

SZYMON GRYMEK

MODELE  
STRUMIENIA POWIETRZA  
W PNEUMATYCE

POLITECHNIKA GDAŃSKA

*monografie*

129

POLITECHNIKA GDAŃSKA

SZYMON GRYMEK

MODELE  
STRUMIENIA POWIETRZA  
W PNEUMATYCE



GDAŃSK 2012

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO  
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

*Janusz T. Cieśliński*

REDAKTOR PUBLIKACJI NAUKOWYCH

*Michał Szydłowski*

REDAKTOR SERII

*Marek Szkodo*

RECENZENCI

*Zenon Jędrzykiewicz*

*Kazimierz Peszyński*

PROJEKT OKŁADKI

*Jolanta Cieślawska*

Wydano za zgodą  
Rektora Politechniki Gdańskiej

Oferta wydawnicza Politechniki Gdańskiej jest dostępna pod adresem  
[www.pg.gda.pl/wydawnictwo/oferta](http://www.pg.gda.pl/wydawnictwo/oferta)

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2012

Utwór nie może być powielany i rozpowszechniany, w jakiegokolwiek formie  
i w jakiegokolwiek sposób, bez pisemnej zgody wydawcy

ISBN 978-83-7348-447-4

---

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

Wydanie I. Ark. wyd. 9,9, ark. druku 11,0, 129/717

---

Druk i oprawa: *EXPOL* P. Rybiński, J. Dąbek, Sp. Jawna  
ul. Brzeska 4, 87-800 Włocławek, tel. 54 232 37 23

# SPIS TREŚCI

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ.....	7
1. WPROWADZENIE.....	9
2. STAN ZAGADNIENIA.....	16
2.1. Ciśnienie statyczne a ciśnienie spiętrzenia.....	17
2.2. Modele strumienia płynu w pneumatyce.....	18
2.2.1. Model St. Venanta-Wantzela.....	18
2.2.2. Model dla przepływu przez kryzy.....	20
2.2.3. Model Miatłuka i Awtuszki.....	20
2.2.4. Modele Woelkego.....	21
2.2.5. Modele dla przepływu przez przewody.....	21
2.2.6. Przepływ nominalny.....	23
2.2.7. Współczynnik wymiarowy.....	23
2.2.7.1. Współczynnik wymiarowy według PN-83/M-74201.....	24
2.2.7.2. Współczynnik wymiarowy według EN 60534.....	25
2.2.8. Przewodność dźwiękowa i krytyczny stosunek ciśnień.....	26
2.2.8.1. Model z ISO 6358.....	27
2.2.8.2. Model z ISO 6953.....	29
2.3. Funkcje przeliczające.....	30
2.3.1. Przepływ nominalny.....	30
2.3.2. Współczynnik wymiarowy.....	31
2.3.3. Współczynnik przepływu St. Venanta-Wantzela.....	32
2.3.4. Powierzchnia efektywna.....	33
2.4. Wyznaczanie wartości współczynników przepływu.....	34
2.4.1. Metody pośrednie zbiornikowe.....	34
2.4.2. Metody bezpośrednie.....	36
2.4.2.1. Idea pomiaru według PN-EN 60534.....	37
2.4.2.2. Idea pomiaru według ISO 6358.....	37
2.4.2.3. Idea pomiaru według ISO/WD 6358.....	38
2.4.2.4. Idea pomiaru według ISO/DIS 6358.....	38
2.4.3. Metody alternatywne.....	39
2.4.3.1. Metoda prostego opróżniania.....	39
2.4.3.2. Metoda napełniania komory podciśnieniowej.....	40
2.4.3.3. Metoda izotermicznego opróżniania.....	40
2.4.3.4. Metoda napełniania.....	41
2.4.3.5. Metoda opróżniania.....	43
2.5. Obliczanie oporności układu elementów pneumatycznych.....	43
2.5.1. Model St. Venanta-Wantzela i modele pokrewne.....	43
2.5.2. Współczynnik wymiarowy.....	44
2.5.3. Przewodność dźwiękowa i krytyczny stosunek ciśnień.....	44
2.6. Oporność przewodów pneumatycznych.....	45
2.7. Podsumowanie.....	47
3. CEL I ZAKRES PRACY.....	49

4. STRUMIEŃ MASY WEDŁUG ISO 6953 A LICZBA MACHA.....	51
4.1. Izentropowy strumień masy w funkcji liczby Macha.....	52
4.2. „Rzeczywisty” strumień masy w funkcji liczby Macha.....	53
4.3. Związek pomiędzy liczbą Macha a parametrami z ISO 6953.....	54
4.4. Stosunek strumienia masy do krytycznego strumienia masy.....	56
5. PRZEPIY W PRZEZ PRZEWÓD A PARAMETRY Z ISO 6953.....	57
5.1. Adiabatyczny przepływ przez przewód.....	58
5.2. Adiabatyczność przepływu przez przewody.....	65
5.3. Izotermiczny przepływ przez przewód.....	67
5.4. Szacowanie wartości współczynnika strat liniowych.....	72
5.5. Porównanie wyników proponowanych algorytmów z wynikami dostępnymi w literaturze.....	74
5.6. Podsumowanie.....	83
6. UTOŹSAMIANIE CIŚNIEŃ STATYCZNYCH I CIŚNIEŃ SPIĘTRZENIA.....	86
6.1. Analiza danych literaturowych.....	86
6.2. Wartości parametrów z ISO 6953 dla elementów pneumatycznych.....	89
6.3. Błąd względny strumienia masy.....	90
6.3. Wpływ utożsamiania ciśnień na czas opróżniania akumulatora pneumatycznego.....	98
6.5. Wpływ utożsamiania ciśnień na osiągi siłownika pneumatycznego.....	100
6.6. Podsumowanie.....	104
7. FUNKCJE PRZELICZAJĄCE MODELU Z ISO 6953.....	106
7.1. Przepływ nominalny.....	106
7.2. Współczynnik wymiarowy.....	111
7.2.1. Model według PN-83/M-74201.....	111
7.2.2. Model według EN 60534.....	114
7.3. Modele z jednym współczynnikiem przepływu.....	118
7.4. Model Miatłuka i Awtuszki.....	123
7.5. Model Woelkego.....	124
7.6. Przejście w dziedzinę ciśnień spiętrzenia.....	127
8. PROCEDURY PRZETWARZANIA DANYCH DLA METOD ZBIORNIKOWYCH.....	131
8.1. Wymagania stawiane stanowisku pomiarowemu.....	131
8.2. Procedury przetwarzania danych pomiarowych.....	133
8.2.1. Wyznaczanie wartości $C$ i $b$ w rozumieniu ISO 6358.....	133
8.2.2. Wyznaczanie wartości $C$ , $b$ , $m$ i $a$ w rozumieniu ISO 6953 i ISO/WD 6358.....	134
8.2.3. Wyznaczanie wartości $K_V$ i $x_T$ w rozumieniu PN-EN 60534.....	135
8.3. Przykłady obliczeniowe.....	136
8.3.1. Przykład A – element wypływowy.....	136
8.3.2. Przykład B – element przepływowy.....	138
8.3.3. Przykład C – rura wylotowa pomiaru ciśnienia o długości $6 \cdot d$ .....	139
8.3.4. Komentarz do obliczeń.....	139
8.4. Przyczyny i skutki pominięcia końcowej rury wylotowej.....	141
9. OPÓR PRZEPIY W PRZEZ POŁĄCZONE ELEMENTY PNEUMATYCZNE.....	143
9.1. Elementy pneumatyczne połączone równolegle.....	143
9.1.1. Procedura określania wypadkowych właściwości przepływowych.....	143
9.1.2. Przykłady obliczeniowe.....	144
9.1.3. Ocena dokładności wzoru (2.105) stosowanego wraz ze wzorem (2.104).....	146

---

9.2. Elementy połączone szeregowo.....	148
9.2.1. Procedura określania wypadkowych właściwości przepływowych.....	148
9.2.2. Przykłady obliczeniowe.....	152
9.2.3. Ocena dokładności wzoru (2.109) stosowanego wraz ze wzorem (2.107).....	154
9.3. Zmiana długości przewodu a jego oporność.....	156
9.3.1. Szacowanie wartości $\lambda$ na podstawie znajomości wartości $C$ .....	156
9.3.2. Zwiększenie długości przewodu.....	157
9.3.3. Przykład obliczeniowy.....	158
10. PODSUMOWANIE.....	160
BIBLIOGRAFIA.....	169
Streszczenie w języku polskim.....	176
Streszczenie w języku angielskim.....	176



## WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- $A$  – efektywne pole powierzchni według ISO 6358 [mm<sup>2</sup>]
- $a$  – czopujący stosunek ciśnień według ISO 6953 [–]
- $B$  – uniwersalna stała gazowa [J/mol/K]
- $b$  – krytyczny stosunek ciśnień statycznych według ISO 6358 bądź według ISO 6953 [–]
- $C$  – przewodność dźwiękowa według ISO 6358 bądź według ISO 6953 [s·m<sup>4</sup>/kg]
- $C_D$  – współczynnik wypływu [–]
- $C_V$  – współczynnik przepływu (analog  $K_V$ ) według ANSI/(NFPA) T3.21.3 [US gal/min]
- $c$  – prędkość dźwięku [m/s]
- $c_p$  – ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu [J/kg/K]
- $c_V$  – ciepło właściwe przy stałej objętości [J/kg/K]
- $D_c$  – wewnętrzna średnica cylindra siłownika [m]
- $d$  – średnica wewnętrzna kanału przepływowego [m]
- $d_t$  – średnica tłoczyska siłownika [m]
- $E$  – energia cieplna [J]
- $\dot{E}$  – strumień ciepła [W]
- $e$  – minimalizowana funkcja błędu różnie definiowana
- $F$  – siła [N]
- $F_\kappa$  – współczynnik ilorazu ciepł właściwych według PN-EN 60534 [–]
- $f$  – pole przekroju poprzecznego kanału przepływowego [m<sup>2</sup>]
- $FM$  – funkcja pomocnicza stosunku ciśnień spiętrzenia skorelowana z funkcją ekspansji
- $g(\varepsilon)$  – funkcja aproksymująca funkcję ekspansji w zakresie przepływu podkrytycznego [–]
- $h$  – entalpia właściwa [J/kg]
- $K_V$  – współczynnik wymiarowy według PN-83/M-74201 bądź według PN-EN 60534 [m<sup>3</sup>/h]
- $k$  – chropowatość bezwzględna [m]
- $L$  – długość [m]
- $M$  – liczba Macha [–]
- $M_M$  – masa molowa [kg/mol]
- $m$  – indeks ekspansji według ISO 6953 [–]
- $m_R$  – masa tłoka siłownika i elementów poruszających się wraz z nim [kg]
- $m_g$  – masa gazu [kg]
- $\dot{m}$  – strumień masy [kg/s]
- $n$  – liczba elementów
- $p$  – ciśnienie absolutne [Pa]
- $p_{nad}$  – nadciśnienie (ciśnienie manometryczne) [Pa]
- $Q$  – strumień objętości [m<sup>3</sup>/h]
- $R$  – indywidualna stała gazowa [J/kg/K]
- $Re$  – liczba Reynoldsa [–]
- $r$  – wykładnik politropy [–]
- $S$  – powierzchnia efektywna według JIS B 8390 [mm<sup>2</sup>]
- $s$  – współczynnik efektu ściśliwości według ISO 6358 [–]
- $s_s$  – skok siłownika [m]
- $s_i$  – długość przestrzeni szkodliwej  $i$ -tej komory siłownika [m]
- $T$  – temperatura bezwzględna [K]
- $t$  – czas [s]
- $u$  – energia wewnętrzna właściwa [J/kg]
- $V$  – objętość [m<sup>3</sup>]



$W$	– mnożnik – funkcja pomocnicza $b$ bądź $b$ i $m$ [–]
$w$	– prędkość [m/s]
$x$	– względny spadek ciśnienia według EN 60534 [–]
$x_T$	– współczynnik względnego spadku ciśnienia według EN 60534 [–]
$Y$	– funkcja stosunku ciśnień statycznych $\eta$ (funkcja ekspansji) [–]
$y$	– współrzędna długości przewodu bądź komory siłownika [m]
$y_e$	– współczynnik ekspansji określony wzorem (2.43) [–]
$Z$	– mnożnik, funkcja pomocnicza krytycznego stosunku ciśnień statycznych $b$ [–]
$z_i$	– $i$ -ty współczynnik wielomianu [–]
$a$	– zmienna pomocnicza (różnie definiowana) [–]
$\beta$	– współczynnik przepływu – parametr funkcji ekspansji [–]
$\delta$	– błąd względny różnie definiowany [%]
$\Delta p$	– różnica ciśnień (spadek ciśnienia) [Pa]
$\Delta p\%$	– względny spadek ciśnienia [%]
$\Delta p_C$	– ciśnienie czopujące według ISO/DIS 6358 (tłumaczenie nazwy podanej w normie – w rzeczywistości różnica ciśnień) [Pa]
$\Delta \varepsilon$	– różnica wartości $\varepsilon$ w zbiorze danych – rozdzielczość tego zbioru
$\varepsilon$	– stosunek ciśnień spiętrzenia [–]
$\eta$	– stosunek ciśnień statycznych [–]
$\Theta$	– wskaźnik kierunku ruchu tłoka siłownika {0;1}
$\kappa$	– wykładnik adiabaty (dla powietrza $\kappa = 1,4$ )
$\lambda$	– współczynnik strat liniowych (współczynnik oporu w równaniu Darcy-Weisbacha) [–]
$\mu$	– współczynnik przepływu [–]
$\nu$	– lepkość kinematyczna [m <sup>2</sup> /s]
$\rho$	– gęstość płynu [kg/m <sup>3</sup> ]
$v$	– stosunek chwilowego strumienia masy do krytycznego strumienia masy [–]
$\varphi$	– funkcja stosunku ciśnień spiętrzenia $\varepsilon$ (funkcja ekspansji) [–]
$\psi$	– liczba wypływu – maksymalna wartość funkcji przepływu St. Venanta i Wantzela [–]

### Indeksy dolne

0	– parametr (ciśnienie bądź temperatura) spiętrzenia
1, 2	– oznaczenie przekroju kanału przepływowego
$a$	– w przestrzeni do której następuje wypływ, atmosferyczne
$apr$	– otrzymane w wyniku zastosowania metod aproksymacji
$def$	– warunki definicyjne
$ele$	– elementu
$en$	– wejściowa
$h$	– wartość hipotetyczna
$K$	– w warunkach krytycznych
$kat$	– wielkość katalogowa
$N$	– warunki znormalizowanej atmosfery odniesienia ANR
$Nfiz$	– warunki normalne fizyczne
$nom$	– nominalny
$p$	– początkowy
$r$	– wartość referencyjna (odniesienia)
$S$	– izentropowy
$s$	– stanowiska pomiarowego
$sp$	– w dziedzinie ciśnień spiętrzenia
$\acute{s}r$	– wartość średnia
$w$	– wartość wypadkowa

## Rozdział 1

# WPROWADZENIE

Pneumatyka jest jedną z najstarszych technik w dziejach ludzkości. Inspiracją do jej powstania była obserwacja zachodzących w przyrodzie zjawisk przemieszczania się przedmiotów pod wpływem wiatru bądź ogrzanego powietrza. Sama nazwa „pneumatyka” wywodzi się od greckiego słowa *pneuma*, które oznacza wiatr, powietrze, oddech lub słowa *pneumatikos* – pochodzący od wiatru.

Prawdopodobnie pierwszym urządzeniem napędzanym za pomocą rozgrzanego powietrza była, zbudowana w Grecji ponad 2300 lat temu, pneumatyczna katapulta. Jej autorstwo przypisuje się aleksandryjskiemu mechanikowi Ktesibiosowi. Jego niezwykle utalentowany uczeń, Heron z Aleksandrii, w pracy „Pneumatika” opisał 78 urządzeń napędzanych rozgrzanym powietrzem bądź parą wodną, w tym, zrealizowane w praktyce, drzwi do świątyni, które otwierały się po rozpaleniu ognia na ołtarzu [15, 16, 19, 112].

Jednak wykorzystanie sprężonego powietrza na skalę przemysłową rozpoczęło się dopiero w XIX wieku. W 1810 roku George Medhurst buduje samodzielny element napędowy (siłownik) o ruchu posuwisto-zwrotnym. W 1829 roku po raz pierwszy zostaje opatentowana sprężarka tłokowa. W 1861 roku Germain Sommeiler buduje pierwszą rozległą sieć pneumatyczną – sprężone powietrze zaczyna wypierać parę wodną jako nośnik energii; w 1863 projektuje maszynę wiertniczą o napędzie pneumatycznym. Samuel Ingersoll, w 1871 roku, projektuje wiertarkę pneumatyczną. W 1879 roku w Paryżu Victor Popp zakłada pierwszą abonencką sieć powietrzną – początkowo służyła ona do impulsowego sterowania zegarami. W 1890 roku w Detroit Charles King projektuje młotek pneumatyczny (opatentowany w 1894 roku). Wiek XIX to również wiek transportu pneumatycznego. Szkocki inżynier Wiliam Murdoch tworzy w Anglii pocztę pneumatyczną do przesyłania listów i małych paczek; podobną w Stanach Zjednoczonych, do przesyłania pieniędzy, tworzy kupiec John Wanamaker. Również pierwsze na świecie metro, uruchomione w 1870 roku w Nowym Jorku, miało napęd pneumatyczny. Zbudował je Alfred Beach, realizując swój pomysł opatentowany 5 lat wcześniej [8, 15, 16, 112].

Po zakończeniu kryzysu lat 1929–1933 pojawiło się silne zapotrzebowanie na środki usprawniające produkcję przemysłową. Rozbudziło to znaczne zainteresowanie wykorzystaniem pneumatyki. W latach 50., 60. i 70. ubiegłego wieku układy pneumatyczne (obok hydraulicznych) stanowiły główne narzędzie mechanizacji i automatyzacji w przemyśle [91, 111]. Pneumatyczne układy automatyki (znane też jako „pneumonika”, „fluidyka” lub „strumieniówka”) dopiero w latach osiemdziesiątych wyparte zostały przez urządzenia elektroniczne [17, 67, 92, 112].

Obecnie napędy pneumatyczne wykorzystywane są głównie w budowie urządzeń mechanizujących, automatyzujących i robotyzujących dyskretne procesy produkcyjne, i zapotrzebowanie na nie wciąż wzrasta [91, 111, 112].

Napęd pneumatyczny cechuje prostota wytwarzania, instalacji, konserwacji i obsługi, wysoka trwałość i niezawodność działania, bezpieczeństwo pracy w prawie każdym środo-

wisku. Jednak jego największą zaletą są specyficzne własności spełniające większość wymagań stawianych napędom stosowanym w mechanizacji i automatyzacji produkcji. Do własności tych należą w szczególności [112, 118, 139, 143, 144, 153]:

- kilkakrotnie wyższe niż w przypadku innych typów napędów przyspieszenia i prędkości ruchu elementów wykonawczych;
- odporność na przeciążenia siłowe i awaryjną blokadę ruchu;
- nieograniczona częstość włączeń;
- realizacja zadań ruchowych i siłowych (w tym udarowych) w tym samym układzie napędowym;
- łatwość realizacji ruchów posuwisto-zwrotnych i obrotowo-zwrotnych (w napędach siłownikowych);
- bezpośredniość napędu liniowego – brak konieczności stosowania przekładni;
- możliwość wykorzystania cylindra siłownika jako elementu konstrukcji nośnej projektowanego urządzenia.

W 1969 roku opublikowana została praca E. W. Gerc *Пневматические приводы. Теория и расчёт* [30]. W 1973 roku pojawiło się jej polskie tłumaczenie *Napędy pneumatyczne. Teoria i obliczanie* [28]. W ówczesnym czasie stanowiła ona podsumowanie wyników prac w zakresie modelowania i badania, w tym symulacji komputerowej, dynamiki napędów pneumatycznych. W kolejnych latach prace nad ogólnie rozumianą teorią napędu pneumatycznego były mniej intensywne. Ich tematykę można przydzielić do jednej z czterech grup:

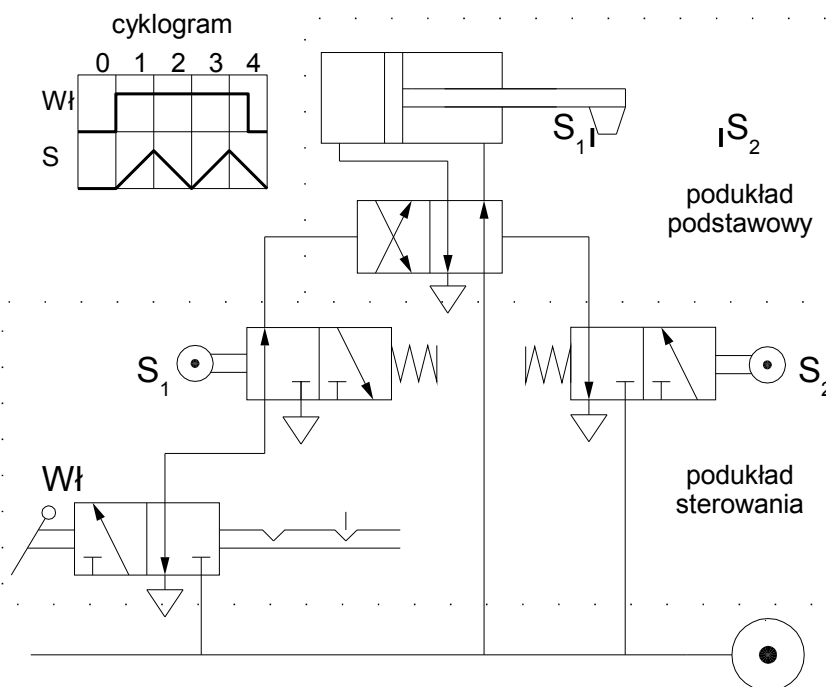
- napędy pneumatyczne ogólnego przeznaczenia do mechanizacji i automatyzacji procesów produkcyjnych obejmujące między innymi [60, 118, 139, 142, 144, 147]:
  - siłowniki tłokowe dwustronnego działania;
  - siłowniki tłokowe i przeponowe jednostronnego działania;
  - siłowniki wahadłowe;
  - silniki pneumatyczne;
  - mięśnie pneumatyczne;
- urządzenia specjalne, na przykład:
  - młotki pneumatyczne [18, 91] i osadzaki do wstrzeliwania kołków [56];
  - siłowniki szybkobieżne z wbudowanym zbiornikiem [38, 90, 93, 95, 115];
  - urządzenia do generowania sygnałów okresowych [101];
  - armatki pneumatyczne do usuwania nawisów materiałów sypkich [57] lub do zagęszczania mas formierskich [106, 107];
  - broń pneumatyczna [62];
- technika pomiarowa i sterowanie, na przykład:
  - pneumatyczne czujniki pomiarowe [63, 64, 153];
  - rozdzielacze strumieniowe [117];
  - stanowiska i metody pomiaru wielkości określających właściwości przepływowe elementów i instalacji pneumatycznych [36, 42, 58, 59, 60, 69, 70, 84, 98, 99, 129, 132, 133, 159];
- serwonapędy pneumatyczne [112].

W przypadku projektowania każdego urządzenia lub układu pneumatycznego formułuje się zadania analizy dynamicznej i syntezy dynamicznej. Analiza dynamiczna polega na

określeniu przebiegów wartości zmiennych stanu (przykładowo: ciśnienie w komorze siłownika, położenie tłoka siłownika) dla znanych cech konstrukcyjnych obiektu (wymiary, ciśnienie zasilania i tym podobne) oraz wymuszeń na niego oddziałujących (przykładowo: obciążenie masowe, obciążenie siłą zewnętrzną). Synteza dynamiczna jest zadaniem odwrotnym do analizy i polega na określeniu wartości cech konstrukcyjnych obiektu przy znanych wymuszeniach oraz wymaganych osiągnięciach (na przykład: maksymalny czas ruchu siłownika, minimalna prędkość tłoka siłownika na końcu skoku).

Zdecydowanie najpopularniejszym działaniem projektowym w pneumatyce jest synteza pneumatycznego układu sterowniczo-napędowego (PUSN) z wykorzystaniem gotowych elementów pneumatycznych (silniki, siłowniki, zawory, przewody i inne). W projektowaniu tego typu układów można wyróżnić dwa, praktycznie niezależne od siebie, zadania [92, 118, 142, 144, 153]:

- projektowanie struktury informacyjnej układu pneumatycznego, czyli określenie struktury funkcjonalnej tego układu, która zapewni realizację zadanej sekwencji ruchów elementów napędowych (na przykład realizację cyklogramu przedstawionego na rysunku 1.1);
- projektowanie struktury energetycznej układu pneumatycznego, czyli dobór struktury i elementów wchodzących w skład podukładu podstawowego (rys. 1.1) zapewniających odpowiednie osiągi układu napędowego.



Rys. 1.1. Cyklogram i schemat funkcjonalny układu pneumatycznego realizującego automatyczny cykl pracy pojedynczego siłownika dwustronnego działania

Do niedawna w realizacjach technicznych pneumatycznych układów napędowych powszechnie wykorzystywano sterowanie pneumatyczne (podukład sterowania, rys. 1.1). Rozwój elektroniki oraz powszechna dostępność programowalnych sterowników logicznych PLC (ang. *Programmable Logic Controller*) powodują obecnie odejście od tego typu sterowania na rzecz sterowania cyfrowego.

Wykorzystanie sterowania cyfrowego ułatwia inżynierowi-pneumatykowi skoncentrowanie się na projektowaniu: instalacji zasilającej (o ile warunki zasilania sprężonym gazem nie są narzucone) oraz podukładu podstawowego. Pod pojęciem podukładu podstawowego rozumie się tutaj, za [95], pneumatyczny element wykonawczy (siłownik bądź silnik) wraz z zaworem rozdzielającym sterującym dopływem gazu do komór tego elementu (rys. 1.1). W skład tego podukładu mogą wchodzić również inne elementy pneumatyczne (przykładowo: zawory dławiące, zawory redukcyjne) sterujące parametrami gazu lub umożliwiające nastawianie osiągnięć napędu (na przykład: prędkości tłoczyśka bądź siły na tłoczyśku). W ramach tegoż zadania projektowego prowadzi się obliczenia o dwojakim celu [95]:

- pierwszym – zadanie syntezy – jest określenie wartości parametrów wszystkich elementów wchodzących w skład układu, które to wartości umożliwią dobór tychże elementów z katalogów; w przypadku elementów wykonawczych efektem obliczeń najczęściej są wartości ich cech konstrukcyjnych, a w przypadku elementów instalacji zasilającej są to wartości wielkości określających ich właściwości przepływowe;
- drugim – zadanie analizy – sprawdzenie, czy projektowany układ spełnia stawiane przed nim wymagania.

Inherentną cechą pneumatyki jest przepływ płynu ściśliwego – powietrza bądź innego gazu. Do określenia właściwości przepływowych (jakkolwiek zdefiniowanych) opornika pneumatycznego niezbędna jest znajomość jego charakterystyki przepływowej, czyli zależności strumienia masy bądź strumienia objętości gazu przepływającego przez jego kanały od czynników wywołujących ten przepływ.

Można wyróżnić trzy podejścia w modelowaniu charakterystyk przepływowych elementów (oporników) pneumatycznych:

- modele w postaci układu równań różniczkowych lub całkowych zbudowane przy wykorzystaniu podstawowych zasad mechaniki płynów ściśliwych (punktem wyjścia najczęściej są różne postacie równań Naviera i Stokesa) i rozwiązywane numerycznie dla określonych warunków początkowych oraz brzegowych [131, 135, 160]; w mechanice płynów podejście takie znane jest jako CFD (ang. *Computational Fluid Dynamics*);
- pozostałe modele, na przykład różnie definiowane i różnie prezentowane graficznie charakterystyki przepływowe zwykłe i względne, generalnie wiążące spadek ciśnienia na elemencie ze strumieniem objętości przez niego przepływającym [60] bądź przepływ nominalny (również różnie definiowany, na przykład według VDI 3290 [148]).

Oczywistym kryterium oceny modelu strumienia masy bądź objętości gazu przepływającego przez element pneumatyczny jest zgodność wartości wyznaczonej, przy wykorzystaniu tego modelu, wielkości z jej rzeczywistą wartością. Pod tym względem modele z pierwszej grupy (CFD) wydają się bezkonkurencyjne. Jednak ich wykorzystanie jest skomplikowane, pracochłonne i czasochłonne. Dodatkowo wyniki obliczeń praktycznie nie mają zastosowania przy syntezie układu napędowego z gotowych elementów pneumatycznych – doborze elementów z katalogów. Dlatego ich zastosowanie, w większości przypadków, ograniczone

jest do analizy dynamiki przepływu w trakcie kształtowania kanałów przepływowych nowo projektowanych elementów lub urządzeń pneumatycznych.

Natomiast powszechnie, nawet przy projektowaniu kanałów przepływowych nowych urządzeń [157], wykorzystuje się modele z drugiej grupy oraz pochodzący z trzeciej grupy przepływ nominalny. Wynika to z łatwości ich zastosowania oraz, w większości wypadków, z wystarczającej, z technicznego punktu widzenia, dokładności.

— modele w postaci nieliniowej funkcji ciśnienia i temperatury na wlocie do elementu pneumatycznego oraz ciśnienia na jego wylocie (bądź w przestrzeni do której następuje wypływ) – parametry takiej funkcji nazywane są współczynnikami przepływu, a ich wartość, wyznaczana doświadczalnie, określa właściwości przepływowe elementu (przykładowo model St. Venanta-Wantzela [29]);

Możliwość zastosowania danego modelu w projektowaniu układów pneumatycznych implikuje konieczność jednoczesnego spełnienia trzech wymagań.

Po pierwsze, model musi być dobrze zdefiniowany, najlepiej w dokumencie rangi normy. Obecnie wymaganie to spełniają następujące modele:

- przepływ nominalny  $Q_{nom}$  według VDI 3290: 1962 *Kenngrößen pneumatischer Geräte für Steuerungen-Wegventile* [148];
- współczynnik wymiarowy  $K_V$  według PN-83/M-74201 *Armatura przemysłowa. Zawory regulujące. Wymagania i badania* [119] (norma formalnie już nieobowiązująca);
- odpowiednik współczynnika wymiarowego wyrażony w angielskich jednostkach miar  $C_V$  według ANSI/(NFPA) T3.21.3: 1990 *Pneumatic fluid power. Flow rating test procedure and reporting method for fixed orifice components* [3];
- współczynnik wymiarowy  $K_V$  i współczynnik względnego spadku ciśnienia dla przepływu krytycznego  $x_T$  według PN-EN 60534: 2001 *Przemysłowe zawory regulacyjne* [121] (formalny następca wymienionej wcześniej normy PN-83/M-74201);
- przewodność dźwiękowa  $C$  i krytyczny stosunek ciśnień  $b$  według ISO 6358: 1989 *Pneumatic fluid power. Components using compressible fluids. Determination of flow-rate characteristics* [48];
- przewodność dźwiękowa  $C$ , krytyczny stosunek ciśnień  $b$ , indeks ekspansji  $m$  oraz czopujący stosunek ciśnień  $a$  według ISO 6953: 2000 *Pneumatic fluid power. Compressed air pressure regulators and filter-regulators* [49];
- powierzchnia efektywna  $S$  według JIS B 8390 [65].

Po drugie, parametry modelu (ich wartości określają w sposób ilościowy właściwości przepływowe opornika pneumatycznego) muszą występować w katalogach (producentów) elementów pneumatycznych – tylko wówczas możliwy jest dobór tychże elementów. Obecnie w katalogach znaleźć można:  $Q_{nom}$  (różnie definiowane, najczęściej według VDI 3290) lub  $K_V$  (według PN-83/M-74201) bądź  $C_V$  (według ANSI/(NFPA) T3.21.3) oraz charakterystyki przepływowe zwykłe bądź względne. Rzadziej pojawiają się takie parametry, jak: średnica króćca dolotowego elementu (traktowana jako miara jego właściwości przepływowych),  $C$  i  $b$  (według ISO 6358) oraz  $S$  (według JIS B 8390). Natomiast w przeglądanych katalogach [72–83] oraz na stronach internetowych producentów elementów pneumatycznych (ich obszerną listę można znaleźć na [www.pneumaticsonline.com](http://www.pneumaticsonline.com)) nie udało się znaleźć współczynników  $K_V$  i  $x_T$  (według PN-EN 60534) oraz  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  (według ISO 6953).

Po trzecie, muszą istnieć algorytmy projektowe wykorzystujące dany model i umożliwiające wyznaczenie wartości współczynników określających wymagane właściwości

przepływowe elementu pneumatycznego. Obecnie znane są algorytmy wykorzystujące współczynniki:  $Q_{nom}$ ,  $K_V$ ,  $C_V$  (dla wymienionych są to najczęściej algorytmy publikowane przez producentów elementów pneumatycznych [92]),  $\mu$  modelu St. Venanta-Wantzela [28] oraz  $\mu$  modelu izotermicznego przepływu przez przewód [68]. Za próbę tworzenia takich algorytmów dla współczynników  $C$  i  $b$  (opisanych w formalnie obowiązującej w pneumatyce normie ISO 6358) można uznać wyniki prac podane między innymi w [35, 60, 92, 94].

Oprócz wspomnianych warunków koniecznych, efektywne wykorzystanie modelu strumienia masy bądź objętości w projektowaniu pneumatycznego układu napędowego stawia przed tym modelem dodatkowe wymagania:

- modele z drugiej grupy są nieliniowymi funkcjami określonymi zarówno w dziedzinie ciśnień statycznych (na przykład współczynnik wymiarowy  $K_V$ ), jak i w dziedzinie ciśnień spiętrzenia (przykładowo model St. Venanta-Wantzela [29]), natomiast obliczenia projektowe układu pneumatycznego (w szczególności symulacja komputerowa) prowadzone są w dziedzinie ciśnień spiętrzenia [28, 29]. Dlatego też, dla modeli określonych w dziedzinie ciśnień statycznych, powinien istnieć algorytm przejścia na model równoważny a określony w dziedzinie ciśnień spiętrzenia – w przeciwnym wypadku modelu takiego nie należy wykorzystywać w obliczeniach;
- dla modelu musi istnieć metoda określania wypadkowych właściwości przepływowych (określonych przez wartości współczynników tego modelu) układu elementów pneumatycznych połączonych szeregowo lub równoległe – brak takiej metody praktycznie uniemożliwia zastosowanie tego modelu w projektowaniu układu pneumatycznego;
- powinna istnieć metoda wyznaczania (obliczania wartości) właściwości przepływowych (w rozumieniu danego modelu) przewodu pneumatycznego o dowolnej długości dla znanych właściwości odcinka nominalnego tego przewodu – w przeciwnym wypadku uwzględnienie oporności przewodów w projektowaniu układu pneumatycznego staje się niemożliwe;
- musi istnieć metodyka pomiaru właściwości przepływowych elementu pneumatycznego charakteryzowanych wartościami współczynników danego modelu – zaletą modelu jest, gdy ta metodyka jest dobrze zdefiniowana, nieskomplikowana i koszty jej realizacji technicznej są nieznaczne;
- dobrze, jeżeli dla danego modelu istnieją metody umożliwiające przeliczenie wartości parametrów tego modelu na wartości parametrów innego modelu – ułatwia to poszukiwanie zamienników dla elementów pneumatycznych.

Obecnie proces projektowania układów pneumatycznych jest coraz częściej wspomagany komputerowo. Towarzyszy temu odchodzenie od tradycyjnych metod obliczeń i doboru elementów pneumatycznych na rzecz bardziej złożonych algorytmów. Takie podejście czyni projektowanie łatwiejszym i szybszym, a uzyskane rozwiązania techniczne doskonalszymi. Jednocześnie stawia to jednak przed modelami zjawisk, które zachodzą w układach pneumatycznych (w tym modelami strumienia masy bądź objętości gazu) nowe wymagania. Dwa najistotniejsze z nich to:

- możliwość optymalizacji modelu, to znaczy stworzenia jego komputerowej implementacji – przykładem modeli niespełniających tego warunku są charakterystyki przepływowe zwykłe i względne;
- implementacja danego modelu w algorytmie komputerowym nie powinna powodować niestabilności numerycznej tego algorytmu – wiele modeli strumienia masy bądź obję-

tości nie pozwala na spełnienie tego wymagania dla bliskiego jedności stosunku wartości ciśnienia za opornikiem pneumatycznym do wartości ciśnienia przed nim [36].

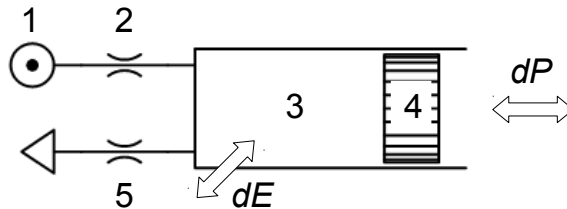
Model strumienia masy gazu opisany w obowiązującej normie ISO 6358 jak dotąd nie znalazł szerokiego zastosowania w projektowaniu układów pneumatycznych, a wartości parametrów  $C$  i  $b$  podawane w katalogach są najczęściej wykorzystywane do porównywania elementów pneumatycznych pod względem ich doskonałości przepływowej. Uzasadnienia tego stanu należy upatrywać w niedostatecznym spełnianiu przez ten model wymienionych wcześniej wymagań. Mimo to w 2000 roku wydana została norma ISO 6953: 2000 *Pneumatic fluid power. Compressed air pressure regulators and filter-regulators* [49]. W normie tej, dotyczącej jedynie regulatorów pneumatycznych, rozszerzono zestaw parametrów opisanych w ISO 6358 (przewodność dźwiękowa  $C$  i krytyczny stosunek ciśnień  $b$ ) o dwa nowe parametry: indeks ekspansji  $m$  oraz czopujący stosunek ciśnień  $a$ . Co więcej, trwające obecnie prace [52, 53, 55] nad aktualizacją normy ISO 6358 wskazują, że model wywodzący się z ISO 6953 stanie się wkrótce formalnie obowiązującym przy opisie właściwości przepływowych elementów i układów pneumatycznych. Wydaje się [52, 55], że model przedstawiony w normie ISO 6953 w sposób doskonalszy opisuje właściwości opornika pneumatycznego niż, przy wyłączeniu modeli CFD, jakkolwiek inny z wcześniej stosowanych modeli. Aby jednak nie podzielił on losu modelu z ISO 6358, uzasadnionym wydaje się prowadzenie prac mających w efekcie doprowadzić do stworzenia algorytmów projektowania układów pneumatycznych wykorzystujących ten model.



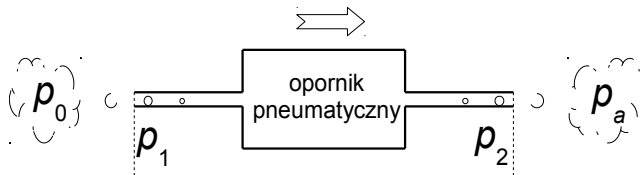
## Rozdział 2

### STAN ZAGADNIENIA

W teorii napędu pneumatycznego występuje pojęcie uogólnionego elementu pneumatycznego [28, 58], którego uproszczoną postać pokazano na rysunku 2.1. Jest to komora o zmiennej objętości 3 z ruchomym elementem 4, zasilana gazem ze źródła 1 przez linię zasilającą 2 i opróżniana przez linię wylotową 5. Pomędzy elementem a otoczeniem dochodzi, prócz wymiany masy, do wymiany energii cieplnej  $E$  i pracy mechanicznej  $P$ .



Rys. 2.1. Uogólniony element pneumatyczny – opis w tekście



Rys. 2.2. Uogólniona linia pneumatyczna – opis w tekście

Przepływ, w warunkach ustalonych, przez obie linie pneumatyczne: zasilającą 2 i opróżniającą 5 można przedstawić jako strumień gazu przemieszczający się przez opornik pneumatyczny z przestrzeni, w której panuje ciśnienie spiętrzenia  $p_0$ , do przestrzeni, w której panuje ciśnienie spiętrzenia  $p_a$  (rys. 2.2). Wówczas w przekroju wlotowym „1” linii pneumatycznej panuje ciśnienie statyczne  $p_1$ , a w jej przekroju wylotowym „2” ciśnienie statyczne  $p_2$ .

Jeżeli założymy, że w przestrzeni „0”, z której następuje dopływ gazu, gaz pozostaje w spoczynku, wówczas ciśnienie spiętrzenia  $p_0$  będzie tożsame z ciśnieniem statycznym w tej przestrzeni. Analogiczne założenie można poczynić dla przestrzeni „a”, do której następuje wypływ gazu.

Jeżeli założymy, że przepływ gazu z przestrzeni „0” do przekroju wlotowego „1” jest izentropowy, wówczas ciśnienie spiętrzenia w przekroju „1” równe będzie  $p_0$ .

Jeżeli podczas wypływu z linii pneumatycznej do przestrzeni „a” nie następuje rozprężanie gazu, to mówimy, że przepływ przez tę linię ma charakter podkrytyczny. W takiej sytuacji ciśnienie  $p_2$  równe jest ciśnieniu  $p_a$ .

## 2.1. Ciśnienie statyczne a ciśnienie spiętrzenia

Wielkości określające stan (zmienne stanu) gazu (płynu ściśliwego) w punkcie, w którym prędkość elementu gazu jest zerowa ( $w = 0$ ) nazywane są parametrami spiętrzenia.

Jeżeli w analizowanym punkcie strugi ( $w > 0$ ) gazu panuje ciśnienie  $p$  (zwane często, z powodu nieuwzględniania ruchu płynu, ciśnieniem statycznym), a ciśnienie spiętrzenia w tym punkcie ma wartość  $p_0$ , to po izentropowym wyhamowaniu gazu ciśnienie  $p$  osiągnie wartość  $p_0$ .

Pojęcie ciśnienia spiętrzenia jest dość powszechnie stosowane w dynamice gazów oraz w pneumatyce, przykładowo [52, 53, 60, 134], i jest tożsame z pojęciem ciśnienia całkowitego (suma ciśnienia statycznego i ciśnienia dynamicznego). W niektórych pracach, na przykład [66], pojęcia te stosowane są zamiennie.

W mechanice płynów i termodynamice [21, 60, 64, 111, 128, 134, 141, 146] z reguły przyjmuje się, że ciśnienie spiętrzenia  $p_0$  i ciśnienie statyczne  $p$  mogą być utożsamiane (stosowane zamiennie), gdy liczba Macha  $M_1 \leq 0,2$  lub  $M_1 \leq 0,3$  a nawet  $M_1 \leq 0,7$  [110] bądź średnia prędkość gazu  $w_{sr} \leq 40$  m/s.

W pneumatyce wpływ utożsamiania ciśnienia statycznego i ciśnienia spiętrzenia na wyniki obliczeń dynamiki układu jest najczęściej pomijany, na przykład: [5, 21, 44, 69, 84, 97, 98, 100, 108, 125, 129, 136, 138, 140, 159]; o wiele rzadziej jest analizowany i uwzględniany [27, 35, 40, 60, 87, 92]. Dotychczasowe badania praktycznie ograniczają się do oceny różnicy wartości ciśnienia spiętrzenia  $p_0$  i ciśnienia statycznego  $p$  dla elementów typu dysza zbieżna w warunkach przepływu krytycznego. W [125] stwierdzono, że zastąpienie ciśnienia  $p_0$  ciśnieniem  $p$  przy analizie wypływu przez dyszę o polu przekroju wlotowego  $f_1$  i wylotowego  $f_2$  nie powoduje dużego błędu, jeżeli  $f_2/f_1 \ll 1$ . W [10] podano, że ciśnienia  $p_0$  i  $p_1$  nie różnią się więcej niż 3,5% dla przewodu o średnicy  $d_1$  i dyszy o średnicy  $d_2$ , gdy  $d_2/d_1 \leq 0,7$ , a w [7], że nie więcej niż 1%, jeżeli stosunek średnicy przewodu do średnicy otworu dyszy jest  $d_1/d_2 \geq 2,212$  ( $d_2/d_1 \leq 0,452$ ).

W [60] przeprowadzono analizę wpływu zastąpienia ciśnienia spiętrzenia  $p_0$  ciśnieniem statycznym  $p_1$  (na wlocie do elementu) na wartość strumienia masy wyznaczanego przy zastosowaniu formuły St. Venanta-Wantzela [29] dla elementu pneumatycznego o oporności przepływowej określonej przy użyciu przewodności dźwiękowej  $C$  i krytycznego stosunku ciśnień statycznych  $b$ . Mimo uzyskania ciekawych wyników w tejże pracy ograniczono się do następujących wniosków:

- błąd zastąpienia ciśnienia  $p_0$  ciśnieniem  $p_1$  jest niewielki dla małych wartości  $C/d^2$  oraz  $b$  (gdzie  $d$  to średnica przewodu doprowadzającego powietrze do elementu);
- w zakresie przepływu krytycznego dwukrotne zwiększenie wartości  $C/d^2$  powoduje trzypółkrotny wzrost wartości błędu;

- powyższe zastąpienie nie powinno być stosowane, gdy  $C/d^2 > 0,000541 \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg}$  (w rzeczywistości odpowiada to warunkowi  $M_1 > 0,2$ ); dla rzeczywistych elementów pneumatycznych istnieje duże prawdopodobieństwo przekroczenia tej granicznej wartości  $C/d^2$ .

## 2.2. Modele strumienia płynu w pneumatyce

W pneumatyce stosuje się wiele różnych modeli strumienia płynu. Jak już wspomniano w rozdziale 1, są to modele strumienia masy bądź modele strumienia objętości; niektóre są opisane w dokumentach rangi normy, inne nie; jedne są określone w dziedzinie ciśnień statycznych, inne w dziedzinie ciśnień spiętrzenia. W niniejszym punkcie opisano modele najczęściej spotkane w literaturze przedmiotu i wykorzystywane w praktyce inżynierskiej.

### 2.2.1. Model St. Venanta-Wantzela

Wychodząc z równań zachowania energii i masy oraz równania stanu i równania izentropy strumień masy gazu doskonałego, przy jednowymiarowym ustalonym swobodnym wypływie przez dyszę zbieżną dobrze zaokrągloną, można opisać zależnością [66]:

$$\dot{m}_S = f \cdot p_0 \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R \cdot T_0}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1}} \cdot \varphi \left( \frac{p}{p_0} \right) \quad (2.1)$$

gdzie  $f$  to pole poprzecznego przekroju dyszy, w którym ciśnienie statyczne wynosi  $p$ , a  $p_0$  to ciśnienie (zarówno spiętrzenia, jak i statyczne) w zbiorniku, z którego następuje wypływ.

Funkcja  $\varphi$ , znana jako funkcja stosunku ciśnień bądź funkcja ekspansji, ma postać:

$$\varphi \left( \frac{p}{p_0} \right) = \begin{cases} \sqrt{\left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} & \text{dla } \frac{p_K}{p_0} < \frac{p}{p_0} \leq 1 \\ \sqrt{\left( \frac{p_K}{p_0} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left( \frac{p_K}{p_0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} & \text{dla } 0 < \frac{p}{p_0} \leq \frac{p_K}{p_0} \end{cases} \quad (2.2)$$

gdzie  $p_K$  to ciśnienie krytyczne, takie że:

$$\frac{p_K}{p_0} = \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (2.3)$$

Dla wartości stosunku ciśnień obliczonego ze wzoru (2.3) funkcja ekspansji osiąga wartość maksymalną; dla mniejszych wartości tego stosunku strumień masy przestaje być zależny od wartości ciśnienia  $p$ .

Powyższy wzór podali po raz pierwszy St. Venant i Wantzel w 1839 roku [7]. W 1949 roku Perry stwierdził [116], że w przypadku dobrze zaokrąglonych dysz wzór (2.1) daje błąd względny mniejszy niż 1%.

Wzory (2.1) do (2.3) są podstawą formuły służącej do obliczania rzeczywistego strumienia masy płynu ściśliwego przepływającego przez element pneumatyczny i znanej jako model St. Venanta-Wantzela [29]. W modelu tym zakłada się że:

- rzeczywisty strumień masy jest proporcjonalny do izentropowego strumienia masy, a miarą proporcjonalności obu strumieni jest współczynnik przepływu  $\mu$ ;
- ciśnienie statyczne  $p$  na wylocie z dyszy jest równe ciśnieniu  $p_a$  w przestrzeni, do której następuje wypływ (co jest słuszne dla przepływu w warunkach podkrytycznych), a stosunek ciśnień (rozumianych już jako ciśnienia spiętrzenia) określa się następująco:

$$\varepsilon = \frac{p_a}{p_0} \quad (2.4)$$

- krytyczny stosunek ciśnień  $\varepsilon_K$  obu strumieni jest równy i określony wzorem (2.3);
- $f$  jest polem poprzecznego przekroju przewodu doprowadzającego płyn ściśliwy do elementu pneumatycznego.

Przy tych założeniach model St. Venanta-Wantzela można przedstawić w postaci [29]:

$$\dot{m} = \mu \cdot f \cdot p_0 \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R \cdot T_0}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1}} \cdot \varphi(\varepsilon) \quad (2.5)$$

$$\varphi(\varepsilon) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\varepsilon^\kappa - \varepsilon^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}} & \text{dla } \varepsilon_K < \varepsilon \leq 1 \\ \sqrt{\frac{2}{\varepsilon_K^\kappa - \varepsilon_K^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}} & \text{dla } 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_K \end{cases} \quad (2.6)$$

Jeżeli czynnikiem jest powietrze ( $\kappa = 1,4$ ), to  $\varepsilon_K$  – według (2.3) – przyjmuje wartość 0,52828, a  $\varphi(\varepsilon_K)$  – według (2.6) – wartość 0,25880.

Powyższy model znalazł szerokie zastosowanie w rozwiązywaniu problemów analizy i syntezy dynamicznej układów pneumatycznych metodami podanymi w [28 – 31].

Czasami model St. Venanta-Wantzela przedstawiany jest w postaci:

$$\dot{m} = \mu \cdot f \cdot \psi \cdot \frac{p_0}{\sqrt{R \cdot T_0}} \cdot \varphi(\varepsilon) \quad (2.7)$$

$$\varphi(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{1}{\psi} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot \left( \varepsilon^\kappa - \varepsilon^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)} & \text{dla } \varepsilon_K < \varepsilon \leq 1 \\ 1 & \text{dla } 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_K \end{cases} \quad (2.8)$$

gdzie wyrażenie  $\psi$  to maksymalna wartość funkcji przepływu St. Venanta i Wantzela wynikająca wprost ze wzorów (2.1) do (2.3):

$$\psi = \sqrt{\kappa \cdot \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} \quad (2.9)$$

Dla powietrza ( $\kappa = 1,4$ ) przyjmuje ono wartość 0,68472.

### 2.2.2. Model dla przepływu przez kryzy

W przypadku zastosowania formuły (2.1) do obliczania przepływu przez kryzy i inne elementy o ostrych krawędziach wlotowych uzyskane wyniki są niezadowolające. Można zastosować wówczas wzór [2, 60, 85, 123, 131]:

$$\dot{m} = C_D \cdot \dot{m}_S \quad (2.10)$$

gdzie  $\dot{m}_S$  opisuje wzór (2.1), a  $C_D$  to współczynnik wypływu (ang. *coefficient of the discharge* lub *discharge coefficient*).

Zakresy zmienności wartości współczynnika  $C_D$  podano w [2, 4] jako:

- 0,95 dla dysz,
- 0,82 dla kryz,
- 0,61 do 0,843 dla kryz ostrokrawędziowych,
- 0,72 do 0,87 dla zaworów grzybkowych stożkowych,
- 0,75 do 0,88 dla zaworów grzybkowych kulistych.

W [2] i [26] przedstawiono wiele uproszczeń umożliwiających przyjęcie stałej wartości współczynnika  $C_D$  zależnej od geometrii elementu przez który przepływa powietrze. Jednak obecnie takie podejście nie jest zalecane. Celem wyznaczenia wartości współczynnika  $C_D$  powinno się skorzystać z tak zwanej formuły Perry'ego [60, 85, 116]:

$$C_D = 0,85 - 0,15 \cdot \left( \frac{p}{p_0} \right) - 0,1 \cdot \left( \frac{p}{p_0} \right)^2 \quad (2.11)$$

bądź nowszej zależności [1, 7]:

$$\begin{aligned} C_D = & 0,8414 - 0,1002 \cdot \left( \frac{p}{p_0} \right) + 0,8415 \cdot \left( \frac{p}{p_0} \right)^2 - 3,9 \cdot \left( \frac{p}{p_0} \right)^3 \\ & + 4,6001 \cdot \left( \frac{p}{p_0} \right)^4 - 1,6827 \cdot \left( \frac{p}{p_0} \right)^5 \end{aligned} \quad (2.12)$$

### 2.2.3. Model Miatluka i Awtuszki

Badając instalacje pneumatyczne pojazdów Miatluk i Awtuszko [103, 105] zaproponowali następującą formułę do wyznaczania strumienia masy powietrza:

$$\dot{m} = \mu \cdot f \cdot \psi \cdot \frac{p_0}{\sqrt{R \cdot T_0}} \cdot \beta \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\beta - \varepsilon} \quad (2.13)$$

gdzie  $\beta$  to bezwymiarowy współczynnik funkcji ekspansji.

Formuła (2.13) najczęściej stosowana jest, zarówno przez jej twórców [104], jak i innych badaczy [70], przy stałej wartości  $\beta = 1,13$ .

### 2.2.4. Modele Woelkego

Prowadząc prace nad zagadnieniami dynamiki szybkich napędów pneumatycznych Woelke [157] zaproponował następującą formułę do wyznaczania strumienia masy powietrza:

$$\dot{m} = \mu \cdot f \cdot \psi \cdot \sqrt{p_0 \cdot \rho} \cdot \sqrt{1 - \varepsilon^{\beta_1 \cdot e^{-\beta_2 \varepsilon^2}}} \quad (2.14)$$

gdzie  $\beta_1$  i  $\beta_2$  to parametry funkcji ekspansji.

Pierwsza część wzoru (2.14) opisuje przepływ w warunkach krytycznych; część druga (funkcja ekspansji) wywodzi się z funkcji Gaussa i została przyjęta przez Woelkego ze względu na swoją „elastyczność” bez żadnej interpretacji fizycznej. Wzór (2.14) wygodnie jest zapisać w postaci przypominającej (2.7) bądź (2.13):

$$\dot{m} = \mu \cdot f \cdot \psi \cdot \frac{p_0}{\sqrt{R \cdot T_0}} \cdot \sqrt{1 - \varepsilon^{\beta_1 \cdot e^{-\beta_2 \varepsilon^2}}} \quad (2.15)$$

Wadą formuły (2.14) jest nieuwzględnianie krytycznego stosunku ciśnień  $\varepsilon_K$ . Ujawniła się ona podczas prac nad bezdrutowym młotkiem pneumatycznym [158]. Dla rzeczywistych elementów pneumatycznych krytyczny stosunek ciśnień  $\varepsilon_K$  może przyjmować wartość z przedziału obustronnie otwartego od 0 do 1, charakterystyczną dla każdego z tych elementów. Woelke zaproponował więc modyfikację wzoru (2.14) do postaci [158]:

$$\dot{m} = \mu \cdot f \cdot \psi \cdot \sqrt{p_0 \cdot \rho} \cdot \varphi(\varepsilon) \quad (2.16)$$

$$\varphi(\varepsilon) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_K \\ \frac{1 - \varepsilon^{\beta_1 \cdot e^{-\beta_2 \varepsilon^2}}}{1 - \varepsilon_K^{\beta_1 \cdot e^{-\beta_2 \varepsilon_K^2}}} & \text{dla } \varepsilon_K < \varepsilon \leq 1 \end{cases} \quad (2.17)$$

Wzór (2.16) wygodniej jest zapisać w postaci:

$$\dot{m} = \mu \cdot f \cdot \psi \cdot \frac{p_0}{\sqrt{R \cdot T_0}} \cdot \varphi(\varepsilon) \quad (2.18)$$

### 2.2.5. Modele dla przepływu przez przewody

Dla jednowymiarowego quasi-statycznego przepływu przez przewód, wykorzystując formułę Darcy'ego-Weisbacha, równanie zachowania energii dla płynu ściśliwego można zapisać w postaci różniczkowej:

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) + \frac{1}{\rho} \cdot dp + \lambda \cdot \frac{w^2}{2 \cdot d} \cdot dy = 0 \quad (2.19)$$

gdzie  $y$  to współrzędna długości przewodu, a  $\lambda$  to współczynnik strat liniowych stały na całej długości przewodu.

Wykorzystując równanie stanu gazu doskonałego oraz równanie ciągłości wzór (2.19) można przekształcić do postaci:

$$\rho \cdot d \left( \frac{1}{\rho} \right) + \frac{f^2 \cdot p}{m^2 \cdot R \cdot T} \cdot dp + \frac{\lambda}{2 \cdot d} \cdot dy = 0 \quad (2.20)$$

Dla przepływu politropowego temperaturę  $T$  można wyrazić w postaci:

$$T = T_1 \cdot \left( \frac{p}{p_1} \right)^{\frac{r-1}{r}} \quad (2.21)$$

gdzie  $r$  to wykładnik politropy.

Całkując równanie (2.20), z uwzględnieniem (2.21), dla  $\rho$  w granicach od  $\rho_1$  do  $\rho_2$ , dla  $p$  w granicach od  $p_1$  do  $p_2$  i dla  $y$  w granicach od 0 do  $L$ , otrzymuje się:

$$\dot{m} = f \cdot p_1 \cdot \sqrt{\frac{r}{R \cdot T_1}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{2}{r+1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{r+1}{r}} \right]}{\lambda \cdot \frac{L}{d} - 2 \cdot \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{r}}}} \quad (2.22)$$

Warto nadmienić, że przy założonym izotermicznym przepływie przez przewód ( $T_1 = \text{const.}$ ,  $r = 1$ ) i modelu strumienia masy według (2.22), przepływ ten nigdy nie osiąga warunków przepływu krytycznego [102].

Wzór (2.22) jest podstawą formuł służących do obliczania rzeczywistego strumienia masy płynu ściśliwego przepływającego przez przewody pneumatyczne. Zastępując ciśnienie  $p_1$  ciśnieniem spiętrzenia  $p_0$  na wlocie do przewodu, a ciśnienie  $p_2$  ciśnieniem  $p_a$  w przestrzeni, do której następuje wypływ z przewodu oraz zakładając, że dla długich rurociągów wartość  $2 \cdot \ln(\varepsilon)$  jest pomijalnie mała w porównaniu z  $\lambda \cdot L/d$  i podstawiając  $r = 1$  można zapisać dla przepływu izotermicznego [6, 68, 70, 111]:

$$\dot{m} = \mu \cdot f \cdot \frac{p_0}{\sqrt{R \cdot T_0}} \cdot \sqrt{1 - \varepsilon^2} \quad (2.23)$$

a dla przepływu adiabatycznego, podstawiając  $r = \kappa$  [21, 127, 151]:

$$\dot{m} = \mu \cdot f \cdot p_0 \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R \cdot T_0}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\kappa+1}} \cdot \sqrt{1 - \varepsilon^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} \quad (2.24)$$

Wzór (2.23) stał się podstawą opracowanej przez Kamińskiego [68] metodyki określania właściwości przepływowych elementów pneumatycznych.

Gdyby nie zastąpienie ciśnień statycznych ciśnieniami spiętrzenia, współczynnik przepływu  $\mu$  we wzorach (2.23) i (2.24) miałby wartość:

$$\mu = \sqrt{\frac{d}{\lambda \cdot L}} \quad (2.25)$$

Nie zmieniając sensu tychże wzorów, można zdefiniować współczynnik  $\mu$  w nich występujący – dla wzoru (2.23) jako:

$$\mu = \frac{\mu_{3,23}}{\psi} \quad (2.26)$$

a dla wzoru (2.24) jako:

$$\mu = \frac{\mu_{3,24}}{\psi} \cdot \sqrt{\frac{2}{\kappa + 1}} \quad (2.27)$$

Wówczas oba wzory można zapisać w postaci:

$$\dot{m} = \mu \cdot f \cdot \psi \cdot \frac{p_0}{\sqrt{R \cdot T_0}} \cdot \varphi(\varepsilon) \quad (2.28)$$

gdzie funkcja ekspansji to:

$$\varphi(\varepsilon) = \sqrt{1 - \varepsilon^2} \quad (2.29)$$

bądź:

$$\varphi(\varepsilon) = \sqrt{1 - \varepsilon^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} \quad (2.30)$$

### 2.2.6. Przepływ nominalny

Przepływ nominalny  $Q_{nom}$  równy jest strumieniowi objętości gazu przepływającego przez element, przy znanym nadciśnieniu  $p_{1nad}$  panującym przed elementem i znanym spadku ciśnienia  $\Delta p$  na elemencie, sprowadzonemu do warunków normalnych.

Warunki normalne są różnie definiowane. Dawniej były to najczęściej warunki normalne fizyczne ( $T_{Nfiz} = 273,15$  K i  $p_{Nfiz} = 101\,325$  Pa); obecnie są to najczęściej warunki znormalizowanej atmosfery odniesienia ANR ( $T_N = 293,15$  K i  $p_N = 100\,000$  Pa [50, 120]).

Większość producentów elementów pneumatycznych, podając wartość przepływu nominalnego, przyjmuje nadciśnienie  $p_{1nad} = 600\,000$  Pa i spadek ciśnienia  $\Delta p = 100\,000$  Pa (takie warunki pomiaru przepływu nominalnego  $Q_{nom}$  podaje VDI 3290 [148]); czasami spotyka się  $p_{1nad} = 630\,000$  Pa.

W przypadku elementów pneumatycznych o dużych średnicach kanału dopływowego (gwint przyłączeniowy  $G^{3/4}$  lub większy) istnieje często problem z uzyskaniem na stanowisku pomiarowym tak zdefiniowanego przepływu nominalnego. Wówczas w miejsce bezwzględnego spadku ciśnienia  $\Delta p$  przyjmuje się względny spadek ciśnienia  $\Delta p_{\%} = 10\%$  bądź  $\Delta p_{\%} = 5\%$ .

Strumień masy gazu, przy założonych warunkach nominalnych, można wyznaczyć z:

$$\dot{m} = \frac{Q_{Nnom} \cdot \rho_{nom}}{3600} \quad (2.31)$$

gdzie  $Q_{nom}$  to przepływ nominalny w  $m^3/h$ .

### 2.2.7. Współczynnik wymiarowy

Współczynnik wymiarowy  $K_V$  (ang. *flow factor*) został wprowadzony w 1944 roku przez firmę Masoneilan. Jego ścisła definicja i metodyka pomiaru zostały ujęte w normie VID/VDE 2173 [149] w 1962 roku. Współczynnik  $K_V$  jest rozumiany jako takie objętościowe



natężenie przepływu w  $\text{m}^3/\text{h}$  cieczy o gęstości  $1000 \text{ kg}/\text{m}^3$  i lepkości kinematycznej  $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  (to jest: wody o temperaturze od  $5^\circ\text{C}$  do  $30^\circ\text{C}$ ), która, przepływając przez element, wywołuje stratę ciśnienia równą  $1 \text{ kG}/\text{cm}^2$  (obecnie często przyjmuje się  $10^5 \text{ Pa}$ , co daje około 1% różnicy wartości  $K_V$ ).

Wychodząc z równania Bernoulliego, przy uwzględnieniu tak zwanej wysokości straconej na oporze lokalnym i definicji współczynnika wymiarowego  $K_V$  można podać formułę określającą strumień objętości płynu nieściśliwego o gęstości  $\rho$  przy dowolnej wartości spadku ciśnienia  $\Delta p$  na elemencie, przez który tenże przepływa:

$$Q = K_V \cdot \sqrt{\frac{\rho_{def}}{\Delta p_{def}}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \quad (2.32)$$

gdzie  $\rho_{def} = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$ , a  $\Delta p_{def} = 100\,000 \text{ Pa}$ .

W przypadku stosowania formuły (2.32) dla płynów ściśliwych konieczne jest:

- zdefiniowanie pojęcia gęstości  $\rho$  używanej w (2.32),
- określenie zależności pomiędzy temperaturami  $T_1$  (na wlocie do elementu) i  $T_2$  (na wylocie z elementu),
- określenie warunków, w jakich przepływ staje się przepływem krytycznym.

### 2.2.7.1. Współczynnik wymiarowy według PN-83/M-74201

Zakładając, że gęstość  $\rho$  jest tożsama z gęstością  $\rho_2$  płynu na wylocie z elementu, oraz że temperatury płynu przed i za elementem są równe ( $T_1 \approx T_2 \approx T_0$ ) można, wykorzystując równanie stanu gazu doskonałego, zapisać:

$$\rho_2 = \frac{p_2}{R \cdot T_0} \quad (2.33)$$

Strumień objętości  $Q$ , występujący w (2.32), można sprowadzić do warunków normalnych fizycznych ( $T_{Nfiz} = 273,15 \text{ K}$  i  $p_{Nfiz} = 101\,325 \text{ Pa}$ ) według:

$$Q_{Nfiz} = Q \cdot \frac{\rho_2}{\rho_{Nfiz}} \quad (2.34)$$

Zakładając, że przepływ jest krytyczny, gdy  $\Delta p \leq p_1/2$  (spadek ciśnienia na elemencie jest mniejszy od połowy ciśnienia statycznego na wlocie do elementu) oraz oznaczając stosunek ciśnienia statycznego  $p_2$  na wylocie z elementu do ciśnienia statycznego  $p_1$  na wlocie do elementu jako  $\eta$ :

$$\eta = \frac{p_2}{p_1} \quad (2.35)$$

otrzymuje się z (2.33) i (2.34):

$$Q_{Nfiz} = \frac{K_V}{2 \cdot \rho_{Nfiz}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{def}}{\Delta p_{def}}} \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0 \cdot R}} \cdot Y(\eta) \quad (2.36)$$

$$Y(\eta) = \begin{cases} 1 & \text{gd}y \eta \leq 0,5 \\ 2 \cdot \sqrt{\eta \cdot (1-\eta)} & \text{gd}y \eta > 0,5 \end{cases} \quad (2.37)$$

Podstawiając do (2.36) wartości wielkości definicyjnych oraz zakładając, że czynnikiem jest powietrze otrzymuje się:

$$Q_{Nfiz} = \frac{K_V}{385,2} \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0 \cdot \rho_{Nfiz}}} \cdot Y(\eta) \quad (2.38)$$

Wzory (2.38) i (2.37) tworzą formułę zgodną z podaną w normie PN-83/M-74201 [119]. Formułę tę można sprowadzić do warunków znormalizowanej atmosfery odniesienia ANR ( $T_N = 293,15$  K i  $p_N = 100\,000$  Pa [50, 120]) podstawiając we wzorze (2.38) gęstość  $\rho_N$  w miejsce gęstości  $\rho_{Nfiz}$ . Powoduje to zmianę wartości współczynnika w (2.38) z 385,2 na 369,4, nie powodując zmiany sensu fizycznego współczynnika wymiarowego  $K_V$ .

W obszarze stosowania miar angielskich odpowiednikiem współczynnika wymiarowego  $K_V$  jest współczynnik  $C_V$  zdefiniowany w ANSI/(NFPA) T2.21.3 [3]. Sens fizyczny obu współczynników jest taki sam – struktura wszystkich prezentowanych zależności, w przypadku obu współczynników, jest identyczna.

### 2.2.7.2. Współczynnik wymiarowy według EN 60534

Zakładając, że gęstość  $\rho$  jest tożsama z gęstością  $\rho_1$  na wlocie do elementu strumień objętości  $Q$  można sprowadzić do warunków normalnych fizycznych według:

$$Q_{Nfiz} = Q \cdot \frac{\rho_1}{\rho_{Nfiz}} \quad (2.39)$$

Z równania stanu gazu doskonałego mamy:

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R \cdot T_0} \quad (2.40)$$

Definiując  $x$  jako:

$$x = \frac{\Delta p}{p_1} \quad (2.41)$$

z (2.39) i (2.40) wynika:

$$Q_{Nfiz} = \frac{K_V \cdot p_1}{\rho_{Nfiz}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{def}}{\Delta p_{def}}} \cdot \sqrt{\frac{x}{T_0 \cdot R}} \quad (2.42)$$

W normie EN 60534 [24] założono, że wzór (2.42) jest prawdziwy tylko dla bardzo małych (bliskich zeru) spadkach ciśnienia na elemencie i zaproponowano korektę polegającą na pomnożeniu uzyskanej wartości strumienia objętości przez wartość współczynnika ekspansji zdefiniowanego jako:

$$y_e = 1 - \frac{x}{3 \cdot F_\kappa \cdot x_T} \quad (2.43)$$

gdzie  $F_\kappa = \kappa/1,4$ , a  $F_\kappa \cdot x_T$  to taka wartość  $x$ , dla której przepływ staje się krytyczny.

Wychodząc z (2.42), po uwzględnieniu (2.43) otrzymuje się:

$$Q_{Nfiz} = \frac{K_V}{\rho_{Nfiz}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{def}}{\Delta p_{def}}} \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0} \cdot R} \cdot Y(x) \quad (2.44)$$

$$Y(x) = \begin{cases} \frac{2 \cdot \sqrt{F_\kappa \cdot x_T}}{3} & \text{gdy } x \geq F_\kappa \cdot x_T \\ \sqrt{x} \cdot \left(1 - \frac{x}{3 \cdot F_\kappa \cdot x_T}\right) & \text{gdy } x < F_\kappa \cdot x_T \end{cases} \quad (2.45)$$

Podstawiając do (2.44) wartości wielkości definicyjnych oraz zakładając, że czynnikiem jest powietrze ( $F_\kappa = 1$ ), otrzymuje się:

$$Q_{Nfiz} = \frac{K_V}{192,6} \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0} \cdot \rho_{Nfiz}} \cdot Y(x) \quad (2.46)$$

$$Y(x) = \begin{cases} \frac{2 \cdot \sqrt{x_T}}{3} & \text{gdy } x \geq x_T \\ \sqrt{x} \cdot \left(1 - \frac{x}{3 \cdot x_T}\right) & \text{gdy } x < x_T \end{cases} \quad (2.47)$$

Wzory (2.46) i (2.47) tworzą formułę zgodną z podaną w normie EN 60534 [24] i jej polskim odpowiedniku PN-EN 60534 [122].

W celu wyznaczenia strumienia objętości w warunkach ANR należy we wzorze (2.46) podstawić gęstość  $\rho_N$  w miejsce gęstości  $\rho_{Nfiz}$  oraz zmienić wartość stałej z 192,6 na 184,7.

### 2.2.8. Przewodność dźwiękowa i krytyczny stosunek ciśnień

W 1971 roku Sanville [132, 133] zaproponował zastosowanie: aproksymacji eliptycznej Bendemanna [126] do opisu zależności bezwymiarowego strumienia masy powietrza przepływającego przez zawór od stosunku ciśnień spiętrzenia (tzn. funkcji ekspansji) oraz przewodności dźwiękowej  $C$  (ang. *sonic conductance*) i krytycznego stosunku ciśnień  $b$  (ang. *critical pressure ratio*) do określenia właściwości przepływowych takiego zaworu.

Propozycja ta stała się podstawą zalecenia CETOP RP 50 P [13] i propozycji normy międzynarodowej zgłoszonej przez Wielką Brytanię [46]. W obu wymienionych dokumentach ciśnienia spiętrzenia (proponowane przez Sanville'a) zostały zastąpione ciśnieniami statycznymi. W toku prac nad normą międzynarodową pojawiają się kolejno: francuska propozycja normy międzynarodowej [45] oraz dwa dokumenty ISO [51, 54]. Ostatecznie, w 1989 roku, opublikowana zostaje norma ISO 6358 [48]. Definiuje ona przewodność dźwiękową  $C$  i krytyczny stosunek ciśnień  $b$ , określa metody i warunki ich pomiaru oraz podaje formułę umożliwiającą wyznaczenie na ich podstawie strumienia masy gazu. Wprowadza również alternatywne do  $C$  i  $b$  parametry:  $A$  i  $s$ . Ich znaczenie jest niewielkie, gdyż mogą być one wyliczone tylko na podstawie znajomości  $C$  i  $b$ . Polskim odpowiednikiem normy ISO 6358 jest obowiązująca od 1 lipca 1993 roku norma PN-92/M-73763 [121].

W podobnym kierunku zmierzały prace prowadzone w Japonii. Już w 1964 zdefiniowano w JIS C 9312 (za [55]), dla krytycznego przepływu gazu, pojęcie powierzchni efektywnej  $S$  (jednostka –  $\text{mm}^2$ ). Obecnie wielkość ta zdefiniowana jest w JIS B 8390 [65].

W 2000 roku wydana zostaje norma ISO 6953 [49]. Rozszerza ona model przyjęty w ISO 6358 o dwa nowe parametry: indeks ekspansji  $m$  (ang. *subsonic index*) oraz czopującą stosunek ciśnień  $a$  (ang. *cracking pressure ratio*) – stosunek ciśnień, przy którym przepływ zanika. Parametry te, jak i metody ich pomiaru, pojawiły się następnie w dokumencie roboczym ISO/WD 6358 [55] (współtworzonym przez Japonię).

W 2008 roku, na bazie [55], powstaje szkic normy międzynarodowej ISO/DIS 6358 [52]. Definiuje on, w miejsce czopującego stosunku ciśnień  $a$ , nową wielkość – ciśnienie czopujące  $\Delta p_C$  (ang. *cracking pressure*) – różnicę ciśnień, przy której przepływ zanika.

W 2009 roku pojawia się uaktualnienie ISO/DIS 6358 [53]. Wprowadza ono, w opinii autora tylko pozornie – rewolucyjną zmianę – zastąpienie ciśnień statycznych ciśnieniami spiętrzenia. Efektem tego jest zmiana definicji współczynników:  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ . Jednocześnie krytyczny stosunek ciśnień  $b$  otrzymuje nową angielską nazwę – *critical back-pressure ratio*.

### 2.2.8.1. Model z ISO 6358

Zgodnie z normą ISO 6358 [48] właściwości przepływowe elementu pneumatycznego określone są przez przewodność dźwiękową  $C$  i krytyczny stosunek ciśnień statycznych  $b$ . Oznaczając stosunek ciśnienia statycznego  $p_2$  na wylocie z elementu do ciśnienia statycznego  $p_1$  na wlocie do elementu jako  $\eta$ , strumień masy płynu ściśliwego można wyznaczyć, wykorzystując formułę [48]:

$$\dot{m} = C \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} \cdot Y(\eta) \quad (2.48)$$

$$Y(\eta) = \begin{cases} 1 & \text{gd}y \ 0 \leq \eta \leq b \\ \sqrt{1 - \left(\frac{\eta - b}{1 - b}\right)^2} & \text{gd}y \ b < \eta \leq 1 \end{cases} \quad (2.49)$$

Definicja przewodności dźwiękowej  $C$  wynika wprost ze wzorów (2.48) i (2.49). Jest to stosunek strumienia objętości w warunkach znormalizowanej atmosfery ANR [50] do ciśnienia statycznego  $p_1$  na wlocie do elementu obliczony dla przepływu krytycznego ( $\eta \leq b$ ) i temperatury gazu równej temperaturze odniesienia ( $T_0 = T_N$ ).

Norma ISO 6358 [48] definiuje też alternatywny do  $C$  i  $b$  zestaw współczynników:

— współczynnik efektu ściśliwości  $s = \frac{1}{1 - b}$  (2.50)

— efektywne pole powierzchni  $A = C \cdot \rho_N \cdot \sqrt{s \cdot R \cdot T_N}$  (2.51)

Dla spadku ciśnienia na elemencie  $\Delta p$  strumień masy gazu można wyrazić jako zależność od  $A$  i  $s$  w postaci:

$$\dot{m} = \frac{p_1}{\sqrt{R \cdot T_0}} \cdot Y \left( \frac{\Delta p}{p_1} \right) \quad (2.52)$$

$$Y\left(\frac{\Delta p}{p_1}\right) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{s}} & \text{gdym } \frac{\Delta p}{p_1} \geq \frac{1}{s} \\ \sqrt{2 \cdot \frac{\Delta p}{p_1} \cdot \left(1 - s \cdot \frac{\Delta p}{2 \cdot p_1}\right)} & \text{gdym } \frac{\Delta p}{p_1} < \frac{1}{s} \end{cases} \quad (2.53)$$

Model strumienia masy w postaci równań (2.48) i (2.49), w przypadku wykorzystania go w symulacji komputerowej napędu pneumatycznego, ma pewną niedogodność, o której wspomniano w rozdziale 1, wymieniając wymagania stawiane modelowi stosowanemu w projektowaniu układów pneumatycznych – dla wartości stosunku ciśnień  $\eta$  bliskich jedności pojawiają się problemy z całkowaniem numerycznym metodami zmiennokrokowymi. Wynikają one z tego, że dla rosnącej wartości  $\eta$  przyrost wartości ciśnienia  $\Delta p$  zdąży do zera, a pochodna strumienia masy  $\dot{m}$  po przyroście ciśnienia  $\Delta p$  dąży do nieskończoności. Co więcej, jeżeli  $\eta \rightarrow 1$ , to liczba Reynoldsa  $Re$  zmniejsza swą wartość i przepływ staje się przepływem laminarnym. W pneumatyce jest to zauważalne szczególnie dla elementów typu zawór grzybkowy [7].

Sposobem obejścia tego problemu może być przejście, dla  $\eta > 0,9$ , ze wzoru podanego w normie na wzór [43]:

$$Q_N = C \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_1 \cdot (p_1 - p_2)}{1 - b}} \quad (2.54)$$

Dla elementów pneumatycznych o krytycznym stosunku ciśnień  $0,25 < b < 0,63$  błąd wyznaczenia wartości strumienia objętości  $Q_N$  z (2.54) nie powinien przekraczać 2% [43].

Lepszym sposobem wyeliminowania opisanych niedogodności modelu opisanego w normie wydaje się być jego modyfikacja do postaci:

$$\dot{m} = \begin{cases} C \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} & \text{gdym } 0 \leq \eta \leq b \quad (\text{krytyczny}) \\ C \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\eta - b}{1 - b}\right)^2} & \text{gdym } b < \eta \leq \beta \quad (\text{podkrytyczny}) \\ k \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \sqrt{T_N} \cdot (1 - \eta) & \text{gdym } \beta < \eta \leq 1 \quad (\text{laminarny}) \end{cases} \quad (2.55)$$

gdzie

$$k = \frac{1}{1 - \beta} \cdot C \cdot \rho_N \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\beta - b}{1 - b}\right)^2} \quad (2.56)$$

W oryginalnej propozycji progowa wartość stosunku ciśnień dla przepływu laminarnego  $\beta = 0,999$  została przyjęta arbitralnie [7]. Natomiast w bibliotece *Foundation Library – Pneumatic Blocks* systemu Simscape firmy MathWorks [137] dopuszcza się jej zmianę w zakresie od 0,995 do 0,999.

### 2.2.8.2. Model z ISO 6953

Norma ISO 6953 [49] rozszerza model opisany wzorami (2.48) i (2.49), a pochodzący z ISO 6358 [48], o dwa nowe współczynniki: indeks ekspansji  $m$  oraz czopujący stosunek ciśnień  $a$ . Wartość strumienia masy gazu, zgodnie z ISO 6953, wyznacza się ze wzoru (2.48), wykorzystując, w miejsce wzoru (2.49), funkcję ekspansji o postaci:

$$Y(\eta) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } 0 \leq \eta \leq b \\ \left[ 1 - \left( \frac{\eta - b}{a - b} \right)^2 \right]^m & \text{gdy } b < \eta \leq a \end{cases} \quad (2.57)$$

Dla indeksu ekspansji  $m = 0,5$  oraz czopującego stosunku ciśnień  $a = 1$  wzór (2.57) redukuje się do wzoru (2.49) z ISO 6358.

Szkic normy międzynarodowej ISO/DIS 6358 [52], wprowadzając w miejsce  $a$  ciśnienie czopujące  $\Delta p_c$ , zmienia postać funkcji ekspansji (2.57) na:

$$Y(\eta) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } 0 \leq \eta \leq b \\ \left[ 1 - \left( \frac{\eta - b}{1 - \frac{\Delta p_c}{p_1} - b} \right)^2 \right]^m & \text{gdy } b < \eta \leq \frac{\Delta p_c}{p_1} \end{cases} \quad (2.58)$$

Lecz jest to tylko zmiana formalna. Analizując definicje  $a$  i  $\Delta p_c$  można zapisać:

$$a = \frac{p_2}{p_1} = 1 - \frac{p_1}{p_1} + \frac{p_2}{p_1} = 1 - \frac{p_1 - p_2}{p_1} = 1 - \frac{\Delta p_c}{p_1} \quad (2.59)$$

gdzie  $p_1$  i  $p_2$  to wartości tych ciśnień w chwili, gdy ustał przepływ ( $\dot{m} = 0$ ).

Czyni to zależności (2.57) i (2.58) tożsamy.

W praktyce przyjęcie czopującego stosunku ciśnień  $a \neq 1$  bądź ciśnienia czopującego  $\Delta p_c \neq 0$  (a co za tym idzie i pomiar obu tych wielkości) ma miejsce tylko dla elementów z wbudowanym zaworem zwrotnym bądź zaworem odcinającym. Samo wbudowanie zaworu zwrotnego wpływa na charakterystykę przepływową analizowanego elementu pneumatycznego w pewnym zakresie stosunku ciśnień. Zakres ten może obejmować całość lub część przepływu podkrytycznego, ale może również rozpocząć się w obszarze przepływu krytycznego (wpływa wówczas na wyznaczaną wartość krytycznego stosunku ciśnień  $b$ ). Dla elementów pneumatycznych, w których w miejsce zaworu zwrotnego wbudowano zawór odcinający, takie oddziaływanie nie występuje. Dla tego typu elementów w szkicu normy ISO/DIS 6358 [52] zaproponowano modyfikację funkcji ekspansji (2.58) do postaci:

$$Y(\eta) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } 0 \leq \eta \leq b \\ \left[ 1 - \left( \frac{\eta - b}{1 - b} \right)^2 \right]^m & \text{gdy } b < \eta < \frac{\Delta p_c}{p_1} \\ 0 & \text{gdy } \frac{\Delta p_c}{p_1} \leq \eta \leq 1 \end{cases} \quad (2.60)$$

## 2.3. Funkcje przeliczające

Funkcją przeliczającą nazywany w tej pracy zależność matematyczną lub algorytm umożliwiające wyznaczenie wartości parametrów jednego modelu strumienia płynu na podstawie znajomości parametrów innego modelu. Jak wspomniano we wprowadzeniu (rozdział 1), w niniejszej pracy obszarem zainteresowania są głównie modele wykorzystujące przewodność dźwiękową  $C$  i krytyczny stosunek ciśnień  $b$  (czyli opisane w normie ISO 6953 [49] i jej poprzedniczce ISO 6358 [48]). Stąd też w niniejszym punkcie przedstawiono spotykane w literaturze funkcje przeliczające z tychże modeli na pozostałe modele oraz funkcje do nich odwrotne.

Warto wspomnieć, że znajomość kompletnego zestawu funkcji przeliczających i funkcji do nich odwrotnych dla modelu opisanego w ISO 6953 teoretycznie umożliwi przejście pomiędzy dwoma dowolnymi z analizowanych modeli.

### 2.3.1. Przepływ nominalny

W pracy [60] podano funkcję przeliczającą z parametrów opisanych w ISO 6358 na nominalny strumień w postaci dwóch równań. Dla definicyjnego stosunku ciśnień  $\eta_{def}$ :

$$Q_{Nnom} = 3600 \cdot C \cdot (p_{1nad} + p_a) \cdot \sqrt{\frac{T_N}{T_0}} \quad (2.61)$$

gdy  $\eta_{def} \leq b$  bądź:

$$Q_{Nnom} = 3600 \cdot C \cdot (p_{1nad} + p_a) \cdot \sqrt{\frac{T_N}{T_0}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_{def} - b}{1 - b}\right)^2} \quad (2.62)$$

gdy  $\eta_{def} > b$ .

Przejście, które może być uznane za funkcję odwrotną do wyżej podanej funkcji przeliczającej, przedstawiono w [94]. Dla  $\eta_{def} \leq b$  przewodność dźwiękowa  $C$  jest liniową funkcją nominalnego strumienia objętości  $Q_{Nnom}$ :

$$C = C_{min} = 3,968 \cdot 10^{-10} \cdot Q_{Nnom} \cdot \sqrt{\frac{T_0}{T_N}} \quad (2.63)$$

Jednocześnie jest to minimalna wartość przewodności dźwiękowej  $C$ , dla której możliwe jest osiągnięcie  $Q_{Nnom}$ . Dla  $\eta_{def} > b$  istnieje dodatkowo związek pomiędzy wartościami  $C$  i  $b$ :

$$C = 3,968 \cdot 10^{-10} \cdot Q_{Nnom} \cdot \sqrt{\frac{T_N}{T_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\eta_{def} - b}{1 - b}\right)^2}} = C_{min} \cdot W(b) \quad (2.64)$$

Mnożnik  $W(b)$ , będący dla określonych warunków definicyjnych jedynie funkcją  $b$ , określa ile razy  $C$  elementu musi być większa od  $C_{min}$  dla określonego  $b$ .

Dokument roboczy ISO/WD 6358 [55] podaje funkcję przeliczającą z parametrów opisanych w ISO 6953 na nominalny strumień w postaci:

$$Q_{Nnom} = 420 \cdot C \cdot \left[ 1 - \left( \frac{0,857 - b}{a - b} \right)^2 \right]^m \quad (2.65)$$

gdzie  $Q_{Nnom}$  wyrażone jest w  $\text{dm}^3/\text{min}$ , a warunki definicyjne to:  $p_{1nad} = 6 \text{ bar}$  i  $\Delta p = 1 \text{ bar}$ .

### 2.3.2. Współczynnik wymiarowy

Zależność pomiędzy współczynnikiem wymiarowym  $K_V$  według PN-83/M-74201 [119] a parametrami opisanymi w ISO 6358, podana w [60] jako funkcja przeliczająca, ma postać:

$$K_V = 1,241 \cdot 10^7 \cdot C \cdot \frac{\sqrt{1 - \left( \frac{\eta - b}{1 - b} \right)^2}}{\sqrt{\eta \cdot (1 - \eta)}} \quad (2.66)$$

gdzie dla  $\eta < b$  należy podstawić w liczniku  $\eta = b$  oraz dla  $\eta \leq 0,5$  należy podstawić w mianowniku  $\eta = 0,5$ .

Za funkcję odwrotną do (2.66) można uznać algorytm podany w [94] a służący do doboru elementu pneumatycznego o znanej wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  przy wykorzystaniu przewodności dźwiękowej  $C$  i krytycznego stosunku ciśnień  $b$ . Po zapisaniu, z uwzględnieniem uwag z (2.66):

$$\frac{1}{Z(b)} = \frac{\sqrt{1 - \left( \frac{\eta - b}{1 - b} \right)^2}}{\sqrt{\eta \cdot (1 - \eta)}} \quad (2.67)$$

$$C = 0,8058 \cdot 10^{-7} \cdot K_V \cdot Z(b) \quad (2.68)$$

algorytm ma następujący przebieg:

- załóż stosunek ciśnień  $\eta_{ele}$ ;
- wyznacz wartość  $Z(b)$  dla  $\eta_{ele}$  z (2.67);
- wyznacz minimalną wartość przewodności dźwiękowej  $C_{min}$  z (2.68);
- znajdź element o  $b \geq \eta_{ele}$  oraz  $C > C_{min}$ . Jeżeli  $b < \eta_{ele}$  to wyznacz nową wartość  $Z(b)$ , a następnie nową wartość  $C_{min}$ .

Funkcję przeliczającą z parametrów opisanych w ISO 6953 na analogiczny do  $K_V$  według PN-83/M-74201 współczynnik  $C_V$  podaje dokument roboczy ISO/WD 6358 [55]:

$$C_V = 1,06 \cdot C \cdot \left( \frac{2 \cdot a - 1,96}{2 \cdot a - b - 1} \right)^m \quad (2.69)$$

gdzie  $C_V$  wyrażone jest w  $\text{dm}^3/\text{min}$ , a  $C$  w  $\text{dm}^3/(\text{s} \cdot \text{bar})$ .



### 2.3.3. Współczynnik przepływu St. Venanta-Wantzela

Po raz pierwszy algorytm wyznaczania współczynnika przepływu  $\mu$ , występującego we wzorze St. Venanta-Wantzela, na podstawie znajomości przewodności dźwiękowej  $C$ , krytycznego stosunku ciśnień  $b$  oraz średnicy przewodu zasilającego  $d$  pojawił się w pracy [60]. Ma on następujący przebieg:

— dla danej wartości  $C/d^2$  wyznacz największą wartość liczby Macha  $M_{1max}$  z zależności:

$$\frac{C}{d^2} = 0,0026955 \cdot M_{1max} \cdot \sqrt{1 + 0,2 \cdot M_{1max}^2} \quad (2.70)$$

— przyjmij wartość liczby Macha  $M_1$  z zakresu  $0 < M_1 \leq M_{1max}$ ;

— wyznacz stosunek ciśnień statycznych  $\eta$  z zależności:

$$\eta = b + (1-b) \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{0,0026955 \cdot M_1}{\frac{C}{d^2}} \right)^2 \cdot (1 + 0,2 \cdot M_1^2)} \quad (2.71)$$

— wyznacz wartość stosunku ciśnień  $p_1/p_0$  z zależności:

$$\frac{p_1}{p_0} = (1 + 0,2 \cdot M_1^2)^{-3,5} \quad (2.72)$$

— wyznacz wartość stosunku ciśnień  $p_2/p_0$  z zależności:

$$\frac{p_2}{p_0} = \eta \cdot \frac{p_1}{p_0} \quad (2.73)$$

— jeżeli spełniona jest nierówność:

$$\varepsilon = \frac{p_a}{p_0} < \frac{p_2}{p_0} \quad (2.74)$$

to  $M_1 = M_{1max}$ ; w przeciwnym wypadku  $\varepsilon = p_2/p_0$ ;

— wyznacz wartość współczynnika przepływu  $\mu$  z zależności:

$$\mu = \frac{M_1 \cdot (1 + 0,2 \cdot M_1^2)^{-3}}{\sqrt{5} \cdot \varphi(\varepsilon)} \quad (2.75)$$

gdzie funkcja  $\varphi(\varepsilon)$  to funkcja ekspansji opisana zależnością (2.6).

Zaprezentowany powyżej algorytm ukazuje, że współczynnik przepływu  $\mu$  nie ma stałej wartości, lecz jest funkcją stosunku ciśnień  $\varepsilon$ . Podstawową wadą tego algorytmu jest brak bezpośredniego rozwiązania –  $\varepsilon$  nie jest daną wejściową algorytmu. Wyznaczenie wartości  $\mu$  dla konkretnego  $\varepsilon$  wymaga bardzo czasochłonnych obliczeń, w tym obliczeń aproksymacyjnych.

Na bazie identycznych założeń teoretycznych opracowano algorytm (przyczynek auto-ra) pozbawiony tej wady. Algorytm, opisany w [35] i [39], ma następujący przebieg:

— dla danej wartości  $C/d^2$  wyznacz największą wartość liczby Macha  $M_{1max}$  z zależności:

$$M_{1max} = \sqrt[1 + \frac{32 \cdot (\kappa - 1) \cdot \left( \frac{C}{d_1^2} \cdot \frac{P_N}{\pi} \right)^2}{\kappa \cdot R \cdot T_N} - 1]{\kappa - 1}} \quad (2.76)$$

— wyznacz graniczną wartość stosunku ciśnień spiętrzenia  $\varepsilon_K$  z zależności:

$$\varepsilon_K = b \cdot \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_{1max}^2 \right)^{\frac{\kappa}{1 - \kappa}} \quad (2.77)$$

— jeżeli  $\varepsilon \leq \varepsilon_K$  to przyjmij wartość liczby Macha  $M_1 = M_{1max}$ ; w przeciwnym wypadku wyznacz  $M_1$  z zależności:

$$\varepsilon = \left( b + (1 - b) \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{\pi \cdot M_1 \cdot \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T_N}}{4 \cdot p_N \cdot \frac{C}{d^2}} \right)^2 \cdot \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2 \right)} \right) \cdot \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2 \right)^{\frac{\kappa}{1 - \kappa}} \quad (2.78)$$

— wyznacz wartość współczynnika przepływu  $\mu$  z zależności:

$$\mu = \frac{M_1 \cdot \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2 \right)^{\frac{\kappa + 1}{2 \cdot (1 - \kappa)}}}{\sqrt{\frac{2}{\kappa - 1} \cdot \varphi(\varepsilon)}} \quad (2.79)$$

Jedyną niedogodnością zaprezentowanego algorytmu jest konieczność iteracyjnego rozwiązania równania (2.78). Autorzy tegoż algorytmu zaproponowali więc zastosowanie technologii neuronowej (sztucznej sieci neuronowej – ANN) do aproksymacji zależności  $\mu = f(C/d^2, b, \varepsilon)$ . Opis prac nad tym zagadnieniem można znaleźć w [33, 37, 41, 145]. Ostatecznie zaprojektowano jednokierunkową sztuczną sieć neuronową (ang. *feed-forward artificial neural network*) o dwóch warstwach ukrytych, trzech wejściach i jednym wyjściu. Sieć miała 81 neuronów w pierwszej warstwie ukrytej i 9 w drugiej. Zakres zmienności parametrów wejściowych był następujący:  $C/d^2$  od  $10^{-4}$  do  $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg}$ ,  $b$  od 0 do 0,95 oraz  $\varepsilon$  od 0,05 do 0,99. Maksymalny błąd względny wyznaczenia wartości  $\mu$  nie przekraczał 0,376%; dla zdecydowanej większości przypadków błąd był mniejszy od 0,1%.

### 2.3.4. Powierzchnia efektywna

Powierzchnię efektywną  $S$  według JIS B 8390 [65] w zależności od przewodności dźwiękowej  $C$  można wyznaczyć z prostej zależności [55, 114]:

$$S = 5 \cdot C \quad (2.80)$$

gdzie  $S$  wyrażone jest w  $\text{mm}^2$ , a  $C$  w  $\text{dm}^3/(\text{s} \cdot \text{bar})$ .

Oczywistą jest funkcja odwrotna do (2.80) o postaci:

$$C = \frac{S}{5} \quad (2.81)$$

Sposób wyznaczenia wartości pozostałych parametrów (krytycznego stosunku ciśnień  $b$ , indeksu ekspansji  $m$  i czopującego stosunku ciśnień  $a$ ) nie jest podawany w literaturze.

## 2.4. Wyznaczanie wartości współczynników przepływu

Metody wyznaczania wartości współczynników można podzielić na metody bezpośrednie i pośrednie. Metody bezpośrednie to takie, przy których na stanowisku badawczym dokonuje się bezpośredniego pomiaru wartości strumienia masy bądź strumienia objętości gazu. W metodach pośrednich wartość strumienia jest wyliczana na podstawie znajomości przebiegów czasowych innych wielkości fizycznych, najczęściej ciśnienia i temperatury gazu w opróżnianym bądź napełnianym zbiorniku.

### 2.4.1. Metody pośrednie zbiornikowe

Metody pośrednie pomiaru współczynników przepływu są nieskomplikowane i nie wymagają kosztownej aparatury pomiarowej, w szczególności przepływomierzy. Najpopularniejszymi metodami pośrednimi są metody zbiornikowe. Chociaż metody te nie są tematem żadnej normy, to opis budowy stanowiska badawczego oraz warunki pomiarów i ich przebieg są opisane w licznych publikacjach, przykładowo [28, 36, 69, 70, 89, 92]. Idea metod zbiornikowych polega na takim dobraniu, w drodze optymalizacji, wartości współczynników modelu przepływu, aby uzyskać jak najlepszą zgodność przebiegu ciśnienia (w funkcji czasu) uzyskanego w efekcie symulacji komputerowej procesu opróżniania (rys. 2.3a) bądź napełniania (rys. 2.3b) zbiornika przez element **E** z przebiegiem ciśnienia pomierzonego w trakcie eksperymentu.

W przypadku symulacji procesu napełniania bądź opróżniania zbiornika o stałej objętości  $V$  zmiany wartości: ciśnienia  $p$  i temperatury  $T$  w funkcji czasu  $t$  dla przemiany politropowej opisują zależności:

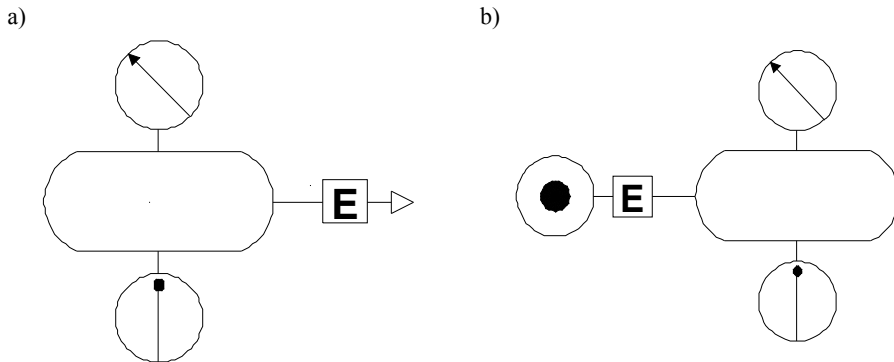
$$\frac{dp}{dt} = \frac{R}{V} \cdot \left[ \pm \frac{\kappa - 1}{R} \cdot \dot{E} \pm \dot{m} \cdot \kappa \cdot T_m \right] \quad (2.82)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{R \cdot T}{V \cdot p} \cdot \left[ \pm \frac{\kappa - 1}{R} \cdot \dot{E} \pm \dot{m} \cdot (\kappa \cdot T_m - T) \right] \quad (2.83)$$

gdzie  $\dot{E}$  to strumień ciepła,  $T_m$  to temperatura spiętrzenia strumienia masy, a w miejsce „ $\pm$ ” należy wstawić „+” dla strumieni dopływających bądź „-” dla wypływających.

W przypadku tak zwanego izotermicznego opróżniania bądź napełniania zbiornika przyjmuje się, że panująca w nim temperatura  $T$  jest stała, a zmiany wartości ciśnienia opisuje zależność:

$$\frac{dp}{dt} = \pm \frac{R \cdot T_m \cdot \dot{m}}{V} \quad (2.84)$$



Rys. 2.3. Schemat ideowy stanowiska do badania procesu  
a) opróżniania zbiornika przez element E, b) napełniania zbiornika gazem przez element E

W przypadku tak zwanego adiabatycznego opróżniania zbiornika równanie (2.82) przyjmuje postać:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{R \cdot T \cdot \kappa \cdot \dot{m}}{V} \quad (2.85)$$

a równanie (2.83) przechodzi w równanie:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \cdot \frac{T}{p} \cdot \frac{dp}{dt} \quad (2.86)$$

które ma rozwiązanie analityczne postaci:

$$T = T_p \cdot \left( \frac{p}{p_p} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \quad (2.87)$$

W przypadku tak zwanego adiabatycznego napełniania zbiornika równanie (2.82) upraszcza się do postaci:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{R \cdot T_m \cdot \kappa \cdot \dot{m}}{V} \quad (2.88)$$

i do jego rozwiązania nie jest wymagana znajomość zmian temperatury w zbiorniku, czyli rozwiązywanie sprzężonego z nim równania (2.83).

Efektom obliczeń jest wartość współczynnika (lub współczynników) w przyjętym modelu przepływu. Możliwe jest również uzyskanie przebiegu wartości wyznaczonego współczynnika w funkcji czasu bądź stosunku ciśnień  $\varepsilon$ .

Istnieją programy komputerowe, w tym napisany przez autora program FCC [89], wspomagające powyższe obliczenia.

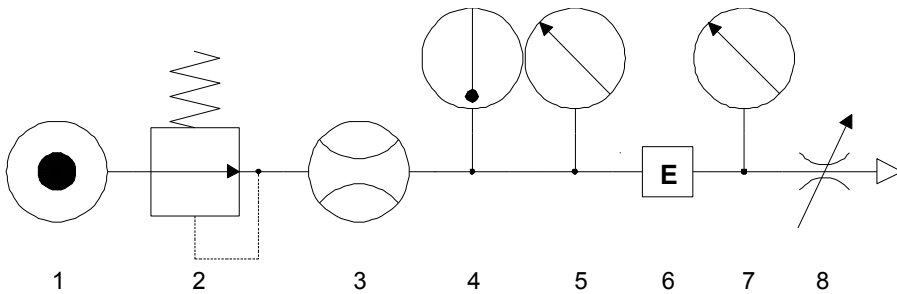
Metody zbiornikowe są wykorzystywane, między innymi, do wyznaczania współczynników przepływu modeli opisanych formułami (2.5), (2.13), (2.14), (2.16), (2.23) i (2.24).

### 2.4.2. Metody bezpośrednie

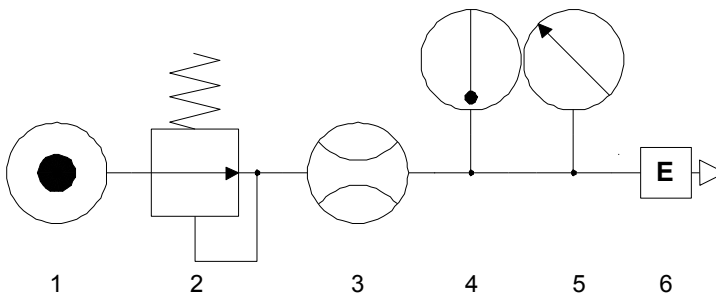
Obowiązujące obecnie normy PN-EN 60534 [122] i EN 60534 [24], ISO 6358 [48] i PN-92/M-73763 [121], ISO 6953 [49], ISO/WD 6358 [55] oraz ISO/DIS 6358 [52, 53] do wyznaczania zdefiniowanych w nich współczynników przepływu przewidują wykorzystanie metod bezpośrednich.

Pomiarów dokonuje się na stanowiskach, których schematy ideowe pokazano na rysunkach 2.4 (dla elementów typu przepływowego) i 2.5 (dla elementów typu wypływowego).

W obu przypadkach stanowisko jest zasilane ze źródła ciśnienia **1**. Wartość ciśnienia zasilania ustalana jest przy użyciu zaworu redukcyjnego **2**. W trakcie eksperymentu mierzy się wartość strumienia masy  $\dot{m}$  bądź strumienia objętości  $Q_N$  (przepływomierz **3**), wartość temperatury  $T_0$  (termometr **4**), wartość ciśnienia statycznego  $p_1$  przed elementem badanym **6** (manometr **5**) oraz ciśnienie statyczne  $p_2$  za elementem (elementy przepływowe) bądź ciśnienie otoczenia  $p_a$  (elementy wypływowe). W przypadku stanowiska do badań elementów przepływowych dławik **8** służy do zmiany wartości ciśnienia  $p_2$  za badanym elementem; dla elementów wypływowych parametry przepływu zmienia się, wykorzystując reduktor **2**.



Rys. 2.4. Schemat ideowy stanowiska do wyznaczania wartości współczynników przepływu dla elementów przepływowych – opis w tekście



Rys. 2.5. Schemat ideowy stanowiska do wyznaczania wartości współczynników przepływu dla elementów wypływowych – opis w tekście

Dopuszczalna struktura i wymiary stanowisk pomiarowych oraz klasy urządzeń pomiarowych są precyzyjnie określone w przywołanych wcześniej normach.

#### 2.4.2.1. Idea pomiaru według PN-EN 60534

W normie PN-EN 60534 [122] określono warunki pomiarów i sposób wyznaczania wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  oraz wartości współczynnika względnego spadku ciśnienia dla przepływu krytycznego  $x_T$  dla elementów przepływowych (zaworów).

Procedura postępowania przy wyznaczaniu wartości:  $K_V$  i  $x_T$  jest następująca:

- czterokrotnie, w warunkach przepływu ustalonego przy  $x \leq 0,02$ , gdzie  $x$  według (2.41), dokonać pomiaru wartości: strumienia objętości  $Q_{Nfz}$ , temperatury  $T_0$  oraz ciśnień  $p_1$  i  $p_2$ ;
- doprowadzić do przepływu ustalonego w warunkach krytycznych (np. przy użyciu zaworu dławiącego **8**), a następnie dokonać pomiaru wartości:  $Q_{Nfz}$ ,  $T_0$  oraz  $p_1$  i  $p_2$ ;
- wyznaczyć wartość  $K_V$  jako średnią z wartości wyznaczonych z (2.42); wykorzystanie wzoru (2.42) jest tożsame z założeniem, że współczynnik ekspansji według (2.43)  $y = 1$ ;
- przy założeniu, że  $x \geq x_T$ , wyznaczyć z (2.46) i (2.47) wartość  $x_T$ .

#### 2.4.2.2. Idea pomiaru według ISO 6358

Norma ISO 6358 [48] określa warunki pomiarów i sposób wyznaczania wartości przewodności dźwiękowej  $C$  oraz wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$  dla elementów przepływowych i wypływowych.

W celu wyznaczenia wartości:  $C$  oraz  $b$  dla elementów przepływowych należy:

- dla przepływu ustalonego w warunkach krytycznych dokonać pomiaru wartości: strumienia masy  $\dot{m}$  będącego jednocześnie strumieniem krytycznym  $\dot{m}_K$ , temperatury  $T_0$  i ciśnienia  $p_1$  przed elementem oraz ciśnienia  $p_2$  za elementem;
- przyjmując  $Y(\eta) = 1$ , wyznaczyć wartość  $C$  z (2.48);
- wykorzystując zawór dławiący **8** (rys. 2.4) dokonać pomiarów wartości:  $T_0$ ,  $p_1$  i  $p_2$  dla strumieni masy równych kolejno 80%, 60%, 40% i 20% strumienia krytycznego  $\dot{m}_K$ ;
- wyznaczyć wartość  $b$  jako średnią z wartości wyznaczonych dla 4 punktów pomiarowych wykorzystując, przy założeniu  $b < \eta \leq 1$ , (2.48) i (2.49).

W przypadku badania elementów wypływowych tok postępowania jest inny:

- nadać ciśnieniu  $p_1$ , wykorzystując zawór redukcyjny **2**, kolejno wartości: 0,01, 0,15, 0,3, 0,5 MPa (ewentualnie wyższe, zależnie od ciśnienia źródła), mierząc za każdym razem temperaturę  $T_0$ , strumień masy  $\dot{m}$  oraz ciśnienia:  $p_1$  i  $p_2$ ;
- dla każdego punktu pomiarowego wyznaczyć wartość  $\dot{m} \cdot \sqrt{T_0 / T_N}$ ; wiedząc, że dla przepływu krytycznego wartość ta jest proporcjonalna do ciśnienia  $p_1$ , przyporządkować poszczególne punkty pomiarowe zakresom: krytycznemu i podkrytycznemu;
- dla punktów przyporządkowanych zakresowi krytycznemu, przyjmując  $Y(\eta) = 1$ , wyznaczyć wartość  $C$  jako średnią z wartości wyznaczonych z (2.48);
- dla punktów przyporządkowanych zakresowi podkrytycznemu, zakładając  $b < \eta \leq 1$ , wyznaczyć  $b$  jako średnią z wartości wyznaczonych z (2.48) i (2.49).

### 2.4.2.3. Idea pomiaru według ISO/WD 6358

Dokument roboczy ISO/WD 6358 [55] określa warunki pomiarów i sposób wyznaczania wartości: przewodności dźwiękowej  $C$ , krytycznego stosunku ciśnień  $b$ , indeksu ekspansji  $m$  oraz czopującego stosunku ciśnień  $a$  dla elementów przepływowych i wypływowych.

Aby wyznaczyć wartości:  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  dla elementów przepływowych, należy:

- dla przepływu ustalonego w warunkach krytycznych dokonać pomiaru wartości: strumienia masy  $\dot{m}$  (równego  $\dot{m}_K$ ), temperatury  $T_0$  oraz ciśnień  $p_1$  i  $p_2$ ;
- przyjmując  $Y(\eta) = 1$ , wyznaczyć wartość  $C$  z (2.48);
- wykorzystując zawór dławiący **8**, dokonać pomiarów wartości:  $T_0$ ,  $p_1$  i  $p_2$  dla strumieni masy równych kolejno 90%, 80%, 60% i 40% strumienia krytycznego  $\dot{m}_K$  (innych niż według [48]!); dla elementów o przewidywanej wartości  $a \neq 1$  dodatkowo dla 5%;
- przyjęc wartość  $a = 1$  bądź wyznaczyć ją jako  $a = p_2/p_1$  przy  $\dot{m}$  równym 5%  $\dot{m}_K$ ;
- wyznaczyć wartości:  $b$  oraz  $m$ , minimalizując wartość funkcji błędu o postaci:

$$e = \sum_{i=1}^4 \left\{ \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}_K} - \left[ 1 - \left( \frac{\eta_i - b}{a - b} \right)^2 \right]^m \right\}^2 \quad (2.89)$$

W przypadku wyznaczania współczynników dla elementów wypływowych postępowanie jest następujące:

- dla przepływu ustalonego w warunkach krytycznych dokonać pomiaru wartości: strumienia masy  $\dot{m}$ , temperatury  $T_0$  i ciśnienia  $p_1$  (przyjmowanego dalej jako wartość krytyczna  $p_{1K}$ ) przed elementem oraz ciśnienia otoczenia  $p_2$ ;
- przyjmując  $Y(\eta) = 1$  wyznaczyć wartość  $C$  z (2.48);
- wykorzystując zawór redukcyjny **2**, dokonać pomiarów wartości:  $T_0$  i  $p_1$  dla strumieni masy równych kolejno 90%, 80%, 60% i 40% hipotetycznego strumienia krytycznego  $\dot{m}_h$ ; dla elementów o przewidywanej wartości  $a \neq 1$  dodatkowo dla 5%. Wartość hipotetycznego strumienia krytycznego  $\dot{m}_h$  wynika z już wyznaczonej wartości przewodności dźwiękowej  $C$  oraz aktualnie ustawionej wartości ciśnienia  $p_1$ ;
- przyjęc wartość  $a = 1$  bądź wyznaczyć ją dla  $\dot{m}$  równego 5%  $\dot{m}_h$  z zależności:

$$a = 1 - \frac{p_1 - p_2}{p_{1K}} \quad (2.90)$$

- wyznaczyć wartości:  $b$  oraz  $m$ , minimalizując wartość funkcji błędu (2.89), podstawiając w miejsce  $\dot{m}_K$  odpowiednie wartości  $\dot{m}_h$ .

W obu przypadkach, po zakończeniu badań, należy sprawdzić, czy przy pomiarze  $\dot{m}_K$  spełniony był warunek  $p_2/p_1 < b$ ; jeżeli nie, to konieczne jest powtórzenie badań przy wyższej wartości ciśnienia zasilania.

### 2.4.2.4. Idea pomiaru według ISO/DIS 6358

Szkic normy międzynarodowej ISO/DIS 6358 [52, 53] określa warunki pomiarów i sposób wyznaczania wartości: przewodności dźwiękowej  $C$ , krytycznego stosunku ciśnień statycznych  $b$ , indeksu ekspansji  $m$  oraz ciśnienia czopującego  $\Delta p_C$  dla elementów przepływowych i wypływowych.

W praktyce sposób wyznaczania wartości:  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $\Delta p_C$ , zarówno dla elementów przepływowych, jak i wypływowych, jest zbliżony do zaprezentowanej wcześniej idei pomiaru według ISO/WD 6358. Jedyna różnica dotyczy sposobu wyznaczania wartości  $\Delta p_C$  (bądź odpowiadającej mu wartości  $a$ ). Zmiany można podsumować następująco:

- pominię pomiaru przy strumieniu masy  $\dot{m}$  równym 5%  $\dot{m}_K$  bądź  $\dot{m}_h$ ;
- zmieniaj ciśnienia  $p_1$  bądź  $p_2$  aż do prawie całkowitego ustania przepływu i wyznacz wartość  $\Delta p_C = p_1 - p_2$ ;
- przy wyznaczaniu wartości:  $b$  oraz  $m$  zastąp we wzorze (2.89) zależność (2.57) zależnością (2.58).

### 2.4.3. Metody alternatywne

Wszystkie normy wymienione w punkcie 2.4.2 podają metody bezpośrednie jako właściwe do wyznaczania wartości definiowanych przez nie współczynników przepływu. Często zwą je metodami precyzyjnymi. Stosowane w ich miejsce inne metody, przedstawione w tychże normach, jak i w innych publikacjach, nazywane są metodami alternatywnymi.

Metody alternatywne, szczególnie metody pośrednie, są z reguły tańsze i mniej skomplikowane – na przykład nie wymagają korzystania z przepływomierza oraz wysokowydajnych sprężarek umożliwiających uzyskanie przepływu krytycznego. Zwrócono na to uwagę w rodzimych pracach [60, 69]. W pracy [69] zaproponowano wykorzystanie klasycznych metod zbiornikowych do wyznaczenia wartości współczynników przepływu modeli opisanych w normach: PN-83/M-74201 [119] – wzory (2.36) oraz (2.37), PN-EN 60534 [122] (tylko  $K_V$ , bez  $x_T$ ) – wzór (2.42) i ISO 6358 [48] – wzory (2.48) oraz (2.49). Takie podejście (wykorzystanie klasycznych metod zbiornikowych) skutkuje jednak tym, że wyznaczone wartości współczynników odbiegają znacznie od ich wartości w rozumieniu odpowiednich, definiujących je, norm.

W powyższej propozycji zaniedbano również różnice w wartości ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia. Jedyną znaną pracą uwzględniającą ten problem jest artykuł [42] (przyczynek autora). Opisano w nim szczegółowo metodę zbiornikową wyznaczania wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  w rozumieniu normy PN-83/M-74201 [119].

Spośród wielu prób zastąpienia metod bezpośrednich metodami alternatywnymi, niektóre stały się na tyle popularne, że zaproponowano ich umieszczenie w nowej wersji normy ISO 6358. Idee tych metod opisano poniżej.

#### 2.4.3.1. Metoda prostego opróżniania

Metoda prostego opróżniania (ang. *Simple Discharge Test*) podana w dokumencie roboczym ISO/WD 6358 [55] została wcześniej szczegółowo opisana w [100] i jest udoskonaloną wersją metody opisanej w normie JIS B 8390 [65]. Metoda służy do wyznaczenia przewodności dźwiękowej  $C$  badanego elementu.

Ideę metody można przedstawić następująco:

- napełnić zbiornik (rys. 2.3a) o objętości  $V$  do ciśnienia (absolutnego) startowego  $p_s = 7 \cdot 10^5$  Pa i zmierzyć temperaturę startową  $T_s$ ;
- mierząc czas  $t$ , opróżnić zbiornik aż do osiągnięcia w nim ciśnienia ok.  $3,5 \cdot 10^5$  Pa; odczekać do ustabilizowania się ciśnienia w zbiorniku i zmierzyć wartość  $p_f$  tego ciśnienia;



— wyznaczyć wartość  $C$  z zależności:

$$C = \frac{2 \cdot V}{(k-1) \cdot p_N \cdot t} \cdot \sqrt{\frac{T_N}{T_s}} \cdot \left[ \left( \frac{p_s}{p_f} \right)^{\frac{k-1}{2}} - 1 \right] \cdot 10^{-8} \quad (2.91)$$

Zaprezentowana metoda zakłada adiabatyczność przemiany gazowej zachodzącej w opróżnianym zbiorniku. Warto nadmienić, że prowadzone były też prace, na przykład [129, 140, 159], mające na celu uwzględnienie nieadiabatyczności tej przemiany.

#### 2.4.3.2. Metoda napełniania komory podciśnieniowej

Metodę napełniania komory podciśnieniowej (ang. *Vacuum Charge Test*) przedstawiono w dokumencie roboczym ISO/WD 6358 [55]. Służy ona do wyznaczenia wartości: przewodności dźwiękowej  $C$ , krytycznego stosunku ciśnień  $b$  oraz indeksu ekspansji  $m$  badanego elementu.

Procedura pomiarowo-obliczeniowa jest następująca:

- opróżnić zbiornik (rys. 2.3b) o objętości  $V$  do ciśnienia początkowego  $p_s \approx 2 \cdot 10^3$  Pa (podciśnienie!); po ustabilizowaniu się warunków w zbiorniku zmierzyć temperaturę początkową  $T_s$  oraz ciśnienie otoczenia  $p_a$  (ciśnienie statyczne tożsame z ciśnieniem  $p_1$  źródła zasilania);
- mierząc temperaturę  $T$  oraz ciśnienie  $p$  w funkcji czasu  $t$  napełnić zbiornik; końcową temperaturę w zbiorniku oznaczyć jako  $T_f$ ;
- korzystając z prostoliniowego fragmentu wykresu  $p = f(t)$  wyznaczyć wartość  $\Delta p / \Delta t$ , i obliczyć wartość  $C$  ze wzoru:

$$C = \frac{V \cdot \sqrt{T_N \cdot T_s} \cdot \Delta p}{p_a \cdot p_N \cdot T_f \cdot \Delta t} \quad (2.92)$$

- wybrać cztery punkty charakterystyczne o wartości  $p/p_a$  kolejno: 0,9; 0,8; 0,6 i 0,4; dla tych punktów wyznaczyć wartości:  $b$  oraz  $m$ , minimalizując wartość funkcji błędów o postaci:

$$e = \sum_{i=1}^4 \left\{ \left( \frac{\Delta p}{\Delta t} \right)_i - \frac{C \cdot p_a \cdot p_N \cdot T_f}{V \cdot \sqrt{T_N \cdot T_s}} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\eta_i - b}{1 - b} \right)^2 \right]^m \right\}^2 \quad (2.93)$$

#### 2.4.3.3 Metoda izotermicznego opróżniania

Metodę izotermicznego opróżniania (ang. *Isothermal Discharge Test*) przedstawiono w dokumencie roboczym ISO/WD 6358 [55]. Metoda służy do wyznaczenia przewodności dźwiękowej  $C$ , krytycznego stosunku ciśnień  $b$ , indeksu ekspansji  $m$  oraz czopującego stosunek ciśnień  $a$  badanego elementu. Metodę pierwotną do opisaną, służącą jedynie do wyznaczania wartości  $C$  i  $b$ , można znaleźć w pracy [84].

Przy korzystaniu z tej metody tok postępowania jest następujący:

- napełnić izotermiczny zbiornik (rys. 2.3a) o objętości  $V$  do ciśnienia startowego  $p_s = 7 \cdot 10^5$  Pa; po ustabilizowaniu się warunków w zbiorniku zmierzyć temperaturę początkową  $T_s$ , ciśnienie początkowe  $p_s$  oraz ciśnienie otoczenia  $p_a$ ;

- mierząc temperaturę  $T$  oraz ciśnienie  $p$  w funkcji czasu  $t$ , opróżnić zbiornik; po ustabilizowaniu się warunków w zbiorniku zmierzyć wartości: temperatury  $T_f$  i ciśnienia  $p_f$ ;
- przyjmując, że  $p_c = p_s - 10^5$  Pa oraz, że  $t_c$  to czas spadku wartości ciśnienia od  $p_s$  do  $p_c$ , wyznaczyć wartość  $C$  z zależności:

$$C = \frac{V}{R \cdot \rho_N \cdot t_c \cdot \sqrt{T_N \cdot T_s}} \cdot \ln \left( \frac{p_s}{p_c} \right) \quad (2.94)$$

- wyznaczyć wartość  $a$  jako:

$$a = 1 - \frac{p_f - p_a}{p_s} \quad (2.95)$$

- wybrać 4 punkty charakterystyczne o wartości  $v$  kolejno: 0,9; 0,8; 0,6 i 0,4, korzystając z zależności:

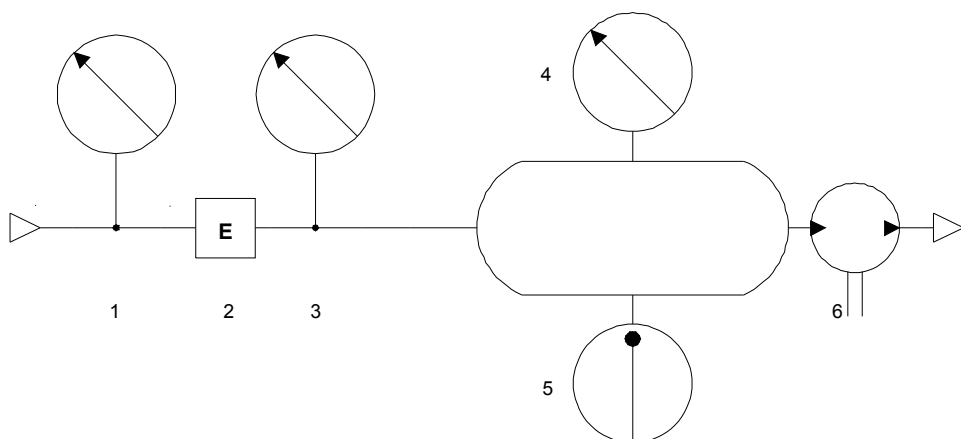
$$v = - \frac{dp}{dt} \cdot \frac{V}{C \cdot R \cdot \rho_N \cdot p \cdot \sqrt{T_N \cdot T_s}} \quad (2.96)$$

- wykorzystując wybrane punkty charakterystyczne wyznaczyć wartości:  $b$  oraz  $m$ , minimalizując wartość funkcji błędów o postaci:

$$e = \sum_{i=1}^4 \left\{ \left( \frac{dp}{dt} \right)_i + \frac{C \cdot R \cdot \rho_N \cdot p_i \cdot \sqrt{T_N \cdot T_s}}{V} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\eta_i - b}{a - b} \right)^2 \right]^m \right\}^2 \quad (2.97)$$

#### 2.4.3.4. Metoda napełniania

Metodę napełniania (ang. *Charge Test*) podano w szkicu normy międzynarodowej ISO/DIS 6358 [52]. W kolejnej wersji tego szkicu [53] nieznacznie ją zmodyfikowano.



Rys. 2.6. Schemat ideowy stanowiska do wyznaczenia wartości współczynników przepływu metodą napełniania – opis w tekście

W istocie jest ona połączeniem metody napełniania zbiornika podciśnieniowego i metody bezpośredniej, a jej pierwowzorem być może jest rodzima propozycja opisana w [60]. Metoda służy do wyznaczenia wartości: przewodności dźwiękowej  $C$ , krytycznego stosunku ciśnień  $b$  oraz indeksu ekspansji  $m$  badanego elementu.

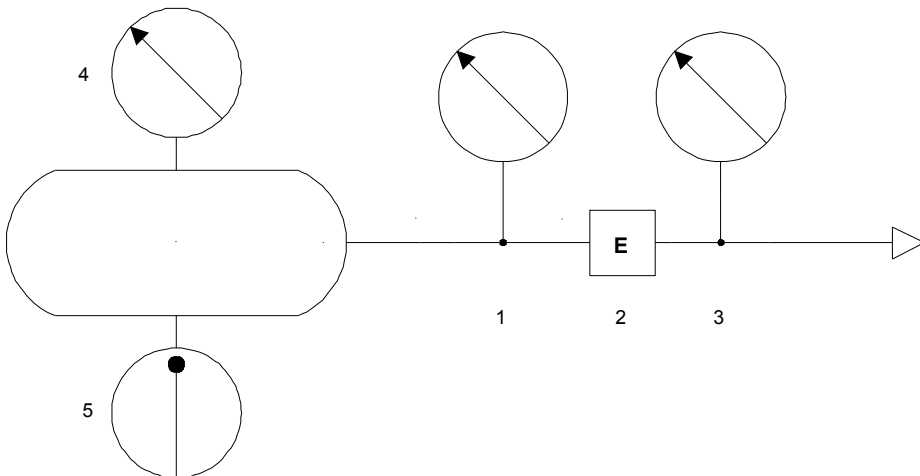
Wyznaczanie wartości współczynników przepływu przebiega następująco:

- opróżnić zbiornik o objętości  $V$  (rys. 2.6) do ciśnienia początkowego  $p_s \approx 2 \cdot 10^3$  Pa (pompa **6**); po ustabilizowaniu się warunków w zbiorniku zmierzyć temperaturę początkową  $T_s$  (termometr **5**);
- mierząc ciśnienie wlotowe  $p_1$  (**1**), ciśnienie wylotowe  $p_2$  (**3**) oraz ciśnienie w zbiorniku  $p$  (**4**) w funkcji czasu  $t$ , napełnić zbiornik;
- wyznaczyć przebieg wartości przewodności  $C_e$  w funkcji stosunku ciśnień  $p_2/p_1$ , korzystając z zależności:

$$C_{ej} = \frac{V \cdot \Delta p_j}{p_{1j} \cdot R \cdot \rho_N \cdot \Delta t \cdot \sqrt{T_N \cdot T_s}} \quad (2.98)$$

- obliczyć wartość przewodności dźwiękowej  $C$  jako średnią z  $C_e$  w obszarze nasycenia;
- wyznaczyć wartości:  $b$  oraz  $m$ , minimalizując, dla wszystkich punktów pomiarowych w obszarze przepływu podkrytycznego, wartość funkcji błędów o postaci:

$$e = \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{C_{ej}}{C} - \left[ 1 - \left( \frac{p_j - b}{1 - b} \right)^2 \right]^m \right\}^2 \quad (2.99)$$



Rys. 2.7. Schemat ideowy stanowiska do wyznaczenia wartości współczynników przepływu metodą opróżniania – opis w tekście

### 2.4.3.5 Metoda opróżniania

Metodę opróżniania (ang. *Discharge Test*) przedstawiono w tych samych dokumentach [52, 53], co metodę napełniania. Jest ona połączeniem metody izotermicznego opróżniania i metody bezpośredniej. Celem wyznaczenia wartości: przewodności dźwiękowej  $C$ , krytycznego stosunku ciśnień  $b$  oraz indeksu ekspansji  $m$  badanego elementu należy:

- napełnić izotermiczny zbiornik o objętości  $V$  (rys. 2.7) do ciśnienia startowego  $p_s = 7 \cdot 10^5$  Pa; po ustabilizowaniu się warunków w zbiorniku zmierzyć temperaturę początkową  $T_s$  (termometr 5);
- mierząc ciśnienie wlotowe  $p_1$  (1), ciśnienie wylotowe  $p_2$  (3) oraz ciśnienie w zbiorniku  $p$  (4) w funkcji czasu  $t$ , opróżnić zbiornik;
- wyznaczyć przebieg wartości przewodności  $C_e$  w funkcji stosunku ciśnień statycznych  $p_2/p_1$ , korzystając z zależności (2.98), pamiętając o zmianie znaku spadku ciśnienia  $\Delta p$ ;
- obliczyć wartość przewodności dźwiękowej  $C$  jako średnią z  $C_e$  w obszarze nasycenia;
- wyznaczyć wartości:  $b$  oraz  $m$ , minimalizując dla wszystkich punktów pomiarowych w obszarze przepływu podkrytycznego wartość funkcji opisanej wzorem (2.99).

## 2.5. Obliczanie oporności układu elementów pneumatycznych

Do prowadzenia analizy bądź syntezy układu pneumatycznego konieczna jest umiejętność określenia oporu przepływu przez połączone elementy. Dekomponując układ, można doprowadzić do jednego z dwóch zadań podstawowych: analizy połączenia szeregowego bądź równoległego dwóch elementów. Wyznaczenie oporu przepływu przez połączone elementy jest tożsame z wyznaczeniem wypadkowej wartości współczynników przepływu dla przyjętego modelu strumienia masy bądź objętości.

### 2.5.1. Model St. Venanta-Wantzela i modele pokrewne

W przypadku modelu St. Venanta-Wantzela (2.5), iloczyn współczynnika przepływu i pola powierzchni przekroju wlotowego ( $\mu \cdot f$ ) nazywany jest konduktancją (przewodnością) lub efektywnym polem przepływu. Dla tego modelu, w przypadku dwóch elementów połączonych równolegle, wypadkowa konduktancja (oznaczona indeksem „w”) może być wyliczona z zależności [21, 28, 29]:

$$(\mu \cdot f)_w = (\mu \cdot f)_1 + (\mu \cdot f)_2 \quad (2.100)$$

a w przypadku elementów połączonych szeregowo z zależności [21, 28, 29, 60, 142]:

$$\frac{1}{(\mu \cdot f)_w^2} = \frac{1}{(\mu \cdot f)_1^2} + \frac{1}{(\mu \cdot f)_2^2} \quad (2.101)$$

Wzory (2.100) i (2.101) są ważne również dla formuł wywodzących się z opisu przepływu przez przewody [21, 28, 29], to jest: (2.23) i (2.24).

Modele Miatluka i Awtuszki (2.13) oraz Woelkego (2.14) i (2.16) są formułami z wieloma współczynnikami. Przez analogię, za [21], można uznać, że dla wyznaczenia wypadkowej konduktancji prawdziwe są dla nich wzory (2.100) i (2.101). Jednak nie jest znany sposób wyznaczania wartości wypadkowej ich pozostałych współczynników.

### 2.5.2. Współczynnik wymiarowy

W przypadku formuł wykorzystujących współczynnik wymiarowy  $K_V$ , to jest (2.36) i (2.46), jego wartość wypadkową można wyznaczyć z zależności [60, 142]:

$$K_{V_w} = K_{V_1} + K_{V_2} \quad (2.103)$$

w przypadku elementów połączonych równoległe bądź:

$$\frac{1}{K_{V_w}^2} = \frac{1}{K_{V_1}^2} + \frac{1}{K_{V_2}^2} \quad (2.102)$$

dla połączonych szeregowo.

Niestety, w przypadku modelu (2.46) według EN 60534 [24] sposób wyznaczenia wartości wypadkowej współczynnika względnego spadku ciśnienia dla przepływu krytycznego  $x_T$  nie jest podawany w literaturze.

### 2.5.3. Przewodność dźwiękowa i krytyczny stosunek ciśnień

W przypadku wyznaczania oporu przepływu przez dwa połączone równoległe elementy pneumatyczne dla modelu zdefiniowanego w ISO 6358 [48], a opisanego wzorami (2.48) i (2.49) zastosowanie znajdują związki [7, 21, 22, 61, 125]:

$$C_w = C_1 + C_2 \quad (2.104)$$

$$\frac{C_w}{\sqrt{1-b_w}} = \frac{C_1}{\sqrt{1-b_1}} + \frac{C_2}{\sqrt{1-b_2}} \quad (2.105)$$

Umożliwiają one wyznaczenie wypadkowej przewodności dźwiękowej  $C_w$  oraz wypadkowego krytycznego stosunku ciśnień  $b_w$ .

W przypadku elementów połączonych szeregowo istnieją dwie metody. Według pierwszej wypadkową przewodność dźwiękową  $C_w$  wyznaczyć można z zależności [21, 61, 125]:

$$\frac{1}{C_w^3} = \frac{1}{C_1^3} + \frac{1}{C_2^3} \quad (2.106)$$

a według drugiej z zależności [7, 125]:

$$C_w = \begin{cases} C_1 & \text{dla } \alpha \leq 1 \\ \alpha \cdot C_2 \cdot \frac{\alpha \cdot b_1 + (1-b_1) \cdot \sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{1-b_1}{b_1}\right)^2} - 1}{\alpha^2 + \left(\frac{1-b_1}{b_1}\right)^2} & \text{dla } \alpha \geq 1 \end{cases} \quad (2.107)$$

gdzie  $\alpha$  to zmienna pomocnicza:

$$\alpha = \frac{C_1}{b_1 \cdot C_2} \quad (2.108)$$

Wartość wypadkowego krytycznego stosunku ciśnień  $b_w$  w obu przypadkach wyznacza się ze wzoru [7, 61, 104, 125]:

$$\frac{1-b_w}{C_w^2} = \frac{1-b_1}{C_1^2} + \frac{1-b_2}{C_2^2} \quad (2.109)$$

Niezwykle istotne jest, że w przypadku wzoru (2.107) kolejność połączenia elementów pneumatycznych ma wpływ na wyliczoną wartość wypadkową. Oznacza to, że  $C_{w1,2} \neq C_{w2,1}$ .

W [61] przeanalizowano dokładność wzorów (2.106) i (2.109). Stwierdzono, że jeżeli  $C_1 = C_2$  i wartość  $b_1$  jest duża, to błąd wyznaczenia  $C_w$  może przekroczyć 20%, natomiast, gdy  $0,6 \leq C_1/C_2 \leq 2,5$ , to błąd nie przekracza 3%. Błąd wyznaczenia  $b_w$  może być równie dobrze mniejszy od 3%, jak i sięgać kilkuset bądź kilku tysięcy procent.

Według [22] błąd wyznaczenia  $C_w$  według (2.107) z reguły nie przekracza 3 – 4%, tylko w ekstremalnych sytuacjach dochodząc do 10%.

W przypadku wyznaczania oporu przepływu przez szeregowo połączone identyczne dysze o przewodności dźwiękowej  $C$  i krytycznym stosunku ciśnień  $b$ , można zastosować wzory (za [7]):

$$C_w = \frac{C}{\sqrt[3]{n}} \quad (2.110)$$

$$b_w = \frac{b}{\sqrt[3]{n}} \quad (2.111)$$

gdzie  $n$  to liczba dysz. Łatwo zauważyć, że o ile wzór (2.110) jest tożsamy ze wzorem (2.106), o tyle wzór (2.111) jest różny od wzoru (2.109).

Przez analogię, wszystkie wymienione w tym punkcie wzory można by przenieść na model określony w ISO 6953 [49] – wzory (2.48) i (2.57). Jednak nadal pozostaje nieznan sposób wyznaczania wypadkowej wartości indeksu ekspansji  $m_w$  oraz wypadkowego czopującego stosunku ciśnień  $a_w$ .

## 2.6. Oporność przewodów pneumatycznych

Podczas projektowania układu pneumatycznego, głównym kryterium dla przewodu pneumatycznego jest opór, jaki stawia on podczas przepływu gazu. Przy modelowaniu przewodu, traktowany jest on jako pojedynczy opornik (opór miejscowy). Doświadczalną weryfikację takiego podejścia można znaleźć na przykład w [11].

Obecnie oporność przewodów przedstawia się w postaci nomogramów lub tabel ukazujących związki strumienia masy i spadku ciśnienia dla konkretnego przewodu o określonej długości (na przykład norma ISO 4414 [47]). Innym sposobem jest podanie wartości współczynników przepływu dla określonego modelu strumienia masy i parametrów przewodu bądź formuł wiążących wartości tych parametrów z wartościami współczynników przepływu [21, 102].

Dla obecnie obowiązujących norm: ISO 6358 [48] i ISO 6953 [49] można znaleźć w literaturze związki pomiędzy długością przewodu  $L$  i jego średnicą wewnętrzną  $d$  a przewodnością dźwiękową  $C$ , krytycznym stosunkiem ciśnień  $b$  i (dla ISO 6953 [49]) indeksem ekspansji  $m$ . Pierwszy opublikowany został w [22] i ma postać:

$$\frac{C}{d^2} = \frac{0,029}{\sqrt{\frac{L}{d^{1,25}} + 510}} \quad (2.112)$$

$$b = 474 \cdot \frac{C}{d^2} \quad (2.113)$$

Mimo braku informacji o dokładności i zakresie stosowalności wzory (2.112) i (2.113) były stosowane w licznych późniejszych publikacjach [5, 7, 30, 60 (błędnie podany), 124].

Podobne zależności, dla przewodów o długości  $L$  od 0,25 do 50 m i średnicy wewnętrznej  $d$  od 3,9 do 5,7 mm, podano w [25]. Mają one, po przejściu na jednostki układu SI, postać:

$$\frac{C}{d^2} = \frac{0,00245}{(10 \cdot L)^{0,45}} \quad (2.114)$$

$$b = \frac{1,55}{(10 \cdot L)^{0,65}} \quad (2.115)$$

Wzory umożliwiające określenie wartości parametrów zdefiniowanych w ISO 6953 dla znanych  $L$  i  $d$  znaleźć można w [52]. Po przejściu na jednostki układu SI, mają one postać:

$$\frac{C}{d^2} = \frac{0,001 \cdot \pi}{2 \cdot \sqrt{\frac{20 \cdot L}{(1000 \cdot d)^{1,31}} + 1}} \quad (2.116)$$

$$b = 480 \cdot \frac{C}{d^2} \quad (2.117)$$

$$m = -0,1 \cdot b + 0,58 \quad (2.118)$$

Wzory (2.116) – (2.118) wyznaczone zostały dla przewodów poliuretanowych o długości  $L$  od 0,1 do 20 m i średnicy wewnętrznej  $d$  od 2,5 do 6,5 mm.

W pracy [60] zaproponowano zależności wiążące wartość  $C$  i wartość  $b$  z wartością wyrażenia  $\lambda \cdot L/d$ , gdzie  $\lambda$  to średni współczynnik strat liniowych. Są one ważne jedynie dla przepływu adiabatycznego, a przyjęta definicja krytycznego stosunku ciśnień  $b$  nie jest zgodna z definicją wynikającą z normy ISO 6358. Weryfikacja doświadczalna tychże zależności została przeprowadzona jedynie dla bardzo krótkich przewodów, a metodyka wyznaczania wartości  $C$  i  $b$  zasadniczo odbiegała od metodyki określonej w normie ISO 6358.

## 2.7. Podsumowanie

Parametry wszystkich prezentowanych w tym rozdziale modeli strumienia masy bądź objętości (zwane powszechnie współczynnikami przepływu) wykorzystywane są do opisu właściwości przepływowych ogólnie rozumianych elementów pneumatycznych, niezależnie od genezy tychże modeli. Jedne z modeli określone są w dziedzinie ciśnień spiętrzenia, inne w dziedzinie ciśnień statycznych. Tak się składa, że prawie wszystkie modele opisane w normach lub podobnych dokumentach są określone w dziedzinie ciśnień statycznych. Wyjątkiem jest model strumienia masy opisany w aktualizacji szkicu normy międzynarodowej ISO/DIS 6358 [53] (redefinicja modelu z [52] w dziedzinie ciśnień spiętrzenia). Jednak w dalszych rozważaniach został on pominięty, gdyż w opinii autora aktualizacja ta nie powinna zostać zaakceptowana w ostatecznej wersji nowej normy ISO 6358. Przekonanie to wynika z następujących przesłanek:

- nowa norma byłaby wewnętrznie niespójna – jej pierwszą częścią pozostać ma wszak norma ISO 6358 [48] opisana w dziedzinie ciśnień statycznych;
- jedynym uzasadnieniem zastąpienia ciśnień statycznych ciśnieniami spiętrzenia wydaje się ułatwienie zastosowania podanego w normie modelu strumienia masy w zadaniach analizy i syntezy układu pneumatycznego. Jednak to zastąpienie, w wersji według [53], wydaje się być pozornym. Nie została zmieniona idea wyznaczania wartości współczynników oraz nie wykonuje się pomiaru ciśnień spiętrzenia. Zakłada się, że średnica wewnętrzna wlotowej rury pomiarowej ciśnienia powinna być ponad dwa razy większa od średnicy wewnętrznej króćca wlotowego badanego elementu, co ma zapewnić niską prędkość przepływu powietrza w rurze pomiarowej i niewielką różnicę wartości ciśnienia statycznego (mierzonego) i ciśnienia spiętrzenia. W tych warunkach błąd wyznaczenia nowo zdefiniowanej wartości  $C$ , szacowany przez autorów [53] na maksymalnie 1%, może okazać się większy. Brak również informacji o wpływie oporności elementu łączącego redukującego średnice na uzyskane wyniki. Warto też wspomnieć, że w praktyce przemysłowej nie stosuje się tak dużych różnic w średnicach króćców elementów pneumatycznych i przewodów zasilających;
- autorzy [53], jakby nie zauważając wprowadzonych przez siebie zmian, podają przykładowe wyniki pomiarów i zależności uzyskane dla inaczej zdefiniowanych współczynników;
- weryfikacji wymagałyby wszystkie dotychczasowe wyniki badań oraz opracowane zależności.

Doniesienia literaturowe dotyczące wpływu utożsamiania ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia na wartość strumienia masy bądź objętości wyznaczanego przy zastosowaniu różnych modeli tegoż strumienia oraz na wartości obliczanych wartości osiągow układów pneumatycznych są niezwykle skromne. Jedyne dostępne informacje to opublikowane w [60] wyniki analizy wpływu zastąpienia ciśnienia spiętrzenia ciśnieniem statycznym na wlocie do elementu na wartość strumienia masy wyznaczanego z wykorzystaniem formuły St. Venanta-Wantzela.

Podobna sytuacja występuje w przypadku funkcji przeliczających umożliwiających wykorzystanie modeli zdefiniowanych w dziedzinie ciśnień statycznych w obliczeniach prowadzonych w dziedzinie ciśnień spiętrzenia. W literaturze [35, 39, 60] opisane są jedynie metody umożliwiające przejście z wartości  $C$  i  $b$  (według ISO 6358) na wartość współczynnika  $\mu$  modelu St. Venanta-Wantzela.



Z funkcji przeliczających, umożliwiających dobór zamienników elementów pneumatycznych, jedynie ta umożliwiająca przeliczenie wartości strumienia nominalnego  $Q_{Nnom}$  na wartości parametrów opisanych w normie ISO 6358 – równania (2.63) i (2.64) – nie budzi zastrzeżeń co do struktury wzorów, zakresu stosowalności i skuteczności zastosowania przy doborze z katalogu. Wielu funkcji przeliczających tego typu w ogóle nie udało się odnaleźć w literaturze, to jest:

- przejścia z  $Q_{Nnom}$  na  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ ;
- przejścia z  $K_V$  ( $C_V$ ) na  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ ;
- przejścia z  $K_V$  i  $x_T$  na  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  oraz funkcji odwrotnej.

Przeprowadzone studia literaturowe pozwalają na stwierdzenie, że w przypadku wyznaczania wartości współczynników modeli określonych w dziedzinie ciśnień spiętrzenia powszechnie stosowane są metody pośrednie zbiornikowe, a w dziedzinie ciśnień statycznych – metody bezpośrednie. Co prawda, w tym drugim przypadku, pojawiły się również propozycje (jako metody alternatywne) zastosowania metod pośrednich zbiornikowych (punkty 2.4.3.1 do 2.4.3.3), lecz wycofano się z nich na rzecz metod hybrydowych będących połączeniem metod zbiornikowych i bezpośrednich (punkty 2.4.3.4 i 2.4.3.5).

Na tle innych przedstawianych w tym rozdziale zagadnień, problematyka wyznaczania oporu przepływu przez elementy pneumatyczne połączone równolegle bądź szeregowo wydaje się dość szeroko prezentowana w literaturze przedmiotu. Za znane można uznać służące temu metody obliczeń dla:

- modelu St. Venanta-Wantzela i pokrewnych mu modeli jednoparametrowych (2.5.1);
- współczynnika wymiarowego  $K_V$  i pokrewnego mu  $C_V$  (2.5.2);
- modelu opisanego w normie ISO 6358 (2.5.3).

Jednak w przypadku pozostałych przedstawionych w tym rozdziale modeli metod takich nie udało się odnaleźć.

W punkcie 2.6 niniejszej pracy przytoczono zależności umożliwiające wyznaczenie wartości parametrów zdefiniowanych w normie ISO 6358 bądź w normie ISO 6953 dla przewodu o znanych: długości  $L$  i średnicy wewnętrznej  $d$ . Wszystkie one – wzory od (2.112) do (2.118) – są, jak wynika z analizy literaturowej, efektem aproksymacji danych pochodzących z niewielkiej liczby eksperymentów. Zakres ich stosowalności jest wąski bądź nieznan, a one same nie uwzględniają w żaden sposób rodzaju przewodu (choćby chropowatości jego wewnętrznych ścianek). W opinii autora znacznie obniża to ich użytkowe znaczenie.

## Rozdział 3

### CEL I ZAKRES PRACY

Tematyka niniejszej pracy obejmuje problematykę modelowania, wykorzystywanych w pneumatyce, strumienia masy i strumienia objętości. Przyjęto, że celem głównym pracy jest określenie sposobu efektywnego zastosowania modelu strumienia masy opisanego w normie ISO 6953 w zadaniach analizy i syntezy spotykanych w projektowaniu układów pneumatycznych. Założono, że metodą realizacji tegoż celu będzie opracowanie niezbędnych formuł i algorytmów obliczeniowych.

Przedstawione poniżej problemy naukowe i zakres pracy wynikają z konfrontacji sformułowanych w rozdziale 1 wymagań stawianych modelowi strumienia płynu oraz stanu zagadnienia przeanalizowanego w rozdziale 2.

Główne problemy naukowe (tezy) niniejszej pracy zawierają się w następujących stwierdzeniach:

- A. Parametry zdefiniowane w normie ISO 6953 (przewodność dźwiękowa  $C$ , krytyczny stosunek ciśnień  $b$ , indeks ekspansji  $m$ , czopujący stosunek ciśnień  $a$ ) można powiązać (można znaleźć funkcje przeliczające) z innymi miarami wykorzystywanymi do opisu właściwości przepływowych opornika pneumatycznego. Związki te umożliwiają wyrażanie parametrów  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  przez inne miary, jak również wyrażenie innych miar przez  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ .
- B. Przy wykorzystaniu teorii jednowymiarowego przepływu gazu, możliwe jest opracowanie pośredniej zbiornikowej metody pomiaru parametrów  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ , która będzie, przy zachowaniu wymaganej dokładności, tańsza i łatwiejsza niż metody bezpośrednio opisane w ISO 6953, ISO/WD 6358 oraz ISO/DIS 6358, jak również będzie doskonalsza od metod alternatywnych, przedstawionych w ISO/WD 6358, ISO/DIS 6358 oraz pracach [60] i [69].
- C. Znajomość wartości względnej różnicy ciśnień: statycznego i spiętrzenia nie jest jednoznaczna ze znajomością, pojawiających się w efekcie utożsamiania tych ciśnień, błędów względnych wyliczanych wartości strumienia masy bądź strumienia objętości gazu oraz błędów względnych wyliczanych wartości osiągow analizowanego układu pneumatycznego. Co więcej, na wartość błędu wyliczanego strumienia masy bądź strumienia objętości wpływ ma również wykorzystywany w obliczeniach model strumienia gazu.

Zakres pracy, umożliwiający realizację przyjętego celu oraz weryfikację postawionych tez, obejmuje następujące zadania:

- 1) ocenę wpływu utożsamiania ciśnień statycznych oraz ciśnień spiętrzenia na obliczaną wartość strumienia masy bądź strumienia objętości gazu w zależności od zastosowanego w obliczeniach modelu tegoż strumienia oraz na obliczane wartości osiągow wybranych układów pneumatycznych w przypadku, kiedy w obliczeniach wykorzystywany jest model strumienia masy opisany w normie ISO 6953;
- 2) opracowanie sposobu wykorzystania modelu z normy ISO 6953, który określony jest w dziedzinie ciśnień statycznych, w dziedzinie ciśnień spiętrzenia, w tym stworzenie

funkcji przeliczających z wartości parametrów tego modelu ( $C, b, m, a$ ) na wartości parametrów modeli określonych w dziedzinie ciśnień spiętrzenia;

- 3) stworzenie funkcji przeliczających umożliwiających dobór zamiennika elementu pneumatycznego, zarówno w sytuacji, gdy jego oporność określono, podając wartości parametrów:  $C, b, m, a$ , jak i w sytuacji, gdy takowa określona jest inaczej, a wartości  $C, b, m$  i  $a$  podane są w katalogu elementów pneumatycznych;
- 4) określenie metody wyznaczania właściwości przepływowych układu elementów pneumatycznych połączonych równolegle bądź szeregowo w przypadku, kiedy te właściwości określone są zgodnie z normą ISO 6953;
- 5) opracowanie sposobu wykorzystania metod pośrednich zbiornikowych, a w szczególności stworzenie procedur przetwarzania danych pomiarowych, do wyznaczania wartości parametrów opisanych w normie ISO 6953 możliwie zgodnie z ideą podanej w teście metodyki pomiarowej;
- 6) stworzenie metody obliczania wartości parametrów  $C, b$  i  $m$  dla przewodów pneumatycznych o określonych cechach konstrukcyjnych (długość, średnica wewnętrzna, chropowatość ścianek wewnętrznych).

Dodatkowo, zdecydowano się poszerzyć zakres badań o zadania niewynikające wprost z głównego celu pracy, lecz silnie związane tematycznie z wcześniej sformułowanymi, a mianowicie:

- 7) ocenę dokładności formuł służących do wyznaczania właściwości przepływowych układu elementów pneumatycznych połączonych równolegle – wzór (2.105) stosowany wraz ze wzorem (2.104) – bądź szeregowo – wzór (2.109) stosowany wraz ze wzorem (2.107) – w przypadku, kiedy te właściwości określone są zgodnie z normą ISO 6358 (powiązanie z zadaniem numer 4);
- 8) adaptację procedur przetwarzania danych opracowanych w ramach zadania numer 5 umożliwiającą ich zastosowanie przy wyznaczaniu wartości parametrów opisanych w normach ISO 6358 i PN-EN 60534 możliwie zgodnie z ideą podanych w tychże metodyk pomiarowych;
- 9) określenie taktyki postępowania w sytuacji, kiedy dla odcinka przewodu pneumatycznego o pewnej długości znane są wartości parametrów  $C, b$  i  $m$  oraz istnieje potrzeba wyznaczenia wartości tychże parametrów dla odcinka takiego samego przewodu o innej długości (powiązanie z zadaniami numer 4 i 6).

## Rozdział 4

# STRUMIEŃ MASY WEDŁUG ISO 6953 A LICZBA MACHA

W niniejszym rozdziale wyprowadzono, wykorzystując podstawowe prawa dynamiki gazów, zależności umożliwiające, w dalszej kolejności, realizację celów pracy zarysowanych w punkcie 2.7. Zależnościami tymi są związki pomiędzy liczbą Macha w przekroju wlotowym elementu pneumatycznego a:

- strumieniem masy gazu przepływającego przez ten element, zarówno w dziedzinie ciśnień spiętrzenia, jak i w dziedzinie ciśnień statycznych;
- parametrami określającymi właściwości przepływowe tego elementu w myśl ISO 6953;
- stosunkiem  $v$  chwilowej wartości strumienia masy do krytycznego strumienia masy (wielkość wywodząca się z ISO 6358).

W poniższych rozważaniach przyjęto następujące założenia upraszczające [30, 60, 66, 92]:

- wszystkie procesy mają charakter quasi-statyczny; przebiegają one na tyle wolno, że rozpatrywany układ w każdej chwili znajduje się w stanie równowagi termodynamicznej;
- czynnikiem jest powietrze traktowane jako gaz doskonały; efektem tego ważne są dla niego poniższe zależności:

– równanie stanu (Clapeyrona) 
$$p \cdot V = m_g \cdot R \cdot T \quad (4.1)$$

– uniwersalna stała gazowa 
$$B = M_M \cdot R \quad (4.2)$$

– równanie Mayera 
$$R = c_p - c_v \quad (4.3)$$

– energia wewnętrzna właściwa 
$$u = c_v \cdot T \quad (4.4)$$

– entalpia właściwa 
$$h = c_p \cdot T \quad (4.5)$$

– wykładnik adiabaty 
$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (4.6)$$

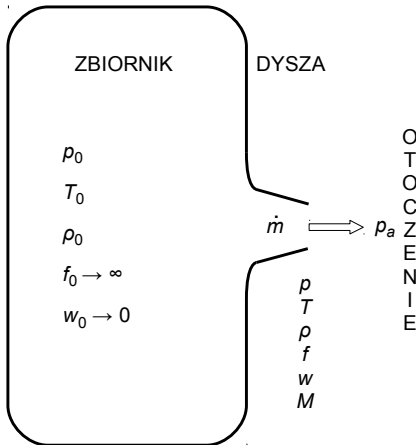
- przepływ czynnika jest jednowymiarowy; w danym przekroju poprzecznym kanału każdy z parametrów termodynamicznych reprezentowany jest przez jedną wartość;
- przepływ czynnika odbywa się bez wymiany masy (szczelna instalacja) i energii mechanicznej z otoczeniem;
- w przypadku przepływu „rzeczywistego” (nieizentropowego i nieadiabaticznego) zmiana parametrów czynnika może być wywołwana na skutek zmiany przekroju kanału, tarcia gazu o ściankę kanału i wymiany ciepła przez ściankę między gazem a otoczeniem;
- w przypadku przepływu adiabatycznego (nieizentropowego) brak jest wymiany ciepła między gazem a otoczeniem (tak zwany przepływ Fanno [110]); dla takiego przepływu temperatura spiętrzenia  $T_0$  jest stała w całym jego polu;

- w przypadku przepływu izotermicznego (nieizentropowego) temperatura statyczna gazu  $T_1$  jest stała oraz uwzględniane jest tarcie gazu o ściankę kanału (nie jest to tak zwany przepływ Rayleigha [110]);
- w przypadku przepływu izentropowego zmiana parametrów gazu wywołwana jest jedynie zmianą przekroju kanału; dla takiego przepływu ciśnienie spiętrzenia  $p_0$  i temperatura spiętrzenia  $T_0$  są stałe w całym jego polu.

#### 4.1. Izentropowy strumień masy w funkcji liczby Macha

Liczba Macha  $M$ , wyrażająca stosunek prędkości w płynie w danym miejscu do lokalnej prędkości dźwięku  $c$ , jest liczbą podobieństwa przepływu płynu ściśliwego:

$$M = \frac{w}{c} \quad (4.7)$$



Rys. 4.1. Wpływ przez dyszę zbieżną

Lokalna prędkość dźwięku dla danego płynu jest funkcją jedynie jego lokalnej temperatury:

$$c = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T} \quad (4.8)$$

Izentropowy strumień masy przepływający przez dyszę zbieżną (rys. 4.1) opisuje zależność (2.1), a występującą w niej funkcję ekspansji zależność (2.2).

Stosunek ciśnienia statycznego  $p$  na wylocie z dyszy do ciśnienia spiętrzenia  $p_0$  (stałego w całym polu przepływu – przepływ izentropowy) wyraża zależność [66, 146]:

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M^2\right)^{\frac{\kappa}{1 - \kappa}} \quad (4.9)$$

gdzie  $M$  to liczba Macha na wylocie z dyszy. Podstawiając (4.9) do (2.2), uzyskuje się inną

postać funkcji ekspansji:

$$\varphi \left( \frac{p}{p_0} \right) = \sqrt{\frac{\kappa - 1}{2}} \cdot M \cdot \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M^2\right)^{\frac{\kappa + 1}{2 - 2 \cdot \kappa}} \quad (4.10)$$

Po podstawieniu (4.10) do (2.1) uzyskuje się formułę wyrażającą izentropowy strumień masy  $\dot{m}_S$  jako funkcję ciśnienia spiętrzenia  $p_0$  i liczby Macha  $M$ :

$$\dot{m}_S = f \cdot \frac{p_0}{\sqrt{T_0}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R}} \cdot M \cdot \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M^2\right)^{\frac{\kappa + 1}{2 - 2 \cdot \kappa}} \quad (4.11)$$

gdzie  $f$  to pole poprzecznego przekroju wylotu dyszy.

Tenże strumień można wyrazić również jako funkcję ciśnienia statycznego  $p$  na wylocie z dyszy. W tym celu należy wyznaczyć z (4.9) ciśnienie spiętrzenia  $p_0$  i podstawić do (4.11). Ostatecznie uzyskuje się formułę w postaci:

$$\dot{m}_S = f \cdot \frac{p}{\sqrt{T_0}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R}} \cdot M \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M^2} \quad (4.12)$$

Jeżeli liczba Macha  $M < 1$ , wówczas mówi się o przepływie podkrytycznym. W takich warunkach ciśnienie  $p$  na końcu dyszy równe jest ciśnieniu  $p_a$  w przestrzeni, do której następuje wypływ czynnika. Jeżeli liczba Macha  $M = 1$ , wówczas mówi się o przepływie krytycznym. Dla takiego przepływu stosunek ciśnień  $p/p_0$  przyjmuje stałą wartość wyrażoną wprost przez (2.3) lub przez (4.9) po podstawieniu  $M = 1$ . Wartość tę nazywa się krytycznym stosunkiem ciśnień  $\varepsilon_\kappa$ . Jeżeli stosunek  $p_a/p_0$  jest mniejszy od  $\varepsilon_\kappa$ , wówczas rozprężanie czynnika następuje już poza dyszą. Krytyczne strumienie masy można wyznaczyć, podstawiając do (4.11) i (4.12)  $M = 1$ :

$$\dot{m}_{SK} = f \cdot \frac{p_0}{\sqrt{T_0}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R}} \cdot \left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{\kappa+1}{2-2\cdot\kappa}} \quad (4.13)$$

$$\dot{m}_{SK} = f \cdot \frac{p}{\sqrt{T_0}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa+1}{2}} \quad (4.14)$$

## 4.2. „Rzeczywisty” strumień masy w funkcji liczby Macha

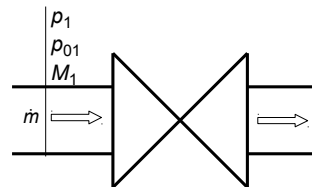
Przepływ „rzeczywisty” w tej pracy rozumiany jest jako przepływ jednowymiarowy i quasi-statyczny, w którym zmiana parametrów czynnika wywołwana jest na skutek:

- zmiany przekroju kanału;
- tarcia gazu o ściankę kanału;
- wymiany ciepła przez ściankę między gazem a otoczeniem.

Ciśnienie spiętrzenia  $p_0$  oraz temperatura spiętrzenia  $T_0$  zmieniają się w kolejnych przekrojach kanału. Przepływ krytyczny ( $M = 1$  w jakimkolwiek przekroju kanału) może wystąpić przy różnych wartościach  $p_0$  i  $T_0$  w określonym przekroju kanału w zależności od intensywności oddziaływania poszczególnych czynników. W takich warunkach zależności pomiędzy parametrami termodynamicznymi przepływającego czynnika należy rozpatrywać dla poszczególnych przekrojów kanału. Dla przepływu czynnika przez przekrój „1” kanału (rys. 4.2) prawdziwe są zależności wyrażające:

- stosunek ciśnienia statycznego  $p_1$  do ciśnienia spiętrzenia  $p_{01}$

$$\frac{p_1}{p_{01}} = \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_1^2\right)^{\frac{\kappa}{1-\kappa}} \quad (4.15)$$



Rys. 4.2. Przepływ przez opornik pneumatyczny

— strumień masy  $\dot{m}$  jako funkcję ciśnienia spiętrzenia  $p_{01}$

$$\dot{m} = f_1 \cdot \frac{p_{01}}{\sqrt{T_{01}}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R}} \cdot M_1 \cdot \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_1^2\right)^{\frac{\kappa+1}{2-2\cdot\kappa}} \quad (4.16)$$

— strumień masy  $\dot{m}$  jako funkcję ciśnienia statycznego  $p_1$

$$\dot{m} = f_1 \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_{01}}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R}} \cdot M_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_1^2} \quad (4.17)$$

### 4.3. Związek pomiędzy liczbą Macha a parametrami z ISO 6953

Aby istniała możliwość wykorzystania wzoru (4.16) bądź wzoru (4.17) do wyznaczenia wartości strumienia masy  $\dot{m}$  przepływającego przez opornik pneumatyczny, którego właściwości przepływowe określono, podając wartości parametrów opisanych w ISO 6953, konieczne jest określenie związku pomiędzy wartością liczby Macha  $M_1$  na dopływie do tego opornika, a przewodnością dźwiękową  $C$ , krytycznym stosunkiem ciśnień  $b$ , indeksem ekspansji  $m$ , czopującym stosunkiem ciśnień  $a$  oraz stosunkiem ciśnień statycznych  $\eta$  bądź stosunkiem ciśnień spiętrzenia  $\varepsilon$ . W warunkach przepływu krytycznego liczba Macha  $M_1$  ma wartość maksymalną  $M_{1max}$ ; w warunkach przepływu podkrytycznego jej wartość maleje wraz ze wzrostem wartości stosunku ciśnień  $\eta$  bądź  $\varepsilon$ .

Porównując (2.48) z (4.17) otrzymuje się:

$$C \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_{01}}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} \cdot Y(\eta) = f_1 \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_{01}}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R}} \cdot M_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_1^2}$$

a po uproszczeniu i przekształceniu:

$$\frac{C}{d_1^2} \cdot Y(\eta) = \frac{\pi}{4 \cdot \rho_N} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R \cdot T_N}} \cdot M_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_1^2} \quad (4.18)$$

Dla przepływu w warunkach krytycznych (4.18) ma postać:

$$\frac{C}{d^2} = \frac{\pi}{4 \cdot \rho_N} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R \cdot T_N}} \cdot M_{1max} \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_{1max}^2} \quad (4.19)$$

Związek (4.18) jest równaniem dwukwadratowym ze względu na  $M_1$ . Po jego rozwiązaniu i uwzględnieniu (2.57) dla przepływu podkrytycznego ( $b < \eta \leq 1$ ) uzyskuje się:

$$M_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 32 \cdot (\kappa-1) \cdot \left(\frac{C}{d_1^2} \cdot \frac{\rho_N}{\pi} \cdot \left[1 - \left(\frac{\eta-b}{a-b}\right)^2\right]^m\right)^2 \cdot \frac{R \cdot T_N}{\kappa} - 1}}{\kappa-1}} \quad (4.20)$$

natomiast dla przepływu krytycznego ( $0 < \eta \leq b$ ) liczba Macha ma wartość maksymalną:

$$M_{1max} = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 32 \cdot (\kappa - 1) \cdot \left(\frac{C}{d_1^2} \cdot \frac{\rho_N}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{R \cdot T_N}{\kappa}} - 1}{\kappa - 1}} \quad (4.21)$$

Wyprowadzone zależności (4.20) i (4.21) opisują szukany związek pomiędzy chwilową wartością  $M_1$  a wartościami:  $C$ ,  $b$ ,  $m$ ,  $a$  oraz chwilową wartością  $\eta$ .

Mnożąc obustronnie (4.15) przez  $p_2$  i porządkując, otrzymuje się:

$$\frac{p_2}{p_{01}} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2\right)^{\frac{\kappa}{1 - \kappa}} \quad (4.22)$$

Dla przepływu podkrytycznego ciśnienie statyczne  $p_2$  równe jest ciśnieniu  $p_a$  w przestrzeni, do której następuje wypływ gazu. W zakresie tego przepływu można więc zapisać:

$$\varepsilon = \eta \cdot \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2\right)^{\frac{\kappa}{1 - \kappa}} \quad (4.23)$$

W sytuacji granicznej, przy przejściu przepływu z podkrytycznego w krytyczny,  $\eta = b$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_K$  oraz  $M_1 = M_{1max}$ . Daje to:

$$\varepsilon_K = b \cdot \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_{1max}^2\right)^{\frac{\kappa}{1 - \kappa}} \quad (4.24)$$

Porównując (2.48) z (4.17) z uwzględnieniem (2.57) można, dla przepływu podkrytycznego, wyznaczyć wartość stosunku ciśnień statycznych  $\eta$  jako:

$$\eta = b + (a - b) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{4 \cdot \frac{C}{d_1^2} \cdot \rho_N} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R \cdot T_N}} \cdot M_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2}\right)^{\frac{1}{m}}} \quad (4.25)$$

Podstawiając (4.25) do (4.23) uzyskuje się związek pomiędzy liczbą Macha  $M_1$ , parametrami opisanymi w ISO 6953 i stosunkiem ciśnień śpiętrzenia  $\varepsilon$  dla przepływu podkrytycznego:

$$\varepsilon = \left[ b + (a - b) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{4 \cdot \frac{C}{d_1^2} \cdot \rho_N} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R \cdot T_N}} \cdot M_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2}\right)^{\frac{1}{m}}} \right] \cdot \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2\right)^{\frac{\kappa}{1 - \kappa}} \quad (4.26)$$

Można zaproponować następujący algorytm wyznaczania chwilowej wartości  $M_1$  dla znanych wartości:  $C$ ,  $b$ ,  $m$ ,  $a$  oraz chwilowej wartości  $\varepsilon$ :

- wyznaczyć wartość  $M_{1max}$  z (4.21);
- wyznaczyć wartość  $\varepsilon_K$  z (4.24);
- jeżeli  $\varepsilon \leq \varepsilon_K$  to  $M_1 = M_{1max}$ ; w przeciwnym wypadku należy wyznaczyć  $M_1$  z (4.26).

Tenże algorytm wraz z formułą (4.16) umożliwiają przejście, dla modeli opisanych w normach ISO 6953 oraz ISO 6358 (po podstawieniu  $m = 0,5$  i  $a = 1$ ), z dziedziny ciśnień



statycznych w dziedzinę ciśnień spiętrzenia. Niedogodnością proponowanego podejścia jest konieczność wyznaczania, dla przepływu podkrytycznego, wartości liczby Macha  $M_1$  z równania (4.26) przy wykorzystaniu metod iteracyjnych.

#### 4.4. Stosunek strumienia masy do krytycznego strumienia masy

W wielu publikacjach, na przykład [48, 52, 53, 55], pojawia się pojęcie stosunku  $v$  strumienia masy  $\dot{m}$  (w warunkach przepływu podkrytycznego) do krytycznego strumienia masy  $\dot{m}_K$ . Krytyczny strumień masy  $\dot{m}_K$  rozumiany jest jako taki hipotetyczny krytyczny strumień masy, który przepływałby przez badany element przy identycznych wartościach ciśnienia  $p_1$  i temperatury  $T_0$  (lecz różnej wartości ciśnienia  $p_2$ ) co strumień masy  $\dot{m}$ . Wartości  $v$  określają te punkty na rzeczywistej krzywej ekspansji, które wykorzystywane są przy wyznaczaniu wartości parametrów (krytycznego stosunku ciśnień  $b$  lub indeksu ekspansji  $m$ ) określających przebieg krzywej ekspansji w modelach wywodzących się z norm: ISO 6953 i ISO 6358.

Dla identycznych wartości ciśnień  $p_1$  i temperatur  $T_0$  (z definicji  $v$ ), korzystając ze wzoru (4.17), stosunek  $v$  można zapisać w postaci:

$$v = \frac{M_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2}}{M_{1max} \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_{1max}^2}} \quad (4.27)$$

Rozwiązując (4.27), uzyskuje się formułę umożliwiającą wyznaczenie wartości liczby Macha  $M_1$  dla określonej wartości stosunku  $v$ :

$$M_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 2 \cdot (\kappa - 1) \cdot v^2 \cdot \left( M_{1max}^2 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_{1max}^4 \right)} - 1}{\kappa - 1}} \quad (4.28)$$

Po podzieleniu stronami zależności (4.18) i (4.19) oraz przy uwzględnieniu (4.27), okazuje się, że stosunek  $v$  może być wyrażony jako funkcja stosunku ciśnień  $\eta$ :

$$v = \left[ 1 - \left( \frac{\eta - b}{a - b} \right)^2 \right]^m \quad (4.29)$$

Z (4.29) i (4.18) wynika, że może być on również zapisany jako:

$$v = \frac{\pi}{4 \cdot \frac{C}{d^2} \cdot \rho_N} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R \cdot T_N}} \cdot M_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2} \quad (4.30)$$

Wszystkie wyprowadzone zależności, to jest wzory (4.27), (4.29) i (4.30), są równoważne i zgodne z definicją stosunku  $v$ .

## Rozdział 5

### PRZEPŁYW PRZEZ PRZEWÓD A PARAMETRY Z ISO 6953

W niniejszym rozdziale opisano własne sposoby wyznaczania wartości parametrów zdefiniowanych w normach ISO 6358 [48] i ISO 6953 [49] dla przewodu pneumatycznego o znanych: długości  $L$ , średnicy wewnętrznej  $d$  i współczynniku strat liniowych  $\lambda$ . W prowadzonych rozważaniach przyjęto dodatkowo, że:

- przewód jest prostoliniowy i umiejscowiony poziomo;
- średnica wewnętrzna przewodu jest stała i równa średnicy rur pomiarowych stanowiska pomiarowego;
- współczynnik strat liniowych  $\lambda$  reprezentowany jest przez pewną średnią stałą wartość niezależną od zmian wartości liczby Reynoldsa; dla konkretnego przewodu wartość ta jest szacowana indywidualnie i stanowi jego parametr charakterystyczny.

Przy powyższych założeniach wartości liczby Macha  $M$  w dwóch przekrojach przewodu odległych o  $L$  wiąże równanie [66, 134]:

$$\lambda \cdot \frac{L}{d} = \left( \lambda \cdot \frac{L_{max}}{d} \right)_{M_1} - \left( \lambda \cdot \frac{L_{max}}{d} \right)_{M_2} \quad (5.1)$$

Postać wyrażenia  $(\lambda \cdot L_{max}/d)_M$  w formule (5.1) zależna jest od warunków wymiany ciepła pomiędzy gazem przepływającym przez przewód a otoczeniem. W dwóch granicznych przypadkach – przepływ adiabatyczny bądź przepływ izotermiczny – opisują je odpowiednio wzory [66, 134]:

$$\left( \lambda \cdot \frac{L_{max}}{d} \right)_M = \frac{1 - M^2}{\kappa \cdot M^2} + \frac{\kappa + 1}{2 \cdot \kappa} \cdot \ln \left( \frac{(\kappa + 1) \cdot M^2}{2 + (\kappa - 1) \cdot M^2} \right) \quad (5.2)$$

$$\left( \lambda \cdot \frac{L_{max}}{d} \right)_M = \frac{1 - \kappa \cdot M^2}{\kappa \cdot M^2} + \ln(\kappa \cdot M^2) \quad (5.3)$$

Wzór (5.2) – przepływ adiabatyczny – jest prawdziwy, jeżeli  $M_1 < M_2$  oraz  $M_2 \leq 1$ . Występująca w nim wielkość  $L_{max}$  to taka długość przewodu, na której liczba Macha zmienia się od  $M$  do 1. Wzór (5.3) – przepływ izotermiczny – jest prawdziwy, gdy  $M_1 < M_2$  oraz  $M_2 \leq 1/\sqrt{\kappa}$ , a na długości  $L_{max}$  liczba Macha zmienia się od  $M$  do  $1/\sqrt{\kappa}$ .

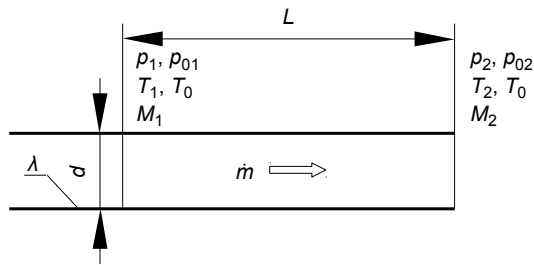
O ile przewodność dźwiękowa  $C$  jest wielkością dobrze i identycznie zdefiniowaną w normach ISO 6358 i ISO 6953, o tyle z krytycznym stosunkiem ciśnień  $b$  istnieje pewien problem. Został on poruszony w pracy [88] (przyczynek autora). Wynika z niej, że można mówić o trzech różnych rozumieniach  $b$ . Obie normy definiują go jako taką wartość stosunku ciśnień statycznych, przy której zachodzi przejście z przepływu podkrytycznego w krytyczny. Jednak co innego wynika z metodyki jednoczesnego pomiaru  $b$  i  $m$  podanej w [52], a jeszcze co innego z metodyki pomiaru  $b$  podanej w [48]. W dalszych rozważaniach kolejne, wymienione powyżej, rozumienia definicji  $b$  oznaczono jako warianty I, II i III.

Z samej natury przewodów pneumatycznych wynika, że czopujący stosunek ciśnień, zdefiniowany w normie ISO 6953, dla tychże przewodów przyjmuje zawsze wartość  $a = 1$ .

### 5.1. Adiabatyczny przepływ przez przewód

W danej chwili strumień masy przepływający przez każdy z przekrojów przewodu jest taki sam. Zapisując równanie (4.17) dla przekrojów „1” i „2” (rys. 5.1), po uproszczeniu i przekształceniu otrzymuje się:

$$\eta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{M_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2}}{M_2 \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_2^2}} \quad (5.4)$$



Rys. 5.1. Przepływ przez przewód jako element wypływowi

Przepływ krytyczny w przewodzie pojawi się w określonych warunkach w przekroju wylotowym „2”. Wówczas  $M_2 = 1$ ,  $M_1 = M_{1max}$ ,  $p_2/p_1 = b$ , a (5.4) przejdzie w:

$$b = \frac{M_{1max} \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_{1max}^2}}{\sqrt{\frac{\kappa + 1}{2}}} \quad (5.5)$$

Dzieląc stronami zależność (5.5) przez zależność (4.19), otrzymuje się:

$$\frac{b}{C} = \frac{4 \cdot \rho_N}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot T_N}{\kappa \cdot (\kappa + 1)}} \cdot \frac{1}{d^2} \quad (5.6)$$

Ze związku (5.6) wynika, że w przypadku adiabatycznego przepływu przez przewód stosunek krytycznego stosunku ciśnień  $b$  do przewodności dźwiękowej  $C$  podzielonej przez kwadrat średnicy przewodu  $d$  jest stały. Dla powietrza wartość ta wynosi  $b/(C/d^2) = 338,59$ . Podstawienie warunków dla przepływu krytycznego ( $M_2 = 1$  i  $M_1 = M_{1max}$ ) do (5.1) i (5.2) daje możliwość wyznaczenia wartości  $M_{1max}$  dla znanej wartości  $\lambda \cdot L/d$ .

Dla znanej wartości  $M_{1max}$ , układ równań (5.1), (5.2), (5.4) i (4.28) daje możliwość powiązania wartości stosunku strumienia masy  $v$  z odpowiadającym mu stosunkiem ciśnień  $\eta$ . Znając ten związek, można wyznaczyć wartość indeksu ekspansji  $m$ , przekształcając wzór (4.29) do postaci:

$$m = \log_{1 - \left(\frac{\eta - b}{a - b}\right)^2} (v) \quad (5.7)$$

Niestety, dla różnych wartości stosunku ciśnień  $\eta$  wartości indeksu ekspansji  $m$  różnią się. Przyczyną tego jest niezgodność kształtów funkcji ekspansji wynikających ze wzorów (5.1) i (5.2) oraz (2.57). Wartość średnią tego indeksu, skutkującą najmniejszymi błędami wartości wyznaczanego strumienia masy, można określić, minimalizując funkcję błędu o postaci:

$$e_m = \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{\eta_i - b}{a - b} \right)^2 \right]^{m_i} - \left[ 1 - \left( \frac{\eta_i - b}{a - b} \right)^2 \right]^m \right\}^2 \quad (5.8)$$

Przy założeniu adiabatycznego przepływu, dla przewodu o średnicy wewnętrznej  $d$ , długości  $L$  i średnim współczynniku strat liniowych  $\lambda$  w niniejszej pracy proponuje się następujący algorytm określenia wartości przewodności dźwiękowej  $C$ :

- dla znanych wartości  $\lambda$ ,  $L$ ,  $d$  oraz  $M_2 = 1$  oblicz wartość  $M_{1max}$  z (5.1) i (5.2);
- dla wyznaczonej wartości  $M_{1max}$  oraz znanej wartości  $d$  oblicz wartość  $C$  z (4.19).

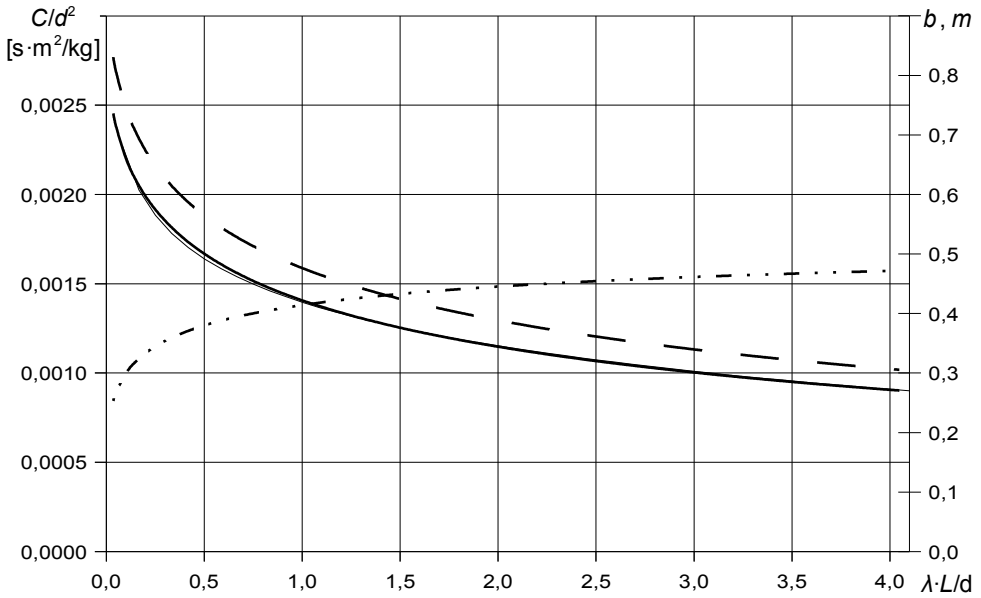
Wartość krytycznego stosunku ciśnień  $b$ , wynikająca z definicji podanej w [48] i [49] (wariant I), można wyznaczyć, dla znanej wartości  $M_{1max}$ , ze wzoru (5.5) bądź, dla znanych wartości  $C$  i  $d$ , ze wzoru (5.6).

Dla tak przyjętej definicji  $b$  algorytm wyznaczania wartości indeksu ekspansji  $m$  powinien mieć następujący przebieg:

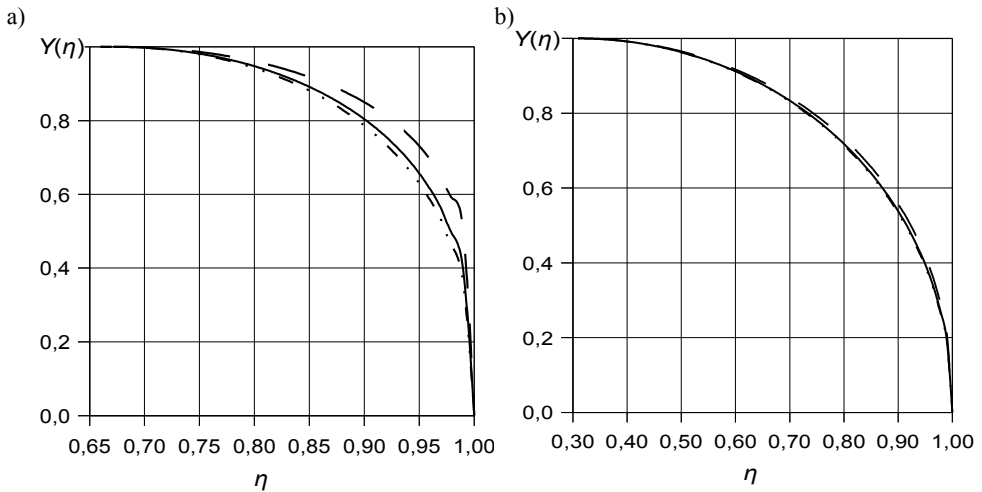
- wybierz wartość  $v$  taką, że  $0 < v < 1$  i oblicz wartość  $M_1$  z (4.28);
- dla znanych wartości  $M_1$ ,  $\lambda$ ,  $L$ ,  $d$  oblicz wartość  $M_2$  z (5.1) i (5.2);
- dla wyznaczonych wartości:  $M_1$  i  $M_2$  oblicz wartość  $\eta$  z (5.4);
- dla znanych wartości:  $b$  i  $\eta$  oraz wybranej wartości  $v$  oblicz wartość  $m_n$  z (5.7);
- obliczenia powtórz dla kilku wybranych wartości  $v$ ;
- oblicz wartość  $m$  jako średnią z wcześniej wyznaczonych wartości  $m_n$ , minimalizując funkcję błędu (5.8).

Z powyższego algorytmu wyznaczania wartości indeksu ekspansji  $m$  wyłania się pytanie: ile wybrać i o jakiej wartości stosunki strumienia masy do krytycznego strumienia masy  $v$ , aby przy minimalnych nakładach obliczeniowych uzyskać najlepsze efekty. Norma [48] proponuje wybór czterech punktów charakterystyki, dla których  $v$  wynosi odpowiednio 0,8, 0,6, 0,4 i 0,2. W [55], jako efektywniejsze, podaje się przyjęcie wartości 0,9, 0,8, 0,6 i 0,4. W dalszych obliczeniach przyjęto wartości  $v$  za [55].

Przestawione powyżej algorytmy pozwoliły na stworzenie nomogramu (rys. 5.2) ułatwiającego przeliczenie wartości wyrażenia  $\lambda \cdot L/d$  na odpowiadające jej wartości parametrów  $C/d^2$ ,  $b$  i  $m$ . Przy tworzeniu prezentowanych w pracy nomogramów przyjęto zakres zmienności współczynnika strat liniowych  $\lambda$  od 0,012 do 0,027 (przyjęte za [123] dla rur handlowych w zakresie przepływu turbulენტnego) oraz stosunku  $L/d$  od 3 do 150.



Rys. 5.2. Wartości parametrów  $C/d^2$  —,  $b$  - - oraz  $m$  · · · w funkcji  $\lambda \cdot L/d$  dla przewodu rurowego wypływowego

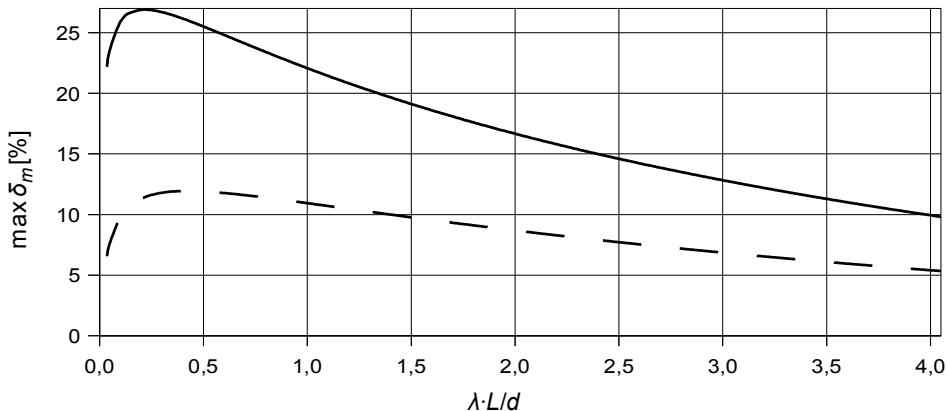


Rys. 5.3. Przebieg funkcji ekspansji  $Y(\eta)$  dla indeksu ekspansji  $m$ :  
 — średniego, - - wyznaczonego dla  $\nu = 0,9$  i · · · wyznaczonego dla  $\nu = 0,4$   
 dla a)  $b = 0,67$  ( $\lambda \cdot L/d = 0,20$ ) oraz b)  $b = 0,31$  ( $\lambda \cdot L/d = 3,95$ )

Przyjęcie średniej wartości indeksu ekspansji  $m$  skutkuje błędami w naliczaniu wartości funkcji ekspansji  $Y(\eta)$  według (2.57), a tym samym błędami wartości strumienia masy wyliczonej z wykorzystaniem wzoru (2.48). Przykładowe przebiegi  $Y(\eta)$  w zakresie przepływu podkrytycznego dla średniej i dwóch skrajnych ( $v = 0,9$  i  $v = 0,4$ ) wartości indeksu ekspansji  $m$  oraz dwóch wartości  $\lambda \cdot L/d$  pokazano na rysunku 5.3. Analiza przebiegów  $Y(\eta)$  dla różnych wartości  $m$  oraz  $\lambda \cdot L/d$  pozwoliła na wyciągnięcie wniosku, że największych różnic jej wartości należy spodziewać się dla:  $m$  wyznaczonego przy  $v = 0,9$ , wysokich wartościach  $\eta$  oraz niskich wartościach  $\lambda \cdot L/d$ . Na wykresie (rys. 5.4) przedstawiono przebieg maksymalnych wartości różnicy względnej (tożsamej z maksymalnym błędem względnym wyznaczania strumienia masy) zdefiniowanej jako:

$$\delta_m = \frac{|Y(m, \eta) - Y(m_{v=0,9}, \eta)|}{Y(m, \eta)} \cdot 100\%$$

przy założonym zakresie zmian wartości stosunku ciśnień  $\eta$  od 0,01 do 0,99 oraz od 0,01 do 0,95. Analiza tego wykresu potwierdza wcześniejsze wnioski. Wyjątkiem jest wzrost wartości w zakresie małych wartości  $\lambda \cdot L/d$ . Dla  $\lambda \cdot L/d = 0,2$  przebieg osiąga maksimum (dla  $\eta = 0,99$  ma ono wartość 26,9%).



Rys. 5.4. Maksymalny błąd względný wartości funkcji ekspansji  $Y(\eta)$  wynikający z przyjęcia średniej wartości indeksu ekspansji  $m$  przy zakresie  $\eta$  od 0,01 do 0,99 ——— oraz od 0,01 do 0,95 - -

Wydaje się, że z użytkarnego punktu widzenia najwygodniejszy w użyciu byłby zestaw formuł algebraicznych, służących do przeliczenia wartości  $\lambda \cdot L/d$  na odpowiadające jej wartości parametrów  $C/d^2$ ,  $b$  i  $m$ . Zwyczajowo, przykładowo [55], podaje się je w postaci zależności  $C/d^2$  od  $\lambda \cdot L/d$ ,  $b$  od  $C/d^2$  oraz  $m$  od  $b$ . Aproksymując dane zaprezentowane na rysunku 5.2, tutaj proponuje się następujące formuły:

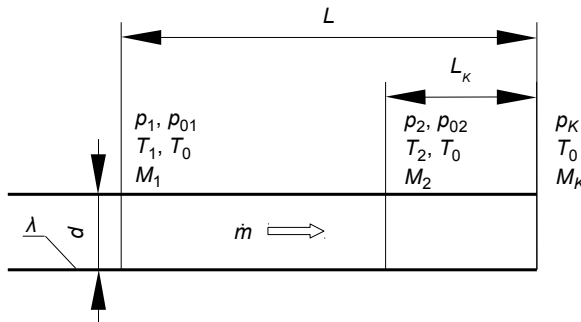
$$\frac{C}{d^2} = -0,00035 \cdot \ln\left(\lambda \cdot \frac{L}{d}\right) + 0,0014 \quad (5.9)$$

$$b = 338,59 \cdot \frac{C}{d^2} \quad (5.10)$$

$$m = -0,21697 \cdot b^2 - 0,16572 \cdot b + 0,54258 \quad (5.11)$$

Zaproponowane formuły charakteryzują się małymi błędami. Wykorzystanie wzoru (5.9), dla  $0,1 \leq \lambda \cdot L/d \leq 4,05$ , daje względny błąd wyznaczenia wartości  $C/d^2$   $\delta_c < 1,7\%$ . Maksymalny błąd względny występuje przy  $\lambda \cdot L/d = 0,036$  i ma wartość  $\delta_c = 4,48\%$ . Postać formuły (5.10) wynika wprost ze wzoru (5.6). Wzór (5.11), dla  $0,4 \leq \lambda \cdot L/d \leq 4,05$ , daje względny błąd wyznaczenia wartości  $m$   $\delta_m < 0,1\%$ . Dla  $\lambda \cdot L/d \leq 0,4$  błąd ten jest nieznacznie większy, osiągając wartość  $\delta_m = 0,75\%$  dla  $\lambda \cdot L/d = 0,036$ .

Prowadzone dotychczas rozważania zakładały, że wypływ gazu z przewodu następuje bezpośrednio do otoczenia, a odcinek przewodu, którego oporność jest mierzona, ma długość  $L$ . Oznacza to, że przewód traktowany jest jako element wypływowi, a długość rury dolotowej pomiaru ciśnienia w stanowisku pomiarowym  $L_d = 0$ . W przypadku rzeczywistego stanowiska pomiarowego jest zawsze  $L_d > 0$  (przykładowo według normy ISO 6358  $L_d = 3 \cdot d$ ). Do wykorzystania podanych w tym rozdziale algorytmów i wzorów dla przewodu o długości rzeczywistej  $L_R$  traktowanego jako element wypływowi konieczne jest wyliczenie wartości obliczeniowej długości przewodu  $L = L_R + L_d$ .



Rys. 5.5. Przepływ przez przewód jako element przepływowi

W przypadku, kiedy ciśnienie  $p_2$  nie jest ciśnieniem statycznym w przekroju wylotowym przewodu, lecz jest mierzone w odległości  $L_K$  od jego końca, mówimy, że element traktowany jest jako przepływowi (rys. 5.5). Dla takiego modelu przepływ krytyczny w przewodzie pojawia się w określonych warunkach w przekroju wylotowym „K”. Wówczas  $M_K = 1$ ,  $M_1 = M_{1max}$ ,  $M_2 = M_{2max}$ ,  $p_2/p_1 = b$  a wzór (5.4) przyjmuje postać:

$$b = \frac{M_{1max} \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_{1max}^2}}{M_{2max} \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_{2max}^2}} \quad (5.12)$$

zastępując formułę (5.5). Dzielnąc stronami zależność (5.12) przez zależność (4.19) otrzymuje się:

$$\frac{b}{\frac{C}{d^2}} = \frac{4 \cdot \rho_N \cdot \sqrt{R \cdot T_N}}{\pi \cdot \sqrt{\kappa} \cdot M_{2max} \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_{2max}^2}}$$

Wynika z tego, że wyrażenie  $b/(C/d^2)$  jest funkcją  $\lambda \cdot L_K/d$ , a jego wartość dla konkretnego stanowiska pomiarowego, przy założeniu niezmienności  $\lambda$ , jest stała. Przykładowo, dla  $\lambda = 0,015$  oraz  $L_K = 3 \cdot d$  (zgodnie z ISO 6358), wyrażenie  $b/(C/d^2) = 415,83$ .

Chociaż przewód pneumatyczny może być traktowany jako element przepływowy, to w myśl norm ISO 6358 i ISO 6953 jest on elementem inherentnie wypływowym. Również sam pomiar na stanowisku badawczym, dla przewodu pneumatycznego traktowanego jako element wypływowy, jest łatwiejszy niż dla traktowanego jako element przepływowy. W dalszych rozważaniach rozróżnienie to uwzględniono w proponowanych algorytmach obliczeniowych. Nomogramy i uproszczone formuły obliczeniowe proponowane w niniejszym rozdziale a służące do wyznaczania wartości  $C/d^2$  są ważne zarówno dla przewodu traktowanego jako element wypływowy, jak i przepływowy; te służące do wyznaczania wartości  $b$  i  $m$  są prawdziwe jedynie dla przewodu traktowanego jako element wypływowy.

W przypadku przewodów traktowanych jako elementy przepływowe na obliczeniową długość przewodu  $L$  składają się: długość rury dolotowej pomiaru ciśnienia  $L_d$ , długość rury wylotowej pomiaru ciśnienia  $L_w$  i długość końcowej rury wylotowej  $L_K$  (na przykład według ISO 6358  $L = L_R + L_d + L_w + L_K = L_R + 3 \cdot d + 10 \cdot d + 3 \cdot d$ ). Długość  $L$  wykorzystywana jest do obliczenia wartości  $M_{1max}$  ze wzorów (5.1) i (5.2) bądź (5.3); obliczając wartość  $M_{2max}$  lub  $M_2$  z tychże wzorów należy w miejsce  $L$  podstawić wartość  $L_X = L - L_K$ .

Kiedy pragnie się wyznaczyć nie definicyjną wartość  $b$ , lecz wartości  $b$  i  $m$  wynikające z ich metodyki pomiarowej podanej w [52] (wariant II), konieczny jest inny sposób postępowania. W takiej sytuacji proponuje się tutaj następujący algorytm:

- dla znanej wartości  $M_{1max}$  (obliczonej przy okazji wyznaczenia wartości  $C$ ) oraz  $v$  równego: 0,9, 0,8, 0,6 bądź 0,4 oblicz cztery wartości  $M_{1i}$  ze wzoru (4.28);
- dla obliczonych wartości  $M_{1i}$  i znanych wartości  $\lambda$ ,  $L$  ( $L - L_K$  dla elementu przepływowego) oraz  $d$  oblicz odpowiadające im wartości  $M_{2i}$  z (5.1) i (5.2);
- dla każdej pary wartości  $M_{1i}$  i  $M_{2i}$  oblicz wartość  $\eta_i$  z (5.4);
- oblicz średnie wartości  $b$  i  $m$ , minimalizując funkcję błędów o postaci:

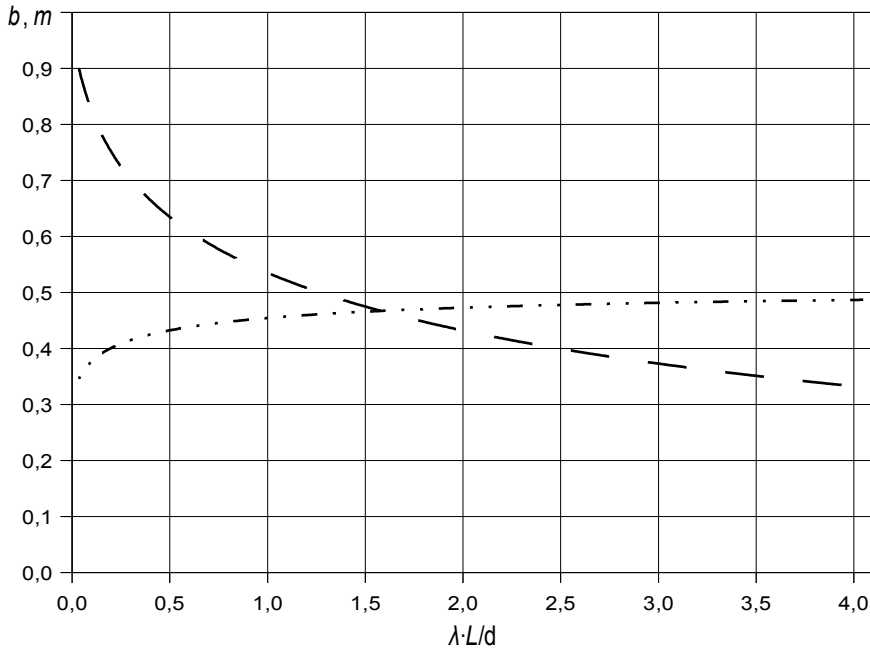
$$e = \sum_{i=1}^4 \left\{ v_i - \left[ 1 - \left( \frac{\eta_i - b}{a - b} \right)^2 \right]^m \right\}^2 \quad (5.13)$$

Wykorzystując przestawiony algorytm stworzono nomogram (rys. 5.6) ułatwiający przeliczenie wartości wyrażenia  $\lambda \cdot L/d$  na odpowiadający mu zestaw wartości parametrów  $b$  i  $m$ . Zakres zmienności  $\lambda$  oraz stosunku  $L/d$  przyjęto jak w przypadku poprzedniego nomogramu (rys. 5.2). Opracowano również uproszczone formuły obliczeniowe:

$$b = 380,45 \cdot \frac{C}{d^2} - 0,00617 \quad (5.14)$$

$$m = -0,2162 \cdot b + 0,5643 \quad (5.15)$$





Rys. 5.6. Wartości parametrów  $b$  — — oraz  $m$  · · · · w funkcji  $\lambda \cdot L/d$  dla przewodu rurowego wypływowego

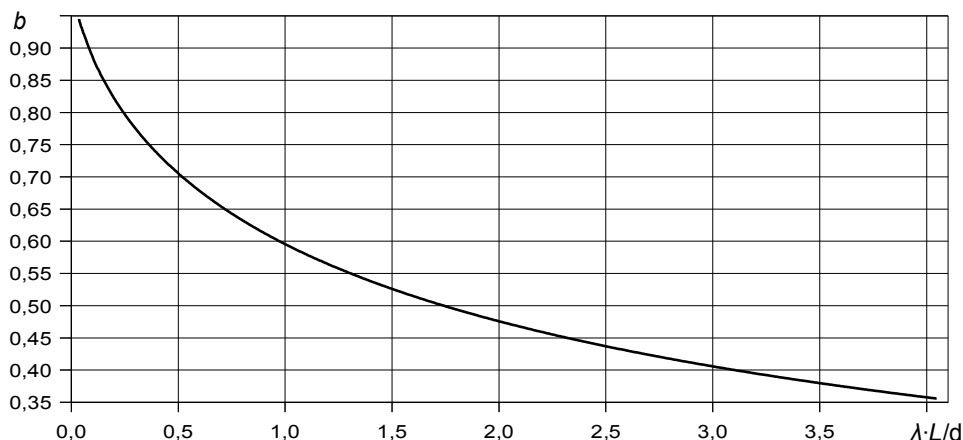
W odróżnieniu od wariantu I, gdzie wyrażenie  $b/(C/d^2)$  miało stałą wartość, w wariacie II jest ono nieliniową niemonotoniczną funkcją  $\lambda \cdot L/d$ . W efekcie tego wykorzystanie wzoru (5.14) obarczone jest błędem. Dla  $0,15 \leq \lambda \cdot L/d \leq 3,25$  daje on względny błąd wyznaczenia wartości  $b$   $\delta_b < 1,0\%$ . Poza tym obszarem błąd rośnie, aby osiągając wartość  $\delta_b = 1,86\%$  dla  $\lambda \cdot L/d = 4,05$  oraz  $\delta_b = 2,93\%$  dla  $\lambda \cdot L/d = 0,036$ . Zastosowanie wzoru (5.15) daje minimalne błędy w całym zakresie stosowalności ( $0,036 \leq \lambda \cdot L/d \leq 4,05$ ). Maksymalny względny błąd wyznaczenia wartości  $m$  to  $\delta_m = 0,07\%$  dla  $\lambda \cdot L/d = 0,036$ .

Dla wyznaczenia wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$ , która to wartość wynika z metodyki pomiarowej opisanej w ISO 6358 (wariant III), proponuje się:

- przyjmując  $m = 0,5$  obliczyć cztery wartości  $M_{i1}$  i odpowiadające im wartości  $\eta_i$  identycznie jak w wariacie II, lecz dla  $v$  równego: 0,8, 0,6, 0,4 i 0,2;
- wyznaczyć średnią wartość  $b$  z czterech wartości  $b_i$  obliczonych ze wzoru:

$$b_i = \frac{\eta_i - \sqrt{1 - v_i^2}}{1 - \sqrt{1 - v_i^2}} \quad (5.16)$$

Wykorzystując przestawiony algorytm, stworzono nomogram (rys. 5.7) ułatwiający przeliczenie wartości wyrażenia  $\lambda \cdot L/d$  na odpowiadającą mu wartość krytycznego stosunku ciśnień  $b$  (zakres zmienności  $\lambda$  oraz stosunku  $L/d$  jak przy poprzednich nomogramach).



Rys. 5.7. Wartość parametru  $b$  w funkcji  $\lambda \cdot L/d$  dla przewodu rurowego wypływowego

W tym wariancie uproszczona formuła wiążąca wartość  $b$  z wartością  $C/d^2$  ma postać:

$$b = 414,65 \cdot \frac{C}{d^2} - 0,00335 \quad (5.17)$$

Podobnie jak w wariancie II, tak i w tym wariancie wyrażenie  $b/(C/d^2)$  jest nieliniową niemonotoniczną funkcją  $\lambda \cdot L/d$ . W efekcie tego liniowa zależność (5.17), dla  $0,1 \leq \lambda \cdot L/d \leq 3,5$ , daje względny błąd wyznaczenia wartości  $b$   $\delta_b < 3,0\%$ . Poza tym obszarem błąd rośnie, osiągając wartość  $\delta_b = 4,19\%$  dla  $\lambda \cdot L/d = 4,05$  oraz  $\delta_b = 7,29\%$  dla  $\lambda \cdot L/d = 0,036$ .

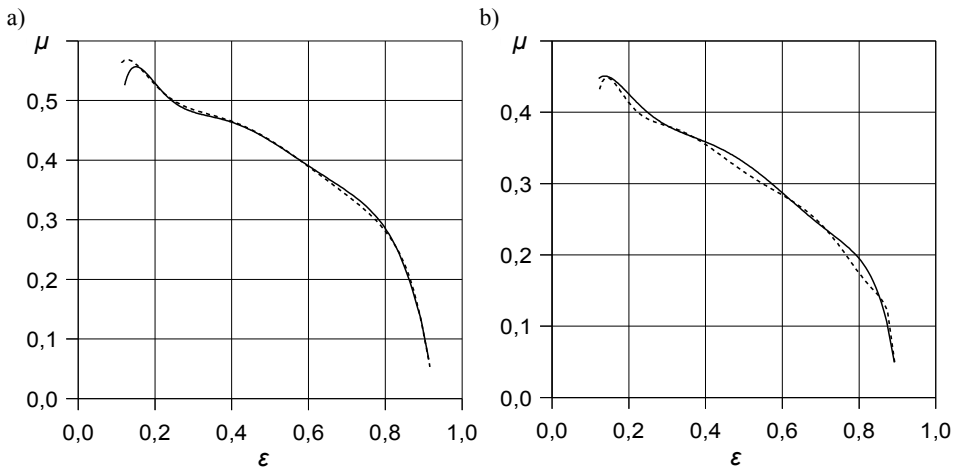
## 5.2. Adyabatyczność przepływu przez przewody

W rozważaniach prowadzonych w punkcie 5.1 przyjęto, że przepływ przez przewód ma charakter adyabatyczny – brak wymiany ciepła pomiędzy przepływającym gazem a otoczeniem. Stąd też założenie, że stosunek  $L/d \leq 150$ . W mechanice płynów przyjmuje się, że przepływ jest adyabatyczny, gdy  $L/d \leq 100$  [66]. W pracach z dziedziny pneumatyki, wentylacji i transportu gazów spotyka się stwierdzenia, że dla rur izolowanych bądź bez wymuszonej wymiany ciepła (gdy średnia temperatura przepływającego gazu nie różni się od temperatury otoczenia) przepływ jest adyabatyczny lub zbliżony do adyabatycznego dla rur o małej i średniej długości [130, 134]; dopiero dla bardzo długich rur jest on prawie izotermiczny.

Aby dokonać jakościowej oceny wpływu intensywności wymiany ciepła na wartość strumienia masy przepływającego przez przewód gazu, wykonano na stanowisku badawczym eksperymenty polegające na opróżnianiu zbiornika o pojemności  $V = 3,8$  litra przez przewód nieizolowany oraz (ten sam przewód) zaizolowany dwudziestomilimetrową warstwą pianki poliuretanowej. Na podstawie pomierzonego przebiegu zmian wartości ciśnie-

nia w zbiorniku, wykorzystując autorski program *FCC* [89], wyznaczono przebieg wartości współczynnika  $\mu$  dla pięciu modeli jednoparametrowych, zarówno dla przewodu nieizolowanego, jak i izolowanego (przykładowe wyniki przedstawiono na rysunku 5.8). Analizując uzyskane wyniki:

- dla  $L/d \leq 350$  nie zauważono różnic w przebiegach wartości współczynnika  $\mu$  dla przewodów zaizolowanych i nieizolowanych (rys. 5.8a);
- dla  $L/d \approx 670$  pojawiły się pierwsze zauważalne różnice (rys. 5.8b), które jednak (co wynika z charakteru przeplatających się przebiegów) są raczej efektem błędów pomiarowych niż różnicy intensywności wymiany ciepła.



Rys. 5.8. Przebieg wartości współczynnika przepływu  $\mu$  modelu opisanego wzorem (2.13) dla przewodu nieizolowanego — i zaizolowanego - - - przy a)  $L/d = 353$  b)  $L/d = 672$

Ostatecznie stwierdzono, że przepływ przez przewody o  $L/d \leq 600$  można uznać za adiabatyczny. Do podobnych wniosków doszli autorzy [130], badając rury o  $L/d \leq 572$ .

Przy przepływie przez przewody identyczne wartości temperatur spiętrzenia na wlocie i wylocie tegoż przewodu świadczą o przepływie adiabatycznym; identyczne temperatury statyczne świadczą o przepływie izotermicznym. W pracy [5] opublikowano pomiary temperatury na wlocie i wylocie przewodu poliuretanowego o średnicy wewnętrznej 5,7 mm i długości 50 m ( $L/d \approx 8772$ ). Maksymalna różnica wartości tych temperatur (przy maksymalnym strumieniu masy 4,3 g/s) wynosiła jedynie 0,8 K. Autor [5] stwierdził, że taki przepływ można traktować jako przepływ izotermiczny. Nie budziłoby to wątpliwości, gdyby istniała pewność, że pomierzone temperatury są temperaturami statycznymi. Niestety, takiej pewności nie ma. Znane są trudności z pomiarem temperatury statycznej przepływającego gazu. Dlatego powszechną praktyką jest pomiar temperatury spiętrzenia [66] i ewentualne odtworzenie temperatury statycznej z wykorzystaniem zależności [66, 134]:

$$T_0 = T \cdot \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M^2 \right) \quad (5.18)$$

W pneumatyce temperatura mierzona jest w specjalnych rurach pomiaru temperatury, których średnica jest większa od średnicy rur pomiaru ciśnienia. Skutkuje to niewielką różnicą temperatury pomierzonej i temperatury spiętrzenia. Z reguły średnica rury pomiaru temperatury w stosunku do rury pomiaru ciśnienia jest dwukrotnie (jak w ISO/DIS 6358) lub trzykrotnie (jak w ISO 6358) większa od średnicy rury pomiaru ciśnienia. Już dwukrotne zwiększenie średnicy gwarantuje, że w najmniej korzystnych warunkach maksymalna różnica temperatury pomierzonej i temperatury spiętrzenia będzie mniejsza od 0,3% (temperatura pomierzona ma niższą wartość). W badaniach przedstawionych w pracy [5] również wykorzystano rury pomiaru temperatury, lecz ich średnicy nie podano. Można jednak sądzić, że była większa od średnicy wewnętrznej przewodu (5,7 mm), gdyż dla tak małej średnicy sonda pomiaru temperatury w istotny sposób zaburzałaby przepływ. Dodatkowo stanowisko wykorzystywane było przy pomiarach znacznie krótszych przewodów (np. 1 m) – samo dołączenie rury pomiaru temperatury o identycznej średnicy w istotny sposób wpłynęłoby na wyniki, w szczególności, że były to eksperymenty typu „wypływ do atmosfery”. Z opisu w [5] wiadomo też, że warunki wymiany ciepła pomiędzy powietrzem płynącym przez przewód a otoczeniem były niekorzystne – przewody były badane w stanie zwiniętym, tak jak dostarczono je z wytwórni. Założmy, że średnica rury pomiaru temperatury jest dwukrotnie większa od średnicy wewnętrznej przewodu. Założenie to nie jest istotne dla rury zamontowanej na wlocie do przewodu – jego duża oporność powoduje, że wartości temperatur: statycznej i spiętrzenia są praktycznie nierozróżnialne; w opisywanym w pracy [5] eksperymencie równe były 25°C (298,15 K). Dla strumienia masy bliskiego strumieniowi krytycznemu temperatura pomierzona na wylocie z przewodu była o 0,8 K niższa, to znaczy równa 297,35 K. Wartość ta pomnożona przez 1,003 (różnica 0,3%) daje wylotową temperaturę spiętrzenia 298,24 K, to jest prawie równą wlotowej temperaturze spiętrzenia (temperatura spiętrzenia gazu podczas przepływu przez przewód praktycznie się nie zmienia!). Wynika z tego że, jeżeli poczynione założenie o średnicy wylotowej rury pomiarowej jest słuszne, to nawet dla tak względnie długiego przewodu ( $L/d \approx 8772$ ) przepływ jest prawie przepływem adiabatycznym, a nie, jak twierdzi autor [5], izotermicznym.

### 5.3. Izotermiczny przepływ przez przewód

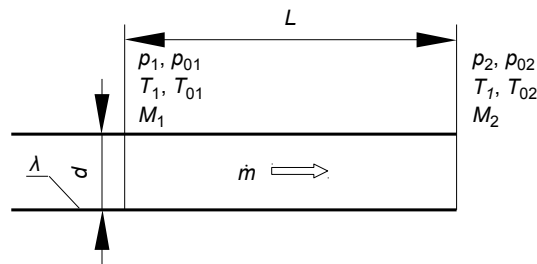
Jeżeli przepływ przez przewód (rys. 5.9) ma charakter izotermiczny (stała temperatura statyczna  $T$  w całym polu przepływu), to z porównania strumieni masy przepływających przez przekroje: „1” – wlotowy oraz „2” – wylotowy, po przekształceniu otrzymuje się:

$$\eta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{\sqrt{T_{02}}}{\sqrt{T_{01}}} \cdot \frac{M_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_1^2}}{M_2 \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_2^2}}$$

Po podstawieniu do tego wzoru zależności (5.18), wiążącej temperatury statyczne i temperatury spiętrzenia, przyjmuje on postać:

$$\eta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{M_1}{M_2} \quad (5.19)$$

Z teorii przepływu jednowymiarowego płynu ściśliwego wiadomo [66], że przepływ w przewodzie ma charakter izotermiczny, dopóki wartość liczby Macha na jego wylocie nie osiągnie wartości granicznej  $M_2 = 1/\sqrt{\kappa}$ . Osiągnięcie granicznej wartości  $M_2$  nie jest równoznaczne z osiągnięciem przepływu krytycznego ( $M_2 = 1$ ) w rozumieniu teorii dynamiki gazów. Jednak z punktu widzenia metod określania wystąpienia przepływu krytycznego opisanych w [48] i [52] jest. W przypadku przepływu izotermicznego, po osiągnięciu granicznej wartości  $M_2$ , dalsze zwiększanie wartości ciśnienia  $p_1$  powoduje proporcjonalny wzrost strumienia masy gazu, a obniżanie wartości ciśnienia  $p_2$  nie ma wpływu na wartość tego strumienia [66].



Rys. 5.9. Przepływ przez przewód jako element wypływowi

W takiej sytuacji, na podstawie (5.19), można zapisać:

$$b = M_{1max} \cdot \sqrt{\kappa} \quad (5.20)$$

Związek pomiędzy  $M_{1max}$  i  $\lambda \cdot L/d$  można uzyskać, wykorzystując wzory (5.1) i (5.3) po podstawieniu  $M_1 = M_{1max}$  i  $M_2 = 1/\sqrt{\kappa}$ .

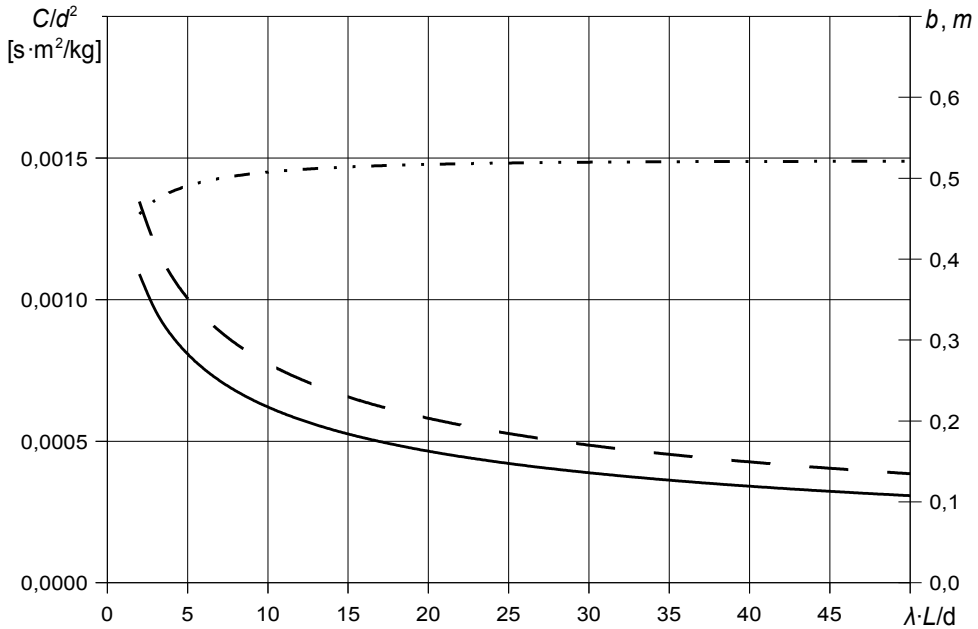
Przy założeniu izotermicznego przepływu, dla przewodu o średnicy wewnętrznej  $d$ , długości  $L$  i średnim współczynniku strat liniowych  $\lambda$  proponuje się w niniejszej pracy następujący algorytm określenia wartości przewodności dźwiękowej  $C$ :

- dla znanych wartości  $\lambda$ ,  $L$ ,  $d$  oraz  $M_2 = 1/\sqrt{\kappa}$  oblicz wartość  $M_{1max}$  z (5.1) i (5.3);
- dla wyznaczonej wartości  $M_{1max}$  oraz znanej  $d$  oblicz wartość  $C$  z (4.19).

Wartość definicyjną (wariant I) krytycznego stosunku ciśnień  $b$  można wyliczyć, dla znanej wartości  $M_{1max}$ , ze wzoru (5.20), a wartość indeksu ekspansji  $m$  dzięki proponowanemu tu algorytmowi o następującym przebiegu:

- wybierz wartość  $v$  taką, że  $0 < v < 1$  i oblicz wartość  $M_1$  z (4.28) – zgodnie z dyskusją w punkcie 5.1 najlepiej wybrać punkty  $v$  równe kolejno: 0,9, 0,8, 0,6 i 0,4;
- dla znanych wartości  $M_1$ ,  $\lambda$ ,  $L$  ( $L - L_K$  dla elementu przepływowego) oraz  $d$  oblicz wartość  $M_2$  z (5.1) i (5.3);
- dla wyznaczonych wartości:  $M_1$  i  $M_2$  oblicz wartość  $\eta$  z (5.4);
- dla znanych wartości:  $b$ ,  $a$  i  $\eta$  oraz wybranej wartości  $v$  oblicz wartość  $m_n$  z (5.7);
- obliczenia powtórz dla wszystkich wybranych wartości  $v$ ;
- oblicz wartość  $m$  jako średnią z wcześniej wyznaczonych wartości  $m_n$ , minimalizując funkcję błędu (5.8).

Przestawiony algorytm pozwolił na stworzenie nomogramu (rys. 5.10), który ułatwia przeliczenie wartości wyrażenia  $\lambda \cdot L/d$  na odpowiadający mu zestaw wartości parametrów  $C/d^2$ ,  $b$  i  $m$ . Jak już wspomniano w punkcie 5.2, przepływ izotermiczny może wystąpić jedynie we względnie długich przewodach. Dlatego też przy tworzeniu nomogramu przyjęto  $2 \leq \lambda \cdot L/d \leq 50$ . Przy założonym zakresie wartości  $\lambda$  od 0,012 do 0,027 odpowiada to, w skrajnych warunkach, zakresowi wartości stosunku  $L/d$  od 74 do około 4167.



Rys 5.10. Wartości parametrów  $C/d^2$  —,  $b$  - - oraz  $m$  · · · w funkcji  $\lambda \cdot L/d$  dla przewodu rurowego wypływowego

Aproksymacja danych prezentowanych na rysunku 5.10 pozwoliła na określenie zależności wiążących  $C/d^2$  z  $\lambda \cdot L/d$ ,  $b$  z  $C/d^2$  i  $m$  z  $b$ :

$$\frac{C}{d^2} = \frac{0,00157}{\left(\lambda \cdot \frac{L}{d}\right)^{0,4106}} \quad (5.21)$$

$$b = 431,63 \cdot \frac{C}{d^2} + 0,00249 \quad (5.22)$$

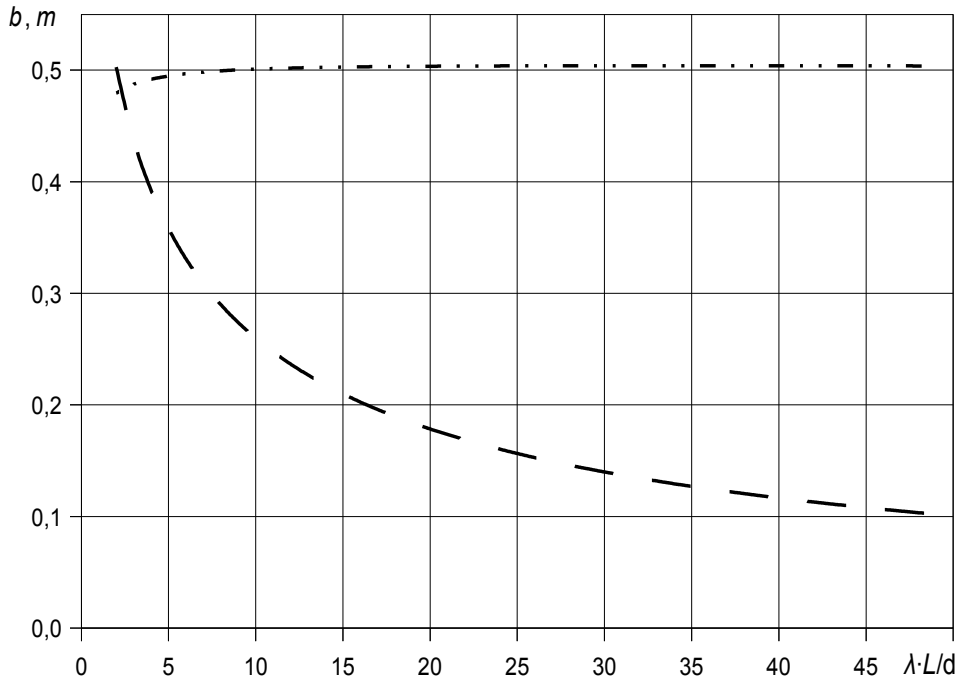
$$m = -0,48515 \cdot b^2 + 0,09606 \cdot b + 0,51733 \quad (5.23)$$

Zaproponowane powyżej wzory, pomimo nieskomplikowanej postaci, charakteryzują się zadowalającą dokładnością. Formuła (5.21), w porównaniu z metodą algorytmiczną, dla  $4 \leq \lambda \cdot L/d \leq 46$  daje względny błąd  $\delta_c < 2\%$ . Poza tym obszarem błąd ten rośnie, osiągając wartość  $\delta_c = 2,4\%$  dla  $\lambda \cdot L/d = 50$  oraz  $\delta_c = 8,3\%$  dla  $\lambda \cdot L/d = 2$ . Wzór (5.22) w całym analizowanym zakresie daje względny błąd  $\delta_b < 0,43\%$ , a zależność (5.23) daje błąd  $\delta_m < 0,2\%$ .

Jednoczesne wyznaczenie wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$  i wartości indeksu ekspansji  $m$  (wariant II) umożliwia algorytm o proponowanym przebiegu:

- dla znanej wartości  $M_{1max}$  oraz  $v$  równego: 0,9, 0,8, 0,6 bądź 0,4 obliczyć cztery wartości  $M_{1i}$  ze wzoru (4.28);
- dla każdej wartości  $M_{1i}$  i znanych wartości  $\lambda$ ,  $L$  ( $L - L_K$  dla elementu przepływowego) oraz  $d$  obliczyć odpowiadającą jej wartość  $M_{2i}$ , korzystając z (5.1) i (5.3);
- dla każdej pary wartości:  $M_{1i}$  i  $M_{2i}$  obliczyć wartość  $\eta_i$  z (5.19);
- obliczyć średnie wartości  $b$  i  $m$ , minimalizując funkcję błędów o postaci (5.13).

Przestawiony algorytm umożliwił stworzenie nomogramu (rys. 5.11) ułatwiającego przeliczenie wartości wyrażenia  $\lambda \cdot L/d$  na odpowiadający mu zestaw wartości parametrów  $b$  i  $m$  (zakres wartości wyrażenia  $\lambda \cdot L/d$  jak w wariantie I).



Rys. 5.11. Wartości parametrów  $b$  — — oraz  $m$  · · · · w funkcji  $\lambda \cdot L/d$  dla przewodu rurowego wypływowego

W tym wariancie proponowane zależności aproksymacyjne:  $b$  od  $C/d^2$  oraz  $m$  od  $b$  mają postać:

$$b = 515,66 \cdot \frac{C}{d^2} - 0,06 \quad (5.24)$$

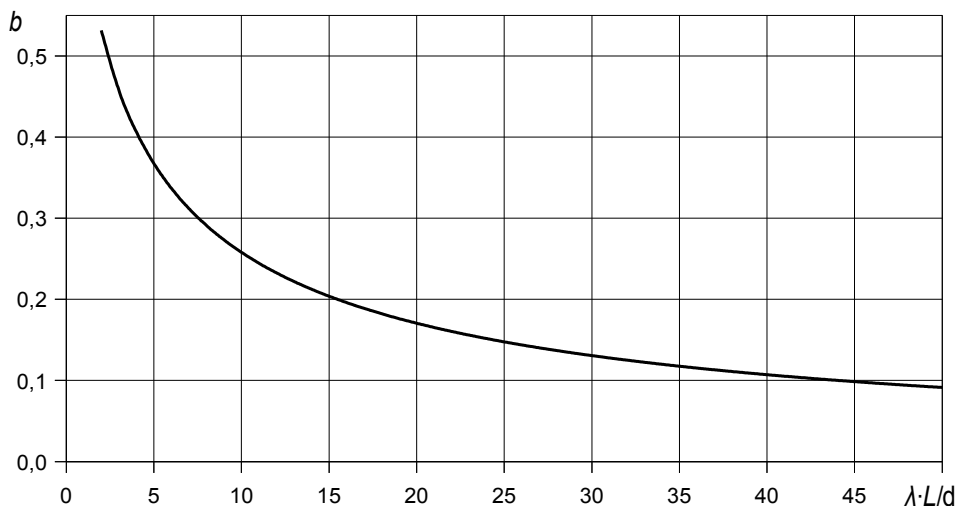
$$m = -0,17546 \cdot b^2 + 0,04553 \cdot b + 0,50095 \quad (5.25)$$

Wzór (5.24), dla  $43 \leq \lambda \cdot L/d$  daje względny błąd wyznaczenia wartości  $b$   $\delta_b < 1,0\%$ . Dalszy wzrost wartości  $\lambda \cdot L/d$  skutkuje wzrostem wartości  $\delta_b$ , która dochodzi do  $\delta_b = 2\%$  przy  $\lambda \cdot L/d = 50$ . Wzór (5.25) daje minimalne błędy; maksymalna wartość błędu względnego  $\delta_m = 0,013\%$  występuje dla  $\lambda \cdot L/d = 8$ .

Do wyznaczenia wartości  $b$  wynikającej z metodyki pomiarowej opisanej w ISO 6358 (wariant III) proponuje się algorytm o postaci:

- przyjmując  $m = 0,5$ , dla  $v$  równego: 0,8, 0,6, 0,4 i 0,2 obliczyć cztery wartości  $M_{i1}$  i odpowiadające im wartości  $\eta_i$  jak w wariancie II;
- wyznaczyć średnią wartość  $b$  z czterech wartości  $b_i$  obliczonych ze wzoru (5.16).

Graficzną reprezentacją tego algorytmu, dla zakresu wartości wyrażenia  $\lambda \cdot L/d$  jak w wariancie I, jest poniższy nomogram (rys. 5.12).



Rys. 5.12. Wartość parametru  $b$  w funkcji  $\lambda \cdot L/d$  dla przewodu rurowego wypływowego

Uproszczona zależność  $b$  od  $C/d^2$  dla tego wariantu ma postać:

$$b = 558,7 \cdot \frac{C}{d^2} - 0,08568 \quad (5.26)$$

Wzór (5.26), dla  $2 \leq \lambda \cdot L/d \leq 42$ , daje względny błąd wyznaczenia wartości  $b$   $\delta_b < 2,8\%$ . Wzrost wartości  $\lambda \cdot L/d$  skutkuje wzrostem błędu aż do wartości  $\delta_b = 5,6\%$  przy  $\lambda \cdot L/d = 50$ .



### 5.4. Szacowanie wartości współczynnika strat liniowych

Wartość współczynnika strat liniowych  $\lambda$  dla płynów ściśliwych przepływających przez przewody pneumatyczne jest funkcją liczby Macha, liczby Reynoldsa i chropowatości względnej. Dla przepływów poddźwiękowych ( $M < 1$ ) i przewodów o długości ( $L > 50 \cdot d$ ) wpływ liczby Macha jest niezauważalny [7, 134]; dla krótszych przewodów i ( $M > 0,3$ ) czasami stosuje się poprawkę [21, 23]:

$$\lambda = \lambda_r \cdot \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2 \right)^{-0,47} \quad (5.27)$$

w której  $\lambda_r$  jest wartością referencyjną wyznaczoną dla płynu nieściśliwego.

Dla ustalonego przepływu izotermicznego, przy stałej średnicy wewnętrznej  $d$ , wartość  $\lambda$  nie zmienia się wzdłuż przewodu; dla przepływu adiabatycznego zmiana jest względnie mała i dopuszczalne jest jej zaniedbanie [102].

Pierwszym etapem procedury szacowania wartości współczynnika strat liniowych  $\lambda$  jest oszacowanie wartości liczby Reynoldsa  $Re$ . Na potrzeby niniejszej pracy wyprowadzono zależność wiążącą wartość  $Re$  z parametrami przewodu: jego średnicą wewnętrzną  $d$  i przewodnością dźwiękową  $C$ . Czyniąc to, przyjęto następujące założenia:

- szacowana jest wartość  $Re$  w przekroju wlotowym „1” przewodu o stałej średnicy  $d$ ;
- przepływ gazu jest przepływem w warunkach krytycznych;
- temperatura gazu na wlocie do elementu jest stała i równa temperaturze w warunkach ANR [120] – ( $T_1 \approx T_0 \approx T_N$ );
- przepływającym gazem jest powietrze o lepkości kinematycznej  $\nu = 1,55 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .

Przy powyższych założeniach, wykorzystując dwukrotnie równanie stanu gazu doskonałego (4.1), wzór (2.48) wyrażający strumień masy gazu płynącego przez przewód oraz definicję liczby Reynoldsa, można zapisać:

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} = \frac{4 \cdot \dot{m} \cdot d}{\pi \cdot d^2 \cdot \rho \cdot v} = \frac{4 \cdot p_N}{\pi \cdot v} \cdot \frac{C}{d^2} \cdot d \quad (5.28)$$

Po podstawieniu wartości stałych otrzymujemy wzór:

$$Re = 82,1445 \cdot 10^8 \cdot \frac{C}{d^2} \cdot d \quad (5.29)$$

Dla określonej wartości  $Re$  wartość  $\lambda$  można odczytać z wykresu Moodiego [12, 102, 146]. Dla rur hydraulicznie gładkich wartość tę można, na przykład, wyliczyć z powszechnie znanej zależności Karmana i Nikuradsego [12, 134]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -0,8 + 2 \cdot \log_{10} (Re \cdot \sqrt{\lambda}) \quad (5.30)$$

bądź ze wzoru Hana [7, 21]:

$$\lambda = 0,0032 + 0,221 \cdot Re^{-0,237} \quad (5.31)$$

ważnego dla  $Re \geq 10^5$  i często wykorzystywanego przy eksperymentalnej ocenie systemów pneumatycznych. Daje on, co sprawdzono, praktycznie te same wartości co wzór (5.30).

Dla rur chropowatych najbardziej znaną formułą jest wzór Colebrooka [14, 21]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log_{10} \left( \frac{k}{3,7 \cdot d} + \frac{2,51}{\text{Re} \cdot \sqrt{\lambda}} \right) \quad (5.32)$$

lecz wygodniej jest skorzystać, na przykład, ze wzoru Haalanda [7]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1,8 \cdot \log_{10} \left( \left[ \frac{k}{3,7 \cdot d} \right]^{1,11} + \frac{6,9}{\text{Re}} \right) \quad (5.33)$$

Wymienione wzory dają dobrą zgodność z wynikami eksperymentów dla w pełni rozwiniętego przepływu turbulentnego. Jednak blisko wlotu do przewodu przepływ nie jest w pełni rozwinięty i jego jednowymiarowa analiza prowadzi do błędnych wniosków. Aby przepływ stał się rozwiniętym przepływem laminarnym bądź rozwiniętym przepływem turbulentnym (w zależności od wartości liczby Reynoldsa), gaz musi pokonać pewien dystans zwany odcinkiem wlotowym. Na odcinku tym następują gwałtowne zmiany profilu prędkości, a średni współczynnik strat liniowych  $\lambda$  dla określonej wartości Re osiąga znacznie wyższe wartości (często ponad dwukrotnie) niż to by wynikało ze wzmiankowanych wzorów bądź wykresu Moodiego. Długość odcinka wlotowego dla przepływu turbulentnego można oszacować z powszechnie znanej, choć nie jedynej (patrz [110]), zależności [155]:

$$L \approx 4,4 \cdot d \cdot \sqrt[6]{\text{Re}} \quad (5.34)$$

Przykładowo, dla  $\text{Re} = 5 \cdot 10^5$  długość odcinka wlotowego wynosi  $L \approx 40 \cdot d$ . Kwestia odcinka wlotowego jest niezwykle istotna w przypadku krótkich przewodów pneumatycznych badanych na stanowiskach pomiarowych opisanych w normach: ISO 6358 i ISO 6953 (gdzie rura poprzedzająca badany przewód ma długość  $10 \cdot d$ ), gdyż utrudnia (obecnie wręcz uniemożliwia) prawidłowe oszacowanie średniej wartości współczynnika strat liniowych  $\lambda$ . Jednak w przypadku niektórych stanowisk pomiarowych, wpływ ten się nie uwidacznia (przykładowo w stanowisku opisanym w pracy [62]). Zauważono, że są to stanowiska, w których na dopływie gazu jako pierwszy element zamontowano dyszę zbieżną dobrze zaokrągloną. Obserwację tę potwierdzają wyniki badań opublikowane w [71]. Wynika z nich, że zastosowanie wspomnianej dyszy w sposób wyraźny skraca długość odcinka wlotowego w stosunku do długości wyliczonej ze wzoru (5.34).

Dla przewodów pneumatycznych w niniejszej pracy zaproponowano następujący algorytm szacowania wartości współczynnika strat liniowych  $\lambda$ :

- przyjmij  $\lambda = 0,015$ ;
- wyznacz wartość  $C/d^2$ , korzystając z algorytmu prezentowanego w punkcie 5.1 bądź w punkcie 5.3;
- oblicz wartość Re ze wzoru (5.29);
- wyznacz wartość  $\lambda$  z jednego ze wzorów: (5.30), (5.31), (5.32), (5.30) bądź innych dostępnych w literaturze [7, 12, 14, 21, 23, 134].

Chociaż łatwo zauważyć, że proponowany algorytm ma naturę iteracyjną, to w dalszych obliczeniach zdecydowano się stosować go w zaprezentowanej formie – z jednym krokiem iteracyjnym. Decyzję taką podjęto, obserwując zbieżność tego algorytmu – zmiany wartości współczynnika  $\lambda$  w kolejnych iteracjach były nieznaczne i, z praktycznego punktu widzenia, nieistotne.

Zależność (5.29) została wyprowadzona przy założeniu, że przepływ ma charakter krytyczny. Dla przepływu podkrytycznego wartość liczby Reynoldsa, a tym samym wartość współczynnika strat liniowych  $\lambda$ , zmieniają się. Korzystając z algorytmów zaproponowanych w punktach 5.1 i 5.3, ale nie z nomogramów i uproszczonych formuł, można w obliczeniach uwzględnić tę zmianę. Biorąc pod uwagę wzór (4.29), dla stosunku chwilowego strumienia masy do strumienia krytycznego  $v$ , można zapisać:

$$\text{Re}_v = v \cdot \text{Re} \quad (5.35)$$

gdzie wartość  $\text{Re}$  wyliczono z (5.29).

## 5.5. Porównanie wyników proponowanych algorytmów z wynikami dostępnymi w literaturze

W literaturze [7, 22, 25, 52, 60] można znaleźć wzory i wyniki pomiarów, które można porównać z wynikami algorytmów proponowanych w niniejszym rozdziale. Dla niektórych ze wspomnianych wzorów i pomiarów nie ma jasności, czy uzyskano je dla przewodów traktowanych jako elementy przepływowe, czy jako elementy wypływowe. W takiej sytuacji rozważono obie możliwości. Nie ma również pełnej informacji, co do ich dokładności. W pracy [60] podano, że z prawdopodobieństwem 0,95 wyznaczenia wartości przewodności dźwiękowej  $C$  nie przekracza  $\pm 4\%$ , a błąd wyznaczenia wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b \pm 11\%$ . W dodatku do normy [52] podano, że wartość przewodności dźwiękowej  $C$  wyznaczana zgodnie z tą normą na różnych stanowiskach i w różnych warunkach nie powinna różnić się o więcej jak  $\pm 15\%$ .

**Tabela 5.1**

Zestawienie wartości  $C/d^2$  [ $\text{s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$ ] i  $b$  [-]  
pomierzonych [60] oraz obliczonych według algorytmu podanego w punkcie 5.1  
dla przewodów traktowanych jako elementy wypływowe

Nr pomiaru	1	2	3	4	5
$d$ [mm]	22	16	13	6	16
$L$ [mm]	286	208	169	78	1163
$\lambda$ [-]	0,0140	0,0148	0,0154	0,0180	0,0160
$C/d^2$ z doświadczenia	0,002008	0,001914	0,001929	0,001972	0,001328
$C/d^2$ wg 5.1	0,002022	0,002003	0,001990	0,001938	0,001350
$b$ z doświadczenia	0,84	0,79	0,65	0,79	0,51
$b$ wg 5.1 I z (5.5)	0,6847	0,6780	0,6736	0,6560	0,4572
$b$ wg 5.1 III	0,8324	0,8261	0,8219	0,8046	0,5962
$b$ z aproksymacji	0,8212	0,8148	0,8105	0,7929	0,5603

W pracy [60] przedstawiono wyniki badań i obliczeń przewodności dźwiękowej  $C$  i krytycznego stosunku ciśnień  $b$  dla przewodów rurowych traktowanych jako elementy wypływowe (tab. 5.1) i elementy przepływowe (tab. 5.2). Jednak wspomniane wartości nie

były wyznaczane zgodnie z normą ISO 6358, lecz przy wykorzystaniu złożonego algorytmu zaproponowanego w [60]. Celem tego algorytmu było znalezienie punktu przecięcia odcinka prostoliniowego i ćwiartki elipsy reprezentujących funkcję ekspansji. Według autora pracy [60] jego wyniki powinny odpowiadać wynikom algorytmu opisanego w punkcie 5.1 wariant I. Jednak analiza wykorzystanego algorytmu ukazuje, że ma on tendencje do nieznacznego zaniżania wyznaczonej wartości przewodności dźwiękowej  $C$  i zawyżania wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$ . Bliższe algorytmowi przetwarzania danych pomiarowych z [60] wydaje się następujące podejście:

- wyznaczenie wartości funkcji ekspansji w punktach charakterystycznych, jak w algorytmie opisanym w punkcie 5.1 wariant III;
- wyznaczenie wartości  $b$  nie jako średniej, ale w efekcie aproksymacji położenia wyznaczonych punktów funkcji ekspansji ćwiartką elipsy – efektem są wartości „ $b$  z aproksymacji” w tabelach 5.1 i 5.2.

Tabela 5.2

Zestawienie wartości  $C/d^2$  [ $s \cdot m^2/kg$ ] i  $b$  [-]  
pomierzonych [60] oraz obliczonych według algorytmu podanego w punkcie 5.1  
dla przewodów traktowanych jako elementy przepływowo

Nr pomiaru	1	2	3	4	5
$d$ [mm]	22	16	13	6	16
$L$ [mm]	352	256	208	96	1208
$L_k$ [mm]	66	48	39	18	48
$\lambda$ [-]	0,0141	0,0149	0,0155	0,0182	0,0160
$C/d^2$ z doświadczenia	0,001983	0,001914	0,001905	0,001972	0,001328
$C/d^2$ wg 5.1	0,001952	0,001931	0,001918	0,001864	0,001335
$b$ z doświadczenia	0,86	0,82	0,80	0,79	0,53
$b$ wg 5.1 I z (5.12)	0,8066	0,8026	0,7999	0,7894	0,5585
$b$ wg 5.1 III	0,8460	0,8405	0,8368	0,8216	0,5807
$b$ z aproksymacji	0,8375	0,8319	0,8281	0,8130	0,5730

Ponieważ wszystkie badane przewody miały niedużą długość względną (stosunek  $L/d$ ), obliczenia przeprowadzono, zakładając, że przepływ przez nie jest adiabatyczny.

Porównanie wyników pomiarów opublikowanych w pracy [60] i wyników obliczeń wykorzystujących proponowane w punkcie 5.1 algorytmy dla przewodów traktowanych jako elementy wypływowo (tab. 5.1) bądź przepływowo (tab. 5.2) ukazuje dobrą zgodność wartości  $C/d^2$  (maksymalny błąd względny nie przekracza 5%). Zgodność wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$ , wyznaczana różnymi sposobami, wydaje się być gorsza. Jednak w rzeczywistości jedynie dla przewodów traktowanych jako elementy wypływowo wartość  $b$ , wyznaczona zgodnie z algorytmem zaproponowanym w punkcie 5.1 wariant I ze wzoru (5.5), różni się od wartości pomierzonej o więcej niż 11% (dokładność podana przez autora [60]).

W pracy [25] podano wzory empiryczne (2.114) i (2.115) umożliwiające obliczenie przewodności dźwiękowej  $C$  i krytycznego stosunku ciśnień  $b$  (w rozumieniu normy ISO 6358) dla przewodów rurowych o średnicy wewnętrznej od 3,9 do 5,7 mm i długości

od 0,25 do 50 m traktowanych jako elementy wypływowo. Cechą charakterystyczną tychże wzorów jest niezależność obliczanych wartości  $C/d^2$  i  $b$  od wartości średnicy wewnętrznej przewodu  $d$ .

Tabela 5.3

Zestawienie wartości  $C/d^2$  [ $s \cdot m^2/kg$ ] i  $b$  [-]  
obliczonych ze wzorów (2.114) i (2.115) oraz według algorytmów podanych w punktach 5.1 i 5.3  
dla przewodów traktowanych jako elementy przepływowe

$d$ [mm]	$L$ [m]	z (2.114) i (2.115)		według 5.1 III			według 5.3 III		
		$C/d^2$	$b$	$\lambda$	$C/d^2$	$b$	$\lambda$	$C/d^2$	$b$
3,9	0,25	0,001622	0,8544	0,0206	0,001284	0,5399	0,0209	0,001204	0,5947
5,7				0,0188	0,001455	0,6168	0,0191	0,001349	0,6711
3,9	1,0	0,000869	0,3470	0,0225	0,000786	0,2983	0,0227	0,000762	0,3402
5,7				0,0203	0,000939	0,3740	0,0205	0,000901	0,4222
3,9	10,0	0,000308	0,0777	0,0274	0,000263	0,0604	0,0275	0,000262	0,0709
5,7				0,0245	0,000332	0,0868	0,0245	0,000329	0,1016
3,9	20,0	0,000226	0,0495	0,0294	0,000183	0,0335	0,0294	0,000182	0,0395
5,7				0,0261	0,000232	0,0494	0,0262	0,000231	0,0581
3,9	50,0	0,000149	0,0273	0,0323	0,000111	0,0147	0,0323	0,000111	0,0174
5,7				0,0286	0,000142	0,0222	0,0287	0,000142	0,0262

W tabeli 5.3 zestawiono wartości  $C/d^2$  i  $b$  obliczone ze wzorów (2.114) i (2.115) oraz obliczone przy wykorzystaniu algorytmów zaproponowanych w punktach: 5.1 wariant III i 5.3 wariant III. Z zestawienia tego wynika, że wartości  $C/d^2$  i  $b$  wyliczone ze wzorów (2.114) i (2.115) najczęściej (dla długości przewodów równych 1, 10 i 20 m) plasują się pomiędzy wartościami uzyskanymi dla średnic 3,9 mm i 5,7 mm, a wyliczonymi z zastosowaniem proponowanych tutaj algorytmów. W przypadku przewodu o długości 50 m wartości  $C/d^2$  i  $b$  wyliczone ze wzorów (2.114) i (2.115) tylko nieznacznie przekraczają te wyliczone z zastosowaniem zaproponowanych algorytmów dla średnicy 5,7 mm. Jedynie w przypadku najkrótszego przewodu (o długości 0,25 m) porównywane wartości dość znacznie się różnią. Ponieważ to wartość  $C/d^2$  wyliczona ze wzoru (2.114) przekracza te wyliczone z wykorzystaniem obu algorytmów, więc różnicy tej nie można uzasadnić istnieniem odcinka wlotowego (punkt 5.4), a tym samym zaniżonym oszacowaniem wartości współczynnika strat liniowych  $\lambda$ . Wydaje się, że przyczyną różnic może być:

- niepoprawność proponowanych algorytmów dla krótkich przewodów – wcześniej prezentowane obliczenia – (tab. 5.1) i (tab. 5.2) – wydają się temu przeczyć;
- niedokładność pomiarów (krótkich przewodów), które posłużyły do stworzenia formuł (2.114) i (2.115);
- zbyt mało złożona postać funkcji aproksymującej wyniki pomiarów, dająca w efekcie duże błędy aproksymacji dla krótkich przewodów.

Przy okazji warto zauważyć (tab. 5.3), że wartości  $C/d^2$  wyliczone zgodnie z algorytmami zaproponowanymi w punkcie 5.1 (przepływ adiabatyczny) i w punkcie 5.2 (przepływ izotermiczny) wraz ze wzrostem długości przewodu zbliżają się do siebie.

Wzory empiryczne (2.112) i (2.113) po raz pierwszy opublikowane zostały w pracy [22] i są najstarszymi wzorami umożliwiającymi obliczenie przewodności dźwiękowej  $C$  i krytycznego stosunku ciśnień  $b$  (w rozumieniu normy ISO 6358) dla przewodów pneumatycznych. Mimo dość dużej popularności tych wzorów [5, 7, 30, 60, 124] brak jest informacji o ich dokładności i zakresie stosowalności.

Tabela 5.4

Zestawienie wartości  $C/d^2$  [ $s \cdot m^2/kg$ ] i  $b$  [-]  
obliczonych ze wzorów (2.112) i (2.113) oraz według algorytmów podanych w punktach 5.1 i 5.3  
dla przewodów traktowanych jako elementy wypływowe

$d$ [mm]	$L$ [m]	według (2.112) i (2.113)		według 5.1 III			według 5.3 III		
		$C/d^2$	$b$	$\lambda$	$C/d^2$	$b$	$\lambda$	$C/d^2$	$b$
6	0,1	0,001215	0,5758	0,0179	0,001795	0,7543	0,0183	0,001623	0,8006
	0,5	0,001019	0,4832	0,0192	0,001216	0,5086	0,0194	0,001147	0,5629
	1,0	0,000871	0,4128	0,0200	0,000960	0,3847	0,0202	0,000921	0,4337
	10,0	0,000360	0,1705	0,0241	0,000343	0,0910	0,0241	0,000340	0,1065
	20,0	0,000259	0,1230	0,0257	0,000240	0,0520	0,0258	0,00238	0,0611
13	0,1	0,001256	0,5955	0,0152	0,002058	0,8437	0,0155	0,001825	0,8793
	0,5	0,001161	0,5503	0,0159	0,001564	0,6631	0,0162	0,001439	0,7160
	1,0	0,001068	0,5060	0,0165	0,001303	0,5488	0,0167	0,001221	0,6039
	10,0	0,000549	0,2603	0,0193	0,000536	0,1764	0,0193	0,000526	0,2044
	20,0	0,000407	0,1931	0,0204	0,000384	0,1079	0,0205	0,000379	0,1261
16	0,1	0,001263	0,5985	0,0145	0,002116	0,8612	0,0148	0,001868	0,8940
	0,5	0,001186	0,5622	0,0152	0,001653	0,6996	0,0154	0,001511	0,7504
	1,0	0,001107	0,5249	0,0157	0,001397	0,5914	0,0159	0,001301	0,6463
	10,0	0,000609	0,2887	0,0182	0,000600	0,2068	0,0183	0,000587	0,2388
	20,0	0,000457	0,2167	0,0193	0,000433	0,1293	0,0193	0,000427	0,1507
22	0,1	0,001269	0,6018	0,0136	0,002195	0,8835	0,0140	0,001925	0,9125
	0,5	0,001216	0,5763	0,0142	0,001784	0,7499	0,0144	0,001615	0,7970
	1,0	0,001157	0,5485	0,0145	0,001539	0,6529	0,0148	0,001419	0,7063
	10,0	0,000705	0,3343	0,0167	0,000708	0,2594	0,0168	0,000689	0,2976
	20,0	0,000541	0,2566	0,0176	0,000518	0,1681	0,0177	0,000510	0,1951

Wyniki obliczeń wartości  $C/d^2$  i  $b$  prowadzonych z wykorzystaniem wzorów (2.112) i (2.113) oraz autorskich algorytmów opisanych w punkcie 5.1 wariant III i w punkcie 5.3

wariant III przedstawiono w tabeli 5.4 (dla przewodów jako elementów wypływowych) i w tabeli 5.5 (dla przewodów traktowanych jako elementy przepływowe).

Tabela 5.5

Zestawienie wartości  $C/d^2$  [ $s \cdot m^2/kg$ ] i  $b$  [-]  
obliczonych ze wzorów (2.112) i (2.113) oraz według algorytmów podanych w punktach 5.1 i 5.3  
dla przewodów traktowanych jako elementy przepływowe

$d$ [mm]	$L$ [m]	według (2.112) i (2.113)		według 5.1 III			według 5.3 III		
		$C/d^2$	$b$	$\lambda$	$C/d^2$	$b$	$\lambda$	$C/d^2$	$b$
6	0,1	0,001215	0,5758	0,0183	0,00160	0,7097	0,0186	0,001469	0,7563
	0,5	0,001019	0,4832	0,0194	0,001162	0,4994	0,0196	0,001099	0,5513
	1,0	0,000871	0,4128	0,0201	0,000934	0,3828	0,0203	0,000897	0,4299
	10,0	0,000360	0,1705	0,0241	0,000341	0,9227	0,0242	0,000338	0,1076
	20,0	0,000259	0,1230	0,0257	0,000239	0,5280	0,0258	0,000238	0,6188
13	0,1	0,001256	0,5955	0,0156	0,001779	0,7815	0,0159	0,001611	0,8221
	0,5	0,001161	0,5503	0,0161	0,001455	0,6395	0,0164	0,001350	0,6906
	1,0	0,001068	0,5060	0,0166	0,001243	0,5377	0,0168	0,001170	0,5906
	10,0	0,000549	0,2603	0,0193	0,000532	0,1779	0,0194	0,000522	0,2056
	20,0	0,000407	0,1931	0,0205	0,000382	0,1092	0,0205	0,000378	0,12721
16	0,1	0,001263	0,5985	0,0149	0,001816	0,7954	0,0152	0,001640	0,8346
	0,5	0,001186	0,5622	0,0154	0,001527	0,6713	0,0156	0,001409	0,7211
	1,0	0,001107	0,5249	0,0158	0,001325	0,5768	0,0160	0,001240	0,6297
	10,0	0,000609	0,2887	0,0182	0,000594	0,2082	0,0183	0,000582	0,2397
	20,0	0,000457	0,2167	0,0193	0,000431	0,1306	0,0193	0,000425	0,1519
22	0,1	0,001269	0,6018	0,0140	0,001866	0,8133	0,0143	0,000168	0,8504
	0,5	0,001216	0,5763	0,0144	0,001627	0,7146	0,0146	0,001491	0,7618
	1,0	0,001157	0,5485	0,0147	0,001445	0,6326	0,0149	0,001341	0,6843
	10,0	0,000705	0,3343	0,0167	0,000700	0,2604	0,0168	0,000681	0,2978
	20,0	0,000541	0,2566	0,0176	0,000515	0,1695	0,0177	0,000506	0,1961

Już z pobieżnej analizy obu tabel wynika, że wzory (2.112) i (2.113) zostały opracowane najprawdopodobniej dla przewodów traktowanych jako elementy przepływowe (tab. 5.5). Porównanie wyników uzyskanych oboma sposobami ukazuje, że dla przewodów o średniej i dużej długości względnej (stosunek  $L/d$ ) występuje zadowalająca zgodność wartości  $C/d^2$ ; zgodność wartości  $b$  jest nieco gorsza. Ponownie da się zaobserwować, że wartości  $C/d^2$  wyliczone dla przepływu adiabatycznego i przepływu izotermicznego zbliżają się do siebie wraz ze wzrostem długości przewodu.

Dla przewodów o małej długości względnej zgodność wartości  $C/d^2$  jest niezadowalająca, a proponowane algorytmy zawsze zawyżają wyliczoną wartość  $C/d^2$ . Jednak w tym wypadku, w przeciwieństwie do danych prezentowanych w tabeli 5.3, różnice te wynikają z istnienia odcinka wstępnego i tym samym błędnego (zaniżonego) oszacowania wartości współczynnika strat liniowych  $\lambda$ . W przypadku adiabaticznego przepływu przez przewód traktowany jako element przepływowy największa różnica wartości  $C/d^2$  występuje dla przewodu o średnicy  $d = 22$  mm i długości  $L = 100$  mm. Przewód o tych wymiarach teoretycznie powinien mieć odcinek wlotowy o długości około 757 mm, czyli wielokrotnie przekraczającej długość samego badanego przewodu. Niewielki wzrost długości względnej przewodu nie rozwiązuje problemu, ale zmniejsza jego intensywność – przykładowo dla  $d = 22$  mm i  $L = 500$  mm długość odcinka wlotowego wynosiłaby około 746 mm ( $\approx 1,5L$ ), a dla  $d = 6$  mm i  $L = 100$  mm około 165 mm.

W dodatku do propozycji normy [52] przedstawiono (w postaci wykresów) pomierzone wartości przewodności dźwiękowej  $C$ , krytycznego stosunku ciśnień  $b$  oraz indeksu ekspansji  $m$  (w rozumieniu normy ISO 6953) dla przewodów rurowych o średnicach: 2,5, 4,0 i 6,5 mm oraz długościach 0,1, 1, 10 i 20 m.

Tabela 5.6

Zestawienie wartości  $C/d^2$  [ $s \cdot m^2/kg$ ],  $b$  [-] i  $m$  [-]  
pomierzonych [52] oraz obliczonych według algorytmów podanych w punktach 5.1 i 5.3  
dla przewodów traktowanych jako elementy wypływowe

$d$ [mm]		2,5				4,0				6,5			
$L$ [m]		0,1	1,0	10,0	20,0	0,1	1,0	10,0	20,0	0,1	1,0	10,0	20,0
pomiar	$C/d^2 \cdot 10^3$	1,241	0,593	0,201	0,143	1,364	0,762	0,271	0,193	1,451	0,952	0,368	0,264
	$b$	0,596	0,285	0,096	0,068	0,655	0,366	0,130	0,093	0,696	0,457	0,177	0,127
	$m$	0,520	0,552	0,570	0,573	0,515	0,543	0,567	0,571	0,510	0,534	0,562	0,567
według 5.1 II	$\lambda \cdot 10^3$	22,1	25,5	31,5	33,8	19,7	22,3	27,2	29,2	17,6	19,6	23,5	25,1
	$C/d^2 \cdot 10^3$	1,423	0,627	0,199	0,137	1,631	0,796	0,267	0,185	1,826	0,994	0,360	0,252
	$b$	0,558	0,216	0,047	0,026	0,620	0,290	0,071	0,042	0,704	0,388	0,145	0,142
według 5.3 II	$\lambda \cdot 10^3$	22,4	25,7	31,5	33,8	15,8	22,5	27,3	29,2	17,0	19,8	23,6	25,1
	$C/d^2 \cdot 10^3$	1,325	0,613	0,198	0,137	1,565	0,771	0,266	0,185	1,663	0,951	0,356	0,250
	$b$	0,619	0,257	0,099	0,047	0,742	0,340	0,085	0,073	0,771	0,443	0,153	0,106
	$m$	0,464	0,502	0,534	0,513	0,467	0,497	0,505	0,515	0,429	0,496	0,525	0,525

W tabelach 5.6 (dla przewodów jako elementów wypływowych) i 5.7 (jako elementów przepływowych) zestawiono wyniki pomiarów z [52] oraz wyniki obliczeń wartości z wykorzystaniem algorytmów opisanych w punkcie 5.1 wariant II i w punkcie 5.3 wariant II. Przeglądając wyniki w obu tabelach, można dojść do wniosku, że oryginalnie (w [52]) przewody traktowane były jako elementy przepływowe (tab. 5.7).



Tabela 5.7

Zestawienie wartości  $C/d^2$  [ $s \cdot m^2/kg$ ],  $b$  [-] i  $m$  [-]  
pomierzonych [52] oraz obliczonych według algorytmów podanych w punktach 5.1 i 5.3  
dla przewodów traktowanych jako elementy przepływowe

$d$ [mm]		2,5				4,0				6,5			
$L$ [m]		0,1	1,0	10,0	20,0	0,1	1,0	10,0	20,0	0,1	1,0	10,0	20,0
pomiar	$C/d^2 \cdot 10^3$	1,241	0,593	0,201	0,143	1,364	0,762	0,271	0,193	1,451	0,952	0,368	0,264
	$b$	0,596	0,285	0,096	0,068	0,655	0,366	0,130	0,093	0,696	0,457	0,177	0,127
	$m$	0,520	0,552	0,570	0,573	0,515	0,543	0,567	0,571	0,510	0,534	0,562	0,567
według 5.1 II	$\lambda \cdot 10^3$	22,4	25,6	31,5	33,8	20,0	22,4	27,2	29,2	18,0	19,7	23,5	25,1
	$C/d^2 \cdot 10^3$	1,321	0,618	0,199	0,137	1,481	0,780	0,267	0,185	1,623	0,965	0,358	0,251
	$b$	0,551	0,224	0,073	0,059	0,610	0,306	0,096	0,057	0,671	0,379	0,147	0,184
	$m$	0,477	0,502	0,521	0,523	0,460	0,506	0,520	0,513	0,450	0,490	0,532	0,567
według 5.3 II	$\lambda \cdot 10^3$	22,7	25,7	31,5	33,8	20,4	22,6	27,3	29,2	18,3	19,9	23,6	25,2
	$C/d^2 \cdot 10^3$	1,236	0,604	0,198	0,137	1,371	0,756	0,265	0,185	1,486	0,925	0,355	0,250
	$b$	0,610	0,260	0,094	0,062	0,677	0,347	0,089	0,058	0,739	0,468	0,154	0,102
	$m$	0,481	0,503	0,530	0,516	0,470	0,503	0,507	0,509	0,467	0,518	0,524	0,521

Tabela 5.8

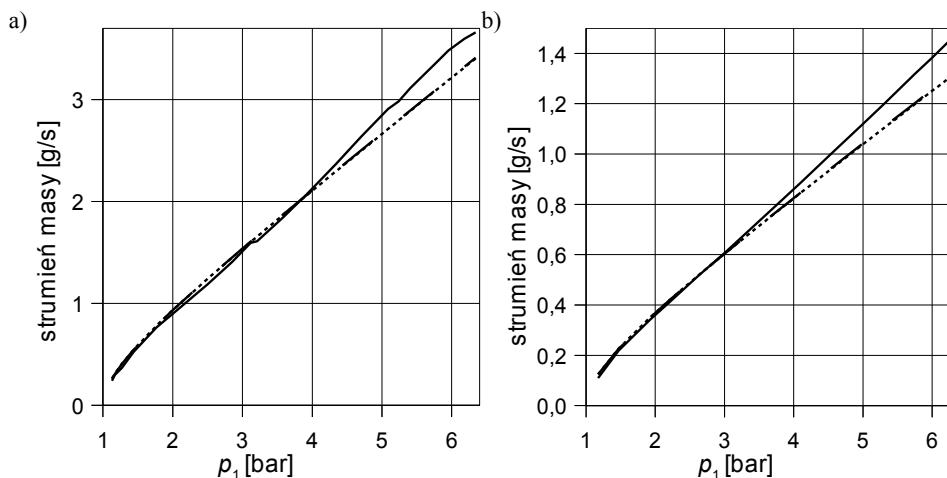
Zestawienie wartości  $b$  [-] i  $m$  [-]  
pomierzonych [52] oraz obliczonych według algorytmu podanego w punkcie 5.1  
z uwzględnieniem zmiany wartości liczby Reynoldsa  
dla przewodów traktowanych jako elementy przepływowe

$d$ [mm]		2,5				4,0				6,5			
$L$ [m]		0,1	1,0	10,0	20,0	0,1	1,0	10,0	20,0	0,1	1,0	10,0	20,0
WYZNACZONE Z POMIARÓW													
$b$		0,596	0,285	0,096	0,068	0,655	0,366	0,130	0,093	0,696	0,457	0,177	0,127
$m$		0,520	0,552	0,570	0,573	0,515	0,543	0,567	0,571	0,510	0,534	0,562	0,567
OBLICZONE WEDŁUG 5.1 II													
$b$		0,554	0,227	0,058	0,027	0,621	0,300	0,084	0,038	0,673	0,377	0,112	0,075
$m$		0,534	0,561	0,570	0,563	0,520	0,554	0,570	0,560	0,497	0,539	0,564	0,567

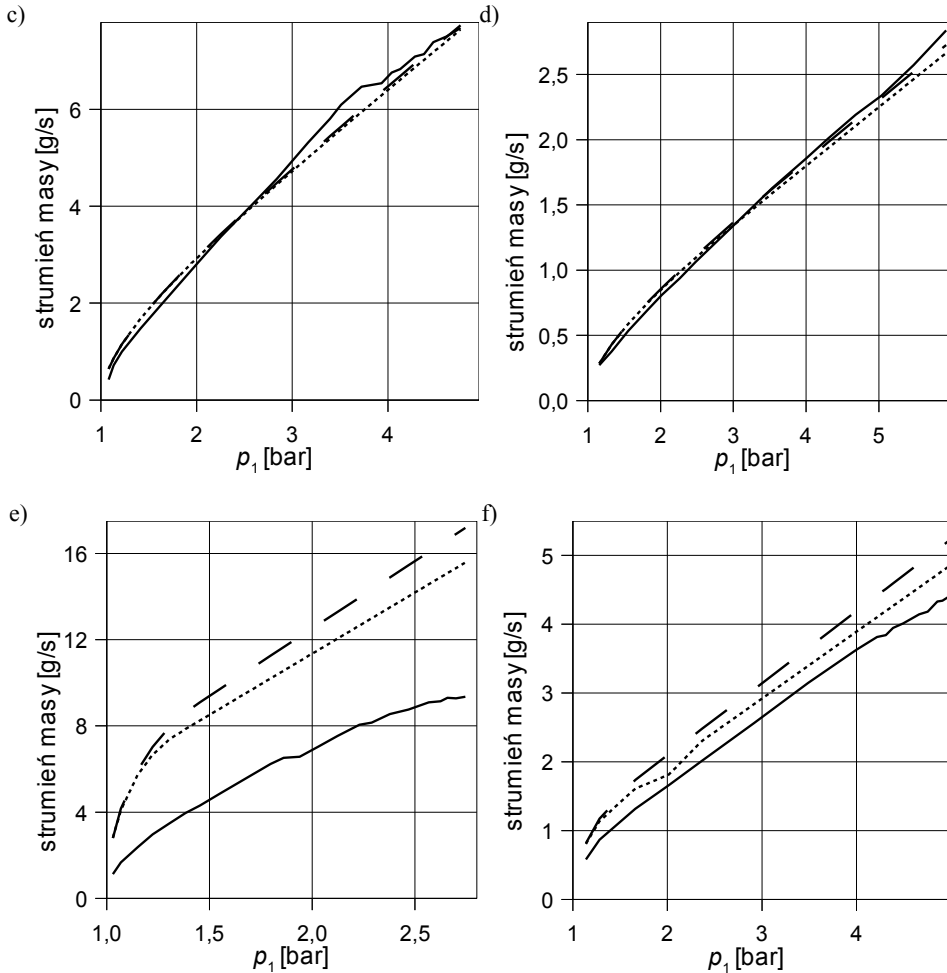
Analizując zestawienie wyników, można zauważyć dobrą zgodność wyników wartości  $C/d^2$  podanych w [52] i obliczonych z wykorzystaniem proponowanych algorytmów. Wyjątkiem są przewody o małej długości względnej, lecz tę rozbieżność, podobnie jak w przypadku wzorów (2.112) i (2.113), można uzasadnić występowaniem odcinka wlotowego i zaniżeniem szacowanej wartości współczynnika strat liniowych  $\lambda$ . Przykładowo, dla przewodu o średnicy  $d = 6,5$  mm i długości  $L = 100$  mm, traktowanego jako element przepływo-

wy, odcinek wlotowy ma długość około 187 mm, dla przewodu o  $d = 2,5$  mm i  $L = 100$  mm około 60 mm, a dla przewodu o  $d = 6,5$  mm i  $L = 1000$  mm około 174 mm. Zgodność wartości w przypadku krytycznego stosunku ciśnień  $b$  i indeksu ekspansji  $m$  jest mniej zadowalająca. Szczególnie w przypadku  $m$  można zaobserwować, że mimo właściwego trendu wartości wyliczone według algorytmów 5.1 wariant II i 5.3 wariant II są zawsze mniejsze od wartości pomierzonych [52]. Przyczyny tego należy upatrywać w założeniu o stałości wartości współczynnika strat liniowych  $\lambda$ . W rzeczywistości, wraz ze wzrostem wartości stosunku ciśnień  $\eta$  maleje wartość liczby Reynoldsa  $Re$  i rośnie wartość  $\lambda$ . Przekłada się to na „wyostrenie” przebiegu rzeczywistej funkcji ekspansji (ze wzrostem wartości  $\eta$  rośnie bezwzględna wartość pochodnej funkcji ekspansji względem  $\eta$ ). Bezpośrednim skutkiem tego jest wzrost wyznaczonej wartości indeksu ekspansji  $m$ . Problem ten można rozwiązać, wykorzystując zaproponowaną w punkcie 5.4 formułę (5.35). Umożliwia ona naliczenie zmodyfikowanej wartości  $Re$  (a następnie wartości  $\lambda$ ) dla charakterystycznych punktów funkcji ekspansji wykorzystywanych w proponowanych algorytmach obliczeniowych. W tabeli 5.8 zestawiono wartości  $b$  i  $m$  pomierzone [52] oraz obliczone według autorskiego algorytmu podanego w punkcie 5.1 wariant II, w którym uwzględniono zmianę wartości liczby  $Re$  i  $\lambda$ . Można zauważyć wyraźną poprawę zgodności wyników w porównaniu z zestawieniem przedstawionym w tabeli 5.7 (stała wartość  $\lambda$ ).

W pracy [7] przedstawiono pomierzone wartości strumienia masy powietrza w funkcji ciśnienia wlotowego  $p_1$  (eksperyment typu „wypływ do atmosfery”). Ani stanowisko pomiarowe, ani metodyka pomiarów nie odpowiadały normom definiującym przewodność dźwiękową  $C$ . Za to na wypływie z przewodu podłączona była rura pomiaru temperatury o parametrach nie podanych w [7]. Oryginalnym celem pomiarów było porównanie ich wyników z obliczeniami strumienia masy wykorzystującymi modele opisane wzorami (2.112) i (2.113) oraz wzorem (2.23).



Rys. 5.13. Strumień masy powietrza w funkcji ciśnienia wlotowego pomierzony [7] —, obliczony według 5.1 - - i obliczony według 5.3 - - - - dla przewodu o średnicy i długości: a) 5,7 mm, 50 m, b) 2,5 mm, 5 m



Rys. 5.13 cd. Strumień masy powietrza w funkcji ciśnienia wlotowego pomierzony [7] —, obliczony według 5.1 - - i obliczony według 5.3 - - - - dla przewodu o średnicy i długości: c) 5,5 mm, 5 m, d) 2,5 mm, 1 m, e) 5,5 mm, 0,1 m, f) 2,5 mm, 0,1 m

Dane pomiarowe zaczerpnięte z pracy [7] wykorzystano w podobnym celu jak oryginalnie. Porównano pomierzone wartości strumienia masy powietrza z wynikami obliczeń strumienia masy wykorzystującymi algorytmy proponowane w punktach 5.1 wariant II oraz 5.3 wariant II (rys. 5.13), traktując przewody jako elementy wypływowe i uwzględniając zmianę wartości liczby Reynoldsa – wzór (5.35). Na podstawie tychże samych wyników pomiarów, dla każdego z przewodów zidentyfikowano wartość wyrażenia  $C/d^2$ . Następnie tę samą wielkość obliczono, wykorzystując algorytm opisany w punkcie 5.1 wariant II (przepływ adiabatyczny) oraz wzór (2.112). Całość wyników zestawiono w tabeli 5.9.

Tabela 5.9

Zestawienie wartości  $C/d^2$  [ $s\cdot m^2/kg$ ] zidentyfikowanych na podstawie pomiarów opublikowanych w [7], obliczonych z wykorzystaniem algorytmu 5.1 wariant II i obliczonych ze wzoru (2.112) (rury traktowane jako elementy wypływowe)

SYMBOL jak na rys. 5.13	$d$ [mm]	$L$ [m]	$\lambda$ [-]	$C/d^2$ [ $s\cdot m^2/kg$ ]		
				eksperyment	według 5.1 II	według (2.112)
a	5,7	50,0	0,02865	0,00015	0,000142	0,000161
b	2,5	5,0	0,02942	0,00031	0,000285	0,000298
c	5,5	5,0	0,02323	0,00047	0,000459	0,000467
d	2,5	1,0	0,02551	0,00063	0,000627	0,000605
e	5,5	0,1	0,01829	0,00100	0,001762	0,001208
f	2,5	0,1	0,02207	0,00123	0,001427	0,001105

Analizując wykresy przedstawione na rysunku 5.13 i wyniki zestawione w tabeli 5.9, można zaobserwować, że:

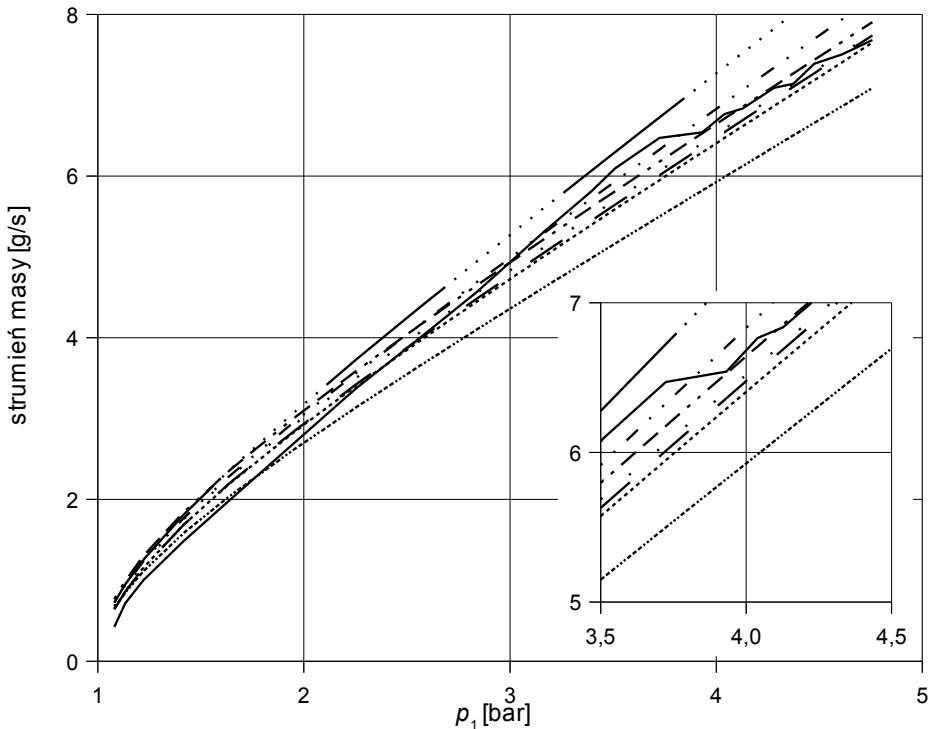
- dla dużych i średnich wartości  $L/d$  (rys. 5.13, wykresy „a” do „d”) dużą zgodność przebiegów wartości strumienia masy pomierzonych i wyliczonych – potwierdzają to zbliżone wartości zidentyfikowanego i obliczonego wyrażenia  $C/d^2$  (tab. 5.9);
- dla małych wartości  $L/d$  (szczególnie wykres „e”, ale również „f”) zgodność przebiegów wartości strumienia masy pomierzonych i wyliczonych wydaje się niezadowalająca. Przyczyny tego są dwojakie – pierwsza to, omawiany już, problem odcinka wlotowego; druga wynika z faktu, że dla przewodów o tak małej oporności wpływ oporności dołączonej rury pomiaru temperatury jest tak duży, iż może wykorzystanie wyników pomiarów do celów porównawczych czynić bezzasadnym (wspomina o tym również autor pracy [7]);
- wraz ze wzrostem wartości  $L/d$  obserwowana jest coraz lepsza zgodność przebiegów wartości strumienia masy wyliczonych dla przepływu adiabatycznego i izotermicznego (wykresach „a” i „b” ich przebiegi praktycznie się pokrywają).

## 5.6. Podsumowanie

Podsumowując analizę zastosowania modelu strumienia masy opisanego w normie ISO 6953 do modelowania przepływu przez pneumatyczne przewody rurowe oraz proponowanych w niniejszym rozdziale sposobów wyznaczania wartości parametrów tego modelu, można stwierdzić, że:

- przy obliczaniu wartości przewodności dźwiękowej  $C$  zastosowanie algorytmu opisanego w punkcie 5.1 (przepływ adiabatyczny) daje dobrą zgodność z wynikami eksperymentu w całym analizowanym zakresie wartości  $L/d$  pod warunkiem prawidłowego oszacowania wartości współczynnika strat liniowych  $\lambda$ , co dla przepływu turbulentnego przez względnie krótkie przewody (niska wartość stosunku  $L/d$ , długość przewodu po-

- równywalna z długością odcinka wlotowego) jest obecnie, ze względu na brak odpowiednich formuł obliczeniowych, trudne i wymaga dalszych badań;
- algorytm opisany w punkcie 5.3 (przepływ izotermiczny), w przypadku małych i średnich wartości  $L/d$ , daje gorszą zgodność obliczonej i pomierzonej wartości  $C$ ; dla dużych wartości  $L/d$  oba algorytmy (zaproponowany w 5.1 i w 5.3) dają praktycznie te same wartości  $C$ ;
  - korzystanie z algorytmów opisanych w punktach: 5.1 wariant II i 5.3 wariant II dla przyjętej stałej, niezależnej od zmieniających się warunków przepływu (wartości liczby Reynoldsa), wartości współczynnika strat liniowych  $\lambda$  skutkuje zawsze zaniżeniem wyznaczonej wartości indeksu ekspansji  $m$  oraz ma jednocześnie wpływ na wyznaczoną wartość krytycznego stosunku ciśnień  $b$  (która najczęściej też jest zaniżona); dobrą zgodność pomierzonych wartości  $b$  i  $m$  z wartościami wyliczonymi przy wykorzystaniu algorytmu z punktu 5.1 otrzymuje się, w całym analizowanym zakresie wartości  $L/d$ , dopiero po uwzględnieniu zmian wartości  $Re$  – wzór (5.35); w przypadku algorytmu z punktu 5.3, nawet dla długich przewodów, zgodność ta jest nieco gorsza;



Rys. 5.14. Strumień masy powietrza w funkcji ciśnienia wlotowego dla przewodu o średnicy 5,5 mm i długości 5 m pomierzony [7] — oraz obliczony z wykorzystaniem różnych modeli (opis w tekście)



## Rozdział 6

# UTOŻSAMIANIE CIŚNIEŃ STATYCZNYCH I CIŚNIEŃ SPIĘTRZENIA

W licznych publikacjach autorzy zaniedbują różnice pomiędzy ciśnieniem statycznym a ciśnieniem spiętrzenia, stosując je zamiennie [5, 20, 21, 44, 69, 83, 97, 98, 100, 108, 125, 129, 136, 138, 140, 159]; w mniej licznych zagadnienie to jest uwzględniane [27, 35, 40, 60, 88, 92]. Ilościowa analiza tego problemu ogranicza się do określenia różnicy wartości ciśnienia spiętrzenia i ciśnienia statycznego dla elementów typu dysza zbieżna w warunkach przepływu krytycznego [7, 10]. Innym podejściem jest podawanie wartości liczby Macha bądź średniej prędkości gazu, dla których może być on traktowany jako płyn nieściśliwy [21, 60, 66, 111, 128, 134, 141, 146].

W dostępnej literaturze praktycznie brak informacji o:

- powiązaniu wielkości określających opór rzeczywistych elementów pneumatycznych (np.  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ ) a różnicą w wartości obliczanego strumienia masy wynikającą z utożsamiania ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia;
- wpływie tegoż utożsamiania na obliczaną wartość strumienia masy przy zastosowaniu różnych modeli strumienia masy bądź strumienia objętości;
- wpływie tegoż utożsamiania na osiągi układu pneumatycznego (np. czas opróżniania zbiornika, czas ruchu siłownika);
- efektach jednoczesnej zamiany wartości ciśnień przed i za elementem pneumatycznym.

Celem rozważań prowadzonych w niniejszym rozdziale jest poszerzenie zakresu wiedzy dotyczącej tego zagadnienia. Różnica wartości ciśnienia spiętrzenia i wartości ciśnienia statycznego w danym punkcie strugi płynu ściśliwego jest funkcją liczby Macha. Wynika z tego, że intensywność wpływu utożsamiania obu tych ciśnień jest zależna od oporności elementu pneumatycznego. Jako wstęp do dalszych rozważań przeprowadzono: analizę kryteriów wykorzystywanych obecnie do oceny dopuszczalności utożsamiania ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia oraz analizę zakresu zmienności wartości parametrów (tutaj były to  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ ) określających oporność elementu pneumatycznego. Następnie, wykorzystując zależności wyprowadzone w rozdziale 4, wyznaczono błąd względny obliczanej wartości strumienia masy w funkcji stosunku ciśnień spiętrzenia dla różnych modeli strumienia masy bądź strumienia objętości. Rozważania zakończono, analizując wpływ utożsamiania wzmiankowanych ciśnień na czas opróżniania akumulatora pneumatycznego oraz na osiągi liniowego napędu pneumatycznego.

### 6.1. Analiza danych literaturowych

W literaturze [21, 60, 66, 111, 128, 134, 141, 146] podaje się, że ciśnienie spiętrzenia i ciśnienie statyczne mogą być utożsamiane jeżeli liczba Macha  $M_1 \leq 0,2$ , a nawet  $M_1 \leq 0,3$  bądź średnia prędkość gazu  $w_{sr} \leq 40$  m/s. Przyjmując, że przepływ ma miejsce w tempera-

turze  $T_N$  znormalizowanej atmosfery odniesienia ANR [50, 120], a czynnikiem jest powietrze, na podstawie (4.7) i (4.8), można stwierdzić, że  $w_{sr} \leq 40$  m/s odpowiada  $M_1 = 0,11652$ . Bialas [10] podał, że ciśnienia  $p_0$  i  $p_1$  nie różnią się więcej niż 3,5%, jeżeli średnica dyszy to 70% średnicy przewodu lub mniej, a Andersen (za [7]) – że nie więcej niż 1%, jeżeli stosunek średnicy przewodu do średnicy otworu dyszy jest większy od 2,212. Dla znanych wymiarów dysz można oszacować wartości liczby Macha  $M_1$ . Porównując (4.16) dla przekroju wlotowego i przekroju wylotowego dyszy uzyskuje się:

$$f_1 \cdot \frac{p_{01}}{\sqrt{T_{01}}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R}} \cdot M_1 \cdot \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_1^2\right)^{\frac{\kappa+1}{2-2 \cdot \kappa}} = f_2 \cdot \frac{p_{02}}{\sqrt{T_{02}}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R}} \cdot M_2 \cdot \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_2^2\right)^{\frac{\kappa+1}{2-2 \cdot \kappa}}$$

Dla izentropowego krytycznego przepływu przez dyszę  $p_{01} = p_{02}$ ,  $T_{01} = T_{02}$ ,  $M_1 = M_{1max}$  oraz  $M_2 = 1$ . Po podstawieniu i przekształceniu otrzymuje się:

$$\frac{d_2}{d_1} = \sqrt{\frac{M_{1max} \cdot \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_{1max}^2\right)^{\frac{\kappa+1}{2-2 \cdot \kappa}}}{\left(\frac{\kappa+1}{2}\right)^{\frac{\kappa+1}{2-2 \cdot \kappa}}}} \quad (6.1)$$

Podstawiając do (6.1) stosunek średnic podany przez Bialasa, otrzymuje się liczbę Macha o wartości  $M_{1max} = 0,29905$ , a przez Andersena –  $M_{1max} = 0,11929$ .

Względna różnica ciśnień  $p_0$  i  $p_1$  można zdefiniować jako:

$$\delta_{p_0} = \frac{p_0 - p_1}{p_0} \cdot 100\% \quad (6.2)$$

bądź jako:

$$\delta_{p_1} = \frac{p_0 - p_1}{p_1} \cdot 100\% \quad (6.3)$$

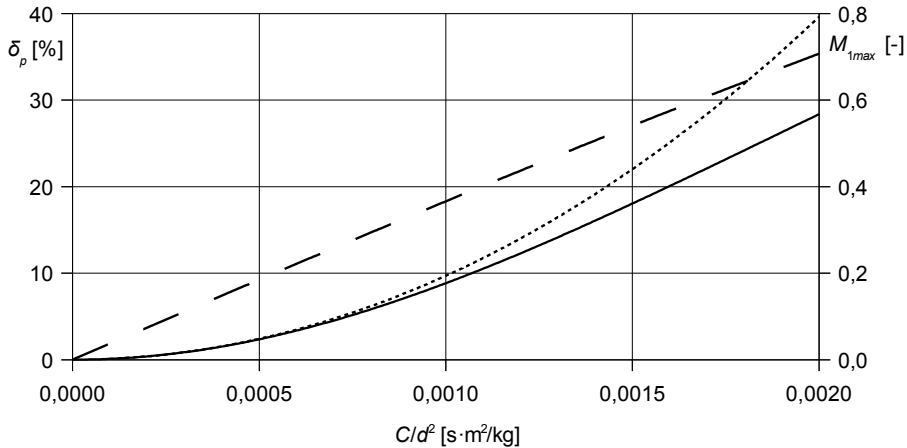
Rozróżnienie to będzie istotne w dalszej części niniejszego rozdziału – ilekroć będzie miało miejsce zastępowanie ciśnień spiętrzenia ciśnieniami statycznymi, wówczas punktem odniesienia będzie wartość  $\delta_{p_0}$ ; w przeciwnym przypadku będzie to wartość  $\delta_{p_1}$ . Obie wielkości można wyrazić jako funkcje liczby Macha  $M_1$ , podstawiając (4.15) do (6.2) i do (6.3):

$$\delta_{p_0} = \left[1 - \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_1^2\right)^{\frac{\kappa}{1-\kappa}}\right] \cdot 100\% \quad (6.4)$$

$$\delta_{p_1} = \left[\left(1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_1^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} - 1\right] \cdot 100\% \quad (6.5)$$

Zakładając, że liczba Macha  $M_1 = M_{1max}$  (przepływ krytyczny) można z (4.19) wyznaczyć odpowiadającą jej maksymalną wartość  $C/d^2$ . Na rysunku 6.1 przedstawiono przebieg maksymalnej wartości liczby Macha  $M_1$  oraz odpowiadające mu przebiegi wartości: względnej różnicy ciśnień  $\delta_{p_0}$  oraz względnej różnicy ciśnień  $\delta_{p_1}$  w zależności od wartości  $C/d^2$ .





Rys. 6.1. Maksymalna wartość liczby Macha  $M_1$  — — oraz odpowiadające jej wartości względnych różnic ciśnień  $\delta_{p_0}$  — i  $\delta_{p_1}$  - - - - jako funkcje  $C/d^2$

Natomiast w tabeli 6.1 zestawiono wartości względnych różnic ciśnień  $\delta_{p_0}$  i  $\delta_{p_1}$  oraz maksymalne wartości  $C/d^2$  dla charakterystycznych, wynikających z analizy danych literaturowych, wartości liczby Macha  $M_1$ .

**Tabela 6.1**

Względne różnice ciśnień  $\delta_{p_0}$  i  $\delta_{p_1}$  oraz maksymalna wartość  $C/d^2$   
dla charakterystycznych wartości liczby Macha  $M_1$

Nr	Liczba Macha $M_1$	Względna różnica ciśnień		Maksymalna wartość $C/d^2$ [s·m <sup>2</sup> /kg]
		$\delta_{p_0}$ [%]	$\delta_{p_1}$ [%]	
1	0,11652	0,94	0,95	0,00031458
2	0,11929	0,99	1,00	0,00032208
3	0,20000	2,75	2,83	0,00054138
4	0,29905	6,02	6,40	0,00081347
5	0,30000	6,05	6,44	0,00081610

- Analizując wyniki przedstawione w tabeli 6.1, poczyniono następujące spostrzeżenia:
- w aerodynamice (wiersz 3,  $M_1 = 0,2$ ) za dopuszczalną przyjmuje się względną różnicę ciśnień  $\delta_{p_0} \approx 2,75\%$ ;
  - w termodynamice (wiersz 1,  $M_1 \approx 0,12$ ) przyjmuje się o wiele bardziej rygorystyczne założenie, że względna różnica ciśnień  $\delta_{p_0} < 1\%$ ;
  - potwierdzają się informacje podane przez Andersona (wiersz 2,  $M_1 \approx 0,12$ ) –  $\delta_{p_0} \leq 1\%$ ;

- nie potwierdzają się informacje podane przez Bialasa (wiersz 4,  $M_1 \approx 0,3$ );  $\delta_{p_0} = 3,5\%$  odpowiada stosunek średnic  $d_2/d_1 = 0,6157$ , a nie  $d_2/d_1 = 0,7$ . Prawdopodobną przyczyną rozbieżności jest zbyt duża odległość między punktem pomiaru ciśnienia wlotowego, a przekrojem wlotowym dyszy.

## 6.2. Wartości parametrów z ISO 6953 dla elementów pneumatycznych

Zgodnie z normą ISO 6953 [49] właściwości przepływowe elementu pneumatycznego określone są przez przewodność dźwiękową  $C$ , krytyczny stosunek ciśnień  $b$ , indeks ekspansji  $m$  oraz czopujący stosunek ciśnień  $a$ . Sama norma daje ubogą informację o zakresie m dopuszczalnych zmian wartości tych współczynników. Wynika z niej jedynie, że wartości  $C$  i  $m$  muszą być większe od 0, wartości  $b$  i  $a$  muszą mieścić się w przedziale od 0 do 1 oraz że spełniony musi być warunek  $a > b$ .

W celu określenia maksymalnej hipotetycznej wartości wyrażenia  $C/d^2$  założono sytuację, że przepływ przez rury pomiaru ciśnień stanowiska opisanego w ISO 6358 oraz przez badany element pneumatyczny jest izentropowy. Odpowiada to granicznym, niemożliwym w praktyce do spełnienia warunkom, gdy:

- elementem badanym jest przewód pneumatyczny;
- przewód i rury pomiaru ciśnień charakteryzują się współczynnikiem strat liniowych  $\lambda = 0$ ;
- przepływ odbywa się bez wymiany ciepła.

Dla takiego przepływu w warunkach krytycznych w każdym przekroju liczba Macha  $M = 1$ . Podstawiając do (4.18)  $M_1 = 1$  oraz  $Y(\eta) = 1$ , otrzymuje się  $C/d^2 \approx 0,0029535 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$ . Jest to maksymalna wartość  $C/d^2$ , jaką miałby element pneumatyczny w założonych warunkach.

Prowadząc podobną analizę w [60], przy założeniu  $\lambda = 0,015$  i zerowych długościach badanych przewodów pneumatycznych, uzyskano wartości:  $C/d^2 = 0,001929 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$  dla elementów przepływowych oraz  $C/d^2 = 0,002404 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$  dla elementów wypływowych.

Bogată informację o parametrach współczesnych elementów pneumatycznych podano w [27]. Z podanych wykresów można odczytać wartości maksymalnej przewodności dźwiękowej  $C$  i odpowiadające im średnice rur pomiarowych  $d$ . Zawory proporcjonalne (gwinty  $G^{1/8}$  do  $G1$ ) osiągają maksymalną wartość  $C/d^2$  od  $0,000785$  do  $0,000987 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$ , a zawory rozdzielające (gwinty  $G^{1/8}$  do  $G1^{1/2}$ ) od  $0,000893$  do  $0,001249 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$ , chociaż dla małego rozdzielacza (gwint  $M5$ ) odczytano  $C/d^2 = 0,0017 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$ . W [5] podano przeciętne wartości przewodności dźwiękowej  $C$  i przypisane im rozmiary gwintów. Znajdujemy tam  $C/d^2 = 0,00097 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$  dla 1 m rury (gwint  $G1$ ),  $C/d^2 = 0,00064 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$  dla zaworu pneumatycznego (gwint  $G1$ ),  $C/d^2 = 0,00058 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$  dla kolanka  $90^\circ$  (gwint  $G^{1/4}$ ) oraz  $C/d^2 = 0,00099 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$  dla filtra (gwint  $G^{1/4}$ ). W tej samej pracy podano wartości  $C$  elementów instalacji zasilającej przyłączonych do rur o średnicach od 25 mm do 150 mm i długościach od 0,3 m do 60 m. Wyznaczone na tej podstawie maksymalne wartości  $C/d^2$  mieszczą się w przedziale od  $0,00124$  do  $0,00130 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$ . Powyższe informacje potwierdza również analiza katalogów producentów elementów pneumatycznych [75 – 77, 83].

Teoretycznie, wnioskując z jego definicji, krytyczny stosunek ciśnień  $b$  może przyjmować wartości z zakresu od 0 do 1. W literaturze można spotkać następujące wartości tego parametru:  $0,15 - 0,4$  dla zaworów proporcjonalnych [27, 55],  $0,12 - 0,5$  lub  $0,11 - 0,58$  lub  $0,24 - 0,56$  dla zaworów rozdzielających [27, 44, 55, 129],  $0,35 - 0,45$  dla

zaworów dławiących [27, 55], 0 – 0,5 lub 0,07 – 0,45 dla ogólnie rozumianych zaworów pneumatycznych [7, 100], 0 – 0,6 dla tłumików hałasu [27, 55], 0,9 dla dysz de Lavalą [156], 0,32 – 0,56 dla przewodów pneumatycznych [5] oraz 0,05 – 0,2 dla filtrów [5]. Wszystkie te wartości, za wyjątkiem  $b = 0,9$  dla dysz de Lavalą oraz wartości dla przewodów, znajdują swoje potwierdzenie w katalogach elementów pneumatycznych [75 – 77, 83].

Informacje na temat wartości indeksu ekspansji  $m$  i czopującego stosunku ciśnień  $a$  są skromniejsze. Obecnie nie można ich zweryfikować, analizując katalogi producentów, gdyż nie są one jeszcze w nich podawane. Spotykane w literaturze naukowej wartości indeksu ekspansji  $m$  to: 0,46 – 0,56 dla zaworów rozdzielających, 0,5 – 1,55 dla tłumików hałasu, 0,5 – 0,6 dla zaworów dławiących, 0,55 – 0,75 dla zaworów proporcjonalnych [27, 55] oraz 0,43 – 1,26 dla ogólnie rozumianych zaworów pneumatycznych [129]. W [27] można znaleźć wartości czopującego stosunku ciśnień  $a$  dla zaworów proporcjonalnych od 0,941 do 1,0; w [44] podano wartości dla rozdzielaczy pneumatycznych w zakresie 0,97 – 0,99. Mówiąc o wartościach  $a$ , należy pamiętać, że jest on mierzony tylko dla niektórych elementów pneumatycznych [55], na przykład dla elementów z wbudowanym zaworem zwrotnym. Co więcej, przyjęcie wartości  $a < 0,98$  praktycznie uniemożliwia wyznaczenie dla takich elementów wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  w rozumieniu normy EN 60534 [24].

Podsumowując, za występujące w praktyce zakresy zmienności wartości parametrów zdefiniowanych w ISO 6953, pamiętając o możliwości wystąpienia elementów o parametrach spoza tego zakresu, można uznać:

- 0,0001 do 0,00125 s·m<sup>2</sup>/kg dla stosunku przewodności dźwiękowej do kwadratu średnicy przewodu zasilającego  $C/d^2$ ;
- 0,0 do 0,6 dla krytycznego stosunku ciśnień  $b$ ;
- 0,4 do 1,25 dla indeksu ekspansji  $m$ ;
- 0,98 do 1,0 dla czopującego stosunku ciśnień  $a$ .

### 6.3. Błąd względny strumienia masy

Oceniając wpływ utożsamiania ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia na wartość strumienia masy bądź strumienia objętości obliczanych z wykorzystaniem różnych modeli przepływu przyjęto następujące warianty:

- dla modeli wykorzystujących ciśnienia spiętrzenia:
  - zastąpienie ciśnienia spiętrzenia  $p_0$  ciśnieniem statycznym  $p_1$ ;
  - zastąpienie ciśnienia spiętrzenia  $p_0$  ciśnieniem statycznym  $p_1$  przy jednoczesnym zastąpieniu ciśnienia spiętrzenia  $p_a$  ciśnieniem statycznym  $p_2$ ;
- dla modeli wykorzystujących ciśnienia statyczne:
  - zastąpienie ciśnienia statycznego  $p_1$  ciśnieniem spiętrzenia  $p_0$ ;
  - zastąpienie ciśnienia statycznego  $p_1$  ciśnieniem spiętrzenia  $p_0$  przy jednoczesnym zastąpieniu ciśnienia statycznego  $p_2$  ciśnieniem spiętrzenia  $p_a$ .

Świadomie pominięto dwa warianty, w których: dla modeli wykorzystujących ciśnienia spiętrzenia zastąpiono by ciśnienie spiętrzenia  $p_a$  ciśnieniem statycznym  $p_2$ , a dla modeli wykorzystujących ciśnienia statyczne zastąpiono by ciśnienie statyczne  $p_2$  ciśnieniem spiętrzenia  $p_a$ , gdyż w analizowanej literaturze (patrz punkt 6.1) nie spotkano się z takim utożsamianiem ciśnień w obliczeniach strumienia gazu.

Za miarę wpływu utożsamiania ciśnień przyjęto błąd względny zdefiniowany jako:

$$\delta_F = \left| \frac{\dot{m} - \tilde{m}}{\dot{m}} \right| \cdot 100 \% \quad (6.6)$$

gdzie  $\dot{m}$  to oryginalny strumień masy, a  $\tilde{m}$  to strumień masy po zastąpieniu ciśnień. We wzorze (6.6) wprowadzono wartość bezwzględną, gdyż w przypadku zastąpienia ciśnień statycznych ciśnieniami spiętrzenia  $\dot{m} - \tilde{m} < 0$ .

Podstawiając do wzoru (6.6) którąkolwiek z formuł wykorzystujących ciśnienia spiętrzenia, otrzymuje się:

$$\delta_F = \left| 1 - \frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{\varphi(\eta_F)}{\varphi(\varepsilon)} \right| \cdot 100 \% \quad (6.7)$$

gdzie  $\eta_F = p_d/p_1$  przy zastąpieniu jedynie ciśnienia  $p_0$  bądź  $\eta_F = p_2/p_1$  przy zastąpieniu obu. Dla  $\delta_F$  określonego wzorem (6.7) właściwą wielkością referencyjną (odniesienia) jest względna różnica ciśnień  $\delta_{p_0}$  określona wzorem (6.2). W pracy [60] podano błędną postać wzoru (6.7), pisząc  $p_1/p_2$  w miejsce  $p_1/p_0$ .

Po podstawieniu do (6.6) którejkolwiek z formuł wykorzystujących ciśnienia statyczne otrzymuje się:

$$\delta_F = \left| 1 - \frac{p_0}{p_1} \cdot \frac{Y(\varepsilon_F)}{Y(\eta)} \right| \cdot 100 \% \quad (6.8)$$

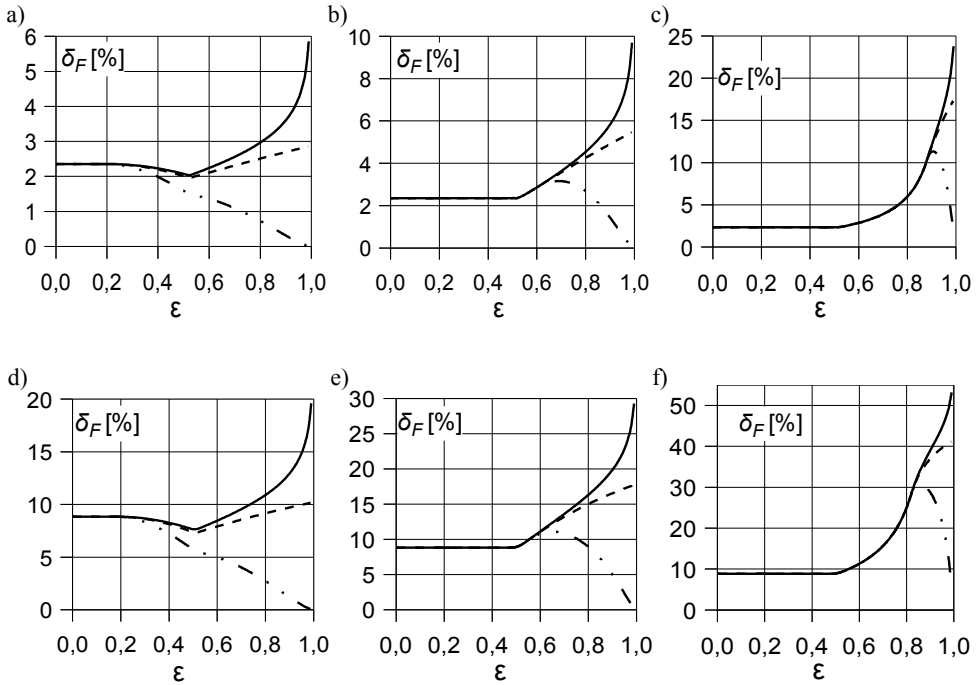
gdzie  $\varepsilon_F = p_2/p_0$  przy zastąpieniu jedynie ciśnienia  $p_1$  bądź  $\varepsilon_F = p_d/p_0$  przy zastąpieniu obu. Dla tak określonego błędu  $\delta_F$  właściwą wielkością referencyjną jest względna różnica ciśnień  $\delta_{p_1}$  określona wzorem (6.3).

Wykorzystując zależności podane bądź wyprowadzone w rozdziale 2 albo rozdziale 4, wyznaczono wartości błędów określonych wzorami (6.7) i (6.8) w funkcji stosunku ciśnień spiętrzenia  $\varepsilon = p_d/p_0$  dla pięciu modeli strumienia masy bądź strumienia objętości opisanych kolejno zależnościami: (2.5), (2.23), (2.36), (2.44) oraz (2.48) i (2.57). Badania wykonano dla 18 hipotetycznych elementów pneumatycznych, których właściwości przepływowe określono, podając wartości: stosunku przewodności dźwiękowej do kwadratu średnicy przewodu zasilającego  $C/d^2$ , krytycznego stosunku ciśnień  $b$ , indeksu ekspansji  $m$  i czopującego stosunku ciśnień  $a$  (tab. 6.2).

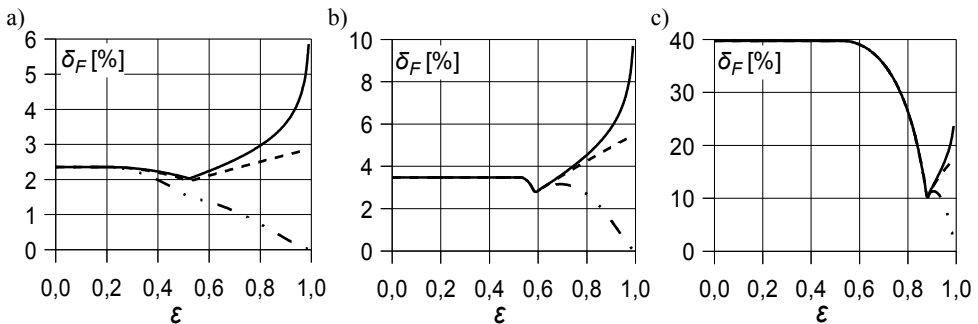
Tabela 6.2

Wartości parametrów dla wykresów na rysunkach 6.2 – 6.9

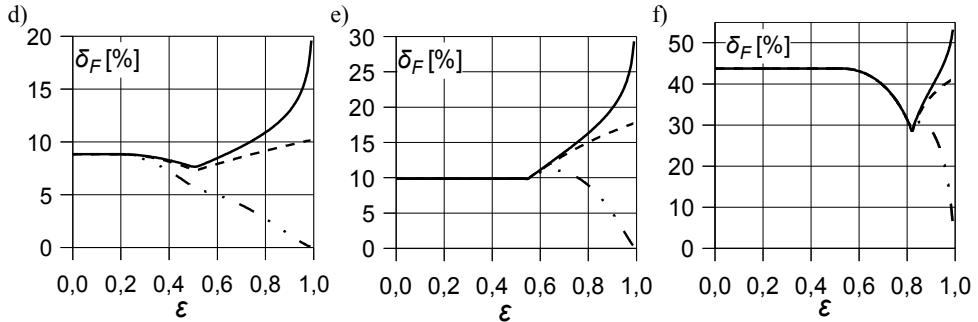
Symbol	$C/d^2$ [s·m <sup>2</sup> /kg]	$b$ [-]	$m$ [-]	$a$ [-]
a)	0,0005	0,2	0,40 ———	1,0
b)		0,6		
c)		0,9		
d)	0,0010	0,2	0,50 - -	
e)		0,6		
f)		0,9	1,25 · · · ·	



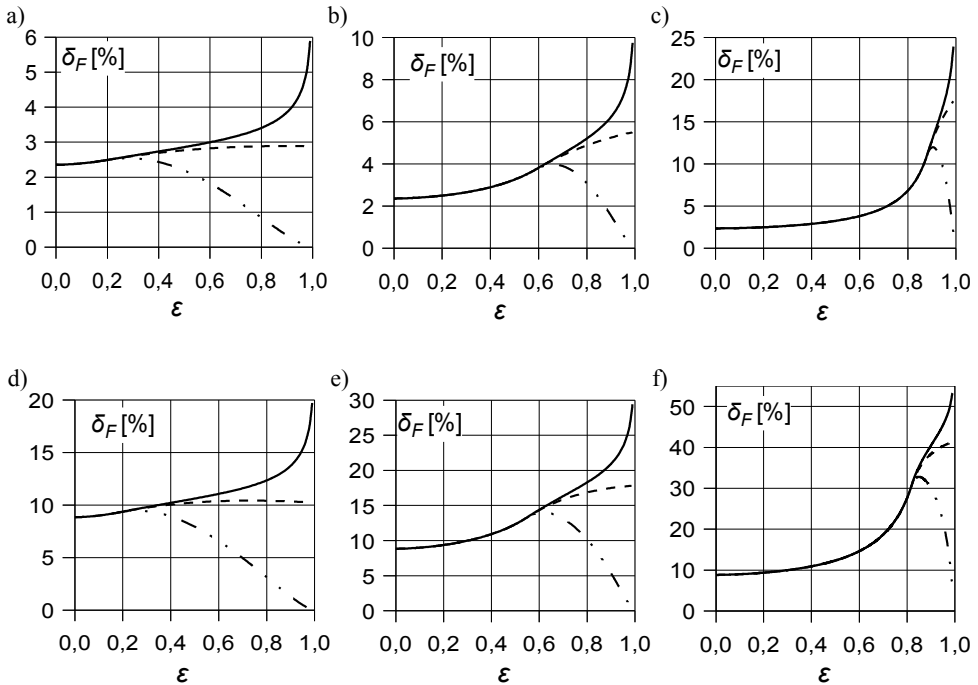
Rys. 6.2. Błąd względny strumienia masy jako funkcja stosunku ciśnień  $\varepsilon$  jako efekt zastąpienia ciśnienia  $p_0$  ciśnieniem  $p_1$  dla modelu St. Venanta-Wantzela (2.5) – parametry według tab. 6.2



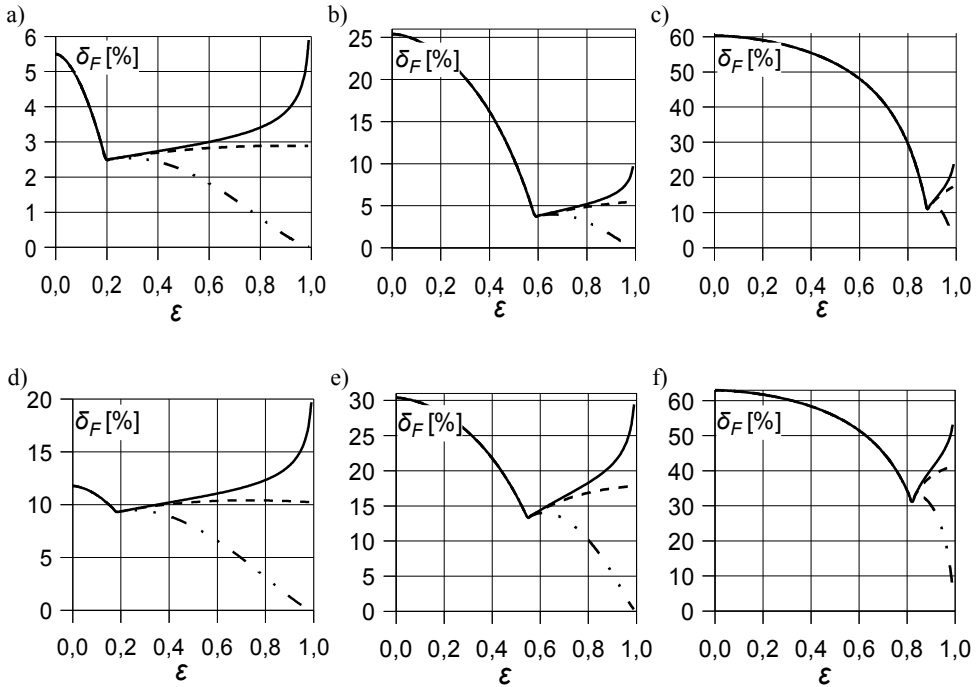
Rys. 6.3. Błąd względny strumienia masy jako funkcja stosunku ciśnień  $\varepsilon$  jako efekt zastąpienia ciśnienia  $p_0$  ciśnieniem  $p_1$  oraz ciśnienia  $p_a$  ciśnieniem  $p_2$  dla modelu St. Venanta-Wantzela (2.5) – parametry według tab. 6.2



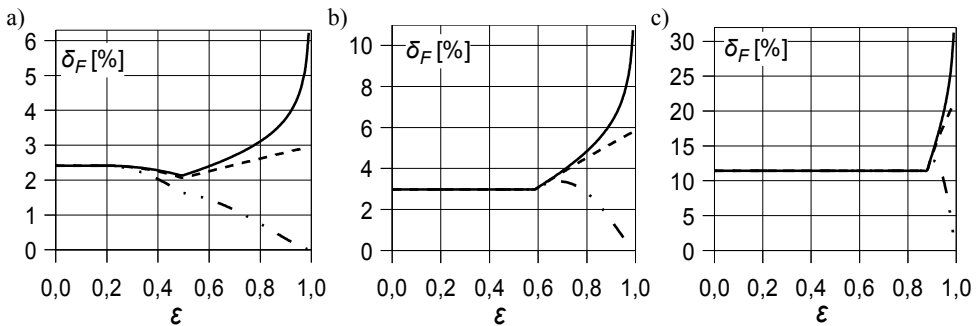
Rys. 6.3 cd. Błąd względny strumienia masy jako funkcja stosunku ciśnień  $\varepsilon$  jako efekt zastąpienia ciśnienia  $p_0$  ciśnieniem  $p_1$  oraz ciśnienia  $p_a$  ciśnieniem  $p_2$  dla modelu St. Venanta-Wantzela (2.5) – parametry według tab. 6.2



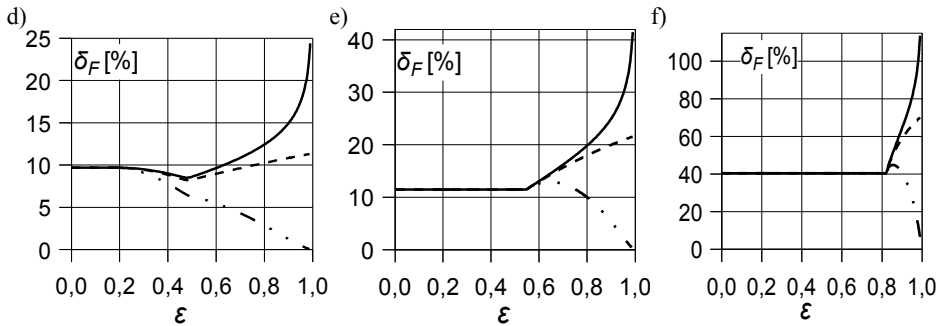
Rys. 6.4. Błąd względny strumienia masy jako funkcja stosunku ciśnień  $\varepsilon$  jako efekt zastąpienia ciśnienia  $p_0$  ciśnieniem  $p_1$  dla modelu adiabaticznego przepływu przez przewód (2.23) – parametry według tab. 6.2



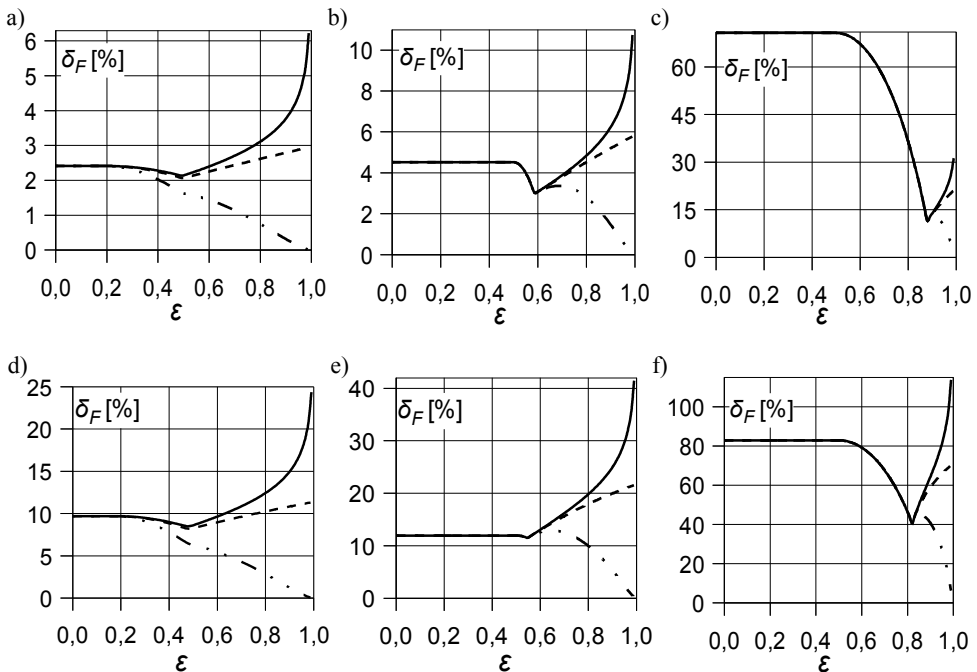
Rys. 6.5. Błąd względny strumienia masy jako funkcja stosunku ciśnień  $\varepsilon$  jako efekt zastąpienia ciśnienia  $p_0$  ciśnieniem  $p_1$  oraz ciśnienia  $p_a$  ciśnieniem  $p_2$  dla modelu adiabatycznego przepływu przez przewód (2.23) – parametry według tab. 6.2



Rys. 6.6. Błąd względny strumienia masy jako funkcja stosunku ciśnień  $\varepsilon$  jako efekt zastąpienia ciśnienia  $p_1$  ciśnieniem  $p_0$  dla modelu według PN-83/M-74201 (2.36) – parametry według tab. 6.2

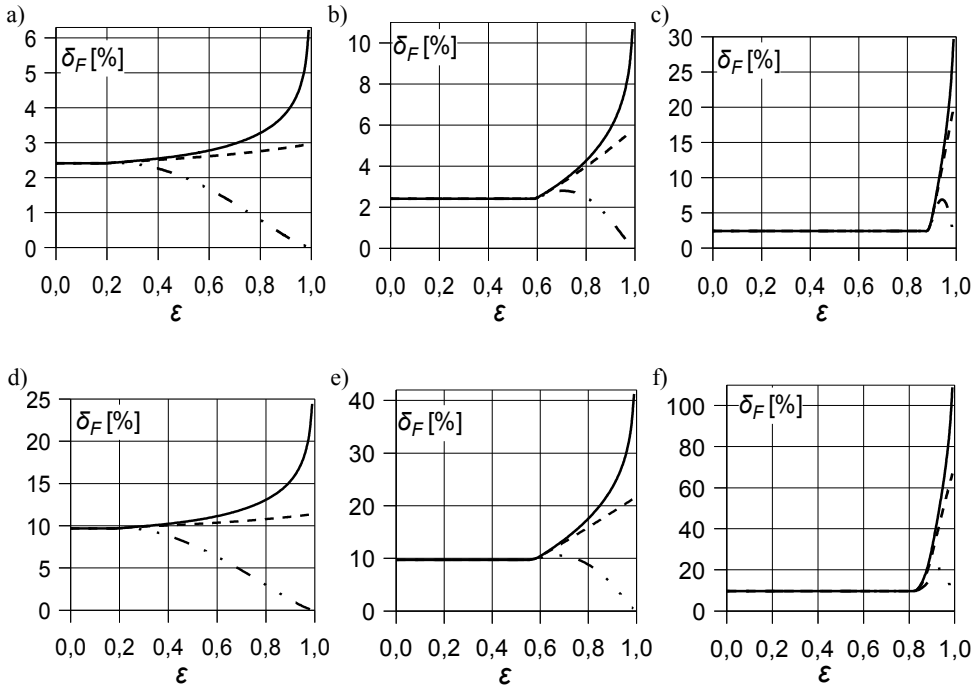


Rys. 6.6 cd. Błąd względny strumienia masy jako funkcja stosunku ciśnień  $\varepsilon$  jako efekt zastąpienia ciśnienia  $p_1$  ciśnieniem  $p_0$  dla modelu według PN-83/M-74201 (2.36) – parametry według tab. 6.2

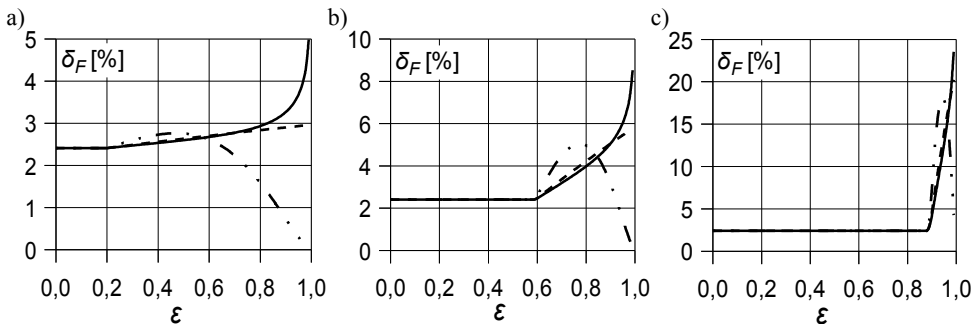


Rys. 6.7. Błąd względny strumienia masy jako funkcja stosunku ciśnień  $\varepsilon$  jako efekt zastąpienia ciśnienia  $p_1$  ciśnieniem  $p_0$  oraz ciśnienia  $p_2$  ciśnieniem  $p_a$  dla modelu według PN-83/M-74201 (2.36) – parametry według tab. 6.2

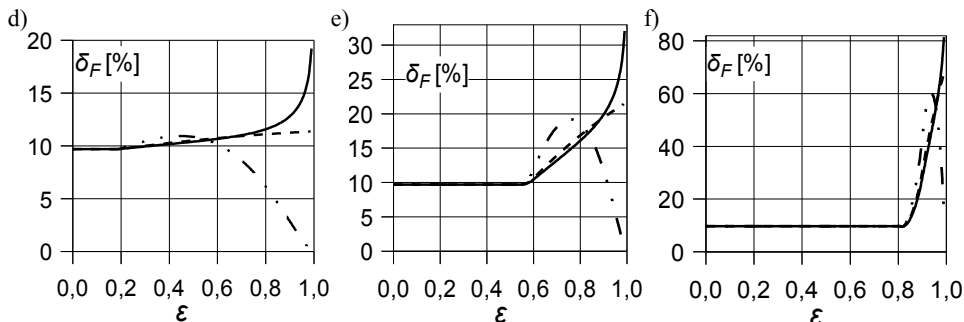




Rys. 6.8. Błąd względny strumienia masy jako funkcja stosunku ciśnień  $\varepsilon$  jako efekt zastąpienia ciśnienia  $p_1$  ciśnieniem  $p_0$  dla modelu według EN 60534 (2.44) – parametry według tab. 6.2



Rys. 6.9. Błąd względny strumienia masy jako funkcja stosunku ciśnień  $\varepsilon$  jako efekt zastąpienia ciśnienia  $p_1$  ciśnieniem  $p_0$  dla modelu według ISO 6953 (2.48) i (2.57) – parametry według tab. 6.2



Rys. 6.9 cd. Błąd względny strumienia masy jako funkcja stosunku ciśnień  $\varepsilon$  jako efekt zastąpienia ciśnienia  $p_1$  ciśnieniem  $p_0$  dla modelu według ISO 6953 (2.48) i (2.57) – parametry według tab. 6.3

Analizując uzyskane wyniki, wysnuto następujące wnioski:

- przebiegi wartości uzyskanych błędów w istotny sposób zależą od struktury (postaci) analizowanego modelu strumienia masy bądź strumienia objętości;
- jeżeli wartość krytycznego stosunku ciśnień  $b$  odpowiada granicznemu stosunkowi ciśnień ( $\eta_K$  bądź  $\varepsilon_K$ ) analizowanego modelu, wówczas utożsamianie ciśnień  $p_2$  i  $p_a$  nie ma wpływu na wartość błędu względnego  $\delta_F$  – z taką sytuacją mamy do czynienia w przypadku modeli, dla których wyniki zaprezentowano na rysunkach 6.8 i 6.9; dla pozostałych modeli utożsamianie  $p_2$  i  $p_a$  ma wpływ na wartość  $\delta_F$  jedynie w zakresie przepływu krytycznego (dla  $\eta < b$ ) – można to zauważyć, porównując rysunki: 6.2 z 6.3, 6.4 z 6.5 oraz 6.6 z 6.7;
- jeżeli stosunek ciśnień  $\eta < b$  oraz  $\eta < \eta_K$  bądź  $\varepsilon < \varepsilon_K$ , to błąd  $\delta_F$  ma stałą wartość zależną jedynie od wartości  $C/d^2$  badanego elementu pneumatycznego; jeżeli utożsamiane są jedynie ciśnienia na wlocie do elementu, to jest ona równa wartości względnej różnicy ciśnień, zależnie od analizowanego modelu,  $\delta_{p_0}$  bądź  $\delta_{p_1}$ ;
- wzrost wartości  $C/d^2$  (czyli wzrost wartości  $C$  elementu bądź zmniejszenie średnicy przewodu zasilającego  $d$ ) zawsze powoduje wzrost błędu względnego  $\delta_F$ ;
- wzrost wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$  zawsze powoduje wzrost błędu  $\delta_F$ ;
- zmiana wartości indeksu ekspansji  $m$  wpływa na wartość błędu  $\delta_F$  jedynie w zakresie przepływu podkrytycznego (dokładniej, gdy  $\eta > b$  lub  $\eta > \eta_K$  bądź  $\varepsilon > \varepsilon_K$ ); ogólnie można stwierdzić, że wzrost wartości  $m$  skutkuje zmniejszeniem wartości błędu  $\delta_F$ , chociaż dla modelu według ISO 6953 istnieją zakresy stosunku ciśnień, dla którego tendencja jest odwrotna (rys. 6.9);
- w niesprzyjających okolicznościach (parametry elementu pneumatycznego, analizowany model przepływu, warunki przepływu) wartość błędu  $\delta_F$  może przekraczać 100% (jako przykład wyniki na rysunku 6.8).

W literaturze wartość liczby Macha  $M_1$  jest często podawana jako (dobra) miara błędu względnego  $\delta_F$ . Uzyskane wyniki dowodzą, że tak nie jest. Wskazuje na to możliwość występowania maksymalnej wartości błędu  $\delta_F$  w zakresie przepływu podkrytycznego, czy wręcz wzrostu wartości tego błędu wraz ze spadkiem wartości  $M_1$  (rysunki 6.2, 6.6 i 6.9).

## 6.4. Wpływ utożsamiania ciśnień na czas opróżniania akumulatora pneumatycznego

Wpływ utożsamiania ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia na czas opróżniania akumulatora pneumatycznego można ocenić jedynie, wykonując eksperymenty symulacyjne. Przygotowując eksperymenty numeryczne założono, że:

- obiektem symulacji będzie proces adiabatycznego opróżniania zbiornika o objętości  $V$  od ciśnienia początkowego  $p_p$  do ciśnienia końcowego równego  $0,333 \cdot p_p$  – model matematyczny takiego procesu tworzą równania (2.85) i (2.87);
- wielkość strumienia masy  $\dot{m}$  wyznaczana będzie przy wykorzystaniu modelu opisanego w normie ISO 6953 (jako obecnie obowiązującego i obejmującego, również obowiązujący, model według ISO 6358);
- zbiornik jest wypełniony powietrzem.

Pojedynczy eksperyment składał się z dwóch etapów:

- symulacji procesu opróżniania zbiornika z prawidłowo naliczanym strumieniem masy wpływającego powietrza;
- takiej samej symulacji, lecz ze strumieniem masy wyznaczanym ze wzorów (2.48) i (2.57) – model z ISO 6953 – gdzie w miejsce ciśnień statycznych podstawiano ciśnienia spiętrzenia.

Eksperymenty wykonano dla dwóch zbiorników o objętości  $V$  równej 5 bądź 10 dm<sup>3</sup>, dwóch wartości ciśnienia początkowego  $p_p$  równych  $6 \cdot 10^5$  bądź  $12 \cdot 10^5$  Pa oraz czterem opornikom pneumatycznym o  $C/d^2$  równym 0,0005 bądź 0,001 s·m<sup>2</sup>/kg,  $b$  równym 0,05, bądź 0,3, bądź 0,6 oraz  $m$  równym 0,4 bądź 0,5, bądź 1,25. Dla oporników o wartości  $b = 0,6$  wartości  $m$  są nieistotne – dla przyjętych warunków eksperymentu (ciśnienie końcowe w zbiorniku równe  $0,333 \cdot p_p$ ) cały proces opróżniania zbiornika będzie przebiegał w zakresie przepływu krytycznego.

Przyjęto, że jedynym kryterium oceny będzie błąd względny czasu trwania procesu (opróżniania zbiornika) zdefiniowany jako:

$$\delta_t = \frac{t_y - t_x}{t_x} \cdot 100\% \quad (6.9)$$

gdzie  $t_y$  to czas trwania procesu z prawidłowo naliczanym strumieniem, a  $t_x$  to symulowany czas trwania procesu po zastąpieniu ciśnień statycznych ciśnieniami spiętrzenia. Zaproponowana definicja błędu  $\delta_t$  daje możliwość bezpośredniego porównywania jego wartości z wartościami względnej różnicy ciśnień  $\delta_p$ , oraz wartościami błędu względnego wyznaczonej wartości strumienia masy  $\delta_F$  określonego wzorem (6.8). Przyjęto, że w prowadzonej analizie wielkościami referencyjnymi (odniesienia) będą maksymalne wartości  $\delta_p$ , możliwe do uzyskania przy przepływie przez dany opornik pneumatyczny, to znaczy wartości  $\delta_p$ , wyznaczone ze wzoru (6.5) dla liczby Macha  $M_1 = M_{1max}$ . Wyznaczając wartości  $M_{1max}$  z (4.21), uzyskano wartości referencyjne:  $\delta_r = 2,41\%$  dla opornika o  $C/d^2 = 0,0005$  s·m<sup>2</sup>/kg oraz  $\delta_r = 9,70\%$  dla opornika o  $C/d^2 = 0,001$  s·m<sup>2</sup>/kg.

Uzyskane wyniki eksperymentów zestawiono w tabeli 6.3. Podane wartości  $\delta_t$  zostały wyznaczone z dokładnością  $\pm 0,01$  punktu procentowego. W poszczególnych eksperymentach stosunek ciśnień krytycznych  $\varepsilon$  zmieniał swą wartość od 0,167 do 0,500 (dla

$p_p = 6 \cdot 10^5$  Pa) bądź od 0,083 do 0,250 (dla  $p_p = 12 \cdot 10^5$  Pa). Celem ułatwienia analizy zaprezentowanych wyników eksperymentów, dla każdej pary wartości  $C/d^2$  i krytycznego stosunku ciśnień  $b$  wyliczono odpowiadającą im wartość krytycznego stosunku ciśnień spiętrzenia  $\varepsilon_K$  (tab. 6.4).

Tabela 6.3

Błąd względny wyznaczanego czasu trwania procesu opróżniania akumulatora pneumatycznego jako efekt zastąpienia ciśnień statycznych ciśnieniami spiętrzenia (opis w tekście)

$b$ [-]	0,60			0,30			0,05			
$m$ [-]	—	0,40	0,50	1,25	0,40	0,50	1,25	0,40	0,50	1,25
$\delta_t$ [%]	$C/d^2 = 0,001 \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg} \quad p_p = 12 \text{ bar} \quad V = 10 \text{ dm}^3$									
	9,70	9,70	9,70	9,70	9,73	9,74	9,81	9,70	9,70	9,70
	$C/d^2 = 0,001 \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg} \quad p_p = 12 \text{ bar} \quad V = 5 \text{ dm}^3$									
	9,70	9,70	9,70	9,70	9,73	9,74	9,81	9,70	9,70	9,70
	$C/d^2 = 0,001 \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg} \quad p_p = 6 \text{ bar} \quad V = 10 \text{ dm}^3$									
	9,70	9,93	9,99	10,37	9,78	9,79	9,66	9,70	9,70	9,70
	$C/d^2 = 0,001 \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg} \quad p_p = 6 \text{ bar} \quad V = 5 \text{ dm}^3$									
	9,70	9,93	9,99	10,36	9,78	9,78	9,65	9,70	9,70	9,70
	$C/d^2 = 0,0005 \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg} \quad p_p = 12 \text{ bar} \quad V = 10 \text{ dm}^3$									
	2,41	2,41	2,41	2,41	2,42	2,42	2,44	2,41	2,41	2,41
	$C/d^2 = 0,0005 \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg} \quad p_p = 12 \text{ bar} \quad V = 5 \text{ dm}^3$									
	2,41	2,41	2,41	2,41	2,42	2,42	2,45	2,41	2,41	2,41
	$C/d^2 = 0,0005 \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg} \quad p_p = 6 \text{ bar} \quad V = 10 \text{ dm}^3$									
	2,41	2,47	2,48	2,57	2,44	2,44	2,43	2,41	2,41	2,41
$C/d^2 = 0,0005 \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg} \quad p_p = 6 \text{ bar} \quad V = 5 \text{ dm}^3$										
2,41	2,46	2,48	2,57	2,44	2,44	2,42	2,41	2,41	2,41	

Tabela 6.4

Krytyczny stosunek ciśnień spiętrzenia  $\varepsilon_K$  jako funkcja wartości  $C/d^2$  i krytycznego stosunku ciśnień statycznych  $b$

$b$ [-]	0,60	0,30	0,05
$\varepsilon_K$ [-]	$C/d^2 = 0,001 \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg}$		
	0,5470	0,2735	0,0456
	$C/d^2 = 0,0005 \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg}$		
	0,5859	0,2929	0,0488

Analizując wyniki przedstawione w tabeli 6.3, stwierdzono, że:

- wybór akumulatora pneumatycznego (objętość zbiornika  $V$ ) nie ma praktycznie wpływu na uzyskane wartości  $\delta_i$ ;
- dla oporników pneumatycznych o krytycznym stosunku ciśnień  $b = 0,6$  błąd względny czasu trwania procesu zawsze równy był przyjętej wartości referencyjnej ( $\delta_i = \delta_r$ ) – wynika to z faktu, że cały eksperyment przebiegał w zakresie przepływu krytycznego;
- identycznie jest (to znaczy  $\delta_i = \delta_r$ ) w przypadku oporników o  $b = 0,3$  i eksperymentów, w których ciśnienie początkowego  $p_p = 12 \cdot 10^5$  Pa – proces częściowo przebiegał w zakresie przepływu podkrytycznego, lecz na tyle krótko, że przy przyjętej dokładności obliczeń nie uwidoczniło się to w uzyskanych wartościach  $\delta_i$ ;
- największe wartości błędu  $\delta_i$  (w stosunku do błędu referencyjnego  $\delta_r$ ) stwierdzono dla elementów o  $b = 0,3$  i  $m = 1,25$  przy  $p_p = 6 \cdot 10^5$  Pa (wówczas  $\delta_i < 1,07 \cdot \delta_r$ );
- dwukrotny wzrost wartości wyrażenia  $C/d^2$  powoduje około czterokrotny wzrost wartości  $\delta_i$ ; analiza wyników dodatkowych eksperymentów wykonanych dla  $C/d^2 = 0,00075$  s·m<sup>2</sup>/kg ( $\delta_r = 5,43\%$ ) oraz  $C/d^2 = 0,00025$  s·m<sup>2</sup>/kg ( $\delta_r = 0,6021\%$ ) pozwoliła stwierdzić, że wartość  $\delta_r$  rośnie w kwadracie przy wzroście wartości  $C/d^2$ .

## 6.5. Wpływ utożsamiania ciśnień na osiągi siłownika pneumatycznego

Wpływ utożsamiania ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia na osiągi siłownika, podobnie jak na czas opróżniania akumulatora pneumatycznego (punkt 6.4), można ocenić jedynie wykonując eksperymenty symulacyjne. Przyjęto, że obiektem eksperymentu będzie tłokowy siłownik pneumatyczny dwustronnego działania. Korzystając z podejścia zaproponowanego przez E. W. Gerc [28, 30], model matematyczny tego napędu można przedstawić w postaci następującego układu równań:

- równania ciśnienia gazu w obu komorach siłownika

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{\kappa \cdot R}{V_1} \left[ \Theta \cdot T_z \cdot \dot{m}_{z,1} + (\Theta - 1) \cdot T_1 \cdot \dot{m}_{1,a} - \frac{p_1}{R} \cdot \frac{dV_1}{dt} - \frac{\kappa - 1}{\kappa \cdot R} \cdot \dot{E}_1 \right] \quad (6.10)$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{\kappa \cdot R}{V_2} \left[ (1 - \Theta) \cdot T_z \cdot \dot{m}_{z,2} - \Theta \cdot T_2 \cdot \dot{m}_{2,a} - \frac{p_2}{R} \cdot \frac{dV_2}{dt} - \frac{\kappa - 1}{\kappa \cdot R} \cdot \dot{E}_2 \right] \quad (6.11)$$

- równania temperatury gazu w obu komorach siłownika

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{T_1}{p_1 \cdot V_1} \left[ V_1 \cdot \frac{dp_1}{dt} + p_1 \cdot \frac{dV_1}{dt} - R \cdot T_1 \cdot (\Theta \cdot \dot{m}_{z,1} + (\Theta - 1) \cdot \dot{m}_{1,a}) \right] \quad (6.12)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{T_2}{p_2 \cdot V_2} \left[ V_2 \cdot \frac{dp_2}{dt} + p_2 \cdot \frac{dV_2}{dt} - R \cdot T_2 \cdot ((1 - \Theta) \cdot \dot{m}_{z,2} - \Theta \cdot \dot{m}_{2,a}) \right] \quad (6.13)$$

- równanie ruchu tłoka

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{F_P + F_O}{m_R} \quad (6.14)$$

— wskaźnik kierunku ruchu tłoka

$$\Theta = \begin{cases} 1 & \text{gdy napełniana komora o indeksie 1} \\ 0 & \text{gdy opróżniana komora o indeksie 1} \end{cases} \quad (6.15)$$

— chwilowe objętości komór siłownika i szybkości ich zmian

$$V_1 = \frac{\pi \cdot D_c^2}{4} \cdot (s_1 + y) \quad (6.16)$$

$$\frac{dV_1}{dt} = \frac{\pi \cdot D_c^2}{4} \cdot \frac{dy}{dt} \quad (6.17)$$

$$V_2 = \frac{\pi \cdot (D_c^2 - d_t^2)}{4} \cdot (s_2 + s_s - y) \quad (6.18)$$

$$\frac{dV_2}{dt} = - \frac{\pi \cdot (D_c^2 - d_t^2)}{4} \cdot \frac{dy}{dt} \quad (6.19)$$

— siła od ciśnień panujących w obu komorach

$$F_p = \frac{\pi}{4} \cdot \left[ D_c^2 \cdot (p_1 - p_2) + d_t^2 \cdot (p_2 - p_a) \right] \quad (6.20)$$

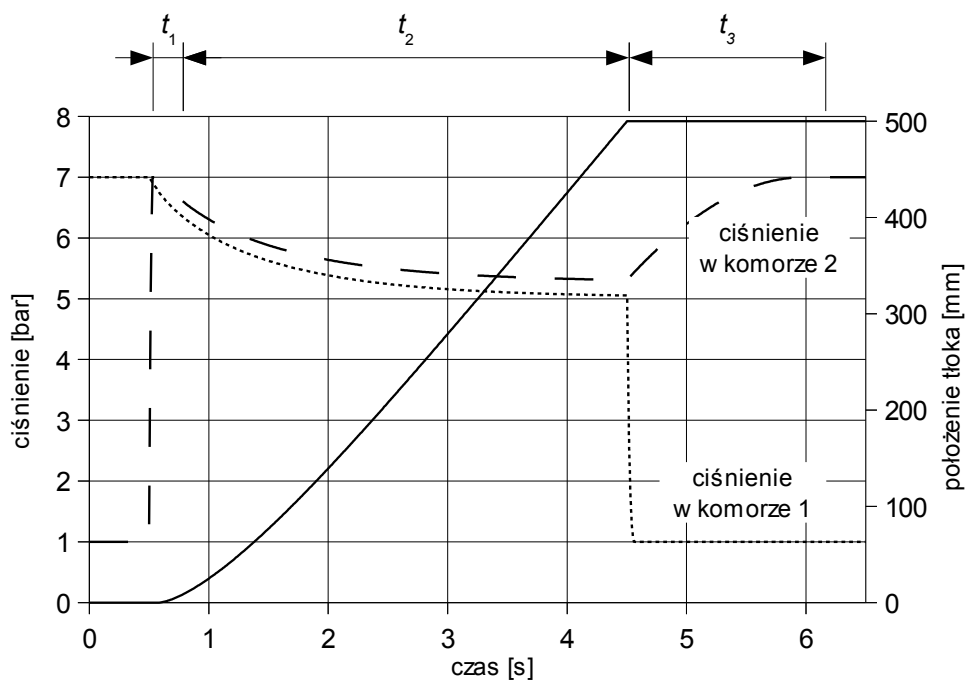
gdzie  $D_c$  to wewnętrzna średnica cylindra [m],  $d_t$  to średnica tłocznicy [m],  $s_s$  to skok siłownika,  $s_i$  to długość  $i$ -tej przestrzeni szkodliwej [m],  $y$  to współrzędna położenia tłoka [m],  $m_R$  to masa tłoka oraz związanych z nim elementów,  $\dot{E}$  to strumień ciepła [W], a  $F_O$  to suma wszystkich sił zewnętrznych sprowadzona do osi tłocznicy [N].

Implementując przedstawiony model matematyczny w środowisku programistycznym Lazarus/FreePascal [S3, S4], założono, że:

- wielkość strumienia masy  $\dot{m}$  wyznaczana będzie przy wykorzystaniu modelu opisanego w normie ISO 6953 (jako obecnie obowiązującego i obejmującego, również obowiązujący, model według ISO 6358);
- wymiana ciepła pomiędzy powietrzem w komorach siłownika a otoczeniem jest pomijalna ( $\dot{E}_1 = \dot{E}_2 = 0$ );
- długość przestrzeni szkodliwej  $s_i$  równa jest wewnętrznej średnicy przewodu wlotowego bądź wylotowego.

W celu określenia wpływu utozsamiania ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia na osiągi wspomnianego siłownika pneumatycznego wykonano szereg eksperymentów symulacyjnych dla różnych rozmiarów tegoż siłownika (średnica cylindra  $D_c$  od 32 do 150 mm, skok  $s_s$  od 50 do 1000 mm), przy różnych wartościach ciśnienia zasilania ( $p_0$  od  $3 \cdot 10^5$  do  $14 \cdot 10^5$  Pa ciśnienia absolutnego), różnej masy  $m_R$  elementów poruszających się wraz z tłokiem, różnej wartości obciążenia siłowego  $F_O$  oraz różnych charakterystykach oporników pneumatycznych na dopływie do i wypływie z komór siłownika. W badaniach przyjęto dwa poziomy jakościowe obciążenia siłowego  $F_O$ : siła mała – około 4% teoretycznej maksymalnej siły rozwijanej przez siłownik oraz siła duża – około 80% tejże siły. Podobnie postąpio-

no z masą elementów ruchomych  $m_R$  – masa mała to 0,5, 1 bądź 2 kg, a masa duża to 100, 200 bądź 400 kg. Wybór pary wartości  $m_R$  oraz  $F_O$  uzależniony był od rozmiarów siłownika i ciśnienia zasilania. Dodatkowo założono, że oporniki pneumatyczne na dopływie do komory zasilanej i odpływie z komory opróżnianej są identyczne pod względem przepływowym. Ich właściwości przepływowe były określane przez podanie wartości:  $C/d^2$  (0,0005 bądź 0,001 s·m<sup>2</sup>/kg),  $b$  (0,2, 0,6 bądź 0,9),  $m$  (0,4, 0,5 bądź 1,25) i  $a$  (zawsze 1). W chwili rozpoczęcia każdego testu w napełnianej komorze siłownika panowało ciśnienie równe ciśnieniu otoczenia  $p_a$ , a w komorze opróżnianej ciśnienie zasilania  $p_0$ ; w chwili zakończenia testu ciśnienie w komorze napełnianej wynosiło  $p_0$ , a w komorze opróżnianej  $p_a$  (w przypadku niektórych testów:  $p_a-1$  Pa).



Rys. 6.10. Ciśnienia w komorach siłownika oraz położenie tłoka w funkcji czasu ( $D_c = 100$  mm,  $s_s = 500$  mm,  $m_R = 2$  kg,  $F_O = 200$  N,  $p_0 = 7 \cdot 10^5$  Pa)

W trakcie badań obserwowano następujące wielkości (rys. 6.10):

- $t_1$  – czas przygotowawczy – czas od chwili zainicjowania działania siłownika do chwili rozpoczęcia ruchu tłoka;
- $t_2$  – czas ruchu – czas od chwili rozpoczęcia ruchu tłoka do chwili jego zatrzymania;
- $t_3$  – czas końcowy – czas od chwili zakończenia ruchu tłoka do chwili uzyskania w obu komorach siłownika założonych końcowych wartości ciśnienia;
- $w_{max}$  – maksymalną prędkość ruchu tłoka siłownika.

Przyjęto, że dla każdej obserwowanej wielkości kryterium oceny będzie błąd względny zdefiniowany identycznie jak błąd  $\delta_i$  – punkt 6.4, wzór (6.9). W takiej sytuacji, dla każdego ze zdefiniowanych błędów, wartością referencyjną będzie (identycznie jak w przypadku  $\delta_i$ )  $\delta_r = 2,41\%$  w przypadku przyjęcia oporników pneumatycznych o  $C/d^2 = 0,0005 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$  oraz  $\delta_r = 9,70\%$  dla oporników o  $C/d^2 = 0,001 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$ .

Tabela 6.5

Przykładowe błędy względne wyznaczanych wartości osiągow siłownika pneumatycznego jako efekt zastąpienia ciśnień statycznych ciśnieniami spiętrzenia (opis w tekście)

Lp.	$m$ [-]	$m_R$ [kg]	$F_O$ [N]	$\delta_i$ [%]	$\delta_{i_2}$ [%]	$\delta_{i_3}$ [%]	$\delta_w$ [%]
$C/d^2 = 0,0005 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg} \quad b = 0,2$							
1	0,50	2	200	2,41	2,49	3,17	-2,38
2		2	4000	2,49	2,83	2,96	-2,80
3		400	200	2,41	2,48	3,17	-2,38
4		400	4000	2,49	2,85	2,97	-2,80
5	1,25	2	200	1,77	2,39	0,05	-2,41
6		2	4000	2,31	1,01	0,02	-0,85
7		400	200	1,77	2,34	0,05	-2,41
8		400	4000	2,31	1,00	0,02	-0,85
$C/d^2 = 0,001 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg} \quad b = 0,2$							
9	0,50	2	200	9,69	10,01	12,68	-9,59
10		2	4000	10,03	11,38	11,90	-11,17
11		400	200	9,67	9,97	12,68	-9,59
12		400	4000	10,03	11,46	11,94	-11,17
13	1,25	2	200	7,13	9,61	0,20	-9,67
14		2	4000	9,29	4,07	0,08	-3,41
15		400	200	7,13	9,43	0,20	-9,67
16		400	4000	9,29	4,03	0,08	-3,41

Analizując uzyskane wyniki (przykładowe, lecz reprezentatywne, dla siłownika pneumatycznego o średnicy cylindra  $D_c = 100 \text{ mm}$  i skoku  $s_s = 500 \text{ mm}$ , zasilanego powietrzem o ciśnieniu  $p_0 = 7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , z opornikami pneumatycznymi o krytycznym stosunku ciśnień statycznych  $b = 0,2$ , zestawiono w tabeli 6.5) stwierdzono, że:

- największe wartości błędów stwierdzono dla kryterium czasu końcowego  $t_3$  – dla  $m = 0,5$  oraz małych wartości  $F_O$  i  $m_R$  błąd  $\delta_{t_3}$  potrafił przekroczyć wartość referencyjną  $\delta_r$  o ponad 30% ( $\delta_{t_3} < 1,32 \cdot \delta_r$ );



- błąd czasu przygotowawczego  $\delta_{t_1}$  dla małej wartości obciążenia zewnętrznego  $F_O$  nigdy nie przekraczał wartości referencyjnej  $\delta_r$ ; dla dużej wartości  $F_O$  czasami, dla małych wartości  $m$ , nieznacznie ją przekraczał. Wartość czasu przygotowawczego  $t_1$  zależy głównie od szybkości opróżniania przeciwkomory siłownika. Dla małej wartości  $F_O$ , nawet przy małej wartości  $b$ , jest to wypływ w warunkach krytycznych. Dla dużej wartości  $F_O$  wypływ zmienia charakter z początkowo krytycznego w podkrytyczny. Analizując przebiegi  $\delta_F$  w funkcji stosunku ciśnień  $\varepsilon$  (rys. 6.9), szczególnie dla mniejszych wartości  $m$ , można wyjaśnić przyczynę wzrostu wartości  $\delta_{t_1}$  – dla przepływu podkrytycznego  $\delta_F$  rośnie, a duża wartość  $F_O$  skutkuje wydłużeniem czasu  $t_1$ ;
- błąd czasu ruchu  $\delta_{t_2}$  dla dużej wartości  $m$  nigdy nie osiągnął przyjętej wartości referencyjnej  $\delta_r$ , przy czym dla małej wartości obciążenia  $F_O$  był od niej znacznie mniejszy; dla małych wartości  $m$  zawsze ją przekraczał, przy czym dla małej wartości  $F_O$  tylko nieznacznie. Wzrost masy  $m_R$  w każdym przypadku powodował niewielki (czasem ledwo zauważalny) spadek wartości  $\delta_{t_2}$ ;
- błąd czasu końcowego  $\delta_{t_3}$  w dużej mierze zależy od wartości ciśnień w komorach siłownika w chwili rozpoczęcia tego etapu. Dlatego też dla małej wartości  $F_O$  ma on wyższą wartość. Przy dużej wartości  $m$  i przepływie skrajnie podkrytycznym (duża wartość  $\varepsilon$ ) wartość błędu  $\delta_F$  (rys. 6.9) gwałtownie maleje – w ten sam sposób zmienia się również wartość  $\delta_{t_3}$ ;
- błąd maksymalnej prędkości ruchu tłoka siłownika  $\delta_{v_{max}}$  we wszystkich testach miał wartość ujemną. Oznacza to, że dla „błędnych” symulacji (gdym wartości ciśnień statycznych zastąpiono wartościami ciśnień spiętrzenia) osiągana była większa wartość prędkości maksymalnej. Błąd  $\delta_{v_{max}}$  wykazywał też silną korelację z błędem czasu ruchu  $\delta_{t_3}$ .

## 6.6. Podsumowanie

Względną różnicę ciśnień  $p_0$  (ciśnienie spiętrzenia) i  $p_1$  (ciśnienie statyczne), zależnie od tego, które z nich zostanie przyjęte jako wartość odniesienia, można zdefiniować jako  $\delta_{p_0}$  według (6.2) bądź  $\delta_{p_1}$  według (6.3). Niezależnie od definicji, różnica  $\delta_p$  jest zawsze funkcją liczby Macha, a maksymalną wartość osiąga dla przepływu w warunkach krytycznych.

Błąd względny strumienia masy  $\delta_F$  będący miarą wpływu utożsamiania ciśnień spiętrzenia i ciśnień statycznych definiuje wzór (6.6). Dla danego opornika pneumatycznego jest on funkcją stosunku ciśnień ( $\eta$  lub  $\varepsilon$ ), a przebieg jego wartości zależy od analizowanego modelu strumienia masy bądź objętości. Jeżeli przepływ ma charakter krytyczny w rozumieniu fizycznym ( $\eta < b$ ) oraz w rozumieniu analizowanego modelu ( $\eta < \eta_K$  bądź  $\varepsilon < \varepsilon_K$ ), to  $\delta_F$  ma stałą wartość równą maksymalnej wartości  $\delta_{p_0}$  (gdym analizowany model zdefiniowany jest w dziedzinie ciśnień spiętrzenia) bądź maksymalnej wartości  $\delta_{p_1}$  (gdym tenże model zdefiniowany jest w dziedzinie ciśnień statycznych). Maksymalna wartość  $\delta_F$  zależy istotnie od analizowanego modelu strumienia i może wielokrotnie przekraczać wartość  $\delta_{p_0}$  bądź wartość  $\delta_{p_1}$ .

Wykonano analizę wpływu utożsamiania ciśnień spiętrzenia i ciśnień statycznych na osiągi dwóch obiektów: częściowo opróżnianego akumulatora pneumatycznego (punkt 6.4) oraz liniowego tłokowego siłownika pneumatycznego dwustronnego działania (punkt 6.5). We wszystkich eksperymentach wykorzystano model strumienia masy opisany w normie

ISO 6953. Dobór parametrów (ciśnienie końcowe, oporność elementu, przez który nastąpił wypływ) spowodował, że proces opróżniania akumulatora pneumatycznego przebiegał całkowicie lub w większej części (z punktu widzenia czasu trwania procesu) w zakresie przepływu krytycznego. W efekcie tego błąd względny czasu trwania procesu  $\delta_t$ , zdefiniowany wzorem (6.9) był równy maksymalnej wartości względnej różnicy ciśnień  $\delta_{p_1}$  lub, w najgorszym przypadku, przekroczył ją o niecałe 7%. W przypadku eksperymentów numerycznych z modelem siłownika pneumatycznego wyznaczono błędy względne czasu trwania poszczególnych etapów działania tegoż napędu ( $\delta_{t_1}$ ,  $\delta_{t_2}$ ,  $\delta_{t_3}$ ) oraz błąd względny maksymalnej prędkości ruchu tłoka  $\delta_{w_{max}}$ . Rozrzut ich wartości był o wiele większy niż w przypadku błędu  $\delta_t$  dla akumulatora pneumatycznego. Maksymalną wartość zanotowano dla kryterium czasu końcowego  $t_3$ , gdy błąd  $\delta_{t_3}$  osiągnął wartość prawie o 32% większą od maksymalnej wartości względnej różnicy ciśnień  $\delta_{p_1}$ . Jednak dla tego samego kryterium błąd  $\delta_{t_2}$  mógł też stanowić mniej niż 1% różnicy  $\delta_{p_1}$ . Takie „tłumiące” właściwości, chociaż nie tak intensywne, zaobserwowano też dla kryterium czasu ruchu  $t_2$  ( $\delta_{t_2}$  mniejsze od 42% maksymalnej wartości  $\delta_{p_1}$ ) i kryterium maksymalnej prędkości  $w_{max}$  ( $\delta_{w_{max}}$  mniejsze od 33% maksymalnej wartości  $\delta_{p_1}$ ).

Przeprowadzone badania i analizy pozwoliły wysnuć następujące wnioski:

- w technice pomiarowej, przy pomiarach wartości współczynników przepływu, utożsamianie ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia nie powinno mieć miejsca. Przykładowo, przy określaniu wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  dla modelu strumienia objętości opisanego w normie PN-83/M-74201 [119] metodami zbiornikowymi błąd względny wyznaczonej wartości tegoż współczynnika wynikający jedynie z utożsamiania ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia równy jest względnemu błędowi strumienia masy  $\delta_F$  dla stosunku ciśnień  $\eta = 0,98$ . W przypadku badania elementów pneumatycznych o dobrych lub bardzo dobrych właściwościach przepływowych, błąd ten może przekraczać 30% (rys. 6.7c) lub nawet 100% (rys. 6.7f);
- w przypadku obliczeń (w tym symulacji komputerowej) układów pneumatycznych, w skład których wchodzi oporniki pneumatyczne o  $C/d^2 \leq 0,0005 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$ , z wykorzystaniem modelu strumienia masy opisanego w ISO 6953 błędy względne wyliczanych wartości osiągow tych układów wynikające z utożsamiania ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia (tab. 6.3 i 6.5) wydają się nie przekraczać błędów wynikających z innych, powszechnie przyjętych założeń upraszczających (przykładowo, pominięcie wpływu wymiany ciepła w trakcie napełniania bądź opróżniania akumulatora pneumatycznego lub podczas etapu przygotowawczego bądź etapu końcowego cyklu pracy siłownika pneumatycznego nie powinno skutkować błędami względnymi osiągow przekraczającymi 5% [58]). Mimo to, istnieją dwie przesłanki, aby nie utożsamiać ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia. Po pierwsze, nie są jeszcze zbadane interakcje między tymże utożsamianiem a innymi założeniami upraszczającymi – nie wiadomo, czy błędy będące ich efektem akumulują się, czy też niwelują. Po drugie, rozróżnianie w obliczeniach ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia wydaje się w miarę łatwym (na przykład w porównaniu z szacowaniem sił tarcia w trakcie ruchu siłownika pneumatycznego) i tanim (w sensie nakładów obliczeniowych, przykładowo, w porównaniu z nakładami wynikającymi z uwzględnienia wymiany ciepła) sposobem zwiększenia dokładności obliczeń.

## Rozdział 7

# FUNKCJE PRZELICZAJĄCE MODELU Z ISO 6953

Pojęcie funkcji przeliczającej zdefiniowano w punkcie 2.3 niniejszej pracy. Znajomość funkcji przeliczającej umożliwia:

- wykorzystanie znormalizowanych a zdefiniowanych w dziedzinie ciśnień statycznych współczynników przepływu w symulacji układów pneumatycznych, gdzie wykorzystywane są ciśnienia spiętrzenia;
- porównanie właściwości przepływowych elementów pneumatycznych w sytuacji, gdy opory przepływu przez te elementy podano, wykorzystując współczynniki różnych modeli przepływu;
- dobór zamiennika elementu pneumatycznego z katalogu, w sytuacji podanej powyżej.

W niniejszym rozdziale zaproponowano funkcje przeliczające z modelu określonego w normie ISO 6953 (z uwzględnieniem informacji zawartych w ISO 6358, ISO/WD 6358 oraz ISO/DIS 6358) na inne modele i niektóre funkcje odwrotne do tychże. Przy syntezy wspomnianych funkcji przeliczeniowych wykorzystano zależności wyprowadzone bądź podane w rozdziale 4, a podstawowym założeniem była zgodność strumieni masy w całym zakresie stosunku ciśnień spiętrzenia  $\varepsilon$  (bądź ciśnień statycznych  $\eta$ ).

Proponowane funkcje przeliczeniowe można podzielić na trzy grupy:

- funkcje przeliczające z modelu podanego w normie ISO 6953 na modele określone w dziedzinie ciśnień spiętrzenia – umożliwiają przejście z dziedziny ciśnień statycznych w dziedzinę ciśnień spiętrzenia;
- funkcje przeliczające z modelu podanego w normie ISO 6953 na modele przejściowe (zaproponowane przez autora) – umożliwiają efektywniejsze (mniejsze nakłady obliczeniowe) przejście z dziedziny ciśnień statycznych w dziedzinę ciśnień spiętrzenia;
- funkcje przeliczające z modelu podanego w normie ISO 6953 na przepływ nominalny  $Q_{Nnom}$  bądź współczynnik wymiarowy  $K_V$  i funkcje do nich odwrotne – funkcje, które mogą być wykorzystywane przy doborze zamienników elementów z katalogów, kiedy właściwości przepływowe elementu i jego zamiennika opisane są w różny sposób.

W przypadku określania niektórych funkcji odwrotnych wyznaczanie wartości czopującego stosunku ciśnień  $a$  zostało potraktowane jako mniej istotne – to znaczy w głównym toku wyводу przyjęto  $a = 1$ , opisując później możliwy efekt odejścia od tego założenia.

### 7.1. Przepływ nominalny

Przy znanych wartościach definicyjnego nadciśnienia  $p_{1nad}$  panującego przed elementem, definicyjnego spadku ciśnienia  $\Delta p$  na elemencie oraz ciśnienia otoczenia  $p_a$  (0,1 MPa), ciśnienia przed i za elementem można obliczyć ze wzorów:

$$p_1 = p_{1nad} + p_a \quad (7.1)$$

$$p_2 = p_{1nad} + p_a - \Delta p \quad (7.2)$$

a definicyjny stosunek ciśnień, za (2.35), ze wzoru:

$$\eta_{def} = \frac{p_{1nad} + p_a - \Delta p}{p_{1nad} + p_a} \quad (7.3)$$

Dla strumienia objętości  $Q_N$  sprowadzonego do warunków znormalizowanej atmosfery odniesienia ANR [50, 120], porównując (2.31) z (2.47), przy uwzględnieniu (2.57), można zapisać:

$$Q_N = 3600 \cdot C \cdot p_1 \cdot \sqrt{\frac{T_N}{T_0}} \cdot Y_{2.57}(\eta) \quad (7.4)$$

Wykorzystując definicję przepływu nominalnego, po podstawieniu (7.1) i (7.3) daje to:

$$Q_{Nnom} = 3600 \cdot C \cdot (p_{1nad} + p_a) \cdot \sqrt{\frac{T_N}{T_0}} \cdot Y_{2.57}(\eta_{def}) \quad (7.5)$$

Wyrażenie (7.5) jest funkcją przeliczającą umożliwiającą wyznaczenie wartości przepływu nominalnego  $Q_{Nnom}$  dla elementu pneumatycznego o oporze określonym wartościami parametrów  $C$ ,  $b$ ,  $m$  oraz  $a$  zdefiniowanymi w ISO 6953. Byłaby ona niepoprawna, gdyby  $a \leq \eta_{def}$ . Jednak dla występujących w praktyce wartości  $a$  (patrz punkt 5.3) i  $\eta_{def}$  (tab. 7.1) sytuacja taka nigdy nie ma miejsca. Pozostaje jednak pewna niejasność: jaką wartość podstawić w miejsce temperatury  $T_0$ ? W pracach [60, 92, 94] nie jest to wyjaśnione; w [55] przyjęto bez uzasadnienia (podano formułę bez wyprowadzenia), że  $T_0 = T_N$ . Jeżeli przyjęto przy wyprowadzaniu (7.1), że  $p_1 = p_{1nad} + p_a$ , to  $T_0$  jest temperaturą spiętrzenia gazu w trakcie wyznaczania strumienia objętości  $Q_{nom}$ . Niestety, przy przejściu z warunków pomiaru na warunki ANR (przejściu z  $Q_{nom}$  na  $Q_{Nnom}$ ) informacja o jej wartości została utracona. Racjonalnym więc wydaje się przyjęcie założenia o równości temperatur  $T_0 = T_N$  i oszacowanie błędu względnie wyliczenia strumienia  $Q_{Nnom}$ . Przy założeniu, że  $0^\circ\text{C} \leq T_0 \leq 40^\circ\text{C}$  błąd ten nie przekracza 3,6%; dla  $15^\circ\text{C} \leq T_0 \leq 25^\circ\text{C}$  nie przekracza 0,86%.

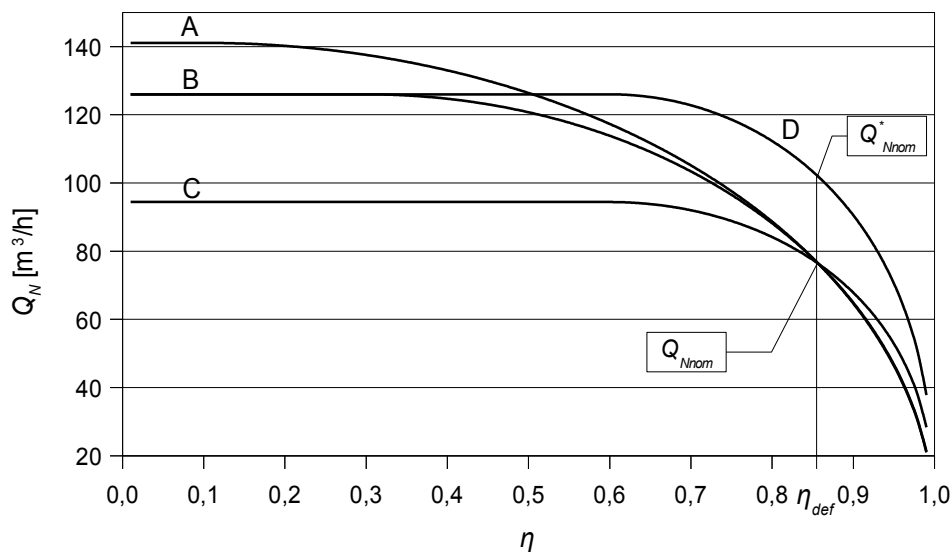
Dla założonej temperatury  $T_0 = T_N$  i warunków definicyjnych zgodnych z VDI 3290 ( $p_{1nad} = 600000$  Pa,  $\Delta p = 100000$  Pa) wzór (7.5) zgodny jest z formułą podaną w [55]; dla  $m = 0,5$  i  $a = 1$  zgodny jest również ze wzorami podanymi w [96] i w [109].

**Tabela 7.1**

Typowe wartości definicyjnego stosunku ciśnień

$p_{1nad}$ [Pa]	$\Delta p$ [%]	$\Delta p$ [Pa]	$p_1$ [Pa]	$p_2$ [Pa]	$\eta_{def}$ [-]
600000	–	100000	700000	600000	0,85714
630000	–	100000	730000	630000	0,86301
600000	5	30000	700000	670000	0,95714
630000	5	31500	730000	698500	0,95685
600000	10	60000	700000	640000	0,91428
630000	10	63000	730000	667000	0,91370

Wartość wyliczoną ze wzoru (7.5) należy rozumieć jako taki strumień objętości wprowadzony do warunków znormalizowanej atmosfery odniesienia ANR, jaki płynąłby przez element pneumatyczny o właściwościach przepływowych określonych przez wartości parametrów:  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  w warunkach definicyjnych i temperaturze wlotowej gazu równej  $T_0$ . Jednak próba wykorzystania tej wartości do doboru zamiennika, którego właściwości przepływowe określono przez podanie wartości  $Q_{Nnom}$ , dla elementu pneumatycznego o znanych wartościach  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  (element B, Rys. 7.1) może zakończyć się niepowodzeniem. Niepowodzenie oznacza dobranie elementu o wyraźnie gorszych właściwościach przepływowych (przykładowo element C, Rys. 7.1) niż wymagane (określone przez podanie wartości:  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ ). Wynika to z faktu, że definicyjny stosunek ciśnień  $\eta_{def}$  określa tylko jeden punkt na charakterystyce przepływowej elementu pneumatycznego i że istnieje wiele elementów o różnych właściwościach przepływowych, a takiej samej wartości strumienia nominalnego  $Q_{Nnom}$  (przykładowo, elementy A, B i C, Rys. 7.1). Zauważono, że dla tej samej wartości  $Q_{Nnom}$  element pneumatyczny ma tym gorsze właściwości przepływowe, im ma większą wartość funkcji ekspansji  $Y_{2.57}$  dla  $\eta = \eta_{def}$ . Wynika z tego, że element o najgorszych właściwościach przepływowych, przy danym  $Q_{Nnom}$ , będzie miał maksymalne możliwe wartości  $b$  i  $a$  oraz minimalną możliwą wartość  $m$ . Aby mieć pewność, że wybrany element pneumatyczny będzie miał właściwości przepływowe nie gorsze od założonych, doboru należy dokonać dla zmodyfikowanej wartości  $Q_{Nnom} = Q_{Nnom}^*$  (element D, Rys. 7.1).



Rys. 7.1. Wartość strumienia nominalnego w funkcji stosunku ciśnień  $\eta$   
 element A –  $C = 5,60 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b = 0,1$  i  $m = 0,5$   
 element B –  $C = 5,00 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b = 0,3$  i  $m = 0,5$   
 element C –  $C = 3,75 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b = 0,6$  i  $m = 0,4$   
 element D –  $C = 5,00 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b = 0,6$  i  $m = 0,4$

Zmodyfikowaną, służącą do doboru, wartość strumienia nominalnego  $Q_{Nnom}^*$  można wyznaczyć z zależności:

$$Q_{Nnom}^* = 3600 \cdot C \cdot (p_{1nad} + p_a) \cdot \sqrt{\frac{T_N}{T_0}} \cdot Y_{2.57}(\eta_{def}, b_{max}, m_{min}, a_{max}) \quad (7.6)$$

Przyjmując warunki definicyjne za VDI 3290, równość temperatur  $T_0 = T_N$  i graniczne wartości parametrów:  $b_{max} = 0,6$ ,  $m_{min} = 0,4$  oraz  $a_{max} = 1$  (patrz punkt 6.2) można zaproponować formułę roboczą:

$$Q_{Nnom}^* = 2,0360 \cdot 10^9 \cdot C \quad (7.7)$$

Zadanie odwrotne, to jest przejście z wartości  $Q_{Nnom}$  na wartości  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  nie jest jednoznaczne, gdyż wymaga określenia wartości czterech parametrów przy znanej wartości jednego. Można jedynie podać zależności pomiędzy parametrami  $C$ ,  $b$ ,  $m$  oraz  $a$  dla elementu o przepływie nominalnym  $Q_{Nnom}$ .

Zakładając wartość krytycznego stosunku ciśnień  $b$  można określić charakter przepływu, dla którego występuje przepływ nominalny  $Q_{Nnom}$ . Jeżeli  $b \geq \eta_{def}$ , to przepływ jest przepływem krytycznym ( $Y = 1$ ) i przekształcając (7.5) można zapisać:

$$C = \frac{Q_{Nnom}}{3600 \cdot (p_{1nad} + p_a)} \cdot \sqrt{\frac{T_0}{T_N}} \quad (7.8)$$

Z powyższego wynika, że każdy element pneumatyczny o  $b \geq \eta_{def}$  i wartości przewodności dźwiękowej  $C$  określonej wzorem (7.8) ma przepływ nominalny równy  $Q_{Nnom}$  niezależnie od wartości indeksu ekspansji  $m$  oraz wartości czopującego stosunku ciśnień  $a$ . W praktyce sytuacja taka występuje rzadko ze względu na duże wartości definicyjnego stosunku ciśnień  $\eta_{def}$  (Tab. 7.1). Wartość wyznaczona z wzoru (7.8) jest minimalną wartością przewodności dźwiękowej  $C$  wymaganą do osiągnięcia przepływu nominalnego  $Q_{Nnom}$ .

Jeżeli przepływ nominalny  $Q_{Nnom}$  występuje w warunkach przepływu podkrytycznego ( $b < \eta_{def}$ ) to, przekształcając (7.5) i uwzględniając (7.8), można zapisać:

$$C = C_{min} \cdot \frac{1}{Y(\eta_{def})} = C_{min} \cdot W(\eta_{def}, b, m, a) \quad (7.9)$$

gdzie  $C_{min}$  to przewodność dźwiękowa  $C$  wyliczona ze wzoru (7.8).

Przyjmując wartość czopującego stosunku ciśnień  $a = 1$  oraz określone warunki definicyjne  $\eta_{def}$  występujący w (7.9) mnożnik  $W$  można określić jako:

$$W(\eta_{def}, b, m) = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\eta_{def} - b}{1 - b}\right)^2\right]^m} \quad (7.10)$$

Dobór z katalogu polega na znalezieniu elementu pneumatycznego o takich wartościach  $C$ ,  $b$  i  $m$ , że wartość  $C$  będzie nie mniejsza od wartości wyznaczonej ze wzoru (7.9). Wzór (7.10) może stanowić podstawę do stworzenia, podobnie jak w [92, 94], nomogramu przyspieszającego taki dobór. Analizując wzór (7.10) można zauważyć, że: dla  $b = \eta_{def}$  mnożnik osiąga minimalną wartość  $W = 1$ ; gdy  $b$  maleje to  $W$  rośnie osiągając maksimum

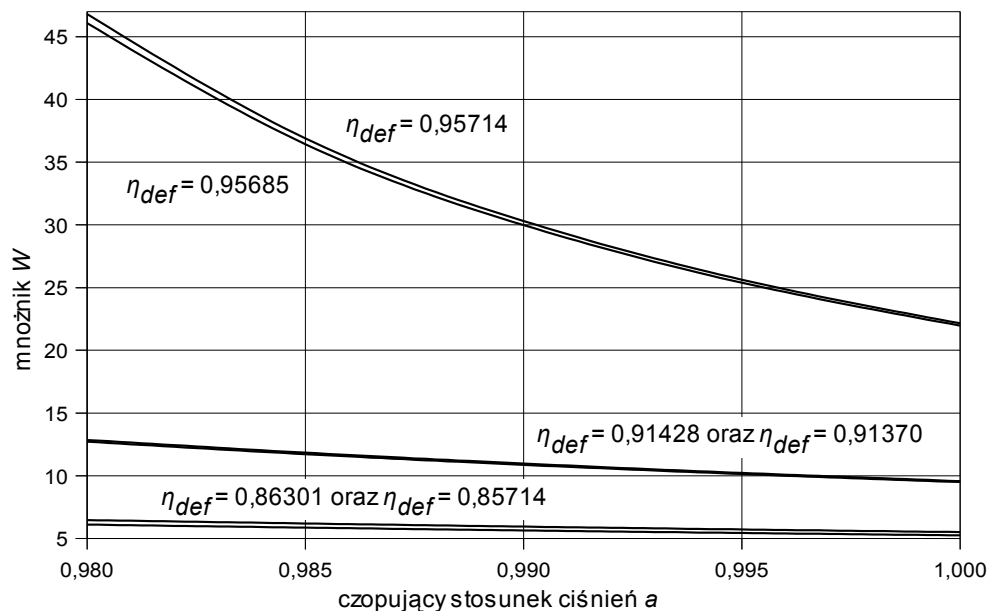
(dla danego  $m$ ) przy  $b = 0$ ; wzrost wartości  $m$  (dla danego  $b$ ) skutkuje wzrostem wartości mnożnika  $W$ . Wyniki przedstawione w tabeli 7.2 wskazują na znaczący wpływ zarówno definicyjnego stosunku ciśnień  $\eta_{def}$ , jak również indeksu ekspansji  $m$  na wartość mnożnika  $W$ . Wartości indeksu ekspansji  $m$  dobrano, korzystając z analizy przeprowadzonej w punkcie 6.2 niniejszej pracy, zakładając, że badane elementy są zaworami pneumatycznymi.

Tabela 7.2

Maksymalne wartości mnożnika  $W^*$ 

$\eta_{def}$ [-]	$W$ [-]				
	$m = 0,40$	$m = 0,50$	$m = 0,75$	$m = 1,00$	$m = 1,25$
0,85714	1,7002	1,9414	2,7051	3,7692	5,2518
0,86301	1,7268	1,9795	2,7850	3,9183	5,5128
0,95714	2,6948	3,4527	6,4157	11,9214	22,1517
0,95685	2,6877	3,4414	6,3840	11,8430	21,9698
0,91428	2,0605	2,4686	3,8787	6,0941	9,5750
0,91370	2,0552	2,4607	3,8600	6,0550	9,4983

\* to jest dla krytycznego stosunku ciśnień  $b = 0$ .

Rys. 7.2. Wartość mnożnika  $W$  w funkcji  $a$  dla różnych wartości  $\eta_{def}$  przy  $b = 0,0$  i  $m = 1,25$

Przyjęcie wartości czopującego stosunku ciśnień  $a < 1$  nie zmienia wcześniejszych wniosków, lecz wymaga stworzenia osobnego nomogramu. Przyjęcie mniejszej wartości  $a$  dla tych samych wartości  $b$  i  $m$  skutkuje wzrostem wartości  $W$ . W niekorzystnych warunkach (mała wartość  $b$ , duże wartości  $m$  i  $\eta_{def}$ ) wartość  $W$  może wzrosnąć o ponad 100% (rys. 7.2). Dla małych wartości  $\eta_{def}$  (0,85714 i 0,86301), które najczęściej są spotykane w praktyce, błąd pominięcia wpływu  $a$  na wartość  $W$  dochodzi do 18% (dla  $a = 0,98$ ).

## 7.2. Współczynnik wymiarowy

### 7.2.1. Model według PN-83/M-74201

Porównując (2.31) w warunkach normalnych fizycznych, przy uwzględnieniu strumienia objętości według (2.36), z (2.48) otrzymuje się:

$$\frac{K_V}{2 \cdot \rho_{Nfiz}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{def}}{\Delta p_{def}}} \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0} \cdot R} \cdot Y_{2.37}(\eta) \cdot \frac{\rho_{Nfiz}}{3600} = C \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} \cdot Y_{2.57}(\eta)$$

gdzie  $Y_{2.37}(\eta)$  oraz  $Y_{2.57}(\eta)$  to funkcje ekspansji opisane zależnościami (2.37) i (2.57).

Po uproszczeniu i przekształceniu daje to:

$$K_V = 7200 \cdot C \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{def}}{\rho_{def}}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{R \cdot T_N} \cdot \frac{Y_{2.57}(\eta)}{Y_{2.37}(\eta)} \quad (7.11)$$

Aby wyznaczyć wartość  $K_V$  w rozumieniu normy PN-83/M-74201 [119] należy uwzględnić, że w teście jest on zdefiniowany dla płynu nieściśliwego. Wpływ ściśliwości gazu na jego strumień zmniejsza się wraz ze spadkiem wartości liczby Macha, a tym samym ze wzrostem stosunku ciśnień  $\eta$ . Norma PN-EN 60534 [122] podaje, że przy pomiarze współczynnika wymiarowego  $K_V$  stosunek ciśnień powinien wynosić  $\eta \geq 0,98$ ; norma ANSI/(NFPA) T3.21.3 [3] podaje warunek  $0,98 \leq \eta \leq 0,99$ . Producenci elementów pneumatycznych [114] przyjmują jednoznaczny warunek  $\eta = 0,98$ .

Podstawiając do (7.11) wielkości definicyjne (patrz punkt 2.2.7.1) i warunki znormalizowanej atmosfery odniesienia ANR oraz zakładając  $\eta = 0,98$  i  $b < 0,98$ , uzyskano:

$$K_V = 8,8630 \cdot 10^7 \cdot C \cdot \left[ 1 - \left( \frac{0,98 - b}{a - b} \right)^2 \right]^m \quad (7.12)$$

Wzór (7.12) umożliwia wyznaczenie wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  w rozumieniu normy PN-83/M-74201 dla elementu o określonych wartościach  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  według ISO 6953 i jest poszukiwaną funkcją przeliczającą.

Przyjmując  $m = 0,5$  i  $a = 1$ , zależność (7.12) można porównać ze wzorami podanymi w pracach [96, 109]. Wyznaczona przy ich użyciu wartość współczynnika wymiarowego  $K_V$  jest do 10% wyższa od wartości wyznaczonej z wykorzystaniem wzoru (7.12). Wartość różnicy maleje ze wzrostem wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$ . W pracy [9] (informacja za [7]) porównano wyniki uzyskane z wykorzystaniem wzorów zamieszczonych w pracach [96, 109] z wynikami badań eksperymentalnych przy wyznaczaniu wartości  $C_V$



w rozumieniu ANSI/(NFPA) T3.21.3 i stwierdzono, że wzory te nieznacznie zawyżają wartość wyliczonego współczynnika. Przenosząc wyniki tych prac na  $K_V$ , co wydaje się uzasadnione, można uznać wzór (7.12) za doskonalszy od podanych w [96, 109].

Struktura wzoru (7.9) nie jest zgodna ze strukturą wzoru (2.69) służącego według [55] do wyliczenia wartości współczynnika  $C_V$ , chociaż obliczane wartości, po przeliczeniu jednostek (przejściu z  $C_V$  na  $K_V$ ), różnią się nieznacznie. Przyczyną tej rozbieżności jest wykorzystanie do wyprowadzenia wzoru (2.69), przy  $m = 0,5$  i  $a = 1$ , uproszczonej formuły (2.54), a nie podanej w normie ISO 6953 formuły (2.48).

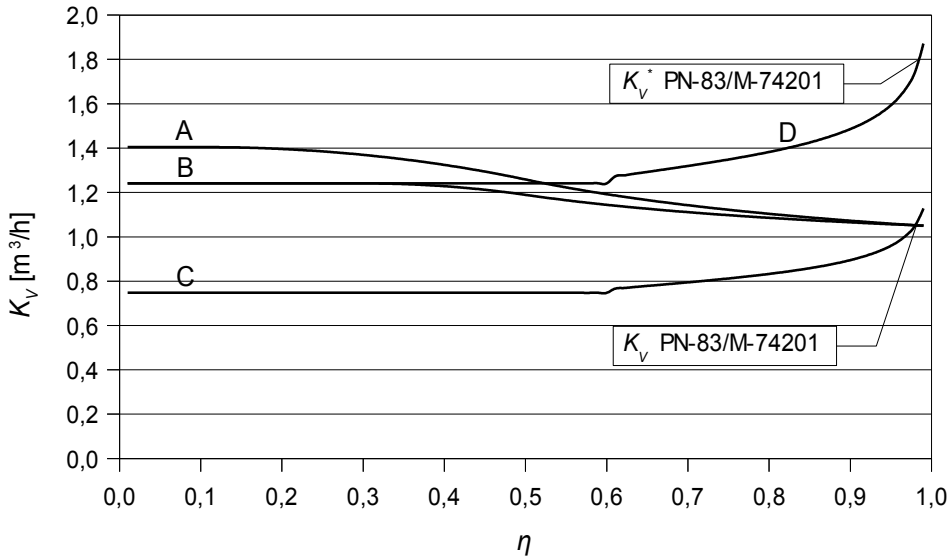
Należy jeszcze rozpatrzyć, co by się stało, gdyby we wzorze (7.12) przyjęć  $\eta > 0,98$ . Wpływ przyjęcia  $\eta = 0,99$  na wartość wyznaczonego współczynnika wymiarowego  $K_V$  przedstawiono w tabeli 7.3. W niekorzystnych warunkach względna różnica  $\delta_{KV}$  wyznaczenia wartości  $K_V$  może przekroczyć nawet 40%. Decydujący wpływ na wartość tej różnicy ma wartość indeksu ekspansji  $m$  analizowanego elementu. Prazródła tej różnicy (a raczej jej znacznej wartości) należy dopatrywać się w założeniu o identyczności strumieni masy dla skrajnie podkrytycznych warunków przepływu wraz z rosnącą w tym zakresie niezgodnością funkcji ekspansji (2.57) i (2.37).

Tabela 7.3

Różnica względna wartości  $K_V$  wynikająca z przyjęcia we wzorze (7.12)  $\eta = 0,98$  bądź  $\eta = 0,99$

$b$	$m$	$Y_{2.57}(0,98)$	$Y_{2.37}(0,98)$	$Y_{2.57}(0,99)$	$Y_{2.37}(0,99)$	$\delta_{KV} [\%]$
0,0	0,40	0,2748	0,2800	0,2087	0,1990	6,85
	0,50	0,1990		1,4107		0,26
	0,60	0,1441		0,0953		6,89
	1,25	0,0177		0,0075		40,47
0,5	0,40	0,3612		0,2748		7,07
	0,50	0,2800		0,1990		0,00
	0,60	0,2171		0,1441		6,60
	1,25	0,0415		0,0177		40,09
0,9	0,40	0,6645		0,5146		8,97
	0,50	0,6000		0,4359		2,22
	0,60	0,5417		0,3692		4,11
	1,25	0,2789		0,1254		36,70

Próba wykorzystania zależności (7.12) do doboru zamiennika, którego właściwości przepływowe określono przez podanie wartości  $K_V$ , dla elementu pneumatycznego o znanych wartościach  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ , analogicznie jak w przypadku strumienia nominalnego  $Q_{Nnom}$  i wzoru (7.5), może zakończyć się niepowodzeniem. Istnieje bowiem wiele elementów pneumatycznych o różnych właściwościach przepływowych, a takiej samej wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  (w rozumieniu normy PN-83/M-74201) – przykładowo elementy oznaczone jako A, B i C na rysunku 7.3.



Rys. 7.3. Wartość współczynnika wymiarowego  $K_V$  w funkcji stosunku ciśnień  $\eta$   
 element A –  $C = 5,60 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b = 0,1$  i  $m = 0,5$   
 element B –  $C = 5,00 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b = 0,3$  i  $m = 0,5$   
 element C –  $C = 3,75 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b = 0,6$  i  $m = 0,4$   
 element D –  $C = 5,00 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b = 0,6$  i  $m = 0,4$

W celu doboru elementu pneumatycznego o właściwościach przepływowych nie gorszych od założonych należy skorzystać ze zmodyfikowanej wartości współczynnika wymiarowego  $K_V^*$ . Do wyznaczenia jego wartości można zaproponowano wzór o postaci:

$$K_V^* = 8,8630 \cdot 10^7 \cdot C \cdot \left[ 1 - \left( \frac{0,98 - b_{max}}{a_{max} - b_{max}} \right)^2 \right]^{m_{min}} \quad (7.13)$$

Przyjmując warunki graniczne wartości parametrów:  $b_{max} = 0,6$ ,  $m_{min} = 0,4$  oraz  $a_{max} = 1$ , otrzymano formułę roboczą:

$$K_V^* = 3,4929 \cdot 10^7 \cdot C \quad (7.14)$$

Zadanie odwrotne – wyznaczenie wartości  $C$ ,  $b$ ,  $m$  oraz  $a$  dla znanej wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  nie jest jednoznaczne. W ogólnym przypadku można twierdzić, że rozwiązaniem tego zadania będzie taki zestaw wartości  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ , który spełnia równanie (7.2). Jednak takie stwierdzenie ma małe znaczenie praktyczne.

Przekształcając (7.11) dla przepływu krytycznego w rozumieniu modeli (2.37) i (2.57) – to jest, gdy jednocześnie  $\eta \leq b$  oraz  $\eta \leq 0,5$  – można zapisać:

$$C = 4,0296 \cdot 10^{-8} \cdot K_V \quad (7.15)$$

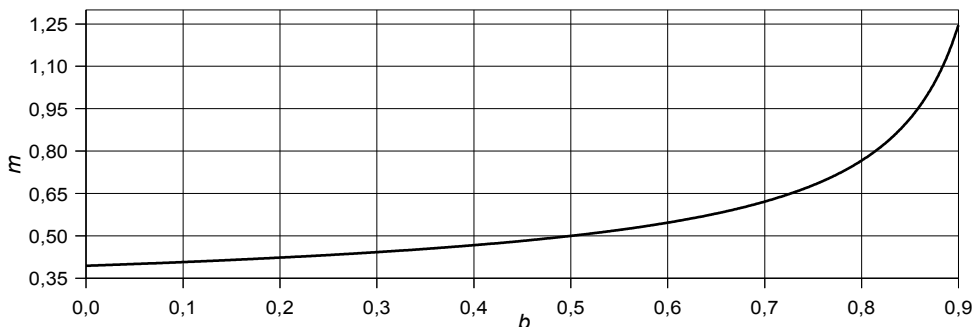
Zakładając  $a = 1$ , po przekształceniu (7.12), otrzymano:

$$m = \log_{1 - \left(\frac{0,98-b}{1-b}\right)^2} (0,28) \quad (7.16)$$

Chcąc dobrać element pneumatyczny o znanej wartości  $K_V$  z katalogu, w którym właściwości przepływowe elementów określono, podając wartości  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ , można skorzystać z proponowanego algorytmu postępowania:

- wyznaczyć wartość przewodności dźwiękowej  $C$  z (7.15);
- odszukać w katalogu element o  $C_{kat}$  nie mniejszym od wyznaczonego;
- odczytać wartość krytycznego stosunku ciśnień  $b_{kat}$  wybranego elementu;
- wyznaczyć wartość  $m$  z (7.16), mnożąc stałą 0,28 we wzorze (7.16) przez iloraz wartości  $C$  wyliczonej z (7.15) i wartości  $C_{kat}$  wybranego elementu;
- sprawdzić, czy indeks ekspansji  $m_{kat}$  dobranego elementu jest nie większy od wyznaczonej wartości  $m$ ;
- w przypadku problemów z doбором (mała wartość graniczna indeksu ekspansji  $m$ ) poszukiwać elementu o większej wartości  $C_{kat}$ ; w przeciwnym wypadku zmianę wartości stałej 0.28 można zaniedbać.

Dobór elementu pneumatycznego znacznie ułatwia zaproponowany nomogram (rys. 7.4). Jest on graficzną prezentacją zależności (7.16).



Rys. 7.4. Maksymalna wartość indeksu ekspansji  $m$  w funkcji krytycznego stosunku ciśnień  $b$

### 7.2.2. Model według EN 60534

Porównując wzór (2.31) w warunkach normalnych fizycznych, przy uwzględnieniu strumienia objętości według (2.44), ze wzorem (2.48), otrzymuje się:

$$\frac{K_V}{\rho_{Nfiz}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{def}}{\Delta p_{def}} \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0} \cdot R}} \cdot Y_{2.45}(x) \cdot \frac{\rho_{Nfiz}}{3600} = C \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} \cdot Y_{2.57}(\eta)$$

gdzie  $Y_{2.45}(x)$  oraz  $Y_{2.57}(\eta)$  to funkcje ekspansji opisane zależnościami (2.45) i (2.57).

Korzystając z definicji  $x$ , określonej wzorem (2.41), można zapisać:

$$x = \frac{p_1 - p_2}{p_1} = 1 - \frac{p_2}{p_1} = 1 - \eta \quad (7.17)$$

Po uproszczeniu i przekształceniu oraz przy uwzględnieniu (7.17) daje to:

$$K_V = 3600 \cdot C \cdot \sqrt{\frac{\Delta p_{def}}{\rho_{def}}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{R \cdot T_N} \cdot \frac{Y_{2.57}(\eta)}{Y_{2.45}(1-\eta)} \quad (7.18)$$

W normie EN 60534 [24] przyjęto, że przy wyznaczaniu wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  dla  $x \leq 0,02$  ( $\eta \geq 0,98$ ) wyrażenie opisane wzorem (2.43) jest równe 1 (odpowiada to przyjęciu dla tego wyrażenia  $x = 0$ ). Przy takim założeniu, po podstawieniu do (7.18) wielkości stałych jak dla (7.12) oraz zakładając  $\eta = 0,98$  i  $b \leq 0,98$  otrzymano:

$$K_V = 8,7740 \cdot 10^7 \cdot C \cdot \left[ 1 - \left( \frac{0,98 - b}{a - b} \right)^2 \right]^m \quad (7.19)$$

Porównując wzór (7.19) ze wzorem (7.12) można zauważyć, że względna różnica wartości obliczonych przy ich zastosowaniu jest stała – wartość  $K_V$  obliczona ze wzoru (7.12) jest o około 1% wyższa od wartości obliczonej ze wzoru (7.19). Podobny jest również wpływ przyjęcia w formule (7.19) definicyjnej wartości stosunku ciśnień  $\eta = 0,99$  w miejsce wartości  $\eta = 0,98$  (tab. 7.4).

**Tabela 7.4**

Różnica względna wartości  $K_V$  wynikająca z przyjęcia we wzorze (7.16)  $\eta = 0,98$  bądź  $\eta = 0,99$

$b$	$m$	$Y_{2.57}(0,98)$	$Y_{2.45}(0,98)$	$Y_{2.57}(0,99)$	$Y_{2.45}(0,99)$	$\delta_{KV} [\%]$
0,0	0,40	0,2748	0,1414	0,2087	0,1000	7,39
	0,50	0,1990		1,4107		0,25
	0,60	0,1441		0,0953		6,41
	1,25	0,0177		0,0075		40,16
0,5	0,40	0,3612		0,2748		7,61
	0,50	0,2800		0,1990		0,51
	0,60	0,2171		0,1441		6,13
	1,25	0,0415		0,0177		39,78
0,9	0,40	0,6645		0,5146		9,52
	0,50	0,6000		0,4359		2,74
	0,60	0,5417		0,3692		3,62
	1,25	0,2789		0,1254		36,38

Biorąc pod uwagę zależność (7.14) i powszechne rozumienie krytycznego stosunku ciśnień, wydaje się, że można zapisać:

$$x_T = 1 - b \quad (7.20)$$

Jednak z metodyki wyznaczania wartości współczynnika względnego spadku ciśnienia  $x_T$  opisanej w EN 60534 wynika inna jego definicja. Podstawiając do (7.18) funkcje  $Y_{2.57}$  oraz  $Y_{2.45}$  w zakresie przepływu krytycznego, po przekształceniach otrzymano:

$$F_K \cdot x_T = 2,916 \cdot 10^7 \cdot \left( \frac{C}{K_V} \cdot \rho_N \right)^2 \cdot \frac{\Delta p_{def}}{\rho_{def}} \cdot R \cdot T_N$$

a po podstawieniu wielkości stałych jak dla (7.12):

$$x_T = 3,4642 \cdot 10^{14} \cdot \frac{C^2}{K_V^2}$$

Wartość ilorazu  $C/K_V$  można wyznaczyć z (7.19). Po podstawieniu daje to:

$$x_T = 0,045 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{0,98 - b}{a - b} \right)^2 \right]^{-2 \cdot m} = \frac{0,045}{Y_{2.57}^2(0,98)} \quad (7.21)$$

Wzory (7.19) i (7.21) umożliwiają wyznaczenie wartości współczynników:  $K_V$  oraz  $x_T$  w rozumieniu normy EN 60534 dla elementu o określonych wartościach  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  według ISO 6953 i tworzą szukaną funkcję przeliczającą.

Ciekawa wydaje się analiza wzoru (7.21). Współczynnik  $x_T$  ma sens fizyczny, jeżeli jego wartość jest w przedziale  $0 < x_T \leq 1$ . Ze wzoru (7.21) wynika, że współczynnik osiąga wartość minimalną  $x_T = 0,045$ , gdy funkcja ekspansji  $Y_{2.57} = 1$ . Ma to miejsce dla elementu o krytycznym stosunku ciśnień  $b = 0,98$ . Z drugiej strony, wartość  $x_T$  nie może przekroczyć jedności. Aby warunek ten był spełniony w punkcie  $\eta = 0,98$  wartość funkcji ekspansji  $Y_{2.57}$  nie może być mniejsza od  $\sqrt{0,045} \approx 0,2121$ . Wynika z tego, że:

- dla  $m = 0,43$  warunek jest spełniony dla dowolnej wartości  $b$ ;
- dla  $m = 0,50$  musi być  $b > 0,1212$ ;
- dla  $m = 0,60$  musi być  $b > 0,4800$ .

W tym miejscu należy wspomnieć, że norma EN 60534 nie prezentuje sposobu opisu właściwości przepływowych wszystkich bądź większości elementów pneumatycznych, lecz tylko ich jednej podklasy – zaworów regulacyjnych. Zgodnie z danymi podanymi w [27, 55, 129] dla większości, lecz nie wszystkich, zaworów regulacyjnych zachowany zostanie sens fizyczny współczynnika  $x_T$  wyznaczonego ze wzoru (7.21).

Przyczyn powyższych problemów należy upatrywać w:

- wyznaczaniu wartości  $x_T$  (i  $K_V$ ) dla skrajnie podkrytycznego przepływu ( $\eta = 0,98$ ), gdzie również rzeczywista dokładność wzoru (2.57) budzi wątpliwości;
- przyjęciu w normie EN 60534 współczynnika ekspansji opisanego wzorem (2.43), którego pochodzenie nie do końca jest jasne. Prawdopodobnie jest on efektem aproksymacji danych pomiarowych.

Zastosowanie wprost wzorów (7.19) i (7.21) do doboru zamiennika, którego właściwości przepływowe określono, podając wartości  $K_V$  oraz  $x_T$ , dla elementu pneumatycznego

o znanych wartościach  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ , jest skomplikowane i, podobnie jak w przypadku  $K_V$  według PN-83/M-74201, może być mało skuteczne. Dodatkowo, z analizy (7.21) wynika, że zakres rozpatrywanych elementów pneumatycznych jest ograniczony. O wiele wygodniej jest założyć, że zależność między  $x_T$  a  $b$  wyraża wzór (7.20). Podstawiając go do (7.15) można stwierdzić, że poczynione założenie nie ma wpływu na definicyjną wartość  $K_V$  zgodną z normą EN 60534, a wyznaczaną ze wzoru (7.19). Wpływa natomiast na wymaganą wartość  $K_V$  dla  $\eta < 0,98$ . Jednak wpływ ten, z punktu widzenia proponowanego sposobu doboru elementów, jest bezpieczny – wymagana wartość  $K_V$  jest zawsze większa niż w przypadku ważności wzoru (7.21).

Zakładając, podczas doboru elementu pneumatycznego, że **wartość współczynnika  $x_T$  jest nie mniejsza niż wyznaczona ze wzoru (7.20)**, zmodyfikowaną, służącą do doboru, minimalną wartość współczynnika wymiarowego  $K_V^*$  można wyznaczyć z zależności:

$$K_V^* = 8,7740 \cdot 10^7 \cdot C \cdot \left[ 1 - \left( \frac{0,98 - b}{a_{max} - b} \right)^2 \right]^{m_{min}} \quad (7.22)$$

Należy podkreślić, że we wzorze (2.22) występuje wymagana wartość  $b$ , a nie  $b_{max}$  jak we wzorze (7.13) dla  $K_V$  według PN-83/M-74201. Wynika to z faktu, że tym razem na parametry elementu o najgorszych właściwościach przepływowych przy tej samej wartości  $K_V$  nałożone jest ograniczenie w postaci minimalnej wartości  $x_T$  wyznaczanej ze wzoru (7.20).

Zadanie odwrotne – wyznaczenie wartości  $C$ ,  $b$ ,  $m$  oraz  $a$  dla znanej wartości współczynników:  $K_V$  oraz  $x_T$  nie jest jednoznaczne. Możliwe jest jednak, podobnie jak w punkcie 7.2.1, rozwiązanie zadania doboru elementu.

Wartość krytycznego stosunku ciśnień  $b$  można wyznaczyć, przekształcając (7.20):

$$b = 1 - x_T \quad (7.23)$$

natomiast wymaganą przewodność dźwiękową  $C$  w warunkach przepływu krytycznego (przy  $Y_{2,57} = 1$  i  $Y_{2,45} = \sqrt{1-b}$ ) ze wzoru (7.18):

$$C = 5,3728 \cdot 10^{-8} \cdot K_V \cdot \sqrt{1-b} \quad (7.24)$$

Wartość indeksu ekspansji  $m$  można obliczyć, dla założonego  $a = 1$ , po przekształceniu (7.19) do postaci:

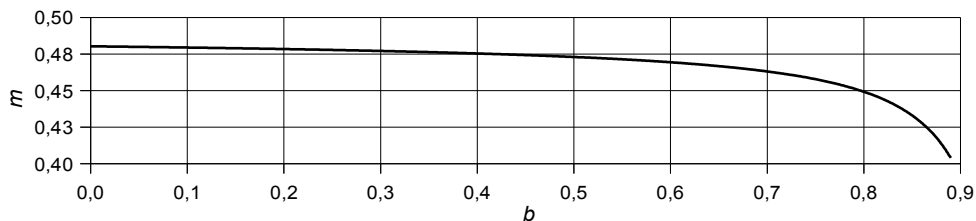
$$m = \log_{1 - \left( \frac{0,98 - b}{1 - b} \right)^2} \left( \frac{0,2121}{\sqrt{1-b}} \right) \quad (7.25)$$

Algorytm doboru elementu pneumatycznego o znanych wartościach  $K_V$  oraz  $x_T$  z katalogu podającego wartości  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  jest następujący:

- wyznaczyć wartość krytycznego stosunku ciśnień  $b$  z (7.23);
- wyznaczyć wartość przewodności dźwiękowej  $C$  z (7.24);
- odszukać w katalogu element o wartościach  $C_{kat}$  i  $b_{kat}$  nie mniejszych od wyznaczonych;
- wyznaczyć wartość  $m$  z (7.22), wykorzystując rzeczywistą wartość  $b$  oraz mnożąc stałą 0,2121 we wzorze (7.25) przez iloraz wartości  $C$  wyliczonej z (7.24) i wartości  $C_{kat}$  wybranego elementu;
- sprawdzić, czy indeks ekspansji  $m_{kat}$  dobranego elementu jest nie większy od wyznaczonej wartości  $m$ ;

— w przypadku problemów z doбором (mała wartość graniczna indeksu ekspansji  $m$ ) poszukiwać elementu o większej wartości  $C$ ; w przeciwnym wypadku zmianę wartości stałej 0,2121 można zaniedbać.

Dobór może ułatwić nomogram (rys. 7.5) – graficzna prezentacja równania (7.25). Z przebiegu granicznej wartości  $m$  wynika, że konieczność doboru elementu o  $C_{kat}$  większym od wartości wyznaczonej z (7.24) będzie przypadkiem dość częstym.



Rys. 7.5. Maksymalna wartość indeksu ekspansji  $m$  w funkcji krytycznego stosunku ciśnień  $b$

### 7.3. Modele z jednym współczynnikiem przepływu

W rozdziale 2 zaprezentowano kilka modeli strumienia masy będących funkcjami ciśnień spiętrzenia, w których właściwości przepływowe elementu pneumatycznego określone są przez podanie wartości jednego współczynnika. Wszystkie te modele można opisać jedną zależnością:

$$\dot{m} = \mu_i \cdot f \cdot \psi \cdot \frac{P_0}{\sqrt{R \cdot T_0}} \cdot \varphi_i(\varepsilon) \quad (7.26)$$

gdzie  $\mu_i$  to współczynnik przepływu odpowiadający kolejnemu modelowi, a  $\varphi_i(\varepsilon)$  to funkcje ekspansji (rys. 7.6) opisane kolejno wzorami: (2.8), (2.29), (2.30) bądź funkcją wynikającą z zależności (2.13) przy założeniu  $\beta = 1,13$ :

$$\varphi(\varepsilon) = 1,13 \cdot \frac{1 - \varepsilon}{1,13 - \varepsilon} \quad (7.27)$$

Porównując (7.26) z (4.16), przy uwzględnieniu (2.9), otrzymuje się:

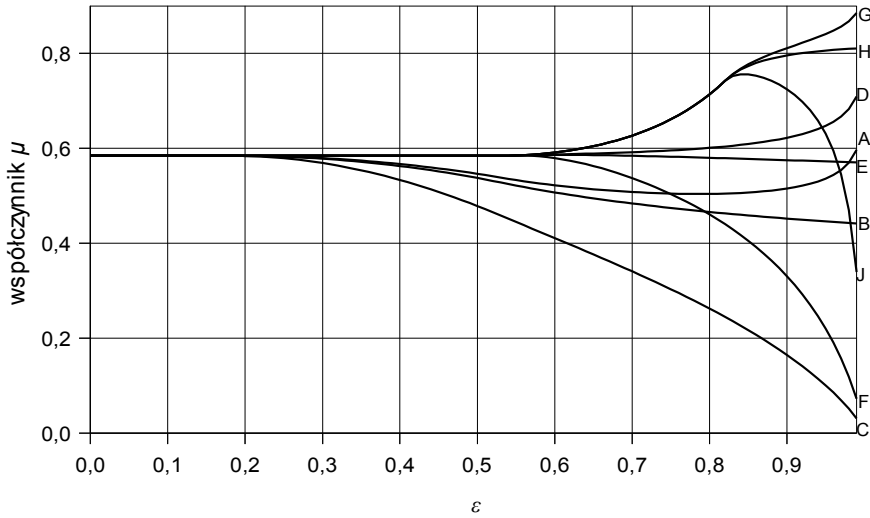
$$f \cdot \frac{P_0}{\sqrt{T_0}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R}} \cdot M_1 \cdot \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2\right)^{\frac{\kappa + 1}{2 - 2 \cdot \kappa}} = \mu_i \cdot f \cdot \frac{P_0}{\sqrt{R \cdot T_0}} \cdot \sqrt{\kappa \cdot \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}}} \cdot \varphi_i(\varepsilon)$$

Po uproszczeniu i przekształceniu daje to:

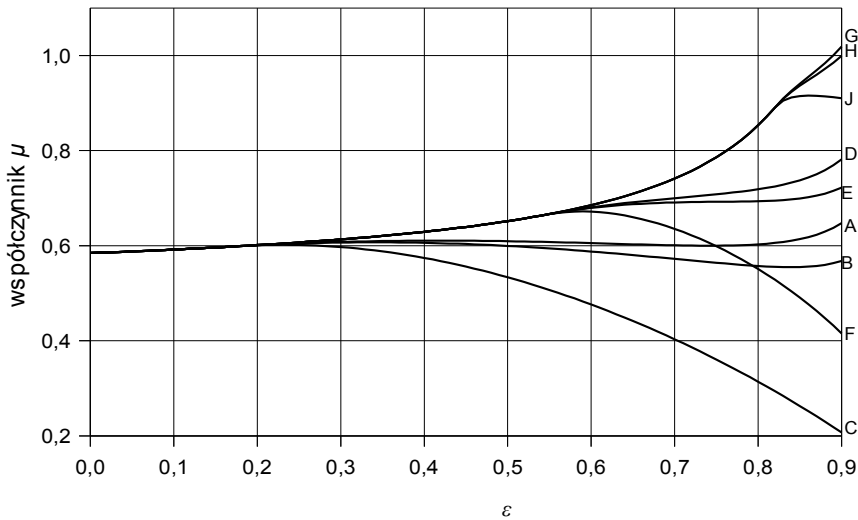
$$\mu_i = \frac{M_1 \cdot \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2\right)^{\frac{\kappa + 1}{2 - 2 \cdot \kappa}}}{\sqrt{\left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}} \cdot \varphi_i(\varepsilon)}} \quad (7.28)$$







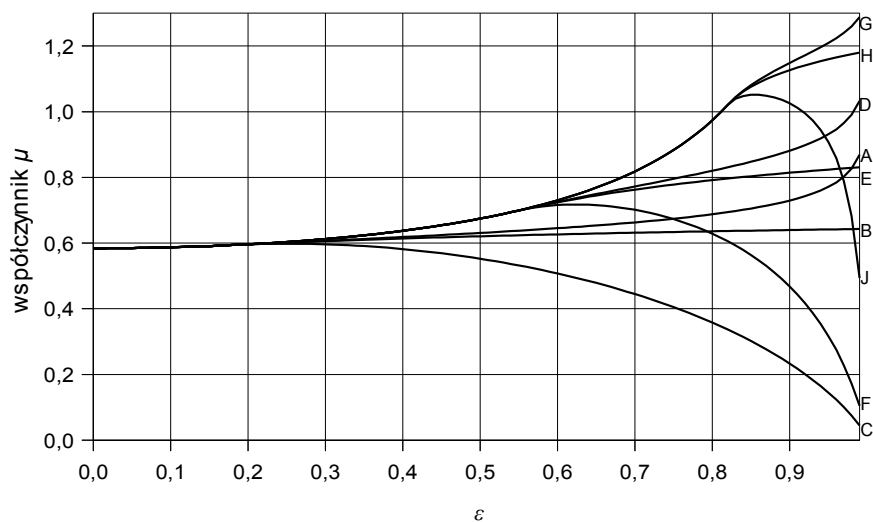
Rys. 7.7. Przebieg wartości współczynnika  $\mu_{2,8}$ . Parametry – patrz tab. 7.5



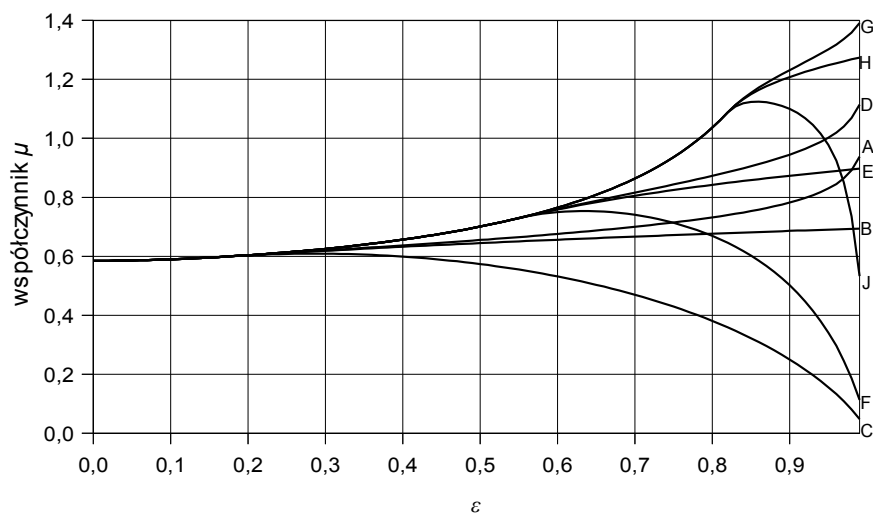
Rys. 7.8. Przebieg wartości współczynnika  $\mu_{2,13}$ . Parametry – patrz tab. 7.5

Ze wzrostem wartości  $\epsilon$  wartość  $\mu_i$  może maleć bądź rosnąć, w zależności od wartości  $b$  i  $m$ . Dla każdej wartości  $C/d^2$  istnieje taka kombinacja wartości  $b$  i  $m$  (przy założonym

$a = 1$ ), że zmienność  $\mu_i$  jest minimalna. Przykładowo, dla modelu (2.8) zmienność współczynnika  $\mu_{2,8}$  jest mniejsza niż 1,36%, gdy  $C/d^2 = 0,001 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$ ,  $b = 0,5795$  i  $m = 0,4768$ . W większości przypadków w parze  $b$  i  $m$  minimalizującej zmienność  $\mu_i$  wartość  $b > \varepsilon_K$ .



Rys. 7.9. Przebieg wartości współczynnika  $\mu_{2,29}$ . Parametry – patrz tab. 7.5



Rys. 7.10. Przebieg wartości współczynnika  $\mu_{2,30}$ . Parametry – patrz tab. 7.5

Rozwiązanie zadania odwrotnego jest możliwe, ale mało racjonalne. Po pierwsze, nie ma ono obecnie znaczenia utylitarneho; po drugie – do jego rozwiązania wymagana jest znajomość praktycznie całego przebiegu wartości  $\mu_i$  w funkcji  $\varepsilon$ .

Krokiem przygotowawczym proponowanej w niniejszej pracy procedury wyznaczenia wartości poszukiwanych parametrów:  $C/d^2$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  jest wyznaczenie przebiegu wartości parametru pomocniczego  $FM$  w myśl zależności:

$$FM = \frac{\mu_i(\varepsilon) \cdot \varphi_i(\varepsilon)}{1,728} \quad (7.30)$$

Wykres wartości parametru  $FM$  (rys. 7.11) składa się zawsze z dwóch fragmentów: prostej (dla małych wartości  $\varepsilon$ ) oraz krzywej wyższego rzędu.

Proponowany sposób wyznaczenia wartości stosunku przewodności dźwiękowej do kwadratu średnicy kanału zasilającego  $C/d^2$  jest następujący:

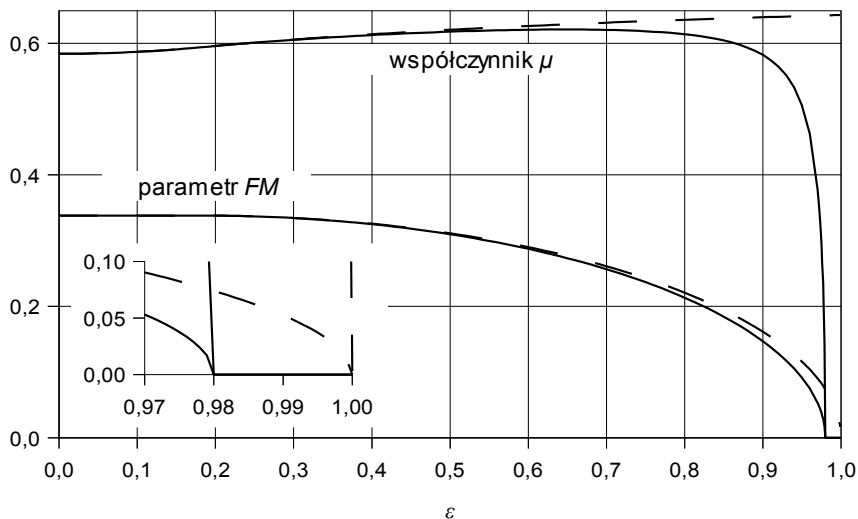
- dla części prostoliniowej przebiegu parametru  $FM$  odczytać jego wartość;
- dla znanej wartości  $FM$  wyznaczyć wartość liczby Macha  $M_1$  (w tym wypadku równej  $M_{1max}$ ) z zależności:

$$FM = M_1 \cdot (1 + 0,2 \cdot M_1^2)^{-3} \quad (7.31)$$

- dla obliczonej wartości  $M_{1max}$  wyznaczyć wartość  $C/d^2$  ze wzoru (4.19).

Wyznaczenie wartości czopującego stosunku ciśnień  $a$  polega na odczytaniu wartości stosunku ciśnień  $\varepsilon$ , dla którego wartość parametru  $FM = 0$  (na rysunku 7.11 są to wartości 0,98 bądź 1,00) i przyjęciu  $a = \varepsilon$ .

Wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$  oraz indeksu ekspansji  $m$  można wyznaczać jednocześnie bądź osobno.



Rys. 7.11. Przebiegi wartości: współczynnika  $\mu_{2,13}$  i parametru  $FM$  dla  $C/d^2 = 0,001 \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg}$ ,  $b = 0,2$ ,  $m = 0,5$  oraz  $a = 0,98$  — — bądź  $a = 1,00$  — —

Dla wyznaczenia (tylko) wartości  $b$  należy:

- odczytać wartość stosunku ciśnień  $\varepsilon$  odpowiadającą przejściu przebiegu parametru  $FM$  z części prostoliniowej w krzywą wyższego rzędu (odczytanie tej wartości może być obciążone znacznym błędem ze względu na łagodne przejście); jest to wartość  $\varepsilon_K$ ;
- dla znanych wartości  $\varepsilon_K$  oraz  $M_{1max}$  wyliczyć wartość  $b$  ze wzoru (4.24).

Wyznaczając wartość  $m$ , powinno się:

- wybrać wartość  $0 < v < 1$  i, dla znanej wartości  $M_{1max}$ , obliczyć wartość  $M_1$  ze wzoru (4.28);
- dla obliczonej wartości  $M_1$  wyliczyć wartość  $FM$  i odczytać odpowiadającą jej wartość  $\varepsilon$ ;
- dla znanych wartości  $\varepsilon$  oraz  $M_1$  wyliczyć wartość  $\eta$  ze wzoru (4.23);
- dla znanych wartości  $b$ ,  $a$ ,  $\eta$  oraz wybranej  $v$  obliczyć wartość  $m$  ze wzoru (5.7).

Chociaż teoretycznie wartość  $m$  powinna być stała niezależnie od wyboru wartości  $v$ , to w praktyce wcale tak nie musi być. Właściwsze (i zgodne z ideą normy ISO 6953) jest następujące podejście:

- dla czterech wartości  $v$  równych: 0,9, 0,8, 0,6 i 0,4 obliczyć cztery wartości  $m_i$ , zgodnie z algorytmem podanym powyżej;
- dla znanych wartości  $b$ ,  $a$  oraz  $m_i$  wyliczyć średnią wartość  $m$ , minimalizując funkcję błędu o postaci (5.8).

W przypadku jednoczesnego wyznaczania wartości:  $b$  i  $m$  proponowany tok obliczeń powinien być następujący:

- dla znanej wartości  $M_{1max}$  oraz  $v$  równego: 0,9, 0,8, 0,6 i 0,4 obliczyć cztery wartości  $M_{1i}$  ze wzoru (4.28);
- dla obliczonych wartości  $M_{1i}$  wyliczyć wartości  $FM$  i odczytać odpowiadające im wartości  $\varepsilon_i$ ;
- dla każdej pary wartości  $\varepsilon_i$  oraz  $M_{1i}$  wyliczyć wartość  $\eta_i$  ze wzoru (4.23);
- dla znanych wartości  $b$ ,  $a$ ,  $\eta_i$  oraz  $v_i$  wyznaczyć średnie wartości  $b$  i  $m$ , minimalizując funkcję błędu o postaci (5.13).

Dla niektórych elementów pneumatycznych prostoliniowy przebieg wartości parametru  $FM$  może nie być równoległy do osi ( $FM$  nie ma w tym zakresie stałej wartości). Ta nierównoległość jest nieznaczna i w obliczeniach można posłużyć się średnią wartością  $FM$ . W takim przypadku wartości  $b$  i  $m$  należy wyznaczać jednocześnie.

## 7.4. Model Miatłuka i Awtuszki

Model (2.13) wykorzystuje dwa współczynniki przepływu:  $\mu$  i  $\beta$ . Jego struktura jest identyczna ze wzorem (7.26) przy założeniu, że funkcja ekspansji ma postać:

$$\varphi(\varepsilon, \beta) = \beta \cdot \frac{1 - \varepsilon}{\beta - \varepsilon} \quad (7.32)$$

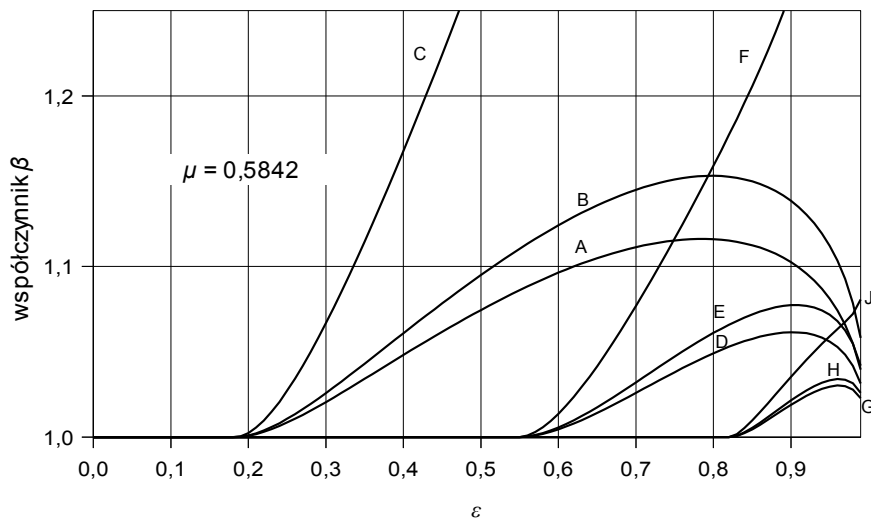
Zakładając, że współczynnik przepływu  $\mu$  ma stałą wartość, można ją wyznaczyć ze wzoru (7.29) dla wartości  $\varepsilon = 0$  (tożsame z podstawieniem  $\varphi_i(\varepsilon) = 1$ ) po podstawieniu wartości  $M_{1max}$ , obliczonej ze wzoru (4.21), w miejsce  $M_1$ . Ostatecznie daje to:

$$\mu = 1,728 \cdot M_{1max} \cdot \left(1 + 0,2 \cdot M_{1max}^2\right)^{-3} \quad (7.33)$$

Dla znanej wartości  $\mu$ , po podstawieniu funkcji ekspansji (7.32) do (7.29) i uporządkowaniu, otrzymuje się wzór na wartość współczynnika  $\beta$  w postaci:

$$\beta = \frac{\varepsilon \cdot M_1}{M_1 - 0,5787 \cdot \mu \cdot (1 - \varepsilon) \cdot (1 + 0,2 \cdot M_1^2)^3} \quad (7.34)$$

gdzie wartość liczby Macha  $M_1$  oblicza się zgodnie z algorytmem podanym w punkcie 4.3. Tak wyznaczony współczynnik  $\beta$  nie ma stałej wartości, lecz jest funkcją stosunku ciśnień  $\varepsilon$  (rys. 7.12). Jego wartość do punktu o wartości  $\varepsilon = \varepsilon_K$  (punkt odpowiadający  $\eta = b$ ) jest równa 1,0. Po przekroczeniu tego punktu zaczyna rosnąć. Dla wartości indeksu ekspansji  $m < 1$ , po osiągnięciu maksimum, zaczyna maleć; dla  $m \geq 1$  maksimum nie występuje i  $\beta$  dla  $\varepsilon$  bliskiego jedności może osiągnąć znaczną wartość, na przykład  $\beta = 13,26$  przy  $\varepsilon = 0,99$  (rys. 7.12, wariant F).



Rys. 7.12. Przebieg wartości współczynnika  $\beta$ . Parametry – patrz tab. 7.5

Wzory (7.33) i (7.34) stanowią szukaną funkcję przeliczającą z parametrów opisanych w normie ISO 6953 na wartości współczynników przepływu  $\mu$  oraz  $\beta$  modelu (2.13).

## 7.5. Model Woelkego

Woelke w swoich pracach zaprezentował dwa modele strumienia masy, model z trzema parametrami – wzór (2.15) – i model z czterema parametrami – wzory (2.18) i (2.17). Oba modele mają strukturę zgodną ze wzorem (7.26).

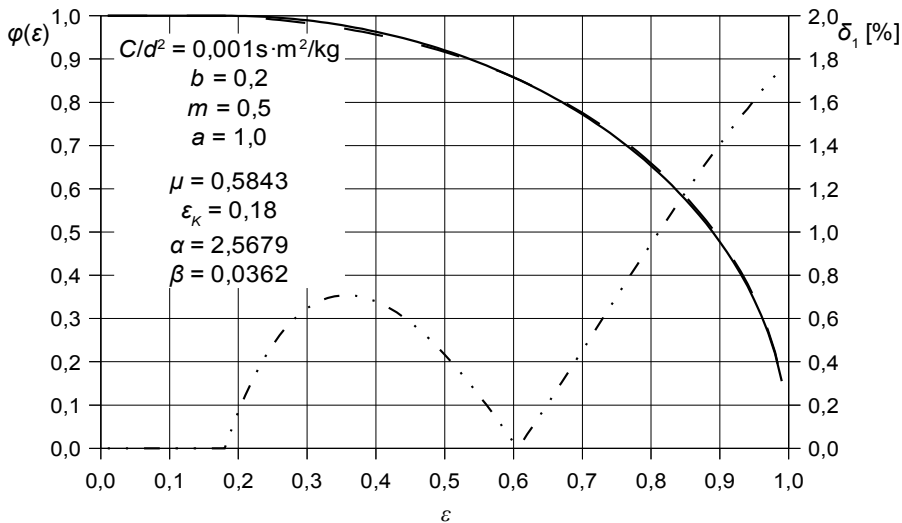
Cztery współczynniki wynikające ze wzorów (2.18) i (2.17) to: współczynnik przepływu  $\mu$ , krytyczny stosunek ciśnień  $\varepsilon_K$  oraz dwa parametry definiujące kształt

funkcji ekspansji  $\varphi(\varepsilon) - \beta_1$  i  $\beta_2$ . Model z trzema parametrami jest uproszczoną formą modelu z czterema parametrami. Uproszczenie polega na przyjęciu stałej wartości  $\varepsilon_K = 0$ .

Analizując funkcję ekspansji (2.17), można stwierdzić, że współczynnik przepływu  $\mu$  ma stałą wartość i jest funkcją jedynie przewodności dźwiękowej  $C$  (oraz średnicy  $d$ ). Dla powietrza jego wartość można wyznaczyć z zależności (7.33). Krytyczny stosunek ciśnień spiętrzenia  $\varepsilon_K$ , który z definicji ma stałą wartość, jest funkcją przewodności dźwiękowej  $C$  (oraz średnicy  $d$ ) i krytycznego stosunku ciśnień  $b$ . Jego wartość można wyznaczyć ze wzoru (4.24). Występującą we wzorach (7.33) i (4.24) maksymalną wartość liczby Macha  $M_{1max}$  należy wyznaczyć ze wzoru (4.21). Dla znanych już wartości  $\mu$  i  $\varepsilon_K$ , ze wzoru (7.26), można wyznaczyć pożądaną (rys. 7.13) przebieg wartości funkcji ekspansji  $\varphi(\varepsilon)$ . Na jego podstawie można wyznaczyć wartość współczynników  $\beta_1$  i  $\beta_2$ , zakładając, że funkcja opisana wzorem (2.17) powinna aproksymować funkcję ekspansji  $\varphi(\varepsilon)$ . Takie założenie powoduje, że  $\beta_1$  i  $\beta_2$  nie są funkcjami  $\varepsilon$ , ale skutkuje też błędami w wartości wyznaczanego strumienia masy. Proponowana procedura wyznaczania wartości  $\beta_1$  oraz  $\beta_2$  jest następująca:

- dla znanej wartości  $M_{1max}$  oraz  $v_i$  równego: 0,9, 0,8, 0,6 i 0,4 obliczyć cztery wartości  $M_{1i}$  ze wzoru (4.28);
- dla każdej wartości  $M_{1i}$  oraz znanych wartości  $\mu$  i  $M_{1max}$  wyliczyć ze wzoru (7.29) wartość  $\varphi_i(\varepsilon)$ ; następnie z przebiegu  $\varphi(\varepsilon)$  odczytać odpowiadające im wartości  $\varepsilon_i$ ;
- dla znanych wartości  $\varphi_i(\varepsilon)$ ,  $\varepsilon_i$  oraz  $\varepsilon_K$  obliczyć średnie wartości  $\beta_1$  i  $\beta_2$ , minimalizując funkcję błędu o postaci:

$$e = \sum_{i=1}^4 \left\{ \varphi_i(\varepsilon_i) - \sqrt{\frac{1 - \varepsilon_i^{\beta_1} \cdot e^{-\beta_2 \varepsilon_i^2}}{1 - \varepsilon_K^{\beta_1} \cdot e^{-\beta_2 \varepsilon_K^2}}} \right\}^2 \quad (7.35)$$



Rys. 7.13. Przebieg funkcji ekspansji  $\varphi(\varepsilon)$  pożądaney — i uzyskany - - oraz ich różnica względna  $\delta_1$  · · ·

Tabela 7.6

Wyniki wyznaczania parametrów funkcji ekspansji o postaci (2.17)

SYMBOL wg tab. 7.5	$\varepsilon_K$ [-]	$\beta_{1A}$ [-]	$\beta_{2A}$ [-]	$\delta_{1m99}$ [%]	$\delta_{1max99}$ [%]	$\delta_{1m95}$ [%]	$\delta_{1max95}$ [%]
		$\beta_{1B}$ [-]	$\beta_{2B}$ [-]	$\delta_{2m99}$ [%]	$\delta_{2max99}$ [%]	$\delta_{2m95}$ [%]	$\delta_{2max95}$ [%]
A	0,1823	2,5695 3,1546	-0,3262 0,0000	0,92 1,54	10,83 15,63	0,63 1,05	2,19 6,03
B		2,5679	0,0362	0,69	1,75	0,64	1,61
C		3,4446 3,4444	3,7306 3,7304	27,37	635,25	10,81	134,39
D	0,5470	5,0630 5,1396	-0,0195 0,0000	0,96	7,91 8,07	0,63 0,61	1,11 1,18
E		6,2569 6,2570	0,5661	0,49	0,83	0,51	0,83
F		115,8457 115,8445	8,0932	26,32	406,58	8,15	72,23
G	0,8204	19,5472 19,5477	0,9653	0,73	1,25	0,73	1,09
H		2,5677 7,4989	-1,2102 0,0000	3,36 2,53	10,89 7,46	1,90 1,48	4,05 3,64
J		51996,8374 52000,5672	12,2095 12,2096	11,24	91,72	1,87	8,04

Podany algorytm stanowi funkcję przeliczającą z parametrów  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  opisanych w normie ISO 6953 na wartości współczynników przepływu  $\mu$ ,  $\varepsilon_K$ ,  $\beta_1$  oraz  $\beta_2$  modelu opisanego wzorami (2.18) i (2.17) bądź modelu opisanego wzorem (2.15).

Proponowany algorytm zastosowano do przeliczenia wartości parametrów elementów pneumatycznych zestawionych w tabeli 7.5. Jeden z przypadków, o symbolu B, zilustrowano (rys. 7.13), przedstawiając dwa przebiegi wartości funkcji ekspansji  $\varphi(\varepsilon)$ : pożądany (wynikający z wartości:  $C/d^2$ ,  $b$ ,  $m$  oraz  $a$ ) i uzyskany (dla wyliczonych wartości:  $\varepsilon_K$ ,  $\beta_1$  i  $\beta_2$ ) oraz przebieg wartości ich względnej różnicy  $\delta_i$ ; całość wyników zestawiono w tabeli 7.6. Procedurę minimalizacji funkcji opisanej wzorem (7.35) przeprowadzono z wykorzystaniem dwóch metod optymalizacji: bez ograniczeń (wyniki z indeksem „A”) oraz z ograniczeniami  $\beta_1 \geq 0$  i  $\beta_2 \geq 0$  (indeks „B”). W obu przypadkach wyznaczono wartości różnicy względnej  $\delta$ : średniej (indeks „m”) i maksymalnej (indeks „max”). Indeks „99” oznacza, że wartość  $\delta$  była wyznaczana dla zakresu stosunku ciśnień  $\varepsilon_K < \varepsilon \leq 0,99$ , a „95”, że dla  $\varepsilon_K < \varepsilon \leq 0,95$ .

Analizując wyniki przedstawione w tabeli 7.6 oraz na rysunku 7.13, można dojść do następujących wniosków:

- wartość  $b$  elementu na nieznaczny wpływ na wartość błędów  $\delta$ ;
- dla wartości  $m$  mniejszych od 0,5 błąd  $\delta$  nieznacznie rośnie; podobnie jest przy wzroście wartości  $m$  aż do  $m = 1$ ; po przekroczeniu tej wartości błąd  $\delta$  zaczyna gwałtownie rosnąć;
- błąd  $\delta$  względem stosunku ciśnień  $\varepsilon$  nie jest monotoniczny, lecz jego maksymalna wartość występuje dla  $\varepsilon$  zdążających do 1;

- pojawiające się mniejsze wartości  $\delta$  dla optymalizacji z ograniczeniami świadczą o trudnościach z minimalizacją funkcji o postaci (7.35);
- w pracy [158] opisano wyniki badań przepływu powietrza przez dwie dysze, dla których wyznaczono:  $\beta_1 = 4,34$  i  $\beta_2 = 0,37$  oraz  $\beta_1 = 3,55$  i  $\beta_2 = 0,96$  – w tabeli 66 pojawiają się ujemne wartości współczynnika  $\beta_2$  (przy optymalizacji bez ograniczeń) oraz wartości  $\beta_1$  dochodzące do kilkudziesięciu tysięcy (symbol F – duże wartości  $b$  i  $m$ ).

## 7.6. Przejście w dziedzinę ciśnień spiętrzenia

Modele strumienia masy przedstawione w normach: ISO 6358 i ISO 6953 określone są w dziedzinie ciśnień statycznych. Przejście w dziedzinę ciśnień spiętrzenia, na przykład w celu symulacji komputerowej układu pneumatycznego, możliwe jest przy wykorzystaniu wzoru (4.16) wraz z algorytmem opisanym w punkcie 4.4 bądź modeli opisanych w punktach 7.3 (wszystkie o zmiennej wartości współczynników) i 7.4 (jeden współczynnik o stałej wartości, jeden o zmiennej). Wszystkie sposoby przejścia są równoważne i obarczone identyczną niedogodnością – koniecznością wielokrotnego iteracyjnego rozwiązywania równania (4.26). Innym podejściem może być zastosowanie wprost wzorów ze wspomnianych norm i tym samym zaakceptowanie błędów wynikających z utożsamienia ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia, bądź wykorzystanie modelu przedstawionego w punkcie 7.5 i zaakceptowanie błędów przejścia na ten model (tab. 7.6). Z utylitarne punktu widzenia racjonalne wydaje się poszukiwanie takiego modelu strumienia masy, że:

- jego współczynniki miałyby stałą wartość;
- błędy przejścia na ten model byłyby akceptowalne i mniejsze od błędów wynikających z utożsamienia ciśnień spiętrzenia i ciśnień statycznych;
- koszty obliczeniowe byłyby niższe niż w przypadku iteracyjnego rozwiązywania równania (4.26).

Zdecydowano się na zaproponowanie modelu o strukturze zbliżonej do struktury modelu przedstawionego w normie ISO 6953:

$$\dot{m} = C_{sp} \cdot \frac{p_0}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} \cdot \varphi_{sp}(\varepsilon) \quad (7.36)$$

$$\varphi_{sp}(\varepsilon) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } 0 \leq \varepsilon \leq b_{sp} \\ g(\varepsilon) & \text{gdy } b_{sp} < \varepsilon < a_{sp} \\ 0 & \text{gdy } a_{sp} \leq \varepsilon \leq 1 \end{cases} \quad (7.37)$$

gdzie  $g(\varepsilon)$  to funkcja mająca aproksymować funkcję ekspansji w zakresie przepływu podkrytycznego.

Z porównania wzorów (7.36) i (4.16), po uproszczeniu i przekształceniu, otrzymuje się zależność o postaci:

$$\frac{C_{sp}}{d^2} \cdot \varphi(\varepsilon) = \frac{\pi}{4 \cdot \rho_N} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R \cdot T_N}} \cdot M_1 \cdot \left( 1 + \frac{\kappa - 1}{2} \cdot M_1^2 \right)^{\frac{\kappa + 1}{2 - 2\kappa}} \quad (7.38)$$



Zakładając, że czynnikiem jest powietrze i przepływ ma charakter krytyczny, wartość przewodności  $C_{sp}$  można wyznaczyć z:

$$C_{sp} = 269,62 \cdot 10^{-5} \cdot d^2 \cdot M_{1max} \cdot (1 + 0,2 \cdot M_{1max}^2)^{-3} \quad (7.39)$$

Wartość krytycznego stosunku ciśnień  $b_{sp}$  należy wyznaczyć ze wzoru (4.24), utożsamiając go z  $\varepsilon_K$ , natomiast wartość  $a_{sp}$  przyjąć równą wartości  $a$ .

Znając wartości  $C_{sp}$ ,  $b_{sp}$  i  $a_{sp}$ , można wyznaczyć wymagany przebieg funkcji ekspansji  $\varphi(\varepsilon)$  w zakresie przepływu podkrytycznego ( $b_{sp} \leq \varepsilon \leq a_{sp}$ ) z zależności:

$$\varphi(\varepsilon) = 269,62 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{d^2}{C_{sp}} \cdot M_1 \cdot (1 + 0,2 \cdot M_1^2)^{-3} \quad (7.40)$$

Potrzebne, we wzorach (7.39), (4.24) i (7.40), wartości  $M_1$  i  $M_{1max}$  należy wyznaczyć z zależności (4.21) i (4.26).

Dobór funkcji aproksymującej  $g(\varepsilon)$  nie jest oczywisty. Przebadano różne postacie takich funkcji, w tym sztuczne sieci neuronowe, przy różnej liczebności i rozkładzie punktów w zbiorze podlegającym aproksymacji. Ostatecznie zdecydowano się zaproponować trzy prototypy funkcji aproksymujących, których parametry wyznaczone są dla zbioru równomiernie rozłożonych punktów przy rozdzielczości zbioru  $\Delta\varepsilon = 0,01$ . W taki sposób dobrana rozdzielczość daje zbiory o liczebności od kilku do kilkudziesięciu punktów, nie zwiększając nadmiernie złożoności obliczeniowej zadania.

Pierwszą z proponowanych funkcji jest wielomian 6 stopnia o postaci:

$$g(\varepsilon) = \sum_{i=0}^6 z_i \cdot \varepsilon^i \quad (7.41)$$

**Tabela 7.7**

Rezultaty przyjęcia funkcji aproksymującej o postaci (7.41)

SYMBOL wg tab. 7.5	$\varepsilon_K$ [-]	$\delta_{m99}$ [%]	$\delta_{max99}$ [%]	$\delta_{m95}$ [%]	$\delta_{max95}$ [%]
A	0,1823	1,35	18,11	0,76	3,63
B		1,10	15,58	0,59	3,23
C		0,31	6,18	0,12	1,64
D	0,5470	1,57	21,97	0,85	3,14
E		1,33	19,82	0,67	2,61
F		0,46	9,77	0,12	0,56
G	0,8204	1,23	7,84	0,58	1,22
H		1,13	7,42	0,51	1,10
J		0,25	2,30	0,07	0,15

Rezultaty zastosowania funkcji o takiej postaci zestawiono w tabeli 7.7 (oznaczenia zgodne z tabelą 7.6). Zbiór, na którym testowano uzyskane funkcje aproksymujące był dziesięciokrotnie liczniejszy (rozdzielczość  $\Delta\varepsilon = 0,001$ ) niż zbiór wykorzystany do aproksymacji.

Dругa proponowana funkcja aproksymująca ma strukturę:

$$g(\varepsilon) = \beta_1 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\varepsilon - b_{sp}}{a_{sp} - b_{sp}} \right)^2 \right]^{\beta_2} \quad (7.42)$$

Rezultaty zastosowania funkcji o takiej postaci zestawiono w tabeli 7.8.

Tabela 7.8

Rezultaty przyjęcia funkcji aproksymującej o postaci (7.42)

SYMBOL wg tab. 7.5	$\varepsilon_k$ [-]	$\delta_{m99}$ [%]	$\delta_{max99}$ [%]	$\delta_{m95}$ [%]	$\delta_{max95}$ [%]
A	0,1823	0,19	1,37	0,17	0,34
B		0,07	0,26	0,06	0,11
C		0,81	6,03	0,72	1,83
D	0,5470	0,19	0,36	0,19	0,36
E		0,55	1,81	0,53	0,89
F		1,25	7,85	1,07	2,98
G	0,8204	1,51	2,97	1,52	2,86
H		1,90	3,78	1,90	3,61
J		1,79	3,69	1,64	3,69

Tabela 7.9

Rezultaty przyjęcia funkcji aproksymującej o postaci (7.43)

SYMBOL wg tab. 7.5	$\varepsilon_k$ [-]	$\delta_{m99}$ [%]	$\delta_{max99}$ [%]	$\delta_{m95}$ [%]	$\delta_{max95}$ [%]
A	0,1823	0,02	1,50	0,01	0,11
B		0,03	1,51	0,01	0,11
C		0,02	1,65	> 0,01	0,06
D	0,5470	0,05	1,53	0,01	0,11
E		0,05	1,52	0,01	0,11
F		0,03	1,27	0,01	0,03
G	0,8204	0,13	1,56	0,04	0,12
H		0,13	1,54	0,04	0,12
J		0,14	1,40	0,05	0,19

Trzecią propozycją jest funkcja sklejana funkcji liniowych (interpolacja odcinkami) o postaci:

$$g(\varepsilon) = \frac{\varphi_{sp}(\varepsilon_i) - \varphi_{sp}(\varepsilon_{i+1})}{\varepsilon_i - \varepsilon_{i+1}} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_i) + \varphi_{sp}(\varepsilon_i) \quad \text{gd}y \varepsilon_i \leq \varepsilon < \varepsilon_{i+1} \quad (7.43)$$

Wyniki dla tej funkcji przedstawiono w (tab. 7.9).

Analizując uzyskane wyniki (tab. 7.7, 7.8 i 7.9) oraz wyniki dla innych badanych postaci funkcji aproksymującej (nie prezentowane w tym rozdziale), na tle wykresów ilustrujących skutki utożsamiania ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia dla modelu podanego w normie ISO 6953 (rys. 6.8) można zaproponować, aby prowadząc obliczenia w dziedzinie ciśnień spiętrzenia z wykorzystaniem modelu z ISO 6358 bądź z ISO 6953, korzystać z modelu strumienia masy opisanego wzorami (7.36) i (7.37) z funkcją aproksymującą o postaci (7.43). Zastosowanie tejże funkcji przy rozdzielczości zbioru  $\Delta\varepsilon = 0,01$  wymaga minimalnych nakładów obliczeniowych na etapie przygotowania modelu w porównaniu z wielokrotnym iteracyjnym rozwiązywaniem równania (4.26) w trakcie długotrwałych obliczeń symulacyjnych napędu pneumatycznego. Nieznacznie zwiększając nakłady obliczeniowe (poprzez zwiększenie rozdzielczości  $\Delta\varepsilon$  całego bądź części zbioru), można dowolnie sterować dokładnością aproksymacji. Również na etapie wykorzystania powyższa funkcja ma minimalistyczne wymagania dotyczące zasobów komputera: czasu dostępu do danych (indeksowana tablica liczb) i pamięci operacyjnej (kilka kB).

## Rozdział 8

# PROCEDURY PRZETWARZANIA DANYCH DLA METOD ZBIORNIKOWYCH

Najpopularniejszymi metodami wyznaczania wartości współczynników przepływu są metody pośrednie zbiornikowe (patrz punkt 2.4.1). Nie są one jednak wykorzystywane do wyznaczania wartości współczynników zdefiniowanych w obowiązujących normach: ISO 6358 [48], ISO 6953 [49] i PN-EN 60534 [122]. Próbą ich wykorzystania do wyznaczania wartości tychże współczynników są metody alternatywne opisane w punkcie 2.4.3. Jednak metody te bądź są skrzyżowaniem metod zbiornikowych i bezpośrednich, bądź umożliwiają wyznaczenie wartości współczynników niezgodnych z tymi zdefiniowanymi w ISO 6358 i ISO 6953 – na przykład utożsamiają ciśnienia statyczne i ciśnienia spiętrzenia lub ignorują wpływ rur pomiarowych ciśnień na wynik pomiaru.

W niniejszym rozdziale sformułowano wymagania, jakie winno spełniać stanowisko pomiarowe oraz zaproponowano autorskie procedury przetwarzania danych pomiarowych umożliwiające zastosowanie metod pośrednich zbiornikowych do wyznaczenia wartości współczynników przepływu możliwie zgodnie z ideą norm: ISO 6358, PN-EN 60534 oraz ISO 6953 i ISO/WD 6358 [55].

### 8.1. Wymagania stawiane stanowisku pomiarowemu

Immanentną częścią wszystkich metod pomiarowych pośrednich są procedury przetwarzania danych pomiarowych umożliwiające wyznaczenie wartości interesujących nas wielkości na podstawie wartości (lub ich przebiegów) wielkości pomierzonych.

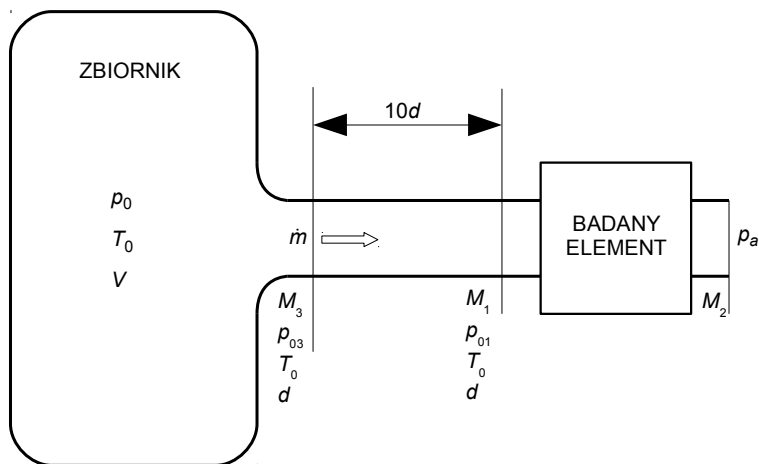
Procedury przetwarzania proponowane w niniejszym rozdziale mogą być wykorzystane do danych pomiarowych uzyskanych na dowolnym stanowisku: przy izotermicznym bądź adiabatycznym opróżnianiu zbiornika, jak również przy napełnianiu zbiornika podciśnieniowego (patrz punkt 2.4.1 oraz [28, 36, 69, 70, 89, 92]). Niezbędne są jednak pewne drobne modyfikacje wynikające z założeń przyjętych przy tworzeniu tychże procedur:

- wpływ powietrza ze zbiornika (rys. 8.1) bądź dopływ powietrza z otoczenia następuje przez dyszę dobrze zaokrągloną – możliwe jest założenie, że przepływ na odcinku od źródła ciśnienia do rury zasilającej jest izentropowy;
- rura zasilająca ma stałą średnicę  $d$  i długość od  $6 \cdot d$  do  $10 \cdot d$  (w proponowanych procedurach założono długość  $10 \cdot d$ ) – możliwe jest założenie, że przepływ przez rurę odbywa się bez wymiany ciepła z otoczeniem (przepływ adiabatyczny).

Możliwym wydaje się zastosowanie nawet znacznie dłuższej rury zasilającej, lecz nie jest to zalecane. Wydłużanie rury zasilającej może:

- spowodować odejście od założonego przepływu adiabatycznego – nie wydaje się to istotnym problemem, gdyż odejście to jest nieznaczne (patrz punkt 5.2) i zawsze można zastosować izolację cieplną;

- utrudnić wyznaczenie wartości szukanych współczynników, szczególnie dla elementów o małej wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$ ;
- istotnie zmienić charakter przepływu w rurze dolotowej pomiaru ciśnienia – dysza zbieżna poprzedzająca rurę zasilającą przyczynia się do znacznego skrócenia odcinka wlotowego (patrz punkt 5.4). W efekcie tego, przy długiej rurze zasilającej, przepływ na wlocie do rury dolotowej pomiaru ciśnienia byłby zawsze przepływem turbulentnym w pełni rozwiniętym, gdy w większości stanowisk zgodnych z przytaczanymi normami przepływ ten nie jest w pełni rozwinięty. Różny charakter przepływu w rurze dolotowej pomiaru ciśnienia powoduje zmianę jej pomierzonej oporności.



Rys. 8.1. Schemat stanowiska do wyznaczenia wartości współczynników przepływu metodą opróżniania zbiornika

W przypadku, gdy badany jest element typu wypływowego, to rozumiany jest on jako szeregowe połączenie rury dolotowej pomiaru ciśnienia, króćca dolotowego oraz właściwego elementu badanego. W przypadku elementu typu przepływowego dołączane są dodatkowo, na jego wypływie, króciec wylotowy i rura wylotowa pomiaru ciśnienia. Od tej chwili element taki traktowany jest jako element wypływowy. Świadomie pominięto dołączenie do elementu przepływowego końcowej rury wylotowej – komentarz i wpływ na wartości mierzonych współczynników opisano w punkcie 8.4. Rozmiary dołączanych króćców przyłączeniowych oraz średnica wewnętrzna  $d$  (identyczna jak rury zasilającej) i długości rur dolotowej i wylotowej wynikają z odpowiednich norm. Długość rury dolotowej mierzona jest od punktu pomiaru ciśnienia na dopływie gazu do króćca wlotowego; długość rury wylotowej mierzona jest od króćca wylotowego do punktu pomiaru ciśnienia na wypływie gazu. W realizacjach technicznych rura dolotowa powinna tworzyć całość z rurą zasilającą (rys. 8.1).

## 8.2. Procedury przetwarzania danych pomiarowych

Chociaż proponowane w niniejszym rozdziale procedury przetwarzania mogą być zastosowane do danych pomiarowych uzyskanych na różnych stanowiskach, to dla jasności dalszego wywodu przyjęto, że pomiary wykonano na stanowisku o strukturze przedstawionej na rysunku 8.1 podczas procesu opróżniania zbiornika.

Wyznaczanie wartości współczynników przepływu w rozumieniu normy ISO 6358 bądź ISO 6953, bądź PN-EN 60534 rozpoczyna się od wykonania eksperymentów pomiarowych na odpowiednio skonfigurowanych stanowiskach (z uwzględnieniem wymagań podanych w punkcie 8.1) i zgodnie z zaleceniami podanymi, na przykład, w [28, 36, 69, 70, 89, 92]. Na podstawie uzyskanych przebiegów wartości ciśnienia w zbiorniku w funkcji czasu możliwe jest zidentyfikowanie (patrz punkt 2.4.1) przebiegu wartości współczynnika (bądź współczynników) przepływu w funkcji stosunku ciśnień spiętrzenia  $\varepsilon = p_a/p_0$ .

W proponowanej procedurze przyjęto, że strumień masy gazu wyrażony jest wzorem (4.16), identyfikowanym współczynnikiem przepływu jest liczba Macha  $M_3$  (rys. 8.1) na wlocie do rury zasilającej, a pole przekroju strugi w (4.16) to  $f = \pi \cdot d^2/4$ . W efekcie obliczeń uzyskuje się przebieg wartości  $M_3$  w funkcji  $\varepsilon$ . Jednak, aby wyznaczyć właściwości przepływowe jedynie elementu badanego niezbędna jest znajomość przebiegu wartości liczby Macha  $M_1$  na wlocie do tego elementu (na wylocie z rury zasilającej – rys. 8.1) w funkcji stosunku ciśnień spiętrzenia  $\varepsilon_1 = p_a/p_{01}$ . Zakładając, że: przepływ przez rurę zasilającą jest adiabatyczny, czynnikiem jest powietrze, długość rury zasilającej równa jest  $10 \cdot d$ , a średnia wartość współczynnika strat liniowych rury zasilającej równa jest  $\lambda_s$ , na podstawie (5.1) i (5.2), powiązano wartości  $M_3$  i  $M_1$  równaniem:

$$\frac{1-M_1^2}{M_1^2} + 1,2 \cdot \ln \left( \frac{1,2 \cdot M_1^2}{1+0,2 \cdot M_1^2} \right) = \frac{1-M_3^2}{M_3^2} + 1,2 \cdot \ln \left( \frac{1,2 \cdot M_3^2}{1+0,2 \cdot M_3^2} \right) - 14 \cdot \lambda_s \quad (8.1)$$

Porównując strumienie masy na wlocie i wylocie z rury zasilającej, po uproszczeniu, można zapisać:

$$p_{03} \cdot M_3 \cdot \left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_3^2 \right)^{\frac{\kappa+1}{2-2 \cdot \kappa}} = p_{01} \cdot M_1 \cdot \left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_1^2 \right)^{\frac{\kappa+1}{2-2 \cdot \kappa}}$$

Ponieważ przepływ przez dyszę jest izentropowy, to prawdziwe jest  $p_0 = p_{03}$ . Wykorzystując definicję stosunku ciśnień spiętrzenia oraz zakładając, że czynnikiem jest powietrze, otrzymano ostatecznie:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon \cdot \frac{M_1}{M_3} \cdot \left( \frac{1+0,2 \cdot M_3^2}{1+0,2 \cdot M_1^2} \right)^3 \quad (8.2)$$

Zależności (8.1) i (8.2) umożliwiają przeliczenie przebiegu  $M_3$  w funkcji  $\varepsilon$  na przebieg  $M_1$  w funkcji  $\varepsilon_1$ .

### 8.2.1. Wyznaczanie wartości $C$ i $b$ w rozumieniu ISO 6358

Proponuje się następującą procedurę wyznaczania wartości przewodności dźwiękowej  $C$  i krytycznego stosunku ciśnień  $b$  w rozumieniu normy ISO 6358, dla znanego przebiegu

wartości liczby Macha  $M_3$  w funkcji stosunku ciśnień spiętrzenia  $\varepsilon$ :

- wyznaczyć maksymalną wartość liczby Macha  $M_{3max}$  jako średnią algebraiczną z wartości odczytanych dla prostoliniowego fragmentu przebiegu (przepływ krytyczny);
- dla wyznaczonej wartości  $M_{3max}$  oraz znanej wartości  $\lambda_s$  obliczyć wartość  $M_{1max}$  z (8.1);
- dla obliczonej wartości  $M_{1max}$  i znanej wartości średnicy wewnętrznej rury zasilającej  $d$  (rys. 8.1) wyznaczyć wartość  $C$  ze wzoru (4.19);
- dla znanej wartości  $M_{3max}$  oraz  $v$  równego około: 0,8, 0,6, 0,4 i 0,2 obliczyć cztery wartości  $M_{3i}$  ze wzoru (4.28);
- dla znanej wartości  $M_{1max}$  oraz tych samych wartości  $v_i$  obliczyć cztery wartości  $M_{1i}$  ze wzoru (4.28);
- dla każdej wartości  $M_{3i}$  odczytać odpowiadającą jej wartość  $\varepsilon_i$ ;
- dla każdego zestawu wartości  $M_{3i}$ ,  $M_{1i}$  i  $\varepsilon_i$  obliczyć wartość  $\varepsilon_{1i}$  ze wzoru (8.2);
- dla każdej pary wartości  $\varepsilon_{1i}$  oraz  $M_{1i}$  wyliczyć wartość  $\eta_i$  ze wzoru (4.23);
- dla każdej pary wartości  $v_i$  oraz  $\eta_i$  wyliczyć wartość  $b_i$  ze wzoru (5.16);
- obliczyć wartość  $b$  jako średnią arytmetyczną z czterech wartości  $b_i$ .

### 8.2.2. Wyznaczanie wartości $C$ , $b$ , $m$ i $a$ w rozumieniu ISO 6953 i ISO/WD 6358

Proponowana w niniejszej pracy procedura wyznaczania wartości przewodności dźwiękowej  $C$ , krytycznego stosunku ciśnień  $b$ , indeksu ekspansji  $m$  oraz czopującego stosunku ciśnień  $a$  w rozumieniu normy ISO 6953 i przy uwzględnieniu wytycznych z dokumentu ISO/WD 6358, dla znanego przebiegu wartości liczby Macha  $M_3$  w funkcji stosunku ciśnień spiętrzenia  $\varepsilon$ , jest następująca:

- wyznaczyć maksymalną wartość liczby Macha  $M_{3max}$  jako średnią algebraiczną z wartości odczytanych dla prostoliniowego fragmentu przebiegu (przepływ krytyczny);
- dla wyznaczonej wartości  $M_{3max}$  oraz znanej wartości średniej współczynnika strat liniowych rury zasilającej  $\lambda_s$  obliczyć wartość  $M_{1max}$  z (8.1);
- dla obliczonej wartości  $M_{1max}$  i znanej wartości średnicy wewnętrznej rury zasilającej  $d$  (rys. 8.1) wyznaczyć wartość  $C$  ze wzoru (4.19);
- dla znanej wartości  $M_{3max}$  oraz  $v$  równego około: 0,9, 0,8, 0,6 i 0,4 obliczyć cztery wartości  $M_{3i}$  ze wzoru (4.28);
- dla znanej wartości  $M_{1max}$  oraz tych samych wartości  $v_i$  obliczyć cztery wartości  $M_{1i}$  ze wzoru (4.28);
- dla każdej wartości  $M_{3i}$  odczytać odpowiadającą jej wartość  $\varepsilon_i$ ;
- dla każdego zestawu wartości  $M_{3i}$ ,  $M_{1i}$  i  $\varepsilon_i$  obliczyć wartość  $\varepsilon_{1i}$  ze wzoru (8.2);
- dla każdej pary wartości  $\varepsilon_{1i}$  oraz  $M_{1i}$  wyliczyć wartość  $\eta_i$  ze wzoru (4.23);
- przyjąć wartość  $a = 1$ ; jeżeli w element pneumatyczny wbudowany jest zawór zwrotny, to wówczas:
  - dla  $v = 0,05$  wyznaczyć wartość  $\eta_a$  analogicznie jak wartości  $\eta_i$ ;
  - przyjąć  $a = \eta_a$ ;
- dla znanych  $\eta_i$ ,  $v_i$  i  $a$  obliczyć średnie wartości  $b$  i  $m$  minimalizując funkcję błędu o postaci (5.13).

Chcąc wyznaczyć definicyjną a nie wynikającą z metodyki pomiarowej opisaną w dokumencie roboczym [55] wartość czopującego stosunku ciśnień  $a$  należy odczytać wartość  $\varepsilon$  odpowiadającą  $M_3 = 0$  i przyjąć  $a = \varepsilon$ .

### 8.2.3. Wyznaczanie wartości $K_V$ i $x_T$ w rozumieniu PN-EN 60534

Podstawiając (2.44) do (2.31) i porównując z (4.17) otrzymuje się:

$$\frac{K_V}{3600} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{def}}{\Delta p_{def}}} \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0} \cdot R} \cdot Y(x) = f_1 \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{R}} \cdot M_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_1^2}$$

Dla funkcji ekspansji  $Y(x)$  o postaci (2.45) w zakresie przepływu podkrytycznego, przyjmując za PN-EN 60534, że współczynnik ekspansji (2.43)  $y = 1$  oraz korzystając z definicji  $x$  (2.41), można zapisać:

$$K_V = 900 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \sqrt{\frac{\kappa \cdot \Delta p_{def}}{(1-\eta) \cdot \rho_{def}}} \cdot M_1 \cdot \sqrt{1 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_1^2} \quad (8.3)$$

gdzie zgodnie z PN-EN 60534 statyczny stosunek ciśnień powinien być  $\eta \geq 0,98$ . Dla warunków definicyjnych  $\rho_{def} = 1000 \text{ kg/m}^3$  i  $\Delta p_{def} = 100000 \text{ Pa}$  oraz powietrza jako medium ( $\kappa = 1,4$ ), wzór (8.3) przyjmuje postać:

$$K_V = 33455 \cdot d^2 \cdot M_1 \cdot \sqrt{\frac{1 + 0,2 \cdot M_1^2}{(1-\eta)}} \quad (8.4)$$

W podobny sposób, dla  $Y(x)$  o postaci (2.45), lecz w zakresie przepływu krytycznego, wprowadzono:

$$x_T = \left( 1350 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{K_V} \right)^2 \cdot \frac{\kappa \cdot \Delta p_{def}}{F_{\kappa} \cdot \rho_{def}} \cdot \left( M_{1max}^2 + \frac{\kappa-1}{2} \cdot M_{1max}^4 \right) \quad (8.5)$$

Po podstawieniu wartości definicyjnych oraz powietrza jako medium ( $\kappa = 1,4$  oraz  $F_{\kappa} = 1$ ) otrzymano:

$$x_T = 2,5182 \cdot 10^9 \cdot \frac{d^4}{K_V^2} \cdot \left( M_{1max}^2 + 0,2 \cdot M_{1max}^4 \right) \quad (8.6)$$

Proponowana tutaj procedura wyznaczania wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  oraz współczynnika względnego spadku ciśnienia  $x_T$  w rozumieniu normy PN-EN 60534, dla znanego przebiegu wartości liczby Macha  $M_3$  w funkcji stosunku ciśnień spiętrzenia  $\varepsilon$ , jest następująca:

- wyznaczyć maksymalną wartość liczby Macha  $M_{3max}$  jako średnią algebraiczną z wartości odczytanych dla prostoliniowego fragmentu przebiegu (przepływ krytyczny);
- dla wyznaczonej wartości  $M_{3max}$  oraz znanej wartości  $\lambda$  obliczyć wartość  $M_{1max}$  z (8.1);
- wykorzystując krzywoliniowy fragment przebiegu  $M_3$  oraz zależności (8.1), (8.2) i (4.23), wyznaczyć przebieg  $M_1$  w funkcji stosunku ciśnień statycznych  $\eta$  w zakresie przepływu podkrytycznego;
- korzystając z wyznaczonego przebiegu odczytać wartość  $M_1$  dla  $\eta \geq 0,98$ ;
- dla znanych wartości  $\eta$ ,  $M_1$ , i  $d$  obliczyć wartość  $K_V$  ze wzoru (8.4);
- dla znanych wartości  $K_V$ ,  $M_{1max}$  i  $d$  obliczyć wartość  $x_T$  ze wzoru (8.6).

Chcąc trzymać się wytycznych normy PN-EN 60534, wartość współczynnika wymiarowego  $K_V$  powinna zostać wyznaczona co najmniej czterokrotnie. Jeżeli uzyskane wartości



nie różnią się więcej niż o 2%, wówczas za wyznaczoną wartość  $K_V$  uznaje się średnią algebraiczną z tych wartości; w przypadku większych różnic testy należy powtórzyć.

### 8.3. Przykłady obliczeniowe

Zgodnie z wymaganiami sformułowanymi w punkcie 8.1 przeprowadzono serię eksperymentów numerycznych polegających na symulacji procesu adiabaticznego opróżniania zbiornika o objętości  $V = 25 \text{ dm}^3$ . We wszystkich eksperymentach przyjęto ciśnienie początkowe powietrza w zbiorniku równe  $p_0 = 10^6 \text{ Pa}$ , jego temperatura początkowa równa jest  $T_0 = 293,15 \text{ K}$ , a stałe ciśnienie w przestrzeni do której następuje wypływ wynosi  $p_a = 1,01^5 \text{ Pa}$ . Obiektem badań był opornik pneumatyczny o przewodności dźwiękowej  $C = 2,55 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ , krytycznym stosunku ciśnień  $b = 0,471$ , indeksie ekspansji  $m = 0,500$  i czopującym stosunku ciśnień  $a = 1,00$ . Obiekt podłączono do rury dolotowej o wewnętrznej średnicy  $d = 9 \text{ mm}$ , całkowitej długości  $13 \cdot d$  i średnim współczynniku strat liniowych  $\lambda_s = 0,012$ . W kolejnych eksperymentach obiekt potraktowano jako:

- element wypływowi badany zgodnie z ideą norm [48] i [55] – brak rury wylotowej pomiaru ciśnienia;
- element przepływowi badany zgodnie z ideą norm [48] i [55] – rura wylotowa pomiaru ciśnienia o długości  $10 \cdot d$ ;
- element przepływowi badany zgodnie z ideą normy [122] – rura wylotowa pomiaru ciśnienia o długości  $6 \cdot d$ .

We wszystkich przypadkach, do wyznaczenia przebiegu wartości liczby Macha  $M_3$  (rys. 8.1) w funkcji stosunku ciśnień  $\varepsilon$ , wykorzystano autorski program *FCC* v. 5.0 [89]. Ponieważ uzyskane przebiegi wartości  $p_0$ , a tym samym przebiegi wartości  $M_3$ , jedynie nieznacznie się różniły, to w poniżej prezentowanych przykładach obliczeniowych posłużono się zestawieniami tabelarycznymi, a nie wykresami – wykresy w punkcie 8.3.1 zamieszczono jedynie w celach poglądowych.

#### 8.3.1. Przykład A – element wypływowi

W niniejszym przykładzie badany opornik pneumatyczny został potraktowany jako element wypływowi. Według norm [48] i [55] w takim przypadku rura dolotowa pomiaru ciśnienia na długość  $3 \cdot d$  i brak jest rury wylotowej pomiaru ciśnienia.

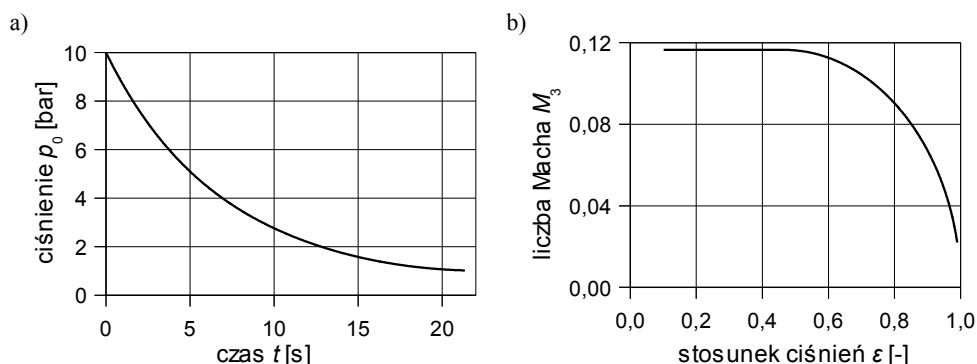
W celu wyznaczenia wartości współczynników badanego opornika pneumatycznego traktowanego jak element wypływowi, kolejno wykonano:

- na podstawie przebiegu wartości ciśnienia  $p_0$  w zbiorniku (rys. 8.2a) zidentyfikowano przebieg wartości  $M_3$  w funkcji  $\varepsilon$  (rys. 8.2a);
- z przebiegu  $M_3$  w funkcji  $\varepsilon$  wyznaczono  $M_{3max} = 0,11653$ ;
- dla  $\lambda_s = 0,012$  wyliczono z (8.1)  $M_{1max} = 0,11667$ ;
- dla  $d = 0,009 \text{ m}$  z (4.19) obliczono  $C = 2,5514 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ;
- korzystając z (4.28), (8.2) i (4.23) wyznaczono wartości  $M_{3i}$ ,  $M_{1i}$ ,  $\varepsilon_i$ ,  $\varepsilon_{li}$  i  $\eta_i$  (tab. 8.1);
- wyznaczając wartość krytycznego stosunku ciśnień  $b$  zgodnie z ISO 6358:
  - korzystając ze wzoru (5.16) wyznaczono wartości  $b_i$  (tab. 8.1 – wiersze 2 do 5);
  - obliczono średnią wartość  $b = 0,46858$ ;

- wyznaczając wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$ , indeksu ekspansji  $m$  oraz czopującego stosunku ciśnień  $a$  w rozumieniu ISO 6953, przy zastosowaniu wytycznych z ISO/WD 6358 [55]:
  - przyjęto wartość  $a = 1$ ;
  - wykorzystując algorytm *Social Cognitive Optimisation*, dokonano minimalizacji funkcji błędu o postaci (5.13) dla danych zebranych w tabeli 8.1, wiersze 1 do 4, otrzymując  $b = 0,47080$  i  $m = 0,50086$ ;
- wyznaczając wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  i współczynnika  $x_T$  w rozumieniu normy PN-EN 60534:
  - zignorowano różnice długości rur, dolotowej i wylotowej wynikające z normy [122];
  - z przebiegu  $M_1$  w funkcji  $\eta$ , dla  $\eta = 0,98024$  odczytano  $M_1 = 0,03152$ ;
  - dla  $d = 0,009$  m z (8.4) obliczono  $K_V = 0,60775$  m<sup>3</sup>/h (ANR);
  - wykorzystując (8.6), obliczono  $x_T = 0,61058$ .

Po zaokrągleniu do trzech cyfr znaczących, jako wyznaczone przyjęto wartości:

- według ISO 6358:  $C = 2,55 \cdot 10^{-8}$  s·m<sup>4</sup>/kg i  $b = 0,469$ ;
- według ISO 6953:  $C = 2,55 \cdot 10^{-8}$  s·m<sup>4</sup>/kg,  $b = 0,471$ ,  $m = 0,501$  i  $a = 1$ ;
- według PN-EN 60534:  $K_V = 0,608$  m<sup>3</sup>/h (ANR) i  $x_T = 0,611$ .



Rys. 8.2. Przykład A – przebieg wartości ciśnienia  $p_0$  w zbiorniku (a) oraz zidentyfikowany przebieg wartości liczby Macha  $M_3$  (b)

**Tabela 8.1**

Zestawienie wyników pośrednich obliczeń – przykład A

Nr	$v_i$	$M_{3i}$	$\varepsilon_i$	$M_{1i}$	$\varepsilon_{1i}$	$\eta_i$	$b_i$
1	0,90030	0,10497	0,69489	0,10507	0,69553	0,70092	—
2	0,80025	0,09334	0,78248	0,09341	0,78309	0,78789	0,47017
3	0,60055	0,07010	0,89027	0,07013	0,89063	0,89370	0,46960
4	0,40090	0,04682	0,95384	0,04683	0,95397	0,95543	0,46863
5	0,19948	0,02330	0,98866	0,02330	0,98889	0,98927	0,46593

### 8.3.2. Przykład B – element przepływowy

W niniejszym przykładzie badany opornik pneumatyczny został potraktowany jako element przepływowy. Oznacza to, że zgodnie z [48] i [55], do układu z przykładu A dołączono rurę wylotową pomiaru ciśnienia o długości  $10 \cdot d$ .

Chcąc wyznaczyć wartości współczynników przepływu dla tego opornika jako elementu przepływowego, kolejno wykonano:

- na podstawie przebiegu wartości  $p_0$  zidentyfikowano przebieg wartości  $M_3$  w funkcji  $\varepsilon$ ;
- z przebiegu  $M_3$  w funkcji  $\varepsilon$  wyznaczono  $M_{3max} = 0,11647$ ;
- dla  $\lambda_s = 0,012$  wyliczono z (8.1)  $M_{1max} = 0,11661$ ;
- dla  $d = 0,009$  m z (4.19) obliczono  $C = 2,5501 \cdot 10^{-8}$  s·m<sup>4</sup>/kg;
- korzystając ze wzorów (4.28), (8.2) i (4.23) wyznaczono wartości  $M_{3i}$ ,  $M_{1i}$ ,  $\varepsilon_i$ ,  $\varepsilon_{1i}$  i  $\eta_i$  (tab. 8.2);

**Tabela 8.2**

Zestawienie wyników pośrednich obliczeń – przykład B

Nr	$v_i$	$M_{3i}$	$\varepsilon_i$	$M_{1i}$	$\varepsilon_{1i}$	$\eta_i$	$b_i$
1	0,8999942	0,10487	0,68322	0,10497	0,68387	0,68916	—
2	0,7999567	0,09326	0,77447	0,09333	0,77500	0,77973	0,44925
3	0,6002397	0,07002	0,88632	0,07005	0,88671	0,88976	0,44928
4	0,3995224	0,04663	0,95247	0,04664	0,95264	0,95409	0,44870
5	0,2003828	0,02340	0,98850	0,02340	0,98839	0,98877	0,44636

- wyznaczając wartość krytycznego stosunku ciśnień  $b$  zgodnie z ISO 6358:
  - korzystając ze wzoru (5.16) wyznaczono wartości  $b_i$  (tab. 8.2 – wiersze 2 do 5);
  - obliczono średnią wartość  $b = 0,44840$ ;
- wyznaczając wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$ , indeksu ekspansji  $m$  oraz czopującego stosunku ciśnień  $a$  w rozumieniu ISO 6953, przy zastosowaniu wytycznych z ISO/WD 6358:
  - przyjęto wartość  $a = 1$ ;
  - dokonano minimalizacji funkcji błędu o postaci (5.13) dla danych zebranych w tabeli 8.2, wiersze 1 do 4, otrzymując  $b = 0,44946$  i  $m = 0,50026$ ;
- wyznaczając wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  i współczynnika  $x_T$  w rozumieniu normy PN-EN 60534:
  - zignorowano różnice długości rur: dolotowej i wylotowej wynikające z normy [122];
  - z przebiegu  $M_1$  w funkcji  $\eta$ , dla  $\eta = 0,98002$  odczytano  $M_1 = 0,03112$ ;
  - dla  $d = 0,009$  m z (8.4) obliczono  $K_V = 0,59658$  m<sup>3</sup>/h (ANR);
  - wykorzystując (8.6), obliczono  $x_T = 0,63292$ .

Po zaokrągleniu do trzech cyfr znaczących, przyjęto jako wyznaczone wartości:

- według ISO 6358:  $C = 2,55 \cdot 10^{-8}$  s·m<sup>4</sup>/kg i  $b = 0,448$ ;
- według ISO 6953:  $C = 2,55 \cdot 10^{-8}$  s·m<sup>4</sup>/kg,  $b = 0,449$ ,  $m = 0,500$  i  $a = 1$ ;
- według PN-EN 60534:  $K_V = 0,597$  m<sup>3</sup>/h (ANR) i  $x_T = 0,633$ .

### 8.3.3. Przykład C – rura wylotowa pomiaru ciśnienia o długości $6 \cdot d$

Norma PN-EN 60534 przewiduje wykonywanie pomiarów jedynie dla elementów przepływowych. Zgodnie z nią, rura dolotowa pomiaru ciśnienia na długość  $2 \cdot d$ , a rura wylotowa pomiaru ciśnienia  $6 \cdot d$ . Wynika z tego, że wartości  $K_V$  i  $x_T$  obliczone w punktach 8.3.1 i 8.3.2 nie zostały wyznaczone zgodnie z ideą tejże normy. Celem uzyskania takiej zgodności, należy do opornika traktowanego jako element wypływowy (punkt 8.3.1) dołączyć rurę o długości  $6 \cdot d$  oraz, w przyjętym stanowisku, skrócić rurę dolotową pomiaru ciśnienia z  $3 \cdot d$  do  $2 \cdot d$ . W proponowanej procedurze obliczeniowej wymagany efekt skrócenia (przy jednoczesnym wydłużeniu rury zasilającej z  $10 \cdot d$  do  $11 \cdot d$ ) można w łatwy sposób zrealizować, zmieniając we wzorze (8.1) wartość współczynnika znajdującego się przy  $\lambda_s$  z 14,0 na 15,4.

W celu wyznaczenia wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  i współczynnika  $x_T$  w rozumieniu normy PN-EN 60534, kolejno wykonano:

- na podstawie przebiegu wartości  $p_0$  zidentyfikowano przebieg wartości  $M_3$  w funkcji  $\varepsilon$ ;
- z przebiegu  $M_3$  w funkcji  $\varepsilon$  wyznaczono  $M_{3max} = 0,11647$ ;
- dla  $\lambda_s = 0,012$  wyliczono z (8.1), po zmianie wartości współczynnika z 14,0 na 15,4,  $M_{1max} = 0,11662$ ;
- wykorzystując (8.1), (8.2) i (4.23) wyznaczono fragment przebiegu  $M_1$  w funkcji  $\eta$  i dla  $\eta = 0,98011$  odczytano  $M_1 = 0,03106$ ;
- dla  $d = 0,009$  m z (8.4) obliczono  $K_V = 0,59689$  m<sup>3</sup>/h (ANR);
- wykorzystując (8.6), obliczono  $x_T = 0,63240$ .

Po zaokrągleniu do trzech cyfr znaczących, jako wyznaczone przyjęto wartości:

- współczynnik wymiarowy  $K_V = 0,597$  m<sup>3</sup>/h (ANR);
- współczynnik  $x_T = 0,632$ .

### 8.3.4. Komentarz do obliczeń

W trakcie obróbki danych pomiarowych pochodzących z eksperymentu zbiornikowego (punkt 2.4.1), celem zidentyfikowania przebiegu wartości liczby Macha  $M_3$  w funkcji stosunku ciśnień spiętrzenia  $\varepsilon$ , wykorzystywane są metody numeryczne: całkowania równań różniczkowych i optymalizacji. W przypadku obliczeń prezentowanych w niniejszej pracy były to odpowiednio: metoda Fehlberga czwartego rzędu i bezgradientowa metoda Hooke-Jeevesa [89]. W celu przejścia z przebiegu wartości  $M_3$  w funkcji  $\varepsilon$  na przebieg  $M_1$  w funkcji  $\varepsilon_1$  konieczne jest rozwiązanie równania nieliniowego (8.1) – tutaj zastosowano tak zwaną regułę *falsi*.

Zastosowanie metod numerycznych prowadzi do dwojakiego rodzaju błędów:

- błędów odcięcia wynikających z zastosowania w procedurze numerycznej przybliżenia oryginalnego zagadnienia w sposób zmieniający jego właściwości matematyczne;
- błędów zaokrąglenia będących skutkiem stosowania liczb zmiennoprzecinkowych, których reprezentacja w pamięci komputera jest ograniczona.

Zauważono, analizując uzyskane przebiegi wartości liczby Macha  $M_1$  w funkcji stosunku ciśnień statycznych  $\eta$ , że zastosowanie wymienionych wcześniej metod numerycznych prowadzi każdorazowo do nieznacznego zawyżania wartości  $M_1$  w zakresie przepływu krytycznego i w początkowej fazie przepływu podkrytycznego (dla mniejszych wartości  $\eta$ );

wraz ze wzrostem nachylenia krzywej ekspansji tendencja odwraca się i obliczana wartość  $M_1$  jest mniejsza od rzeczywistej. Przykładowo, porównując przebieg wartości  $M_1$  w funkcji  $\eta$  wyznaczony w punkcie 8.3.1 z przebiegiem uzyskanym przy wykorzystaniu wzoru (4.20) dla znanych wartości  $C$ ,  $b$  i  $m$  (traktowanym jako przebieg rzeczywisty) stwierdzono, że:

- w zakresie przepływu krytycznego wartości  $M_1$  równe były odpowiednio 0,11667 oraz 0,11661;
- aż do wartości  $\eta \approx 0,778$ , gdzie przebiegi przecinają się przy  $M_1 \approx 0,0950$ , wyznaczone wartości  $M_1$  są większe od rzeczywistych;
- po przecięciu się przebiegów wyznaczone wartości  $M_1$  są mniejsze od rzeczywistych; dla  $\eta = 0,99$  uzyskano wartości odpowiednio 0,02202 oraz 0,02212.

Odstępstwa przebiegu  $M_1$  w funkcji  $\eta$  od przebiegu rzeczywistego, czy to w efekcie błędów numerycznych, czy też błędów pomiarowych, mają oczywiście następstwa w wyznaczonych wartościach współczynników przepływu. W przypadku stosowania procedur opisanych w ISO 6358 bądź ISO 6953 i ISO/WD 6358 (bądź z nimi zgodnych), przy podawaniu wartości współczynników z dokładnością do trzech cyfr znaczących:

- błędy numeryczne nie mają zauważalnego wpływu na wyznaczoną wartość przewodności dźwiękowej  $C$  (punkt 8.3.1); odchylenie wartości wyznaczonej jest funkcją błędów pomiarowych i przyjętych matematycznych modeli zjawisk;
- w przypadku wyznaczania wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$  według ISO 6358 zniżenie wartości  $M_1$  zawsze skutkuje zniżeniem wartości  $b$  (punkt 8.3.1), przy czym błąd względny wyznaczenia wartości  $b$  jest z reguły większy niż średni błąd względny przebiegu wartości  $M_1$ ;
- w przypadku wyznaczania wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$  i indeksu ekspansji  $m$  według ISO 6953 zniżenie wartości  $M_1$  zawsze skutkuje niewielkim wzrostem wartości  $m$  (punkt 8.3.1); wartość  $b$  jest najczęściej zawyżona – należy pamiętać, że przy wyznaczaniu tych wartości wykorzystywana jest kolejna procedura numeryczna – procedura optymalizacji (w prowadzonych badaniach był to zawsze ewolucyjny algorytm *Social Cognitive Optimisation*).

Porównanie wyników obliczeń (przykłady: A, B i C) ukazuje wpływ długości rury wylotowej pomiaru ciśnienia: zerowej, równej  $10 \cdot d$  (zgodne z ISO 6358) i równej  $6 \cdot d$  (zgodne z PN-EN 60534) na wartość współczynnika wymiarowego  $K_V$  i wartość współczynnika  $x_T$ . Zestawienie to, na tle wyników wyliczonych z wykorzystaniem funkcji przeliczającej z  $C$ ,  $b$  i  $m$  na  $K_V$  i  $x_T$  opisanej wzorami (7.19) i (7.21), przedstawiono w tabeli 8.3.

**Tabela 8.3**

Zestawienie wartości współczynnika wymiarowego  $K_V$  i współczynnika  $x_T$  przy różnych konfiguracjach stanowiska pomiarowego dla opornika określonego w punkcie 8.3

PRZYKŁAD	$C$ [s·m <sup>4</sup> /kg]	$b$ [-]	$m$ [-]	$K_V$ [m <sup>3</sup> /h]	$x_T$ [-]	$K_V$ [m <sup>3</sup> /h] z (7.19)	$x_T$ [-] z (7.21)
A	$2,55 \cdot 10^{-8}$	0,471	0,501	0,608	0,611	0,608	0,610
B	$2,55 \cdot 10^{-8}$	0,449	0,500	0,597	0,633	0,597	0,631
C	—	—	—	0,597	0,632	—	—

Wynika z niej (tab. 8.3), że różnice wartości  $K_V$  i wartości  $x_T$ , dla analizowanego opornika pneumatycznego, uzyskane dla podłączonych rur wylotowych pomiaru ciśnienia o długościach równych  $10 \cdot d$  (punkt 8.3.2) i  $6 \cdot d$  (punkt 8.3.3) są minimalne. Podobnie jest, kiedy porównamy wartości wyliczone w punktach 8.3.1 i 8.3.2 z wartościami wyliczonymi przy wykorzystaniu wspomnianej funkcji przeliczającej. Przy braku rury wylotowej pomiaru ciśnienia (punkt 8.3.1) uzyskane wartości zauważalnie odbiegają od pozostałych. Warto tutaj zwrócić uwagę na czułość wyznaczanych wartości  $K_V$  i  $x_T$  na zmianę wartości indeksu ekspansji  $m$ . Podstawiając do funkcji przeliczającej wartości  $C$  i  $b$  z przykładu A, lecz zmieniając wartość  $m$  z 0,501 na 0,500, uzyskuje się  $K_V = 0,609$  (zamiast 0,608) oraz  $x_T = 0,607$  (zamiast 0,611). Przyczyną tego jest wyznaczanie wartości  $K_V$  dla przepływu skrajnie podkrytycznego.

## 8.4. Przyczyny i skutki pominięcia końcowej rury wylotowej

W przypadku wykorzystywania metod zbiornikowych, badany obiekt zawsze traktowany jest jak element wypływowy. Chcąc wykonać pomiary dla elementu przepływowego, należy zastąpić go równoważnym elementem wypływowym – takie postępowanie opisano w punkcie 8.2. Stwierdzono tamże, że pomija się dołączenie do elementu końcowej rury pomiarowej. Pominięcie to wynika z faktu, że nie ma możliwości podania jednolitej formuły umożliwiającej wyznaczenie wartości ciśnienia statycznego  $p_2$  na wlocie to teźże rury.

Podczas przepływu gazu przez badany element pneumatyczny warunki krytyczne mogą wystąpić w najwęższym przekroju kanału przepływowego tego elementu bądź za tym elementem [60, 66, 134]. W drugim przypadku ma to miejsce na końcu rury wylotowej stanowiska badawczego. Natomiast, kiedy przepływ krytyczny pojawi się w jednym z przekrojów kanału przepływowego badanego elementu, wówczas za tym przekrojem pojawiają się zaburzenia pola prędkości (fale). W obu wymienionych przypadkach sposób wyznaczania wartości wylotowego ciśnienia statycznego  $p_2$  różni się, również pod względem złożoności obliczeniowej [66, 134] i dokładności. Z powyższego wynika, że chęć uwzględnienia końcowej rury wylotowej wymagałaby wstępnej klasyfikacji elementów do jednej z (przynajmniej) dwóch klas i stworzenia wielotorowej procedury przetwarzania danych pomiarowych. Wydaje się to niecelowe. W rzeczywistości pewność co do wystąpienia przepływu krytycznego w przekroju wylotowym rury wylotowej mamy jedynie w przypadku badania przewodów pneumatycznych. Wówczas można uwzględnić długość końcowej rury wylotowej – tak uczyniono w rozdziale 5 niniejszej pracy.

Pominięcie końcowej rury wylotowej skutkuje różnicami w wartościach współczynników uzyskanych przy wykorzystaniu metod zbiornikowych oraz proponowanych procedur przetwarzania danych i wartościach uzyskanych na stanowiskach zgodnych z odpowiednimi normami. Różnice te rosną wraz ze wzrostem wartości przewodności dźwiękowej  $C$  i zmniejszaniem się wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$  elementu pneumatycznego. Nie bez wpływu pozostaje również wartość średniego współczynnika strat liniowych  $\lambda_s$  rur stanowiska pomiarowego.

Jako obiekt oceny wybrano rurę o średnicy  $d = 13$  mm i długości  $L = 10 \cdot d = 130$  mm. Jest to element o względnie dużej wartości  $C/d^2$ . Dla teźże rury, traktowanej jako element wypływowy (tab. 8.4, wiersz 1) i przepływowy (tab. 8.4, wiersz 3), obliczono wartości  $C/d^2$ ,  $b$  i  $m$  według algorytmu podanego w punkcie 5.1 wariant I. Następnie rurę wydłużono

o długość rury wylotowej pomiaru ciśnienia ( $10 \cdot d$ ) i, traktując ją jako element wylotowy, wykonano ponowne obliczenia (tab. 8.4, wiersz 2). Te wartości przyjęto jako referencyjne przy obliczaniu różnic względnych  $\delta$  (tab. 8.4). Ostatnie obliczenia (tab. 8.4, wiersz 4) wykonano dla wydłużonej rury, utożsamiając ciśnienia statyczne i ciśnienia spiętrzenia, a dokładniej przyjmując  $p_1 \equiv p_{01}$  (rys. 8.1).

Analizując tabelę 8.4, wyciągnięto następujące wnioski:

- w skrajnych warunkach, w efekcie pominięcia końcowej rury wylotowej, błąd względny wyznaczenia któregośkolwiek współczynnika nie powinien przekraczać wartości  $\delta = 3\%$  (w prezentowanym przykładzie maksymalna wartość to  $\delta_b = 2,57\%$ );
- informacja o tym, czy element w trakcie badań był traktowany jako przepływowy czy wypływowy (oczywiście dla elementów, dla których takie potraktowanie jest możliwe) jest niezwykle istotna (porównaj wiersze 1 i 3);
- dla elementów, przy badaniu których pominięcie końcowej rury wylotowej powoduje największe błędy, utożsamianie ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia wręcz dyskwalifikuje pomiary – takie podejście zastosowano w metodach alternatywnych podanych w dokumencie roboczym [55], ale później wycofano się z tego, wprowadzając dodatkowo pomiar ciśnienia statycznego; wiersz 4 tabeli 8.4 wyjaśnia przyczynę tej decyzji.

**Tabela 8.4**

Wpływ typu obliczeń na wartości współczynników przepływu  
element badany – rura  $d = 13$  mm,  $l = 130$  mm

Nr	TYP OBLICZEŃ	$C/d^2$ [s·m <sup>2</sup> /kg]	$\delta_c$ [%]	$b$ [-]	$\delta_b$ [%]	$m$ [-]	$\delta_m$ [%]
1	element wypływowy	0,00200	11,11	0,779	11,29	0,431	0,92
2	element wypływowy + $10 \cdot d$	0,00180	0,00	0,700	0,00	0,435	0,00
3	element przepływowy	0,00176	2,22	0,718	2,57	0,434	0,23
4	element wypływowy + $10 \cdot d$ ( $p_1 = p_0$ )	0,00137	23,89	0,841	20,14	0,589	35,40

Konkludując, można stwierdzić, że o ile dla elementów wypływowych możliwe jest zaproponowanie procedury przetwarzania danych umożliwiającej zastosowanie metod pośrednich zbiornikowych do wyznaczenia wartości współczynników przepływu zgodnie z ideą wzmiankowanych norm, o tyle dla elementów typu przepływowego, przy wykorzystaniu teorii przepływu jednowymiarowego i konieczności pominięcia wpływu końcowej rury wylotowej, nie jest to możliwe.

## Rozdział 9

# OPÓR PRZEPŁYWU PRZEZ POŁĄCZONE ELEMENTY PNEUMATYCZNE

W trakcie analizy bądź syntezy układu pneumatycznego, niezbędne są metody wyliczania właściwości przepływowych układu elementów połączonych równolegle i połączonych szeregowo. W przypadku, kiedy właściwości przepływowe elementów określone są zgodnie z normą ISO 6953 [49], metody takie nie są podawane w literaturze. W niniejszym rozdziale zaproponowano dwa algorytmy umożliwiające realizację takich zadań.

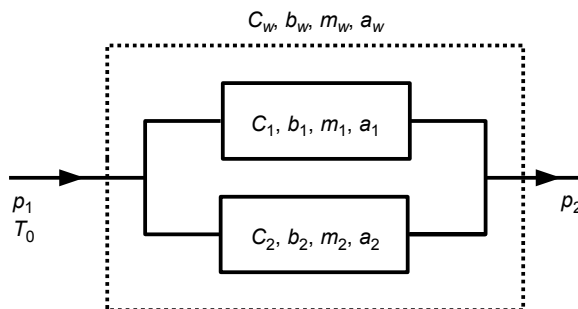
W pracy [61], o czym wspomniano w rozdziale 4, dokonano analizy dokładności pary wzorów (2.106) i (2.109) dla elementów połączonych szeregowo, których oporność opisano zgodnie z normą ISO 6358 [48]. Wyniki tejże analizy rodzą uzasadnione wątpliwości co do dokładności wzoru (2.105) stosowanego w połączeniu ze wzorem (2.104) oraz wzoru (2.109) stosowanego w połączeniu ze wzorem (2.107). W tymże rozdziale przedstawiono analizę dokładności budzących wątpliwości wzorów.

### 9.1. Elementy pneumatyczne połączone równolegle

#### 9.1.1. Procedura określania wypadkowych właściwości przepływowych

Strumień masy gazu przepływającego przez układ dwóch elementów pneumatycznych połączonych równolegle (rys. 9.1) równy jest:

$$\dot{m}_w = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 \quad (9.1)$$



Rys. 9.1. Dwa elementy pneumatyczne połączone równolegle



Wypadkową przewodność dźwiękową  $C_w$  takiego układu można wyznaczyć, podstawiając wzór (2.48) do (9.1), przy założeniu, że przepływ w obu elementach (a tym samym w całym układzie) ma charakter krytyczny:

$$C_w \cdot \frac{P_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} = C_1 \cdot \frac{P_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} + C_2 \cdot \frac{P_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N}$$

Po uproszczeniu daje to:

$$C_w = C_1 + C_2 \quad (9.2)$$

Wypadkowy czopujący stosunek ciśnień  $a_w$  jest osiągany w chwili, gdy przepływ w układzie zanika. Ma to miejsce, gdy przepływ zaniknie w obu połączonych elementach. W takiej sytuacji, opierając się na definicji czopującego stosunku ciśnień, wartość  $a_w$  można wyznaczyć z:

$$a_w = \max(a_1, a_2) \quad (9.3)$$

Przepływ w układzie połączonych równolegle elementów ma charakter krytyczny, gdy ma taki charakter w każdym z elementów. Wynika z tego, że rzeczywisty (definicyjny) wypadkowy krytyczny stosunek ciśnień  $b_w$  można wyznaczyć z zależności:

$$b_w = \min(b_1, b_2) \quad (9.4)$$

Jednak, aby wyznaczyć wypadkowy krytyczny stosunek ciśnień  $b_w$  i wypadkowy indeks ekspansji  $m_w$  zgodnie z normą ISO 6358 bądź ISO 6953 i ISO/WD 6358, konieczne jest powiązanie stosunku  $v$  strumienia masy do krytycznego strumienia masy z odpowiadającym mu stosunkiem ciśnień  $\eta$ . Zależność taką uzyskuje się wprost z (9.1) porównując iloczyn  $v$  i strumienia masy w warunkach przepływu krytycznego z sumą strumieni masy przepływających przez elementy przy założeniu, że  $\eta > b_w$  wyznaczonego z (9.4). Po uproszczeniu i przekształceniu ma ona postać:

$$v = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot Y(\eta, b_1, m_1, a_1) + \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot Y(\eta, b_2, m_2, a_2) \quad (9.5)$$

Wyznaczenie wypadkowych właściwości przepływowych (przewodności dźwiękowej  $C_w$ , krytycznego stosunku ciśnień  $b_w$ , indeksu ekspansji  $m_w$ , czopującego stosunku ciśnień  $a_w$ ) dwóch elementów pneumatycznych połączonych równolegle może być przeprowadzone następująco:

- dla znanych wartości  $C_1$  i  $C_2$  obliczyć wartość  $C_w$  z (9.2);
- dla znanych wartości  $a_1$  i  $a_2$  wyznaczyć wartość  $a_w$  z (9.3);
- dla  $v_i$  równego: 0,9; 0,8; 0,6 i 0,4 obliczyć cztery wartości  $\eta_i$ , rozwiązując równanie (9.5);
- dla znanych  $v_i$  i  $\eta_i$  wyznaczyć wartości:  $b_w$  oraz  $m_w$ , minimalizując funkcję błędu (6.13).

### 9.1.2. Przykłady obliczeniowe

Dwa analizowane układy miały identyczną strukturę i składały się kolejno z: króćca wylotowego, krótkiego odcinka przewodu, zaworu pneumatycznego i długiego odcinka przewodu. Przeprowadzone eksperymenty polegały na opróżnianiu zbiornika o objętości  $V = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  przez pierwszy bądź drugi układ, a następnie przez oba jednocześnie. Wy-

korzystając metody opisane w rozdziale 8, wyznaczono:

- dla układu „1”:  $C_1 = 2,92 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b_1 = 0,0$  ( $b_1 < 0,01$ ),  $m_1 = 0,697$  oraz  $a_1 = 1,0$ ;
- dla układu „2”:  $C_2 = 3,17 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b_2 = 0,0$  ( $b_2 < 0,01$ ),  $m_2 = 0,705$  oraz  $a_2 = 1,0$ ;
- dla układu równoległego „1+2”:  $C_{1+2} = 6,19 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b_{1+2} = 0,0$  (gdyż wyliczono  $b_{1+2} < 0,01$ ),  $m_{1+2} = 0,658$  oraz  $a_{1+2} = 1,0$ .

Wyznaczone wartości nie są nominalnie zgodne z wartościami współczynników opisanych w normach ISO 6953 i ISO/WD 6358, gdyż stanowisko pomiarowe nie odpowiada idei tych norm. Nie ma to jednak wpływu na prowadzoną dalej analizę.

Wypadkowe właściwości przepływowe układu składającego się z równolegle połączonych układów „1” i „2” uzyskano, wykorzystując algorytm podany w punkcie 9.1.1:

- dla znanych wartości  $C_1$  i  $C_2$  z (9.2) obliczono wartość  $C_w = 6,09 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ;
- dla  $a_1 = a_2 = 1$  z (9.3) wyznaczono  $a_w = 1$ ;
- rozwiązując równanie (9.5) dla czterech wartości  $v_i$  wyznaczono odpowiadające im wartości  $\eta_i$  (tab. 9.1);
- dla znanych  $v_i$  i  $\eta_i$ , minimalizując (6.13), wyznaczono wartości  $b_w = 0$  i  $m_w = 0,701$ .

Względna różnica wartości przewodności dźwiękowych: uzyskanej w efekcie eksperymentu  $C_{1+2}$  i w efekcie obliczeń  $C_w$  jest mniejsza od 1,48%; względna różnica wartości indeksów ekspansji  $m_{1+2}$  i  $m_w$  nie przekracza wartości 6,51%.

Tabela 9.1

Wartości  $v$  oraz odpowiadające im wartości  $\eta$

$v_i$	$\eta_i$
0,9	0,3736
0,8	0,5221
0,6	0,7193
0,4	0,8540

Tabela 9.2

Wartości  $v$  oraz odpowiadające im wartości  $\eta$

$v_i$	$\eta_i$
0,9	0,7754
0,8	0,8387
0,6	0,9169
0,4	0,9638

W drugim analizowanym przykładzie objętość opróżnianego zbiornika wynosiła  $V = 16 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ . Badano opór przepływu przez dwa walcowe oporniki pneumatyczne o wymiarach  $\Phi 4 \times 4$  oraz  $\Phi 6 \times 6$  mocowane bezpośrednio w ścianie zbiornika. W efekcie przeprowadzonych eksperymentów wyznaczono:

- dla opornika  $\Phi 4 \times 4$ :  $C_1 = 2,13 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b_1 = 0,570$ ,  $m_1 = 0,510$  oraz  $a_1 = 1,0$ ;
- dla opornika  $\Phi 6 \times 6$ :  $C_2 = 3,76 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b_2 = 0,630$ ,  $m_2 = 0,540$  oraz  $a_2 = 1,0$ ;
- dla układu równoległego:  $C_R = 5,86 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b_R = 0,609$ ,  $m_R = 0,531$  oraz  $a_R = 1,0$ .

Wypadkowe właściwości przepływowe układu składającego się z dwóch równolegle połączonych oporników uzyskano podobnie jak w poprzednim przykładzie:

- dla znanych wartości  $C_1$  i  $C_2$  z (9.2) obliczono wartość  $C_w = 5,89 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ;
- dla  $a_1 = a_2 = 1$  z (9.3) wyznaczono  $a_w = 1$ ;
- rozwiązując równanie (9.5), dla czterech wartości  $v_i$  wyznaczono odpowiadające im wartości  $\eta_i$  (tab. 9.2);
- dla znanych  $v_i$  i  $\eta_i$ , minimalizując (6.13), wyznaczono wartości  $b_w = 0,609$  i  $m_w = 0,701$ .

Względna różnica wartości przewodności dźwiękowych: uzyskanej w efekcie eksperymentu  $C_R$  i w efekcie obliczeń  $C_w$  jest mniejsza od 0,51%; wartości krytycznych stosunków ciśnień  $b_R$  i  $b_w$  są równe, a względna różnica wartości indeksów ekspansji  $m_R$  i  $m_w$  nie przekracza wartości 0,36%.

W drugim z analizowanych przykładów uzyskano bardzo wysoką zgodność wyników zastosowania zaproponowanego algorytmu z wynikami eksperymentu. W przykładzie pierwszym zgodność ta jest mniejsza. Przyczyny tego należy upatrywać w trudności wyznaczenia wartości przewodności dźwiękowej  $C_w$  z danych pomiarowych w przypadku, gdy krytyczny stosunek ciśnień  $b_w$  jest bliski wartości 0,0. Wyznaczenie zawyżonej wartości  $C_w$  zawsze skutkuje wyliczeniem zawyżonej wartości  $m_w$ . Z taką sytuacją, jak wynika z wartości wyznaczonych oraz wyliczonych współczynników dla układu równoległego, mogliśmy mieć do czynienia w pierwszym z przykładów.

### 9.1.3. Ocena dokładności wzoru (2.105) stosowanego wraz ze wzorem (2.104)

Wzór (2.105), stosowany wraz ze wzorem (2.104), służy do wyznaczania wartości wypadkowego krytycznego stosunku ciśnień  $b_w$  połączonych równoległe oporników pneumatycznych, których właściwości przepływowe określono zgodnie z normą ISO 6358. Ma to następujące konsekwencje:

- we wzorach (9.3) i (9.5) zawsze  $m_1 = m_2 = 0,5$  oraz  $a_1 = a_2 = 1$ ;
- w algorytmie podanym w punkcie 9.1.1 wartości  $\eta_i$  wyznaczane są dla  $v_i$  równego kolejno: 0,8; 0,6; 0,4 i 0,2;
- wartość  $b_w$  wyznaczana jest jako średnia z czterech wartości  $b_i$  wyliczonych z (5.16).

Celem przeprowadzenia analizy, wzór (2.105) przekształcono do postaci:

$$b_w = 1 - \left( \frac{\alpha + 1}{\frac{\alpha}{\sqrt{1-b_1}} + \frac{1}{\sqrt{1-b_2}}} \right)^2$$

a wzór (9.5) do postaci:

$$v = \frac{\alpha}{\alpha+1} \cdot Y(\eta, b_1) + \frac{1}{\alpha+1} \cdot Y(\eta, b_2)$$

gdzie w obu wzorach:

$$\alpha = \frac{C_1}{C_2}$$

Następnie dla  $\alpha$  równego kolejno: 1, 5, 10 i 20 (wartości  $\alpha < 1$  pominięto ze względu na symetrię zadania) oraz kombinacji  $b_1$  i  $b_2$  przyjmujących kolejno wartości: 0,0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 i 0,999 (dla zdefiniowanego  $\alpha$  zadanie nie jest symetryczne względem  $b$ ) wyliczono wartość błędu względnego zdefiniowanego jako:

$$\delta_b = \frac{b_{w2.105} - b_{w9.1.1}}{b_{w9.1.1}} \cdot 100\%$$

gdzie  $b_{w2.105}$  to wartość  $b_w$  wyznaczona ze wzoru (2.105), a  $b_{w9.1.1}$  to wartość  $b_w$  wyznaczona zgodnie z algorytmem podanym w punkcie 9.1.1. Całość wyników zestawiono w tabeli 9.3.

Tabela 9.3

Zestawienie wyliczonych wartości błędu względnego  $\delta_b$  [%]

$b_1$ [-] ↓	$b_2$ [-]→	0,000	0,200	0,400	0,600	0,800	0,999
$\alpha = 1$							
0,000		0,00	1,07	2,24	3,62	6,58	17,53
0,200		1,07	0,00	0,48	1,59	3,54	13,50
0,400		2,24	0,48	0,00	0,40	1,68	9,75
0,600		3,62	1,59	0,40	0,00	0,49	6,23
0,800		6,58	3,54	1,68	0,49	0,00	2,94
0,999		17,53	13,50	9,75	6,23	2,94	0,00
$\alpha = 5$							
0,000		0,00	2,04	5,17	11,49	27,72	107,78
0,200		0,31	0,00	0,43	2,42	10,58	69,83
0,400		0,55	0,17	0,00	0,37	3,35	43,68
0,600		0,68	0,40	0,14	0,00	0,55	24,61
0,800		0,62	0,49	0,33	0,14	0,00	10,17
0,999		0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00
$\alpha = 10$							
0,000		0,00	2,30	6,08	14,43	35,12	227,62
0,200		0,16	0,00	0,29	1,91	9,43	118,66
0,400		0,28	0,10	0,00	0,25	2,63	64,63
0,600		0,33	0,20	0,08	0,00	0,38	32,60
0,800		0,28	0,22	0,16	0,07	0,00	11,87
0,999		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$\alpha = 20$							
0,000		0,00	2,45	6,65	16,33	40,28	440,02
0,200		0,08	0,00	0,17	1,25	6,79	162,24
0,400		0,14	0,05	0,00	0,14	1,69	75,83
0,600		0,16	0,10	0,04	0,00	0,23	34,44
0,800		0,13	0,11	0,08	0,04	0,00	11,24
0,999		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Jeżeli wartości krytycznych stosunków ciśnień łączonych elementów są równe ( $b_1 = b_2$ ), to wartości  $b_w$  wyznaczone oboma sposobami też są równe. Największe różnice pojawiają się dla dużej wartości  $\alpha$  przy małej wartości  $b_1$  i dużej wartości  $b_2$ . Maksymalną

wartość  $\delta_b = 440,02\%$  wyznaczono dla  $\alpha = 20$ ,  $b_1 = 0,0$  i  $b_2 = 0,999$ . W praktycznie realizowanych układach z reguły  $\alpha \leq 5$  i  $b \leq 0,6$ . Dla takich warunków uzyskano maksymalną wartość  $\delta_b = 11,49\%$ . Wartości  $\delta_b$  przekładają się na wartości błędu względnego wyznaczonego strumienia masy  $\delta_m$ . Dla  $\alpha = 20$  i  $b \leq 0,999$  wartość  $\delta_m \leq 125,76\%$ ; dla  $\alpha = 5$  i  $b \leq 0,6$  wartość  $\delta_m \leq 1,04\%$ ; dla  $C_1/C_2 = 1$  i  $b \leq 0,6$  wartość  $\delta_m \leq 0,07\%$ .

Na podstawie przeprowadzonej analizy można stwierdzić, że:

- wzór (2.105) można stosować przy minimalnych błędach wyznaczonego strumienia masy płynącego przez układ równolegle połączonych elementów, gdy stosunek przewodności dźwiękowych tych elementów  $C_1/C_2 \leq 5$  (przy założeniu, że  $C_1 > C_2$ ), a ich krytyczne stosunki ciśnień  $b \leq 0,6$ ;
- z punktu widzenia projektowania układu pneumatycznego wzór (2.105) ma tę niekorzystną własność, że jego zastosowanie zawyża wartość wyliczanego strumienia masy przepływającego przez układ. W efekcie tego istnieje możliwość dobrania elementów o właściwościach przepływowych, uniemożliwiających spełnienie wymagań stawianych przed układem.

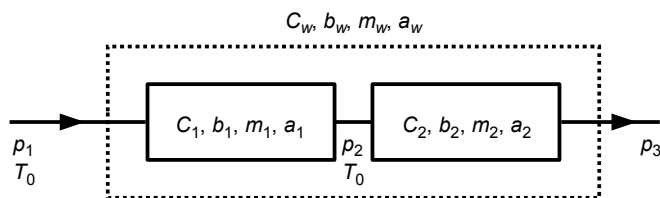
Kończąc, warto zwrócić uwagę, że wzór (2.104) – z którym sprzężony jest wzór (2.105) – tożsamy jest z zależnością (9.2).

## 9.2. Elementy połączone szeregowo

### 9.2.1. Procedura określania wypadkowych właściwości przepływowych

Dla strumienia masy gazu przepływającego przez dwa elementy pneumatyczne połączone szeregowo (Rys. 9.2) zachodzi zależność:

$$\dot{m}_w = \dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad (9.6)$$



Rys. 9.2. Dwa elementy pneumatyczne połączone szeregowo

Jeżeli w którymkolwiek z elementów połączonych szeregowo przepływ jest krytyczny, to jest on również krytyczny w całym układzie.

Zakładając, że przepływ krytyczny pojawił się w elemencie „1”, korzystając z (9.6) oraz (2.48), można zapisać:

$$C_w \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} = C_1 \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N}$$

Po uproszczeniu daje to:

$$C_w = C_1 \quad (9.7)$$

Przy założeniu, że przepływ krytyczny pojawił się w elemencie „2”:

$$C_w \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} = C_2 \cdot \frac{p_2}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N}$$

Po uproszczeniu i przekształceniu oraz podstawieniu:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_3}{p_3} = \frac{p_3}{p_1} \cdot \frac{p_2}{p_3} = \frac{b_w}{b_2} \quad (9.8)$$

otrzymuje się:

$$C_w = C_2 \cdot \frac{b_w}{b_2} \quad (9.9)$$

W chwili pojawienia się przepływu krytycznego w elemencie „1” jako pierwszym można zapisać:

$$C_1 \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} = C_2 \cdot \frac{p_2}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\eta_2 - b_2}{a_2 - b_2} \right)^2 \right]^{m_2}$$

Oznaczając w tej sytuacji wypadkowy krytyczny stosunek ciśnień jako  $b_{w1}$ , po uproszczeniu i podstawieniu:

$$\frac{p_2}{p_1} = b_1 \quad \text{oraz} \quad \eta_2 = \frac{p_3}{p_2} = \frac{p_3}{p_2} \cdot \frac{p_1}{p_1} = \frac{p_3}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_2} = \frac{b_{w1}}{b_1}$$

otrzymuje się:

$$\frac{C_1}{C_2} = b_1 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\frac{b_{w1}}{b_1} - b_2}{a_2 - b_2} \right)^2 \right]^{m_2}$$

Jest to równanie drugiego stopnia ze względu na  $b_{w1}$  i ma rozwiązanie analityczne postaci:

$$b_{w1} = b_1 \cdot \left[ b_2 + (a_2 - b_2) \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{C_1}{C_2 \cdot b_1} \right)^{\frac{1}{m_2}}} \right] \quad (9.10)$$

pod warunkiem, że:

$$\alpha = \frac{C_1}{C_2 \cdot b_1} \leq 1 \quad (9.11)$$

W chwili pojawienia się przepływu krytycznego w elemencie „2” jako pierwszym:

$$C_1 \cdot \frac{p_1}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\eta_1 - b_1}{a_1 - b_1} \right)^2 \right]^{m_1} = C_2 \cdot \frac{p_2}{\sqrt{T_0}} \cdot \rho_N \cdot \sqrt{T_N}$$

Oznaczając w tej sytuacji wypadkowy krytyczny stosunek ciśnień jako  $b_{w2}$ , po uproszczeniu i podstawieniu (9.8), otrzymuje się:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{b_2}{b_{w2}} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\frac{b_{w2}}{b_2} - b_1}{a_1 - b_1} \right)^2 \right]^{m_1} \quad (9.12)$$

Równanie (9.12) jest nieliniowe i nie ma analitycznego rozwiązania. Wygodnie jest przekształcić je do postaci:

$$b_{w2} = b_2 \cdot \left[ b_1 + (a_1 - b_1) \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{b_{w2}}{b_2} \right)^{\frac{1}{m_1}}} \right] \quad (9.13)$$

Z (9.13) i (9.8) wynika, że obszar poszukiwań wartości  $b_{w2}$  w trakcie numerycznego rozwiązywania równania (9.13) można zawęzić do:

$$b_{w2} \leq \min \left( b_2, b_2 \cdot \frac{C_1}{C_2} \right) \quad (9.14)$$

Ostatecznie teoretyczny (definicyjny) wypadkowy krytyczny stosunek ciśnień  $b_w$  należy wybrać jako:

$$b_w = \max (b_{w1}, b_{w2}) \quad (9.15)$$

Założono, że wartość  $\alpha$  zdefiniowana wzorem (9.11) będzie kryterium decydującym o tym, w którym elemencie przepływ krytyczny wystąpi jako pierwszy. Po podstawieniu  $\alpha$  do wzoru (9.10) uzyskano funkcję:

$$b_{w1}(\alpha) = b_1 \cdot \left[ b_2 + (a_2 - b_2) \cdot \sqrt{1 - \alpha^{\frac{1}{m_2}}} \right]$$

a do wzoru (9.13) funkcję uwikłaną:

$$b_{w2}(\alpha) = b_2 \cdot \left[ b_1 + (a_1 - b_1) \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{b_{w2}(\alpha)}{\alpha \cdot b_1 \cdot b_2} \right)^{\frac{1}{m_1}}} \right]$$

Badając przebieg zmienności obu powyższych funkcji w przedziale  $0,0 < \alpha \leq 1,0$ , można stwierdzić, że:

- funkcja  $b_{w1}(\alpha)$  jest monotoniczna i malejąca;
- funkcja  $b_{w2}(\alpha)$  jest monotoniczna i rosnąca;
- przebiegi funkcji  $b_{w1}(\alpha)$  i  $b_{w2}(\alpha)$  mają jeden punkt wspólny dla  $\alpha = 1,0$ .

Wynika z tego, że:

- jeżeli  $\alpha < 1,0$ , to wówczas  $b_{w1} > b_{w2}$ ,  $b_w = b_{w1}$  i przepływ krytyczny wystąpi najpierw w elemencie „1”;
- jeżeli  $\alpha > 1,0$ , to wówczas  $b_{w2} > b_{w1}$ ,  $b_w = b_{w2}$  i przepływ krytyczny wystąpi najpierw w elemencie „2”;

— jeżeli  $\alpha = 1,0$ , to wówczas  $b_w = b_{w1} = b_{w2}$  i przepływ krytyczny wystąpi jednocześnie w obu elementach.

W praktyce może pojawić się problem z zastosowaniem wzorów (9.10) i (9.13) dla elementów pneumatycznych o wartości  $b = 0,0$  – we wzorze (9.10) ma miejsce dzielenie przez  $b_1$ , a we wzorze (9.13) przez  $b_2$ . Wartość  $b = 0,0$  nie odpowiada rzeczywistemu krytycznemu stosunkowi ciśnień danego elementu, lecz jest raczej wyrazem problemów pomiarowych [60]. Najczęściej wartość taką podaje się, gdy rzeczywista wartość  $b < 0,01$ . Mając to na uwadze można rozpatrzeć cztery sytuacje:

- $b_1 = 0,0$  i  $b_2 > 0,0$  – wówczas  $\alpha > 1,0$  i nie ma potrzeby wykorzystania wzoru (9.10);
- $b_1 = 0,0$  i  $b_2 = 0,0$  – wówczas  $\alpha > 1,0$  i, aby wykorzystać wzór (9.13), należy przyjąć  $b_2 = 0,01$ , godząc się na spowodowane tym błędy;
- $b_1 > 0,0$  i  $b_2 = 0,0$  i  $\alpha \leq 1,0$  – wówczas nie ma potrzeby wykorzystania wzoru (9.13);
- $b_1 > 0,0$  i  $b_2 = 0,0$  i  $\alpha > 1,0$  – wówczas, aby wykorzystać wzór (9.13), należy przyjąć  $b_2 = 0,01$ .

Celem wyznaczenia wartości współczynników zgodnych z odpowiednimi normami, podobnie jak opisano w punkcie 9.1.1, konieczne jest powiązanie stosunku  $v$  strumienia masy do krytycznego strumienia masy z odpowiadającym mu stosunkiem ciśnień  $\eta$ . Jeżeli w układzie (a tym samym w każdym z elementów) przepływ ma charakter podkrytyczny, wówczas, na podstawie (9.6), można zapisać:

$$v \cdot C_w = C_1 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\eta_1 - b_1}{a_1 - b_1} \right)^2 \right]^{m_1}$$

$$v \cdot C_w = C_2 \cdot \eta_1 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\eta_2 - b_2}{a_2 - b_2} \right)^2 \right]^{m_2}$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \tag{9.16}$$

Powyższe zależności tworzą układ równań, który po rozwiązaniu daje poszukiwany związek:

$$\eta = \eta_1 \cdot \left[ b_2 + (a_2 - b_2) \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{v \cdot C_w}{C_2 \cdot \eta_1} \right)^{\frac{1}{m_2}}} \right] \tag{9.17}$$

gdzie

$$\eta_1 = b_1 + (a_1 - b_1) \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{v \cdot C_w}{C_1} \right)^{\frac{1}{m_1}}} \tag{9.18}$$

Wypadkowy czopujący stosunek ciśnień można wyznaczyć, zapisując równanie (9.16) w warunkach granicznych, gdy ustaje przepływ:

$$a_w = a_1 \cdot a_2 \tag{9.19}$$



Proponowany algorytm wyznaczenia wypadkowych wartości: przewodności dźwiękowej  $C_w$ , krytycznego stosunku ciśnień  $b_w$ , indeksu ekspansji  $m_w$  oraz czopującego stosunku ciśnień  $a_w$  dla dwóch elementów pneumatycznych połączonych szeregowo jest następujący:

- dla znanych wartości  $C_1$ ,  $C_2$  i  $b_1$  obliczyć wartość  $\alpha$  z (9.11);
- dla  $\alpha \leq 1$  wyznaczyć  $C_w$  z (9.7); w przeciwnym wypadku obliczyć wartość  $b_w$  z (9.13), a następnie wartość  $C_w$  z (9.9) – w przypadku  $b_2 = 0$  podstawić do (9.13) i (9.9)  $b_2 = 0,01$ ;
- dla znanych wartości  $a_1$  i  $a_2$  wyznaczyć wartość  $a_w$  z (9.19);
- dla  $v_i$  równego: 0,9, 0,8, 0,6 i 0,4 wyznaczyć cztery wartości  $\eta_i$  rozwiązując równanie (9.17) z uwzględnieniem (9.18);
- dla znanych  $v_i$  i  $\eta_i$  wyznaczyć wartości:  $b_w$  oraz  $m_w$ , minimalizując funkcję błędu (5.13).

### 9.2.2. Przykłady obliczeniowe

Przeprowadzono eksperyment polegający na opróżnianiu zbiornika przez dwa połączone szeregowo układy pneumatyczne – układ „1” poprzedzał układ „2”, oba przedstawiono w punkcie 9.1.2. Następnie, wykorzystując metody opisane w rozdziale 8, wyznaczono dla układu szeregowego „1 $\rightarrow$ 2”:  $C_{1\rightarrow 2} = 1,94 \cdot 10^{-8}$  s $\cdot$ m<sup>4</sup>/kg,  $b_{1\rightarrow 2} = 0,0$  (gdyż wyliczono  $b_{1\rightarrow 2} < 0,01$ ),  $m_{1\rightarrow 2} = 0,735$  oraz  $a_{1\rightarrow 2} = 1,0$ . Wyznaczone wartości nie są nominalnie zgodne z wartościami współczynników opisanych w normach ISO 6953 i ISO/WD 6358, gdyż stanowisko pomiarowe nie odpowiada idei tych norm. Nie ma to jednak wpływu na prowadzoną dalej analizę.

Wypadkowe właściwości przepływowe układu składającego się z szeregowo połączonych układów „1” i „2”, uzyskano wykorzystując algorytm podany w punkcie 9.2.1:

**Tabela 9.4**

Wartości  $v_i$  i odpowiadające im wartości  $\eta_i$

$v_i$	$\eta_i$
0,9	0,3503
0,8	0,4951
0,6	0,6964
0,4	0,8397

- podstawiając znane wartości  $C_1$ ,  $C_2$  i  $b_1$  do (9.11) stwierdzono, że  $\alpha > 1$ ;
- dla  $b_2 = 0,01$  rozwiązano równanie (9.13) i wyznaczono wartość  $b_{w2} = 0,0064$ ; następnie obliczono wartość  $C_w = 2,03 \cdot 10^{-8}$  s $\cdot$ m<sup>4</sup>/kg z (9.9);
- dla  $a_1 = a_2 = 1$  z (9.19) wyznaczono  $a_w = 1$ ;
- rozwiązując równanie (9.17), z uwzględnieniem (9.18), dla czterech wartości  $v_i$  wyznaczono odpowiadające im wartości  $\eta_i$  (tab. 9.4);
- dla znanych  $v_i$  i  $\eta_i$ , minimalizując (5.13), wyznaczono wartości  $b_w = 0$  i  $m_w = 0,763$ .

Względna różnica wartości przewodności dźwiękowych: uzyskanej w efekcie eksperymentu  $C_{1\rightarrow 2}$  i w efekcie obliczeń  $C_w$  jest mniejsza od 4,64%, krytyczne stosunki ciśnień są równe ( $b_w = b_{1\rightarrow 2} = 0$ ), a względna różnica wartości indeksów ekspansji  $m_{1\rightarrow 2}$  i  $m_w$  nie przekracza wartości 3,81%.

Uzyskane wartości błędów należy uznać za zadowalające. Główną przyczyną zawyżenia wartości przewodności dźwiękowej  $C_w$  należy upatrywać (podobnie jak w przykładzie pierwszym w punkcie 9.1.2) w trudności wyznaczenia jej wartości w przypadku, gdy krytyczny stosunek ciśnień  $b_w$  jest bliski wartości 0,0. Dla algorytmu opisanego w punkcie 9.2.1 założono stałość temperatury spiętrzenia w całym polu przepływu –  $T_0 = T_{01} = T_{02}$ . Ponieważ w skład układu „1” wchodzi dość długie przewody pneumatyczne, następuje nie-

wielki spadek temperatury  $T_0$  podczas przepływu przez ten układ –  $T_0 = T_{01} > T_{02}$ . Jest to druga przyczyna zawyżenia wyznaczonej wartości  $C_w$ . Wyznaczenie zawyżonej wartości  $C_w$  ma następnie istotny wpływ na wyliczenie zawyżonej wartości  $m_w$ .

W drugim analizowanym przykładzie wykorzystano wyniki przedstawione w punkcie 9.1.2 dla oporników pneumatycznych  $\Phi 4 \times 4$  oraz  $\Phi 6 \times 6$ . Dodatkowo wykonano eksperyment dla układu będącego ich szeregowym połączeniem (opornik  $\Phi 4 \times 4$  poprzedzał opornik  $\Phi 6 \times 6$  – układ zrealizowany jako jeden element) i wyznaczono jego właściwości przepływowe:  $C_S = 2,11 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b_S = 0,373$ ,  $m_S = 0,511$  oraz  $a_S = 1,0$ .

Wypadkowe właściwości przepływowe układu składającego się z dwóch szeregowo połączonych oporników uzyskano podobnie jak w poprzednim przykładzie:

- podstawiając znane wartości  $C_1$ ,  $C_2$  i  $b_1$  do (9.11), stwierdzono, że  $\alpha = 0,944 < 1$ ;
- za (9.7) przyjęto  $C_w = C_1 = 2,13 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ;
- dla  $a_1 = a_2 = 1$  z (9.19) wyznaczono  $a_w = 1$ ;
- rozwiązując równanie (9.19), z uwzględnieniem (9.18), dla czterech wartości  $v_i$  wyznaczono odpowiadające im wartości  $\eta_i$  (tab. 9.5);
- dla znanych  $v_i$  i  $\eta_i$  (tab. 9.5), minimalizując (5.13), wyznaczono wartości  $b_w = 0,434$  i  $m_w = 0,513$ .

Tabela 9.5

Wartości  $v$  i odpowiadające im wartości  $\eta$

ALGORYTM SUMOWANIA		EKSPERYMENT	
$v_i$	$\eta_i$	$v_i$	$\eta_i$
0,9	0,6773	0,8999	0,6429
0,8	0,7707	0,8003	0,7463
0,6	0,8837	0,5998	0,8719
0,4	0,9503	0,4003	0,9452
0,2	0,9874	0,2005	0,9861

Względna różnica wartości przewodności dźwiękowych: uzyskanej w efekcie eksperymentu  $C_S$  i w efekcie obliczeń  $C_w$  jest mniejsza od 0,95%; wartości krytycznych stosunków ciśnień  $b_S$  i  $b_w$  różnią się o 16,35%, a względna różnica wartości indeksów ekspansji  $m_S$  i  $m_w$  nie przekracza wartości 0,39%.

W przykładzie tym uzyskano bardzo wysoką zgodność wyznaczonych wartości  $C_S$  i  $C_w$  oraz  $m_S$  i  $m_w$  przy średnio zadowalającej zgodności wartości  $b_S$  i  $b_w$ . Przyczyn znacznej różnicy wartości  $b_S$  i  $b_w$  należy upatrywać w specyfice algorytmu wyznaczania wartości  $b$  i  $m$  zgodnie z ISO/WD 6358. Różnice wartości funkcji ekspansji w punktach charakterystycznych dla algorytmu sumowania i eksperymentu nie wydają się znaczne (tab. 9.5) i wynikają z dokładności pomiarów i dokładności wyznaczenia wartości  $C_w$  i  $C_S$ . Nawet przy tak niewielkich różnicach wspomniany algorytm ma tendencję raczej do znacznego zaniżania wartości  $b$ , niż niewielkiego wzrostu wartości  $m$ .

### 9.2.3. Ocena dokładności wzoru (2.109) stosowanego wraz ze wzorem (2.107)

Wzór (2.109), stosowany wraz ze wzorem (2.107), służy do wyznaczania wartości wypadkowego krytycznego stosunku ciśnień  $b_w$  połączonych szeregowo oporników pneumatycznych o właściwościach przepływowych określonych zgodnie z normą ISO 6358. Uwzględnienie tego faktu powoduje, że:

- we wzorach (9.10), (9.13), (9.17), (9.18) i (9.19) zawsze  $m_1 = m_2 = 0,5$  oraz  $a_1 = a_2 = 1$ ;
- w algorytmie podanym w punkcie 9.3.1 wartości  $\eta_i$  wyznaczane są dla  $v_i$  równego kolejno: 0,8, 0,6, 0,4 i 0,2;
- wartość  $b_w$  wyznaczana jest jako średnia z czterech wartości  $b_i$  wyliczonych z (5.16).

Po podstawieniu  $m_1 = 0,5$  i  $a_1 = 1$  do (9.13) otrzymuje się równanie kwadratowe, które po rozwiązaniu daje:

$$b_{w2} = \frac{b_2 \cdot \left[ b_1 + (1-b_1) \cdot \sqrt{1 - \frac{C_2^2}{C_1^2} \cdot (2 \cdot b_1 - 1)} \right]}{1 + \frac{C_2^2}{C_1^2} \cdot (1-b_1)^2} \quad (9.20)$$

pod warunkiem, że:

$$b_1 \leq 0,5 \quad \text{lub} \quad \frac{C_1}{C_2} \geq \sqrt{2 \cdot b_1 - 1}$$

Wzory (9.7) oraz (9.9), po podstawieniu (9.20), wraz z warunkiem (9.11) tworzą układ tożsamy z (2.107) – podobnie jak wzory (2.104) i (9.2) w punkcie 9.1.3.

Celem przeprowadzenia analizy przekształcono wzory: (2.109) oraz (9.17) z uwzględnieniem (9.18). Jeżeli  $\alpha$  zdefiniujemy jako:

$$\alpha = \frac{C_1}{C_2}$$

to wówczas, dla  $a/b_1 \leq 1,0$ , wzór (2.109) przyjmie postać:

$$b_w = b_1 - \alpha^2 \cdot (1 - b_2)$$

a wzór (9.17), po uwzględnieniu (9.18), da:

$$\eta = \left( b_1 + (1-b_1) \cdot \sqrt{1-v^2} \right) \cdot \left[ b_2 + (1-b_2) \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{v \cdot \alpha}{b_1 + (1-b_1) \cdot \sqrt{1-v^2}} \right)^2} \right]$$

Dla założonego  $a/b_1 > 1,0$  wzór (2.109) można zapisać jako:

$$b_w = 1 - \left( \frac{\alpha \cdot b_1 + (1-b_1) \cdot \sqrt{\alpha^2 - 2 \cdot b_1 + 1}}{\alpha^2 + (1-b_1)^2} \right)^2 \cdot (1 - b_1 + \alpha^2 \cdot (1 - b_2))$$



Następnie dla  $\alpha$  równego kolejno: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2,5; 5; 10 i 20 oraz kombinacji  $b_1$  i  $b_2$  przyjmujących kolejno wartości: 0,0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 i 0,999 wyliczono wartość błędu bezwzględnego zdefiniowanego jako:

$$\delta_b = |b_{w2.109} - b_{w9.2.1}|$$

gdzie  $b_{w2.109}$  to wartość  $b_w$  wyznaczona ze wzoru (2.109), a  $b_{w9.2.1}$  to wartość  $b_w$  wyznaczona zgodnie z algorytmem podanym w punkcie 9.2.1.

Analizując uzyskane wartości  $\delta_b$  (wybrane wyniki w tabeli 9.6), można stwierdzić, że:

- dla  $\alpha \leq 0,2$  i  $\alpha \geq 5$  wartość  $\delta_b < 0,005$ ;
- największe wartości  $\delta_b$  występują dla  $\alpha = 1$  ( $C_1 = C_2$ );
- największe  $\delta_b = 0,026$  uzyskane zostało dla  $\alpha = 1$ ,  $b_1 = 0$  i  $b_2 = 0,999$ ; odpowiadający temu maksymalny błąd względny wyznaczanego strumienia masy  $\delta_m = 2,6\%$ ;
- przyjęcie zakresu spotykanych w praktyce wartości krytycznego stosunku ciśnień ( $b \leq 0,6$ ) eliminuje z analizy pięć największych wartości  $\delta_b$ ; w takich warunkach największe  $\delta_b = 0,015$  uzyskane zostało dla  $\alpha = 1$ ,  $b_1 = 0$  i  $b_2 = 0,6$ ; odpowiadający temu maksymalny błąd względny wyznaczanego strumienia masy  $\delta_m = 1,1\%$ .

Reasumując, wzór (2.109) można stosować przy minimalnych błędach wyznaczanego strumienia masy płynącego przez układ szeregowo połączonych elementów praktycznie w całym zakresie wartości współczynników zdefiniowanych w ISO 6358. Pojawiające się, na skutek zastosowania wzoru (2.109), błędy wyznaczenia wartości  $b_w$  skutkują zaniżeniem (przeciwnie niż w przypadku elementów połączonych równolegle) wartości wyliczanego strumienia masy przepływającego przez układ.

### 9.3. Zmiana długości przewodu a jego oporność

Przewody pneumatyczne są immanentną częścią większości układów pneumatycznych. Aby uwzględnić oporność przewodu przy wyznaczaniu wartości osiągow układu pneumatycznego, wymagana jest znajomość jego właściwości przepływowych rozumianych jako wartości współczynników wybranego modelu strumienia masy bądź strumienia objętości. Przy obliczaniu wartości tychże współczynników można sobie wyobrazić dwa możliwe podejścia:

- obliczenia bezpośrednie, wykorzystujące znajomość cech konstrukcyjnych przewodu (przykładowo, algorytmy opisane rozdziale 5 niniejszej pracy);
- iteracyjne (aż do uzyskania wymaganej długości) szeregowo łączenie odcinków przewodu o znanych właściwościach przepływowych (znanych wartościach współczynników przepływu) z wykorzystaniem metod umożliwiających wyznaczenie wypadkowych właściwości przepływowych oporników pneumatycznych połączonych szeregowo.

#### 9.3.1. Szacowanie wartości $\lambda$ na podstawie znajomości wartości C

Przy wyliczaniu, dla przewodów, wartości współczynników zdefiniowanych w normie ISO 6358 bądź w normie ISO 6953 z wykorzystaniem algorytmów bądź wzorów podanych w rozdziale 5 niniejszej pracy konieczna jest znajomość wartości średnicy wewnętrznej przewodu  $d$ , jego długości  $L$  oraz średniej wartości współczynnika strat liniowych  $\lambda$ . Znajomość

mość wartości  $\lambda$  nie wydaje się konieczna, jeżeli znana jest wartość przewodności dźwiękowej  $C$  odcinka takiego przewodu o długości  $L_C$ . W takiej sytuacji, dla przewodu o średnicy wewnętrznej  $d$  i długości  $L_X$ , zaproponowano tutaj następujący algorytm obliczeniowy:

- dla znanych wartości:  $C$  i  $d$  obliczyć wartość  $M_{1max}$  ze wzoru (4.21);
- podstawiając we wzorze (5.2) obliczoną wartość  $M_{1max}$  w miejsce  $M$  należy wyznaczyć wartość wyrażenia  $(\lambda \cdot L_{max}/d)_M$ ; w przypadku dużych wartości  $L_C/d$  można rozważyć wykorzystanie wzoru (5.3);
- przy założeniu, że długość rury dolotowej ciśnienia w stanowisku pomiarowym równa jest  $3 \cdot d$  (zgodne z ISO 6358), obliczyć wartość  $\lambda$  z zależności:

$$\lambda = \left( \lambda \cdot \frac{L_{max}}{d} \right)_M \cdot \frac{d}{L_C + 3 \cdot d} \quad (9.21)$$

- dla znanych wartości  $\lambda$ ,  $d$  i  $L = L_X + 3 \cdot d$  wyznaczyć interesujące nas wartości współczynników, zgodnie z algorytmami podanymi w punktach: 5.1 bądź 5.2 (wariant III dla normy ISO 6358; wariant II dla ISO 6953).

Podstawowym założeniem proponowanego algorytmu, dla danego przewodu o stałej średnicy  $d$  i zmiennej długości  $L$ , jest niezmienność średniej wartości współczynnika strat liniowych  $\lambda$ . Czy jest ono dopuszczalne? W przypadku izotermicznego przepływu przez przewód  $\lambda$  na długości przewodu ma stałą wartość. Dla przepływu adiabatycznego tak nie jest, lecz zmiana jest na tyle nieznaczna, że można ją pominąć. Osobnym zagadnieniem jest zmiana wartości  $\lambda$  spowodowana zmianą długości przewodu. Wzrost długości przewodu powoduje spadek wartości liczby Reynoldsa, a tym samym wzrost wartości  $\lambda$ . W proponowanym algorytmie skutkuje to zniżeniem wyznaczonej oporności przewodu (zawyżeniem wypadkowej wartości przewodności dźwiękowej  $C$ ). Z punktu widzenia projektowania układu pneumatycznego jest to cecha niekorzystna. W przypadku znacznego wydłużenia przewodu (traktowanego jako rura hydraulicznie gładka) lepszym podejściem od proponowanego algorytmu może okazać się nowe oszacowanie wartości  $\lambda$ ; dla rur hydraulicznie niegładkich wartość  $\lambda$  wyliczona z (9.21) wraz z oszacowaną wartością liczby Reynoldsa mogą posłużyć do wyznaczenia wartości względnej chropowatości. Zastosowanie proponowanego algorytmu znajduje uzasadnienie jedynie w sytuacji, gdy nie jest możliwe oszacowanie nowej wartości  $\lambda$ . Ma to miejsce, gdy znana jest wartość  $C$  dla względnie krótkiego przewodu o długości  $L$  od  $10 \cdot d$  do  $30 \cdot d$  (patrz rozdział 5, problem odcinka wlotowego), a zadaniem projektanta jest oszacowanie oporności takiego samego przewodu o długości nie przekraczającej  $2 \cdot L$ . W praktyce wartości  $C$  najczęściej podawane są dla odcinka przewodu o długości  $L = 1$  m. Wynikałoby z tego, że aby przewód uznać za względnie krótki jego średnica wewnętrzna  $d$  powinna być większa od 33,3 mm. Ten fakt dodatkowo zmniejsza utylitarne znaczenie przedstawionego algorytmu.

### 9.3.2. Zwielokrotnienie długości przewodu

Znając wartości: przewodności dźwiękowej  $C$ , krytycznego stosunku ciśnień  $b$  oraz indeksu ekspansji  $m$  (tylko dla ISO 6953) dla odcinka przewodu o długości  $L_C$  można wyznaczyć wartości tychże współczynników dla przewodu o długości  $L_X$  wykorzystując metody

określania wypadkowych właściwości przepływowych elementów połączonych szeregowo – wzory (2.107) i (2.109) – bądź algorytm opisany w punkcie 9.2.1.

Taki sposób ma jednak trzy istotne wady:

- długość  $L_X$  musi być wielokrotnością długości  $L_C$  – długość  $L_X$  uzyskiwana jest przez iteracyjne dodawanie odcinka  $L_C$ ;
- podczas sumowania odcinków przewodu wielokrotnie uwzględniana jest długość rury dolotowej pomiaru ciśnienia w stanowisku pomiarowym;
- rozważany jest jedynie adiabatyczny przepływ przez przewody – wynika to z założeń algorytmu przedstawionego w punkcie 9.3.1.

Aby powyższy sposób miał uzasadnienie fizyczne i był zgodny z teorią prezentowaną w rozdziale 5 niniejszej pracy, przepływ krytyczny (w każdym kroku obliczeń iteracyjnych) musi występować w dodawanym odcinku końcowym (w końcowym przekroju całego przewodu), a wartość wypadkowa przewodności dźwiękowej wyznaczana powinna być ze wzoru (9.9). Aby ten warunek był spełniony, musi być  $\alpha \geq 1$ , gdzie  $\alpha$  jest zdefiniowane wzorem (9.11). W rzeczywistości warunek ten jest zawsze spełniony. Łatwo tego dowieść, wykazując niemożność spełnienia nierówności przeciwnej  $\alpha < 1$ . Przekształcając (9.11), można zapisać:

$$\alpha = \frac{\frac{C_1}{d^2}}{\frac{C_2}{d^2} \cdot b_1} < 1$$

Po przekształceniu i uwzględnieniu (5.6) otrzymuje się:

$$\frac{C_2}{d^2} > \frac{1}{338,59} \approx 0,0029535$$

Spełnienie powyższej nierówności wymagałoby, aby współczynnik strat liniowych  $\lambda \approx 0$  (porównaj rozdział 6, punkt 6.2 niniejszej pracy).

### 9.3.3. Przykład obliczeniowy

Dla przewodu o średnicy wewnętrznej  $d = 16$  mm i długości  $L_C = 250$  mm wyznaczono wartości:  $C/d^2 = 0,001878$  s·m<sup>2</sup>/kg,  $b = 0,712$  i  $m = 0,413$ . Należy obliczyć wartość  $C/d^2$ ,  $b$  i  $m$  dla takiego samego przewodu o długości  $L_X = 500$  mm.

Tok obliczeń wykorzystujących algorytm proponowany w punkcie 9.3.1 jest następujący:

- dla  $C/d^2 = 0,001878$  s·m<sup>2</sup>/kg, ze wzoru (4.21),  $M_{1max} = 0,66745$ ;
- ze wzoru (5.2), dla  $M = M_{1max}$ ,  $(\lambda \cdot L_{max}/d)_M = 0,27914$ ;
- dla  $d = 16$  mm i  $L_C = 250$  mm, z (9.21),  $\lambda = 0,014988$ ;
- dla  $\lambda = 0,014988$ ,  $d = 16$  mm i  $L = L_X + 3 \cdot d = 500 + 3 \cdot 16 = 548$  mm, według algorytmu podanego w 5.1 wariant II,  $C/d^2 = 0,001658$  s·m<sup>2</sup>/kg,  $b = 0,656$  i  $m = 0,467$ .

Gdyby przyjęć  $L = L_X + 2 \cdot 3 \cdot d = 500 + 2 \cdot 3 \cdot 16 = 596$  mm, wówczas uzyskano by wartości  $C/d^2 = 0,001628$  s·m<sup>2</sup>/kg,  $b = 0,624$  i  $m = 0,440$ .

Tok obliczeń, przy wykorzystaniu sposobu podanego w punkcie 9.3.2, jest następujący:

- dla  $C_1 = C_2 = 48,08 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b_1 = b_2 = 0,712$  oraz  $m_1 = 0,413$ , z (9.13),  $b_{w2} = 0,6176$ ;
- dla  $C_2 = 48,08 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ,  $b_2 = 0,712$  i  $b_{w2} = 0,6176$ , z (9.9),  $C_w = 41,70 \cdot 10^{-8} \text{ s} \cdot \text{m}^4/\text{kg}$ ;
- z (9.17) i (9.18) wynikają wartości  $\eta_i$  dla kolejnych  $v_i$  (tab. 9.7);
- dla znanych  $v_i$  i  $\eta_i$  (tab. 9.7), po minimalizacji (5.13),  $b_w = 0,596$  i  $m_w = 0,415$ ;
- dla  $d = 16 \text{ mm}$   $C_w/d^2 = 0,001629 \text{ s} \cdot \text{m}^2/\text{kg}$ .

**Tabela 9.7**

Wartości  $v$  i odpowiadające im wartości  $\eta$

$v_i$	$\eta_i$
0,9	0,7878
0,8	0,8561
0,6	0,9357
0,4	0,9772

Wszystkie uzyskane wyniki, w celach porównawczych, zestawiono w tabeli 9.8. W kolumnie ALGORYTM podano numer podpunktu, w którym opisano metodę obliczeń, a w kolumnie  $L$  rzeczywistą długość przewodu wraz z rurami dolotowymi pomiaru ciśnienia. W wierszu 1 podano wyniki uzyskane zgodnie z algorytmem opisanym w punkcie 9.3.1, a w wierszu 3 zgodnie z opisanym w 9.3.2. W wierszu 2 podano wyniki uzyskane zgodnie z algorytmem opisanym w punkcie 9.3.1, lecz dla całkowitej długości przewodu powiększonej o  $3 \cdot d$ .

**Tabela 9.8**

Obliczone wypadkowe wartości oporności przewodu (opis w tekście)

Nr	ALGORYTM	$L$ [mm]	$C/d^2$ [ $\text{s} \cdot \text{m}^2/\text{kg}$ ]	$b$ [-]	$m$ [-]
1	9.3.1	$L_x + 3 \cdot d = 548$	0,001658	0,656	0,467
2	9.3.1	$L_x + 6 \cdot d = 596$	0,001628	0,624	0,440
3	9.3.2	$L_x + 6 \cdot d = 596$	0,001629	0,596	0,415

Wyniki uzyskane z wykorzystaniem obu algorytmów (tab. 9.8, wiersze 1 i 3) różnią się od kilku do ponad 11% (w przypadku  $m$ ). Powiększenie długości przewodu o  $3 \cdot d$  (tab. 9.7, wiersz 2) powoduje zmniejszenie tych różnic. Różnica wartości najistotniejszego współczynnika (przewodności dźwiękowej  $C$ ) jest minimalna i wynika głównie z dokładności obliczeń (szczególnie iteracyjnych). Źródło różnic wartości obliczonych krytycznych stosunków ciśnień  $b$  i indeksów ekspansji  $m$  jest inne. Jest nim niemożność aproksymacji równania (5.2) funkcją o postaci (2.57) z zerowym błędem.



## Rozdział 10

### PODSUMOWANIE

W niniejszej pracy poruszono problematykę modelowania strumienia powietrza w pneumatyce. W szczególności skoncentrowano się na określeniu sposobu efektywnego zastosowania modelu strumienia masy opisanego w normie ISO 6953 w zadaniach analizy i syntezy spotykanych w projektowaniu układów pneumatycznych, i tak też określono główny cel pracy. Wspomniany model, zdefiniowany w dziedzinie ciśnień statycznych, wyraża formuła (2.48) wraz z funkcją ekspansji opisaną wzorem (2.57), a jego parametrami są cztery współczynniki przepływu określające właściwości przepływowe elementu pneumatycznego: przewodność dźwiękowa  $C$ , krytyczny stosunek ciśnień  $b$ , indeks ekspansji  $m$  oraz czopujący stosunek ciśnień  $a$  (zakresy ich wartości dla obecnie produkowanych elementów pneumatycznych przedstawiono w punkcie 6.2).

W rozdziale 3 niniejszej pracy postawiono trzy wymagające weryfikacji problemy badawcze (tezy) o następującym brzmieniu:

- A. Parametry zdefiniowane w normie ISO 6953 (przewodność dźwiękowa  $C$ , krytyczny stosunek ciśnień  $b$ , indeks ekspansji  $m$ , czopujący stosunek ciśnień  $a$ ) można powiązać (można znaleźć funkcje przeliczające) z innymi miarami wykorzystywanymi do opisu właściwości przepływowych opornika pneumatycznego. Związki te umożliwiają wyrażanie parametrów  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  przez inne miary, jak również wyrażenie innych miar przez  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ .
- B. Przy wykorzystaniu teorii jednowymiarowego przepływu gazu, możliwe jest opracowanie pośredniej zbiornikowej metody pomiaru parametrów  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ , która będzie, przy zachowaniu wymaganej dokładności, tańsza i łatwiejsza niż metody bezpośrednio opisane w ISO 6953, ISO/WD 6358 oraz ISO/DIS 6358, jak również będzie doskonalsza od metod alternatywnych, przedstawionych w ISO/WD 6358, ISO/DIS 6358 oraz pracach [60] i [69].
- C. Znajomość wartości względnej różnicy ciśnień: statycznego i spiętrzenia nie jest jednoznaczna ze znajomością, pojawiających się w efekcie utożsamiania tych ciśnień, błędów względnych wyliczanych wartości strumienia masy bądź strumienia objętości gazu oraz błędów względnych wyliczanych wartości osiągow analizowanego układu pneumatycznego. Co więcej, na wartość błędu wyliczanego strumienia masy bądź strumienia objętości wpływ ma również wykorzystywany w obliczeniach model strumienia gazu.

#### ad A

Potwierdzono słuszność stwierdzenia, że istnieją związki między parametrami zdefiniowanymi w normie ISO 6953 ( $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ ), a innymi miarami oporności elementów pneumatycznych. Dowodem tego są funkcje przeliczające zaproponowane w rozdziale 7 oraz punktach 5.1, 5.3 i 9.3.1 niniejszej pracy.

Druga część tezy nie została w pełni potwierdzona gdyż:

- jeżeli wartość czopującego stosunku ciśnień  $a$  jest mniejsza od jedności ( $a < 1$ ), to nie istnieje możliwość wyrażenia tego przez inne miary oporności – żaden z modeli strumienia płynu przedstawionych w rozdziale 2 lub analizowanych w rozdziale 7 nie ma parametru, który, tak jak parametr  $a$ , ograniczałby stosowalność tego modelu do określonego zakresu stosunku ciśnień;
- w przypadku niektórych funkcji przeliczających przejście z innych miar na zestaw wartości parametrów:  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  nie jest jednoznaczne, to znaczy, że pewnej wartości parametru (bądź zestawu parametrów) miary oporności odpowiada wiele zestawów wartości parametrów:  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  – przykładowo, z sytuacją taką mamy do czynienia w przypadku funkcji przeliczających zaproponowanych w punktach 7.1 i 7.2 niniejszej pracy.

#### ad B

Stwierdzono, że istnieje możliwość opracowania, przy wykorzystaniu teorii jednowymiarowego przepływu gazu, pośredniej zbiornikowej metody pomiaru parametrów  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  dla elementów typu wypływowego – wymagania stawiane stanowisku pomiarowemu sformułowano w punkcie 8.1, a niezbędne procedury przetwarzania danych pomiarowych zaproponowano w punkcie 8.2. Możliwości takiej (przy chęci zachowania zgodności z ideą pomiaru opisanego w normie ISO 6953) nie ma w przypadku elementów typu przepływowego – patrz punkt 8.4.

Proponowana metoda jest:

- tańsza i łatwiejsza niż metody bezpośrednie opisane w ISO 6953, ISO/WD 6358 oraz ISO/DIS 6358, gdyż nie wymaga zastosowania drogich przepływomierzy i sprężarek o bardzo dużej wydajności;
- doskonalsza od metod alternatywnych przedstawionych w ISO/WD 6358 oraz w pracy [69], gdyż nie utożsamia ciśnień statycznych z ciśnieniami spiętrzenia (porównaj punkt 8.2 z 2.4.3.1 do 2.4.3.3 oraz z pracą [69]);
- doskonalsza od metod alternatywnych przedstawionych w ISO/DIS 6358 oraz w pracy [60], gdyż umożliwi wyznaczenie wartości parametrów  $b$  i  $m$  zgodnie z ideą normy ISO 6953 (porównaj punkt 8.2.2 z 2.4.3.4, 2.4.3.5 oraz punktem 8.6 w [60]).

#### ad C

Weryfikując tę tezę, stwierdzono, że:

- nie zachodzi równość bądź liniowa zależność między wartością względną różnicy ciśnień: statycznego i spiętrzenia a wartością, pojawiającego się w efekcie utożsamiania tych ciśnień, błędu względnego wyliczanej wartości strumienia masy bądź strumienia objętości gazu (punkt 6.3);
- zależność powyższa nie zachodzi również dla obliczanych wartości osiągow analizowanych układów pneumatycznych – punkty 6.4 i 6.5;
- wartość błędu względnego wyliczanej wartości strumienia gazu, którego to błędu przyczyną jest utożsamianie ciśnień: statycznego i spiętrzenia, istotnie zależy od struktury wybranego do obliczeń modelu strumienia masy bądź strumienia objętości – porównaj przebiegi błędu względnego wyliczanej wartości strumienia płynu dla różnych modeli tegoż strumienia – rysunki 6.2 do 6.9.

Zakres niniejszej pracy określono w rozdziale 3, formułując sześć zadań głównych, umożliwiających osiągnięcie przyjętego celu pracy oraz trzy zadania dodatkowe. Realizując te zadania:

- 1) wykonano analizę wpływu utożsamiania ciśnień statycznych oraz ciśnień spiętrzenia na obliczaną wartość strumienia masy i obliczane wartości osiągowy wybranych układów pneumatycznych;
- 2) określono procedury pozwalające na wykorzystanie modelu opisanego w normie ISO 6953 w dziedzinie ciśnień spiętrzenia;
- 3) stworzono algorytmy i formuły obliczeniowe umożliwiające dobór zamienników elementów pneumatycznych;
- 4) opracowano metody wyznaczania wypadkowych wartości parametrów opisujących właściwości przepływowe w rozumieniu normy ISO 6953 dla układu elementów pneumatycznych połączonych równolegle bądź szeregowo oraz dokonano oceny dokładności takichże metod stosowanych w przypadku, kiedy właściwości przepływowe określone są zgodnie z normą ISO 6358;
- 5) sformułowano wymagania stawiane stanowisku pomiarowemu oraz opracowano procedury przetwarzania danych pomiarowych umożliwiające wykorzystanie metod pośrednich zbiornikowych do wyznaczania wartości parametrów modeli opisanych w normach ISO 6953, ISO 6358 i PN-EN 60534 możliwie zgodnie z ideą metodyk pomiarowych podanych w tychże normach;
- 6) opracowano wielowariantowe algorytmy obliczeniowe oraz uproszczone formuły umożliwiające określenie wartości parametrów modeli opisanych w normach ISO 6953 i ISO 6358 dla przewodów pneumatycznych o określonych cechach konstrukcyjnych.

#### ad 1

Najważniejsze obserwacje poczynione w trakcie analizy wpływu utożsamiania ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia na obliczaną wartość strumienia masy gazu (punkt 6.3) to:

- wartość błędu względnego wyliczanego strumienia masy  $\delta_F$ , określonego wzorem (6.6), zależy od oporności elementu pneumatycznego (głównie od wartości  $C/d^2$  tego elementu);
- dla danego elementu pneumatycznego błąd  $\delta_F$  nie ma stałej wartości, lecz jest funkcją stosunku ciśnień (spiętrzenia  $\varepsilon$  lub statycznych  $\eta$ ) – patrz rysunki 6.2 do 6.9;
- przebieg wartości  $\delta_F$  w istotny sposób zależy od wybranego do obliczeń (symulacji) modelu strumienia masy; dla elementów o małej oporności, dla niektórych modeli i niesprzyjających warunków przepływu, maksymalna wartość  $\delta_F$  może przekraczać (nawet znacznie) 100% (rys. 6.7f, rys. 6.8f);
- jeżeli rzeczywista wartość krytycznego stosunku ciśnień  $b$  danego elementu pneumatycznego jest równa (bądź odpowiada) granicznemu (krytycznemu) stosunkowi ciśnień ( $\eta_K$  bądź  $\varepsilon_K$ ) wybranego modelu strumienia masy, wówczas utożsamianie ciśnień na wlocie z elementu (ciśnień  $p_2$  i  $p_a$ ) nie ma wpływu na wartość  $\delta_F$  (rys. 6.8 i 6.9);
- jeżeli przepływ ma charakter krytyczny w rozumieniu fizycznym ( $\eta < b$ ) oraz w rozumieniu analizowanego modelu ( $\eta < \eta_K$  bądź  $\varepsilon < \varepsilon_K$ ), to  $\delta_F$  ma stałą wartość zależną jedynie od wartości wyrażenia  $C/d^2$  (rys. 6.2, 6.3, 6.6 do 6.9);
- wartość liczby Macha  $M_1$  na wlocie do elementu nie jest zadowalającą miarą błędu  $\delta_F$  (patrz punkt 6.3).

Na podstawie powyższych obserwacji wyciągnięto wniosek, że w technice pomiarowej, przy pomiarach wartości współczynników przepływu, utożsamianie ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia nie powinno mieć miejsca.

Analiza wpływu utożsamiania ciśnień spiętrzenia i ciśnień statycznych na osiągi dwóch obiektów: częściowo opróżnianego akumulatora pneumatycznego (punkt 6.4) oraz liniowego tłokowego siłownika pneumatycznego dwustronnego działania (punkt 6.5) z wykorzystaniem modelu strumienia masy opisanego w normie ISO 6953 wykazała, że błędy obliczonych wartości osiągow układu pneumatycznego, w skład którego wchodzi oporniki pneumatyczne o  $C/d^2 \leq 0,0005 \text{ s}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$ , nie powinny (porównaj tab. 6.3 i 6.5) przekraczać wartości błędów wynikających z innych, powszechnie przyjętych, założeń upraszczających (na przykład pominięcia wpływu wymiany ciepła). Pozwala to na stwierdzenie, że w przypadku symulacji komputerowej większości rzeczywistych układów pneumatycznych takowe utożsamianie można uznać za dopuszczalne. Istnieją jednak dwie przesłanki, aby tak nie czynić. Po pierwsze, nie są wciąż znane interakcje między tymże utożsamianiem a innymi założeniami upraszczającymi – nie wiadomo, czy błędy będące ich efektem akumulują się, czy też niwelują; po drugie, w porównaniu z innymi sposobami, uwzględnienie tego problemu w obliczeniach symulacyjnych układu pneumatycznego wydaje się w miarę łatwą i tanią (w sensie nakładów obliczeniowych) drogą do zwiększenia dokładności tychże obliczeń (patrz punkt 6.6).

## ad 2

Model strumienia masy opisany w normie ISO 6953 określony jest w dziedzinie ciśnień statycznych. Jego wykorzystanie w obliczeniach symulacyjnych układu pneumatycznego wymaga przejścia w dziedzinę ciśnień spiętrzenia. W niniejszej pracy zaproponowano trzy sposoby rozwiązania tego problemu cechujące się różną dokładnością oraz różnymi kosztami obliczeniowymi:

- metody bardzo kosztowne obliczeniowo, wymagające wielokrotnego iteracyjnego rozwiązywania równania (4.26), lecz o teoretycznie zerowym błędzie przejścia (jedynie błędy numeryczne obliczeń), a mianowicie:
  - przejście, z wykorzystaniem algorytmu zaproponowanego w punkcie 4.3, na model strumienia masy opisany wzorem (5.16) z liczbą Macha jako parametrem;
  - przejście, dzięki metodom zaproponowanym w punktach 7.3 i 7.4, na jeden z modeli strumienia masy zdefiniowanych w dziedzinie ciśnień spiętrzenia, których współczynniki mają zmienną, będącą funkcją stosunku ciśnień, wartość;
- metody o minimalnych kosztach obliczeniowych, polegające na jednokrotnym przejściu na model o stałej wartości współczynników zdefiniowany w dziedzinie ciśnień spiętrzenia – przykładem takiego podejścia może być wykorzystanie funkcji przeliczającej zaproponowanej w punkcie 7.5. Zastosowanie tychże metod wymaga jednak pogodzenia się z nieuniknionymi błędami przejścia (porównaj – tablica 7.6);
- metoda pośrednia o nastawianej dokładności przejścia i wynikających z tej dokładności kosztach obliczeniowych – przejście na proponowany w punkcie 7.6 model pośredni zdefiniowany w dziedzinie ciśnień spiętrzenia i opisany wzorami (7.36) i (7.37). W tym modelu występuje funkcja  $g(\varepsilon)$  aproksymująca funkcję ekspansji w zakresie przepływu podkrytycznego. Stwierdzono, że kompromisowym podejściem, z punktu widzenia zasobów obliczeniowych (obciążenie procesora, wykorzystanie pamięci komputera), jak

i dokładności obliczeń, jest zastosowanie  $g(\varepsilon)$  w postaci funkcji sklejaney funkcji liniowych (interpolacji odcinkami) o postaci (7.43) – porównaj tablice 7.7 do 7.9.

### ad 3

Problem doboru zamiennika elementu pneumatycznego polega na znalezieniu elementu identycznego funkcjonalnie i o nie gorszych właściwościach przepływowych w sytuacji, gdy te właściwości dla oryginału i dla zamiennika opisane są w różny sposób.

Określając sposoby doboru zamienników elementów pneumatycznych w niniejszej pracy, wyróżniono dwie sytuacje:

- dla elementu pneumatycznego znane są wartości:  $Q_{Nnom}$  według normy VDI 3290 bądź  $K_V$  według PN-83/M-74201, bądź  $K_V$  i  $x_T$  według EN 60534, a poszukiwane są wartości:  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  według ISO 6953 (bądź tylko  $C$  i  $b$  według ISO 6358), umożliwiające dobór zamiennika tegoż elementu;
- dla elementu pneumatycznego znane są wartości:  $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$  (bądź tylko  $C$  i  $b$ ), a poszukiwane są wartości:  $Q_{Nnom}$  bądź  $K_V$ , bądź  $K_V$  i  $x_T$  umożliwiające dobór zamiennika tegoż elementu.

W pierwszym przypadku mamy do czynienia z sytuacją, w której przy znajomości wartości jednego bądź dwóch współczynników należy określić wartości czterech. Nie jest więc możliwe stworzenie jednoznacznych funkcji przeliczających w rozumieniu podanym w punkcie 2.3 niniejszej pracy. Możliwe jest natomiast stworzenie algorytmów umożliwiających rozwiązanie problemu doboru zamiennika. Takie algorytmy zaproponowano: w punkcie 7.1 dla znanej wartości  $Q_{Nnom}$ , w punkcie 7.2.1 dla znanej wartości  $K_V$  oraz w punkcie 7.2.2 dla znanych wartości  $K_V$  i  $x_T$ .

Dla drugiego przypadku opracowano funkcje przeliczające w postaci wzorów: (7.5) dla  $Q_{Nnom}$ , (7.12) dla  $K_V$  oraz (7.19) i (7.21) dla  $K_V$  i  $x_T$ . Jednak bezpośrednie wykorzystanie tych wzorów do doboru zamienników może skutkować, co nie było dotychczas sygnalizowane w literaturze przedmiotu, dobraniem elementu pneumatycznego o gorszych niż wymagane właściwościach przepływowych (pełna dyskusja problemu w punkcie 7.1). Można tego uniknąć, posługując się zmodyfikowanymi, służącymi jedynie do doboru, wartościami wyznaczanych współczynników. Modyfikacji można dokonać, wykorzystując zaproponowane w niniejszej pracy formuły, odpowiednio, (7.7), (7.14) i (7.22).

Analizując funkcję przeliczającą w postaci wzorów (7.19) i (7.21), stwierdzono pewną niespójność norm ISO 6953 i EN 60534 (punkt 7.2.2). Ze wzoru (7.21) wynika, że nie istnieją elementy pneumatyczne o wartości  $x_T < 0,045$ , chociaż norma EN 60534 nic o tym nie wspomina. Z drugiej strony, jeżeli dla danego elementu pneumatycznego wartość funkcji ekspansji o postaci opisanej wzorem (2.57) jest mniejsza od  $\sqrt{0,045}$ , to współczynnik  $x_T$  traci sens fizyczny (jego wartość przekracza 1).

Warto nadmienić, że z wyżej wymienionych metod obecnie znaczenie użytkowe mają jedynie te, które wykorzystują parametry opisane w normie ISO 6358 ( $C$  i  $b$ ), gdyż parametry określone w normie ISO 6953 ( $C$ ,  $b$ ,  $m$  i  $a$ ) nie są podawane w katalogach elementów pneumatycznych.

**ad 4**

Metody wyliczania wypadkowych właściwości przepływowych układu elementów pneumatycznych, połączonych równoległe bądź szeregowo, których właściwości przepływowe określono zgodnie z normą ISO 6953, nie były dotychczas podawane w literaturze. Zaproponowano takowe, w postaci algorytmów, w punktach 9.1.1 (połączenie równoległe) i 9.2.1 (połączenie szeregowo). Eksperymentalna weryfikacja zaproponowanych algorytmów wykazała zadowalającą i, z inżynierskiego punktu widzenia, wystarczającą dokładność (punkty 9.1.2 i 9.2.2). Jedyne dla szeregowego połączenia elementów i parametru  $b$  (krytyczny stosunek ciśnień) uzyskano błąd względny przekraczający, w skrajnym przypadku, 16%. Przyczyną tej, dość znacznej, różnicy wartości wyliczonej i wartości pomierzonej należy upatrywać w specyfice algorytmu wyznaczania wartości  $b$  i  $m$  zgodnego z ISO/WD 6358 (punkt 9.2.2).

Wykonując analizę dokładności wzorów (2.105) i (2.109), służących do wyznaczania wypadkowej wartości krytycznego stosunku ciśnień układu elementów, których właściwości przepływowe określono zgodnie z normą ISO 6953 i połączonych równoległe (punkt 9.1.3) bądź szeregowo (punkt 9.2.3), stwierdzono, że:

- wzór (2.105) – połączenie równoległe dwóch elementów – można stosować przy minimalnych błędach wyznaczanego wypadkowego strumienia masy ( $\delta_m \leq 1,04\%$ ), gdy stosunek przewodności dźwiękowych tych elementów  $C_1/C_2 \leq 5$  oraz  $C_1 > C_2$ , a ich krytyczne stosunki ciśnień  $b \leq 0,6$ ;
- zastosowanie wzoru (2.105) skutkuje zawsze zawyżeniem wartości wyznaczanego wypadkowego strumienia masy, efektem czego może być dobór elementów składowych układu pneumatycznego o niedostatecznych właściwościach przepływowych;
- wzór (2.109) – połączenie szeregowo – można stosować przy minimalnym błędach wyznaczanego wypadkowego strumienia masy ( $\delta_m \leq 2,6\%$ ) w całym zakresie wartości współczynników zdefiniowanych w ISO 6358; gdy krytyczne stosunki ciśnień połączonych elementów  $b \leq 0,6$ , to błąd wartości wyznaczanego wypadkowego strumienia masy nie przekracza  $\delta_m = 1,1\%$ ;
- zastosowanie wzoru (2.109) skutkuje zawsze zaniżeniem wartości wyznaczanego wypadkowego strumienia masy.

**ad 5**

Zastosowanie klasycznych metod pośrednich zbiornikowych do pomiaru wartości współczynników przepływu zdefiniowanych w normie ISO 6953, jak również normach ISO 6358 oraz PN-EN 60534, wymaga zastosowania odpowiednich procedur przetwarzania danych pomiarowych. Procedury takie zaproponowano w punkcie 8.2 niniejszej pracy. Przy zachowaniu minimalnych wymagań, sformułowanych w punkcie 8.1, mogą być one wykorzystane do przetwarzania danych pomiarowych uzyskanych na dowolnym stanowisku: przy izotermicznym bądź adiabatycznym opróżnianiu zbiornika, jak też przy napełnianiu zbiornika podciśnieniowego. Tworząc wspomniane procedury, stwierdzono jednak, że możliwość wyznaczenia wartości interesujących nas współczynników przepływu całkowicie zgodnie z ideą właściwej normy istnieje jedynie w przypadku badania elementów typu wplywowego. W przypadku elementów typu przeplywowego nie jest możliwe, na gruncie wykorzystywanej teorii przepływu jednowymiarowego, stworzenie ogólnej (ważnej dla

wszystkich elementów pneumatycznych tego typu) procedury uwzględniającej przepływ przez końcową rurę wylotową (punkt 8.4). Jednakże pominięcie tejże rury, w najbardziej niekorzystnych warunkach, nie powinno skutkować błędami względnymi wartości wyznaczonych współczynników przekraczającymi 3% (porównaj tabela 8.4).

## ad 6

W rozdziale 5 zaproponowano wielowariantowe algorytmy oraz uproszczone formuły obliczeniowe umożliwiające określenie wartości parametrów modeli opisanych w normach ISO 6953 i ISO 6358 dla przewodów pneumatycznych o znanych wartościach cech konstrukcyjnych – długości  $L$ , średnicy wewnętrznej  $d$  oraz współczynnika strat liniowych  $\lambda$ . Wstępnie założono, że  $\lambda$  ma stałą wartość, szacowaną indywidualnie dla konkretnego przewodu i stanowiącą jego parametr charakterystyczny. Sposób szacowania wartości  $\lambda$  zaproponowano w punkcie 5.4. Wielowariantowość algorytmów i formuł wynika z uwzględnienia przy ich tworzeniu:

- różnego rozumienia pojęcia krytycznego stosunku ciśnień – porównaj wzory (5.5), (5.13) i (5.16) bądź porównaj uproszczone formuły (5.10), (5.14) oraz (5.17);
- możliwości adiabaticznego (punkt 5.1) bądź izotermicznego (punkt 5.3) przepływu przez przewód;
- traktowanie przewodu jako elementu przepływowego bądź wypływowego – analizę i zaproponowany sposób podejścia przedstawiono w punkcie 5.1.

Problem adiabaticzności przepływu przez przewód analizowano w punkcie 5.2. Na podstawie własnych badań eksperymentalnych stwierdzono, że w pneumatyce przepływ przez przewody o  $L/d \leq 600$  może być traktowany jako przepływ adiabaticzny. Analiza eksperymentu opisanego w pracy [5] (punkt 5.2) pozwala natomiast postawić hipotezę, że nawet dla przewodów o znacznie większej długości względnej ( $L/d \approx 8772$ ) wpływ wymiany ciepła na parametry przepływającego przez przewód powietrza jest nieznaczny (maksymalna różnica temperatur spiętrzenia na wlocie do i wylocie z przewodu jest równa 0,8 K, co świadczy o przepływie zbliżonym do przepływu adiabaticznego – patrz dyskusja w punkcie 5.2).

Na podstawie doniesień literaturowych [52, 60] określono jakościowe poziomy oceny zgodności wyników uzyskanych przy zastosowaniu proponowanych algorytmów z danymi eksperymentalnymi. Przyjęto, że dla przewodności dźwiękowej  $C$  zgodność jest bardzo dobra, jeżeli błąd względny nie przekracza 5%, a dobra, jeżeli nie przekracza 15%; dla krytycznego stosunku ciśnień  $b$  oraz indeksu ekspansji  $m$  przyjęto progi 10% i 20%. Wyniki uzyskane przy zastosowaniu proponowanych algorytmów (punkty 5.1 i 5.3) porównano z danymi eksperymentalnymi dostępnymi w literaturze i stwierdzono, że:

- wyliczone wartości przewodności dźwiękowej  $C$  dają bardzo dobrą lub rzadziej dobrą zgodność z wynikami eksperymentu – porównaj tablice 5.1 i 5.2 oraz 5.6 i 5.7 (dla  $L/d \geq 50$ );
- podobnie wyliczone wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$  w rozumieniu normy ISO 6358 wykazują bardzo dobrą bądź dobrą zgodność z wynikami eksperymentu – porównaj tablice 5.1 i 5.2;
- wyliczone wartości krytycznego stosunku ciśnień  $b$  i indeksu ekspansji  $m$  w rozumieniu normy ISO 6953 wykazują co najwyżej dobrą zgodność z wynikami eksperymentu, często jednak ich błąd względny, szczególnie dla  $b$ , przekracza ustaloną granicę 20% (po-

równaj tablice 5.6 i 5.7); wyraźną poprawę zgodności uzyskuje się, wykorzystując zaproponowaną w punkcie 5.4 – wzór (5.35) – zmianę wartości współczynnik  $\lambda$  (będącego funkcją liczby Reynoldsa) wraz ze zmianą strumienia masy gazu przepływającego przez analizowany przewód – porównaj wyniki w tabeli 5.7 z wynikami w tabeli 5.8;

- proponowane algorytmy mają obecnie ograniczone zastosowanie dla bardzo krótkich przewodów ( $L/d < 50$ ), ze względu na problem z prawidłowym oszacowaniem, dla takich przewodów, wartości współczynnika  $\lambda$  – związane jest to z problemem występowania tak zwanego odcinka wlotowego, które to zagadnienie poruszono w punkcie 5.4.

Z przedstawionego powyżej podsumowania wynika, że zakres pracy sformułowany w rozdziale 3 został w pełni zrealizowany. Uzasadnionym wydaje się stwierdzenie, że zaproponowane w niniejszej pracy metody i algorytmy obliczeniowe pozwalają w sposób doskonały wykorzystać model strumienia masy opisany w normie ISO 6953 (jak też modele podane w normach ISO 6358 i PN-EN 60534) w projektowaniu układów pneumatycznych, niż było to dotychczas czynione. Można więc uznać, że główny cel pracy został osiągnięty.

Wyniki analiz i badań przeprowadzonych w ramach niniejszej pracy pozwalają na wnioski ogólniejszej natury. Generalnie rzecz biorąc, można odnieść wrażenie, że Autorzy wspomnianych norm, definiując sposób opisu właściwości przepływowych elementów pneumatycznych, za cel główny stawiają sobie możliwość porównywania tych elementów pod względem tychże właściwości. Możliwość wykorzystania proponowanych modeli w zadaniach analizy i syntezy w pneumatyce wydaje się mieć dla nich o wiele mniejsze (w opinii autora niewystarczające) znaczenie. W rezultacie efektywne wykorzystanie tychże modeli w projektowaniu układów pneumatycznych jest działaniem dość złożonym i czasochłonnym, a dokładność uzyskanych wyników obliczeń często jest niezadowalająca. Również metody pomiarowe służące do wyznaczania wartości parametrów tychże modeli (współczynników przepływu określających właściwości przepływowe opornika pneumatycznego), a opisane w odpowiednich normach są skomplikowane, kosztowne i trudne do realizacji w warunkach innych niż wyspecjalizowane laboratorium badawcze. Dlatego też, dla tych modeli trudno znaleźć metodyki projektowania układów pneumatycznych je wykorzystujące. Podobnie parametry opisane w normach ISO 6358 i PN-EN 60534, mimo upływu ponad 10 lat od wprowadzenia tychże norm, trudno znaleźć w katalogach producentów elementów pneumatycznych. W punkcie 2.7 podano kilka krytycznych uwag własnych dotyczących propozycji uaktualnienia wciąż obowiązującej normy ISO 6358, które to propozycje można znaleźć w ISO/DIS 6358 [53]. W opinii autora niniejszej pracy uaktualnienie normy ISO 6358 nie poprawi w znaczący sposób istniejącej sytuacji i nie powinno zamykać dyskusji nad poszukiwaniem nowych sposobów opisu właściwości przepływowych elementów pneumatycznych. Chcąc jednak uczynić tę normę bliższą projektantom układów pneumatycznych, przed dalszymi działaniami modernizacyjnymi, należałoby przynajmniej rozpatrzyć dwa zagadnienia:

- problem niejednoznaczności rozumienia krytycznego stosunku ciśnień  $b$  wynikający z jego definicji i metodyk pomiarowych opisanych w normach ISO 6358, ISO 6953 oraz ISO/WD 6358 – jego rozwiązanie wymagałoby redefinicji tego współczynnika, co proponowano już w pracy [60] dla ISO 6358, oraz zwiększenia liczby punktów pomiarowych wykorzystywanych przy wyznaczaniu jego wartości – zbliżyłoby to wartość wyznaczaną do wartości rzeczywistej (obecnie definicyjnej). Warto wspomnieć, że dużą liczbę punktów pomiarowych można uzyskać, stosując metody zbiornikowe (rozdział 8);



- kwestię ujednoczenia metodyki pomiarowej dla elementów przepływowych i wypływowych – jednym ze sposobów może być przekształcenie, jak w punkcie 8.1 tej pracy, wszystkich elementów przepływowych w elementy wypływowe poprzez montaż na ich wylocie ściśle zdefiniowanych króćca i przewodu.

Doświadczenia zebrane w trakcie realizacji niniejszej pracy wydają się potwierdzać celowość dalszych działań dotyczących oceny oporu przepływu przez elementy pneumatyczne i dają możliwość wskazania ich kierunków. Obecnie za główne zadania do realizacji można uznać:

- rozwiązanie problemu odcinka wlotowego w rurach stanowisk pomiarowych (patrz punkt 5.4) – możliwym sposobem ujednoczenia jego wpływu na wyniki pomiarów wydaje się być zastosowanie dyszy zbieżnej zamontowanej w rurze dolotowej o odpowiedniej długości;
- ocena możliwości zastosowania funkcji o innej postaci niż proponowane w ISO 6358 i ISO 6953 do aproksymacji przebiegu krzywej ekspansji, na przykład bardzo interesującej funkcji (2.17) zaproponowanej przez Woelkego [158] bądź funkcji jeszcze bardziej złożonych i o większej liczbie parametrów. Zwiększanie liczby współczynników w modelu strumienia masy, w dobie coraz powszechniejszego stosowania metod komputerowych w projektowaniu, nie wydaje się być problemem – wskazuje na to sama norma ISO 6953 (cztery współczynniki);
- opracowanie, dla różnych konfiguracji stanowisk pomiarowych, procedur przetwarzania danych umożliwiających wyliczenie wartości parametrów opisujących właściwości przepływowe tylko elementu pneumatycznego, a nie jego szeregowego połączenia z elementami stanowiska pomiarowego – inspiracją do tego mogą być procedury zaproponowane w rozdziale 8 niniejszej pracy;
- pogłębioną analizę wpływu utożsamiania ciśnień spiętrzenia i ciśnień statycznych na osiągi układu pneumatycznego, mającą wyjaśnić, jakie interakcje występują między tymże utożsamianiem a innymi założeniami upraszczającymi przyjmowanymi w modelowaniu, a dokładnie stwierdzenie, czy błędy będące ich efektem akumulują się czy też niwelują;
- określenie sposobu modelowania przepływu gazu przez opornik pneumatyczny (w szczególności przez przewód pneumatyczny) w warunkach niustalonych.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] A parametric library for the simulation of a Union Internationale des Chemins de Fer (UIC) pneumatic braking system. Pugi L., Malvezzi M., Allotta B., Banchi L., Presciani P.: Proc Instn Mech Engrs – Part F Journal of Rail and Rapid Transit 218(2), 2004.
- [2] Andersen B. W.: The analysis and design of pneumatic systems. New York, London, Sydney: John Wiley & Sons 1967.
- [3] ANSI/(NFPA) T3.21.3: 1990. Pneumatic fluid power. Flow rating test procedure and reporting method for fixed orifice components.
- [4] Bachmann R.: On the dynamics of a pneumatic positioning system. MSc Thesis, Queen's University Kingston, Ontario, Canada 1997.
- [5] Bala H.–P.: Durchflußmessungen und Strömungstechnische Kenngrößen. Oilhydraulik und Pneumatik 29 (1985), nr 7.
- [6] Barth H.–J.: Einfache Kennzeichnung und Berechnung von Druckverlusten in der Pneumatic. Ölhydraulik und Pneumatik 38, 1994:9.
- [7] Beater P.: Pneumatic Drives. System Design, Modelling and Control. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag 2007.
- [8] Bellis M.: Pneumatic Tools. [inventors.about.com/od/pstartinventions/a/pneumatic.htm](http://inventors.about.com/od/pstartinventions/a/pneumatic.htm).
- [9] Berninger J. F.: Comparing ISO sonic flow to ANSI  $C_v$  in pneumatic directional control valves. Proceedings of 49th National Conference on Fluid Power, Las Vegas, USA 2002.
- [10] Bialas V.: Ein Beitrag zur Klärung des Verhaltens von Pneumatikzylindern. Doctoral dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 1973.
- [11] Bideaux E., Scavarda S.: Pneumatic pipes – experimental and simulation approach. Proceedings of Bath Workshop on Power Transmission and Motion Control PTMC 2000, Bath, UK 2000.
- [12] Brown G.O.: The History of the Darcy-Weisbach Equation for Pipe Flow Resistance. Proceedings and invited papers for the ASCE 150<sup>th</sup> anniversary (1852–2002), 2002, Washington D.C., USA.
- [13] CETOP RP 50 P. Durchfluss – Kennwert von Druckluft – Geräten, 1973.
- [14] Chen J.J.J.: Systematic explicit solutions of the Prandtl and Colebrook-White equations for pipe flow. Proc. Instn Civ. Engrs, Part 2, 1986, 81.
- [15] Chiedoze A.: History of Pneumatic Tools. [www.ehow.com/about\\_5559098\\_history-pneumatic-tools.html](http://www.ehow.com/about_5559098_history-pneumatic-tools.html).
- [16] Chiedoze A.: History of Pneumatics. [www.ehow.com/about\\_5492181\\_history-pneumatics.html](http://www.ehow.com/about_5492181_history-pneumatics.html).
- [17] Chorowski B., Werszko M.: Mechaniczne urządzenia automatyki. Warszawa: WNT 1990.
- [18] Diakun J., Kiczkowski T.: Modelowanie i komputerowe badania symulacyjne niskoczęstotliwościowego młotka pneumatycznego. Prace Naukowe Instytutu Techniki Ciepłej i Mechaniki Płynów Politechniki Wrocławskiej, Seria: Konferencje, 1994.
- [19] Diels H.: Antike Technik. Leipzig 1919.
- [20] Dindorf R.: Napędy płynowe. Podstawy teoretyczne i metody obliczania napędów hydrostatycznych i pneumatycznych. Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2009.
- [21] Dynamika pneumatycznych układów napędowych. Rozprawy Naukowe Nr 145, red. nauk. F. Siemieniako, Białystok: Wydawnictwo Politechniki Białostockiej 2007.
- [22] Eckersten J.: Simplified flow calculations for pneumatic components. W: Andersson S. B., Bévangut G., Eckersten J., Ek G., Kalldin B.: Atlas Copco Air Compendium. Stockholm: Atlas Copco AB 1975.

- [23] Elmqvist H., Tummescheit H., Otter M.: Object-Oriented Modeling of Thermo-Fluid Systems. Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Modelica Conference, Linköping 2003.
- [24] EN 60534: 1998: Industrial – process control valves.
- [25] Eschmann R.: Modellbildung und Simulation pneumatischer Zylinderantriebe. Doctoral dissertation, Rheinisch – Westfälische Technische Hochschule, Aachen 1994.
- [26] Fleischer H.: Manual of pneumatic system operation. New York, San Francisco, Washington: McGraw-Hill 1995.
- [27] Flow-rate characteristics parameters of pneumatic component. Jungong M., Juan C., Ke Z., Senoo M.: Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics Qingdao, China September 2008
- [28] Gerc E.W.: Napędy pneumatyczne. Teoria i obliczanie. Warszawa: WNT 1973.
- [29] Герц Е.В.: Динамика пневматических систем машин. Москва: Машиностроение 1985.
- [30] Герц Е.В.: Пневматические приводы. Теория и расчёт. Москва: Машиностроение 1969.
- [31] Герц Е.В., Крейнин Г. В.: Расчёт пневмоприводов. Справочное пособие. Москва: Машиностроение 1975.
- [32] Gidlund P.L.: Auslegung pneumatischer Schaltungen – Sizing pneumatic components. Proceedings of Internationale Fachtagung zur Systemschau „Antreiben – Steuern – Bewegen“, Hannover, 1977.
- [33] Grymek Sz., Kiczkowiak T.: Approximation task decomposition for artificial neural network. Polioptymalizacja i komputerowe wspomaganie projektowania. Red. nauk. W. Tarnowski, T. Kiczkowiak, Warszawa: WNT 2004.
- [34] Grymek Sz., Kiczkowiak T.: Ciśnienia statyczne a ciśnienia spiętrzenia w modelach strumienia objętości wykorzystujących współczynnik wymiarowy  $K_V$ . Pneumatyka nr 2 (75), 2010.
- [35] Grymek Sz., Kiczkowiak T.: Conversion of the sonic conductance  $C$  and the critical pressure ratio  $b$  into the airflow coefficient  $\mu$ . Journal of Mechanical Science and Technology, vol. 19, No 9/2005.
- [36] Grymek Sz., Kiczkowiak T.: Komputerowo wspomagane obliczenia współczynnika przepływu gazu. ZN WM Politechniki Koszalińskiej, nr 37, Koszalin 2005.
- [37] Grymek Sz., Kiczkowiak T.: Problemy obliczania współczynnika przepływu. Podejście neuronowe. Zbiór streszczeń referatów. Seminarium naukowe na temat: „Postępy w sterowaniu i konstrukcji”. ATR Wyd. Mech. Katedra Sterowania i Konstrukcji, 2001.
- [38] Grymek Sz., Kiczkowiak T.: Program komputerowy do wspomagania obliczeń szybkobieżnych siłowników pneumatycznych z wbudowanym zbiornikiem. ZN Politechniki Świętokrzyskiej, Seria: Elektryka, nr 39, 2000.
- [39] Grymek Sz., Kiczkowiak T.: Sposób przeliczania przewodności dźwiękowej  $C$  i krytycznego stosunku ciśnień  $b$  na współczynnik przepływu  $\mu$ . Pneumatyka nr 3 (46), 2004.
- [40] Grymek Sz., Kiczkowiak T.: Wykorzystanie strumienia masy w badaniach dynamiki napędów pneumatycznych. Pneumatyka 2008 nr 1(66).
- [41] Grymek Sz., Kiczkowiak T.: Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych do wyznaczania współczynnika przepływu. Materiały XIX Ogólnopolskiej Konferencji Polioptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania. Politechnika Koszalińska, Katedra Systemów Sterowania, 2001.
- [42] Grymek Sz.: Metoda pośrednia wyznaczania wartości współczynnika  $K_V$  w pneumatyce. Pomiary Automatyka Kontrola. Vol. 56, nr 6, 2010.
- [43] Haack S.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Aussage-fähigkeit strömungstechnischer Kenngrößen an ausgewählten Strukturen pneumatischer Steuerventile. Doctoral dissertation, Pädagogische Hochschule Erfurt/Mühlhausen, 1991.

- [44] Identification of viscous friction coefficients for a pneumatic system model using optimization methods. Carducci G., Giannoccaro N. I., Messina A., Rollo G.: *Mathematics and Computers in Simulation* 71(2006).
- [45] ISO /TC – 131/SC – 8 (France 2) 47. A new method of determining the flow capacity of compressible fluid devices.
- [46] ISO /TC – 131/SC – 8 (United Kingdom 6) 43. United Kingdom proposal on flow capacity measurement of pneumatic components.
- [47] ISO 4414: 1998. Pneumatic fluid power. General rules relating to systems.
- [48] ISO 6358: 1989. Pneumatic fluid power. Components using compressible fluids. Determination of flow–rate characteristics.
- [49] ISO 6953: 2000. Pneumatic fluid power. Compressed air pressure regulators and filter–regulators.
- [50] ISO 8778: 1990. Pneumatic fluid power. Standard reference atmosphere.
- [51] ISO/DIS 6358: 1983. Pneumatic fluid power. Method of tests. Determination of flow–rate characteristics of components using compressible fluids.
- [52] ISO/DIS 6358: 2008. Pneumatic fluid power. Determination of flow–rate characteristics of components using compressible fluids.
- [53] ISO/DIS 6358: 2009. Pneumatic fluid power. Determination of flow–rate characteristics of components using compressible fluids.
- [54] ISO/DIS 6358.2: 1987. Pneumatic fluid power. Components using compressible fluids. Determination of flow–rate characteristics.
- [55] ISO/WD 6358: 2005. Pneumatic fluid power. Components using compressible fluids. Determination of flow–rate characteristics (ISO/TC 131/SC 5).
- [56] Iwaszko J., Łazowski J.: *Dynamika wewnętrzna osadzaka do wstrzeliwania kołków*. Referaty XVIII Sympozjonu PKM. Politechnika Świętokrzyska, Kielce – Ameliówek 1997.
- [57] Iwaszko J., Stawczyk R.: *Dynamika wewnętrzna armatki powietrznej*. Materiały IX Ogólnopolskiej Konferencji „Pneumatyka i sterowanie w przemyśle“ PNEUMA '95. WSI Koszalin – OBR EiUP, Kielce 1995.
- [58] Iwaszko J.: *Metoda zbiornikowa pomiaru współczynnika przepływu ze szczególnym uwzględnieniem wymiany ciepła*. Praca doktorska. IBSM, Politechnika Warszawska, 1980.
- [59] Iwaszko J.: *Nowa metoda pomiaru współczynnika przepływu*. *Archiwum Budowy Maszyn*, tom XXX, zeszyt 3 – 4, 1983.
- [60] Iwaszko J.: *Opory przepływu powietrza przez elementy pneumatyczne*. *Prace naukowe, Mechanika Z. 177*, Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 1999.
- [61] Iwaszko J.: *Przepływ sprężonego powietrza przez elementy pneumatyczne połączone szeregowo*. *Prace Naukowe Instytutu Techniki Ciepłej i Mechaniki Płynów Politechniki Wrocławskiej* nr 47. Konferencje nr 8. Wrocław 1994.
- [62] Iwaszko J.: *Symulacja cyfrowa pneumatycznego układu miotającego*. Referaty XVI Sympozjonu PKM. Instytut Mechaniki i Konstrukcji, Politechnika Warszawska, Warszawa – Szczyrk 1993.
- [63] Jermak C.J., Rucki M.: *Korekcja powierzchni czołowej dyszy pomiarowej pneumatycznego przetwornika długości*. *Pneumatyka* nr 1 (74), 2010.
- [64] Jermak Cz., Rucki M.: *Parametry pneumatycznego przetwornika eżektorowego do pomiaru długości*. ZN Politechniki Świętokrzyskiej, Seria: Elektryka, nr 39, 2000.
- [65] JIS B 8390 2000 Pneumatic fluid power components using compressible fluids determination of flow–rate characteristics.
- [66] Jungowski W.: *Podstawy dynamiki gazów*. Warszawa: Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej 1978.
- [67] Kaczanowski S., Olszewski M., Wański Z.: *Płynowe elementy i układy logiczne*. Warszawa: WKiŁ 1977.

- [68] Kamiński L.M.: Doświadczalno-analityczne wyznaczanie charakterystyk przepływowych oporów pneumatycznych. *Archiwum Automatyki i Telemechaniki*, tom VIII, z. 3/1963.
- [69] Kamiński Z.: Metody określania właściwości przepływowych elementów pneumatycznych. *Hydraulika i Pneumatyka* 5/2007.
- [70] Kamiński Z.: Ocena modeli matematycznych charakterystyk przepływowych oporów pneumatycznych. *Hydraulika i Pneumatyka*, 5/2003.
- [71] Kandlikar S.G., Campbell L.A.: Effect of entrance condition on frictional losses and transition to turbulence. *Proceedings of IMECE '02 – ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, November 17–22, 2002, New Orleans, LA, USA.
- [72] Katalog BÜRKERT CONTROMATIC – [www.electro-automatic.com.pls](http://www.electro-automatic.com.pls)
- [73] Katalog CAMOZZI – [catalogue.camozzi.com](http://catalogue.camozzi.com)
- [74] Katalog FESTO – [www.festo.com](http://www.festo.com)
- [75] Katalog SMC – [www.smcworld.com/2008/e/webcatalog/index.htm](http://www.smcworld.com/2008/e/webcatalog/index.htm)
- [76] Katalog JOUCOMATIC – [www.asconumatics.eu](http://www.asconumatics.eu)
- [77] Katalog KURODA – [www.parkerkuroda.com](http://www.parkerkuroda.com)
- [78] Katalog LEGRIS CONNECTIC – [www.legris.com](http://www.legris.com)
- [79] Katalog MAXIMATOR – [maximator.de](http://maximator.de)
- [80] Katalog Metal Work – [www.metalwork.pl](http://www.metalwork.pl)
- [81] Katalog NORGREN – [www.norgren.com](http://www.norgren.com)
- [82] Katalog PARKER – [www.parker.com](http://www.parker.com)
- [83] Katalog Viking Xtreme Techs – [www.parker.com/literature/Pneumatics Division Europe](http://www.parker.com/literature/Pneumatics%20Division%20Europe)
- [84] Kawashima K., Ishii Y., Kagawa T., Fujita T.: Determination of flow rate characteristics of pneumatic solenoid valves using an isothermal chamber. *ASME J. Fluids Eng.*, 2004.
- [85] Kazimierski Z., Krysiński J.: *Łożyskowanie gazowe i napędy mikroturbinowe*. Warszawa: WNT 1981.
- [86] Keith J.M., Crowl D.A.: Estimating sonic gas flow rates in pipelines. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* 18 2005.
- [87] Kiczkowiak T., Grymek Sz.: Dostosowanie parametrów modelu procesu do warunków badań symulacyjnych, na przykładzie napędu pneumatycznego. *Pomiary Automatyka Kontrola*. Vol. 54, nr 4, 2008.
- [88] Kiczkowiak T., Grymek Sz.: Krytyczny stosunek ciśnień  $b$  w rozumieniu norm ISO 6358 i ISO 6953. *Pomiary Automatyka Kontrola*. Vol. 57, nr 5, 2011.
- [89] Kiczkowiak T., Grymek Sz.: Program do wspomagania obliczeń parametrów opisujących właściwości przepływowe elementów pneumatycznych. *Pomiary Automatyka Kontrola*. Vol. 54, nr 4, 2008.
- [90] Kiczkowiak T., Tarnowski W.: Multi-stage optimisation of a high speed pneumatic cylinder drive with an in-built chamber. 1. *Internationales Fluidtechnisches Kolloquium in Aachen*, Band 2, 1998.
- [91] Kiczkowiak T., Tarnowski W.: Symulacja komputerowa młotka pneumatycznego z zastosowaniem pakietu Simulink. *Materiały IX Ogólnopolskiej Konferencji „Pneumatyka i sterowanie w przemyśle” PNEUMA '95*. WSI Koszalin – OBR EiUP Kielce 1995.
- [92] Kiczkowiak T.: Algorytmy i modele w projektowaniu pneumatycznych układów napędowych. *Monografia Wydziału Mechanicznego nr 111*. Koszalin: Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej 2005.
- [93] Kiczkowiak T.: Metoda obliczeń i doboru szybkobieżnych siłowników pneumatycznych. *Materiały IX Ogólnopolskiej Konferencji „Pneumatyka i sterowanie w przemyśle” PNEUMA'95*. WSI Koszalin – OBR EiUP Kielce 1995.
- [94] Kiczkowiak T.: Selection of pneumatic control valves from catalogues. *Journal of Mechanical Science and Technology* 23 2009.

- [95] Kiczowski T.: Wpływ wybranych parametrów konstrukcyjnych na stany dynamiczne szybkiego siłownika pneumatycznego z wbudowanym zbiornikiem. Praca doktorska. Wydział Mechaniczny Technologii i Automatykacji Politechniki Warszawskiej 1991.
- [96] Know How in Pneumatics – components catalogue. Rexroth Mecman, Hannover 2000.
- [97] Kościelny W., Woźniak C.: Eksperymentalna ocena modeli przepływu w oporach pneumatycznych. Materiały IX Ogólnopolskiej Konferencji „Pneumatyka i sterowanie w przemyśle” PNEUMA '95, WSI Koszalin – OBR EiUP, Kielce 1995.
- [98] Kościelny W., Woźniak C.: Modele charakterystyk przepływowych oporów pneumatycznych. Materiały IX Ogólnopolskiej Konferencji „Pneumatyka i sterowanie w przemyśle” PNEUMA '95, WSI Koszalin – OBR EiUP, Kielce 1995.
- [99] Kulesza Z.: Modelowanie wieloobwodowych pneumatycznych układów napędowych. Praca doktorska. Wydział Mechatroniki Politechniki Warszawskiej, 2003.
- [100] Kuroshita K., Oneyama I.N.: Improvements of Test Method of Flow-rate Characteristics of Pneumatic Components. SICE Annual Conference in Sapporo, August 4 – 6, 2004 Hokkaido Institute of Technology, Japan.
- [101] Kuźniewski B.: Dynamika i podstawy projektowania tłokowych urządzeń pneumatycznych generujących sygnały okresowe. WSM w Szczecinie, Studia nr 19, 1994.
- [102] Liu H.: Pipeline engineering. Lewis Publishers, A CRC Press Company, 2003.
- [103] Метлюк Н. Ф., Автушко В. П.: Динамика пневматических и гидравлических приводов автотранспорта. Москва: Машиностроение 1980.
- [104] Miatłuk M., Czaban J.: Metoda określania przewodności pneumatycznego regulatora sił hamowania pojazdów. MOTROL Motoryzacja i Energetyka Rolnictwa, tom 6. Lublin 2004.
- [105] Miatłuk M., Kamiński Z., Czaban J.: Characteristic features of the airflow of pneumatic elements of agricultural vehicles. Commission of Motorization and Power Industry in Agriculture, Vol. 3, 2003.
- [106] Mikulczyński T., Ganczarek M., Akudowicz B.: Wybrane zastosowania armatki pneumatycznej. ZN Politechniki Świętokrzyskiej, Seria: Elektryka, nr 39, 2000.
- [107] Mikulczyński T., Kiczowski T.: Zastosowanie szybkiego napędu pneumatycznego do dynamicznego prasowania mas formierskich. Przegląd Odlewnictwa, tom 49, nr 4, 1999.
- [108] Modelling of a nozzle-flapper type pneumatic servo valve including the influence of flow force. Wang T., Cai M., Kawashima K, Kagawa T.: International Journal of Fluid Power 6, 2005 No. 3.
- [109] Murrenhoff H.: Grundlagen der Fluidtechnik – Teil 2: Pneumatik. Institut für fluidtechnische Antriebe und Steuerungen, Aachen 1999.
- [110] Nakayama Y., Boucher R.F.: Introduction to fluid mechanics. Oxford: Butterworth – Heinemann 2000.
- [111] Ochędusko S.: Teoria maszyn cieplnych. Warszawa: PWT 1953.
- [112] Olszewski M.: Sterowanie pozycyjne pneumatycznego napędu siłownikowego. Problemy i Rozwiązania. Prace naukowe, Mechanika z. 191. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 2002.
- [113] Olszewski M.: Tendencje rozwojowe w dziedzinie elementów, systemów i sterowania napędów pneumatycznych. Mechanizacja i Automatykacja Górnictwa, 36, 1998, nr 8.
- [114] Oneyama N.: Sorting out the truth about pneumatic standards. MACHINE DESIGN Oct 11, 2001. www.machinedesign.com
- [115] Performances of high-speed pneumatic drive with self-acting impulse valve. Barycki J., Ganczarek M., Kollek W., Mikulczyński T., Samsonowicz Z.: Mechanism and Machine Theory. Vol. 39, Elsevier 2004.
- [116] Perry J.A.: Critical flow through sharp-edged orifices. Transaction ASME 1949. 71(10).
- [117] Peszyński K.: Konstrukcja i modelowanie numeryczne pneumatycznego rozdzielacza strumieniowego dużej mocy. Hydraulika i Pneumatyka 2/2002.

- [118] Pietrzykiewicz T., Górniak J., Szozda Z.: Napędy i sterowanie pneumatyczne. Warszawa: WNT 1965.
- [119] PN-83/M-74201. Armatura przemysłowa. Zawory regulujące. Wymagania i badania.
- [120] PN-92/M-73703. Napędy i sterowanie pneumatyczne. Elementy pneumatyczne. Znormalizowana atmosfera odniesienia.
- [121] PN-92/M-73763. Napędy i sterowanie pneumatyczne. Elementy pneumatyczne. Wyznaczanie parametrów przepływowych.
- [122] PN-EN 60534: 2001. Przemysłowe zawory regulacyjne.
- [123] Pneumatic Handbook. 8th edition. Anthony Barber (editor). Elsevier Science & Technology Books, 1997.
- [124] Pneumatik – Kompendium. Düsseldorf: VDI – Verlag GmbH 1977.
- [125] Pneumatische Antriebe, 1991, Ölhydraulik und Pneumatik 35, nr 3.
- [126] Prandtl L.: Dynamika przepływów. Warszawa: WNT 1956.
- [127] Прудников С.Н.: Расчет управляющих устройств пневматических систем. Москва: Машиностроение 1987.
- [128] Pudlik W.: Termodynamika. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej 1998.
- [129] Quian Y., Xiang M.G.: Identification of the flow-rate characteristics of a pneumatic valve by the instantaneous polytropic exponent. Meas. Sci. Technol. 19/2008.
- [130] Racine J. G., Sasaki J. R.: The use of pipe flow characteristics in checking fluid flowmeters. Internal Report No. 217 of the Division of Building Research, Ottawa 1961.
- [131] Renn J. Ch., Hsiao Ch.H.: Experimental and CFD study on the mass flow-rate characteristic of gas through orifice-type restrictor in aerostatic bearings. Tribology International 37, 2004.
- [132] Sanville F.E. A new method of specifying the flow capacity of pneumatic fluid power valves. Proc 2nd Fluid Power Symposium, Guildford, 1971.
- [133] Sanville F.E.: A new method of specifying the flow capacity of pneumatic fluid power valves. Hydr. Pneum. Power 17, 1971.
- [134] Shapiro A.H.: The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow. New York: The Ronald Press Company, 1953.
- [135] Siemieniako F., Winogrodzki W., Skorko J., Żdanuk W.: Modelowanie oraz komputerowa analiza i synteza pneumatycznych układów hamulcowych pojazdów szynowych. Sprawozdanie C.P.B.P 02.19.03.36, Politechnika Białostocka, Białystok 1987.
- [136] Siemieniako F., Żdanuk W.: Laboratorium podstaw automatyki. Białystok: Wydawnictwo Politechniki Białostockiej 1993.
- [137] Simscape Release Notes. The MathWorks, Inc, 2007 – 2010.
- [138] Sorli. M, Pastorelli S.: Performance of a pneumatic force controlling servosystem: Influence of valves conductance. Robotics and Autonomous Systems 30/2000.
- [139] Stawiarski D.: Urządzenia pneumatyczne w obrabiarkach i przyrządach. Warszawa: WNT 1972.
- [140] Study on measurement of flow-rate characteristics for pneumatic components using natural discharge method. Zhang H. P., Miao Y. B., Senoo M., Sakurai Y., Oneyama N.: 8th Int. Symp. on Fluid Control, Measurement and Visualization, 2005.
- [141] Szargut J.: Termodynamika. PWN, Warszawa, 2000.
- [142] Szenajch W.: Napęd i sterowanie pneumatyczne. Warszawa: WNT 1997.
- [143] Szenajch W.: Pneumatyczne i hydrauliczne manipulatory przemysłowe. Warszawa: WNT 1992.
- [144] Szenajch W.: Przyrządy, uchwyty i sterowanie pneumatyczne. Warszawa: WNT 1983.
- [145] Szlachetka M.: Iteracyjna procedura wyznaczania parametrów przepływowych zgodnych z normą ISO 6358. Politechnika Koszalińska. Praca dyplomowa zrealizowana pod kierunkiem dr. inż. T. Kiczkowiaka w Katedrze Systemów Sterowania, 2000.
- [146] Szumowski A., Selerowicz W., Piechna J.: Dynamika gazów. Warszawa: WPW 1988.

- [147] Takosoglu J., Dindorf R., Łaski P.: Mechanizmy napędowe z muskulami pneumatycznymi w automatyzacji produkcji. *Pneumatyka* nr 2 (75), 2010.
- [148] VDI 3290:1962 Kenngrößen pneumatischer Geräte für Steuerungen-Wegventile.
- [149] VID/VDE 2173 Richtlinien: Strömungstechnische Kenngrößen von Stellventilen und deren Bestimmung.
- [150] Vogel G., Muhlberger E.: Fascynujący świat pneumatyki. Opracowanie wersji polskiej: Olszewski M., Warszawa: Festo Polska 2003.
- [151] Василев В.И., Прудников С.Н.: Гидравлические потери на сопротивление в пневматических системах. Москва: Машиностроение 1983.
- [152] Werszko M., Werszko R., Tomczuk K.: Kompensacja dynamicznych właściwości pneumoelektrycznego przetwornika ciśnienia wewnątrzczaszkowego. *ZN Politechniki Świętokrzyskiej, Seria: Elektryka*, nr 39, 2000.
- [153] Węsierski Ł.: Podstawy pneumatyki. Skrypt AGH nr 1220. Kraków: Wydawnictwo AGH 1990.
- [154] Węsierski Ł.: Projektowanie pneumatycznych układów napędowych i sterujących. Podstawy i metody. Rozprawy monografie 4. Kraków: Wydawnictwo AGH 1994.
- [155] White F.M.: Fluid Mechanics. Fourth Edition, The McGraw-Hill 2001.
- [156] Wiedmann P.: Über das Durchflußvermögen pneumatischer Komponenten. *Ölhydraulik und Pneumatik* 23(2), 1979.
- [157] Woelke S.: Modeling of forces in the complex problem of quick pneumatic drive dynamic. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1995; 9, 2.
- [158] Woelke S.: Wyznaczanie funkcji wypływu powietrza dla dysz rzeczywistych. *Hydraulika i Pneumatyka*, 4/1997.
- [159] Yang L.H., Liu C.L.: Measuring flow rate characteristics of a discharge valve based on a discharge thermodynamic model *Meas. Sci. Technol.* 17/2006.
- [160] Жестков В.В.: Обоснование выбора параметров быстродействующего пневматического тормозного привода автопоездов-тяжеловозов. Канд. дисс., ЧПИ, Челябинск 1982.

### **Oprogramowanie**

- [S1] Pakiet biurowy *LibreOffice* wersja 3.5.2, licencja GNU Lesser General Public License, [www.libreoffice.org](http://www.libreoffice.org)
- [S2] System obliczeniowy *GNU Octave* wersja 3.6.1, licencja GNU General Public License, [www.gnu.org/software/octave/](http://www.gnu.org/software/octave/)
- [S3] Środowisko *Lazarus IDE* wersja 0.9.34, licencja GNU General Public License, [www.lazarus.freepascal.org](http://www.lazarus.freepascal.org)
- [S4] Kompilator *Free Pascal* wersja 2.6.0, licencja GNU General Public License, [www.freepascal.org](http://www.freepascal.org)



## MODELE STRUMIENIA POWIETRZA W PNEUMATYCE

Praca porusza problematykę modelowania strumienia masy i strumienia objętości czynnika dla potrzeb zadań analizy i syntezy w pneumatyce. W szczególności skoncentrowano się na możliwości wykorzystania w tych zagadnieniach modelu strumienia masy powietrza opisanego w normie ISO 6953. Jest to model zdefiniowany w dziedzinie ciśnień statycznych i wykorzystujący do określenia oporności elementu pneumatycznego cztery parametry (współczynniki przepływu): przewodność dźwiękowa  $C$ , krytyczny stosunek ciśnień  $b$ , indeks ekspansji  $m$  oraz czopujący stosunek ciśnień  $a$ .

Główne zagadnienia przedstawione w pracy to: problem utożsamiania ciśnień statycznych i ciśnień spiętrzenia w modelowaniu strumienia masy bądź strumienia objętości, sposoby przejścia z wartości współczynników przepływu zdefiniowanych we wspomnianej normie na wartości współczynników innych modeli oraz odwrotnie, możliwość zastosowania modelu z tejże normy w dziedzinie ciśnień spiętrzenia, możliwość zastosowania klasycznych metod pośrednich zbiornikowych do wyznaczania wartości współczynników przepływu tego modelu, określenie metody wyznaczania wartości tychże współczynników przepływu dla przewodów pneumatycznych o znanych wartościach cech konstrukcyjnych oraz określenie sposobu wyznaczania wypadkowych właściwości przepływowych układu elementów pneumatycznych połączonych równolegle bądź szeregowo, których oporność określono zgodnie ze wspomnianą normą.

## MODELS OF AIR-FLOW RATE IN PNEUMATICS

The work addresses the problem of mass and volume flow modelling in the tasks of analysis and synthesis in pneumatics. Particular emphasis is placed on the mass flow model described in ISO 6953 standard. This model is defined in the static pressure domain and it uses four factors (flow coefficients) to determine the resistance of the pneumatic device: the sonic conductance  $C$ , the critical pressure ratio  $b$ , the subsonic index  $m$  and the cracking pressure ratio  $a$ .

The main issues addressed in this work are: the problem of identifying static pressure with stagnation pressure in the modelling of mass flow rate or volume flow rate, how to transition from the flow coefficients defined in the mentioned standard to the coefficients of other models and vice versa, the useability of the model from this standard in the stagnation pressure domain, the possibility of using classical indirect tank methods for the measurement of the flow coefficients for this model, how to calculate values of these flow coefficients for pneumatic line with known values of its design features and how to determine the resultant flow properties of pneumatic components in parallel or in series, whose resistance is defined according to the mentioned standard.