$K = \begin{vmatrix} K & 0 & 0 \\ 0 & K & 0 \\ 0 & 0 & K \end{vmatrix} \quad (5.2.5)$$

Równanie (5.2.4) dla izotropowego przypadku będzie miało postać:

$$\mathbf{v}_f = -K \cdot \text{grad}\varphi = -K \frac{\partial \varphi}{\partial x} \mathbf{i} - K \frac{\partial \varphi}{\partial y} \mathbf{j} - K \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{k} \quad (5.2.6)$$

Dla ośrodka o właściwościach anizotropowych współczynnik filtracji jest symetrycznym tensorem postaci:

$$K = \begin{vmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{vmatrix} \quad (5.2.7)$$

Pozwala to na rozwinięcie wzoru (5.2.4) do postaci:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_f = -K \cdot \text{grad}\varphi = & - \left(K_{xx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + K_{xy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + K_{xz} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \mathbf{i} - \left(K_{yx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + K_{yy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + K_{yz} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \mathbf{j} + \\ & - \left(K_{zx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + K_{zy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + K_{zz} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (5.2.8)$$

Prawo Darcy'ego w ogólnej postaci liniowej (5.2.1) podlega pewnym ograniczeniom. Aby możliwy był przepływ wody, niezbędne jest przekroczenie minimalnej wartości gradientu wysokości piezometrycznej. To „dolne ograniczenie” prawa Darcy'ego związane jest z działaniem sił adhezji.

W praktyce inżynierskiej utrudnienie stanowi „górne ograniczenie” prawa Darcy'ego, co związane jest z pojawieniem się ruchu turbulentnego przy większych prędkościach przepływu. Informacji o tym, czy rozważany przepływ ma charakter laminarny czy turbulentny, dostarcza liczba Reynoldsa, która dla przepływu przez ośrodek porowaty definiowana jest najczęściej jako

$$\text{Re} = \frac{v_f \cdot d_e}{\nu} \quad (5.2.9)$$

W powyższym wzorze d_e oznacza średnicę efektywną ziaren, która określa średnicę ziaren kulistych fikcyjnego gruntu idealnie jednorodnego, który wykazuje taką samą przepuszczalność i stawia taki sam opór przepływającej wodzie jak grunt rzeczywisty. Średnica efektywna zwykle wynosi d_{10} , co oznacza średnicę ziaren, które wraz z mniejszymi stanowią 10% ciężaru badanej próbki gruntu. Symbol ν jest kinematycznym współczynnikiem lepkości.

Niekiedy liczbę Reynoldsa wyznacza się również z zależności:

$$\text{Re} = \frac{v_f \cdot d_e}{\nu \cdot n^{1/3}} \quad (5.2.10)$$

Krytyczna liczba Reynoldsa, czyli wartość Re , przy której ruch zmienia charakter z laminarnego w turbulentny, wynosi w przybliżeniu 5, jeśli liczba ta jest określana zgodnie z (5.2.9), oraz około 10, jeśli Re definiowana jest formułą (5.2.10). Wartości powyższe stanowią górne ograniczenie stosowalności liniowego prawa Darcy'ego. Ze względu na wspomniane wcześniej „ograniczenie dolne” związane z działaniem sił adhezji, ostatecznie można uznać, że zakres stosowalności prawa Darcy'ego ogranicza się do przedziału liczb Reynoldsa $\langle 1,5 \rangle$, jeśli są one wyznaczone wg (5.2.9) oraz $\langle 1,10 \rangle$ przy zastosowaniu formuły (5.2.10).

W doświadczeniu Darcy'ego prędkość filtracji v_f wyznacza się ze wzoru na wydatek strumienia:

$$v_f = \frac{Q}{F} \quad (5.2.11)$$

gdzie Q jest wydatkiem złoża filtracyjnego (natężenie przepływu rzeczywistego przez wszystkie kanałki gruntu), zaś F całkowitym polem przekroju próbki prostopadłym do kierunku ruchu wody. Ponieważ w kolumnie ruch wody odbywa się w kierunku pionowym, dlatego też F jest równe powierzchni pola podstawy kolumny filtracyjnej. Natężenie przepływu Q wyznacza się metodą objętościową. Na podstawie układu zwierciadeł wody w piezometrach oblicza się wartości spadku hydraulicznego I oraz ostatecznie wyznacza się wartość współczynnika filtracji K zgodnie z (5.2.1).

Ze względu na fakt, że wartość współczynnika filtracji zależy między innymi od własności przepływającej cieczy, głównie jej lepkości, a co za tym idzie – temperatury, wyniki eksperymentów przeprowadzanych w różnych warunkach nie mogłyby być porównywane. Przyjęto więc operowanie wartościami współczynnika filtracji dla temperatury $T_0 = 283 \text{ K}$, gdyż odpowiada ona w przybliżeniu średniej temperaturze wód gruntowych. Takie właśnie wartości podawane są także w dostępnych w literaturze tablicach. Obliczoną na podstawie wyników eksperymentu wartość współczynnika filtracji należy zatem odnieść do temperatury 283K (10°C), wykorzystując poniższą zależność:

$$\frac{K_t}{\nu_t} = \frac{K_{283}}{\nu_{283}} \quad \Rightarrow \quad K_{283} = K_t \frac{\nu_{283}}{\nu_t} = K_t \frac{1}{\psi} \quad (5.2.12)$$

gdzie: K_t – współczynnik filtracji dla pomierzonej temperatury wody,
 K_{283} – współczynnik filtracji dla temperatury wody 283 [K] (10°C),
 ν_t – kinematyczny współczynnik lepkości w temperaturze pomiarów,

ν_{283} – kinematyczny współczynnik lepkości w temperaturze 283 [K] (10°C).

Wartości współczynnika ψ dla różnych temperatur zestawiono w tabeli 5.2.1.

Tabela 5.2.1

Poprawki do wartości współczynnika filtracji K

| | | | | | | | | | | |
|--------------------------|----|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Temperatura | °C | 0 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| ψ | | 0,736 | 0,840 | 0,862 | 0,891 | 0,916 | 0,949 | 0,971 | 1,000 | 1,025 |
| Temperatura | °C | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| ψ | | 1,056 | 1,091 | 1,119 | 1,149 | 1,179 | 1,208 | 1,238 | 1,287 | 1,297 |

Schemat stanowiska

Badanie próbki gruntu wykonuje się w kolumnie filtracyjnej (rys. 5.2.2). Do kolumny woda może dopływać poprzez zawory Z1 i Z2. Zawór Z1 służy do odpowietrzenia próbki gruntu. Zawór Z2 służy do zasilania próbki gruntu podczas przeprowadzania eksperymentu Darcy’ego.

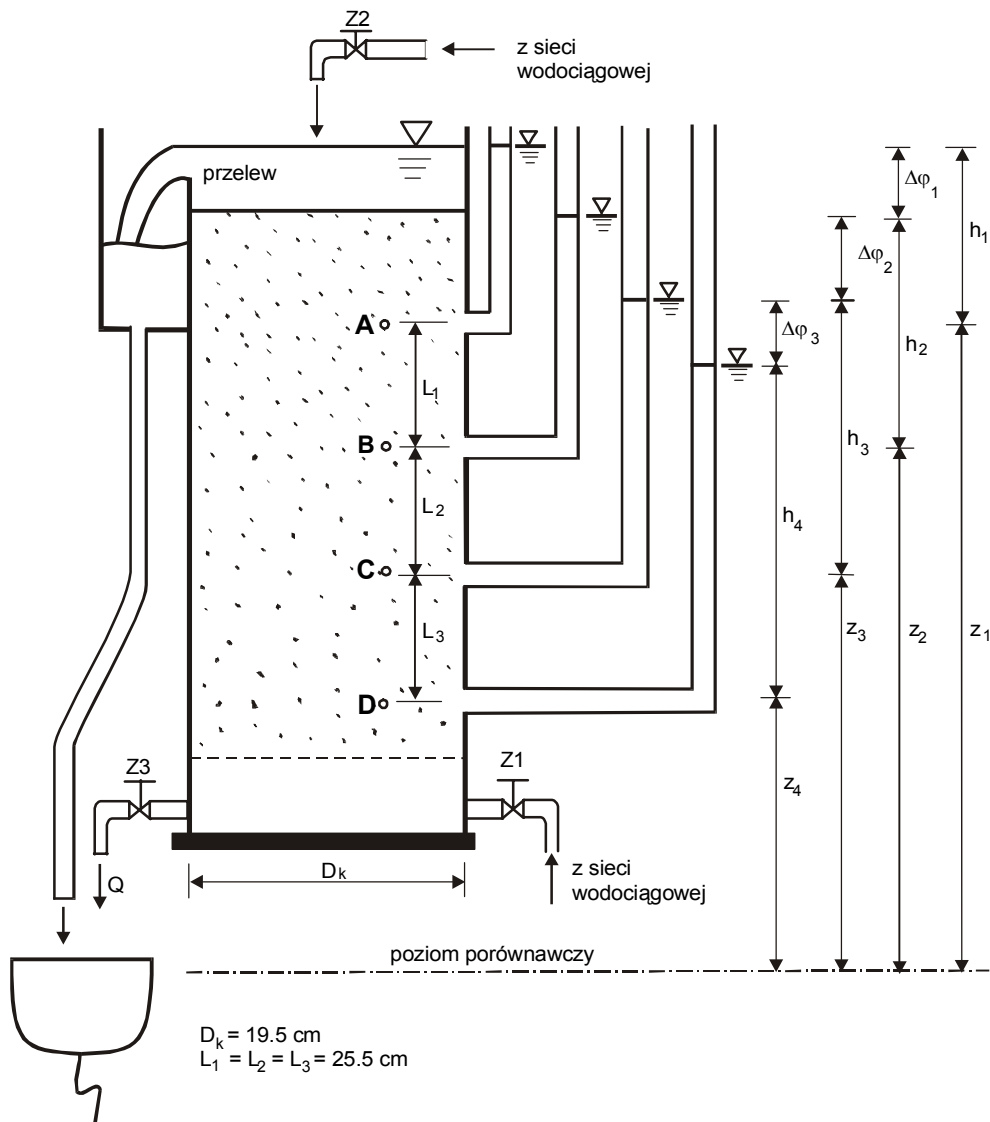
Przed rozpoczęciem pomiarów należy odpowietrzyć próbkę gruntu. W tym celu należy przy zamkniętych zaworach Z2 i Z3 otworzyć zawór Z1, przez który płynąć będzie woda z niewielkim wydatkiem. W momencie, kiedy woda zacznie przelewać się przez przelew należy zamknąć zawór Z1.

Przebieg doświadczenia

W celu wyznaczenia wartości współczynnika filtracji należy:

- 1) otworzyć zawór Z2 tak, aby woda przelewała się przez przelew;
- 2) otworzyć zawór Z3, ustalając natężenie przepływu wody Q przez kolumnę filtracyjną. Należy zwrócić uwagę, aby przez cały czas wykonywania pomiarów nadmiar wody doprowadzanej na stanowisko przelewał się przez przelew;
- 3) zmierzyć temperatury wody odpływającej z kolumny i dopływającej do badanego złoża (temperaturę wody dopływającej należy określić na podstawie pomiaru temperatury wody odpływającej przewodem przelewowym). Jeśli temperatury te nie są identyczne, należy odczekać aż do ich wyrównania i dopiero wówczas rozpocząć właściwe pomiary;
- 4) dokonać trzykrotnie pomiaru natężenia przepływu wody metodą objętościową, przez pomiar czasu wypływu pewnej objętości cieczy pobieranej do podstawianego naczynia (**Uwaga:** każdorazowo pobraną objętość wody przelać do cylindra pomiarowego i dopiero wówczas określić objętość);
- 5) odczytać wskazania piezometrów (pomierzyć różnice wysokości słupów cieczy w kolejnych piezometrach $\Delta\varphi$).

Czynności z punktów 4) – 5) powtórzyć dwukrotnie dla innych wartości wydatku Q regulowanego zaworem Z3. Wyniki pomiarów umieścić w tabeli 5.2.2.



Rys. 5.2.2. Schemat stanowiska pomiarowego

Opracowanie wyników pomiarów

Na podstawie pomiarów należy wyznaczyć współczynniki filtracji (wzór Darcy'ego (5.2.1)). W tym celu należy dla każdego z wydatków:

- 1) określić natężenie przepływu Q oraz prędkość filtracji v_f zgodnie z (5.2.11);
- 2) na podstawie pomierzonych wartości $\Delta\varphi_i$ określić spadki hydrauliczne I_i ($i = 1, \dots, 3$) oraz średni spadek hydrauliczny I między punktami A i D;
- 3) wyznaczyć wartość współczynnika filtracji w temperaturze pomiarów oraz przeliczyć ją na wartość K_{283} ;
- 4) wyznaczyć wartości liczby Reynoldsa wg formuł (5.2.9) i (5.2.10).

Wyniki obliczeń zestawzić w tabeli 5.2.2.

Uwaga: do obliczeń należy przyjąć współczynnik porowatości równy 0,4, natomiast średnicę efektywną należy określić na podstawie dodatkowych źródeł (np. tablice hydrogeologiczne).

Tabela 5.2.2

Zestawienie wyników pomiarów i obliczeń

| Pomiar | T | V | t | Q | Q _{śr} | v _f | Δφ ₁ | Δφ ₂ | Δφ ₃ | ΣΔφ | l ₁ | l ₂ | l ₃ | l | Re wg(5.2.9) | Re wg(5.2.10) | K _t | K ₂₈₃ | |
|--------|------|--------------------|-----|----------------------|----------------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------|----------------|----------------|----------------|-----|-----------------|------------------|----------------|------------------|--|
| | [°C] | [cm ³] | [s] | [cm ³ /s] | [cm ³ /s] | [cm/s] | [cm] | [cm] | [cm] | [cm] | [-] | [-] | [-] | [-] | [-] | [-] | [cm/s] | [cm/s] | |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

- T – temperatura wody (dopływ/odpływ)
 V – objętość wody
 t – czas
 Q – objętościowe natężenie przepływu
 v_f – średnia prędkość przepływu (prędkość filtracji)
 φ – wysokość linii ciśnień (wysokość zwierciadła wody w piezometrze)
 l – spadek hydrauliczny
 K – współczynnik filtracji

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie powinno zawierać:

- cel ćwiczenia;
- krótką charakterystykę ruchu filtracyjnego;
- omówienie prawa Darcy'ego;
- szkic stanowiska badawczego;
- analizę ośrodka porowatego (na podstawie obserwacji stanowiska badawczego);
- zestawienie wyników pomiarów i obliczeń (tab. 5.2.2);
- przykład obliczeniowy z uwzględnieniem przeliczenia jednostek;
- określenie rodzaju ruchu panującego w kolumnie i ocenę możliwości zastosowania liniowego prawa Darcy'ego w badanych przypadkach;
- określenie rodzaju gruntu na podstawie otrzymanego współczynnika filtracji;
- wnioski.

Bibliografia

- Chow V. T.: „Open Channel Hydraulics”. New York: McGraw-Hill Inc. 1959.
- Czetyrtyński E., Utrysko B.: „Hydraulika i hydromechanika”. Warszawa: PWN 1969.
- Kubrak J., Nachlik E.: „Hydrauliczne podstawy obliczania przepustowości koryt rzecznych”. Warszawa: Wydawnictwo SGGW 2003.
- Kubrak J.: „Hydraulika techniczna”. Warszawa: Wydawnictwo SGGW 1998.
- Mitosek M.: „Mechanika płynów w inżynierii środowiska”. Warszawa: Oficyna Wydawnicza PW 1999.
- Praca zbiorowa „Laboratorium z mechaniki płynów i hydrauliki”. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej 1995.
- Puzyrewski R., Sawicki J. M.: „Podstawy mechaniki płynów i hydrauliki”. Warszawa: Wyd. Nauk. PWN 1998.
- Radlicz-Ruhlowska H., Szuster A.: „Hydrologia i hydraulika z elementami hydrogeologii”. Warszawa: Wyd. Szkolne i Pedagogiczne 1995.
- Recknagel i in. „Poradnik: Ogrzewanie + Klimatyzacja”. Gdańsk: EWFE 1994.
- Sawicki J. M.: „Przepływy ze swobodną powierzchnią”. Warszawa: Wyd. Nauk. PWN 1998.
- Sawicki J. M.: „Ćwiczenia z mechaniki płynów”. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej 1980.
- Sielski J.: „Hydraulika”. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej 1979.
- Szuster A., Utrysko B.: „Hydraulika i podstawy hydromechaniki”. Warszawa: Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej 1992.
- Szymkiewicz R.: „Metody numeryczne w inżynierii wodnej”. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej 2003.
- Troskoleński A. T.: „Hydromechanika”. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne 1962.