

DARIUSZ MIKIELEWICZ

MODELOWANIE
WYMIANY PĘDU I CIEPŁA
W DWUFAZOWYM
PRZEPLYWIE PĘCHERZYKOWYM

POLITECHNIKA GDAŃSKA

monografie

29

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ
Zbigniew Cywiński

REDAKTOR
Adam Barylski

RECENZENCI
Zbigniew Bilicki
Janusz T. Cieśliński

PROJEKT OKŁADKI
Jolanta Cieślawska

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Gdańskiej

Wydawnictwa PG można nabywać w księgarni PG (Gmach Główny)
i zamawiać listownie lub pocztą elektroniczną pod adresem:
Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej
ul. G.Narutowicza 11/12, 80-952 Gdańsk, tel. (0-58) 347 22 99
e-mail: wydaw@pg.gda.pl, [www.pg.gda.pl/Wydawnictwo PG](http://www.pg.gda.pl/Wydawnictwo_PG)

© Copyright by
Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej
Gdańsk 2002

ISBN 83-7348-008-0

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

Wydanie I. Ark. wyd. 7,2. Ark. druku 6,75

Zamówienie nr 94/2002

Druk: Zakład Poligrafii Politechniki Gdańskiej
ul. G.Narutowicza 11/12, 80-952 Gdańsk (0-58) 347 25 35

SPIS TREŚCI

Spis ważniejszych oznaczeń	5
1. WSTĘP	7
2. CEL PRACY	9
3. WPROWADZENIE DO PRZEPIYWÓW DWUFUZOWYCH	11
3.1. Przepływy dwufazowe adiabaticzne i nieadiabaticzne	11
3.2. Struktury przepływu dwufazowego	13
3.2.1. Kanały pionowe	13
4. MODELOWANIE MATEMATYCZNE PRZEPIYWÓW DWUFUZOWYCH	15
4.1. Opis przepływu w skali mikroskopowej	16
4.2. Opis w skali makroskopowej	17
4.2.1. Model dwupłynowy czteropolowy	18
4.3. Modelowanie międzyfazowej wymiany pędu	21
5. SPECYFIKA PRZEPIYWÓW PĘCHERZYKOWYCH	28
5.1. Zjawiska grupowania się pęcherzyków podczas przepływu	28
5.2. Przegląd istniejących modeli stopnia zapełnienia	29
5.3. Podstawy teoretyczne modelowania stopnia zapełnienia	34
5.3.1. Model Bankoffa	35
5.3.2. Model Beyerleina	36
6. KONCEPCJA WŁASNEGO MODELU PRZEPIYWU	39
6.1. Model dwufazowego przepływu pęcherzykowego	39
6.2. Mechanizm przemieszczania się pęcherzyków	43
6.2.1. Pierwsza składowa prędkości obrotowej pęcherzyków	44
6.2.2. Druga składowa prędkości obrotowej pęcherzyków	45
6.2.3. Modelowanie efektu masy dodanej w ruchu obrotowym pęcherzyka	48
6.2.4. Modelowanie masy dodanej w ruchu postępowym pęcherzyka	50
6.3. Wpływ sił wyporu na dwufazowy przepływ pęcherzykowy	51
7. PRZEPIYW PĘCHERZYKOWY W WARSTWIE PRZYŚCIENNEJ	52
7.1. Badania eksperymentalne	52
7.2. Zastosowanie własnego modelu do przepływu w warstwie przyściennej	53
7.2.1. Rozwiązanie dla małego stopnia zapełnienia	54
7.2.2. Rozwiązanie dla małych gradientów prędkości (w rdzeniu przepływu)	55
7.2.3. Rozwiązanie poprzez linearyzację członu nieliniowego	55
7.2.4. Rozwiązanie metodą korekty asymptotycznej	55
7.3. Wyniki obliczeń i ich porównanie z danymi eksperymentalnymi	59
7.4. Wpływ wyboru modelu turbulencji na współczynnik lepkości turbulentnej	64
7.4.1. Współczynnik lepkości turbulentnej	65
8. PRZEPIYW PĘCHERZYKOWY W KANALE	73
8.1. Wstęp	73
8.2. Zastosowanie własnego modelu do opisu przepływu w rurze pionowej	73
8.2.1. Analiza przepływu w kanale w warunkach braku sił wyporu	74
8.2.2. Przepływ laminarny cieczy	75
8.2.3. Przepływ turbulentny cieczy	75

8.2.4. Rozwiązanie przepływu w okolicy ścianki	76
8.2.5. Rozwiązanie przepływu w okolicy rdzenia przepływu	77
8.3. Przykładowe wyniki obliczeń	77
9. OPORY PRZEPLYWU MIESZANINY CIECZY I PARY	80
9.1. Spadek ciśnienia spowodowany tarcieniem w przepływie dwufazowym	80
9.2. Spadek ciśnienia hydrostatycznego Δp_h	83
9.3. Spadek ciśnienia spowodowany zmianą pędu Δp_a	84
9.4. Zastosowanie własnego modelu przepływu do wyznaczenia oporów przepływu	84
10. MODELOWANIE WYMIANY CIEPŁA W DWUFAZOWYM PRZEPLYWIE PĘCZERZYKOWYM (BEZ GENERACJI PĘCZERZYKÓW)	86
10.1. Wymiana ciepła w jednofazowej warstwie przyściennej	86
10.1.1. Rozkład temperatury w warstwie przyściennej przy jej podziale na dwie strefy	88
10.1.2. Rozkład temperatury w warstwie przyściennej przy jej podziale na trzy strefy	90
10.2. Wymiana ciepła w przepływie pęcherzykowym w warstwie przyściennej	91
10.2.1. Rozwiązanie przy stałym stopniu zapełnienia	92
10.2.2. Rozwiązanie przy zmiennym stopniu zapełnienia	94
10.3. Wyniki obliczeń	94
11. WNIOSKI	99
BIBLIOGRAFIA	102
Streszczenie w j. polskim	107
Streszczenie w j. angielskim	107

SPIS WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- a – współczynnik dyfuzyjności
- α – stopień zapełnienia
- c – koncentracja pęcherzyków
- d_b – średnica pęcherzyka
- D_b – dyfuzyjność pęcherzyków
- δ – grubość warstwy przyściennej
- e – energia dyssypacji
- ε – dyssypacja turbulentnej energii kinetycznej
- F – siła działająca na pęcherzyk
- g – przyspieszenie ziemskie
- h – entalpia
- k – turbulentna energia kinetyczna
- κ – stała von Karmana
- \dot{m} – masowe natężenie przepływu
- M – siły międzyfazowe
- n – liczba pęcherzyków
- N – moc dyssypacji
- ρ – gęstość
- μ – współczynnik lepkości dynamicznej
- q – gęstość strumienia ciepła
- Q – objętościowe natężenie przepływu
- σ_t – turbulentna liczba Prandtla
- s – prędkość wsteczna
- S – poślizg międzyfazowy
- τ – naprężenia styczne
- T – temperatura
- u, ϑ – prędkość wzdłużna i poprzeczna
- U – energia wewnętrzna
- V – objętość
- w – prędkość ekwiwalentna
- x – stopień suchości
- y, r – współrzędna wzdłużna i poprzeczna

Indeksy dolne

- b – pęcherzyk
- cl – oś kanału, faza ciągła cieczowa
- D – opór
- e – ekwiwalentny
- g – faza gazowa
- l – liniowy, faza ciekła

- L – siła nośna
- n – nieliniowy
- R – pęcherzyk względem cieczy
- t – turbulentny
- TP – dwufazowy
- w – ścianka

Rozdział 1

WSTĘP

Przepływy dwufazowe cieczy i ich par spotyka się między innymi tam, gdzie występuje wrzenie, kondensacja, gwałtowny spadek ciśnienia w cieczy, kawitacja, transport hydrauliczny i inne. Stąd też przepływy cieczy i jej pary lub też cieczy i gazu mają miejsce w wielu urządzeniach i systemach technicznych w energetyce, chłodnictwie, technice raketowej, transporcie hydraulicznym i innych dziedzinach techniki. Przepływ odparowującej cieczy pojawia się również w rurach wznoszących w kotłach parowych, czy też w reaktorach jądrowych z wrzącą wodą (BWR – Boiling Water Reactor). Wrzenie czynników chłodniczych ma miejsce w parownikach obiegu chłodniczego. Przepływ mieszaniny cieczy i odparowującej z niej pary występuje podczas awarii instalacji ciśnieniowej (LOCA – Loss of Coolant Accident), polegającej na gwałtownym spadku ciśnienia w rurociągach wypełnionych cieczą, w tym również podczas awarii systemu chłodzenia w wodnych reaktorach ciśnieniowych (PWR – Pressurised Water Reactor). Wypływ pary i cieczy występuje także w niektórych studniach geotermicznych. Para, początkowo kondensująca się w postaci kropeł cieczy, a następnie filmu cieczowego, zalewa w skraplaczu lub systemach rurociągów chłodniczych przestrzeń między rurami tworząc przepływ dwufazowy. Para wilgotna przepływająca przez palisady łopatek turbinowych jest również jednym z wielu przykładów przepływu cieczy i pary.

Przepływy dwufazowe mogą występować nie tylko w postaci mieszaniny cieczy i jej pary, ale także cieczy i ciała stałego, gazu i ciała stałego oraz cieczy i gazu. Opisy matematyczne różnego rodzaju przepływów dwufazowych mają pewne wspólne cechy, np. modelowanie zachowania się przepływu za pomocą równań bilansu masy, pędu i energii. Opisy rodzajów przepływów różnią się natomiast między sobą równaniami zamykającymi układ tych równań bilansowych. Umiejętność obliczania dla przepływów dwufazowych spadku lub wzrostu ciśnienia w kanałach o zmiennych przekrojach oraz określenia zmian entalpii, prędkości przepływu i innych wielkości fizycznych, takich jak rozkład stopnia suchości oraz objętościowej zawartości fazy parowej, stanowi podstawę projektowania systemów rurociągów, konstruowania urządzeń i złożonych aparatów przemysłowych. Projektant, np. sieci cieplnych, stanowiących element systemów energetycznych, wykonuje podstawowe obliczenia na podstawie prostego modelu przepływu, jeśli zna zależności opisujące straty tarcia w przepływach adiabatycznych i dodatkowo współczynniki przejmowania ciepła dla przepływu diabatyicznego. Przy korzystaniu z bardziej złożonych modeli przepływów dwufazowych, równania bilansów masy, pędu i energii muszą być rozszerzone o zależności opisujące złożone procesy zachodzące na powierzchniach międzyfazowych, których istnienie jest cechą charakterystyczną przepływów pary (gazu) i cieczy. Poszukiwaniu tych zależności służą prace większości laboratoriów zajmujących się przepływami dwufazowymi, a w szczególności przepływami pary i cieczy, które stanowią specjalną grupę przepływów dwufazowych jednoskładnikowych. W przypadku przepływu pary i cieczy tego samego składnika specyfika przepływów dwufazowych polega na tym, że decydujący wpływ na ich zachowanie ma nierównowaga termodynamiczna między fazami i związane z nią stany

metastabilne cieczy i pary. Mieszanki cieczy i pary zachowują się w sposób szczególnie w przypadkach, gdy warunki na końcach kanału zapewniają im możliwość osiągnięcia przepływu krytycznego. Zainteresowanie przepływami dwufazowymi ostatnio wzrosło w związku z możliwością wykorzystania wrzących cieczy, tj. przepływów cieczy i pary, do systemów chłodzenia zminiaturyzowanych elementów scalonych w elektronice. Zainteresowanie to bierze się z faktu, że w procesie wrzenia, szczególnie przy niewielkiej zawartości fazy parowej, współczynniki przyjmowania ciepła są znacznie wyższe niż w przypadku przepływów jednofazowych, dotychczas powszechnie używanych w systemach chłodzących.

Przepływy dwufazowe kwalifikują się do szerszej grupy zagadnień przepływowych zwanej przepływami wielofazowymi. Przepływy wielofazowe obejmują klasę przepływów wieloskładnikowych, takich jak np. woda–powietrze lub pył węglowy–powietrze–krople wody.

Przepływy dwufazowe wyodrębniły się z mechaniki płynów i termodynamiki w latach sześćdziesiątych dwudziestego stulecia i jako młoda gałąź wiedzy rozwijają się bardzo intensywnie, szczególnie dzięki zapotrzebowaniom we współczesnej energetyce cieplnej, a obecnie również w elektronice. Również w Polsce pojawiło się dużo publikacji dotyczących przepływów dwufazowych, przede wszystkim w związku z planami budowy elektrowni jądrowej. Z tego okresu pochodzi dwutomowa monografia Madejskiego i Staniszweskiego [1] oraz Madejskiego [2]. Stosunkowo niedawno, nakładem PWN ukazała się książka Orzechowskiego [3], poświęcona jednowymiarowym, ustalonym i adiabatycznym przepływom dwufazowym, oraz Treli i Mikielwicza [4] poświęcona ruchowi i wymianie ciepła cienkich warstw cieczy.

Jak wykazał Huo i in. [5], ostatnia dekada XX w. może zaświadczyć o szybkim postępie w badaniach zjawisk transportu w mikro- i nanoskali, które mają zastosowanie w licznych technologiach. Jest to z pewnością kolejne wyzwanie stojące przed modelowaniem przepływów dwufazowych. Widać, że ogromne znaczenie ma rozumienie zjawisk związanych z przepływami dwufazowymi, jak też ich powiązanie z nowymi technologiami (miniaturowe wymienniki ciepła, układy chłodzenia procesorów itd.). Trwają wciąż prace nad rozwijaniem modeli teoretycznych przepływów dwufazowych, które mogłyby w sposób wystarczająco dokładny opisać fizykę zjawisk, zachodzących, np. w kanałach o bardzo małej średnicy ($d_h < 2$ mm), jak też i w kanałach o średnicach większych, spotykanych w codziennej praktyce inżynierskiej. Innymi słowy chodzi o modele, które są dostatecznie ogólne.

Rozdział 2

CEL PRACY

Jak już zaznaczono we wstępie, zakres tematyki obejmującej przepływy dwufazowe jest bardzo rozległy. Złożoność zagadnień związanych z przepływem dwufazowym powoduje, że rozwiązań ich poszukuje się wszelkimi możliwymi sposobami, jak na przykład poprzez uogólnienie wyników badań eksperymentalnych, opierając się na teorii podobieństwa zjawisk, oraz na badaniach teoretycznych. W ostatnim okresie, wskutek rozwoju teorii modeli przepływów dwufazowych oraz z roku na rok poprawiających się możliwości obliczeniowych maszyn cyfrowych, najchętniej łączy się badania teoretyczne z weryfikacją eksperymentalną modeli obliczeniowych stanowiących podstawy kodów obliczeniowych. Obecnie za najbardziej doskonały model opisujący przepływ dwufazowy jest uważany model dwupłynowy czteropolowy [6]. Jednakże nie zawsze opisuje on fizykę zjawisk mających miejsce w przepływie z wystarczającą dokładnością. Aby dobrze sformułować model matematyczny opisujący zagadnienia przepływów dwufazowych, potrzebna jest bardzo dobra znajomość zjawisk fizycznych występujących w rozważanym przepływie. Analiza zjawisk występujących podczas przepływu dwufazowego jest zadaniem bardzo skomplikowanym, ze względu na ich złożoność. W porównaniu do osiągnięć z zakresu modelowania przepływów jednofazowych, pomimo gwałtownego rozwoju komputerów w ostatnim okresie, modelowanie przepływów dwufazowych pozostawia nadal wiele do życzenia w zakresie ich opisu numerycznego. Słabo rozwinięte metody traktowania przepływów dwufazowych są raczej konsekwencją dużych problemów związanych z prawidłowym postawieniem zagadnienia modelowania takiego przepływu. Model matematyczny składa się generalnie z równań bilansu masy, pędu i energii oraz równań zamknięcia w postaci równań algebraicznych lub równań różniczkowych.

Podstawowym celem niniejszej pracy **jest zaprezentowanie własnego modelu przepływu pęcherzykowego w warunkach braku generacji fazy parowej**, który w praktyce inżynierskiej umożliwiłby wyznaczanie oporów przepływu, jak i współczynników przejścia ciepła. Przedstawiony w dalszej części pracy model oparty jest na dwóch hipotezach, a mianowicie **pierwszej**, polegającej na **sumowaniu dyssypacji pochodzącej, z jednej strony, od przepływu cieczy, a z drugiej, od obecności pęcherzyków w przepływie. Drugą hipotezą** przedstawionej pracy **jest postulowanie dodatkowej prędkości obrotowej pęcherzyków**, odpowiedzialnej za zjawisko grupowania się pęcherzyków w okolicy ścianki lub rdzenia przepływu (ang. *wall peaking* i *core peaking*), czyli tzw. maksimum przy ścianie i maksimum w rdzeniu. Wyniki uzyskane za pomocą modelu opartego na tych hipotezach zostały skonfrontowane z danymi eksperymentalnymi. W porównaniu uzyskano zadowalającą zgodność pomiędzy obliczeniami i danymi eksperymentalnymi.

Jednym z dodatkowych celów niniejszej pracy jest **własne krytyczne przedstawienie najnowszych technik modelowania przepływów dwufazowych, a w szczególności przepływów pęcherzykowych typu gaz–ciecz**. W niniejszej pracy skoncentrowano się głównie na przedstawieniu modelu dwupłynowego czteropolowego i jego omówieniu oraz

porównaniu z własnym modelem. Model dwupłynowy czteropolowy w chwili obecnej uważany jest za najbardziej ogólny i oferujący największe możliwości rozwoju.

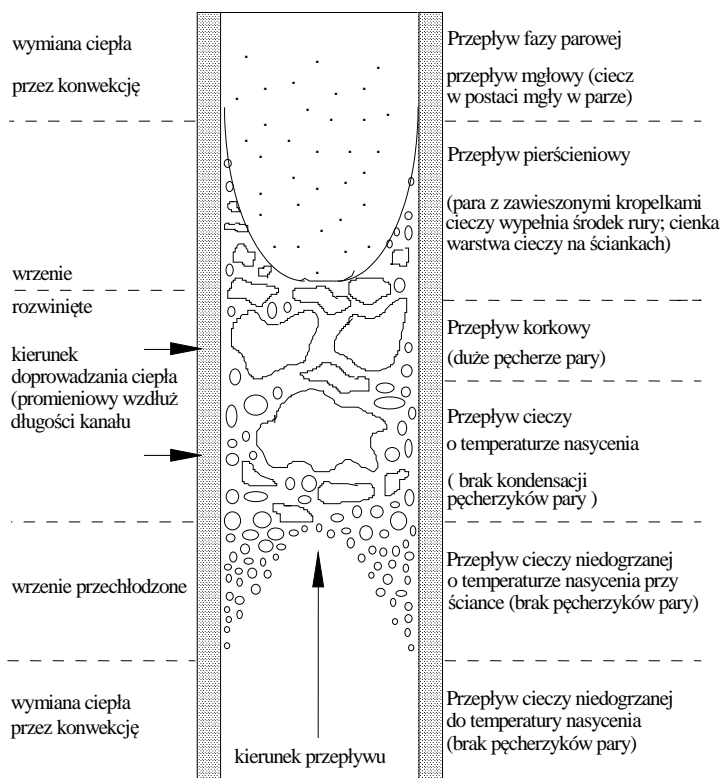
Przedstawiona praca wskazuje również na szereg zagadnień, których rozwiązanie przyczyni się do lepszego rozumienia zagadnień modelowania przepływów dwufazowych, a w szczególności przepływów pęcherzykowych. Takim problemem jest na przykład wpływ ścianki na ruch poprzeczny i wzdłużny pęcherzyka w przepływie dwufazowym, rozkład prędkości względnej pęcherzyków, oddziaływanie między pęcherzykami oraz szereg innych zjawisk zasygnalizowanych między innymi w niniejszej pracy.

Rozdział 3

WPROWADZENIE DO PRZEPLYWÓW DWUFAZOWYCH

3.1. Przepływy dwufazowe adiabatyczne i nieadiabatyczne

Przepływ dwufazowy z wymianą ciepła, prowadzącą do generacji fazy parowej, różni się od przepływu dwufazowego bez generacji fazy parowej. Podczas przepływu z wymianą ciepła zmienia się masowa zawartość fazy parowej, x , wzdłuż kanału, a stąd i stopień zapełnienia kanału, α . Powoduje to, że przepływ dwufazowy zmienia wzdłuż długości kanału swoją strukturę. Przepływ taki zwiększa swoją prędkość, w przypadku doprowadzenia ciepła, lub prędkość przepływu maleje, w przypadku odprowadzenia ciepła. Modelowanie matematyczne wymaga w takich przypadkach odpowiednich równań zamykających równania bilansowe, które wyprowadzane są z analizy fizyki zjawisk i z reguły są bardzo trudnymi związkami do dokładnego sprecyzowania. Prześledźmy przypadek, gdy do kanału wpływa przechłodzona ciecz. Wskutek doprowadzenia ciepła, na początku procesu wrzenia występuje struktura pęcherzykowa przy ścianie kanału oraz przepływ przechłodzonej cieczy w rdzeniu kanału. Jest to tzw. *wrzenie przechłodzone*. Po nim następuje *wrzenie pęcherzykowe nasycone*. Struktury te pokazano na rys. 3.1, a wymienione powyżej rodzaje wrzenia noszą nazwę struktury pęcherzykowej. Wrzenie tego typu charakteryzuje się dużą zawartością ciekłej fazy ciągłej i stosunkowo niewielką zawartością rozproszonej fazy gazowej (do około 10%). Faza parowa jest generowana na ścianie. Generacja pęcherzyków parowych możliwa jest również w strukturze *korkowej* i *pierścieniowej* przepływu. W przypadku struktury korkowej proporcje zawartości poszczególnych faz odwracają się w porównaniu z przepływem pęcherzykowym i w przepływie znajduje się stosunkowo dużo fazy parowej przy stosunkowo niewielkiej ilości fazy ciekłej. Kolejną strukturą identyfikowaną w przepływie dwufazowym jest struktura pierścieniowa, gdzie w ogólnym przypadku wszystkie formy fizyczne faz występują równocześnie, tj. występuje przepływ, w którym faza ciekła jest obecna w postaci rozproszonej (porywane kropelki do przepływu pary, ang. flow entrainment) i ciągłej (film cieczowy płynący po ścianie) lub/i faza gazowa jest w postaci rozproszonej (pęcherzyki parowe generowane na ścianie) i ciągłej (w rdzeniu przepływu). Z procesem wrzenia w przepływie wiążą się kryzysowe warunki przejmowania ciepła: zerowy kryzys wrzenia czyli przejście mechanizmu jednofazowej wymiany ciepła w cieczy w dwufazowe wrzenie pęcherzykowe, kryzys pierwszego rodzaju – przejście dwufazowego wrzenia pęcherzykowego cieczy w dwufazowy przepływ z błoną parową przy ścianie, kryzys drugiego rodzaju – przejście struktury pierścieniowej cieczy w mgłową przy równoczesnym wysychaniu filmu cieczowego na ścianie. Po kryzysie drugiego rodzaju występuje tzw. pokryzysowa wymiana ciepła charakteryzująca się odparowaniem i separacją kropel. Pokryzysowa wymiana ciepła kończy się, gdy warstwa przyścienna osiąga oś kanału. Dalsze ogrzewanie prowadzi do odparowania kropel w całym przekroju kanału. W przypadku przepływu mgłowego mamy do czynienia w przeważającej ilości z przepływem ciągłej fazy gazowej oraz niewielkiej ilości zanikającej fazy ciekłej w postaci rozproszonej.



Rys. 3.1. Struktury przepływu w przepływie dwufazowym nieadiabaticznym [7]

Przeływ pęcherzykowy podczas wrzenia różni się znacznie od przepływu pęcherzykowego w warunkach adiabatycznych. Pęcherzyki podczas wrzenia tworzą się na ścianie kanału i rosną wskutek odparowania cieczy, co powoduje, że są one mniej stabilne niż pęcherze w przepływie adiabatycznym. Zwykle podczas diabaticznego przepływu dwufazowego występuje silna nierównowaga termodynamiczna. Powoduje to, że istnieje inny stopień zapełnienia niż dla warunków równowagi termodynamicznej. W przepływie nierównowagowym stopień zapełnienia jest trudny do określenia i przyjmuje się go jak dla warunków adiabatycznych.

W przepływie pierścieniowym, charakteryzującym się przepływem cieczy przy ścianie kanału i przepływem mgłowym w rdzeniu przepływu (para z kropelkami w rdzeniu przepływu), występuje wymiana masy, pędu i energii między fazami, spowodowana odrywaniem się kropeł z filmu cieczowego oraz osiadaniem kropeł z jądra przepływu. W przypadku nieadiabaticznym dochodzi dodatkowo odparowanie lub kondensacja pary na powierzchni międzyfazowej. Są to zagadnienia o dużej złożoności. Złożoność przepływów dwufazowych z wymianą ciepła powoduje, że teoria tych przepływów jest słabo rozwinięta. Obecnie, teorie głównie dotyczą przepływów adiabatycznych. Istnieje już literatura dotycząca modeli matematycznych przepływu dwufazowego para–ciecz i sposobu doboru równań zamknięcia, które są niezbędne do rozwiązania problemu. Dotychczasowe osiągnięcia w dziedzinie modelowania matematycznego przepływów dwufazowych zostaną

przedstawione poniżej. Rozważania zostaną przeprowadzone dla wszystkich zaprezentowanych powyżej struktur, ze szczególnym jednak naciskiem na pęcherzykową strukturę przepływu, która jest najczęściej spotykana w praktyce i jej poświęcana jest obecnie większość prac w literaturze przedmiotu, również niniejsza praca.

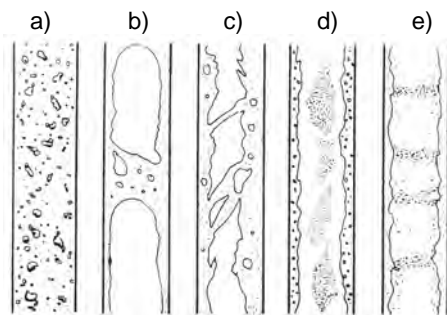
3.2. Struktury przepływu dwufazowego

W porównaniu do przepływu jednej fazy, gdzie występują dwa rodzaje przepływów: burzliwy i laminarny, w przypadku przepływów dwufazowych każda z faz może mieć różny stopień turbulencji, a w dodatku występuje zagadnienie powierzchni rozdziału faz. Ta ostatnia własność wyraża się poprzez możliwość istnienia różnych struktur przepływu tzn. sposobu rozmieszczenia jednej fazy w stosunku do drugiej. Rodzaj struktury przepływu dwufazowego jest jednym z głównych parametrów, od których zależy mechanizm wymiany ciepła i pędu. Stąd też zagadnienie przewidywania struktury, a w konsekwencji uwzględnienie jej wpływu na zjawiska towarzyszące przepływowi, należy do ważnych zadań inżynierskich. W literaturze wyróżnia się, na podstawie charakterystycznych cech, kilka struktur przepływu dwufazowego. Definiowane struktury tworzą zbiór wszystkich możliwych konfiguracji fazy gazowej i ciekłej. Są one przedstawiane przez badaczy w postaci tzw. map przepływu. Opracowane dotychczas mapy przepływów dwufazowych odnoszą się do poszczególnych płynów, a przede wszystkim wody, która ma ogromne znaczenie w różnych technologiach.

3.2.1. Kanały pionowe

Butterworth i Hewitt [8] uważają, że w adiabatycznych kanałach pionowych należy wyodrębnić 5 struktur.

1. Przepływ o strukturze pęcherzykowej (ang. bubbly flow), tzn. taki, gdzie faza gazowa przepływa w postaci rozproszonych pęcherzy w ciągłym ośrodku fazy ciekłej.
2. Przepływ korkowy (ang. slug flow), to taki przepływ, w którym występują formy gazowe w postaci dużych pęcherzy wypełniających prawie cały przekrój kanału. Pęcherze te przyjmują kształt zbliżony do pocisków. Przestrzeń pomiędzy tymi dużymi pęcherzami wypełniają korki płynu o niejednorodnej strukturze pęcherzykowej.
3. Przepływ wirowy, pulsacyjny (ang. churn flow lub froth) charakteryzuje się tym, że faza ciekła przybiera, na przemian, kształt niestabilnego, pofalowanego pierścienia przylegającego do ścianek kanału, oraz krótkiego korka wypełniającego cały przekrój kanału. Przepływ ten obserwuje się w kanałach o dużych średnicach, jako proces periodycznego rozrywania długich pęcherzy.
4. Przepływ pierścieniowo-mgłowy (ang. annular flow), to taki, w którym faza ciekła w postaci filmu omywa ścianki kanału a środkiem przepływa strumień składający się głównie z fazy gazowej.
5. Przepływ o strukturze pierścieniowo-kropłowej (ang. wispy-annular flow) wyróżnia się tym, że porywana przez fazę gazową ciecz występuje w postaci dużych brył – wydłużonych kropeł, których rozmiary są stopniowo coraz mniejsze, gdy prędkość wzrasta. Zdefiniowane przez Hewitta struktury przedstawia rys. 3.2.



Rys. 3.2. Struktury przepływu w kanale pionowym: a) przepływ pęcherzykowy, b) przepływ korkowy, c) przepływ wirowo-pierścieniowy, d) przepływ pierścieniowo-mgłowy, e) przepływ pierścieniowy [9]

Inną klasyfikację przedstawił dla kanałów pionowych Madejski [1]. W klasyfikacji tej wyróżnia on, obok struktur zdefiniowanych powyżej, takie, które występują przy specjalnie zorganizowanych warunkach początkowych. I tak występują:

- 1) przepływ pęcherzykowy,
- 2) przepływ korkowy,
- 3) przepływ pierścieniowo-wirowy, w którym powierzchnia dość grubego pierścienia cieczy silnie wiruje,
- 4) przepływ pierścieniowo-mgłowy, w którym ciecz płynie w postaci filmu na ściankach oraz w postaci drobnych kropek środkiem kanału,
- 5) przepływ mgłowy, gdzie faza ciekła występuje tylko w postaci drobnych kropelek,
- 6) przepływ błonkowy, w którym ścianka kanału jest oddzielona od przepływającej cieczy cienką warstwą błonki gazowej lub parowej,
- 7) przepływ kropłowy.

Kolejność przedstawionych struktur została ustalona na podstawie obserwacji zmiany struktur przepływu z ciągłym doprowadzeniem ciepła. Struktury 6 i 7 – według klasyfikacji Madejskiego – występują w praktyce w takich warunkach, gdzie wymiana ciepła odbywa się w warunkach nadkrytycznych, tzn. występuje błona parowa przy ścianie.

Struktury w przepływie bez generacji pęcherzyków (kanał adiabatyczny) są takie same jak w przypadku przepływu z generacją pęcherzyków (kanał ogrzewany), jednakże nie ulegają one przejściom między strukturami w kanale, tzn. raz wytworzona struktura pozostaje taka sama w przepływie. Jak nadmieniono wcześniej, struktura pęcherzykowa najczęściej występuje w praktyce, jak również prace nad analizą tej struktury są najdalej posunięte. Przedstawiony w niniejszej pracy model przepływu również odnosi się do modelowania tej struktury, czyli przepływu pęcherzykowego bez generacji pary.

W niniejszej pracy autor skoncentrował się na analizie przepływu w kanale pionowym i dlatego, aby nie zwiększać objętości pracy, pominięto przegląd struktur w kanale poziomym. Ze strukturami przepływu występującymi w kanałach poziomych czytelnik może zapoznać się w [1, 3, 8].

Rozdział 4

MODELOWANIE MATEMATYCZNE PRZEPLÝWÓW DWUFAZOWYCH

Model matematyczny oznacza układ równań opisujących pewien obraz rzeczywistego przepływu. Kompletny model matematyczny składa się z równań bilansu masy, pędu i energii oraz równań zamknięcia w postaci równań algebraicznych lub równań różniczkowych.

Historia modelowania przepływów dwufazowych sięga końca lat pięćdziesiątych. Początkowe podejścia do opisu zagadnień dwufazowych były bardzo prymitywne, a modelowanie takich przepływów – bardzo uproszczone. Odbywało się to na przykład poprzez przyjęcie profilu prędkości fazy gazowej i ciekłej. Należy w tym miejscu wspomnieć o modelu jednowymiarowym z jedną prędkością przepływu [10], modelu jednowymiarowym z dwiema prędkościami przepływu [11], modelu dwuwymiarowym z jedną prędkością przepływu [12], czy też modelu dwuwymiarowym z dwiema prędkościami przepływu [13]. Pomimo swej znacznej prostoty, modele te przyczyniły się do znacznego postępu w dziedzinie poznawania przepływów dwufazowych.

Dopiero w pracach powstałych w ostatnich dwóch dekadach zajęto się problemem modelowania matematycznego bardziej szczegółowo i kompleksowo. Spośród równań zamknięcia, mających największy wpływ na dokładność modelowania, należy wyodrębnić równania konstytutywne. Równania konstytutywne mają charakter ogólnych praw fizycznych wyrażonych za pomocą wybranych zmiennych niezależnych opisujących system dwufazowy. Klasycznym równaniem konstytutywnym jest równanie stanu. Jak już wspomniano, najnowocześniejszym osiągnięciem z dziedziny przepływów dwufazowych jest model czteropolowy, w którym istnieje możliwość, przynajmniej teoretyczna, że w sposób ciągły będzie się zmieniała struktura przepływu, tak że będą możliwe symulacje numeryczne pełnego zakresu zmienności stopnia zapełnienia fazy gazowej w kanale z doprowadzeniem ciepła. Jak dotąd, sformułowany wielopolowo model jest rozwiązywany dla poszczególnych struktur osobno, z umiarkowanie dobrymi rezultatami z powodu braku adekwatnych równań konstytutywnych. Prowadzone są prace nad nowymi zamknięciami równań, umożliwiającymi wyeliminowanie niedociągnięć tego modelu. Dotyczą one takich równań zamknięcia, w których oprócz tradycyjnie stosowanych zmiennych niezależnych jak np. prędkość, gęstość, ciśnienie etc. wprowadza się silną zależność od powierzchni międzyfazowej, tzn. od rodzaju struktury przepływu dwufazowego, czyli od parametru topologicznego. Tego typu równania znajdują ostatnio coraz więcej zwolenników wśród badaczy zajmujących się modelowaniem przepływów dwufazowych. Niemniej, zamknięcia równań zachowania są wciąż – co będzie zaakcentowane w dalszej części pracy – nadrzędnym ograniczeniem limitującym dokładność obliczeń przy użyciu bardziej skomplikowanych modeli matematycznych opisujących przepływy dwufazowe.

Jak już wcześniej zasygnalizowano, jednym z celów pracy jest przedstawienie zwięzłej syntezy dotyczącej matematycznego modelowania przepływu dwufazowego opartego na modelu dwupłynowym, a w szczególności modelowania za jego pomocą przepływów pęcherzykowych. Model ten może w sposób dokładny, przynajmniej w teorii, zaprezen-

wać rozkład fazy parowej rozpatrywanej jako ośrodek ciągły (cv) lub rozproszony (dv), oraz w podobny sposób, traktując ciecz jako ośrodek ciągły (cl) lub rozproszony (dl). Model, o którym będzie mowa, został wyprowadzony przy następujących założeniach:

- system dwufazowy składa się z dwóch niezależnie umiejscowionych faz. System może się składać z tej samej substancji w postaci fazy ciekłej i gazowej,
- obie fazy są chemicznie nieaktywne,
- efekty polaryzacyjne i elektromagnetyczne są pominięte,
- powierzchniom międzyfazowym nie przypisuje się żadnych fizycznych własności, takich jak masa, napięcie powierzchniowe, energia powierzchniowa etc.

Model ten będzie szerzej opisany w rozdziale 4.2.1.

W praktyce spotyka się dwa rodzaje podejść do przepływów dwufazowych, tzw. opis makroskopowy oraz opis mikroskopowy. Oczywiście opis mikroskopowy jest opisem bardziej zaawansowanym matematycznie, lecz rozwiązanie wynikających z niego równań jest praktycznie jeszcze niemożliwe. Sytuacja ta jest nieco podobna do bezpośredniej symulacji turbulentnego przepływu jednofazowego DNS (Direct Numerical Simulation), gdzie dopiero od niedawna notuje się umiarkowane sukcesy w modelowaniu. Niemniej metoda opisu mikroskopowego zostanie pokrótce przedstawiona w następnym podrozdziale.

4.1. Opis przepływu w skali mikroskopowej

W przypadku przepływu jednofazowego, lokalne równania zachowania dla danego punktu przestrzeni są wyrażone za pomocą równań różniczkowych cząstkowych. W przypadku przepływu dwufazowego istnieją powierzchnie nieciągłości. Jeżeli wyżej wspomniany punkt należy do powierzchni nieciągłości, wtedy lokalne równania zachowania są formułowane za pomocą warunków przejścia na powierzchni międzyfazowej (ang. jump conditions), które wiążą ze sobą parametry przepływu po obu stronach powierzchni międzyfazowej, czyli nieciągłości. W związku z tym, równania zachowania dla każdej z faz są wyrażone za pomocą równań różniczkowych cząstkowych, podczas gdy na powierzchni międzyfazowej są postawione warunki przejścia. Lokalne równania opisujące przepływy dwufazowe stanowią podstawę analizy większości przepływów. Używa się ich w formie dokładnej, na przykład dla przypadku analizy ruchu pęcherzyków parowych lub przepływów filmów cieczowych, lub w postaci uśrednionej, jak na przykład w analizie przepływu w kanałach.

Warunki przejścia nadają analizie przepływów dwufazowych szczególny charakter i dostarczają relacji pomiędzy członami interakcji fazowej. Warunki przejścia można podzielić na dwa rodzaje. Warunki przejścia pierwszego rodzaju są wyprowadzane z równań całkowitej masy, pędu, energii i entropii. Warunki przejścia drugiego rodzaju są formułowane poprzez kombinacje warunków przejścia pierwszego rodzaju. Postulowane są w formie bilansu energii mechanicznej, energii wewnętrznej, entalpii i entropii.

Geometryczna struktura przepływu dwufazowego jest całkowicie określona przez wszystkie powierzchnie międzyfazowe, oddzielające obie fazy w danym czasie t . Opis podany w skali mikroskopowej jest jednoznacznie określony skalą długości i czasu, (l_1, t_1) . Skale te są dużo większe niż największe długości i czasy charakterystyczne związane z procesami molekularnymi lub zachodzącymi na poziomie mikrostruktury w każdej z faz. Jednocześnie skale długości i czasu (l_1, t_1) są znacznie mniejsze niż najmniejsze długości i czasy, które charakteryzują zmienność systemu dwufazowego w czasie i w przestrzeni.

Na tym poziomie opisu równania zachowania można zapisać w następującej standardowej postaci [14]:

$$\sum_{k=1,2} \int_{v_k(t)} \left[\frac{\partial}{\partial t} \rho_k \psi_k + \nabla(\rho_k \psi_k u_k) - \rho_k \phi_k \right] dv - \int_{a_i(t)} \left[\sum_{k=1,2} \dot{m}_k \psi_k + n_k J_k + \phi_i \right] da = 0 \quad (4.1)$$

gdzie

$$\dot{m}_k \stackrel{\text{def}}{=} \rho_k (u_k - u_i) n_k$$

Objętość płynu $v_k(t)$ jest zdefiniowana jako zmienna w czasie. W objętości tej znajduje się powierzchnia międzyfazowa $a_i(t)$, którą charakteryzuje wektor n_k prostopadły do powierzchni międzyfazowej skierowany na zewnątrz objętości zamkniętej powierzchnią. Gęstość faz oznaczono ρ_k , prędkość ich środków masy u_k . Inne wielkości podane są w tab. 1.1.

Tabela 1.1

Wielkości występujące w równaniu (4.1)

Równanie bilansu	ψ_k	J_k	ϕ_k	ϕ_i
masy	1	0	0	0
pędu	u_k	$-\sigma_k$	f_k	0
całkowitej energii	$U_k + 1/2 u_k^2$	$q_k - \sigma_k u_k$	$f_k u_k$	0
entropii	s_k	q_k/T_k	Δ_k/ρ_k	Δ_i

Symbole użyte w tab. 1: σ_k , f_k , U_k , q_k , s_k , T_k , Δ_k , Δ_i oznaczają odpowiednio dla k-tej fazy następujące parametry: tensor naprężeń, jednostkowe siły zewnętrzne np. masowe, właściwą energię wewnętrzną, gęstość strumienia ciepła, entropię właściwą, temperaturę, lokalną właściwą wydajność źródła entropii, właściwą wydajność źródła entropii na powierzchni międzyfazowej na jednostkę powierzchni. Równanie (4.1) musi być spełnione wszędzie gdzie istnieje $v_k(t)$ i $a_i(t)$, a stąd musi być spełnione lokalne chwilowe równanie w postaci różniczkowej:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_k \psi_k) + \nabla(\rho_k \psi_k u_k) + \nabla J_k - \rho_k \phi_k = 0 \quad (4.2a)$$

dla każdej fazy oraz warunki przejścia na granicy międzyfazowej:

$$\sum_{k=1,2} (\dot{m}_k \psi_k + n_k J_k + \phi_i) = 0 \quad (4.2b)$$

4.2. Opis w skali makroskopowej

Rozwiązanie układu równań (4.2a) i (4.2b) z warunkami brzegowymi lub początkowymi i równaniami zamknięcia jest w tej chwili zadaniem mało realnym, głównie z racji trudności w opisie powierzchni międzyfazowej. Z praktycznego punktu widzenia interesuje

nas taki opis przepływu dwufazowego, który może być rozwiązany za pomocą obecnie stosowanych metod matematycznych. Takiego opisu dostarczają modele na poziomie makroskopowym, tzn. gdy skala długości i czasu jest znacznie większa niż (l_1, t_1) . Przy takiej koncepcji opisu, przepływ dwufazowy ma własności mieszaniny, w której wielkości charakterystyczne obu faz nakładają się na siebie, tworząc continuum. Zanikają specyficzne cechy powierzchni międzyfazowej, a zjawiska na granicy faz stają się uśrednionymi względem objętości. W literaturze istnieje kilka różnych podejść dla uzyskania takiego opisu [15]. W pracy będzie bliżej rozpatrzony opis przedstawiony za pomocą modelu dwupłynowego czteropolowego, który obecnie jest uważany za najbardziej perspektywiczny. Posłuży on jako tło do przedstawienia własnego modelu.

4.2.1. Model dwupłynowy czteropolowy

Do praktycznie użytecznych makroskopowych modeli przepływów dwufazowych zaliczamy modele inżynierskie opisujące przepływ w kanałach, uśredniony w czasie i przestrzeni tzn. w przekroju kanału o polu powierzchni A . Model czteropolowy, zaproponowany przez Laheya i Drew [6], mający teoretyczne możliwości ciągłego modelowania przejścia wszystkich możliwych struktur, tj. rozproszonej fazy gazowej, fazy gazowej ciągłej, ciągłej fazy ciekowej oraz rozproszonej fazy ciekowej, został przebadany na szeregu danych eksperymentalnych, wykazując zadowalające wyniki. Schematycznie możliwości jego zastosowania przedstawiono na rys. 4.1. Model dwupłynowy czteropolowy jest przypadkiem szczególnym modelu dwupłynowego.

Zasadą modelu dwupłynowego jest przyjęcie dwóch ośrodków ciągłych (continuum) odpowiadających dwóm fazom, ciekłej i gazowej. Każdy punkt przestrzeni należy do obu ośrodków ciągłych oraz dodatkowo formułuje się sprzężenia między tymi ośrodkami.

Ogólne równania różniczkowe opisujące wielowymiarowy czteropolowy model dwupłynowy można przedstawić w postaci:

Równania zachowania masy (pole – j, faza – k)

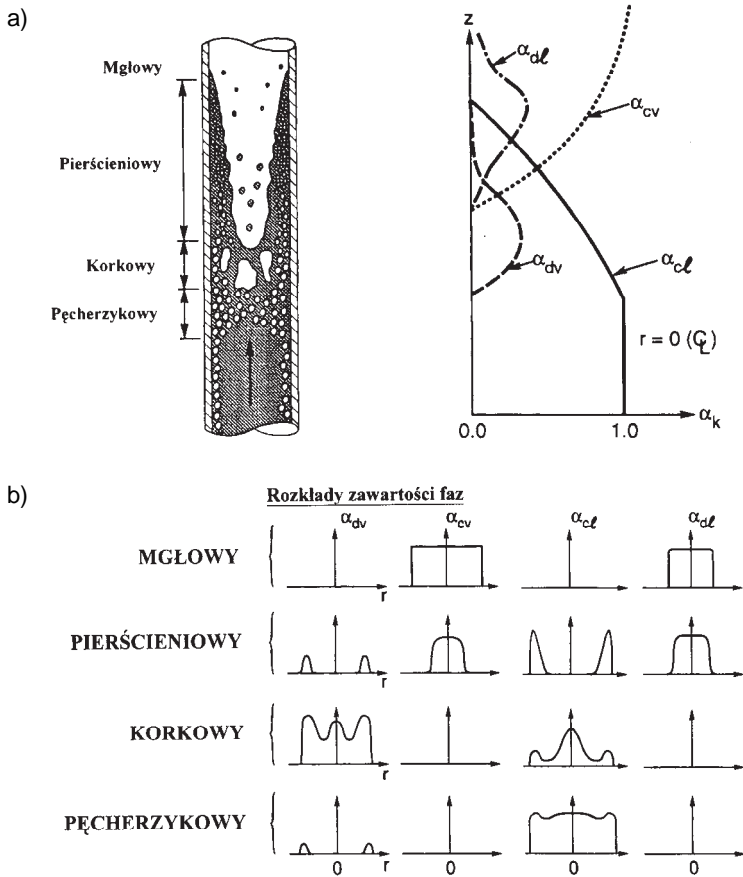
$$\frac{\partial(\alpha_{jk}\rho_k)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\alpha_{jk}\rho_k \underline{v}_{jk} \right) = \Gamma_{jk} + m_{jk}^{\text{'''}} \quad (4.3)$$

gdzie α_{jk} jest częścią objętości zawartą przez pole – j fazy – k, Γ_{jk} jest masowym natężeniem przepływu na jednostkę objętości spowodowanym przemianą fazową w polu – j fazy – k, natomiast $m_{jk}^{\text{'''}}$ jest źródłem masowym pola – j od innych pól fazy – k. Należy zauważyć, że indeksy dolne odnoszą się do oznaczenia pola i fazy, a nie do operacji tensorowych. Symbole użyte przy przedstawianiu modelu dwupłynowego czteropolowego są zgodne z oznaczeniami z pracy Laheya i Drew [6].

Równania zachowania pędu (pole – j, faza – k)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\alpha_{jk}\rho_k \underline{v}_{jk} \right)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\alpha_{jk}\rho_k \underline{v}_{jk} \underline{v}_{jk} \right) + \nabla \left(\alpha_{jk}P_{jk} \right) - \nabla \cdot \left(\alpha_{jk} \left[\begin{array}{c} - \\ \underline{\tau}_{jk} + \underline{\tau}_{jk}^T \end{array} \right] \right) \\ - \alpha_{jk}\rho_k \underline{g} - \underline{M}_{jk} - \underline{M}_{jk}^w = \Gamma_{jk} \underline{v}_i + m_{jk}^{\text{'''}} \underline{v}_{jk} \end{aligned} \quad (4.4)$$

gdzie $\underline{\tau}_{jk}^T$ jest naprężeniem Reynoldsa dla pola j fazy k , a \underline{M}_{jk} oraz \underline{M}_{jk}^w reprezentują odpowiednio siły międzyfazowe oraz przyścienne (odniesione do jednostki objętości).



Rys. 4.1a) Podział przepływu dwufazowego adiabatycznego ze względu na struktury; b) rozkład zawartości faz w modelu czteropolowym, gdzie: dv – rozproszona faza gazowa, cv – faza gazowa ciągła, cl – ciągła faza ciekwa oraz dl – rozproszona faza ciekwa [6]

Ogólnie można zapisać, że

$$\underline{\tau}_{jk}^T = -\rho_k \overline{v_k v_k} + \underline{\tau}_{jk}^c \quad (4.5)$$

gdzie $\underline{\tau}_{jk}^c$ występuje w przepływach faza stała/faza ciekła [6] i obrazuje wymuszone naprężenia spowodowane zderzeniami cząsteczek.

Równania zachowania energii (pole – j, faza – k)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\alpha_{jk}\rho_k\bar{h}_{jk})}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\alpha_{jk}\rho_k \left(\bar{v}_{jk} \bar{h}_{jk} \right) \right) + \nabla \cdot \alpha_{jk} \left(\bar{q}_{jk}'' + \bar{q}_{jk}''^T \right) \\ & - \alpha_{jk}q_{jk}''' - D_{jk} - \frac{Dp_{jk}}{Dt} - q_{i,jk}'' A_i''' = \Gamma_{jk} U_i + m_{jk}''' U_{jk} \end{aligned} \quad (4.6)$$

gdzie $U = h - p/\rho$ jest energią wewnętrzną,

$$\bar{q}_{jk}''^T = -\bar{h}'_{jk} \bar{v}'_{jk}$$

jest turbulentnym strumieniem ciepła,

$$q_i'' = \bar{q}_{jk}'' \cdot \nabla X_k$$

jest międzyfazowym strumieniem ciepła,

$$D_{jk} = \bar{X}_k \bar{\tau}_{j,j} : \nabla \bar{j}_j$$

jest dyssypacją, a

$$p_{jk} = \bar{X}_k p_j$$

jest ciśnieniem statycznym.

Powyższe równania wymagają zamknięć dla wynikających z nich naprężeń turbulentnych, zwanych naprężeniami Reynoldsa. W ramach pierwszych prób symulacyjnych zastosowano z powodzeniem model turbulencji z grupy $k \sim \varepsilon$ [16], który sprawdził się w modelowaniu turbulencji w przepływach jednofazowych i został rozszerzony do przypadków związanych z przepływami dwufazowymi. W przypadku przepływu pęcherzykowego, równania transportu wielkości turbulentnych dla ciągłej fazy ciekłej (cl) można przedstawić w postaci:

Równania energii kinetycznej turbulencji

$$\alpha_{cl} \frac{Dk_{cl}}{Dt} = \nabla \cdot \left[\alpha_{cl} \left(\frac{\mu_{cl}^T}{\rho\sigma_k} + \frac{\mu}{\rho} \right) \nabla k_{cl} \right] + \alpha_{cl} [P_{cl} - \varepsilon_{cl}] + \alpha_{cl} \Phi_k \quad (4.7)$$

gdzie

$$k_{cl} = \frac{1}{2} \bar{v}'_{cl} \cdot \bar{v}'_{cl}$$

Równania dyssypacji turbulentnej energii kinetycznej

$$\alpha_{cl} \frac{D\varepsilon_{cl}}{Dt} = \nabla \cdot \left[\alpha_{cl} \left(\frac{\mu_{cl}^T}{\rho\sigma_\varepsilon} + \frac{\mu}{\rho} \right) \nabla \varepsilon_{cl} \right] + \alpha_{cl} C_{\varepsilon 1} \frac{P_{cl}\varepsilon_{cl}}{k_{cl}} - \alpha_{cl} C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon_{cl}^2}{k_{cl}} + \alpha_{cl} \Phi_\varepsilon \quad (4.8)$$

Istnieją problemy związane z modelowaniem własności turbulentnych przepływu dwufazowego, a lepkości w szczególności. Obecnie najczęściej stosowane jest podejście Sato i in. [17], gdzie lepkość turbulentna przepływu dwufazowego opisana jest równaniem

$$\mu_{cl}^T = C_{\mu} \rho \frac{k_{cl}^2}{\varepsilon_{cl}} + 1.2 \rho R_{dv} \alpha_{dv} |v_r| \quad (4.9)$$

W (4.9) prędkość względna rozproszonej fazy gazowej względem fazy ciekłej w postaci ciągłej podana jest zależnością

$$v_r = \overline{v_{dv}} - \overline{v_{cl}}$$

R_{dv} jest wymiarem charakterystycznym fazy gazowej. Podobne problemy pojawiają się w przypadku modelowania członów źródłowych występujących w równaniach opisujących kinetyczną energię turbulencji i jej dyssypację. Dla przepływu pęcherzykowego, człon źródłowy energii kinetycznej turbulencji Φ_k może mieć postać [6]:

$$\Phi_k = \frac{k_{cl}}{C_{\varepsilon_2} \varepsilon_{cl}} \Phi_{\varepsilon} = C_p \alpha_{dv} \frac{|v_r|^3}{D_{dv}} \quad (4.10)$$

Współczynnik C_p występujący w (4.10) ma zalecaną wartość $C_p = 0,25$ wyprowadzoną dla potencjalnego opływu kuli [6]. Podobne równania transportu można zapisać dla fazy rozproszonej [18].

4.3. Modelowanie międzyfazowej wymiany pędu

Każdy model matematyczny dotyczący ruchu cząstek, gdzie cząstka może odpowiadać zarówno pęcherzykowi, jak i kropelce, wymaga podania wyrażenia matematycznego, które wiąże siłę działającą na cząstkę z jej prędkością i rotacją oraz polem przepływu dookoła cząstki. Dodatkowo można ująć inne parametry, jak efektywna średnica cząstki, jej kształt, gęstość i lepkość płynu, a także własności nie-Newtonowskie płynu. Wiadomości te są wymagane do określenia efektu oddziaływania cząstki na płyn. Dodatkowo, żeby można było używać tego typu relacji, wyrażenia opisujące oddziaływania cząstki powinny być oparte na zasadach mechaniki płynów. Z badań eksperymentalnych, przeprowadzonych w ostatnim okresie, wynika, że badacze dążą do podania relacji dla tak zwanych przypadków granicznych, np. cząstek kulistych w przepływie nielepkiem (Auton i in. [19]) lub cząstek o dowolnych kształtach w przepływie o dużej liczbie Reynoldsa (Graham [20]), lub cząstek w przepływie o małej liczbie Reynoldsa [21]. Z reguły, jeżeli otrzymano zgodność dla tego typu przypadków granicznych, przy użyciu metod superpozycji i interpolacji uogólnia się te zjawiska na bardziej złożone przypadki rzeczywiste. W tych przypadkach nie ma procedur standardowych i nie powinno to dziwić, że w ostatnim okresie zaproponowano wiele związków typu heurystycznego.

Równania zamknięcia dla członów związanych z międzyfazową wymianą pędu oraz tensorem naprężeń Reynoldsa wymagają podania tych zależności w celu rozwiązania uśrednionych równań zachowania. Poniżej zaprezentowanych zostanie kilka podejść opartych na modelu dwupłynowym. Celem otrzymania równań zamknięcia należy wyrazić wszystkie parametry i zmienne w równaniach (4.3) – (4.8) w zależności od zmiennych stanu (tzn. zmiennych zależnych) dla modelu dwupłynowego. Zauważmy, że warunki brzegowe dla powierzchni międzyfazowej $cl - dv$ można zapisać w postaci

$$\underline{M}_{dv} + \underline{M}_{cl} = \nabla \cdot (\alpha_{dv} \underline{\tau}_{dv}) \quad (4.11)$$

gdzie τ_{dv} są naprężeniami wywołanymi przez napięcie powierzchniowe, natomiast gęstość sił działających na ciecz i parę po obu stronach powierzchni są opisane odpowiednio poprzez \underline{M}_{cl} oraz \underline{M}_{dv} . Zazwyczaj stosuje się rozbitcie członu zawierającego siły powierzchniowe cieczy na człony związane z oporem (D) oraz bez oporu (ND), (Ishii [22]). W przypadku przepływu pęcherzykowego:

$$\underline{M}_{cl} = \underline{M}_{cl}^{(D)} + \underline{M}_{cl}^{(ND)} \quad (4.12)$$

Nieco innym podejściem do modelowania międzyfazowej wymiany pędu jest wyszczególnienie szeregu poszczególnych jej składników i modelowanie każdego z nich z osobna. Składają się na nie opór przepływu, siły wyporu, siły związane z masami wirtualnymi oraz ciśnienie międzyfazowe, czyli

$$\underline{M}_{cl} = \underline{M}_{cl}^{(D)} + \underline{M}_{cl}^{(L)} + \underline{M}_{cl}^{(VM)} + \underline{M}_{cl}^{(P)} \quad (4.13)$$

Dla przypadku rozrzedzonych przepływów pęcherzykowych, tj. przepływów z małą zawartością fazy parowej, otrzymujemy te siły w wyniku uśredniania siły hydrodynamicznej wywartej przez ciecz na pojedynczy, wyizolowany pęcherzyk. Człon ciśnieniowy, z kolei, pojawia się w wyniku efektu uśredniania nierównomierności rozkładu współczynnika zapelnienia.

Poszczególne składniki międzyfazowej wymiany pędu można określić następująco (Lance i Lopez de Bertodano [23]).

— Siła oporu

Siła oporu jest opisywana równaniem

$$\underline{M}_{dv}^{(D)} = -\underline{M}_{cl}^{(D)} = -\frac{1}{8} \rho_{cl} C_D |\underline{v}_r| \underline{v}_r A_i''' \quad (4.14)$$

gdzie C_D jest współczynnikiem tarcia. Ważnym elementem jest znalezienie wartości wyrażenia opisującego powierzchnię A_i''' , czyli powierzchnię przekroju pęcherzyka. W tym celu rozważa się równanie transportu Boltzmanna dla fazy rozproszonej (dv).

— Siła nośna

Wyrażenie na siłę nośną wywartą przez rotacyjny przepływ nielepki na kulę zostało podane przez Drew i Lahey [24] dla przypadku słabego ścinania. Uśredniona postać tej siły przedstawia się następująco:

$$\underline{M}_{cl}^{(L)} = \alpha_{dv} \rho_{cl} C_L \underline{v}_r \times \nabla \times \underline{v}_{cl} \quad (4.15)$$

gdzie C_L jest współczynnikiem siły nośnej. W przypadku bliskości ścianki, rozkład wirowości wokół pęcherzyka jest modyfikowany i dlatego należałoby odpowiednio modelować siłę nośną. Przykładem może być siła odpychająca pęcherzyk od ścianki.

Siła pochodząca od oddziaływania ścianki, działająca na pole fazy rozproszonej $\underline{M}_{dv}^{(W)}$, opisana jest zależnością

$$\begin{aligned} \underline{M}_{dv}^{(W)} = -\underline{M}_{cl}^{(W)} = \text{Max} \left\{ 0, \frac{\alpha_{dv} \rho_{cl} \underline{v}_{axial}}{R_{dv}} \left[C_{w1} + C_{w2} \left(\frac{R_{dv}}{y} \right) \right] \right\} \delta_w \underline{n}_w \\ - C_{wB} \frac{\rho_{cl}}{200R_{dv}} \alpha_{dv} \left| \sqrt{\underline{v}_{cl}} \right| \sqrt{\underline{v}_{dv}} \delta_w - \underline{M}_d^{wc} \end{aligned} \quad (4.16)$$

gdzie \underline{n}_w jest wektorem jednostkowym normalnym do ścianki kanału przepływowego, $y = (\underline{x} - \underline{x}_w) \underline{n}_w$, $\underline{v}_{axial} = \underline{v}_r - [\underline{n}_w \underline{v}_r] \underline{n}_w$, $C_{w1} = -0,104 - 0,06 \underline{v}_r$, $C_{wB} = 1,5$, $C_{w2} = 0,147$ oraz $\delta_w = 1$ dla $y \leq R_{dv}$ oraz $\delta_w = 0$ dla innych, oraz \underline{M}_d^{wc} jest siłą pochodzącą od oddziaływania ścianki, działającą na cząsteczki uderzające w ściankę w przepływach faza stała/faza ciekła [6].

Pierwszy człon po prawej stronie równania (4.16) reprezentuje siłę normalną do ścianki, a drugi człon po prawej stronie reprezentuje siłę równoległą do ścianki. Obie siły mają znaczny wpływ na przepływ obu faz w pobliżu ścianki.

— Siła związana z masą wirtualną

Składnik siły związany z masą dodaną modelujemy na podstawie zależności [23]:

$$\underline{M}_l^{(VM)} = C_{VM} \alpha_{dv} \rho_{cl} a_{VM} \quad (4.17)$$

gdzie przyspieszenie masy wirtualnej jest określone następująco:

$$a_{VM} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \underline{v}_{dv} \nabla \right) \underline{v}_{dv} - \left(\frac{\partial}{\partial t} + \underline{v}_{cl} \nabla \right) \underline{v}_{cl} \quad (4.18)$$

— Ciśnienie międzyfazowe

Ciśnienie międzyfazowe ujęte jest w wyrażeniu

$$\underline{M}_{cl}^{(P)} = p_{cli} \nabla \alpha_{cl} = (p_{cli} - p_{cl}) \nabla \alpha_{cl} + p_{cl} \nabla \alpha_{cl} \quad (4.19)$$

gdzie $p_{cli} - p_{cl}$ jest różnicą pomiędzy uśrednionym ciśnieniem międzyfazowym i ciśnieniem objętości cieczi, co można zapisać następująco:

$$p_{cli} - p_{cl} = -C_p \rho_{cl} \alpha_{cl} \underline{v}_r \cdot \underline{v}_r \quad (4.20)$$

Dla przepływu potencjalnego wokół kuli $C_p = 0,25$. Obecność śladu za pęcherzykiem prowadzi do nieco wyższych wartości C_p .

— Efekt turbulencji

Siły przedstawione powyżej zostały wyrażone przez funkcje średnich prędkości gazu i cieczi. Stąd wynika, że wpływ turbulencji na ruch pęcherzyków został pominięty. Żeby uwzględnić ten efekt, należałoby włączyć do modelu składniki fluktuacyjne oporu, siły wyporu i sił masowych. Prościej jest modelować turbulencję poprzez *siłę dyspersji turbulენტnej* zapisaną jako [23]:

$$\underline{M}_{cl}^{(TD)} = C_{TD} \rho_{cl} k_{cl} \nabla \alpha_{dv} \quad (4.21)$$

Wyrażenie takie zostało wyprowadzone przez analogię do sił dyfuzji pojawiającej się w teorii Einsteina dotyczącej ruchów Browna. Zakłada ono, że skala turbulencji jest dużo większa od rozmiaru pęcherzyka.

Według Laheya i Drew [6] gęstość siły międzyfazowej, $\underline{M}_{cl}^{(ND)}$, powinna być modelowana poprzez proces uśrednienia globalnego ciśnienia. Dla przypadku pęcherzyków sferycznych mamy [25]:

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_{cl}^{(ND)} = & -\rho_{cl} \nabla \alpha_{dv} + \alpha_{dv} \rho_{cl} C_{vm} \left[\frac{D \underline{v}_{dv}}{Dt} - \frac{D \underline{v}_{cl}}{Dt} \right] \\
& + \alpha_{dv} \rho_{cl} C_1 \underline{v}_r \cdot \nabla \underline{v}_r^T + \alpha_{dv} \rho_{cl} C_2 [\underline{v}_r \cdot (\nabla \underline{v}_r + \underline{v}_r \nabla) + (\nabla \cdot \underline{v}_r) \underline{v}_r] \\
& + b_s \rho_{cl} \underline{v}_r \cdot \underline{v}_r \nabla \alpha_{dv} + a_s \rho_{cl} \underline{v}_r \cdot \nabla \alpha_{dv} \underline{v}_r + \alpha_{dv} \rho_{cl} C_{rot} \underline{v}_r \times \nabla \times \underline{v}_{dv} \\
& + \alpha_{dv} \rho_{cl} C_L \underline{v}_r \times \nabla \times \underline{v}_{cl} + C_{TD} \rho_{cl} k_{cl} \nabla \alpha_{dv} + \rho_{cl} \nabla \alpha_{dv} \cdot \\
& \cdot \left[a_d \underline{v}_r \underline{v}_r + b_d |\underline{v}_r|^2 \underline{\underline{I}} \right] + a_f \rho_{cl} k_{dv} \nabla \alpha_{dv} + b_f \frac{\rho_{cl}}{\rho_{dv}} \tau_{=dv}^T \cdot \nabla \alpha_{dv}
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Zauważmy, że drugi człon po prawej stronie powyższego równania jest wirtualną siłą masową, piąty człon od końca jest często opisywany w literaturze jako poprzeczna siła nośna, czwarty człon od końca opisuje dyspersję turbulentną oraz ostatnie człony pojawiają się wskutek gradientów koncentracji. Siła dyspersji turbulentnej została wyprowadzona na drodze teoretycznej w pracy [6], współczynnik C_{TD} zawiera się w przedziale od 0,1 do 1,0, co ma odzwierciedlenie eksperymentalne. Należy także zauważyć, że model nie ma żadnych innych stałych, a dla przypadku pęcherzyków kulistych zestaw stałych przyjmuje wartości:

$$\begin{aligned}
C_{vm} = C_L + C_{rot} = \frac{1}{2}, \quad C_L = C_{rot} = \frac{1}{4}, \quad C_1 = \frac{5}{4} \\
C_p = \frac{1}{4}, \quad C_2 = a_s = -\frac{9}{20}, \quad b_s = b_d = b_f = \frac{3}{20}, \quad a_d = \frac{1}{20}, \quad a_f = \frac{4}{5}
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Współczynnik dyspersji turbulentnej C_{TD} został wyznaczony przez Moraga i in. [26], w wyniku bezpośrednich symulacji numerycznych (DNS). Przyjmuje on postać

$$C_{TD} = \frac{3C_D |\underline{v}_r| v_{cl}^T}{8R_{dv} k_{cl} Sc_{dv}} \tag{4.24}$$

gdzie liczba Schmidta wynosi, $Sc_{dv} = 0,833$.

W przypadku płynów rzeczywistych, tj. gdy $C_p \geq 1/4$, współczynnik poprzecznej siły nośnej C_L jest funkcją liczby Reynoldsa. W szczególności współczynnik siły nośnej może być opisany zależnością

$$C_L = [0,12 - 0,2 \exp(-Re Re_\nabla / 36 \times 10^4)] \exp(Re Re_\nabla / 3 \times 10^7) \tag{4.25}$$

gdzie $Re = \underline{v}_r D_{dv} / v_{cl}$ oraz $Re_\nabla = \omega D_{dv}^2 / v_{cl}$, a ω jest lokalną prędkością obrotową fazy ciągłej (cieczy), tj. opisuje gradient prędkości. Należy zauważyć, że w przypadku dużych liczb Reynoldsa w równaniu (4.25) występuje zmiana znaku. Dla większości przypadków wartość współczynnika $C_L \approx 0,1$. Zmiana znaku siły nośnej w równaniu (4.25) nie ma więc wyjaśnienia fizycznego. Stąd też (4.25) w sposób niezbyt poprawny ujmuje fizykę zjawiska. Własna koncepcja autora pracy, dotycząca oddziaływania sił na pęcherzyk, zostanie przedstawiona w następnym rozdziale. Wydaje się, że wyjaśnia ona mechanizm zmiany znaku wypadkowej siły nośnej.

W przypadku przepływów dwufazowych z małą zawartością fazy rozproszonej można wyznaczyć tensor naprężeń Reynoldsa dla fazy ciągłej przez superpozycję naprężeń pochodzących od tarcia (shear-induced – SI) oraz od obecności fazy rozproszonej (particle-induced – PI).

Lance i in. [27, 28] proponują, żeby jako pierwsze przybliżenie przyjąć liniową superpozycję turbulencji generowanej przez pęcherzyki oraz turbulencję wynikłą z tarcia. Zakłada się, że to podejście może być spełnione dla przepływów o małej koncentracji pęcherzyków. Tensor naprężeń Reynoldsa można wtedy zapisać jako:

$$\underline{\tau}_{cl}^T = \underline{\tau}_{cl(SI)}^T + \underline{\tau}_{cl(PI)}^T \quad (4.26)$$

lub w postaci zaproponowanej w [25]

$$\underline{\tau}_{dv}^T = \underline{\tau}_{cl}^T \frac{\rho_{dv} (1 - e^{-\theta_{cl}/\theta_{dv}})^2}{\rho_{cl} (1 - e^{-2\theta_{cl}/\theta_{dv}})} \quad (4.27)$$

gdzie czasy relaksacji pęcherzyków θ_{dv} oraz wirów cieczy θ_{cl} wynoszą odpowiednio:

$$\theta_{dv} = \frac{\rho_{dv} V_{dv}}{6\pi u_{cl} R_{dv}} = \frac{2\rho_{dv} R_{dv}^2}{9u_{cl}}, \quad \theta_{cl} = \frac{k_{cl}}{\varepsilon_{cl}} \quad (4.28)$$

Czasami wyrażenie θ_{dv}/θ_{cl} jest określane jako liczba Stokesa. Idąc śladem równania (4.27), otrzymuje się

$$k_{dv} = k_{cl} \frac{\rho_{dv} (1 - e^{-\theta_{cl}/\theta_{dv}})^2}{\rho_{cl} (1 - e^{-2\theta_{cl}/\theta_{dv}})} \quad (4.29)$$

Superpozycja przepływu znajduje potwierdzenie eksperymentalnie w badaniach Lance'a i Bataille'a [29] dla przepływów pęcherzykowych o stopniu wypełnienia $\alpha < 1\%$ oraz Theofanousa i Sullivana [30] dla $\alpha < 10\%$. **Należy jednak poddać pod dyskusję kwestię, czy superpozycja liniowa naprężeń jest adekwatna w przypadku silnie nieliniowego zjawiska, jakim jest przepływ pęcherzykowy dwufazowy. W dalszej części pracy autor przedstawia własną koncepcję składania elementów przepływu, z której wynika jasno, że naprężenia styczne sumuje się w sposób geometryczny.**

Wykorzystując teorię płynu nielepkiego oraz metody uśredniania w objętości [31], otrzymuje się

$$\alpha_{cl} = \underline{\tau}_{cl(PI)}^T = -\alpha_{dv} \rho_{cl} \cdot \left[a_{cl} \underline{v}_r \underline{v}_r + b_{cl} |\underline{v}_r|^2 \underline{\underline{I}} \right] \quad (4.30)$$

gdzie dla pęcherzyków kulistych $a_{cl} = 1/20$ oraz $b_{cl} = 3/20$.

Naprężenia Reynoldsa wywołane ścinaniem przepływu fazy ciągłej [27]

$$\frac{\underline{\tau}_{cl(SI)}^T}{v_{cl}} = \frac{-\underline{v}'_{cl} \underline{v}'_{cl}}{v_{cl}} = \frac{-\frac{2}{3} k_{cl} \underline{\underline{A}} + v_{cl}^T [\overline{v}_{cl} \underline{\underline{V}} + \underline{\underline{V}} \overline{v}_{cl}] - 2b_{cl} \alpha_{dv} k_{dv} \underline{\underline{I}}}{1 - a_{cl} \alpha_{dv} \frac{(1 - e^{-\theta_{cl}/\theta_{dv}})^2}{(1 - e^{-2\theta_{cl}/\theta_{dv}})}} \quad (4.31)$$

mogą być wyznaczone przy użyciu k_{cl} , k_{dv} oraz v_{cl}^T z zależności (4.7), (4.8), (4.29) i (4.31) oraz algebraicznego rozkładu naprężeń podanego w [25]

$$\underline{\underline{Z}}_{cl} = \begin{bmatrix} \frac{C_1 + \kappa + \beta - 1}{C_1} + \frac{3}{C_1} \left(\frac{\overline{v'_1 v'_3}}{v'_1 v'_3} \frac{\partial \overline{v_3}}{\partial x_1} \right) \frac{\beta}{\varepsilon_{cl}} & \frac{3}{C_1} \left(\frac{\overline{v'_1 v'_3}}{v'_1 v'_3} \frac{\partial \overline{v_3}}{\partial x_1} + \frac{\overline{v'_2 v'_3}}{v'_2 v'_3} \frac{\partial \overline{v_3}}{\partial x_1} \right) \frac{\beta}{\varepsilon_{cl}} \\ \frac{3}{2C_1} \left(\frac{\overline{v'_1 v'_3}}{v'_1 v'_3} \frac{\partial \overline{v_3}}{\partial x_1} + \frac{\overline{v'_2 v'_3}}{v'_2 v'_3} \frac{\partial \overline{v_3}}{\partial x_1} \right) \frac{\beta}{\varepsilon_{cl}} & \frac{C_1 + \kappa + \beta - 1}{C_1} + \frac{3}{C_1} \left(\frac{\overline{v'_2 v'_3}}{v'_2 v'_3} \frac{\partial \overline{v_3}}{\partial x_2} \right) \frac{\beta}{\varepsilon_{cl}} \\ 0 & 0 \\ 0 & \\ 0 & \\ \frac{2(\kappa + \beta - 1)}{C_1} + 1 - \frac{3}{C_1} \left(\frac{\overline{v'_1 v'_3}}{v'_1 v'_3} \frac{\partial \overline{v_3}}{\partial x_1} + \frac{\overline{v'_2 v'_3}}{v'_2 v'_3} \frac{\partial \overline{v_3}}{\partial x_2} \right) \frac{\beta}{\varepsilon_{cl}} & \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

gdzie $\beta = 0,1091$, $\kappa = 0,7636$ oraz $C_1 = 1,5$, a składowe tensora naprężeń Reynoldsa wyznaczone są z zależności podanej przez Lopeza de Bertodano, zaczerpniętej z [6].

$$-\overline{v'_i v'_j} \cong -\frac{2}{3} k_{cl} \underline{\underline{I}} + v_T \left[\nabla \underline{v}_{cl} + \underline{v}_{cl} \nabla \right] \quad (4.33)$$

Należy także pamiętać, że siła wymagana do utrzymania sferyczności pęcherzyków powoduje powstanie naprężenia w fazie rozproszonej [22, 32]

$$\underline{\underline{\tau}}_{dv}(\underline{x}, t) = \rho_{cl} \left[a_s \underline{v}_r \underline{v}_r + b_s |\underline{v}_r|^2 \underline{\underline{I}} \right] + (p_{dv_i} - p_{cl_i}) \underline{\underline{I}} + a_s \frac{\rho_{cl}}{\rho_{dv}} \underline{\underline{\tau}}_{dv}^T + a_T \rho_{cl} k_{dv} \underline{\underline{I}} \quad (4.34)$$

Następnie należy zwrócić uwagę na określenie szeregu zależności opisujących wymianę pędu i ciepła między fazami. W chwili obecnej robi się to na drodze analizy przepływu płynu nielepkiego. W szczególności, można rozwiązać potencjalne pole prędkości wokół fazy rozproszonej, korzystając z równania

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (4.35)$$

Z powyższego równania otrzymuje się profil prędkości w postaci

$$\underline{v}_{cl} = -\nabla \phi \quad (4.36)$$

oraz pole ciśnienia przy użyciu równania Bernoulliego

$$p - p_0 = -\rho_{cl} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + |\nabla \phi|^2 \right] \quad (4.37)$$

W szczególnym przypadku przepływu pęcherzykowego, w wyniku powyższej analizy otrzymuje się

$$p_{cl_i} = p_{cl} - (1 - \alpha_{dv}) C_p \rho_{cl} \underline{v}_r \cdot \underline{v}_r - \rho_{cl} k_{cl} + \rho_{cl} \left[R_b \ddot{R}_b + 1,5 \dot{R}_b^2 \right] \quad (4.38)$$

gdzie

$$\dot{R}_b = \frac{D_v R_b}{Dt}$$

a w przypadku kulistych pęcherzyków

$$p_{dv_i} - p_{cl_i} = \frac{2\sigma}{R_b} + 4u_{cl} \frac{\dot{R}_b}{R_b} \quad (4.39)$$

Należy zauważyć, że jeżeli pęcherzyki nie rosną ani nie kurczą się, równanie (4.38) redukuje się do postaci znanej dla przypadku quasi-statycznego

$$p_{cl_i} - p_{cl} = -(1 - \alpha_{dv}) C_p \rho_{cl} \underline{v}_r \cdot \underline{v}_r - \rho_{cl} k_{cl} \quad (4.40)$$

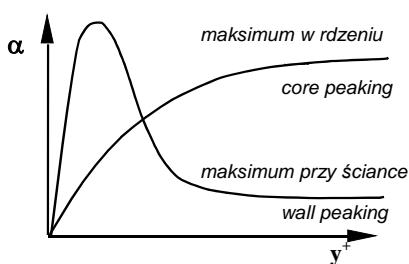
Rozdział 5

SPECYFIKA PRZEPŁYWÓW PĘCHERZYKOWYCH

Jak nadmieniono we wstępie, głównym celem niniejszej pracy jest zaproponowanie własnego modelu teoretycznego przepływu pęcherzykowego. Zanim zostanie przedstawiony własny model przepływu, zaprezentowany zostanie przegląd dotychczasowych osiągnięć z dziedziny modelowania rozkładu fazy rozproszonej w przepływie pęcherzykowym. W przypadku przepływów pęcherzykowych to właśnie wyznaczenie stopnia wypełnienia kanału fazą gazową jest kluczowym zagadnieniem limitującym postęp w modelowaniu przepływów dwufazowych, z powodu bezpośredniego wpływu na profil prędkości i pole temperatury. Podany poniżej przegląd nie pretenduje do pełnego wyczerpania tematu, lecz jest wprowadzeniem oraz tłem dla zaproponowanego nowego, własnego modelu przepływu dwufazowego o strukturze pęcherzykowej.

5.1. Zjawiska grupowania się pęcherzyków podczas przepływu

Zagadnienie nierównomiernego rozkładu stopnia wypełnienia w przepływie pęcherzykowym uważane jest za jedno z bardziej skomplikowanych zagadnień, które dotychczas nie zostało w sposób zadowalający rozstrzygnięte. W przypadku przepływu wznoszącego zauważono w badaniach eksperymentalnych różne zachowania się fazy rozproszonej. W niektórych przypadkach obserwuje się w przepływie turbulentnym do góry grupowanie się pęcherzyków w okolicy ścianki, (ang. *wall peaking*), czyli tzw. maksimum przy ściance, rys. 5.1, a czasami faza rozproszona rozkłada się wraz z ekstremum w rdzeniu przepływu, (ang. *core peaking*); jest to zjawisko tzw. maksimum w rdzeniu, rys. 5.1. Zaproponowano dotychczas kilka mechanizmów, które miały na celu wytłumaczenie



Rys. 5.1. Różne możliwości grupowania się pęcherzyków w przepływie pęcherzykowym

fundamentalnego zjawiska maksimum przy ściance, ale niestety, jak dotychczas jest to zjawisko nie do końca wyjaśnione. Zaobserwowano, że w przepływie opadającym występuje zawsze maksimum w rdzeniu.

Mimo licznych badań eksperymentalnych i analitycznych w zakresie uzyskania relacji umożliwiających przewidywanie stopnia wypełnienia zagadnienie to jest w dalszym ciągu otwarte. Za przyczynę niepowodzenia uważa się braki w odpowiednim modelowaniu matematycznym przepływów dwufazowych oraz brak podstawowych danych eksperymentalnych dotyczących

struktury przepływu pęcherzykowego, jak: stopień wypełnienia, prędkość fazy ciekłej oraz naprężenia turbulentne. Poniżej przedstawiono przegląd bardziej znanych osiągnięć z dziedziny modelowania stopnia wypełnienia od początku lat sześćdziesiątych.

5.2. Przegląd istniejących modeli stopnia zapełnienia

Po raz pierwszy zainteresowanie modelowaniem stopnia zapełnienia wyraził Bankoff [11], który zaproponował własne podejście do modelowania tego zjawiska. Założył on rozkład potęgowej prędkości, jak i stopnia zapełnienia w postaci:

$$\frac{u}{u_{cl}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/m} \quad (5.1)$$

$$\frac{\alpha}{\alpha_{cl}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n} \quad (5.2)$$

gdzie u jest lokalną średnią prędkością, α lokalnym stopniem zapełnienia, a indeks „cl” odnosi się do osi kanału. Model ten przewidywał, że maksymalna koncentracja stopnia zapełnienia miała miejsce w osi kanału (maksimum w rdzeniu), i stopniowo zmniejszała się w kierunku promieniowym, żeby przyjąć wartość zero na ścianie. W swoim modelu Bankoff nie uwzględnił zjawiska maksimum przy ścianie, co zresztą nie było możliwe ze względu na poczyniony przez niego założenia rozkład stopnia zapełnienia.

Podejście Bankoffa zostało krytycznie ocenione przez kolejnych badaczy, a mianowicie Zuberę [33], który analizował ograniczenia teorii Bankoffa spowodowane siłą Magnusa i efektami Bernoulliego. Od tego czasu pojawiło się wiele teorii, które miały na celu lepsze modelowanie zjawiska rozkładu fazy rozproszonej w przekroju poprzecznym kanału, a przede wszystkim zjawiska maksimum przy ścianie i maksimum w rdzeniu.

Levy [34] ekstrapolował wyniki dotyczące drogi mieszania z przepływu jednofazowego na przepływ dwufazowy i obliczył gęstość przepływu dwufazowego oraz rozkład prędkości, które jednak także miały zawsze maksimum w osi kanału.

Subbotin i in. [35] zaproponowali model, który nie miał podstaw teoretycznych. Model zakładał, że pęcherzyk przemieszcza się w kierunku mniejszej wartości ciśnienia, co ma miejsce w regionie przyściennym (maksimum przy ścianie) i spowodowane to jest, według niego, fluktuacjami prędkości poprzecznej w objętości przepływu turbulენტnego. W przypadku przepływu laminarnego stwierdził on, że mamy zawsze do czynienia z maksimum w rdzeniu, czyli że maksimum stopnia zapełnienia występuje w środku kanału.

Następna teoria, zaproponowana przez Drew i Laheya [36], polegała na analizie struktury przepływu turbulენტnego. W ramach tej teorii, maksimum stopnia zapełnienia ma miejsce tam gdzie jest maksimum energii turbulენტnej przepływu cieczy. W przypadku przepływu wznoszącego pęcherzyki grupują się w okolicy ścianki, natomiast w przypadku przepływu opadającego mamy do czynienia z maksimum stopnia zapełnienia w środku kanału.

Beattie [37] założył liniową zależność pomiędzy prędkością fazy ciągłej (cieczy) oraz stopniem zapełnienia w postaci

$$\alpha = a u_1 + b \quad (5.3)$$

gdzie a i b są stałymi. Następnie użył modelu drogi mieszania Prandtla celem wyznaczenia prędkości cieczy w równaniu (5.3) i w wyniku wyprowadził zależność potęgową na stopień zapełnienia, która znowu przyjmowała wartość maksymalną w osi kanału.

Delhaye [38] wyprowadził radialny profil stopnia zapełnienia przez rozwiązanie równań pędu dla modelu dwupłynowego. W swoim wyprowadzeniu poczynił szereg założeń upraszczających. Między innymi użył zależności opisującej prędkość względną w postaci

$$u_g - u_1 = \frac{u_\infty}{1 - \alpha} \quad (5.4)$$

gdzie u_g jest prędkością pęcherzyka, a u_∞ jest prędkością unoszenia pęcherzyka (ang. terminal rise velocity). Dodatkowo, międzyfazową siłę oporu F_D przedstawił jako

$$\frac{F_D}{\rho_1 (u_g - u_1)^2 d_b^2} = K \frac{v_1}{\varepsilon} \frac{d_b}{u_g - u_1} \frac{d}{dr} (u_g - u_1) \quad (5.5)$$

gdzie K jest stałą dodatnią, a ε jest tzw. lepkością turbulentną zdefiniowaną jako

$$\varepsilon = k^2 (R - r)^2 \frac{d}{dr} (u_g - u_1) \quad (5.6)$$

Z powyższego modelu Delhaye wyprowadził zależność potęgową na stopień zapełnienia, która też osiągała maksimum w osi kanału. Uważa się, że proponowany przez Delhaye'a model nie miał wewnętrznych mechanizmów umożliwiających przewidzenie maksimum stopnia zapełnienia w innej lokalizacji, gdyż model nie zawierał fluktuacji turbulentnych w fazie ciągłej (Wang i in. [39]).

Wang i in. [39] zaproponowali, że zależność promieniowa na stopień zapełnienia w pełni rozwiniętym przepływie pęcherzykowym nie jest stała i jest dana równaniem

$$p(r) = p(R) - (1 - \alpha) \rho_1 \overline{\vartheta^2} - \int_R^r \frac{(1 - \alpha) \rho_1 (\overline{\vartheta^2} - \overline{w^2})}{r'} dr' \quad (5.7)$$

gdzie ϑ^2 i w^2 są fluktuacjami turbulentnymi dla kierunku odpowiednio promieniowego i obwodowego. Można zauważyć, że lokalne ciśnienie statyczne osiąga wartość najniższą w pobliżu ścianki, tam gdzie produkcja turbulencji jest największa. Zmienność pola ciśnień ma duży wpływ na rozkład promieniowy stopnia zapełnienia.

Kobayasi i in. [40] zaproponowali zależność empiryczną opisującą rozkład stopnia zapełnienia w przepływach pęcherzykowych oraz korkowych. Mimo że zależność ta dobrze opisuje maksimum w pobliżu ścianki dla wznoszących przepływów dwufazowych, to jednak nie ma żadnych podstaw fizycznych.

Inoue i in. [41] opisali turbulentną wymianę pędu między fazą ciekłą i gazową za pomocą drogi mieszania w fazie ciekłej. Opierając się na zmierzonych naprężeniach stycznych oraz rozkładzie stopnia zapełnienia, autorzy obliczyli drogę mieszania dla przepływu dwufazowego i pokazali, że jest ona większa niż w przypadku przepływów jednofazowych. Zaproponowali w swojej teorii, że osiąganie przez przepływ maksimum w pobliżu ścianki jest w pewnym stopniu związane z pochodną drogi mieszania, która także osiąga maksimum w tym miejscu.

Na podstawie przytoczonego powyżej przeglądu literatury można stwierdzić, że dotychczasowe badania teoretyczne były zbyt prymitywne i nie potrafiły wskazać mechanizmów fizycznych, które mają miejsce w przepływie dwufazowym, lub też nie były do końca kompletne, żeby umożliwić dokładne obliczenia. Najważniejszą wielkością w dotychczasowym modelowaniu rozkładu poprzecznego była struktura turbulencji. Wielkość ta została z powodzeniem włączona do modelu stopnia zapełnienia przez Drew i Laheya [42, 43]. Dla założonego w pełni rozwiniętego przepływu dwufazowego autorzy byli w sta-

nie scałkować równania fazowe pędu w modelu dwupłynowym. Otrzymali następujący rozkład stopnia zapełnienia:

$$\frac{\alpha^q}{1-\alpha} = C_2 \left[\frac{K_{z_L}(r)F_r(r)}{F_z(r)} \right]^{1-q} e^{-(1-q) \int_0^r \frac{[F_\theta(r') - F_r(r')]}{rF_r(r')} dr'} \quad (5.8)$$

gdzie
$$K_{ik} = \frac{1}{2} \rho_k \overline{u_{ik}^2}$$

jest turbulentną energią kinetyczną w kierunku i dla fazy k oraz

$$F_i = \frac{\overline{u_i^2}}{\sum_j \overline{u_j^2}} \quad (5.9)$$

jest anizotropowym stosunkiem kierunkowej energii kinetycznej turbulencji fazy ciekłej do całkowitej energii kinetycznej fazy ciekłej, $q = K_{z_G}/K_{z_L}$ jest stałą proporcjonalności pomiędzy turbulentnymi energiami kinetycznymi każdej z faz, a C_2 jest stałą całkowania. Jak widać, rozkład stopnia zapełnienia zależy od struktury turbulencji w fazie ciekłej. Pomimo że wszystkie siły międzyfazowe w radialnym równaniu pędu zostały pominięte przez Drew i Laheya, to ich model miał mechanizm przewidywania zjawiska lokalnego maksimum dla wznoszącego się przepływu pęcherzykowego, jeżeli tylko właściwa struktura turbulencji fazy ciągłej była wstawiona do modelu. Następnie autorzy rozszerzyli swój model dla przepływów opadających [43]. Używając teorii drogi mieszania do modelowania naprężeń turbulentnych w fazie ciągłej, pokazali, że dla przepływów opadających rozkład poprzeczny stopnia zapełnienia osiągał lokalne maksimum w środku kanału, a nie przy ścianie.

Jak wynika z równania (5.7), turbulencja wymusza poprzeczny spadek ciśnienia, który z powodu różnic we wzdlużnych siłach bezwładności fazy ciekłej i gazowej powoduje, że faza gazowa preferencyjnie zbiera się w rejonach o niższym ciśnieniu i w ten sposób prowadzi do niejednorodnego rozkładu stopnia zapełnienia. Dodatkowo wydaje się, że siły międzyfazowe, takie jak siła oporu (ang. drag force), siła nośna (ang. lift force), siła związana z masą dodaną (ang. virtual mass force) oraz inne, jak siła Bassetta czy Faxena, działające na fazę rozproszoną, mogą odgrywać ważną rolę. W ustalonym, w pełni rozwiniętym przepływie dwufazowym w rurze bez zawirowań istnieje poprzeczna siła nośna w kierunku radialnym, jak to pokazują eksperymenty. W rozproszonych przepływach pęcherzykowych istnieje siła nośna spowodowana nierównoważonym rozkładem ciśnienia dookoła powierzchni wynikająca ze wzajemnego oddziaływania gradientu naprężeń w fazie ciekłej. Z tego powodu, w celu dokładnego opisu rozkładu poprzecznego stopnia zapełnienia autorzy zalecają, aby brać pod uwagę podczas modelowania strukturę turbulencji oraz poprzeczną siłę wyporu.

Wang i in. [39] zaproponowali modyfikację modelu Drew i Laheya [42]. Korzystając z uproszczonych wersji równań modelu dwupłynowego w postaci:

$$-\alpha \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\alpha r \tau_{rG}) - \frac{1}{r} \alpha \tau_{\theta\theta_G} + M_L = 0 \quad (5.10)$$

$$-(1-\alpha) \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} [(1-\alpha) r \tau_{rL}] - \frac{1}{r} (1-\alpha) \tau_{\theta\theta_L} - M_L = 0 \quad (5.11)$$

odpowiednio dla fazy gazowej i ciekłej. Międzyfazowa siła nośna M_L może być przedstawiona jako [42]

$$M_L = A\rho_1\alpha(u_1 - u_g) \times \nabla \times u_1 \quad (5.12)$$

Dla przypadku, gdy sferyczny pęcherzyk jest zanurzony w nielepkiem płynie (tzn. cieczy mającej nieskończoną liczbę Reynoldsa), parametr wyporu A wynosi 0,5 [42]. Dla przypadku rozwiniętego, symetrycznego przepływu w rurze, siła nośna z równania (5.12) redukuje się do postaci

$$M_L = A\rho_1\alpha(u_1 - u_g) \frac{\partial u_1}{\partial r} \quad (5.13)$$

Promieniowy rozkład ciśnienia w równaniach (5.10) i (5.11) można wyeliminować przez ich porównanie. Zakładając, że $\rho_g/\rho_1 \approx 0$, oraz wyrażając naprężenia turbulენტne w postaci:

$$\tau_{r\tau_i} = -\rho_1 \overline{g^2} \quad (5.14)$$

$$\tau_{\theta\theta_i} = \rho_1 \overline{w^2} \quad (5.15)$$

otrzymuje się

$$\frac{d(1-\alpha)}{dr} + F(r)(1-\alpha) = G(r) \quad (5.16)$$

Rozwiązaniem równania (5.16) jest funkcja

$$\alpha(r) = 1 - \left\{ (1 - \alpha_{cl}) + \int_0^r G(r'') \exp \left[\int_0^{r'} F(r') dr' \right] dr'' \right\} \exp \left[- \int_0^r F(r') dr' \right] \quad (5.17)$$

gdzie:

$$F(r) = \frac{1}{g^2} \frac{d\overline{g^2}}{dr} + \frac{1}{r} \left(1 - \frac{\overline{w^2}}{g^2} \right) \quad (5.18)$$

$$G(r) = A \left(\frac{u_g - u_1}{g^2} \right) \frac{du_1}{dr} \quad (5.19)$$

Nierozstrzygnięta pozostaje wciąż kwestia oszacowania współczynnika siły nośnej. Wang i in. [39] obliczyli go przy znajomości eksperymentalnych rozkładów $\alpha(r)$, $F(r)$, $G(r)$. Użytkali oni eksperymentalną korelację w postaci

$$A = \frac{3}{4} \frac{(u_1 - u_g)}{d_b} \frac{du_1}{dr} C_L = 0,01 + \frac{0,49}{\pi} \cot^{-1} \left(\frac{\log \xi + 9,3168}{0,1963} \right) \quad (5.20)$$

gdzie

$$\xi = e^{-\alpha} \frac{d_b}{u_R} \frac{du_1}{dr} \left(\frac{d_b}{D} \frac{1}{Re_b} \right)^2 \left(\frac{u_g}{u_\infty} \right)^2 \quad (5.21)$$

W (5.21) $Re_b = u_R d_b / \nu_l$ jest liczbą Reynoldsa pęcherzyków, $u_R = (u_g - u_l)$ jest prędkością względną, a u_∞ końcową prędkością unoszenia pęcherzyka, daną w postaci

$$u_\infty = 1,18 \left(\frac{g\sigma}{\rho_l} \right)^{1/4} \quad (5.22)$$

Przy przyjęciu członu odpowiadającego wyporowi (tzn. $A = 0$) można otrzymać wynik uzyskany przez Laheya i Drew dla $q = 0$, cytowany w [39]. Uzyskany wynik jest skomplikowany i nie ma uzasadnienia teoretycznego, gdyż wynika z uogólnienia wyników eksperymentu.

Innym podejściem do modelowania stopnia zapełnienia **jest sformułowanie odrębnego równania opisującego stopień zapełnienia**. Sposób ten polega na rozważeniu radialnego strumienia objętościowego pęcherzyków J_G , składającego się ze strumienia dyspersji pęcherzyków J_D oraz strumienia związanego z poprzeczną migracją pęcherzyków, J_W , spowodowaną siłą nośną

$$J_G = J_D + J_W \quad (5.23)$$

Strumień dyspersji pęcherzyków opisany jest w zależności od współczynnika dyfuzji pęcherzyków D_b w postaci

$$J_D = D_b \frac{\partial \alpha}{\partial r} \quad (5.24)$$

Strumień objętościowy związany z poprzeczną migracją pęcherzyków jest opisany funkcją wirowości cieczy przy braku pęcherzyków oraz prędkości względnej pęcherzyków. Ten rodzaj analizy był początkowo zaproponowany przez Bankoffa [11], a następnie modyfikowany przez Žuna [44] oraz Beyerleina i in. [45]. Strumień objętościowy związany z poprzeczną migracją pęcherzyków podany w [45] ma postać

$$J_W = F \left(\alpha, u_g - u_l, \frac{\partial u_l}{\partial r} \right) = - \frac{\alpha C_T (u_g - u_l)^2 \frac{\partial u_l}{\partial r}}{g} \quad (5.25)$$

Rozważając równania (5.23), (5.24) i (5.25), w połączeniu z równaniem zachowania masy, można otrzymać rozkład stopnia zapełnienia w przepływie pęcherzykowym. Powyższa metoda oparta jest na fizycznej interpretacji mechanizmu migracji pęcherzyków i jest dobra w przewidywaniu lokalnego maksimum w rejonie ścianki. Teoria ta pomija jednak statystyczny charakter zachowania się pęcherzyków i w związku z tym poprzeczna siła nośna uwzględnia tylko wpływ siły nośnej działającej na pojedynczy pęcherzyk, nie biorąc pod uwagę jego wymiarów.

Mając powyższe na uwadze, Kataoka i Serizawa [46] zaproponowali metodę, która traktuje statystycznie zachowanie pęcherzyków poprzez rozpatrywanie chaotycznego ruchu pęcherzyków w rejonie przyściennym. Przedstawili oni równanie opisujące objętościowy strumień fazy gazowej J_G w postaci uwzględniającej chaotyczny charakter ruchu pęcherzyków

$$J_G = \frac{1}{4} (H_- - H_+) \alpha \mathcal{G}'_b - \frac{1}{6S_b} \frac{\partial (\alpha \mathcal{G}')}{\partial r} \quad (5.26)$$

gdzie ϑ'_b oznacza fluktuacje prędkości pęcherzyków, S_b jest przekrojem kolizji pęcherzyków, które są związane ze współczynnikiem dyfuzji pęcherzyków D_b . H_+ oraz H_- są parametrami opisującymi efekty ruchu pęcherzyków w postaci:

$$H_+ = \int_{\pi/2}^{\pi} f(\theta) \sin \theta d\theta \quad (5.27)$$

$$H_- = \int_0^{\pi/2} f(\theta) \sin \theta d\theta \quad (5.28)$$

a $f(\theta)$ jest funkcją gęstości prawdopodobieństwa zenitowego kąta θ wyznaczonego przez kierunek prędkości fluktuacyjnej pęcherzyków oraz kierunek przepływu. Uważają oni, że wielkość $(H_- - H_+)$ jest związana z ruchami chaotycznymi w fazie ciekłej i dlatego jest proporcjonalna do naprężeń Reynoldsa [46]. W sposób podobny, w jaki tensor naprężeń Reynoldsa jest związany z gradientem prędkości, zaproponowano relację na parametr $(H_- - H_+)$

$$(H_- - H_+) = \frac{K\alpha D_b \frac{\partial \vartheta_1}{\partial r}}{v_1} \quad (5.29)$$

Przy innym, mechanistycznym podejściu do zagadnienia, Lahey i in. [47] wykazali, że poprzeczny rozkład stopnia zapełnienia oraz siły wyporu, jak i inne wielkości, powstają w sposób naturalny w równaniach pędu, kiedy stosuje się proces uśredniania oparty na wyodrębnionej objętości (ang. cell model averaging).

Žun i in. [48] zaproponowali inny typ podejścia do analizy stopnia zapełnienia, tj. podejście Lagrangowskie, obliczając trajektorie wybranych pęcherzyków. Droga w kierunku przepływu była oszacowana na podstawie obliczonej prędkości pęcherzyków. Droga pęcherzyków w kierunku poprzecznym była liczona z prawdopodobieństwa przemieszczenia. Przy użyciu tej metody byli oni w stanie pokazać ewolucję rozkładu stopnia zapełnienia w kierunku przepływu.

5.3. Podstawy teoretyczne modelowania stopnia zapełnienia

W ramach niniejszej pracy zaproponowano własne oryginalne podejście do modelowania stopnia zapełnienia w kanale. Zaproponowany model został wyprowadzony na podstawie analizy dotychczasowych modeli rozkładu stopnia zapełnienia. Poniżej zostaną przedstawione dwie propozycje opisu rozkładu stopnia zapełnienia fazy rozproszonej, które stanowiły podstawę budowy zaproponowanego przez autora własnego modelu.

W przedstawionym wywodzie rozważano pojedynczy pęcherzyk o średnicy d_b , umieszczony w cieczy w odległości y od pionowej ściany. Ciecz opływała pęcherzyk z niezaburzoną prędkością o kierunku równoległym do ścianki. Na pęcherzyk wywierana jest siła wyporu i z tego powodu wymuszony jest ruch pęcherzyka w cieczy. Prędkość przepływu lepkiej cieczy jest mniejsza od strony pęcherzyka bliższej ściance. W wyniku powstaje siła poprzeczna, która powoduje ruch w kierunku od ścianki. Tego typu przepływ, który ma cechy rotacyjne oraz nie jest symetryczny, jest bardzo trudny w opisie. Rozwiązania zwykle nie można uzyskać na drodze analitycznej.

Dalej zostaną przedstawione dwa modele stopnia zapełnienia, będące podstawą do modyfikacji i sformułowania własnego modelu stopnia zapełnienia.

5.3.1. Model Bankoffa

Bankoff [11], zakładając duże uproszczenie polegające na przyjęciu przepływu płaskiego dla przepływu nielepkiego, przeprowadził następującą analizę. Jeżeli płyn nielepkki opływa pęcherzyk w kształcie walca o średnicy oraz wysokości d_b , ze średnią prędkością u_1 , prędkością obrotową wokół pęcherzyka ω , to siłę poprzeczną na jednostkę długości wywieraną na pęcherzyk można zapisać jako

$$F_b = -\frac{\pi}{4} \rho_1 d_b^2 u_R \omega \quad (5.30)$$

gdzie $u_R = (u_b - u_1)$. Należy podkreślić, że Bankoff popełnił w swoich rozważaniach błąd, przyjmując, że w sile działającej na pęcherzyk występuje prędkość średnia przepływu u_1 , a nie prędkość względna pęcherzyka względem cieczy. Jeżeli cylinder jest o skończonej długości, to pojawią się zaburzenia przepływu spowodowane efektami brzegowymi, ale bez wzdłużnej składowej siły ze względu na symetrię. Siła poprzeczna (5.30) jest równoważona siłą oporu (przy założeniu równomiernego przepływu poprzecznego) odpowiadającą ruchowi laminarnemu pęcherzyka

$$-\frac{\pi}{4} \rho_1 d_b^3 u_R \omega = 3\pi\psi\mu_1 \vartheta_b d_b \quad (5.31)$$

gdzie ϑ_b jest poprzeczną prędkością pęcherzyka, a ψ jest współczynnikiem sferyczności (stosunek lepkiego oporu Stokesowskiego walca właściwego o tej samej średnicy i wysokości do kuli o tej samej średnicy). Strumień pęcherzyków w poprzek płaszczyzny równoległej do kierunku przepływu można wyrazić

$$J = c\vartheta_b = \frac{cd_b^2 u_R \omega}{12\psi\nu_1} \quad (5.32)$$

gdzie c jest koncentracją pęcherzyków. W stanie ustalonym strumień ten może być przyrównany do strumienia związanego z gradientem koncentracji pęcherzyków

$$J = J' = -D_b \frac{dc}{dy} \quad (5.33)$$

gdzie D_b jest lokalną dyfuzyjnością pęcherzyków. Bankoff rozszerzył analogię Reynoldsa na przypadek dyfuzji pęcherzyków i przyjął, że dyfuzyjność wirowa odpowiada dyfuzyjności pęcherzyków

$$\varepsilon = D_b \quad (5.34)$$

W związku z powyższym założeniem, gradient koncentracji pęcherzyków można wyznaczyć z porównania (5.32) oraz (5.33)

$$-D_b \frac{dc}{dy} = -\frac{cd_b^2 u_R \omega}{12\psi\nu_1} \quad (5.35)$$

Jeżeli przyjmie się, zgodnie z hipotezą Prandtla, że:

$$D_b = \kappa^2 y^2 \frac{du_1}{dy} \quad (5.36)$$

to wtedy gradient koncentracji można wyrazić jako

$$\frac{dc}{dy} = \frac{cd_b^2 u_R \omega}{12\psi v_1 \kappa^2 y^2 \frac{du_1}{dy}} \quad (5.37)$$

Równanie (5.37) można wtedy zapisać w postaci

$$\frac{d(\ln c)}{dy} = \frac{d_b^2}{12\psi v_1 \kappa^2} \frac{u_R \omega}{y^2 \frac{du_1}{dy}} = A \frac{u_R \omega}{y^2 \frac{du_1}{dy}} \quad (5.38)$$

Bankoff założył, że

$$\frac{\omega}{\frac{du_1}{dy}} \cong 1 \quad (5.39)$$

Gradient koncentracji odpowiada zmianie stopnia zapełnienia, można więc zapisać

$$\frac{d(\ln c)}{dy} = \frac{d(\ln \alpha)}{dy} \quad (5.40)$$

i ostatecznie otrzymujemy równanie opisujące rozkład stopnia zapełnienia w danym przekroju przepływu w zależności od prędkości przepływu cieczy

$$\frac{d\alpha}{dy} = \frac{d_b^2}{12\psi v_1 \kappa^2} \frac{\alpha u_R}{y^2} = A \frac{\alpha u_R}{y^2} \quad (5.41)$$

gdzie

$$A = \frac{d_b^2}{12\psi v_1 \kappa^2}.$$

Równanie (5.41) można rozwiązać, gdy nałożymy na przepływ określony profil prędkości.

5.3.2. Model Beyerleina

Beyerlein i in. [45] rozważali siłę działającą na pęcherzyk (wyrażoną na jednostkę objętości) w kierunku poprzecznym zdefiniowaną w postaci

$$f_m = -C_T \rho_l u_R \frac{\partial u_1}{\partial y} \quad (5.42)$$

Przyjmując, że na pęcherzyk działa w kierunku pionowym siła wyporu w postaci

$$f_b = (\rho_l - \rho_g) g \quad (5.43)$$

wyliczyli oni prędkość poziomą pęcherzyka przy znajomości kąta θ pomiędzy siłą poprzeczną, działającą na pęcherzyk, a wypadkową siłą działającą na pęcherzyk. Prędkość pozioma pęcherzyka wynosi

$$\vartheta_g = \frac{-C_T u_R^2 \frac{\partial u_1}{\partial y}}{g} \quad (5.44)$$

przy założeniu, że $\rho_1 \gg \rho_g$.

Wyrażenie opisujące poprzeczny ruch pęcherzyka zostało wyprowadzone przy uwzględnieniu sił oporu działających na pęcherzyk w kierunku poprzecznym, czyli można stwierdzić, że model Beyerleina i in. jest bardziej ogólny od modelu przedstawionego przez Bankoffa.

Analizując postać równania dyfuzji pęcherzyków (5.35) można wyprowadzić kilka ograniczeń, które stosują się do tego równania [49]. Ogólnie strumień objętościowy pęcherzyków można wyrazić jako sumę strumieni wzdłużnych (pojawiających się w przepływie rozwijającym się) oraz strumieni poprzecznych [45]

$$\vec{j} = j_{b,y} \vec{r} + j_{b,z} \vec{z} = \left(\alpha \vartheta_g - D_b \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) \vec{r} + [\alpha(u_1 + u_\infty)] \vec{z} \quad (5.45)$$

Jeżeli założymy brak produkcji pęcherzyków lub ich koalescencji w przepływie, to otrzymuje się

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0 \quad (5.46)$$

Wykorzystanie równania (5.46) prowadzi do otrzymania modelu opisującego profil stopnia zapełnienia w postaci

$$\frac{\partial \alpha}{\partial z} = - \frac{1}{r(u_1 + u_\infty)} \frac{\partial}{\partial y} \left[r \left(\alpha \vartheta_g - D_b \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) \right] \quad (5.47)$$

Rozwiązanie równania (5.47) pozwala znaleźć zmiany stopnia zapełnienia wraz z rozwojem przepływu. Równanie (5.47) powstało przy założeniu, że rozbieg hydrauliczny jest już zakończony ($\partial u_1 / \partial z = 0$), a nie skończył się proces dyfuzji masy, czyli rozbiegu stopnia zapełnienia. Do obecnych rozważań zakładamy, że rozpatrujemy długi kanał ($\partial \alpha / \partial z = 0$). Równanie (5.47) sprowadza się wówczas do postaci

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[r \left(\alpha \vartheta_g - D_b \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) \right] = 0 \quad (5.48)$$

które po scałkowaniu ma postać

$$\alpha \vartheta_g - D_b \frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{C}{r} \quad (5.49)$$

Można wykazać, że stała $C = 0$ w równaniu (5.49). Jest to sytuacja, gdy występuje brak generacji strumienia pęcherzyków na ściance (w innym przypadku należałoby rozpatrywać proces wrzenia). Równanie (5.49) przyjmuje postać

$$\alpha \vartheta_g - D_b \frac{\partial \alpha}{\partial y} = 0 \quad (5.50)$$

Jest to postać identyczna z tą, którą zaproponował Bankoff [11]. Z analizy równania (5.50)

wynika, że wpływ na istnienie lokalnego minimum może mieć również postać wyrażenia opisującego dyfuzję pęcherzyków D_b . Beyerlein i in. [45] przyjęli, że dyfuzja pęcherzyków jest proporcjonalna do dyfuzji wirowości, w następujący sposób:

$$D_b = K_b \varepsilon_{mTP} \quad (5.51)$$

gdzie $K_b = 0,3$. Wirowość ε_{mTP} jest wyrażona jako

$$\varepsilon_{mTP} = (1 - \alpha)(\varepsilon_1 + \alpha \varepsilon_g) \quad (5.52)$$

gdzie dyfuzja pędu cieczy opisana jest zależnością

$$\varepsilon_1 = \kappa \frac{R}{6} \left(\frac{\tau_w}{\rho_l} \right)^{1/2} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \left[1 + 2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (5.53)$$

a dyfuzja pęcherzyków w pobliżu ścianki jako

$$\varepsilon_g = K_G \alpha \frac{d_b}{2} u_\infty \quad (5.54)$$

gdzie $K_G = 1$. Przyjęta postać wyrażenia (5.53) powoduje, że możliwe jest osiągnięcie lokalnego minimum również w pobliżu ścianki.

Rozdział 6

KONCEPCJA WŁASNEGO MODELU PRZEPLYWU

Jak wynika z poprzednich rozdziałów wprowadzających, modelowanie przepływów dwufazowych, nawet tych pozornie najprostszych, jak przepływy pęcherzykowe, jest skomplikowane oraz wymaga zastosowania zaawansowanych metod numerycznych, umożliwiających rozwiązanie złożonych układów równań różniczkowych cząstkowych. Dodatkową niedogodnością jest również brak solidnych i pewnych równań zamknięcia, bez których modele matematyczne przepływu tracą swoją wartość. W związku z powyższym wydaje się, że główny nurt poszukiwań i badań w zakresie modelowania przepływu dwufazowego powinien być skierowany na lepsze poznanie fizyki zjawisk, które mają miejsce w przepływie dwufazowym. Rozpoznanie fizyki zjawisk doprowadziłoby do stworzenia poprawionego modelu przepływu dwufazowego opisującego rozkład fazy rozproszonej w przepływie.

W niniejszej pracy skoncentrowano się na poznaniu podstaw fizycznych rządzących rozkładem fazy rozproszonej w przepływie pęcherzykowym na płycie pionowej oraz w rurze pionowej, czyli dla przypadków podstawowych. Zaproponowano własne podejście do modelowania przepływu dwufazowego oraz rozkładu stopnia wypełnienia, przy uwzględnieniu wpływu sił wyporu w przepływie pęcherzykowym. Przedstawiono także własny pogląd na wytłumaczenie zjawisk grupowania się pęcherzyków w okolicy ścianki i rdzenia przepływu, czyli odpowiednio maksimum przy ściance i maksimum w rdzeniu.

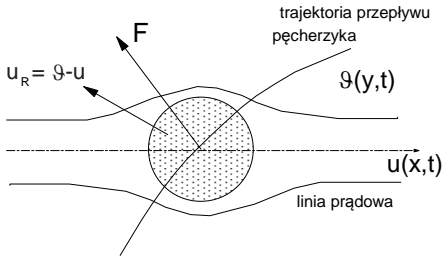
6.1. Model dwufazowego przepływu pęcherzykowego

W analizie dotyczącej modelu przepływu dwufazowego poczyniono następujące założenia:

1. Turbulencja istnieje tylko w fazie ciągłej.
2. Faza rozproszona (pęcherzyki) zajmuje pewną objętość kanału i wpływa na pęd oraz turbulencję fazy ciągłej. Wewnątrz pęcherzyków nie odbywa się ruch fazy gazowej.
3. Oddziaływanie granicy rozdziału faz jest pomijalne.
4. Przyjmuje się, że zmiana turbulencji wywołana obecnością fazy rozproszonej jest scharakteryzowana dyssypacją energii przez nią spowodowaną.
5. Ruch płynu jest ustalony.
6. Prędkość pęcherzyka oraz siła oporu działająca na pęcherzyk są kolinearne.
7. Powierzchniowy stopień wypełnienia jest równy objętościowemu stopniowi wypełnienia.

W przedstawionych badaniach zakłada się, że **całkowita energia dyssypacji w przepływie ekwiwalentnym jednofazowym, e_e , jest sumą dyssypacji spowodowanej naprężeniami ścinającymi pęcherzykowego przepływu dwufazowego, e_{TP} , oraz dyssypacją pochodzącą od obecności pęcherzyków, e_b , w postaci**

$$e_e = e_{TP} + e_b \quad (6.1)$$



kanalu, zdefiniowanego jako stosunek objętości zajmowanej przez fazę rozproszoną do objętości kontrolnej.

Rys. 6.1. Uogólniony schemat ruchu pęcherzyka w polu prędkości

Zdefiniujemy właściwą **dyssypację energii przepływu pęcherzyków** w przepływie dwufazowym jako stosunek mocy dyssypowanej przez pęcherzyki w objętości kontrolnej. Moc dyssypowaną przez pęcherzyki można wyrazić za pomocą iloczynu siły oporu działającej na pęcherzyk oraz prędkości pęcherzyka względem fazy ciągłej. Przyjmujemy, że na pęcherzyk działa tylko uogólniona siła oporu w postaci siły aerodynamicznej. Przyjmując powyższe założenia, **dyssypację energii na skutek obecności pęcherzyków** w przepływie dwufazowym można przedstawić jako

$$e_b = \frac{N}{V} = \frac{nF_b u_R}{V} = \frac{6\alpha F_b u_R}{\pi d_b^3} = \frac{3}{4} \frac{\alpha \rho_l C_D u_R^3}{d_b} \quad (6.2)$$

Współczynnik oporu aerodynamicznego C_D , jest ogólnie rzecz biorąc, funkcją liczby Reynoldsa pęcherzyków oraz stopnia zapełnienia kanału, co można zapisać jako

$$C_D = C_D \left(\frac{u_R d_b}{\nu_l}, \alpha \right) = C_D(Re_b, \alpha) \quad (6.3)$$

W celu obliczenia C_D dla przepływu pęcherzykowego, można użyć zależności podanej w [50], obowiązującej zarówno dla przepływu laminarnego, jak i turbulentnego pęcherzyków w zakresie zmienności liczb Reynoldsa $0,2 < Re_b < 800$:

$$C_D = \frac{24}{Re_b} \left(1 + 0,15 Re^{0,687} \right) \quad (6.4)$$

Prędkość względną pęcherzyka obecną w równaniach (6.2) i (6.3) można wyznaczyć na wiele sposobów.

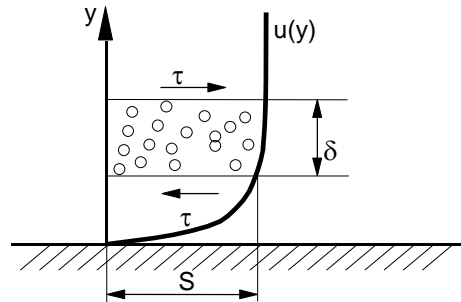
- Dla danego stopnia zapełnienia α i dynamicznego stopnia suchości x (ang. quality) można wyznaczyć średni poślizg pęcherzyka, a z niego prędkość względną pęcherzyka, $u_R = u_g - u_l$.
- Może być ona wyznaczona dla warunków lokalnych z równania ruchu dla pęcherzyka, np. równości siły wyporu i siły aerodynamicznej. Zagadnienie to będzie dyskutowane w dalszej części pracy.

Przeanalizujmy **dyssypację energii spowodowaną ruchem turbulentnym cieczy**. Dyssypacja energii przepływu dwufazowego w objętości kontrolnej warstwy przyściennej wyraża się przez stosunek naprężeń stycznych w fazie ciągłej i współczynnika lepkości

turbulentnej. Z kolei naprężenia styczne w przekroju warstwy przyściennej można wyrazić w zależności od stopnia zapelnienia kanału. W konsekwencji dyssypacja energii przepływu dwufazowego przypadająca na jednostkę objętości cieczy (faza gazowa uważana jest za „pustkę”) wyraża się następującym równaniem:

$$e_{TP} = \frac{N_{TP}}{V} = \frac{\tau_{TP} S w_{TP}}{S \delta} = \frac{\tau_{TP} w_{TP}}{\delta} \quad (6.5)$$

gdzie τ_{TP} określają naprężenia styczne w przepływie dwufazowym, a S jest powierzchnią boczną kanału, na której działają naprężenia styczne, rys. 6.2. Wyrażenia te obowiązują zarówno dla warstwy przyściennej, jak i przepływu w rdzeniu. Jak wiemy, w przepływie turbulentnym można wyodrębnić trzy strefy. Pierwsza strefa to podwarstwa laminarna. W przypadku, gdy założymy, że naprężenia styczne są stałe w podwarstwie laminarnej, to można je przyjąć jako równe naprężeniom na ściance kanału. Dla podwarstwy laminarnej zachodzi zależność



Rys. 6.2. Rozkład naprężeń w warstwie z pęcherzykami

$$\tau_w = \mu_l \frac{w_{TP}}{\delta_h} \quad (6.6)$$

gdzie μ_l oznacza współczynnik lepkości dynamicznej cieczy, a δ_h jest grubością laminarnej hydraulicznej warstwy przyściennej. Następnie można wyróżnić w przepływie turbulentnym **warstwę buforową oraz rdzeń turbulentny**. Uogólniając wyrażenie dotyczące naprężeń stycznych w podwarstwie laminarnej na dowolną warstwę wyodrębnioną z przepływu można zapisać, że naprężenia styczne przepływu dwufazowego są proporcjonalne do współczynnika lepkości turbulentnej oraz prędkości fazy ciekłej, a odwrotnie proporcjonalne do grubości wyodrębnionej warstwy

$$\tau_{TP} = \mu_t \frac{w_{TP}}{\delta} \quad (6.7)$$

Wykorzystując (6.7) dla każdej warstwy wyodrębnionej z przepływu i wprowadzając do (6.5), otrzymuje się dla przepływu ścinającego

$$e_{TP} = \frac{\tau_{TP}^2}{\mu_t} = \frac{(1-\alpha)^2 \tau_1^2}{\mu_t} \quad (6.8)$$

W równaniu (6.8) występuje współczynnik lepkości turbulentnej μ_t . Można go modelować przy użyciu bardzo skomplikowanych modeli turbulencji, jak też i tych bardziej prostych, np. Prandtla. Rozważania przeprowadzone zostaną w pierwszej kolejności na najprostszym z modeli turbulencji, modelu Prandtla. Model ten w przypadku przepływów jednofazowych odgrywa bardzo pozytywną rolę jako narzędzie umożliwiające uzyskanie rozwiązań analitycznych dla pola prędkości, dla prostych rodzajów przepływu, jak np. przepływ w warstwie przyściennej lub w rurze. Ponadto, jest to model bardzo prosty w zastosowaniu.

W rozpatrywanym przypadku profil prędkości nie osiąga maksimum poza rdzeniem przepływu; gdyby było inaczej, dyskwalifikowałoby to przyjęty do rozważań model turbulencji Prandtla. W opinii autora sięganie po bardziej skomplikowane narzędzia typu bardziej rozbudowanych modeli turbulencji powinno się odbywać tylko w przypadku, gdy prostsza teoria zawodzi lub spodziewamy się, że bardziej skomplikowany model jest w stanie uzupełnić braki modelowania modelem prostszym. Dyfuzyjność wirowa w modelu Prandtla ma postać

$$\varepsilon = l_m^2 \frac{du}{dy} \quad (6.9)$$

gdzie droga mieszania $l_m = \kappa y$, a naprężenia turbulentne jako

$$\tau_t = -\overline{\rho uv} = \mu_t \frac{du_1}{dy} = \rho_1 l_m^2 \left(\frac{du_1}{dy} \right)^2 \quad (6.10)$$

Przyjęto pojęcie przepływu dwufazowego ekwiwalentnego, za który uważany jest przepływ o właściwościach przepływu jednofazowego, ale ujmujący cechy przepływu dwufazowego. Zdefiniujemy energię dyssypacji przepływu ekwiwalentnego, zastępującego przepływ dwufazowy pęcherzykowy, jako moc traconą na opory przepływu przez dowolną warstwę wyodrębnioną z profilu prędkości przepływu dwufazowego odniesioną do objętości kontrolnej, rys. 6.2. Dyssypację energii ekwiwalentnego przepływu dwufazowego w objętości kontrolnej dowolnej warstwy wyodrębnionej z przepływu można zapisać, analogicznie do (6.8), jako:

$$e_e = \frac{\tau_e^2}{\mu_t} \quad (6.11)$$

Podstawiając wyrażenia (6.2), (6.7), (6.8) i (6.11) do równania (6.1), otrzymuje się zależność wiążącą naprężenia styczne w przepływie dwufazowym z naprężeniami turbulentnymi fazy ciągłej (cieczy) oraz energią dyssypacji pochodzącą od obecności pęcherzyków gazowych w przepływie w postaci

$$\frac{\tau_e^2}{\mu_t} = \frac{(1-\alpha)^2 \tau_1^2}{\mu_t} + \frac{3}{4} \frac{\alpha \rho_1 C_D u_R^3}{d_b} = \frac{\tau_{TP}^2}{\mu_t} + \frac{\tau_b^2}{\mu_t} \quad (6.12)$$

gdzie τ_b oznacza naprężenia pochodzące od obecności pęcherzyków gazowych. Wyrażając naprężenia turbulentne poprzez (6.6), otrzymuje się

$$\frac{\tau_e^2}{\mu_t} = \frac{(1-\alpha)^2 \rho^2 l_m^4 \left(\frac{du}{dy} \right)^4}{\mu_t} + \frac{3}{4} \frac{\alpha \rho_1 C_D u_R^3}{d_b} \quad (6.13)$$

a po uproszczeniach

$$\tau_e^2 = (1-\alpha)^2 \rho^2 l_m^4 \left(\frac{du}{dy} \right)^4 + \frac{3}{4} \frac{\alpha C_D u_R^3}{D_b} \mu_t \rho_1 \quad (6.14)$$

Wyrażenie to spełnia warunki graniczne, tzn. gdy stopień zapełnienia $\alpha = 0$, wówczas występuje przepływ jednofazowy tylko fazy ciekłej, a gdy $\alpha = 1$ przepływ samych tylko

pęcherzyków (przypadek teoretyczny). Powyższy wynik można zapisać w postaci ogólnej, który jest podstawą pozostałych wyprowadzeń w niniejszej pracy, a mianowicie, że **naprężenia w przepływie dwufazowym są sumą kwadratów naprężeń pochodzących od naprężeń turbulentnych w cieczy oraz od oddziaływań pęcherzyków na turbulencję w przepływie cieczy**

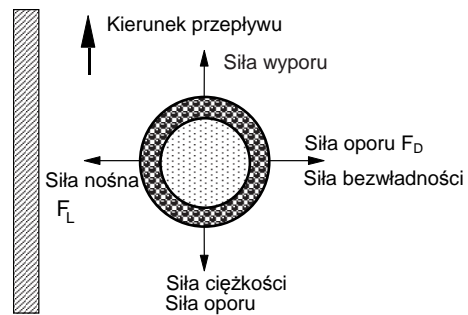
$$\tau_e^2 = \tau_{TP}^2 + \tau_b^2 \quad (6.15)$$

Wynika to bezpośrednio z równania (6.12). Jest to więc rozszerzenie dotychczasowych heurystycznych założeń wielu autorów [23, 27, 29], którzy zakładają ten związek jako liniowy. Prace własne autora dotyczące zagadnienia nowego modelu przepływu dwufazowego zawarte są w [51, 52, 53, 54].

6.2. Mechanizm przemieszczania się pęcherzyków

Równanie (6.14) opisuje dwufazowy przepływ pęcherzykowy, ale do jego rozwiązania wymagana jest znajomość rozkładu fazy rozproszonej w kanale, α , jak również rozkładu naprężeń, τ_e .

Z badań eksperymentalnych przepływów pęcherzykowych, w pełni rozwiniętych w rurach pionowych, wynika, że rozkład fazy rozproszonej w przekroju poprzecznym kanału jest efektem porównania oddziaływania siły poprzecznej na pęcherzyk z siłą oporu poprzecznego [26]. W uproszczeniu na międzyfazową wymianę pędu składają się siły oporu przepływu, wyporu, mas wirtualnych oraz ciśnienie międzyfazowe. Wpływ sił pochodzących od mas wirtualnych oraz ciśnienia międzyfazowego rozpatruje się w przypadku przepływów rozwijających się i nieustalonych w czasie. Układ charakterystycznych sił działających na pęcherzyk będący w ruchu przedstawiono na rys. 6.3.



Rys. 6.3. Siły działające na pęcherzyk

W niniejszej pracy analizowany jest w pełni rozwinięty przepływ pęcherzykowy w warunkach ustalonych. Zakłada się, że poprzeczna siła nośna F_L jest równoważona poprzeczną siłą oporu F_D oraz siłą bezwładności, rys. 6.3. Równanie bilansu pędu pęcherzyka przyjmuje postać

$$m_b \frac{d\vartheta_b}{dt} = F_L - F_D, \quad (6.16)$$

gdzie ϑ_b oznacza prędkość ruchu poprzecznego pęcherzyka, a m_b jest masą wirtualną pęcherzyka i jest modelowana tu jako połowa objętości pęcherzyka o gęstości przemieszczonej wraz z nim cieczy. Zgodnie z [55], poruszający się pęcherzyk wprawia w ruch otaczającą go ciecz. Przyjmując, że połowa objętości pęcherzyka o gęstości otaczającego płynu bierze udział w ruchu, rozpatrujemy tzw. jego masę wirtualną (rzeczywistą), jako pochodzącą od ruchu związanej z nim cieczy. Oczywiście masa pęcherzyka gazowego jest pomijalnie mała w porównaniu z masą cieczy. Masę pęcherzyka wraz z poruszającą się z nim

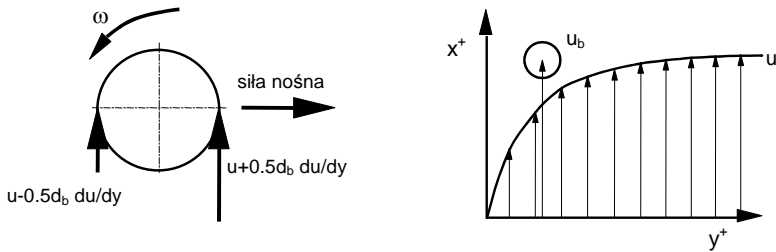
cieczą obliczono jako ciekłą warstwę cieczy otaczającą pęcherzyk o grubości δ . Wyznaczono, że szukana masa wynosi $\rho_1 \pi d_b^3 / 12$ [56]. W pierwszej kolejności zajmijmy się poprzeczną siłą nośną działającą na pęcherzyk, którą wyrażamy za pomocą równania

$$F_L = C_L \frac{\pi}{6} \rho_1 d_b^3 u_R \omega \quad (6.17)$$

W większości badań prezentowanych w literaturze [44, 45] prędkość względna pęcherzyków, u_R , jest modelowana jako prędkość wznoszenia pęcherzyków w spokojnej cieczy, $u_R = u_b - u_1 \approx u_\infty$. Zależność ta jest adekwatna tylko dla małych stopni zapelnienia. W niniejszej pracy przyjęto również to założenie, ale w rozdziale 8 przedstawiono dodatkowo kilka spostrzeżeń dotyczących ruchu względnego pęcherzyka.

6.2.1. Pierwsza składowa prędkości obrotowej pęcherzyków

Celem wyznaczenia siły nośnej działającej na pęcherzyk należy wyznaczyć prędkość obrotową pęcherzyka ω . Tradycyjnie rozpatruje się prędkość obrotową pęcherzyków jako wynik poprzecznego rozkładu profilu prędkości, rys. 6.4.



Rys. 6.4. Pęcherzyk w polu prędkości opływającej go cieczy

Prędkość kątową rozważanego pęcherzyka wynikającą z oddziaływania pola prędkości przyjmuje się jako

$$\omega = \frac{2\Delta u_L}{d_b} \cong 2 \frac{\partial u_L}{\partial y}$$

Powyżej zdefiniowana prędkość kątowa nie zmienia znaku, z uwagi na monotoniczny rozkład prędkości u_1 . W przypadku rzeczywistym wartość prędkości kątowej ω może się różnić od wartości podanej powyższą zależnością z tego powodu, że nie wszystkie punkty na powierzchni pęcherzyka generują jego obrót i wprowadza się odpowiedni współczynnik korygujący C [45]. Wówczas

$$\omega = C \frac{\partial u_1}{\partial y}$$

6.2.2. Druga składowa prędkości obrotowej pęcherzyków

Istnieje także i inny wpływ na prędkość obrotową pęcherzyka, który jak dotychczas nie był rozważany w literaturze. Spowodowany jest on faktem, że gdy pęcherzyk porusza się na przykład do góry, to zwalnia on przestrzeń, która jest następnie wypełniana cieczą wypchniętą sprzed czoła tegoż pęcherzyka. Ruch tej cieczy w dół powoduje dodatkową składową prędkości obrotowej pęcherzyków. Jeżeli rozpatrujemy n pęcherzyków w danej objętości, to – przy założeniach poczynionych w niniejszej pracy o braku oddziaływań pęcherzyków między sobą – na każdy z nich przypada wymaginowany kanał o powierzchni $1/n$ [57, 58, 59]. Przyporządkowane powierzchnie kanałów są różne ze względu na fakt, że w kanale istnieje rozkład poprzeczny fazy rozproszonej, rys. 6.5. Wynika stąd, że każdy przekrój kanału ma różną powierzchnię, a więc i prędkość powrotna cieczy ma swój rozkład w poprzek kanału.

Dla wybranego, wymaginowanego kanału z pęcherzykiem można zapisać równanie ciągłości, dla wybranej objętości kontrolnej w postaci:

$$u_R dt (1 - \alpha) A_k + \frac{\pi d_b^2}{4} dx = 0 \quad (6.18)$$

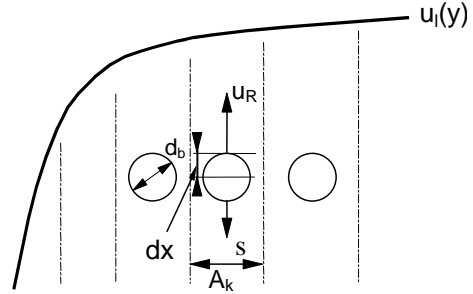
Jeżeli zdefiniujemy stopień zapełnienia jako pole rzutu pęcherzyka do pola przekroju odpowiedniego kanału,

$$\alpha = \frac{\pi d_b^2}{4A_k}$$

wtedy z równania (6.18) można wyprowadzić prędkość cieczy w kierunku przeciwnym do ruchu wznoszącego cieczy $s = dx/dt$

$$s = -\frac{\alpha}{1 - \alpha} u_R \quad (6.19)$$

Prędkość zdefiniowana równaniem (6.19), zależna od rozkładu stopnia zapełnienia $\alpha(y)$, daje kolejną prędkość obrotową, która sumuje się algebraicznie z prędkością obrotową z równania (6.17). W zależności od rozkładu koncentracji prędkość ta, w różnych obszarach przepływu, działa w tym samym lub przeciwnym kierunku, co rotacja pochodząca od profilu prędkości, odzwierciedlając w rezultacie zjawisko grupowania się pęcherzyków, czyli tzw. maksimum w rdzeniu czy maksimum przy ściance. W przypadku istnienia dwóch prędkości obrotowych o przeciwnych znakach, obserwujemy ruch pęcherzyka w poprzek kanału w kierunku ścianki lub odwrotnie. Rozmiar pęcherzyka, tj. jego średnica, jest głównym czynnikiem powodującym ruch pęcherzyka w jedną lub w drugą stronę, tzn. dla pewnego zakresu średnic pęcherzyka ruch odbywa się w kierunku do ścianki, a dla innego od ścianki. Żun [44] potwierdził tego typu zjawisko i stwierdził doświadczalnie, że w zakresie średnic pęcherzyków od 0,8 mm do 5 mm występuje maksimum przy ściance w przepływie



Rys. 6.5. Schemat opływu pęcherzyków przy zmieniającym się rozkładzie koncentracji

wznoszącym, podczas gdy dla innych średnic występuje maksimum w rdzeniu przepływu. Obecność drugiej prędkości obrotowej, zdaniem autora, wyjaśnia tego typu zachowania pęcherzyków. Wypadkowa prędkość obrotowa działająca na pęcherzyk składa się więc z dwóch składników, tj. $\omega = \omega_1 + \omega_2$, gdzie ω_1 jest zdefiniowana równaniem

$$\omega_1 = \frac{2\Delta u_1}{d_b} \cong 2 \frac{\partial u_1}{\partial y}$$

a ω_2 jest zdefiniowana jako

$$\omega_2 = \frac{2\Delta s}{d_b} \cong 2 \frac{\partial s}{\partial y} \quad (6.20)$$

W związku z powyższym należy uwzględnić w wyrażeniu opisującym siłę nośną, (6.17), wypadkową prędkość obrotową działającą na pęcherzyk, składającą się z dwóch składników, tj. $\omega = \omega_1 + \omega_2$.

Siłę oporu ruchu poprzecznego pęcherzyka zapisujemy w postaci

$$F_D = C_D A \frac{\rho_1 \vartheta_b^2}{2} = C_D \frac{\pi d_b^2 \rho_1 \vartheta_b^2}{8} \quad (6.21)$$

Należy teraz odpowiednio zdefiniować współczynnik oporu i wyznaczyć z (6.16) prędkość poprzeczną pęcherzyków, ϑ_b . Gdy podstawimy wartość C_D obowiązującą dla ruchu laminarnego, tj. $C_D = 24/Re_b$, to otrzymamy w wyniku Stokesowską siłę po prawej stronie równania (6.17). W tabeli 6.1 przedstawiono wybrane korelacje obowiązujące dla różnych charakterów przepływu. W dalszych rozważaniach wykorzystuje się przede wszystkim zależność obowiązującą dla przepływu przejściowego, gdyż w takim zakresie, przede wszystkim, przeprowadzona była większość badań eksperymentalnych.

Jak już nadmieniono wcześniej, w niektórych przypadkach eksperymentalnych stwierdzono, że w przepływie występuje zmiana znaku siły poprzecznej [6, 26, 60]. Jak dotychczas nieznaną jest przyczyna tego faktu. Analizowano szereg możliwości. W przypadku przepływów pęcherzykowych uważa się, że najbardziej możliwą przyczyną jest deformacja pęcherzy. Przedstawiony model wyjaśnia to zjawisko na podstawie dwóch składowych prędkości obrotowej, jak to opisano powyżej.

Tabela 6.1

Współczynniki oporu dla opływu kuli

Charakter przepływu	$C_D = f(Re_b)$	Zakres Re_b
laminarny	$\frac{24}{Re_b}$	$0 \div 0,5$
przejściowy	$\frac{24}{Re_b} (1 + 0,15 Re_b^{0,687})$	$0,5 \div 800$
turbulentny	0,44	$800 \div \infty$

Proponowany w niniejszej pracy, zawierający dwie prędkości obrotowe, model posiada mechanizmy wewnętrzne umożliwiające wytłumaczenie tego zjawiska w prosty sposób. Z równania (6.16) wyznacza się równanie różniczkowe opisujące rozkład prędkości poprzecznej

$$\frac{d \vartheta_b}{d y} = \frac{36 v_1}{d_b^2} \left(1 + 0.15 \text{Re}_b^{0.687} \right) - \frac{4 C_L u_R}{\vartheta_b} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial y} \right) - \frac{u_R}{(1-\alpha)^2} \frac{d \alpha}{d y} \right] \quad (6.22)$$

Analizując wyrażenie (6.22), można stwierdzić, że pierwsza prędkość obrotowa ma szczególny wpływ w okolicy ścianki, gdzie gradient prędkości jest największy i w związku z tym wpływ zmienności składowej prędkości jest znaczny. Na podstawie analizy danych eksperymentalnych stwierdzono, że wpływ ten należy rozpatrywać do odległości od ścianki, wyrażonej w sposób bezwymiarowy, równej $y^+ < 100$. W przypadku obliczeń przepływu pęcherzykowego nie czynimy dużego błędu, używając gradientu prędkości w cieczy do wyznaczenia profilu prędkości w okolicy ścianki. Natomiast stosowanie takiego gradientu w rdzeniu przepływu, gdzie profil prędkości jest zmodyfikowany i spłaszczony, na skutek obecności pęcherzyków, wprowadza duże błędy i lepiej jest po prostu wyłączać ten człon z obliczeń celem zmniejszenia trudności numerycznych. Z drugiej strony druga prędkość obrotowa jest „aktywna” na całej szerokości przepływu, z tym że z powodu istnienia rozkładu prędkości pęcherzyków względem cieczy jest bardziej aktywna również w okolicy ścianki, niemniej ma dominujący wpływ na rozkład fazy rozproszonej w całym przekroju kanału.

Wyrażenie (6.22) zawiera dwie niewiadome, a mianowicie prędkość poprzeczną pęcherzyków ϑ_b oraz stopień zapełnienia α . Celem wyznaczenia obu tych wielkości wymagane jest dodatkowe równanie, które związałoby te niewiadome. Takim równaniem jest równanie dyfuzji pęcherzyków w kierunku prostopadłym do przepływu cieczy, które wprowadzono już wcześniej w rozdziale 5, równanie (5.50), ale dla ciągłości wywodu zostanie ono przytoczone jeszcze raz

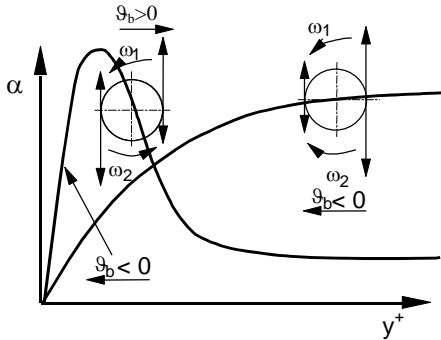
$$\alpha \vartheta_b = -D_b \frac{d \alpha}{d y} \quad (6.23)$$

Jako że w dalszej analizie rozpatruje się równania w postaci bezwymiarowej, to równania (6.22) i (6.23) przedstawione zostaną również w postaci bezwymiarowej dla przypadku przepływu turbulentnego, w którym uwzględniono turbulencję, stosując model drogi mieszania Prandtla.

$$\frac{d \vartheta_b^+}{d y^+} = \frac{3}{2} \frac{C_D}{\text{Re}_b} \frac{u_R^2}{u_\tau^2} - \frac{4 C_L u_R}{\vartheta_b^+ u_\tau} \left[\left(\frac{\partial u_1^+}{\partial y^+} \right) + \frac{\alpha}{(1-\alpha)^2} \frac{u_R}{u_\tau} \vartheta_b^+ \right] \quad (6.24)$$

$$\alpha \vartheta_b^+ = -\kappa y^+ \frac{d \alpha}{d y^+} \quad (6.25)$$

Zajmijmy się teraz zjawiskiem grupowania pęcherzyków w okolicy ścianki, czyli maksimum przy ściance (rys. 6.6). Zjawisko to polega na tym, że w przekroju przepływu w pobliżu ścianki występuje maksimum stopnia zapełnienia. Aby taki fakt mógł mieć miejsce, to musi nastąpić zmiana znaku gradientu stopnia zapełnienia i pochodna $(\partial \alpha / \partial y)$ musi przyjąć wartość zero. Wynika to stąd, że stopień zapełnienia przyjmuje zawsze wartości dodatnie, jak również i współczynnik dyfuzji pęcherzyków. Żeby mogła zajść zmiana znaku gradientu stopnia zapełnienia, to z (6.23) wynika, że musi nastąpić zmiana znaku wypadkowej prędkości obrotowej pęcherzyków. Jest to możliwe jedynie w przypadku, gdy poprzeczna prędkość pęcherzyków zmieni znak. Postać równania (6.22) umożliwia, przynajmniej teoretycznie, spełnienie wymaganego warunku, czyli zmianę znaku prędkości kąto-



Rys. 6.6. Wpływ koncentracji pęcherzyków na ruch poprzeczny

dotychczas prezentowane w literaturze przedmiotu, niezawierające dodatkowego składnika prędkości obrotowej, nie było w stanie uwzględnić tego typu zmian. Pożądany efekt uzyskiwano, wprowadzając „sztuczny” współczynnik siły nośnej C_L , który dla pewnych wartości liczby Reynoldsa pęcherzyków zmieniał znak [6, 26, 60], zgodnie z zależnością (4.25), co oczywiście nie miało uzasadnienia fizycznego.

Zagadnienie typu maksimum w rdzeniu jest dużo prostsze do wytłumaczenia, gdyż w tym przypadku występuje monotonicznie rosnący gradient stopnia zapełnienia, co implikuje z przedstawionej teorii, że prędkość poprzeczna jest ujemna, czyli skierowana do ścianki. Różnica prędkości obrotowych ($\omega_1 - \omega_2$) ma stale ten sam znak, a stopień zapełnienia osiąga maksimum w rdzeniu przepływu, tj. na granicy warstwy przyściennej lub w osi kanału.

Zagadnienie sił działających na pęcherzyk było analizowane przez autora w pracach [61, 62, 63, 64, 65, 66].

6.2.3. Modelowanie efektu masy dodanej w ruchu obrotowym pęcherzyka

Dotychczas zajmowano się w prezentowanej pracy pęcherzykiem w przepływie nielepkiej cieczy. Oczywiście jest to uproszczenie, gdyż w każdej cieczy rzeczywistej występują naprężenia styczne, które powodują zmniejszanie prędkości obrotowej. W związku z tym należy zmodyfikować prędkość obrotową obracającego się pęcherzyka. Bilans sił działających na pęcherzyk można zapisać w postaci

$$M_0 + \frac{d}{dt}(J\omega) = 0 \quad (6.26)$$

gdzie M_0 jest momentem oporowym, jakiego doznaje pęcherzyk podczas rotacji, J – momentem bezwładności układu pęcherzyk–ciecz względem środka masy, ω – prędkością obrotową środka masy. Aczkolwiek na pęcherzyk działają inne siły, to jednak nie powodują one momentu sił względem środka masy. Moment oporu obrotu pęcherzyka względem jego środka masy można wyznaczyć z zależności podanej przez Lamba [67]

$$M_0 = \pi d_b^3 \mu_1 \omega \quad (6.27)$$

wej ω . W przypadku przepływu, gdzie występuje maksimum stopnia zapełnienia w okolicy ścianki, wówczas w zakresie od ścianki do maksimum mamy do czynienia z rosnącym silnie stopniem zapełnienia, co – aby było zgodne z (6.23) – implikuje ujemną wartość prędkości poprzecznej. Z drugiej strony, za maksimum, idąc w kierunku rdzenia przepływu, mamy do czynienia z funkcją malejącą stopnia zapełnienia, co wymaga, aby prędkość poprzeczna była dodatnia w tym regionie, rys. 6.6. Przedstawione w ten sposób wyjaśnienie zjawiska maksimum przy ściance nie miało dotychczas miejsca w literaturze. Podejścia do modelowania rozkładu stopnia zapełnienia,

gdzie prędkość obrotowa jest wypadkową prędkością działającą na pęcherzyk, tzn. w rozpatrywanym przypadku – sumę algebraiczną prędkości kątowych, $\omega_1 + \omega_2$. Powołując się na prace Madejskiego [55] oraz Lamba [67], możemy stwierdzić, że bezwładność pęcherzyka jest powiększona o połowę objętości pęcherzyka o gęstości przemieszczonej cieczy, którą możemy wyrazić jako cienką warstwę cieczy otaczającą pęcherzyk o grubości δ , skąd szukana masa wynosi $\rho_1 \pi d_b^3 / 12$. Jeżeli przyrównamy zależność $\rho_1 \pi d_b^2 \delta = \rho_1 \pi d_b^3 / 12$, to uzyskamy stąd grubość modelowanej warstwy cieczy jako $\delta = d_b / 12$ [56, 67]. Wynika stąd, że rozważany film cieczowy jest bardzo cienki. Moment bezwładności pęcherzyka gazowego względem środka masy wynosi

$$J_b = \frac{m d_b^2}{10} = \frac{\pi d_b^5 \rho_g}{60} \quad (6.28)$$

Moment bezwładności cieczy modelowanej jako wydrążona kula wynosi więc

$$J_L = \frac{2}{5} m \frac{(d_b + \delta)^5 - d_b^5}{(d_b + \delta)^3 - d_b^3} \cong \frac{\pi d_b^5 \rho_l}{120} \quad (6.29)$$

Całkowity moment bezwładności pęcherzyka wynosi

$$J = J_b + J_L = \frac{\pi d_b^5 \rho_l}{60} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} + \frac{1}{2} \right) \cong \frac{\pi d_b^5 \rho_l}{120} \quad (6.30)$$

Zapiszmy w nieco innej postaci równanie bilansu sił działających na pęcherzyk

$$J \frac{d\omega}{dy} \frac{dy}{dt} = -M_0 \quad (6.31)$$

Pochodna dy/dt wyraża prędkość poprzeczną pęcherzyka, \mathfrak{V}_b . W wyniku całkowania powyższego wyrażenia możemy otrzymać zmianę prędkości obrotowej pęcherzyka w funkcji odległości od ścianki, która uwzględni istniejące w przepływie naprężenia ścinające cieczy. Opisuje to zależność

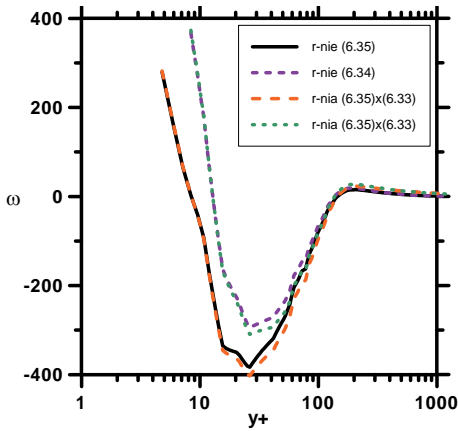
$$\omega = \omega_0 \exp \left(\frac{\pi d_b^3 \mu_l}{J} \int_0^y \frac{dy}{\mathfrak{V}_b(y)} \right) \quad (6.32)$$

Celem wyrobienia sobie poglądu na wpływ sił bezwładności na prędkość obrotową pęcherzyka założmy, że prędkość poprzeczna jest stała. Założenie to jest słuszne dla większości obszaru przepływu. Otrzymuje się wówczas zależność

$$\omega = \omega_0 \exp \left(\frac{120 v_l}{d_b^2 \mathfrak{V}_b} y \right) \quad (6.33)$$

Wykres zmian prędkości obrotowej jest przedstawiony na rys. 6.7. Przedstawiony jest on dla dwóch rozkładów prędkości obrotowej, które wyznaczone są dla dwóch testowych profili prędkości cieczy. Profil prędkości nr 1 ma postać profilu prędkości w ruchu turbulentnym cieczy

$$u = \frac{u_\tau}{\kappa y} \ln \frac{y u_\tau}{\nu} + 5,5 \quad (6.34)$$



Rys. 6.7. Zmiany prędkości obrotowej wynikające z uwzględnienia masy dodanej

Natomiast drugi profil prędkości, profil potęgowy, podstawiany do zależności (6.32) ma postać często przyjmowaną w literaturze dla ruchu turbulentnego cieczy w warstwie przyściennej

$$u = u_\infty \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \quad (6.35)$$

Jak wynika z rys. 6.7, uwzględnienie masy dodanej powoduje zmniejszenie prędkości obrotowej pęcherzyka. Nie jest to znaczący efekt, niemniej widoczny. W okolicy $y^+ = 30$ możemy zaobserwować minimum prędkości obrotowej. Możemy też zauważyć, że przyjęcie wyrażenia opisującego profil prędkości nie ma większego wpływu na obliczenia, aczkolwiek w przypadku warstwy przyściennej

bardziej adekwatny jest profil (6.35), który umożliwia osiągnięcie zerowego gradientu prędkości na granicy warstwy przyściennej.

6.2.4. Modelowanie masy dodanej w ruchu postępowym pęcherzyka

W podobny sposób do opisanego powyżej, uwzględniający towarzyszącą pęcherzykowi masę dodaną, można rozpatrywać ruch postępowy pęcherzyka. Podczas przemieszczania się pęcherzyka w ruchu postępowym, masa pęcherzyka jest powiększona o połowę jego objętości o gęstości otaczającej cieczy, którą można, tak samo jak poprzednio, wyrazić jako ciekłą warstwę cieczy otaczającą pęcherzyk o grubości δ , skąd szukana masa warstwy cieczy otaczającej pęcherzyk wynosi $\rho_l \pi d_b^3 / 12$, a $\delta = d_b / 12$.

Dla pęcherzyka możemy wówczas zapisać równanie ruchu powstające z bilansu sił działających na pęcherzyk (6.16). Przy wyprowadzaniu równania ruchu wykorzystane jest następujące przekształcenie:

$$\frac{d \vartheta_b}{dt} = \frac{d \vartheta_b}{dy} \frac{dy}{dt} = \frac{d \vartheta_b}{dy} \vartheta_b \quad (6.36)$$

Podstawiając (6.36) do (6.16), uzyskuje się ostateczne równanie różniczkowe opisujące rozkład prędkości poprzecznej ruchu postępowego pęcherzyków, uwzględniające wpływ masy dodanej w postaci poprawki w formie funkcji wykładniczej, która zmienia wypadkową rotację pęcherzyka

$$\frac{d \vartheta_b}{dy} = \frac{36 v_l}{d_b^2} \left(1 + 0,15 \text{Re}_b^{0,687} \right) - \frac{4 C_L u_R}{\vartheta_b} \left[\left(\frac{\partial u_l}{\partial y} \right) - \frac{u_\tau}{(1-\alpha)^2} \frac{d\alpha}{dy} \right] \exp \left(- \frac{120 v_l}{d_b^2 \vartheta_b} y \right) \quad (6.37)$$

6.3. Wpływ sił wyporu na dwufazowy przepływ pęcherzykowy

W przypadku, gdy chcemy rozpatrywać kierunek przepływu, tzn. rozróżnić czy przepływ jest wznoszący czy opadający, to niestety musimy zrezygnować z analizy opartej na dotychczas wyprowadzonych równaniach, gdyż nie zawierają one wpływu sił wyporu. Aby uwzględnić siły wyporu, korzystamy ze schematu z rys. 6.8 i wykonujemy bilans sił działających na elemencie płynu o objętości $dx dy$ ($dz = 1$), przy pominięciu siły inercyjnej i gradientu ciśnienia. Otrzymujemy wówczas bilans siły masowej $G = \rho_e g dx dy$ oraz siły wyporu $B = \rho_l g dx dy$:

$$-d\tau_e dx + g \rho_l dy dx - \rho_e g dy dx = 0 \quad (6.38)$$

gdzie $\rho_e = \rho_l(1 - \alpha) + \rho_g \alpha$. Z równania (6.38), będącego uproszczonym równaniem ruchu, można wyprowadzić zależność określającą rozkład naprężeń stycznych w warstwie przyściennej w postaci

$$\frac{d\tau_e}{dy} = -g \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l} \right) \rho_l \alpha \quad (6.39)$$

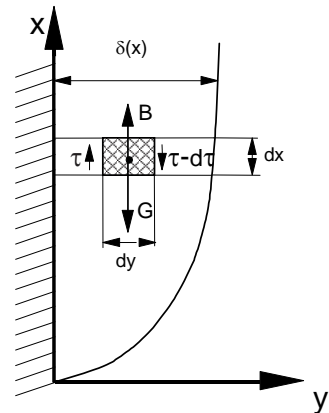
Równanie (6.39) można rozwiązać przy kilku założeniach upraszczających. Pierwszym z nich jest rozwiązanie (6.39) dla stałego stopnia zapełnienia w przekroju kanału, przy warunku brzegowym: $y = 0 \Rightarrow \tau = \tau_w$. Otrzymuje się wówczas liniowy rozkład naprężeń stycznych w warstwie przyściennej w postaci

$$\tau_e = \tau_w - g \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l} \right) \rho_l \alpha y \quad (6.40)$$

Drugim przypadkiem, który można rozpatrzeć, jest wprowadzenie zmiennego stopnia zapełnienia, znanego na przykład z danych eksperymentalnych lub innej teorii. Otrzymuje się wówczas następujące rozwiązanie, które przy warunku brzegowym $y = 0 \Rightarrow \tau = \tau_w$ ma postać:

$$\tau_e = \tau_w - g \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l} \right) \rho_l \int_0^y \alpha dy \quad (6.41)$$

Wyrażenie (6.41) należy uwzględnić w równaniach opisujących przepływ dwufazowy, aby móc analizować wpływ grawitacji na przepływ.



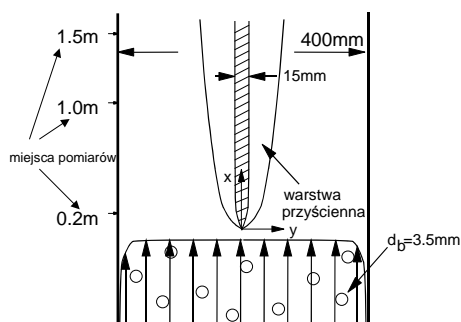
Rys. 6.8. Bilans sił działających na pęcherzyk

PRZEPŁYW PĘCHERZYKOWY W WARSTWIE PRZYŚCIENNEJ

7.1. Badania eksperymentalne

Dane eksperymentalne, które posłużyły do weryfikacji prezentowanego modelu, wykonano na stanowisku badawczym w École Centrale Lyon. Autor, podczas swoich pobytów w Lyonie, miał możliwość przeglądnięcia zarejestrowanych danych eksperymentalnych na kasetach video, oraz możliwość uczestniczenia w kilku seriach pomiarowych. Należy w tym miejscu powiedzieć, że skonstruowanie podobnego stanowiska badawczego w warunkach polskich jest praktycznie nierealne z powodu niewystarczających obecnie nakładów finansowych na rozwój badań naukowych. Stanowisko w Lyonie było unowocześniane na przestrzeni ponad dwudziestu lat, a nakłady finansowe poniesione na utrzymanie tego stanowiska daleko przekraczają możliwości finansowe laboratoriów krajowych.

Tunel aerodynamiczny, rys. 7.1, którym posłużono się w badaniach eksperymentalnych przepływu, tworzył pętlę składającą się ze zbiornika wody o pojemności 50 m^3 oraz pionowego kanału o przekroju kwadratowym o boku $0,4 \text{ m}$ i długości $2,5 \text{ m}$ pracującego w warunkach ciśnienia atmosferycznego i w temperaturze otoczenia. Ciecz płynąca w kanale osiągała prędkość co najwyżej $1,5 \text{ m/s}$. Powietrze było wtłaczane do cieczy poprzez



Rys. 7.1. Schemat stanowiska do pomiaru przepływów pęcherzykowych

zestaw 312 stalowych dysz o średnicy wewnętrznej $0,4 \text{ mm}$, umiejscowionych w kwadratowej płycie sitowej o boku 400 mm , wykonanej z rurek o średnicy 8 mm . Osiągany współczynnik wypełnienia zmieniał się w granicach od 0 do 6% w zależności od ciśnienia wtłaczanego powietrza. Dla takich parametrów pęcherzyki miały mniej więcej kształt sferyczny o średniej średnicy rzędu $3,5 \text{ mm}$. Dla bardzo małych koncentracji gazu ($\alpha < 0,5\%$), średnia średnica pęcherzyków była nieco mniejsza i wynosiła około 3 mm . Odchylenie standardowe kształtu pęcherzyków było mierzone techniką fotograficzną i nie przekraczało 1 mm .

Prędkość cieczy utrzymywana była w stałym zakresie w granicach $\pm 1\%$, podczas gdy turbulencję generowaną przez płytę sitową, w przypadku gdy nie było pęcherzyków w przepływie, oszacowano na poziomie mniejszym od 2% . Optywana cieczą płyta miała grubość 15 mm , szerokość 400 mm oraz długość 2 m i wykonana była ze szkła organicznego. Płyta była umieszczona w środku kanału, pionowo, skierowana swoim ściętym kształtem w kierunku napływu, 50 cm od początku kanału (płyty sitowej). Wywołanie turbulენტnej warstwy przyściennej indukowane było szorstką gumą umieszczoną zaraz za

krawędzią natarcia płyty. Lokalne pomiary stopnia zapełnienia odbywały się przy użyciu czujnika optycznego, którego głowica była mała w porównaniu do grubości podwarstwy laminarnej (50 mm i 150 mm). Niewielki wymiar czujnika pozwalał na pomiary w bezpośredniej bliskości ścianki. Dokładność pomiaru stopnia zapełnienia oszacowano na poziomie 5%. Lokalne pomiary współczynnika tarcia odbywały się za pomocą czujnika termo-anemo-metrycznego TSI 1741W.

Profile stopnia zapełnienia w warstwie przyściennej mierzono dla dwóch prędkości niezaburzonego strumienia wody: 0,5 m/s i 1 m/s, dla różnych wartości zewnętrznego stopnia zapełnienia, w dwóch przekrojach od początku płyty: $x = 0,2$ m oraz $x = 1$ m. Zaobserwowano, że rozkład stopnia zapełnienia zmieniał się wraz z rozwojem przepływu. Podobne obserwacje poczyniono w obu przekrojach. Stopień zapełnienia zanikał w podwarstwie laminarnej (bezpośrednia bliskość ścianki), osiągał ostre maksimum w odległości około połowy średnicy pęcherzyka od ścianki oraz zmniejszał się w kierunku granicy warstwy przyściennej. Zmiana stopnia zapełnienia w dalszej odległości od ścianki mogła się odbywać albo monotonicznie, albo poprzez swego rodzaju minimum w zależności od warunków przepływu. Przedstawienie danych eksperymentalnych w postaci bezwymiarowej $y^+ = yu_\tau/v_l$ potwierdza, że w podwarstwie laminarnej nie ma pęcherzyków. Stąd wniosek, że na ścianie znajdowała się cienka warstwa cieczy.

Poniżej przedstawiono zastosowanie własnego modelu do porównania z badaniami eksperymentalnymi.

7.2. Zastosowanie własnego modelu do przepływu w warstwie przyściennej

Jeżeli założymy, że w warstwie przyściennej ekwiwalentne naprężenia styczne są stałe $\tau_e = \tau_w = \text{const}$, co jest naturalnym założeniem w warstwie przyściennej, to równanie (6.14) przyjmuje postać

$$\tau_e^2 = \tau_w^2 = (1 - \alpha)^2 \rho_1^2 \kappa^4 y^4 \left(\frac{du_1}{dy} \right)^4 + \frac{3}{4} \frac{\alpha C_D u_R^3}{d_b} \rho_1^2 \kappa^2 y^2 \left(\frac{du_1}{dy} \right) \quad (7.1)$$

Wprowadzamy do naszej analizy wielkości bezwymiarowe, takie jak: prędkość tarcia u_τ , bezwymiarową odległość od ścianki y^+ , bezwymiarową prędkość w^+ oraz bezwymiarowe naprężenia styczne τ_e^+ , zdefiniowane jako

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_1}}, \quad w^+ = \frac{u_1}{u_\tau}, \quad y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu_l}, \quad \tau_e^+ = \frac{\tau_e}{\tau_w} \quad (7.2)$$

Równanie (7.1) można wówczas przedstawić w postaci

$$\left(\frac{\tau_w}{\rho_1} \right)^2 = (1 - \alpha)^2 \kappa^4 y^4 \left(\frac{du_1}{dy} \right)^4 + \frac{3}{4} \frac{\alpha C_D u_R^3}{d_b} \kappa^2 y^2 \left(\frac{du_1}{dy} \right) \quad (7.3)$$

lub w postaci bezwymiarowej, po wykorzystaniu (7.2)

$$u_{\tau}^4 = (1 - \alpha)^2 \kappa^4 y^{+4} \left(\frac{dw^+}{dy^+} \right)^4 + \frac{3}{4} \frac{\alpha C_D u_R^3}{d_b} \kappa^2 v_1 y^{+2} \left(\frac{dw^+}{dy^+} \right) \quad (7.4)$$

i ostatecznie, po pewnych przekształceniach, zapisać jako

$$\frac{1}{\kappa^4} = (1 - \alpha)^2 y^{+4} \left(\frac{dw^+}{dy^+} \right)^4 + \frac{3}{4} \frac{\alpha C_D u_R^3}{d_b \kappa^2} \frac{v_1}{u_{\tau}^4} y^{+2} \left(\frac{dw^+}{dy^+} \right) \quad (7.5)$$

Z równania (7.5) można wyodrębnić parametr M zdefiniowany jako

$$M = \frac{3}{4} \frac{C_D u_R^3}{d_b \kappa^2} \frac{v_1}{u_{\tau}^4} \quad (7.6)$$

Podstawiając (7.6) do (7.5), otrzymuje się następującą postać równania opisującego ekwiwalentne pole prędkości przepływu dwufazowego, za które będziemy uważali zmodyfikowany profil prędkości w cieczy, w^+ :

$$\frac{1}{\kappa^4} = (1 - \alpha)^2 y^{+4} \left(\frac{dw^+}{dy^+} \right)^4 + M \alpha y^{+2} \left(\frac{dw^+}{dy^+} \right) \quad (7.7)$$

Równanie (7.7) nie ma rozwiązania analitycznego. Można przeprowadzić jego analizę przy różnych założeniach upraszczających. Po pierwsze, można założyć mały stopień wypełnienia. Po drugie, można przeprowadzić analizę dla małych gradientów prędkości – rozwiązanie takie ma sens w pobliżu rdzenia przepływu. Ponadto możemy szukać rozwiązania przybliżonego metodą korekty asymptotycznej [68], lub też pokusić się o napisanie własnej procedury numerycznej, celem rozwiązania zagadnienia w warstwie przyściennej. Poniżej zostaną przedstawione rozwiązania otrzymane przy użyciu założenia o małym stopniu wypełnienia, małych gradientach prędkości, poprzez linearyzację członu nieliniowego oraz metodą korekty asymptotycznej.

7.2.1. Rozwiązanie dla małego stopnia wypełnienia

Przy takim założeniu można stwierdzić, że zanika drugi człon równania (7.7), które upraszcza się wówczas do postaci

$$\frac{1}{\kappa^4} = (1 - 2\alpha) y^{+4} \left(\frac{dw^+}{dy^+} \right)^4 \quad (7.8)$$

Rozwiązaniem powyższego równania, przy założeniu stałego stopnia wypełnienia, jest następujący profil prędkości:

$$w^+ = \frac{1}{\kappa} \frac{1}{(1 - 2\alpha)^{0.25}} \ln y^+ + C \quad (7.9)$$

Jest to profil prędkości zbliżony do logarytmicznego profilu prędkości, czyli tzw. prawa ścianki dla przepływu jednofazowego.

7.2.2. Rozwiązanie dla małych gradientów prędkości (w rdzeniu przepływu)

Dla małych gradientów prędkości, czyli warunków panujących w rdzeniu przepływu, równanie (7.7) sprowadza się do postaci

$$\frac{1}{\kappa^4} = M\alpha y^{+2} \left(\frac{dw^+}{dy^+} \right) \quad (7.10)$$

Przy założeniu równomiernego rozkładu stopnia zapełnienia w warstwie przyściennej ($\alpha = \text{const}$) otrzymuje się następujące rozwiązanie:

$$w^+ = \frac{-1}{\kappa^4} \frac{1}{M\alpha} \frac{1}{y^+} + C \quad (7.11)$$

Stałą C wyznacza się z warunku, że dla $y^+ \rightarrow \infty$, wynika że $w^+ \rightarrow C$. Można wtedy skorzystać z danych eksperymentalnych w celu wyznaczenia stałej C . W wyniku analizy badań eksperymentalnych Marié i in. [69, 70] oszacowano stałą C , której przyporządkowano wartość $C = 21,5$.

7.2.3. Rozwiązanie poprzez linearyzację członu nieliniowego

W celu otrzymania przybliżonego rozwiązania równania (7.7), w całym zakresie zmiany profilu prędkości można zlinearyzować człon nieliniowy występujący w tym równaniu, poprzez znany ogólnie logarytmiczny rozkład prędkości obowiązujący w obszarze turbulentnej warstwy przyściennej w postaci

$$w^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + 5,5 \quad (7.12)$$

W wyniku podstawienia otrzymuje się następującą postać równania (7.7):

$$\frac{dw^+}{dy^+} = \frac{1}{\kappa^4} \frac{(2-\alpha)}{M y^{+2}} \quad (7.13)$$

Po scałkowaniu otrzymuje się rozwiązanie w następującej postaci:

$$w^+ = \frac{-1}{\kappa^4} \frac{(2-\alpha)}{M} \frac{1}{y^+} + C \quad (7.14)$$

Stałą C wyznacza się w podobny sposób, jak dla przypadku małych gradientów w rdzeniu przepływu.

7.2.4. Rozwiązanie metodą korekty asymptotycznej

Metody numeryczne są w chwili obecnej bardzo popularne przy rozwiązywaniu szeregu zagadnień. Ogromny postęp w komputeryzacji w wielu dziedzinach życia sprawił, że traktuje się metody numeryczne jako narzędzia uniwersalne. To z kolei sprawiło, że wielu badaczy zaczęło używać tych narzędzi częściej niż to byłoby pożądane. Metody numeryczne, pomijając ich oczywistą przydatność i ogólny charakter, są często przeceniane. Mają one następujące wady:

- brak możliwości otrzymania formy analitycznej rozwiązania (przybliżone rozwiązania analityczne są często bardziej przydatne niż tabele i wykresy, obecność ogromnej liczby szczegółowych parametrów problemu wraz z szerokim zakresem ich zmienności jest kłopotliwa w interpretacji);
- wymagają dużego wysiłku i czasu (w porównaniu do przybliżonych rozwiązań analitycznych);
- obecność punktów osobliwych znacznie utrudnia otrzymywanie rozwiązań za pomocą metod numerycznych. W wielu przypadkach użycie metod asymptotycznych staje się koniecznością w celu otrzymania rozwiązania w obszarach o dużych gradientach, a także kiedy poszukuje się rozwiązania w dużych geometrycznie obszarach oraz obszarach z niejednorodną mikrostrukturą;
- brak „lokalnej ogólności”: zmieniając kształt geometryczny obszaru lub rodzaj przepływu, z reguły trzeba napisać kod obliczeniowy jeszcze raz (czasami nawet z dużymi zmianami) dla zagadnień podobnych (ogólne kody, które biorą pod uwagę większą liczbę czynników są rzadkością, a metody analityczne często pozwalają na rozpatrywanie różnych wariantów modyfikacji zagadnienia bez większych kłopotów).

Jednym z większych ograniczeń metod numerycznych, które jest często zapomniane (z powodu braku informacji oraz nie do końca jasnego stwierdzenia o dokładności metod numerycznych) jest fakt, że należy przeprowadzać obliczenia przy użyciu kilku fundamentalnie różnych modeli obliczeniowych w celu zagwarantowania dokładności obliczeń numerycznych. Taka sytuacja ma miejsce, ponieważ nie ma podstaw racjonalnych dla danej procedury obliczeniowej oraz testów numerycznych do odpowiedniej weryfikacji dużej liczby skomplikowanych zagadnień nieliniowych. Ponadto, rozbieżności pomiędzy danymi publikowanymi przez różnych autorów są z reguły znaczne (nawet przy użyciu identycznych metod pomiarowych) i zawierają się pomiędzy 5 i 15%. Takie rozbieżności mogą prowadzić do jakościowo różnych rozwiązań, gdyż rozwiązania numeryczne są czasami sztucznie dopasowywane do podstawowych danych eksperymentalnych.

Metody przybliżone opierają się przede wszystkim na lepszym lub gorszym wycuciu problemu przez autorów. Swoją istotę opierają, na przykład, na jednoparametrowych metodach całkowych w teorii laminarnej i turbulentnej warstwy przyściennej, modelach penetracji dla zagadnień wymiany masy w reakcjach chemicznych, linearyzacji warunków brzegowych. Zastosowanie tego typu metod jest stosunkowo proste i wystarczające dla większości zagadnień. Niestety, metody przybliżone, w świetle ogromnej popularności metod numerycznych, są często niedowartościowane. Wiele metod przybliżonych opartych jest na nieformalnym zrozumieniu fizyki rozpatrywanego zjawiska. Konkretnie pomysły dotyczące mechanizmów rozpatrywanych zagadnień lub procesów pochodzą z codziennej praktyki lub z eksperymentów. Zawarte w metodzie przybliżonej możliwości z reguły procentują dobrymi wynikami, które z powodzeniem konkurują z analizami innego rodzaju. W takich przypadkach dodatkowo uzyskuje się narzędzia, umożliwiające głębszą analizę jakościową zagadnienia.

Metoda korekty asymptotycznej [71] pozwala na efektywne poprawienie relacji uzyskanych z rozważań teoretycznych lub danych eksperymentalnych przy użyciu dokładnych asymptot wyjściowego zagadnienia brzegowego. Metoda korekty asymptotycznej jest zarówno prosta i ogólna, i może być zastosowana w wielu zagadnieniach. W niniejszej pracy przedstawiono przybliżone rozwiązanie profilu prędkości przepływu dwufazowego w warstwie przyściennej metodą korekty asymptotycznej dla opracowanego przez autora modelu, czyli rozwiązania równania (7.7).

Metoda korekty asymptotycznej zastosowana do równania (7.7) pozwala na poprawienie relacji w bardzo wydajny i prosty sposób poprzez użycie dokładnych asymptot rozwiązania. Wprowadźmy następującą zmienną zastępczą:

$$p = y^+ \frac{dw^+}{dy^+} \quad (7.15)$$

gdzie podstawienie $p = p(y^+)$ jest funkcją tylko jednej zmiennej y^+ . Otrzymuje się wówczas następującą postać równania (7.7):

$$\frac{1}{\kappa^4} = (1 - \alpha)^2 p^4 + M\alpha y^+ p \quad (7.16)$$

W dalszej analizie, dla prostoty zapisu, pomija się indeksy górne w równaniu (7.16). W celu znalezienia właściwego rozwiązania takiego równania algebraicznego, ze względu na parametr p , wyznacza się najpierw asymptoty rzeczywiste równania (7.16), które w rozpatrywanym przypadku mają postać:

$$\begin{aligned} y \rightarrow 0 \quad \frac{1}{\kappa^4} &= (1 - \alpha)^2 p^4 \\ y \rightarrow \infty \quad \frac{1}{\kappa^4} &= M\alpha y p \end{aligned} \quad (7.17)$$

Otrzymuje się wówczas następujące asymptoty rzeczywiste równania (7.7):

$$\begin{aligned} p_{0n} &= \frac{1}{\kappa} \frac{1}{(1 - \alpha)^{1/2}} \\ p_{\infty n} &= \frac{1}{\kappa^4} \frac{1}{M\alpha y} \end{aligned} \quad (7.18)$$

lub po powrocie do zmiennych wyjściowych:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dw}{dy} \right)_0 &= \frac{1}{\kappa} \frac{1}{(1 - \alpha)^{1/2}} \frac{1}{y} \\ \left(\frac{dw}{dy} \right)_\infty &= \frac{1}{\kappa^4} \frac{1}{M\alpha} \frac{1}{y^2} \end{aligned} \quad (7.19)$$

W następnej kolejności formułuje się modelowy problem liniowy poprzez linearyzację członu nieliniowego w równaniu (7.16), co w konsekwencji wyraża się zależnością

$$\frac{1}{\kappa^4} = 4(1 - \alpha)^2 p_{0n}^3 p + M\alpha y^+ p \quad (7.20)$$

skąd wyznacza się poszukiwaną zmienną p

$$p = \frac{1}{\kappa^4 [4(1 - \alpha)^2 p_{0n}^3 + M\alpha y]} \quad (7.21)$$

Można teraz przeprowadzić analizę równania liniowego (7.21) ze względu na jego asymptoty:

$$\begin{aligned}
 y \rightarrow 0 \quad p_{0l} &= \frac{1}{\kappa^4 [4(1-\alpha)^2 p_{0n}^3]} \\
 y \rightarrow \infty \quad p_{\infty l} &= \frac{1}{\kappa^4 M \alpha y}
 \end{aligned}
 \tag{7.22}$$

Szukane rozwiązanie asymptotyczne musi spełniać asymptoty, jak również być kombinacją tych dwóch rozwiązań. Jak wynika z (7.21), rozwiązania można szukać za pomocą wyznaczonych asymptot zagadnienia liniowego w następujący sposób:

$$p = \frac{1}{\frac{1}{p_{0l}} + \frac{1}{p_{\infty l}}}
 \tag{7.23}$$

oraz analogicznie, można założyć podobną postać dla problemu nieliniowego

$$p = \frac{1}{\frac{1}{p_{0n}} + \frac{1}{p_{\infty n}}}
 \tag{7.24}$$

czyli po podstawieniu (7.18) do (7.24)

$$p = \frac{1}{(1-\alpha)^{0,5} \kappa + M \kappa^4 \alpha y}
 \tag{7.25}$$

Wracając do podstawienia (7.15), uzyskuje się równanie różniczkowe w postaci

$$y \frac{dw}{dy} = \frac{1}{(1-\alpha)^{0,5} \kappa + M \kappa^4 \alpha y}
 \tag{7.26}$$

Ostatecznie otrzymuje się równanie różniczkowe opisujące bezwymiarowy gradient prędkości w dwufazowej warstwie przyściennej w postaci

$$\frac{dw}{dy} = \frac{1}{y(1-\alpha)^{0,5} \kappa + M \kappa^4 \alpha y^2}
 \tag{7.27}$$

Zakładając stałość stopnia wypełnienia α , można uzyskać rozwiązanie przybliżone pola prędkości w dwufazowej warstwie przyściennej

$$w = -\frac{1}{\kappa(1-\alpha)^{1/2}} \ln \frac{\kappa(1-\alpha)^{1/2} + M \alpha \kappa^4 y}{y} + C_1
 \tag{7.28}$$

W celu wyznaczenia stałej całkowania C_1 , należy przyjąć do obliczeń pewien podział przepływu na warstwy. Wprawdzie struktura przepływu dwufazowego nie jest jeszcze do końca znana, ale eksperymentalnie stwierdzono, że w podwarstwie laminarnej nie występują pęcherzyki (w przypadku braku wrzenia) i w związku z tym można założyć, że obowiązuje prawo ścianki jak w przypadku przepływu jednofazowego. Równanie (7.28) dla założenia braku pęcherzyków, tj. $\alpha = 0$ ma postać

$$w = -\frac{1}{\kappa} \ln \frac{\kappa}{y} + C_1 \quad (7.29)$$

lub w nieco innej postaci

$$w = -\frac{1}{\kappa} (\ln \kappa - \ln y) + C_1 \quad (7.30)$$

Jak widać, jeżeli założy się rozkład prędkości w przepływie jednofazowym w postaci

$$w = \frac{1}{\kappa} \ln y + 5,5$$

oraz $\kappa = 0,4$, to można wyznaczyć stałą C_1 z porównania wyrazów wolnych w równaniach (7.29) i (7.30). Stała C_1 wynosi $C_1 = 3,21$.

Postać równania (7.27) jest bardzo przydatna w inżynierskiej analizie przepływu pęcherzykowego w dwufazowej warstwie przyściennej. Przede wszystkim odzwierciedla ona podobieństwo do prawa ścianki znanego z przepływów jednofazowych. Dotychczas istniejące propozycje odnoszące się do sformułowania prawa ścianki w przepływie dwufazowym [70, 72, 73] nie są oparte na tak solidnych podstawach fizycznych. Równanie (7.27) można rozwiązywać wspólnie z modelem opisującym rozkład stopnia zapełnienia w kanale, lub też rozwiązanie równania (7.27) ma postać analityczną (7.28), którą uzyskuje się przy założeniu równomiernego rozkładu pęcherzyków w przepływie.

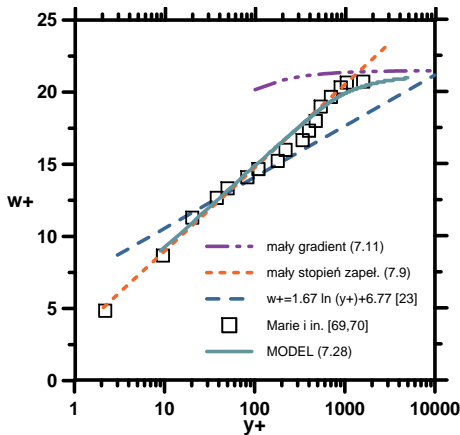
7.3. Wyniki obliczeń i ich porównanie z danymi eksperymentalnymi

Obliczenia wykonano dla danych eksperymentalnych zaczerpniętych z pracy Mariégo i in. [69, 70]. Na rys. 7.2 oraz rys. 7.3 przedstawiono wyniki symulacji przepływu w warstwie przyściennej przy założeniu stałego stopnia zapełnienia wynoszącego na granicy warstwy przyściennej 0,5% i 1,3%. Prędkość cieczy poza warstwą przyścienną (prędkość w obszarze niezaburzonym) wynosi 1 m/s. Na rysunkach porównano rozwiązania uzyskane z analizy asymptotycznej (mały stopień zapełnienia i mały gradient prędkości) oraz rozwiązanie równania (7.27) przy założeniu stałego stopnia zapełnienia. Przyjęto stałą C , wynikającą z rozwiązania dla małego stopnia zapełnienia, równą $C = 3,5$, oraz $M = 0,729$ (rys. 7.2 i 7.3). Marié i in. aproksymowali swoje dane eksperymentalne za pomocą krzywych logarytmicznych, podobnych w formie do tych, opisujących przepływ jednofazowy. Wyniki obliczeń porównano z profilami logarytmicznymi prędkości zaczerpniętymi z wyżej wymienionej pracy oraz punktami eksperymentalnymi. W obliczeniach przepływu pęcherzykowego, odpowiadających danym eksperymentalnym Mariégo i in., przyjęto wartości własności fizycznych, odpowiadające temperaturze 20°C, oraz pozostałych parametrów wymaganych przez model, tj. prędkości unoszenia $u_\infty = 0,2$ m/s, prędkości tarcia $u_\tau = 0,052$ m/s, średnicy pęcherzyków $d_b = 3,5$ mm, stałej Karmana $\kappa = 0,4$.

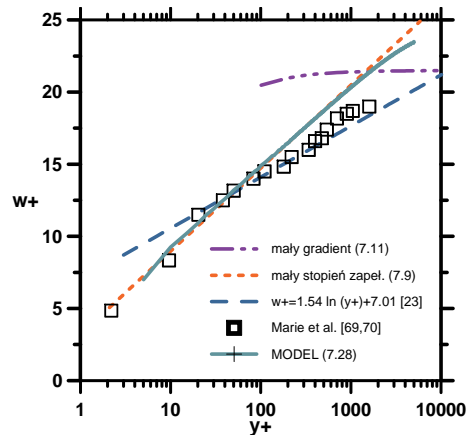
Na rys. 7.2 i rys. 7.3 przedstawione są trzy sposoby rozwiązania, zaprezentowane w podrozdziale 7.2, a które porównane są z danymi eksperymentalnymi; mianowicie rozwiązanie równania (7.11) (dla małych gradientów prędkości, obowiązujące w rdzeniu przepływu), rozwiązanie równania (7.9) (dla małego stopnia zapełnienia, obowiązującego

w pobliżu ścianki) oraz rozwiązanie równania (7.28), przy założeniu stałego i równomiernego stopnia zapełnienia w przepływie (MODEL). Rozwiązania te porównano z danymi eksperymentalnymi Mariégo i in. oraz aproksymacjami funkcjami logarytmicznymi, również zaczerpniętymi z prac Mariégo i in. (funkcje $w^+ = f(y^+)$).

Jak widać z przedstawionych wykresów, nowo przedstawiony model prowadzi do satysfakcjonującej zgodności obliczeń z danymi eksperymentalnymi, mimo że obliczenia wykonano przy założeniu stałego stopnia zapełnienia, co jest dużym uproszczeniem. Rozwiązanie przy założeniu małego stopnia zapełnienia obowiązuje w zakresie $y^+ < 100$. W tym przypadku uzyskana zgodność z danymi eksperymentalnymi jest zadowalająca, a rozwiązanie daje jakościowo bardzo dobrą zgodność. Rozwiązanie dla małych gradientów, które obowiązuje w rdzeniu przepływu, daje również dobrą zgodność jakościową, aczkolwiek ilościowo odbiega od prezentowanych danych eksperymentalnych. Wynika z niego, że rozkład prędkości w rdzeniu przepływu ma charakter hiperboliczny. Tego typu informacja nie była dotychczas prezentowana w literaturze. Marié i in. [69, 70] przybliżyli swoje wyniki za pomocą funkcji logarytmicznych, przedstawionych na rys. 7.2 i 7.3. Jak wynika z tych rysunków, dają one tylko dobrą zgodność w zakresie $70 < y^+ < 400$. W pozostałych zakresach widzimy znaczne odchylenia tych krzywych od danych eksperymentalnych. Zaproponowane rozwiązania, wynikające z własnego modelu, wydają się znacznie lepiej odzwierciedlać zjawiska mające miejsce w przepływie pęcherzykowym w warstwie przyściennej, niż dotychczasowe relacje znane z literatury i to tłumaczy ich dobrą zgodność z eksperymentem.



Rys. 7.2. Logarytmiczny rozkład prędkości dla pozycji $x = 1\text{m}$ oraz stopnia zapełnienia $\alpha = 0,5\%$, $u_\infty = 1\text{m/s}$

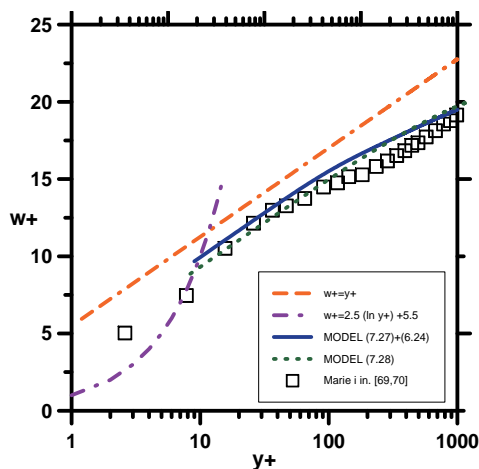


Rys. 7.3. Logarytmiczny rozkład prędkości dla pozycji $x = 1\text{m}$ oraz stopnia zapełnienia $\alpha = 1,3\%$, $u_\infty = 1\text{m/s}$

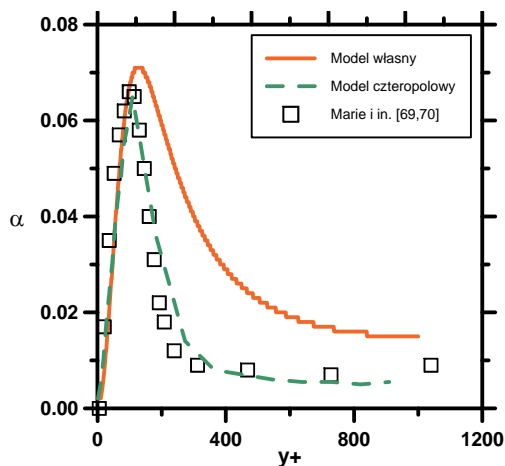
Celem pokazania wpływu zmienności stopnia zapełnienia na uzyskane wyniki, na rys. 7.4 pokazano obliczenia przeprowadzone przy użyciu proponowanego modelu, opisanego równaniem pola prędkości (7.27) wraz z własnym modelem stopnia zapełnienia, równanie (6.24). Na rysunku pokazano również krzywe dotyczące przepływu jednofazowego wynikające z prawa ścianki w zakresie podwarstwy laminarnej jak i turbulენტnej. Jak wynika z rys. 7.4, obecność pęcherzyków gazowych w sposób istotny zmienia profil prędkości

przepływu w porównaniu z przepływem jednofazowym. Z drugiej strony można stwierdzić, że sama zmienność stopnia wypełnienia w przekroju przepływu nie ma już wyraźnego wpływu na ostateczne wyniki obliczeń, gdyż obliczenia przy założeniu równomiernego oraz zmiennego rozkładu stopnia wypełnienia niewiele różnią się od siebie. Należy wziąć pod uwagę również fakt, że stopień wypełnienia w przepływie jest niewielki, a z drugiej strony – nie należy się spodziewać dużych efektów spowodowanych jego zmiennością.

Rozkład stopnia wypełnienia, wynikający z własnego modelu opisanego równaniem (6.24), przedstawiony jest na rys. 7.5. Jak widzimy, model poprawnie przewiduje maksimum w rozkładzie stopnia wypełnienia zarówno jakościowo, jak i ilościowo. Maksimum znajduje się w odległości około połowy średnicy pęcherzyka od ścianki, co jest zgodne z obserwacjami eksperymentalnymi, i ma właściwą wartość. W przypadku danych eksperymentalnych rozkład stopnia wypełnienia poza maksimum jest praktycznie płaski, natomiast w przypadku symulacji tak nie jest. Jednym z możliwych wytłumaczeń tego faktu może być to, że w przepływie dwufazowym istnieje prawdopodobnie rozkład poprzeczny prędkości względnej pęcherzyków względem cieczy, u_R . Zjawisko to jak dotychczas nie było badane, ale można przypuszczać, że prędkość względna pęcherzyków w rdzeniu przepływu ma niewielką stałą wartość, różną od prędkości unoszenia $u_R = u_g - u_l \neq u_\infty$, natomiast w okolicy ścianki jest ona silnie zależna od y^+ .

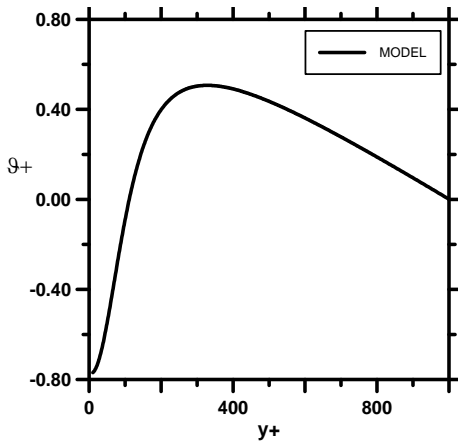


Rys. 7.4. Logarytmiczny rozkład prędkości dla pozycji $x = 1$ m oraz stopnia wypełnienia $\alpha = 1,3\%$, $u_\infty = 1$ m/s



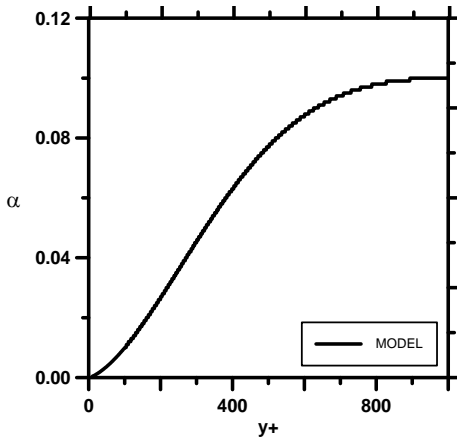
Rys. 7.5. Rozkład stopnia wypełnienia dla pozycji $x = 1$ m oraz $\alpha_{cl} = 1,3\%$, $u_\infty = 1$ m/s

Na rys. 7.5 i rys. 7.6 przedstawiono odpowiednio wykresy dotyczące rozkładu stopnia wypełnienia oraz prędkości poprzecznej, wynikające z rozwiązania czterech równań nieliniowych z czterema niewiadomymi, czyli równań (7.27), (6.24), (6.25) i (6.39). Znalazienie tego rozwiązania na drodze numerycznej jest zadaniem bardzo trudnym. W równaniach tych występują silne nieliniowości na skutek istnienia dwóch prędkości obrotowych. Z uwagi na to, przyjęto uproszczenie, że pierwsza prędkość obrotowa występuje jedynie w bliskości ścianki ($y^+ < 30$) i została w obliczeniach pominięta. Wprowadza ona tylko bardzo duże komplikacje w obliczeniach numerycznych, nie zmieniając ich jakościowo.



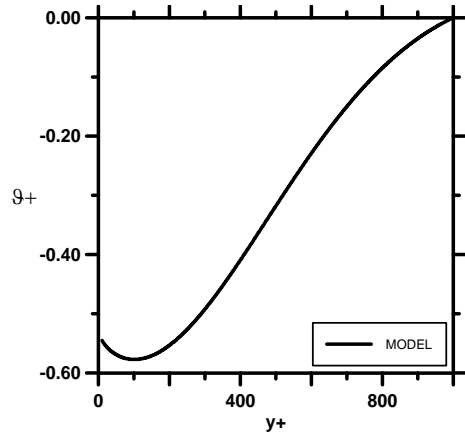
Rys. 7.6. Rozkład prędkości poprzecznej w przepływie pęcherzykowym dla pozycji $x = 1\text{ m}$ oraz $\alpha_{cl} = 1,3\%$, $u_\infty = 1\text{ m/s}$

Dodatkowo, w miejscu zerowania się gradientu stopnia zapełnienia występuje zmiana znaku prędkości poprzecznej, pokazanej na rys. 7.6. Oczywisty jest fakt, że w miejscu występowania maksimum stopnia zapełnienia w przypadku rozkładu profilu prędkości poprzecznej występuje zmiana znaku. Dla porównania na rys. 7.5 pokazano również obliczenia wykonane dla tych samych parametrów przy użyciu modelu dwupłynowego, czteropolowego. Jak widać, rozbieżności między proponowanym modelem a tym bardzo zaawansowanym nie są duże, zważywszy również, że model czteropolowy zawiera więcej stałych eksperymentalnych i w związku z tym daje lepsze wyniki.



Rys. 7.7. Rozkład stopnia zapełnienia w przypadku przepływu opadającego dla pozycji $x = 1\text{ m}$ oraz $\alpha_{cl} = 1,3\%$, $u_\infty = 1\text{ m/s}$

Reasumując, można stwierdzić, że oryginalną cechą proponowanego przez autora modelu stopnia zapełnienia jest rozważenie dwóch prędkości obrotowych, które działają na pęcherzyk podczas jego ruchu w cieczy, a przede wszystkim prędkości obrotowej wynikającej z nierównomiernego rozkładu pęcherzyków w przepływie. Proponowany model ma mechanizmy umożliwiające wytłumaczenie powstawania bardzo specyficznego zjawiska typu maksimum przy ścianie, charakterystycznego dla przepływów pęcherzykowych wznoszących, oraz zjawiska typu maksimum w rdzeniu. Rozwiązanie, które prezentuje zjawisko typu maksimum przy ścianie, jest przedstawione na rys. 7.5 i 7.6. Jak widać z obu rysunków, grupowanie pęcherzyków w okolicy ścianki jest odwierciedlone w sposób wierny przez model. Dodatkowo, w miejscu zerowania się gradientu stopnia zapełnienia występuje zmiana znaku prędkości poprzecznej, pokazanej na rys. 7.6. Oczywisty jest fakt, że w miejscu występowania maksimum stopnia zapełnienia w przypadku rozkładu profilu prędkości poprzecznej występuje zmiana znaku. Dla porównania na rys. 7.5 pokazano również obliczenia wykonane dla tych samych parametrów przy użyciu modelu dwupłynowego, czteropolowego. Jak widać, rozbieżności między proponowanym modelem a tym bardzo zaawansowanym nie są duże, zważywszy również, że model czteropolowy zawiera więcej stałych eksperymentalnych i w związku z tym daje lepsze wyniki.



Rys. 7.8. Rozkład prędkości poprzecznej w przepływie opadającym dla pozycji $x = 1\text{ m}$ oraz $\alpha_{cl} = 1,3\%$, $u_\infty = 1\text{ m/s}$

Interesujący wydawał się test, w którym sprawdzono, czy własny model jest w stanie odzwierciedlić omawiane trendy w przypadku zjawiska typu maksimum w rdzeniu. Taką symulację przeprowadzono dla rozpatrywanego eksperymentu, z tą różnicą, że obliczenia przeprowadzono dla średnicy pęcherzyka nie 3,5 mm lecz 5 mm. Eksperymentalnie stwierdzono bowiem [44], że w zakresie średnic pęcherzyków $0,8 \div 4$ mm występuje z reguły zjawisko maksimum przy ścianie, natomiast dla pozostałych wartości średnic pęcherzyków występuje zjawisko maksimum w rdzeniu. Wyniki testu przedstawiono na rys. 7.7 i rys. 7.8. Jak wynika z rys. 7.7, model przewiduje maksimum stopnia zapełnienia na granicy warstwy przyściennej ($y^+ \approx 1000$). Potwierdza to dobrą zgodność jakościową modelu z obserwacjami eksperymentalnymi. W takim przypadku należy się spodziewać, że w całym rozpatrywanym przedziale poprzeczna prędkość pęcherzyków powinna być ujemna, co ma swoje potwierdzenie w obliczeniach przedstawionych na rys. 7.8.

Zjawiska typu maksimum w rdzeniu oraz maksimum przy ścianie wynikają, w rozpatrywanym modelu, z porównania poprzecznych sił bezwładności oraz sił tarcia i dyfuzji. Otrzymuje się wówczas równanie różniczkowe opisujące prędkość poprzeczną pęcherzyka (6.22) lub (6.24). Wyrażenie (6.24) zawiera dwie niewiadome, a mianowicie \mathcal{G}_b oraz stopień zapełnienia α . Celem wyznaczenia tych wielkości wymagane jest dodatkowe równanie, które związałoby te niewiadome. Takim równaniem jest równanie dyfuzji pęcherzyków w kierunku prostopadłym do przepływu cieczy (6.23) lub (6.25), gdzie D_b jest lokalną dyfuzyjnością pęcherzyków. Wyznaczenie dyfuzyjności pęcherzyków jest samo w sobie zagadnieniem skomplikowanym i powinno się mu poświęcić osobną pracę. W niniejszej pracy autor posługuje się jednym z prostszych podejść, celem modelowania tego zagadnienia, opartego na podejściu Bankoffa [11]. Bankoff rozszerzył analogię Reynoldsa dotyczącą przepływu turbulentnego na przypadek turbulენტnej dyfuzji pęcherzyków, mówiąc, że dyfuzyjność pęcherzyków odpowiada dyfuzyjności wirowej, w której następnie użył modelu drogi mieszania Prandtla celem wyznaczenia współczynnika dyfuzyjności pęcherzyków. Jako że dyfuzyjność pęcherzyków jest monotonicznie rosnąca oraz stopień zapełnienia jest wielkością dodatnią, to można stwierdzić, że zmiana znaku prędkości poprzecznej wystąpi tylko w przypadku, gdy nastąpi zmiana znaku gradientu stopnia zapełnienia. Taki przypadek przedstawiony jest na rys. 7.5 i 7.6 oraz rys. 7.7 i 7.8.

Reasumując cechy przedstawionego własnego modelu przepływu dwufazowego, można stwierdzić, że jest on opisany czterema równaniami różniczkowymi nieliniowymi pierwszego rzędu (7.27), (6.24), (6.25) i (6.39). Istnieje możliwość uproszczenia równania (7.7) za pomocą metody korekty asymptotycznej [71]. Przybliżony gradient prędkości w dwufazowej warstwie przyściennej przyjmuje wówczas postać (7.27). Celem rozwiązania (7.27) należy znać zależności opisujące rozkład stopnia zapełnienia w kanale oraz rozkład naprężeń stycznych. Rozkłady te opisane są z kolei równaniami (6.24), (6.25) i (6.39). Zaproponowany model przepływu dwufazowego ma możliwości przewidywania rozkładu prędkości i stopnia zapełnienia w warstwie przyściennej w stopniu przynajmniej zadowalającym. W modelu tym zawartych jest wiele parametrów, których wpływ na rozpatrywane zjawiska jest znaczny. Takimi parametrami są na przykład: lepkość turbulentna, prędkość względna pęcherzyków i cieczy, średnica pęcherzyków. Wpływ tych parametrów na rozwiązanie może być istotny i z tego powodu powinno się poznać głębiej istotę wpływu tych parametrów. W niniejszej pracy analizowano wpływ modelu turbulencji na wyznaczenie współczynnika lepkości turbulentnej. Rozważania te zostaną przedstawione w następnym podrozdziale.

7.4. Wpływ wyboru modelu turbulencji na współczynnik lepkości turbulentnej

Wyznaczenie współczynnika lepkości turbulentnej przy użyciu jednego z prostszych modeli turbulencji, a mianowicie modelu drogi mieszania Prandtla, może nasunąć pytanie, czy użycie nowocześniejszego, bardziej skomplikowanego modelu turbulencji, na przykład z grupy modeli $k \sim \varepsilon$, nie przyczyniłoby się do poprawy efektywności proponowanego przez autora modelu przepływu pęcherzykowego. W związku z czym powstał własny program komputerowy [74, 75], za pomocą którego analizowano wpływ modelu turbulencji na wyznaczenie współczynnika lepkości turbulentnej, a następnie profilu prędkości. Analizowane równanie pędu w rozpatrywanym układzie było równaniem uproszczonym, znanym z literatury. Model własny nie był włączany do obliczeń, gdyż celem tego zadania było jedynie oszacowanie wpływu wyboru modelu turbulencji na wyznaczenie współczynnika lepkości turbulentnej. Rozpatrywana była, znana z literatury, turbulentna dwufazowa dwuwymiarowa warstwa przyścienna, gdzie współrzędna x jest skierowana zgodnie z przepływem, a y jest odległością od ścianki. Dla warunków ustalonego przepływu fazy ciągłej można zapisać równanie pędu w postaci [73]

$$\begin{aligned} \frac{\partial [\rho(1-\alpha)uu]}{\partial x} + \frac{\partial [\rho(1-\alpha)u\vartheta]}{\partial x} = & -\frac{\partial P}{\partial x} + 2\frac{\partial}{\partial x} \left[(1-\alpha)\rho \left(v \frac{\partial u}{\partial x} - u'^2 \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (1-\alpha)\rho \left[v \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) - u'\vartheta' \right] \right\} + M_{int\ x} \end{aligned} \quad (7.31)$$

gdzie u i ϑ są wzdłużnym i poprzecznym składnikami prędkości fazy ciągłej, u'^2 oraz $u'\vartheta'$ są składowymi tensora naprężeń Reynoldsa, $M_{int\ x}$ jest wzdłużną składową siłą międzyfazowych.

W ramach założeń stosowanych w teorii warstwy przyściennej zmiany wszystkich parametrów w kierunku przepływu są dużo mniejsze niż te w kierunku poprzecznym. Dodatkowo zakłada się, że stopień zapełnienia jest na tyle mały, że można pominąć człon związany z siłami międzyfazowymi. Po uproszczeniu równanie pędu można zapisać w postaci

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[(1-\alpha)\rho \left(v \frac{\partial u}{\partial y} - u'\vartheta' \right) \right] = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (7.32)$$

Naprężenia Reynoldsa można wyrazić za pomocą hipotezy Boussinesqa w postaci

$$-u'\vartheta' = \nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \quad (7.33)$$

gdzie ν_t jest kinematycznym współczynnikiem lepkości turbulentnej. Rozwiązanie równania (7.32) wymaga wyznaczenia kinematycznego współczynnika lepkości turbulentnej. Cel ten może być osiągnięty poprzez wybór odpowiedniego modelu turbulencji. W pracy posłużono się szeregiem modeli turbulencji, poczynając od tych najprostszych, a kończąc na zawansowanych modelach z grupy $k \sim \varepsilon$.

7.4.1. Współczynnik lepkości turbulentnej

Współczynnik lepkości turbulentnej w przepływie może zostać wyznaczony w sposób algebraiczny przez podanie rozkładu lepkości turbulentnej w kierunku promieniowym lub też poprzez modelowanie tensora naprężeń Reynoldsa przez dodatkowe równania, zwane czasami „równaniami zamknięcia”. Podejście oparte na opisanu lepkości turbulentnej w sposób algebraiczny sprawdza się generalnie w przypadku modelowania bardzo prostych przypadków geometrycznych, w których nie ma wpływu sił wporu, czy też zmienności własności fizycznych, czy też innych cech komplikujących zagadnienie. W niektórych sytuacjach, jak np. w przypadku przepływu wznoszącego, średni gradient prędkości może przyjmować wartość zero niekoniecznie w osi przepływu. W takim przypadku model drogi mieszania Prandtla jest nieadekwatnym narzędziem badawczym. W przypadku występowania ekstremum profilu prędkości w pewnej odległości od ścianki, ale nie w osi przepływu, model ten wykazuje brak możliwości wyznaczenia gradientu poza ekstremum. Można co prawda podać stosowny rozkład drogi mieszania, ale to podejście nie jest ogólne i z reguły bywa bardzo żmudne. Z tego też względu używa się bardziej skomplikowanych modeli turbulencji, których zadaniem jest przede wszystkim pokonanie wyżej wymienionych trudności.

W ostatnim okresie popularnym podejściem w modelowaniu turbulencji jest stosowanie modeli dwurównaniowych. Z tej rodziny modeli, najbardziej popularna jest grupa modeli $k \sim \varepsilon$. W tego typu modelach równanie turbulentnej energii kinetycznej k jest rozwiązywane w połączeniu z równaniem opisującym dyssypację turbulentnej energii kinetycznej, ε . Modele te zawierają szereg stałych empirycznych różniących je między sobą. W literaturze można znaleźć szereg propozycji tego typu modeli. Wszystkie wyżej wymienione modele zakładają, że współczynnik lepkości turbulentnej można opisać przy znajomości gradientu pola prędkości średniej w następujący sposób:

$$\mu_t = C \rho u' l' \quad (7.34)$$

gdzie u' i l' są odpowiednio charakterystycznymi skalami prędkości oraz długości. W zależności od sposobu obliczeń skali prędkości i długości, model oparty na koncepcji współczynnika lepkości turbulentnej może stać się modelem drogi mieszania, jednorównaniowym lub dwurównaniowym.

W prezentowanej pracy przeanalizowano dziewięć modeli turbulencji z grupy $k \sim \varepsilon$. Są to modele, które są najczęściej cytowane w literaturze.

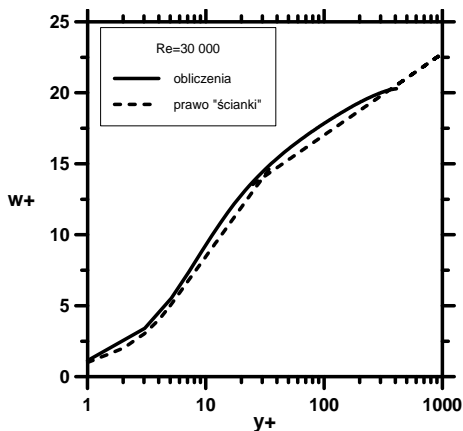
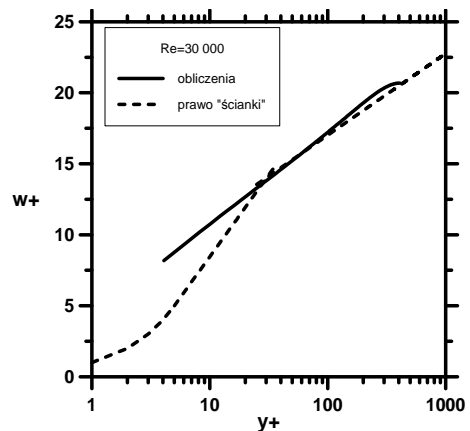
1. Jones i Launder, JL [76]
2. Launder i Sharma, LS [77]
3. Chien, CH [78]
4. Lam i Bremhorst, LB [79]
5. Shih i Hsu, SH [80]
6. Speziale, Abid i Anderson, TAS [81]
7. Yang i Shih, YS [82]
8. Abe, Kondoh i Nagano, AKN [83]
9. Sato, Shimada i Nagano, SSN [84]

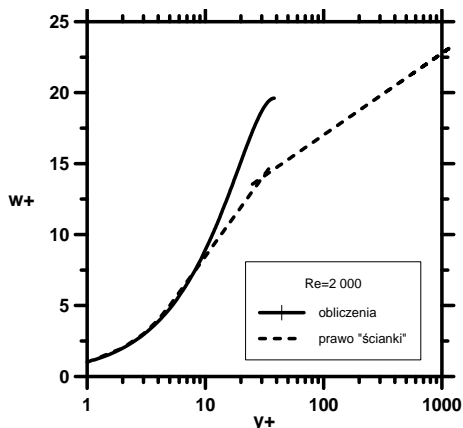
Modele są opisane równaniami (7.34) ÷ (7.36), które obowiązują dla w pełni rozwiniętego przepływu w warstwie przyściennej. W tabelach 7.1 – 7.4 przedstawiono szczegółowy zestaw parametrów opisujących poszczególne modele.

Tabela 7.1

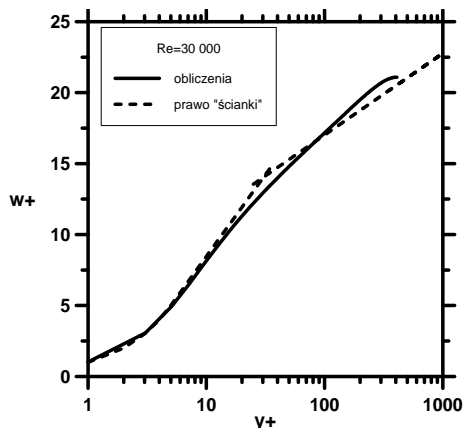
Funkcje tłumiące w modelach turbulencji $k\sim\varepsilon$ małych liczb Reynoldsa

Model	f_1	f_2	f_μ
JL	1,0	$1 - 0,3 \exp(-Re_t^2)$	$\exp\left[\frac{-2,5}{(1+Re_t/50)}\right]$
LS	1,0	$1 - 0,3 \exp(-Re_t^2)$	$\exp\left[\frac{-3,4}{(1+Re_t/50)^2}\right]$
CH	1,0	$1,0 - 0,22 \exp(-Re_t^2/36)$	$1 - \exp(-0,0115 y^+)$
LB	$1 + \left(\frac{0,05}{f_\mu}\right)^3$	$1 - \exp(-Re_t^2)$	$[1 - \exp(-0,0165 Re_y)]^2 (1 + 20,5/Re_t)$
SH	1,0	$\left[1 - 0,22 \exp(-Re_t^2)\right] \frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon}$	$1 - \exp(a R_W^{1/4} - b R_W^{1/2} - c R_W)$ $a = 5 \times 10^{-3}, b = 7 \times 10^{-5}, c = 8 \times 10^{-7}$
TAS	1,0	$1 - \exp(-y^+ / 4,9)^2$ $\times [1 - 0,22 \exp(-Re_t^2/36)]$	$(1 + 3,45/Re_t^{1/2}) \tan h(y^+/70)$
YS	$\frac{Re_t^{1/2}}{1 + Re_t^{1/2}}$	$\frac{Re_t^{1/2}}{1 + Re_t^{1/2}}$	$[1 - \exp(-a R_K - b R_K^3 - c R_K^5)]^{0,5} / (1 + 1/Re_t^{1/2})$ $a = 1,5 \times 10^{-4}, b = 5 \times 10^{-7}, c = 1 \times 10^{-10}$
AKN	1,0	$[1 - \exp(-y^*/3,1)]^2$ $[1 - 0,3 \exp[-(Re_t)^2]]$	$[1 - \exp(-y^*/14)]^2$ $\times [1 + 5/Re_t^{0,75} \exp[-(Re_t)^2]]$
SSN	1,0	$1 - 0,3 \exp[-(Re_t)^2]$	$1 - \exp(-Re_t/90)$ $\times [1 + (7/R e_t) \exp[-\sqrt{Re_t/10}]]$

Rys. 7.9. Profil prędkości obliczony przy użyciu modelu drogi mieszania ($Re = 30\,000$)Rys. 7.10. Profil prędkości obliczony przy użyciu modelu $k \sim \varepsilon$ dla dużych liczb Reynoldsa ($Re = 30\,000$) [85]



Rys. 7.11. Profil prędkości obliczony przy użyciu modelu $k \sim \varepsilon$ dla małych liczb Reynoldsa ($Re = 2\,000$) [76]



Rys. 7.12. Profil prędkości obliczony przy użyciu modelu $k \sim \varepsilon$ dla małych liczb Reynoldsa ($Re = 30\,000$) [76]

Tabela 7.2

Stałe używane w modelach turbulencji $k \sim \varepsilon$ małych liczb Reynoldsa

Model	Π	D	E
JL	0	$2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$ dla $y^+ \geq 2$ $2\nu k / y^2$ dla $y^+ < 2$	$2\nu v_t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2$
LS	0	$2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$ dla $y^+ \geq 2$ $2\nu k / y^2$ dla $y^+ < 2$	$2\nu v_t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2$
CH	0	$\frac{2\nu k}{y^2}$	$\frac{-2\nu \varepsilon}{y^2} \exp(-0,5 y^+)$
LB	0	0	0
SH	$\frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{0,01 v_t}{f_\mu^2 \sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right]$	$\varepsilon \exp(-\sqrt{Re_t})$	$v v_t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2$
TAS	0	0	0
YS	0	0	$v v_t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2$
AKN	0	0	0
SSN	0	0	$\exp[-(y^+)^2] v v_t \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2$

Tabela 7.3

Stałe używane w różnych modelach turbulencji $k\sim\epsilon$ małych liczb Reynoldsa

Model	C_μ	C_1	C_2	σ_k	σ_ϵ
JL	0,09	1,45	2,0	1,0	1,3
LS	0,09	1,44	1,9	1,0	1,3
CH	0,09	1,44	1,92	1,0	1,3
LB	0,09	1,44	1,92	1,0	1,3
SH	0,09	1,50	2,0	1,3	1,3
TAS	0,09	1,44	1,83	1,36	1,36
YS	0,09	1,44	1,9	1,0	1,3
AKN	0,09	1,50	1,9	1,4	1,4
SSN	0,09	1,44	1,9	$\frac{1,2}{1+3,5 \exp(-Re_t/100)}$	$\frac{1,2}{1+3,5 \exp(-Re_t/100)}$

Tabela 7.4

Cechy modeli turbulencji $k \sim \epsilon$ małych liczb Reynoldsa

Model	Równanie dyssypacji	Warunek brzeg. na ścianie dla ϵ	Skala długości	Charakter asymptot. v_t	Parametry użyte w f_μ
JL	$\tilde{\epsilon}$	$\tilde{\epsilon} = 0$	$k^{3/2}/\tilde{\epsilon}$	$O(y^3)$	Re_t
LS	$\tilde{\epsilon}$	$\tilde{\epsilon} = 0$	$k^{3/2}/\tilde{\epsilon}$	$O(y^3)$	Re_t
CH	$\tilde{\epsilon}$	$\tilde{\epsilon} = 0$	$k^{3/2}/\tilde{\epsilon}$	$O(y^3)$	y^+
LB	ϵ	$\epsilon = \nu \partial^2 k / \partial y^2$	$k^{3/2}/\epsilon$	$O(y^4)$	Re_y & Re_t
SH	ϵ	$\epsilon = 2\nu(\partial\sqrt{k}/\partial y)^2$	$k^{3/2}/\epsilon$	$O(y^3)$	y^+
TAS	ϵ	$\epsilon = 2\nu(\partial\sqrt{k}/\partial y)^2$	$k^{3/2}/\epsilon$	$O(y^3)$	Re_t & y^+
YS	ϵ	$\epsilon = 2\nu(\partial\sqrt{k}/\partial y)^2$	$k^{3/2}/\epsilon$	$O(y)$	Re_y & Re_t
AKN	ϵ	$\epsilon = 2\nu(\partial\sqrt{k}/\partial y)^2$	$k^{3/2}/\epsilon$	$O(y)$	Re_t & y^+
SSN	$\tilde{\epsilon}$	$\tilde{\epsilon} = 0$	$k^{3/2}/\tilde{\epsilon}$	$O(y)$	Re_t

$$Re_t = \frac{k^2}{\nu \tilde{\epsilon}}, \quad Re_y = y \frac{\sqrt{k}}{\nu}, \quad y^+ = \frac{y u_t}{\nu}, \quad Re_w = \frac{u^4}{\nu \tilde{\epsilon}}, \quad Re_p = \frac{v_t (\partial u / \partial y)^2}{k \sqrt{C_\mu} \epsilon / \nu}, \quad y^* = \frac{y}{\nu (\nu \tilde{\epsilon})^{0,25}}$$

Transport energii kinetycznej

$$v_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] - \epsilon + D + \Pi = 0 \quad (7.35)$$

Dyssypacja energii kinetycznej

$$C_1 f_1 \frac{\tilde{\epsilon}}{k} v_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{v_t}{\sigma_{\tilde{\epsilon}}} \right) \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial y} \right] - C_2 f_2 \frac{\tilde{\epsilon}^2}{k} + E = 0 \quad (7.36)$$

Współczynnik lepkości turbulentnej

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \frac{\rho k^2}{\varepsilon} \quad (7.37)$$

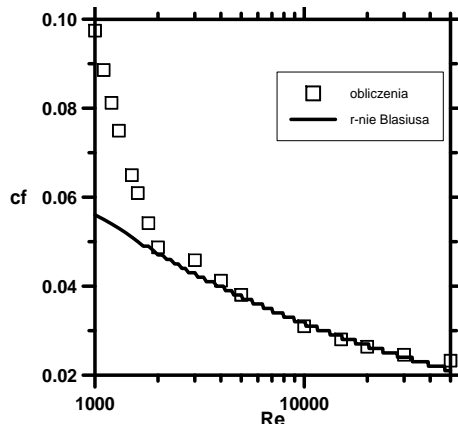
Wyniki weryfikacji obliczeń własności turbulentnych przy użyciu różnych modeli turbulencji przedstawiono na rys. 7.9 do rys. 7.12. Linia ciągła na rys. 7.9 oznacza obliczenia weryfikujące kodu obliczeniowego dla przypadku jednofazowego porównane z prawem ścianki. Wyniki uzyskano przy użyciu modelu drogi mieszania. Obliczenia przewidują zbyt duże wartości prędkości w rdzeniu, czyli dla dużych wartości y^+ . Obliczenia profilu prędkości wykonane za pomocą standardowego modelu turbulencji dużych liczb Reynoldsa [85] pokazane są na rys. 7.10. Rozkłady prędkości uzyskane za pomocą modelu turbulencji małych liczb Reynoldsa [76] dla $Re = 2000$ i $Re = 30000$ są przedstawione na rys. 7.11 i 7.12. Na rys. 7.11 profil prędkości jest podobny do przepływu laminarnego ponieważ przedstawiony region jest blisko podwarstwy laminarnej. Z drugiej strony, na rys. 7.12 profil prędkości zgadza się bardzo dobrze z obliczeniami przy użyciu „prawa logarytmicznego” dla przepływów jednofazowych, wskazując na fakt, że przepływ jest turbulentny.

Współczynnik tarcia dla przypadku jednofazowego w funkcji liczby Reynoldsa przedstawiony jest na rys. 7.13. Poniżej $Re = 2000$ współczynnik tarcia jest proporcjonalny do odwrotności liczby Reynoldsa, czyli przepływ odpowiada przepływowi laminarnego. Ze wzrostem liczby Reynoldsa, powyżej 2000, obserwuje się przejście laminarno-turbulentne. Z dalszym wzrostem liczby Reynoldsa osiągnany jest przepływ turbulentny.

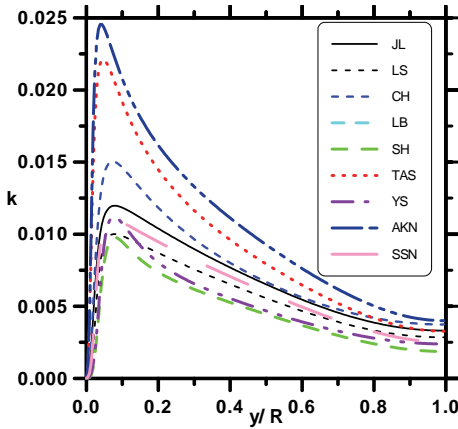
Generalnie, model $k \sim \varepsilon$ dla małych liczb Reynoldsa umożliwia obliczenia dla szerokiego wachlarza liczb Reynoldsa, począwszy od przepływów laminarnych, kończąc na przepływach turbulentnych.

Praca własna autora [86] miała na celu próbę sprawdzenia popularnego modelu turbulencji typu $k \sim \varepsilon$ w modelowaniu przepływu pęcherzykowego w warstwie przyściennej.

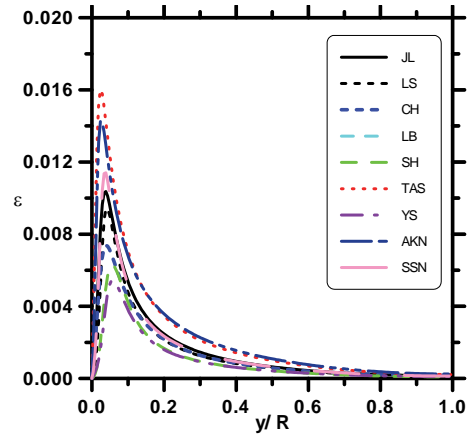
W tym celu wykorzystanych zostało dziewięć najbardziej znanych modeli turbulencji z grupy $k \sim \varepsilon$. W literaturze spotyka się stosowanie modeli turbulencji z grupy $k \sim \varepsilon$ do modelowania nieściśliwego, turbulentnego przepływu pęcherzykowego. W tego typu podejściach turbulencja w fazie rozproszonej jest z reguły pomijana. Takie założenie jest dopuszczalne w przypadku, gdy stopień zapełnienia jest niewielki, a stosunek gęstości obu faz duży. Znajduje to potwierdzenie w badaniach eksperymentalnych. W większości prac jako warunku brzegowego używano dobrze sprawdzonego prawa ścianki, w którym obowiązuje logarytmiczny profil średniej prędkości. Takie podejście jest często spotykane w praktyce inżynierskiej, gdyż nie trzeba wówczas stosować bardzo niewygodnej gęstej siatki w pobliżu ścianki, celem poprawnego obliczenia znacznych gradientów prędkości w warstwie przyściennej.



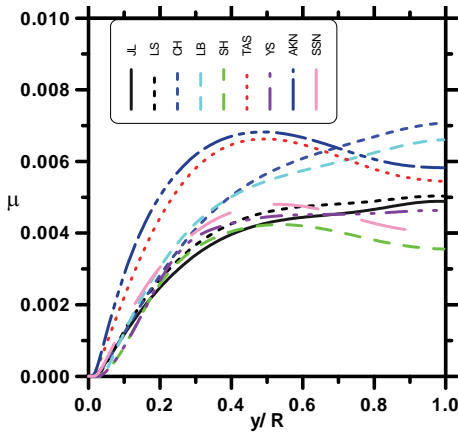
Rys. 7.13. Rozkład współczynnika tarcia w zależności od liczby Reynoldsa (model $k \sim \varepsilon$ dla małych liczb Reynoldsa) [76]



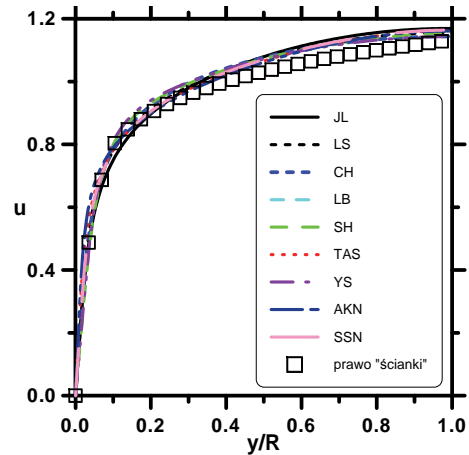
Rys. 7.14. Rozkład turbulენტnej energii kinetycznej w jednofazowej warstwie przyściennej



Rys. 7.15. Rozkład dyssypacji turbulენტnej energii kinetycznej w jednofazowej warstwie przyściennej przy użyciu różnych modeli turbulencji



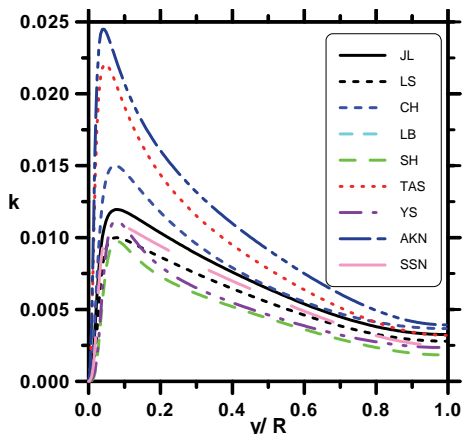
Rys. 7.16. Rozkład współczynnika lepkości turbulენტnej w jednofazowej warstwie przyściennej



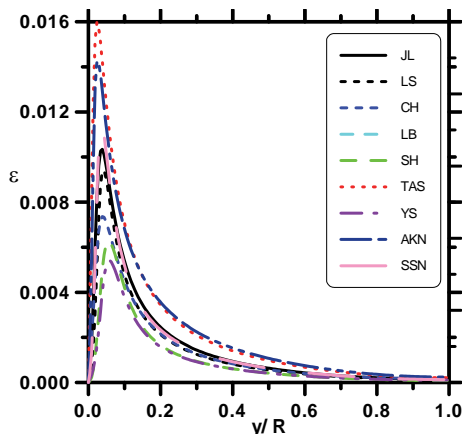
Rys. 7.17. Rozkład prędkości w jednofazowej warstwie przyściennej

Obliczenia przeprowadzono za pomocą programu komputerowego opisanego w [74, 75]. Program został rozszerzony o wyżej omówione modele turbulencji z grupy $k \sim \varepsilon$. Najpierw obliczenia przeprowadzono dla w pełni rozwiniętego przepływu jednofazowego. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 7.14 do 7.17 w postaci rozkładu turbulენტnej energii kinetycznej (rys. 7.14), dyssypacji turbulენტnej energii kinetycznej (rys. 7.15), lepkości turbulენტnej (rys. 7.16) oraz rozkładu prędkości (rys. 7.17). Wyniki porównano ze znanymi zależnościami prawa ścianki. Wszystkie modele przewidują podobny rozkład prędkości.

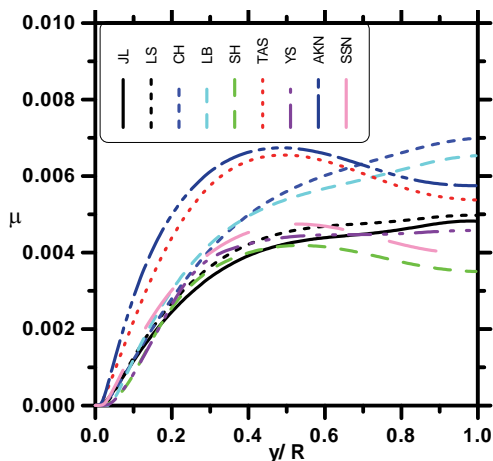
Następnie przeprowadzono podobne obliczenia dla przypadku przepływu pęcherzykowego w dwufazowej warstwie przyściennej, rys. 7.18 do 7.21. Otrzymano słabą zgodność w porównaniu z danymi eksperymentalnymi Marięgo i in. [69, 70]. Proponowany własny model dużo lepiej opisuje przepływ pęcherzykowy w warstwie przyściennej.



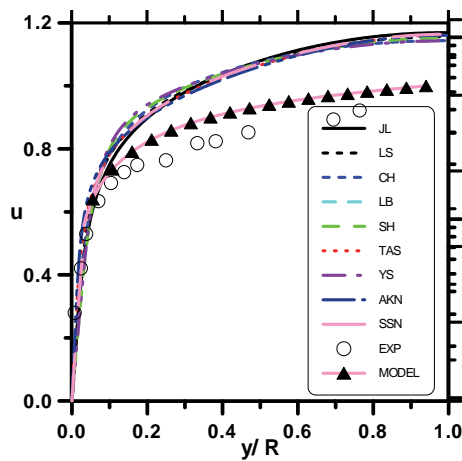
Rys. 7.18. Rozkład turbulentnej energii kinetycznej w dwufazowej warstwie przyściennej



Rys. 7.19. Rozkład dyssypacji turbulentnej energii kinetycznej w dwufazowej warstwie przyściennej

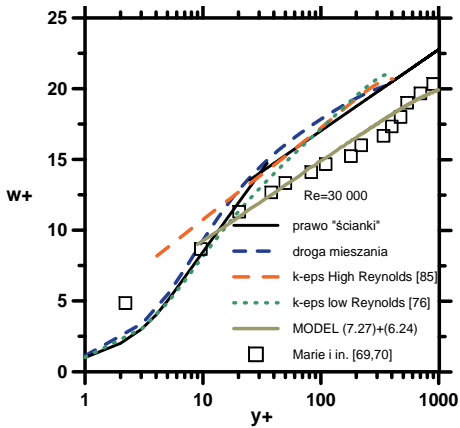


Rys. 7.20. Rozkład współczynnika lepkości turbulentnej w dwufazowej warstwie przyściennej



Rys. 7.21. Rozkład prędkości w dwufazowej warstwie przyściennej

Reasumując, na rys. 7.17 i rys. 7.21 przedstawiono porównanie obliczeń pola prędkości za pomocą różnych modeli turbulencji z grupy modeli $k \sim \varepsilon$ dla przypadku obliczeń w pełni rozwiniętego opływu płytki płynem jednofazowym i dwufazowym. Własny model obliczeniowy został zweryfikowany poprzez porównanie z prawem ścianki wykazującą zadowalającą zgodność obliczeń z teorią. Wyniki uzyskane za pomocą rozpatrywanych



Rys. 7.22. Rozkład prędkości wyznaczony za pomocą różnych modeli turbulencji dla stopnia wypełnienia $\alpha = 1,3\%$ oraz prędkości niezaburzonej $u_1 = 1 \text{ m/s}$

modeli turbulencji zastosowanych do równania pędu (7.32) niewiele różnią się między sobą, rys. 7.21. Wynika stąd wniosek, że przedstawione modele turbulencji niewiele wnoszą w poznanie praw rządzących przepływem dwufazowym. Jak wynika z obliczeń, własny model przepływu dwufazowego dużo lepiej oddaje cechy przepływu pęcherzykowego w warstwie przyściennej. Wyniki symulacji, w której porównano rezultaty otrzymane za pomocą własnego modelu przepływu oraz znanymi z literatury rozwiązaniami równań zachowania dla przepływu dwufazowego, gdzie turbulencja jest modelowana modelem drogi mieszania oraz modelem $k \sim \epsilon$ dla małych i dużych liczb Reynoldsa, pokazano na rys. 7.22.

Rozdział 8

PRZEPŁYW PĘCHERZYKOWY W KANAŁE

8.1. Wstęp

W literaturze dotyczącej modelowania przepływów pęcherzykowych w kanałach spotyka się odniesienia przede wszystkim do kilku zestawów danych eksperymentalnych dotyczących przepływów pęcherzykowych w rurach pionowych. Są to dane Serizawy i in. [87], Wanga i in. [39], Nakoryakova i in. [88, 89] i Kashinskiego i in. [90]. Dane te były zebrane dla różnych średnic kanału, dla przepływu wznoszącego i opadającego. Z dotychczasowej praktyki badawczej wynika, że nie zawsze możliwy jest dostęp do danych eksperymentalnych prezentowanych w literaturze, a dane, które przedstawia się w literaturze, nie zawsze zawierają wystarczającą ilość informacji, umożliwiającą ich porównanie z eksperymentami numerycznymi. Poniżej przedstawiono zastosowanie własnego modelu do przypadku przepływu przez kanały wraz z ilustracją porównania wyników obliczeń z danymi eksperymentalnymi Nakoryakova i in. [88, 89].

8.2. Zastosowanie własnego modelu do opisu przepływu w rurze pionowej

W przypadku przepływu jednofazowego przez kanał, główną różnicą, jaka ma miejsce w porównaniu do przepływu w warstwie przyściennej, jest istnienie rozkładu naprężeń stycznych w przekroju przepływu, w taki sposób, że na ścianie występuje wartość τ_w , a w osi przepływu jest wartość naprężeń równa zero. W przypadku przepływu pęcherzykowego rozkład naprężeń nie będzie liniowy pomiędzy tymi dwoma punktami, co wykazano poniżej, z uwagi na obecność sił wyporu.

Celem wykorzystania własnego modelu przepływu pęcherzykowego do zagadnienia przepływu w kanale pionowym zapisuje się ogólne równanie ruchu w kanale, przy pominięciu sił bezwładności, ale z uwzględnieniem sił masowych. Wówczas, dla przypadku przepływu w pełni rozwiniętego, otrzymuje się

$$\frac{\partial \tau_e}{\partial r} - \frac{\partial p}{\partial z} \pm \rho g = 0 \quad (8.1)$$

Znak plus w równaniu (8.1) oznacza przepływ do dołu, natomiast znak minus – przepływ do góry. Pierwszy człon po lewej stronie równania (8.1) wyraża całkowite naprężenia ścinające przepływu, czyli sumę naprężeń turbulentnych i molekularnych, jak również pochodzących od obecności pęcherzyków. Całkując równanie (8.1) w granicach od dowolnego promienia rury r do promienia zewnętrznego R , otrzymuje się

$$\tau_w - \tau_e - \frac{\partial p}{\partial z} (R - r) \pm \int_r^R \rho g dr = 0 \quad (8.2)$$

Z drugiej strony, równanie ruchu (8.1) można scałkować w granicach całego promienia rury, czyli od 0 do R i wówczas otrzymujemy

$$\tau_w - \frac{\partial p}{\partial z} R \pm \int_0^R \rho g dr = 0 \quad (8.3)$$

Wyznaczając z (8.3) spadek ciśnienia, który jest wielkością stałą, i podstawiając go do (8.2), otrzymuje się zależność ogólną opisującą rozkład naprężeń stycznych podczas przepływu pęcherzykowego w rurze, uwzględniającą siły masowe

$$\tau_e = \tau_w \frac{r}{R} \mp \left(1 - \frac{r}{R}\right) \int_0^R \rho g dr \pm \int_r^R \rho g dr = 0 \quad (8.4)$$

W przepływie dwufazowym gęstość występująca w równaniu (8.4) opisana jest zależnością

$$\rho = (1 - \alpha) \rho_l + \alpha \rho_g \quad (8.5)$$

Wyprowadzone w równaniu (8.4) naprężenia wyrażają ekwiwalentne naprężenia w przepływie dwufazowym. Należy je podstawić do równania ogólnego przepływu (6.14) wraz z (8.5). Otrzymuje się wówczas rozkład naprężeń w przepływie pęcherzykowym w kanale w postaci ogólnej, obowiązujący zarówno dla przepływu laminarnego, jak i turbulentnego:

$$\tau_e = \tau_w \left(1 - \frac{y}{R}\right) + g \rho_l \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l}\right) \left(\frac{y}{R} \int_0^R \alpha dy - \int_0^y \alpha dy \right) = \sqrt{(1 - \alpha)^2 \tau_l^2 + M \alpha} \quad (8.6)$$

gdzie:

$$M = \frac{3}{4} \frac{C_D u_R^3 v_l}{d_b u_\tau^4}, \quad y = R - r.$$

Jak można zauważyć, rozwiązanie równania (8.6) wymaga uprzedniej znajomości rozkładu stopnia zapełnienia α , a w związku z tym jest równaniem sprzężonym z równaniami (6.24), (6.25) oraz (6.39).

8.2.1. Analiza przepływu w kanale w warunkach braku sił wyporu

W przypadku, gdy wpływ sił masowych jest pomijalny (duże prędkości przepływu), to postać równania (8.6) znacznie się upraszcza. Uzyskuje się równanie w postaci uproszczonej

$$\tau_e = \tau_w \frac{r}{R} = \tau_w \left(1 - \frac{y}{R}\right) \quad (8.7)$$

gdzie $r = R - y$. Analogiczna postać równania opisującego rozkład naprężeń stycznych jest znana dla przepływu jednofazowego. Tego typu zależność można wprowadzić do wyprowadzonych w poprzednich rozdziałach równań modelu przepływu pęcherzykowego i analizować przepływ pęcherzykowy przy dużych prędkościach. Należy wówczas wprowadzić

do (6.14) rozkład naprężeń obowiązujących w rurze $\tau(y/R)$ oraz określić sposób wyrażenia współczynnika lepkości turbulentnej μ_t .

8.2.2. Przepływ laminarny cieczy

Bardzo interesujące jest rozpoznanie wpływu obecności samych tylko pęcherzyków na turbulencję przepływu. To zjawisko można również analizować za pomocą zaprezentowanego własnego modelu. Celem skorzystania z modelu należy wyrazić naprężenia w cieczy jak dla przepływu laminarnego, a za współczynnik lepkości turbulentnej przyjmując współczynnik lepkości dynamicznej cieczy. Równanie wyrażające naprężenia ścinające ekwiwalentnego przepływu dwufazowego przekształci się wówczas do postaci

$$\tau_e^2 = \left[\tau_w \left(1 - \frac{y}{R} \right) + g \rho_l \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l} \right) \left(\frac{y}{R} \int_0^R \alpha dy - \int_0^y \alpha dy \right) \right]^2 = (1 - \alpha)^2 \left(\frac{\partial w^+}{\partial y^+} \right)^2 + M \alpha \quad (8.8)$$

Następnie wprowadza się współrzędne bezwymiarowe według (7.2). Otrzymuje się wówczas równanie różniczkowe zwyczajne opisujące pole prędkości w laminarnym przepływie pęcherzykowym wraz z uwzględnieniem sił wyporu.

$$\frac{\partial w_e^+}{\partial y^+} = \sqrt{\frac{\left[\left(1 - \frac{y^+}{R^+} \right) + \frac{g v}{u_\tau^3} \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l} \right) \left(\frac{y^+}{R^+} \int_0^{R^+} \alpha dy^+ - \int_0^{y^+} \alpha dy^+ \right) \right]^2 - \frac{3}{4} \frac{C_D u_R^3 v_l}{d_b u_\tau^4} \alpha}{(1 - \alpha)}} \quad (8.9)$$

Obliczenia wykonane według (8.9) wykazują spłaszczenie profilu prędkości charakterystyczne dla obecności turbulencji w przepływie, co przedstawiono w rozdziale 8.3.

8.2.3. Przepływ turbulentny cieczy

Dostosowując proponowany własny model do przepływu turbulentnego, równanie (8.6) sprowadzamy do postaci

$$\tau_e^2 = (1 - \alpha)^2 \mu_t^2 \left(\frac{dw}{dy} \right)^2 + \frac{3}{4} \frac{\alpha \rho_l C_D u_R^3}{d_b} \mu_t \quad (8.10)$$

Aby opisać turbulencję przepływu pęcherzykowego w rurze pionowej, wykorzystujemy model drogi mieszania Prandtla, w którym współczynnik lepkości turbulentnej wyraża się w postaci

$$\mu_t = \rho l_m^2 \left(\frac{dw}{dy} \right) \quad (8.11)$$

Droga mieszania wyznaczona jest jako $l_m = \kappa y$. Podstawiając model Prandtla oraz drogę mieszania do równania (8.10), otrzymuje się

$$\tau_e^2 = (1 - \alpha)^2 \rho_l^2 \kappa^4 y^4 \left(\frac{dw}{dy} \right)^4 + \frac{3}{4} \frac{\alpha \rho_l C_D u_R^3}{d_b} \rho_l \kappa^2 y^2 \left(\frac{dw}{dy} \right) \quad (8.12)$$

Po sprowadzeniu równania (8.12) do postaci bezwymiarowej, uzyskuje się

$$(\tau_e^+)^2 = (1-\alpha)^2 \kappa^4 y^{+4} \left(\frac{dw^+}{dy^+} \right)^4 + \frac{3}{4} \frac{\alpha C_D u_R^3 v_t}{d_b u_\tau^4} \quad (8.13)$$

Następnie, wprowadzając rozkład naprężeń, można z niego wyznaczyć szukany profil prędkości z równania

$$\left(\frac{\partial w^+}{\partial y^+} \right) = \frac{\left\{ \left[\left(1 - \frac{y^+}{R^+} \right) + \frac{g v}{u_\tau^3} \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l} \right) \left(\frac{y^+}{R^+} \int_0^{R^+} \alpha dy^+ - \int_0^{y^+} \alpha dy^+ \right) \right]^2 - M \mu_t \alpha \right\}^{0.25}}{(1-\alpha)^{0.5} \kappa y^+} \quad (8.14)$$

gdzie

$$M = \frac{3}{4} \frac{C_D u_R^3 v_t}{d_b u_\tau^4}$$

Równanie (8.14) nie ma rozwiązania analitycznego, gdyż po prawej stronie tego równania występuje niewiadomy współczynnik lepkości turbulentnej, zależny od profilu prędkości. Rozwiązań tego równania można szukać jedynie na drodze numerycznej. Analizę równania (8.14) można przeprowadzić dla założeń upraszczających, tzn. przebadać zachowanie rozwiązania równania (8.14) dla warunków asymptotycznych, które dla tego równania można sformułować następująco: mały stopień zapełnienia oraz mały gradient prędkości. Pierwsze z tych uproszczeń obowiązuje w pobliżu ścianki, a drugie w rdzeniu przepływu.

8.2.4. Rozwiązanie przepływu w okolicy ścianki

W przypadku rozwiązania w okolicy ścianki pomija się drugą część równania (8.13):

$$(\tau_e^+)^2 = (1-\alpha)^2 \kappa^4 y^{+4} \left(\frac{dw^+}{dy^+} \right)^4 \quad (8.15)$$

Przy samej ściance występuje przepływ laminarny cieczy opisany równaniem

$$\frac{dw^+}{dy^+} = \tau_e^+ \quad (8.16)$$

Z (8.15) można wyznaczyć szukany gradient prędkości w pobliżu ścianki

$$\frac{dw^+}{dy^+} = \frac{(\tau_e^+)^{0.5}}{(1-\alpha)^{0.5} \kappa y^+} \quad (8.17)$$

Rozwiązania powyższego równania należy szukać na drodze numerycznej, przy warunku brzegowym podobnym jak dla przepływów jednofazowych. To znaczy, w pewnej odległości od ścianki, np. dla $y^+ = 5$ gradienty z równań (8.16) i (8.17) są sobie równe.

8.2.5. Rozwiązanie przepływu w okolicy rdzenia przepływu

W przypadku rozpatrywania równania (8.13) dla rdzenia przepływu pomija się pierwszy człon po lewej stronie tego równania. Otrzymuje się wówczas

$$(\tau_e^+)^2 = \frac{3}{4} \frac{\alpha C_D u_R^3 v_l}{d_b u_\tau^4} \kappa^2 y^{+2} \frac{\partial w^+}{\partial y^+} \quad (8.18)$$

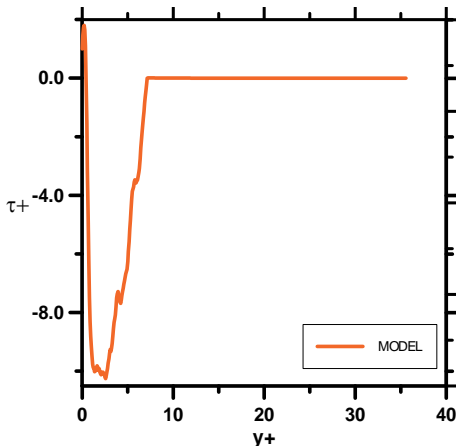
Gradient prędkości z równania (8.17) przybiera postać

$$\frac{\partial w^+}{\partial y^+} = \frac{(\tau_e^+)^2}{M \kappa^2 y^{+2}} \quad (8.19)$$

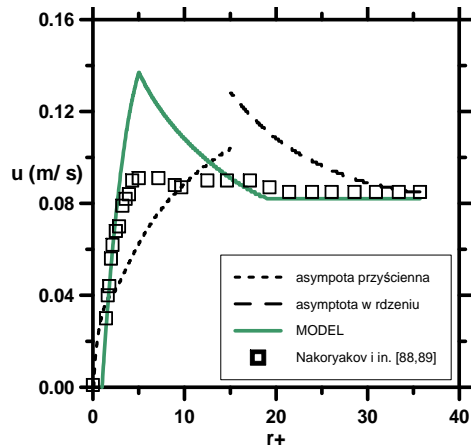
W tym przypadku rozwiązania poszukujemy przy warunku brzegowym odpowiadającym zerowaniu się pochodnej prędkości w osi kanału.

8.3. Przykładowe wyniki obliczeń

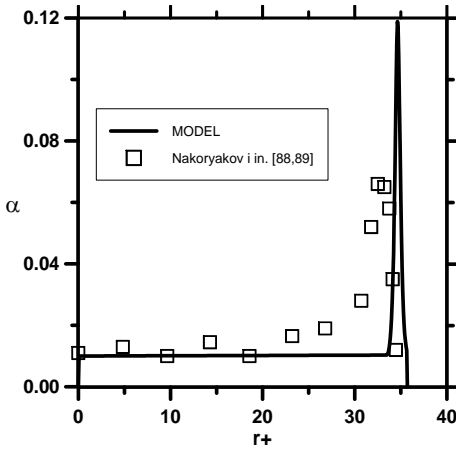
Celem ilustracji prezentowanych rozważań w ramach przykładów obliczeniowych porównano obliczenia z jednym zestawem danych eksperymentalnych zaczerpniętych z pracy Nakoryakova i in. [88, 89]. Dane dotyczą przepływu, dla którego liczba Reynoldsa dla cieczy wynosi 1267. Zgodnie z teorią przepływów jednofazowych odpowiada więc to warunkom przepływu laminarnego. Obliczenia, przy użyciu własnego modelu, przeprowadzono dla następujących danych eksperymentalnych: średnia prędkość przepływu cieczy, $\bar{u} = 0,085$ m/s, średnia średnica pęcherzyka, $d_b = 0,87$ mm, średnica rury, $D = 15$ mm, średni stopień zapełnienia, $\langle \alpha \rangle = 1,9\%$, prędkość pęcherzyków względem cieczy, $u_R = 0,1$ m/s (patrz komentarz w dalszej części tekstu). Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 8.1 do 8.4.



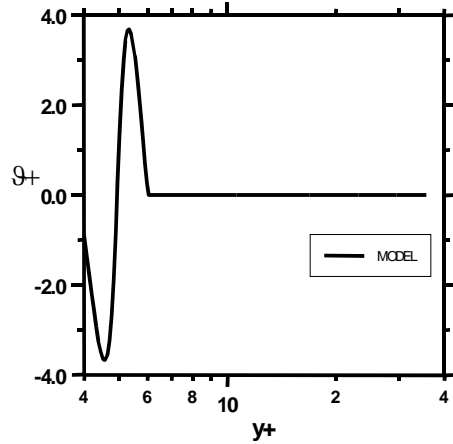
Rys. 8.1. Rozkład bezwymiarowych naprężeń stycznych w laminarnym przepływie pęcherzykowym dla danych eksperymentalnych z [88, 89]; $\bar{u} = 0,085$ m/s, $d_b = 0,87$ mm, $\langle \alpha \rangle = 1,9\%$, $u_R = 0,1$ m/s



Rys. 8.2. Rozkład prędkości przy laminarnym przepływie pęcherzykowym dla danych eksperymentalnych z [88, 89]; $\bar{u} = 0,085$ m/s, $d_b = 0,87$ mm, $\langle \alpha \rangle = 1,9\%$, $u_R = 0,1$ m/s



Rys. 8.3. Rozkład stopnia zapelnienia w laminarnym przepływie pęcherzykowym dla danych eksperymentalnych z [88, 89]; $\bar{u} = 0,085$ m/s, $d_b = 0,87$ mm, $\langle \alpha \rangle = 1,9\%$, $u_R = 0,1$ m/s



Rys. 8.4. Rozkład prędkości poprzecznej przy laminarnym przepływie pęcherzykowym dla danych eksperymentalnych z [88, 89]; $\bar{u} = 0,085$ m/s, $d_b = 0,87$ mm, $\langle \alpha \rangle = 1,9\%$, $u_R = 0,1$ m/s

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że niesłychanie ważnym faktem jest uwzględnienie w obliczeniach sił wyporu. Siły te powstają na skutek obecności pęcherzyków gazowych. Już niewielka ich ilość wpływa bardzo poważnie na powstawanie sił wyporu. Można stwierdzić, że mała zawartość fazy gazowej w sposób bardzo istotny modyfikuje rozkład naprężeń stycznych, rys. 8.1, co z kolei ma ogromny wpływ na rozkład prędkości przepływu ekwiwalentnego, rys. 8.2. Na rys. 8.2 przedstawiono trzy krzywe. Pierwsza z nich (MODEL) przedstawia symulację, do której włączono siły wyporu oraz dysypację. Złożenie naprężeń pochodzących od przepływu cieczy wraz z naprężeniami pochodzącymi od obecności pęcherzyków powoduje, że ich wypadkowa bardzo znacznie różni się od rozkładu naprężeń nieuwzględniających sił wyporu. Wyznaczenie profilu prędkości wynikającego ze złożenia tych naprężeń jest przepływem ze szczególnie zmodyfikowaną turbulencją, która, z uwagi na inne źródło niż tylko tradycyjna ścianka, jest kompletnie inna. W tym przypadku jest tak głównie za sprawą obecności pęcherzyków gazowych w przepływie. Dotychczas używane modele turbulencji nie sprawdzają się w modelowaniu takiej turbulencji przede wszystkim ze względu na fakt, że w tych modelach priorytetowy wpływ ma obecność ścianki, a nie innego źródła (jak na przykład pęcherzyków). W analizowanym przypadku droga mieszania Prandtla nie spełnia zależności, która jest zwykle używana, czyli $l_m = ky$, lecz jest „w pełni rozwinięta”, tzn. jest już stała. Do celów obliczeniowych autor przyjął ją za wielkość stałą równą κR (R promień kanału).

Z przedstawionych na rysunkach (rys. 8.1 do 8.4) wyników obliczeń wynika satysfakcjonująca zgodność rozkładów poszczególnych wielkości w odniesieniu do danych eksperymentalnych. Szczególnie zadawalający jest fakt, że profil prędkości jest praktycznie idealnie zgodny z danymi eksperymentalnymi. Potwierdza to dobre podstawy fizyczne przyjęte w proponowanym modelu. W przypadku modelu, który nie uwzględniałby dysypacji spowodowanej pęcherzykami, profil prędkości nie miałby tak stromego gradientu w pobliżu ścianki. Należy stwierdzić, że tak stromy profil prędkości odpowiada praktycz-

nie charakterowi turbulentnemu przepływu, co jest nieco zaskakującą konkluzją w świetle faktu, że rozpatrywany był przepływ o laminarnej liczbie Reynoldsa dla cieczy. Stromy gradient prędkości w okolicy ścianki świadczy o tym, że przepływ jest silnie sturbulizowany. Fakt ten spowodowany jest obecnością pęcherzyków gazowych w cieczy.

Kolejnym ważnym wnioskiem jest stwierdzenie, że obecność pęcherzyków bardzo silnie turbulizuje przepływ i koniecznie wymaga uwzględnienia w obliczeniach sił wyporu. Pominięcie tego faktu prowadziłyby do nierealnych wyników. Można wnioskować, że proponowany model bardzo dobrze symuluje to zjawisko. Model przewiduje stopień zapełnienia jakościowo bardzo dobrze oraz ilościowo w sposób satysfakcjonujący, co pokazano na rys. 8.3.

W trakcie przeprowadzania obliczeń przepływu stwierdzono, że aby model dawał satysfakcjonujące wyniki, **należałoby uwzględnić rozkład prędkości pęcherzyków względem prędkości cieczy**. W niniejszej pracy fakt ten został jedynie stwierdzony i przybliżony, niemniej zasygnalizowany problem wymaga dalszych badań podstawowych związanych z wpływem obecności ścianki na przepływ pęcherzykowy, jak również modyfikacji pola prędkości wynikającego z obecności pęcherzyków. Rozkład poprzeczny prędkości pęcherzyków wykazuje zmianę znaku, rys. 8.4. Jest to konsekwencja występowania maksimum w rozkładzie stopnia zapełnienia, która potwierdza cechy modelu wcześniej prezentowane.

Podsumowując wyniki obliczeń i analiz uzyskanych za pomocą własnego modelu, należy stwierdzić, że w odróżnieniu od innych modeli prezentowanych w literaturze ma on mocne podstawy fizyczne i jest wrażliwy na różne, dotychczas niesygnalizowane, a obserwowane w przepływach pęcherzykowych, efekty.

Rozdział 9

OPORY PRZEPIYU MIESZANINY CIECZY I PARY

W rozdziale tym przedstawione są informacje potrzebne do obliczania oporów przepływu mieszaniny cieczy i pary (gazu), na bazie modeli jednowymiarowych przepływu w kanale o stałej geometrii. Dokładne wyznaczenie oporów przepływu w kanale, w którym ma miejsce przepływ pęcherzykowy, wymaga znajomości metody obliczania oporów przepływu dwufazowego. Ze względu na sprzężenie pomiędzy hydrodynamiką przepływu i wymianą ciepła, zagadnienia określania współczynników przejmowania ciepła powinny być rozpatrywane równocześnie z analizą współczynników oporów przepływu.

Obecnie najczęściej wyznacza się spadek ciśnienia, Δp , w przepływie dwufazowym w kanale z doprowadzeniem ciepła, jako wynik tarcia w przepływie dwufazowym, zmiany ciśnienia hydrostatycznego oraz przyspieszenia mieszaniny dwufazowej, co można zapisać w postaci

$$\Delta p = \Delta p_{TP} + \Delta p_h + \Delta p_a \quad (9.1)$$

gdzie Δp_{TP} – spadek ciśnienia spowodowany tarcie w przepływie dwufazowym, Δp_h – spadek ciśnienia hydrostatycznego, Δp_a – spadek ciśnienia spowodowany zmianą pędu mieszaniny dwufazowej (człon przyspieszeniowy). W przypadku rozpatrywanego przepływu adiabatycznego pęcherzykowego ostatni człon może zostać pominięty, gdyż nie ma zmian ciśnienia spowodowanego doprowadzaniem ciepła.

Podane powyżej podejście do wyznaczania oporów przepływu nie jest w pełni poprawne (obowiązuje dla jednowymiarowych modeli przepływu dwufazowego). Składniki całkowitego oporu mieszaniny dwufazowej są zależne również od siebie, czyli są sprzężone. Najnowsze techniki wyznaczania oporów przepływu nie wyodrębniają poszczególnych członów równania (9.1), a traktują zagadnienie w sposób globalny. Przyjęte uproszczenia zagadnienia przepływu pęcherzykowego, na poziomie inżynierskim, upoważniają jednak autora aby, do celów ilustracyjnych modelu, wyznaczać opory przepływu według równania (9.1).

9.1. Spadek ciśnienia spowodowany tarcie w przepływie dwufazowym

Najczęściej spadek ciśnienia spowodowany tarcie w przepływie dwufazowym przedstawiony jest zgodnie z propozycją Martinello–Nelsona w postaci

$$\Delta p_{TP} = R\Delta p_0 \quad (9.2)$$

gdzie Δp_0 – spadek ciśnienia w przepływie stacjonarnym jednofazowym (najczęściej fazy ciekłej), o takim masowym natężeniu, jak w przepływie dwufazowym ($\dot{m}_0 = \dot{m}_1 + \dot{m}_g$), R – współczynnik oporów miejscowych przepływu dwufazowego. Korzystając ze znanej zależności wiążącej całkowity spadek ciśnienia z prędkością przepływu

$$\Delta p_0 = \frac{l}{d} \zeta_0 \frac{\overline{\rho_1 u_1}}{2} \quad (9.3)$$

i wykorzystując wzór Koo, opisujący lokalne straty ciśnienia, w postaci

$$\zeta_0 = C \text{Re}_0^{-0.25} \quad (9.4)$$

otrzymuje się następujące wyrażenie:

$$\Delta p_0 = \frac{l}{d} C \text{Re}_0^{-0.25} \frac{\overline{\rho_1 u_1}}{2} \quad (9.5)$$

gdzie: l – długość kanału,

d – średnica wewnętrzna kanału

$$\text{Re}_0 = \frac{\overline{u_1} d}{\nu_1} \quad (9.6)$$

$$\overline{u_1} = \frac{4\dot{m}_1}{\pi \rho_1 d^2} \quad (9.7)$$

C – współczynnik oporu zależny od rodzaju przepływu i stanu powierzchni kanału, dla przepływu turbulentnego w prostych, gładkich i okrągłych kanałach, $C = 0,316$ według zależności Blasiusa obowiązującej dla przepływu turbulentnego.

Kolejną wielkością wymagającą omówienia jest współczynnik oporów miejscowych R przepływu dwufazowego. Wielkość R może być obliczana w różny sposób w zależności od przyjętego modelu przepływu dwufazowego. Znane są modele: przepływu jednorodnego, model Lottes–Flinna, model Martinello–Nelsona, model Levy'ego, model Marchaterre'ego oraz z nowszych, między innymi, model Baroczego i Chisholma [1, 10, 91]. Przedstawiony przez autora model przepływu pęcherzykowego może również zostać wykorzystany do wyprowadzenia oporów przepływu pęcherzykowego.

Dla wybranych modeli wielkość R przyjmuje następującą postać:

— model jednorodny

$$R_j = \frac{\Delta p_{TP}}{\Delta p_1} \Bigg|_{\dot{m}} = \frac{\tau_{TP}}{\tau_1} \Bigg|_{\dot{m}} = \frac{\rho_1}{\rho_{TP}} = 1 + \frac{v_g - v_1}{v_1} x \quad (9.8)$$

— model Lottes–Flinna

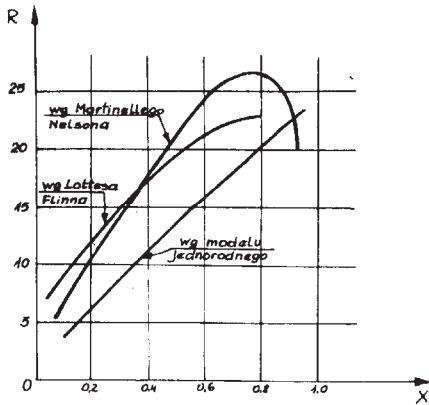
$$R_F = \left(\frac{1-x}{1-\alpha} \right)^2 \quad (9.9)$$

— model Martinello–Nelsona

$$R_N = (1-x)^{1.75} \Phi_{ltt}^2 \quad (9.10)$$

— model Levy'ego

$$R_L = \frac{(1-x)^{1.75}}{(1-\alpha)^2} \quad (9.11)$$



Rys. 9.1. Współczynnik oporów tarcia dla mieszaniny dwufazowej para–woda przy ciśnieniu $p = 0,103 \text{ MPa}$ [92]

W modelu Martinellogo–Nelsona Φ_{lt} jest funkcją parametru Martinellogo, $\Phi_{lt} = f(X_{lt})$. Jak wynika z analizy przeprowadzonej przez Trele [92], dla freonów uzyskano dobrą zgodność z eksperymentem w zakresie $x < 0,5$ przez zastosowanie modelu Lottesza–Flinna, natomiast powyżej tej wartości, tzn. $x > 0,5$ najlepszy okazał się model Martinellogo–Nelsona. Wartości współczynnika oporu przepływu dwufazowego według niektórych metod obliczeniowych, dla porównania, przedstawiono na rys. 9.1.

Aby określić stopień zapełnienia, α , wykorzystuje się w praktyce znaną zależność między stopniem zapełnienia a poślizgiem między fazami

$$\frac{u_g}{u_l} = S$$

w postaci [92]

$$\alpha = \frac{1}{1 - \frac{1-x}{x} S \frac{\rho_g}{\rho_l}} \quad (9.12)$$

Poślizg można określić eksperymentalnie. Zależności na wyrażenie dla poślizgu S są osiągalne w literaturze przedmiotu. Zaproponowano je na podstawie analizy wymiarowej i opierając się na badaniach eksperymentalnych wielu autorów. Dla wrzenia rozwiniętego w kanale pionowym obowiązuje następująca zależność [92]:

$$S = 0,83 \text{Fr}^{-0,17} \left(\frac{x}{1-x} \frac{\mu_l}{\mu_g} \right)^{0,06} \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0,32} \quad (9.13)$$

ważna dla sprawdzonego doświadczalnie zakresu liczb bezwymiarowych $0,078 < \text{Fr} < 83,4$;

$$0,04 < \frac{x}{1-x} \frac{\mu_l}{\mu_g} < 138 \text{ oraz } 6,7 < \frac{\rho_l}{\rho_g} < 447$$

w warunkach przepływu adiabatycznego i z wrzeniem. Dla wrzenia rozwiniętego i kanału poziomego obowiązuje zależność

$$S_r = k_\varphi S \quad (9.14)$$

gdzie S jest dane wzorem (9.13), a k_φ wynosi

$$k_\varphi = 51,2 \text{Re}_0^{-0,33} \quad (9.15)$$

Zależność (9.15) obowiązuje dla zakresu liczb Reynoldsa $3 \times 10^4 < \text{Re}_0 < 15 \times 10^4$, natomiast dla liczb $\text{Re}_0 > 15 \times 10^4$ przyjmuje się $k_\varphi = 1$. Dla określenia stopnia zapełnienia α dla wrzenia przechłodzonego proponuje się następującą zależność:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{\dot{m}_l}{\dot{m}_g}\right)_r S_p \frac{\rho_g}{\rho_l}} \quad (9.16)$$

gdzie S_p można obliczyć według wzoru (9.13) lub (9.14), wstawiając w miejsce $x/(1-x)$ wielkość $\left(\frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_l}\right)_r$, którą należy obliczyć z zależności podanej w postaci

$$\left(\frac{\dot{m}_l}{\dot{m}_g}\right)_r = f \left[(T_s, T_B, \Omega), \frac{\alpha_{TP}}{\alpha_k} (\dot{m}_0), L - L_B (c_{pl} q r) \right] \quad (9.17)$$

gdzie: T_s – temperatura nasycenia,

T_B – średnia temperatura cieczy dla początku wrzenia przechłodzonego,

Ω – obwód kanału

$$f \left(\frac{\alpha_{TP}}{\alpha_k} \right) = g(Bo, Pr, Re),$$

Bo – liczba wrzenia $Bo = \frac{q l}{\rho_g r v_l}$

$$\dot{m}_0 = \dot{m}_l + \dot{m}_g \quad (9.18)$$

$L - L_B$ – długość kanału z wrzeniem przechłodzonym,

c_{pl} – ciepło właściwe cieczy,

q – gęstość strumienia cieplnego,

r – ciepło parowania.

9.2. Spadek ciśnienia hydrostatycznego Δp_h

Spadek ciśnienia hydrostatycznego na długości kanału L_{TP} nachylonego do poziomu pod kątem θ dany jest zależnością

$$\Delta p_h = \bar{\rho} |_0^{L_{TP}} L_{TP} g \sin \theta \quad (9.19)$$

gdzie $\bar{\rho}$ jest średnią wartością gęstości mieszaniny dwufazowej i wynosi

$$\bar{\rho} |_0^{L_{TP}} = \frac{1}{L_{TP}} \int_0^{L_{TP}} [\rho_l (1 - \alpha) + \rho_g \alpha] dL \quad (9.20)$$

Obliczenie tej gęstości wymaga znajomości objętościowej zawartości fazy parowej.

9.3. Spadek ciśnienia spowodowany zmianą pędu Δp_a

Spadek ciśnienia spowodowany przyspieszeniem mieszaniny dwufazowej wskutek doprowadzenia ciepła, obowiązujący jedynie dla wrzenia, podał Martinelli. Wykazał on, że spadek ciśnienia mieszaniny dwufazowej, spowodowany przyspieszeniem czynnika – wskutek tworzenia się fazy parowej przy doprowadzeniu ciepła, przedstawia się następująco:

$$\Delta p_a = r_M \frac{\dot{m}_0^2}{\rho_1 A^2} \quad (9.21)$$

Wielkość r_M , zwaną mnożnikiem Martinellego dla przepływu z poślizgiem, tzn. gdy $u_g \neq u_l$, przyjmuje postać określoną wielkością r_s

$$r_s = \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha)} + \frac{x^2}{\alpha} \frac{\rho_l}{\rho_g} - 1 \quad (9.22)$$

Jeżeli założy się, że przepływ dwufazowy ma własności płynu jednorodnego, tzn. $u_g = u_l$, wówczas r_M przyjmuje uproszczoną postać określoną wielkością r_H

$$r_H = (1-x) + x \frac{\rho_l}{\rho_g} - 1 \quad (9.23)$$

Przy stosowaniu (9.21) należy pamiętać, że spadek ciśnienia Δp_a jest spowodowany wyłącznie zmianą pędu i jeśli wzdłuż kanału nie ma zmian gęstości, spadek ciśnienia Δp_a nie występuje. Dotyczy to rozpatrywanego w pracy adiabatyicznego przepływu pęcherzykowego.

9.4. Zastosowanie własnego modelu przepływu do wyznaczenia oporów przepływu

Zaprezentowany wcześniej model przepływu pęcherzykowego, bez generacji pęcherzyków, dla przepływu adiabatyicznego, zostanie w niniejszym rozdziale zastosowany do obliczeń oporów przepływu dwufazowego. Porównane zostaną wyniki uzyskane przy jego użyciu z wynikami uzyskanymi z innych modeli opisujących opory w przepływie dwufazowym. Porównanie dokonane będzie dla niektórych wybranych z literatury modeli przepływu dwufazowego. Modele te nie ujmują zmienności stopnia zapełnienia w przekroju prostopadłym do przepływu, uwzględniają tylko wartości średnie stopnia zapełnienia.

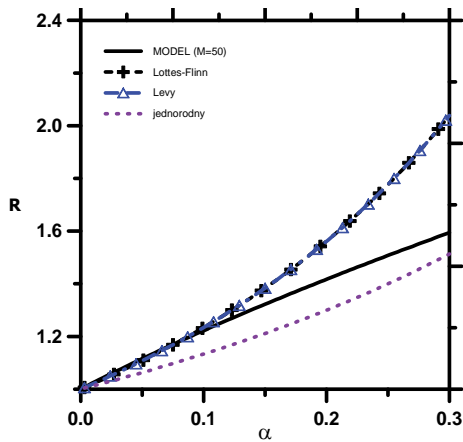
Proponowany przez autora model przepływu pęcherzykowego umożliwi wyznaczenie gradientu prędkości dw^+/dy^+ (równanie (7.27)). Obliczając go w pobliżu ścianki, tj. $dw^+/dy^+|_w$, można znaleźć współczynnik oporu R , gdyż $\tau_{TP} = \mu dw^+/dy^+|_w$, $\tau = \mu du^+/dy^+|_w$, a poszukiwane $R = \tau_{TP}/\tau$.

Celem skorzystania z proponowanego przez autora modelu, należy wyznaczyć tzw. mnożnik dwufazowy R , zdefiniowany jako stosunek gradientu prędkości w przepływie dwufazowym na ściance do gradientu prędkości na ściance w przepływie jednofazowym, wynikający z zależności (9.2). Otrzymuje się wówczas dla proponowanego modelu zależność

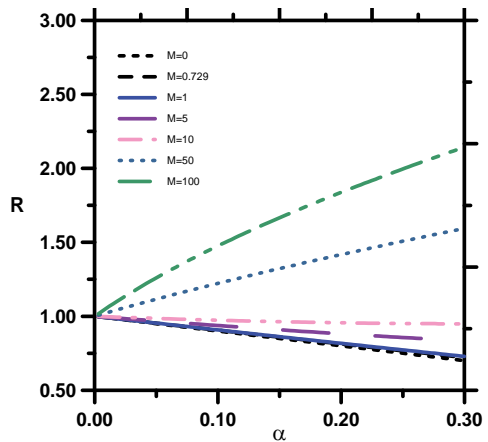
$$R = \left[(1 - \alpha)^2 + \frac{M\alpha}{\tau_1^2} \right]^{0,5} \quad (9.24)$$

Na rys. 9.2 przedstawiono wyniki obliczeń oporów przepływu przy użyciu własnego modelu w odniesieniu do wyników uzyskanych przy użyciu innych modeli oporów w przepływie dwufazowym.

Wyznaczenie oporów przepływu dla modelu jest ważne, gdyż są one wskaźnikiem poprawności modelu. Opory w przepływie dwufazowym, w sytuacji gdy znajduje się maksimum stopnia zapełnienia w pobliżu ścianki, mogą być kilkakrotnie wyższe niż w przypadku, gdy maksimum stopnia zapełnienia jest w rdzeniu przepływu. Podobna sytuacja ma miejsce dla współczynników przejmowania ciepła w przypadku przepływu z wymianą ciepła. Na rys. 9.3 przedstawiono wpływ parametru M na wyniki uzyskane z obliczeń za pomocą modelu własnego. Jak wynika z rys. 9.3, parametr M ma duży wpływ na wyznaczany współczynnik oporu.



Rys. 9.2. Porównanie oporów przepływu wyznaczonych za pomocą modelu własnego oraz innych, wybranych z literatury modeli; w równaniu (7.27) przyjęto $M = 50$



Rys. 9.3. Wpływ parametru M na wartość oporu przepływu dwufazowego; w równaniu (7.27) zmieniano wartość M

Rozdział 10

MODELOWANIE WYMIANY CIEPŁA W DWUFAZOWYM PRZEPLYWIE PĘCHERZYKOWYM (BEZ GENERACJI PĘCHERZYKÓW)

Teoretyczne rozwiązania zagadnień przejmowania ciepła w przepływie oparte są na teorii warstwy przyściennej, czyli obszaru przepływu płynu lepkiego i przewodzącego ciepło zlokalizowanego w pobliżu powierzchni ciała stałego. W warstwie przyściennej, w kierunku prostopadłym do powierzchni, silnie zmieniają się prędkość i temperatura, a więc wielkości decydujące o przenoszeniu pędu i ciepła. Prędkość płynu, u , w przepływie, oraz temperatura płynu, T , nie zmieniają się znacząco poza warstwą przyścienną. Grubość warstwy przyściennej δ jest zdefiniowana jako odległość od powierzchni ciała stałego, na której prędkość płynu, u , osiąga 99% prędkości u_∞ . Tak więc gradient prędkości płynu poza warstwą przyścienną nie jest w rzeczywistości równy zero, lecz jest zwykle pomijalny w stosunku do gradientu prędkości w obszarze warstwy przyściennej. Poza warstwą przyścienną, z uwagi na mały gradient prędkości, tarcie jest pomijalne i płyn zachowuje się tak, jak płyn nielepki.

Wynikiem rozwiązania równań warstwy przyściennej dla w pełni rozwiniętego przepływu, gdy grubość warstwy przyściennej nie ulega zmianie, jest uniwersalny profil prędkości i temperatury. W niniejszym rozdziale przedstawione będzie rozwiązanie podobnego zagadnienia dla termicznej warstwy przyściennej dla przypadku rozwiniętego przepływu dwufazowego pęcherzykowego. Należy podkreślić, że tego typu zagadnienia nie tracą na aktualności i są przedmiotem prac szeregu grup naukowych zajmujących się przepływami dwufazowymi.

W poprzednich rozdziałach została przedstawiona własna koncepcja modelowania przepływu dwufazowego pęcherzykowego w warstwie przyściennej, która dla przypadku stałego stopnia zapełnienia daje analityczną postać rozkładu prędkości. Jak już wspomniano wcześniej, jest to pierwszy krok do modelowania wymiany ciepła w przepływie dwufazowym pęcherzykowym. Rozważany będzie zarówno przypadek równomiernego rozkładu stopnia zapełnienia w kanale, jak też i zmiennego. W przypadku przejmowania ciepła sytuacja jest nieco bardziej skomplikowana, niż przy obliczaniu samego przepływu bez wymiany ciepła, gdyż rozwiązanie pola przepływu wymaga rozwiązania czterech równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu. Wyznaczenie pola temperatury wymaga równoczesnego rozwiązania pięciu równań różniczkowych, jak to pokazano poniżej. Wyniki obliczeń zostaną porównane z korelacjami teoretycznymi dotyczącymi opływu płyty płynem jednofazowym. Uzyskane satysfakcjonujące wyniki potwierdzają użyteczność proponowanego modelu.

10.1. Wymiana ciepła w jednofazowej warstwie przyściennej

Przed analizą przepływu dwufazowego z wymianą ciepła zostanie przedstawiona wymiana ciepła w jednofazowej warstwie przyściennej.

Przy opływie ciała stałego przez strumień płynu o innej temperaturze powstaje w pobliżu jego powierzchni tzw. termiczna warstwa przyścienna, w której temperatura płynu

zmienia się od temperatury powierzchni ciała stałego T_w do temperatury płynu poza warstwą przyścienną T_∞ . Grubość termicznej warstwy przyściennej jest na ogół różna od grubości hydrodynamicznej warstwy przyściennej. Jedynym przypadkiem, kiedy te warstwy mają jednakową grubość, jest rozważanie przepływu płynu o molekularnej liczbie Prandtla równej jedności oraz założenie tzw. analogii Reynoldsa, czyli że dyfuzja turbulentna pędu jest taka sama jak dyfuzja turbulentna ciepła.

Równanie bilansu energii dla płynu jednofazowego można zapisać w postaci

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = \nabla(\lambda \nabla T) + \frac{dp}{dt} + \mu \Phi \quad (10.1)$$

gdzie Φ reprezentuje funkcję dyssypacyjną Rayleigha. Dla ustalonej wymiany ciepła w dwuwymiarowej warstwie przyściennej, przy pominięciu dyssypacji Φ obowiązującej tylko dla dużych prędkości, otrzymuje się równanie bilansu energii w postaci

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c_p \vartheta \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (10.2)$$

Występujący po prawej stronie równania (10.2) współczynnik przewodzenia ciepła w przypadku laminarnej warstwy przyściennej jest brany jako molekularny, a w przypadku turbulentnej warstwy przyściennej odpowiada mu całkowity współczynnik przewodzenia ciepła, czyli suma molekularnego i turbulentnego współczynnika przewodzenia ciepła. Po założeniu stałości własności fizycznych płynu równanie energii (10.2) przybiera postać

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + \vartheta \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (10.3)$$

Z równania tego wyznacza się profil temperatury przy uprzedniej znajomości pola prędkości. Współczynnik przejmowania ciepła dla przepływu w warstwie przyściennej jest obliczony na podstawie wzoru

$$\alpha = \frac{q_w}{T_w - T_\infty} = \frac{q_w}{T_\infty \left(\frac{T_w}{T_\infty} - 1 \right)} \quad (10.4)$$

Równanie (10.3) jest równaniem różniczkowym cząstkowym, a jego rozwiązaniem jest dwuwymiarowy profil temperatury w jednofazowej, w rozważanym przypadku, warstwie przyściennej. W niniejszej pracy rozpatruje się warstwę przyścienną w pełni rozwiniętą i w związku z tym zaniedbuje się człony konwekcyjne po lewej stronie równania (10.3). Dla przypadku w pełni rozwiniętego przepływu w warstwie przyściennej całkowite naprężenia styczne w płynie można wyrazić w postaci

$$\tau = \rho (v + v_t) \frac{du}{dy} \quad (10.5)$$

a całkowity strumień ciepła jako

$$q = -\rho c_p (a + a_t) \frac{dT}{dy} \quad (10.6)$$

W zależności od strefy, w której poszukujemy rozwiązania, można pominąć wielkości związane z turbulencją (podwarstwa laminarna) lub wielkości molekularne (rdzeń turbulentny). W warstwie buforowej należy rozpatrywać wpływ zarówno wielkości turbulentnych, jak i molekularnych.

Współczynnik lepkości turbulentnej oraz turbulentna dyfuzyjność ciepła związane są ze sobą turbulentną liczbą Prandtla

$$\sigma_t = \frac{\nu_t}{a_t} \quad (10.7)$$

W przypadku korzystania z analogii Reynoldsa przyjmuje się, że turbulentna liczba Prandtla wynosi jeden, natomiast w przypadkach ogólnych najczęściej uważa się, że turbulentna liczba Prandtla wynosi 0,9.

10.1.1. Rozkład temperatury w warstwie przyściennej przy jej podziale na dwie strefy

Podział przepływu na ilość stref jest podziałem arbitralnym. Istnieje mianowicie w literaturze przedmiotu podział zgodny z hipotezą Prandtla–Taylora, czyli taki, w którym nie uwzględnia się istnienia warstwy buforowej, oraz podział zgodny z hipotezą Karmana, gdzie uwzględniana jest trzecia podwarstwa przepływu – warstwa buforowa.

Według hipotezy Prandtla–Taylora, warstwa laminarna styka się z warstwą turbulentną, gdy bezwymiarowa odległość od ścianki równa jest bezwymiarowej grubości podwarstwy laminarnej, czyli $y^+ \approx \delta_1^+ = 11,5$. Do celów porównawczych zostanie wyprowadzony wzór opisujący rozkład temperatury w jednofazowej warstwie przyściennej podzielonej na dwie strefy. Będzie on wykorzystany do wyznaczenia profilu temperatury w dwufazowej warstwie przyściennej.

Najpierw rozpatrzony zostanie rozkład prędkości i temperatury w podwarstwie laminarnej. Przy założeniu, że w obszarze podwarstwy laminarnej zaniedbuje się współczynnik lepkości turbulentnej oraz współczynnik turbulentnej dyfuzyjności cieplnej, całkowite naprężenia można wyrazić w postaci

$$\tau = \rho \nu \frac{du}{dy} \quad (10.8)$$

a całkowity strumień ciepła

$$q = -\rho c_p a \frac{dT}{dy} \quad (10.9)$$

Całkowanie równań (10.8) i (10.9) przy warunkach brzegowych na ścianie dla $y^+ = 0 \Rightarrow u = 0$ oraz $T = T_w$, daje prędkość na granicy podwarstwy laminarnej równą

$$u_1 = \frac{\tau_w \delta_1}{\rho \nu} \quad (10.10)$$

oraz nadwyżkę temperatury w postaci

$$T_w - T_1 = \frac{q_w \delta_1}{\rho c_p a} \quad (10.11)$$

na granicy podwarstwy laminarnej ($y = \delta_1$).

Wprowadzając zmienne bezwymiarowe

$$w^+ = \frac{u_l}{u_\tau}, \quad y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}, \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad T^+ = \frac{T}{T_\infty} \quad (10.12)$$

można przekształcić równanie (10.11) do postaci bezwymiarowej:

$$T_w^+ - T_l^+ = \frac{q_w \nu_l \delta_l^+}{T_\infty \lambda u_\tau} = \frac{q_w \text{Pr} \delta_l^+}{T_\infty \rho c_p u_\tau} \quad (10.13)$$

Zawężając rozważania do turbulentnego rdzenia przepływu, czyli pomijając współczynnik lepkości molekularnej oraz dyfuzyjność molekularną w równaniach, a następnie dzieląc stronami równania (10.5) i (10.6), otrzymuje się

$$\frac{dT}{dy} = -\frac{q \sigma_t}{c_p \tau} \frac{du}{dy} \quad (10.14)$$

Wykorzystując równanie (10.12), możemy przekształcić równanie (10.14) do postaci

$$\frac{dT^+}{dy^+} = -\frac{q \sigma_t u_\tau}{c_p \tau_w T_\infty} \frac{du^+}{dy^+} \quad (10.15)$$

W rdzeniu turbulentnym przepływu obowiązuje znane równanie opisujące prędkość, wywodzące się z uniwersalnego profilu prędkości:

$$u^+ = 5.5 + \frac{1}{\kappa} \ln y^+ \quad (10.16)$$

Po podstawieniu gradientu profilu prędkości (10.16) do równania (10.15) otrzymuje się rozkład temperatury w rdzeniu przepływu

$$T^+ - T_l^+ = \frac{q \sigma_t}{\rho c_p u_\tau T_\infty \kappa} \ln \frac{\delta_l^+}{y^+} \quad (10.17)$$

Następnie, podstawiając zależność (10.11) oraz wykorzystując warunek brzegowy dla rdzenia przepływu $y^+ = \delta^+$ i $T^+ = 1$, wyznacza się bezwymiarową temperaturę ścianki

$$T_w^+ = 1 + \frac{q \text{Pr} \delta_l^+}{\rho c_p u_\tau T_\infty} - \frac{q \sigma_t}{\rho c_p u_\tau T_\infty \kappa} \ln \frac{\delta_l^+}{y^+} \quad (10.18)$$

Wykorzystując definicję współczynnika przejmowania ciepła α (10.4) i zamieniając grubość podwarstwy laminarnej na wielkość bezwymiarową zgodnie z (10.12), można wyznaczyć liczbę Nusselta dla modelu dwustrefowego w postaci

$$\text{Nu} = \frac{\alpha \delta}{\lambda} = \frac{q \delta^+ \nu}{\lambda T_\infty u_\tau} \frac{1}{T_w^+ - 1} = \frac{\text{Pr} \delta^+}{\text{Pr} \delta_l^+ - \frac{\sigma_t}{\kappa} \ln \frac{\delta_l^+}{y^+}} \quad (10.19)$$

Równanie (10.17) można zapisać również w nieco innej postaci, wykorzystując (10.11) oraz (10.18)

$$T^+ = 1 + \frac{q \sigma_t}{\rho c_p u_\tau T_\infty \kappa} \ln \frac{\delta^+}{y^+} \quad (10.20)$$

Jest to rozkład temperatury w rdzeniu przepływu.

10.1.2. Rozkład temperatury w warstwie przyściennej przy jej podziale na trzy strefy

W przypadku podziału przepływu na trzy strefy wyróżnia się podwarstwę laminarną, warstwę buforową (przejściową) oraz rdzeń turbulentny. Przedstawione wyprowadzenia w sekcji 10.1.1 można praktycznie bezpośrednio wykorzystać dla dwóch stref przepływu w trójstrefowym modelu. Podstawiamy nowe wartości granic stref, tj. $y_1^+ = 5$ i $y_p^+ = 30$. W warstwie buforowej mamy inny profil prędkości w postaci

$$u^+ = -3.05 + \frac{2}{\kappa} \ln y^+ \quad (10.21)$$

W podwarstwie buforowej należy rozpatrywać zarówno wpływ lepkości molekularnej, jak i turbulentnej oraz w przypadku równania energii odpowiednio zdefiniowaną dyfuzyjność cieplną molekularną oraz turbulentną. Z równania (10.5) wyznacza się lepkość turbulentną

$$v_t = \frac{\tau}{\rho} \frac{dy}{du} - \nu = \nu \left(\frac{dy^+}{dw^+} - 1 \right) \quad (10.22)$$

Podstawiając (10.22) do (10.6) i uwzględniając (10.7) otrzymujemy zależność opisującą pole temperatury

$$\frac{dT^+}{dy^+} = \frac{q}{\rho c_p u_\tau T_\infty} \frac{1}{\frac{1}{Pr} + \frac{\kappa y^+}{2\sigma_t} - \frac{1}{\sigma_t}} \quad (10.23)$$

Rozwiązanie równania (10.23) w granicach od δ_1^+ do δ_p^+ ma postać

$$T_1^+ - T_p^+ = \frac{q}{\rho c_p u_\tau T_\infty} \frac{2\sigma_t}{\kappa} \ln \frac{2\sigma_t + Pr \kappa \delta_p^+ - 2Pr}{2\sigma_t + Pr \kappa \delta_1^+ - 2Pr} \quad (10.24)$$

Celem wyrażenia całkowitego spadku temperatury w warstwie przyściennej należy również uwzględnić spadek temperatury w podwarstwie laminarnej oraz rdzeniu turbulentnym. W wyniku otrzymuje się

$$T^+ = T_w^+ - \frac{q}{\rho c_p u_\tau T_\infty} \left(Pr \delta_1^+ + \frac{2\sigma_t}{\kappa} \ln \frac{2\sigma_t + Pr \kappa \delta_p^+ - 2Pr}{2\sigma_t + Pr \kappa \delta_1^+ - 2Pr} - \frac{\sigma_t}{\kappa} \ln \left(\frac{\delta_p^+}{y^+} \right) \right) \quad (10.25)$$

Z warunku brzegowego na granicy warstwy przyściennej (10.17) uzyskuje się temperaturę ścianki w postaci

$$T_w^+ = 1 + \frac{q}{\rho c_p u_\tau T_\infty} \left(\text{Pr} \delta_1^+ + \frac{2\sigma_t}{\kappa} \ln \frac{2\sigma_t + \text{Pr} \kappa \delta_p^+ - 2\text{Pr}}{2\sigma_t + \text{Pr} \kappa \delta_1^+ - 2\text{Pr}} - \frac{\sigma_t}{\kappa} \ln \left(\frac{\delta_p^+}{\delta^+} \right) \right) \quad (10.26)$$

Ostatecznie liczba Nusselta dla modelu trójstrefowego będzie miała postać

$$\text{Nu} = \frac{\delta^+ \text{Pr}}{\text{Pr} \delta_1^+ + \frac{2\sigma_t}{\kappa} \ln \frac{2\sigma_t + \text{Pr} \kappa \delta_p^+ - 2\text{Pr}}{2\sigma_t + \text{Pr} \kappa \delta_1^+ - 2\text{Pr}} - \frac{\sigma_t}{\kappa} \ln \left(\frac{\delta_p^+}{\delta^+} \right)} \quad (10.27)$$

10.2. Wymiana ciepła w przepływie pęcherzykowym w warstwie przyściennej

Zagadnienie przepływu dwufazowego (profilu prędkości) w warstwie przyściennej było rozpatrywane we wcześniejszych rozdziałach pracy (rozdział 6). Z metody korekty asymptotycznej (rozwiązanie przybliżone) uzyskano następujący profil prędkości:

$$\frac{d w^+}{d y^+} = \frac{1}{\kappa y^+ (1 - \alpha)^{0.5} + M \kappa^2 \alpha y^{+2}} \quad (10.28)$$

gdzie parametr M jest zapisany w postaci

$$M = \frac{3 C_D u_R^3}{4 d_b \kappa^2} \frac{v}{u_\tau^4}$$

Rozwiązanie równania energii (10.3) otrzymuje się po podstawieniu odpowiedniego profilu prędkości do równania energii, a następnie rozwiązaniu pola temperatury.

W obecnych rozważaniach opieramy się na procedurze postępowania opisanej dla przypadku przepływu jednofazowego. Zakłada się, że w obszarze podwarstwy laminarnej oraz warstwy buforowej istnieje jedynie przepływ cieczy i w związku z tym pozostają w mocy zależności na rozkład temperatury – wyprowadzone dla tych warstw, czyli równania (10.11) i (10.23). Zmianie ulegną jedynie zależności odnoszące się do rdzenia turbulentnego przepływu, gdzie obowiązuje zaproponowany przez autora model opisany równaniami (10.28).

Wprowadzając zmienne bezwymiarowe, można przekształcić równanie (10.14), i po podstawieniu (10.28) otrzymujemy

$$\frac{dT^+}{dy^+} = - \frac{q \sigma_t u_\tau}{c_p \tau_w T_\infty} \frac{1}{\kappa y^+ (1 - \alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa^2 y^{+2}} \quad (10.29)$$

Przy założeniu stałości gęstości strumienia ciepła na ścianie i naprężeń stycznych, całkowanie równania (10.29) daje zależność opisującą pole temperatury w przepływie dwufazowym pęcherzykowym. Poniżej rozważono dwa przypadki.

10.2.1. Rozwiązanie przy stałym stopniu zapelnienia

Jeśli założyć stały stopień zapelnienia w kanale, równanie (10.29) ma rozwiązanie analityczne w postaci

$$T^+ = \frac{q \sigma_t}{\kappa(1-\alpha)^{0.5}} \ln \left(\frac{(1-\alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa y}{y} \right) + C \quad (10.30)$$

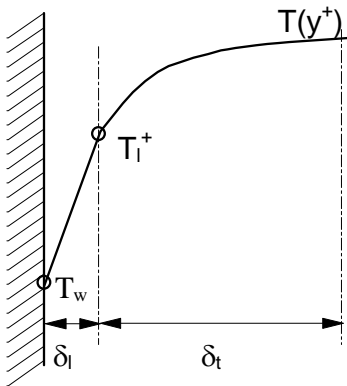
Stałą C wyznacza się z warunku brzegowego na granicy podwarstwy laminarnej

$$y^+ = \delta_l, \quad T^+ = T_1^+ \quad (10.31)$$

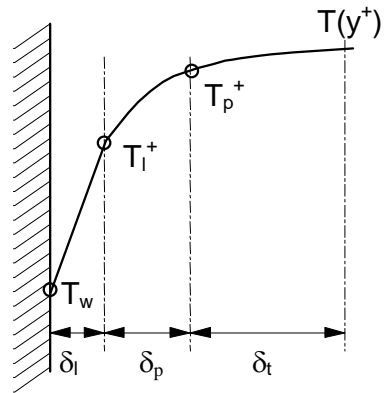
skąd ostatecznie wynika

$$T^+ = T_1^+ + \frac{q \sigma_t}{\kappa(1-\alpha)^{0.5}} \ln \left(\frac{(1-\alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa y^+ \delta_l^+}{(1-\alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa \delta_l^+ y^+} \right) \quad (10.32)$$

W pierwszym podejściu, w celu wyznaczenia temperatury na granicy podwarstwy laminarnej, przyjmuje się, że w przepływie są dwie podwarstwy, które przecinają się w punkcie $y^+ = 11,5$. Dla większych odległości od ścianki mamy do czynienia z przepływem turbulentnym, a mniejszych od 11,5 – przepływem laminarnym. Jest to tzw. analogia Prandtla–Taylora, która jest podstawą omawianego w tej pracy modelu dwuwarstwowego. Ilustracja graficzna takiej warstwy przedstawiona jest na rys. 10.1. Na rys. 10.2 przedstawiono warstwę przyścienną podzieloną na trzy strefy.



Rys. 10.1. Charakterystyka dwustrefowej warstwy przyściennej



Rys. 10.2. Charakterystyka trójstrefowej warstwy przyściennej

Podstawienie T_1 , wyznaczonej z równania (10.11), do równania (10.32) daje

$$T^+ = T_w^+ - \frac{q v \delta_l^+}{T_\infty \lambda u_\tau} + \frac{q \sigma_t}{\kappa(1-\alpha)^{0.5}} \ln \left(\frac{(1-\alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa y^+ \delta_l^+}{(1-\alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa \delta_l^+ y^+} \right) \quad (10.33)$$

Celem wyznaczenia temperatury ścianki T_w można skorzystać z jeszcze jednego warunku brzegowego

$$y^+ = \delta, \quad T^+ = T_\infty^+ \quad (10.34)$$

Temperatura ścianki ma wówczas postać

$$T_w^+ = 1 + \frac{q \text{Pr} \delta_1^+}{T_\infty c_p \rho u_\tau} - \frac{q \sigma_t}{\kappa (1-\alpha)^{0.5} c_p \rho u_\tau T_\infty} \ln \left(\frac{(1-\alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa \delta^+ \delta_1^+}{(1-\alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa \delta_1^+ \delta^+} \right) \quad (10.35)$$

a profil temperatury można zapisać w nieco innej formie – już bez temperatury T_1

$$T^+ = 1 + \frac{q \sigma_t}{\kappa (1-\alpha)^{0.5} c_p \rho u_\tau T_\infty} \ln \left(\frac{(1-\alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa y^+ \delta^+}{(1-\alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa \delta^+ y^+} \right) \quad (10.36)$$

Współczynnik przyjmowania ciepła wyznaczymy z zależności (10.4)

$$\alpha = \frac{q_w}{T_\infty} \frac{1}{(T_w^+ - 1)} \quad (10.37)$$

Liczba Nusselta ma postać:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha \delta}{\lambda} = \frac{q_w \delta}{T_\infty \lambda} \frac{1}{T_w^+ - 1} \quad (10.38)$$

która po drobnych przekształceniach wynosi

$$\text{Nu} = \frac{\delta^+ \text{Pr}}{\text{Pr} \delta_1^+ - \frac{\sigma_t}{\kappa (1-\alpha)^{0.5}} \ln \left(\frac{(1-\alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa \delta^+ \delta_1^+}{(1-\alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa \delta_1^+ \delta^+} \right)} \quad (10.39)$$

W przypadku podziału przepływu na trzy strefy stosujemy procedurę opisaną w rozdziale 10.1.1 i otrzymujemy liczbę Nusselta wyrażoną zależnością:

$\text{Nu} =$

$$\frac{\delta^+ \text{Pr}}{\text{Pr} \delta_1^+ + \frac{2 \sigma_t}{\kappa} \ln \frac{2 \sigma_t + \text{Pr} \kappa \delta_p^+ - 2 \text{Pr}}{2 \sigma_t + \text{Pr} \kappa \delta_1^+ - 2 \text{Pr}} - \frac{\sigma_t}{\kappa (1-\alpha)^{0.5}} \ln \left(\frac{(1-\alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa \delta^+ \delta_p^+}{(1-\alpha)^{0.5} + M \alpha \kappa \delta_p^+ \delta^+} \right)} \quad (10.40)$$

Zarówno postaci (10.39) jak i (10.40) są stosunkowo proste do opisu procesu przyjmowania ciepła w warstwie przyściennej i wydają się być dosyć wygodne do obliczeń inżynierskich. Jak wynika z przeprowadzonej analizy liczba Nusselta jest ogólnie funkcją następujących parametrów niezależnych:

$$\text{Nu} = \text{Nu} \left(\frac{\text{Re}_\delta}{w_\infty^+}, M, \alpha, \text{Pr} \right) \quad (10.41)$$

10.2.2. Rozwiązanie przy zmiennym stopniu zapełnienia

W przypadku zmiennego stopnia zapełnienia rozwiązanie pola temperatury otrzymuje się według innej procedury. Profil prędkości (10.28) należy rozwiązać wraz z równaniami opisującymi rozkład stopnia zapełnienia. Model stopnia zapełnienia składa się z dwóch równań różniczkowych, a mianowicie równania opisującego rozkład prędkości poprzecznej pęcherzyków oraz równania dyfuzji pęcherzyków w kierunku poprzecznym, które zostały opisane w rozdziale 6, czyli równań (6.24) i (6.25). Z powyższego toku rozumowania wynika, że w celu wyznaczenia pola temperatury w przepływie dwufazowym ze zmiennym stopniem zapełnienia należy rozwiązać równocześnie pięć równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu z pięcioma niewiadomymi. W niniejszej pracy równania te zostaną rozwiązane za pomocą standardowych procedur rozwiązywania układu równań różniczkowych zwyczajnych zaczerpniętych z komercyjnego pakietu matematycznego MATHCAD7. Używane są tam procedury z adaptacyjnym krokiem całkowania. Obliczenia rozpoczyna się na granicy warstwy przyściennej, gdzie nałożone są następujące warunki brzegowe:

$$y^+ = \delta, \quad w^+ = w_\infty^+, \quad T^+ = 1, \quad \alpha = \alpha_\infty, \quad \vartheta_b^+ = \vartheta_{b\infty}^+ \approx 0 \quad (10.42)$$

10.3. Wyniki obliczeń

Obliczenia oparte były na warunkach eksperymentu przeprowadzonego przez Marięgo i in. [69, 70] i, aczkolwiek eksperyment dotyczył jedynie hydrodynamiki przepływu, obliczenia wykonano również dla przejmowania ciepła. Można się przekonać, że ta część obliczeń również dostarcza interesujących rezultatów.

Obliczenia przeprowadzono dla następujących parametrów:

- gęstość strumienia ciepła doprowadzonego do ścianki – 100000 W/m²,
- temperatura płynu niezaburzonego – 300 K,
- temperatura obliczeniowa do własności fizycznych wody – 300 K ($c_p = 4190$ J/kgK, $\lambda = 0,6$ W/mK, $\rho = 1000$ kg/m³, $\nu = 10^{-6}$ m²/s,
- stała Karmana – 0,4,
- prędkość tarcia odpowiadająca warunkom eksperymentu [9] – $u_\tau = 0,052$ m/s,
- turbulentna liczba Prandtla $\sigma_t = 1,0$.

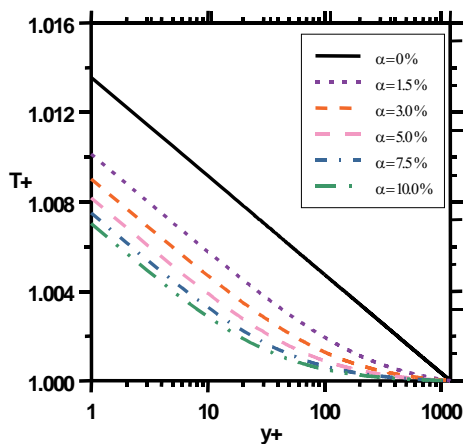
W obliczeniach zmieniano następujące parametry: grubość warstwy przyściennej δ^+ , czyli liczbę Reynoldsa przepływu, którą można zdefiniować jako

$$\text{Re}_\delta = \frac{\delta^+ u_\tau}{\nu}$$

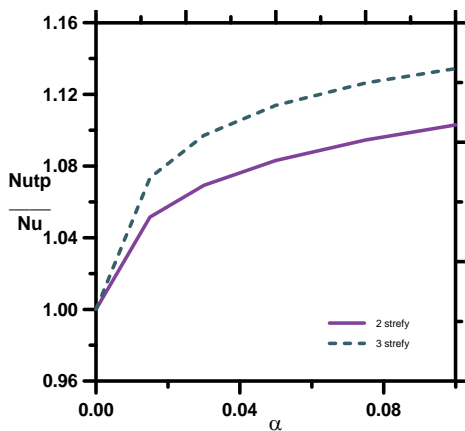
średnicę pęcherzyków d_b , czyli w ten sposób zmieniany był parametr M oraz stopień zapełnienia α . Wyniki przedstawiono w postaci wykresów na rys. 10.3 do 10.5 oraz tabel 10.1 do 10.3.

Z rys. 10.3 można zauważyć, że wzrost stopnia zapełnienia powoduje zwiększenie gradientu temperatury w warstwie przyściennej, a więc i współczynnika przejmowania ciepła. Jest to intuicyjnie zrozumiałe, że pojawienie się pęcherzyków intensyfikuje wymianę ciepła, ale ten wynik mówi nam też o dobrych jakościowo wynikach dawanych przez model. Wartości współczynników przejmowania ciepła dla poszczególnych przypadków

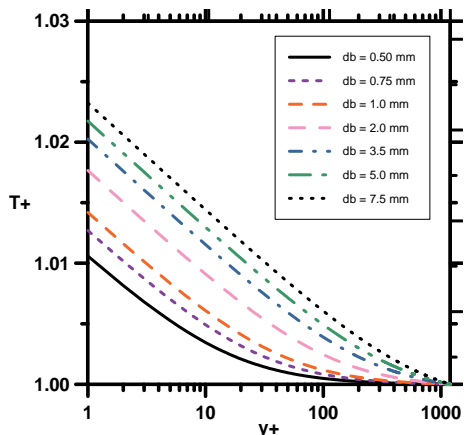
stopnia zapełnienia przedstawiono w tabeli 10.1. Obliczenia modyfikacji jednofazowej liczby Nusselta za pomocą modelu przepływu dwufazowego, gdzie rozpatrywano dwie lub trzy strefy w przepływie, przedstawiono na rys. 10.4. Wyniki odzwierciedlają trendy pokazane w tabeli 10.1, skąd widać, że założenie modelu dwustrefowego przejmowania ciepła daje w wyniku mniejsze współczynniki wymiany ciepła. Widać, że zarówno w przypadku modelu dwustrefowego, jak i trójstrefowego, obserwuje się ponad 10% wzrost współczynnika przejmowania ciepła przy zmianie stopnia zapełnienia od zera do 0,1. Istnieje jedynie spora różnica ilościowa pomiędzy modelami dwu- i trójstrefowymi. W przypadku obecności pęcherzyków w przepływie można stwierdzić, że proponowany model teoretyczny przewiduje prawie zerowy gradient temperatury dla $y^+ > 400$, czyli można mówić o zmniejszeniu grubości termicznej warstwy przyściennej w przypadku przepływów pęcherzykowych. Przepływ jednofazowy dla analizowanych parametrów wciąż przewiduje pewną wartość gradientu temperatury na granicy warstwy przyściennej, czyli obecność penetracji ciepła.



Rys. 10.3. Wpływ stopnia zapełnienia na rozkład temperatury w warstwie przyściennej (model trójstrefowy). $M = 0,73$, $\delta^+ = 1200$, $q = 100 \text{ kW/m}^2$



Rys. 10.4. Obliczenia modyfikacji jednofazowej liczby Nusselta za pomocą modelu przepływu dwufazowego, gdzie rozpatrywano dwie lub trzy strefy w przepływie



Rys. 10.5. Wpływ średnicy pęcherzyków na rozkład temperatury w warstwie przyściennej dla przypadku, gdy $\alpha = 0,015$, $M = 0,73$, $\delta^+ = 1200$, $q = 100 \text{ kW/m}^2$

Tabela 10.1

Porównanie wartości współczynnika przyjmowania ciepła w zależności od stopnia zapełnienia przy użyciu modelu dwustrefowego i trójstrefowego ($M = 0,73$, $\delta^+ = 1200$). Indeksy oznaczają: m2l – proponowany model dwustrefowy, m3l – proponowany model trójstrefowy; 2l – teoretyczny model dwustrefowy jednofazowy, 3l – teoretyczny model trójstrefowy jednofazowy

MODEL DWUSTREFOUY						
Stopień zapełnienia	$T_{w\ m2l}^+$	$T_{w\ 2l}^+$	α_{m2l}	α_{2l}	Nu_{m2l}	Nu_{2l}
[%]	[-]	[-]	W/m ² K	W/m ² K	[-]	[-]
0	1,070	1,070	2370	2370	91,16	172,36
1,5	1,067	1,070	2492	2370	95,838	172,36
3,0	1,066	1,070	2534	2370	97,462	172,36
5,0	1,064	1,070	2567	2370	98,741	172,36
7,5	1,064	1,070	2594	2370	99,784	172,36
10,0	1,064	1,070	2614	2370	100,534	172,36
MODEL TRÓJSTREFOUY						
Stopień zapełnienia	$T_{w\ m3l}^+$	$T_{w\ 3l}^+$	α_{m3l}	α_{3l}	Nu_{m3l}	Nu_{3l}
[%]	[-]	[-]	W/m ² K	W/m ² K	[-]	[-]
0	1,047	1,047	3512	3512	135,06	135,06
1,5	1,044	1,047	3770	3512	144,99	135,06
3,0	1,043	1,047	3853	3512	148,183	135,06
5,0	1,043	1,047	3912	3512	150,477	135,06
7,5	1,042	1,047	3956	3512	152,156	135,06
10,0	1,042	1,047	3984	3512	153,234	135,06

Tabela 10.2

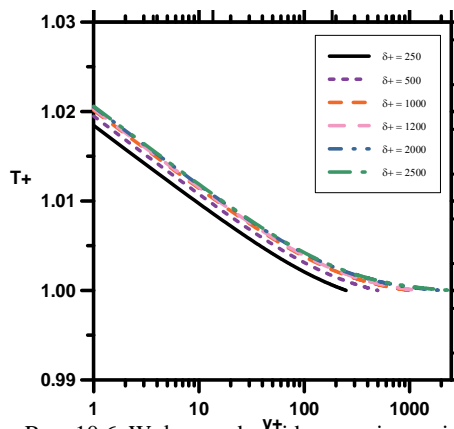
Wpływ średnicy pęcherzyka na przyjmowanie ciepła w warstwie przyściennej (model trójstrefowy),
 $\alpha = 0,015$, $q = 100\ 000\ \text{W/m}^2$

Parametr M	d_b	$T_{w\ m3l}^+$	$T_{w\ 3l}^+$	α_{m3l}	α_{3l}	Nu_{m3l}	Nu_{3l}
[-]	[mm]	[-]	[-]	W/m ² K	W/m ² K	[-]	[-]
11,2	0,50	1,08231	1,0478	4050	3512	155,76	134,211
6,22	0,75	1,08317	1,0478	4008	3512	154,142	134,211
4,132	1,0	1,08395	1,0478	3970	3512	152,709	134,211
1,569	2,0	1,08630	1,0478	3863	3512	148,563	134,211
0,73	3,5	1,08842	1,0478	3770	3512	144,993	134,211
0,45	5,0	1,08974	1,0478	3714	3512	142,855	134,211
0,26	7,5	1,09112	1,0478	3658	3512	140,703	134,211

Na rys. 10.5 przedstawiono wpływ średnicy pęcherzyków na rozkład temperatury w warstwie przyściennej dla przypadku, gdy $\alpha = 0,015$ i $\delta^+ = 1200$. Bardzo istotną obserwacją z rys. 10.5 jest fakt, że im mniejsze pęcherzyki tym większa jest intensyfikacja przejmowania ciepła. Świadczy to o tym, że małe pęcherzyki bardziej turbulizują warstwę przyścienną. W przedstawianym porównaniu średnica pęcherzyków ma wpływ na zmianę współczynnika przejmowania ciepła o 10%.

Na rys. 10.6 oraz w tab. 10.3 przedstawiono wpływ grubości bezwymiarowej warstwy przyściennej na przejmowanie ciepła w warstwie przyściennej. W tym przypadku wpływ ten nie jest znaczący, aczkolwiek im cieńsza warstwa przyścienna, tym bardziej intensywna jest wymiana ciepła. Cieńsza warstwa przyścienna odpowiada większym prędkościom opływu płytki. Jest to zgodne z obserwacjami przepływów jednofazowych. Należy zaznaczyć, że nie jest to problem wrzenia, gdyż nie ma generacji pęcherzyków na ściance. Jest to tylko konwekcyjna wymiana ciepła.

Na rys. 10.7 przedstawiono porównanie profili temperatury wyznaczonych za pomocą modelu teoretycznego wyprowadzonego przy równomiernym stopniu zapełnienia oraz obliczeń według sformułowania wykorzystującego zmienny stopień zapełnienia.



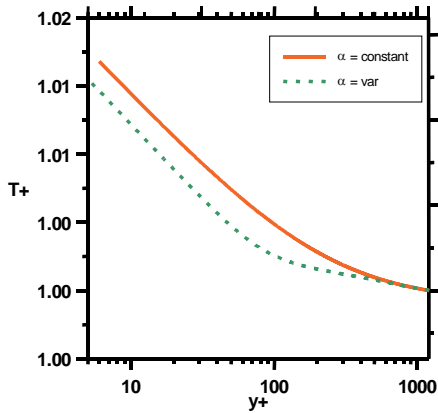
Rys. 10.6. Wpływ grubości bezwymiarowej warstwy przyściennej na przejmowanie ciepła w warstwie przyściennej. $\alpha = 0,015$, $M = 0,73$ ($d_b = 3,5$ mm)

Tabela 10.3

Wpływ bezwymiarowej grubości warstwy przyściennej (liczby Reynoldsa) na wymianę ciepła w warstwie przyściennej (model trójstrefowy)

δ^+	$T_{w\ m3l}^+$	$T_{w\ 3l}^+$	α_{m3l}	α_{3l}	Nu_{m3l}	Nu_{3l}
[-]	[-]	[-]	W/m ² K	W/m ² K	[-]	[-]
250	1,08660	1,09552	3849	3749	30,842	27,961
500	1,08765	1,09552	3803	3640	60,948	55,921
1000	1,08830	1,09410	3775	3538	120,993	111,843
1200	1,08842	1,09500	3770	3512	144,993	134,211
2000	1,08867	1,09700	3759	3441	240,965	223,685
2500	1,08875	1,09800	3756	3411	300,937	279,607

Jak widzimy, zgodność jakościowa w tym przypadku jest bardzo dobra. Obliczony według własnego modelu stopień zapełnienia został podstawiony do równania na temperaturę, skąd otrzymano rozkład temperatury w warstwie przyściennej, i taki rozkład został porównany z rozkładem temperatury wyznaczonym za pomocą równania (10.36), przy założeniu stałego stopnia zapełnienia. Wyniki otrzymane za pomocą rozwiązania układu równań różniczkowych dają większy współczynnik przejmowania ciepła. Wniosek ten jest oczywisty, kiedy przypomnimy sobie rozkład stopnia zapełnienia w warstwie przyściennej, rys. 7.5,



Rys. 10.7. Porównanie wyników modelu teoretycznego wyprowadzonego przy stałym stopniu wypełnienia oraz wyników z modelu wynikającego ze zmiennego stopnia wypełnienia – rozkład temperatur

skąd widzimy, że w okolicy ścianki znajduje się maksimum stopnia wypełnienia, który przyjmuje wartość około 6,5%, a więc wymiana ciepła w tym miejscu jest bardzo intensywna. Można w związku z tym stwierdzić, że proponowany model dobrze odwzorowuje jakościowo zagadnienia hydrodynamiki i wymiany ciepła w dwufazowej warstwie przyściennej na płycie. Brak porównania z eksperymentem nie pozwala na wyciągnięcie wniosku, czy model jest również dobry ilościowo.

Rozdział 11

WNIOSKI

W pracy przedstawiono stan wiedzy poświęcony dwufazowym przepływom pęcherzykowym. Przybliżono czytelnikowi, uważany obecnie za najlepszy, model dwupłynowy czteropolowy, służący do obliczeń przepływów dwufazowych, wraz z jego krytyczną oceną. Dokonano przeglądu literatury pod kątem wyboru modeli opisujących rozkład fazy rozproszonej, które pojawiły się w tej tematyce od lat sześćdziesiątych do chwili obecnej. Niestety, zdaniem autora, żaden z modeli migracji fazy rozproszonej nie przedstawia wiarygodnego odzwierciedlenia zjawisk, jakie mają miejsce w przepływach pęcherzykowych, czyli zjawisk typu maksimum przy ścianie i maksimum w rdzeniu. Uzmiennienie stałej, czyli współczynnika siły nośnej pęcherzyków, jak to ma miejsce w przypadku modelu dwupłynowego czteropolowego, przedstawionego w podrozdziale 4.2.1 równaniem (4.25), celem uzyskania maksimum stopnia zapełnienia w okolicy ścianki, nie wydaje się wiarygodnym wytłumaczeniem tego faktu.

W niniejszej pracy **zapropozowano nowy model przepływu pęcherzykowego**. Przedstawiony w pracy model oparty jest na dwóch hipotezach, a mianowicie pierwszej polegającej na sumowaniu dyssypacji pochodzącej z jednej strony od przepływu cieczy, a z drugiej – od obecności pęcherzyków w przepływie. Drugą hipotezą przedstawioną w pracy jest zidentyfikowanie dodatkowej prędkości obrotowej pęcherzyków, odpowiedzialnej za zjawisko grupowania się pęcherzyków w okolicy ścianki lub rdzenia przepływu, czyli tzw. zjawisko maksimum przy ścianie i maksimum w rdzeniu. Wyniki uzyskane za pomocą modelu opartego na tych hipotezach zostały skonfrontowane z danymi eksperymentalnymi; uzyskano zadowalającą zgodność. Potwierdziło to słuszność przyjętych hipotez. Sformułowany i przedstawiony model przepływu pęcherzykowego bez generacji pęcherzyków, w przypadku ogólnym, składa się z czterech równań różniczkowych opisujących to zjawisko, czyli: równania opisującego prędkość poprzeczną pęcherzyków, migrację poprzeczną fazy rozproszonej, rozkład naprężeń stycznych oraz równania opisującego zastępczą prędkość układu dwufazowego. W opinii autora, model ten może być polecony szerokiemu gronu użytkowników wykorzystujących modele przepływu pęcherzykowego w praktyce inżynierskiej.

Prześlędzono literaturę pod kątem zebrania dodatkowej bazy danych eksperymentalnych, dotyczącej przepływów dwufazowych dla podstawowych przypadków, czyli w warstwie przyściennej na pionowej płycie oraz kanale pionowym (rura). Dane te zostały wykorzystane do weryfikacji przedstawionego modelu.

Przedstawiony model przepływu pęcherzykowego jest swego rodzaju prawem ścianki dla przepływu dwufazowego. Dotychczas istniejące propozycje, definiujące prawa ścianki w przepływie dwufazowym [70, 72] nie są oparte na tak solidnych podstawach fizycznych, jak model przedstawiony w niniejszej pracy. Równanie różniczkowe opisujące pole prędkości (7.27) można rozwiązywać wspólnie z równaniami opisującymi rozkład stopnia zapełnienia w kanale. Podano również aproksymację analityczną pola prędkości (7.28), dla przypadku równomiernego rozkładu stopnia zapełnienia.

W pracy przedstawiono także rozwiązanie własne zagadnienia przepływu pęcherzykowego z wymianą ciepła w dwufazowej warstwie przyściennej. Przedstawiono dwa rozwiązania zagadnienia przepływowego z wymianą ciepła. Pierwsze rozwiązanie, analityczne, uzyskano dla przepływu pęcherzykowego w warstwie przyściennej, przy założonym stałym rozkładzie stopnia zapełnienia. Uzyskana postać rozwiązania może się okazać bardzo przydatna inżynierom i projektantom tego typu przepływów, ze względu na jego prostotę i niewielki błąd w stosunku do rozwiązania uwzględniającego zmienny rozkład stopnia zapełnienia. Drugie rozwiązanie, bardziej dokładne, polega na rozwiązaniu układu pięciu równań różniczkowych, czyli: równania opisującego prędkość poprzeczną pęcherzyków, migrację poprzeczną fazy rozproszonej, rozkład naprężeń stycznych, gradient prędkości ekwiwalentnej oraz rozkład temperatury. Jest to rozwiązanie bardziej dokładne, aczkolwiek wymagające skomplikowanych obliczeń numerycznych.

W przyszłości należałoby jeszcze uogólnić proponowany model na zagadnienie rozwoju przepływu na odcinku wlotowym. Wydaje się, że jest to zagadnienie trudne, ale możliwe do realizacji na bazie proponowanego modelu. Autor widzi też, jako dalszy etap pracy, możliwość wprowadzenia uzyskanych w niniejszej pracy rezultatów do wspomnianego wcześniej modelu dwupłynowego czteropolowego, celem poprawienia modelowania fizyki zjawisk w występujących w nim członach międzyfazowych.

Ważnym elementem modelu jest przyjęcie sposobu modelowania turbulencji. Modele turbulencji, które można spotkać w literaturze przedmiotu, dają niezłe rezultaty w przypadku przepływów jednofazowych. Oczywiście i w tym przypadku mają one wiele ograniczeń, szczególnie w zakresie przepływów przy ściankach i w warunkach niestacjonarnych. Autor w niniejszej pracy dochodzi do przekonania, że bardzo istotny jest wybór właściwych równań zamknięcia w modelach turbulencji. Uzyskuje się wówczas realistyczne wyniki. Literatura podaje, że możliwe jest zastosowanie modeli turbulencji wyprowadzonych dla przypadku przepływów jednofazowych opisujących przepływ dwufazowy typu dwupłynowego lub jednorodnego. Jednak bezpośrednio ich zastosowanie nie daje spodziewanych rezultatów. Przede wszystkim z powodu tego, że fizyka zjawisk opisujących skomplikowane interakcje międzyfazowe nie jest do końca rozeznana i wyjaśniona. Dla przykładu, równania zamknięcia otrzymuje się z analizy ruchu cieczy wokół pojedynczego pęcherzyka, zamiast wokół pewnej ich grupy. W chwili obecnej, największe postępy w modelowaniu uzyskano dla przypadku przepływu pęcherzykowego o małym stopniu zapełnienia. W badaniach, które możnaby zalecić na przyszłość, należy stwierdzić, że wciąż wymagana jest lepsza znajomość podstawowych mechanizmów rządzących przepływem pęcherzyki–ciecz, a w szczególności:

— Turbulencji

Dotychczasowe osiągnięcia w zakresie modelowania przepływów oparte są na założeniu, że sprzężenie pomiędzy fluktuacjami pochodzącymi z przepływu ścinającego oraz od pęcherzyków jest słabe, oraz że istnieją liniowe związki naprężeniowe. Oczywiście jest, że to założenie nie obowiązuje dla wyższych stopni zapełnienia, co przedstawiono w rozdziałach poświęconych własnemu modelowi.

— Międzyfazowej wymiany pędu

Największym problemem jest rola siły międzyfazowej. Przypuszcza się, że na tego typu siłę wpływ mają rodzaje przepływów, np. przepływ nad płytą lub gwałtowna zmiana przekroju. Proces ten nie jest do końca wyjaśniony, aczkolwiek przypuszcza się, że największy wpływ mają tutaj wymiary pęcherzyków.

— Warunki brzegowe

Wybór właściwych warunków brzegowych jest bardzo ważny w obliczeniach. Założenie o braku poślizgu dla prędkości cieczy na ścianie wymaga bardzo małych rozmiarów siatki obliczeniowej, co jest bardzo niepraktyczne w obliczeniach typu inżynierskiego. W niektórych przypadkach, np. przepływu z małym stopniem zapełnienia bez przemian fazowych, można rozważyć zastosowanie zmodyfikowanych profili prędkości tzw. „prawem ścianki”. To uproszczenie traci swą przydatność przy większych stopniach zapełnienia, jako że powstaną oddziaływania pomiędzy pęcherzykami. Rozszerzenie modeli dwupłynowych na przepływy z wrzeniem wymaga dalszych badań struktury warstwy przyściennej, dla przypadków generacji pęcherzyków na ścianie.

— Efekt wielkości pęcherzyka

Z reguły w modelach nie bierze się pod uwagę efektu rozmiaru pęcherzyka tylko stopień zapełnienia. Badania eksperymentalne pokazują, że zachowanie pęcherzyków w pobliżu ścianki zmienia się w zależności od ich wielkości, co ma bardzo duży wpływ na rozkład stopnia zapełnienia. Nie ma możliwości uwzględnienia w modelu dwupłynowym różnych rozmiarów pęcherzyka. Nie ma w nim mechanizmu, który opisywałby ewolucję rozmiaru pęcherzyka w ramach efektu turbulencji, sił międzyfazowych i wzajemnych oddziaływań.

Reasumując, można stwierdzić, że pomimo intensywnie prowadzonych prac eksperymentalnych, teoretycznych i numerycznych w zakresie przepływów dwufazowych wiele problemów wymaga dalszych badań. Niniejsza praca stanowi próbę wypełnienia brakujących ogniw w modelowaniu przepływu pęcherzykowego. W przedstawionym modelu uwzględniono lepiej rzeczywiste warunki oddziaływania pęcherzyków z fazą ciągłą. Pokazano również pola do dalszej pracy badawczej nad poznaniem złożonej natury ośrodków dwufazowych.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Madejski J., Staniszewski B.: Wymiana ciepła przy wrzeniu i przepływy dwufazowe. Warszawa: Ośrodek Informacji o Energii Jądrowej 1971.
- [2] Madejski J.: Teoria wymiany ciepła. Szczecin: Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej 1998.
- [3] Orzechowski Z.: Przepływy dwufazowe, jednowymiarowe, ustalone, adiabatyczne., Warszawa: PWN 1990.
- [4] Trela M., Mikielwicz J.: Ruch i wymiana ciepła cienkich warstw cieczy. Maszyny Przepływowe, Tom 23. Wrocław: Ossolineum 1998.
- [5] Huo X., Tian Y.S., Wadekar V.V., Karayiannis T.G.: Two-phase flow and boiling heat transfer in small diameter tubes. Raport South Bank University 1999.
- [6] Lahey R.T., Drew D.A.: An analysis of two-phase flow and heat transfer using a multidimensional, multi-field, two-fluid computational fluid dynamics (CFD) model, Japan/US Seminar on Two-Phase Flow Dynamics, Santa Barbara, California, June 5–8, 2000.
- [7] Mikielwicz J., Grochal B., Gumkowski S., Polesek-Karczewska S., Mikielwicz D.: Wymiana ciepła. Gdańsk: Wydawnictwo IMP PAN 1996.
- [8] Butterworth D., Hewitt G.F.: Two-phase flow and heat transfer. Oxford: Oxford University Press 1977.
- [9] Collier J.G., Thome J.R.: Convective boiling and condensation. Oxford: Oxford Science Publications 1999.
- [10] Bergles A.E., Collier J., Delhaye J.M., Hewitt G., Mayinger F.: Two-phase flow and heat transfer in the power and process industries. Washington, New York, London: Hemisphere Publishing Corporation 1981.
- [11] Bankoff S.G.: A variable density single-fluid model for two-phase flow with particular reference to steam-water reactor, J. Heat Transfer, 82, 265–270, 1960.
- [12] Wallis G.B.: One-dimensional two-phase flow. New York: McGraw-Hill 1969.
- [13] Zuber N., Findlay J.A.: Average volumetric concentration in two-phase flow systems, J. Heat Transfer, 87, 453–468, 1965.
- [14] Bilicki Z., Mikielwicz J.: Zjawiska i modele przepływów dwufazowych w kanałach, Materiały Szkoły Letniej Mechaniki Płynów, Mikołajki 1987.
- [15] Mikielwicz J.: Modelowanie procesów cieplno-przepływowych. Maszyny Przepływowe, Tom 17, Wrocław: Ossolineum 1995.
- [16] Lee S. -J., Lahey R.T., Jones O.C.: The prediction of two-phase turbulence and phase distribution phenomena using a $k \sim \epsilon$ model. Japanese Journal of Multiphase Flow, 3, 335–368, 1989.
- [17] Sato Y., Sadatomi M., Sekoguchi K.: Momentum and heat transfer in two-phase bubbly flow. Int. J. Multiphase Flow, 7, 167–177, 1981.
- [18] Alajbegovic A., Drew D.A., Lahey R.T.: An analysis of phase distribution and turbulence in dispersed particle/liquid flows, Chemical Engineering Communications, 174, 85–133, 1999.
- [19] Auton T.R., Hunt J.C.R., Prud'homme M.: The force exerted on a body in inviscid unsteady non-uniform rotational flow. J. Fluid Mech., 197, 241–257, 1988.
- [20] Graham J.M.R.: The force on sharp-edged cylinders in oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers. J. Fluid Mech., 20, 331–346, 1980.
- [21] Lovalenti P.M., Brady J.F.: The force on a bubble, drop or particle in arbitrary time-dependent

- motion at small Reynolds numbers. *Physics of Fluids A*, 5, 2104–2116, 1993.
- [22] Ishii M.: Thermo–fluid dynamics of two–phase flow. Eyrolles, 1975.
- [23] Lance M., Lopez de Bertodano M.: Phase distribution phenomena and wall effects in bubbly two–phase flows. *Multiphase Science and Technology*, Vol. 8, Edited by Hewitt G., Delhay J.M., Zuber N., 69–121, 1996.
- [24] Drew D.A. Lahey R.T.: Some supplemental analysis concerning the virtual mass and lift force on a sphere in a rotating and straining flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 16, 1127–1130, 1990.
- [25] Drew D.A., Passman S.L.: Theory of multicomponent fluids. *Applied Mathematical Sciences*, 135, Springer 1998.
- [26] Moraga F.J., Bonetto F.J., Lahey R.T.: Lateral forces on spheres in turbulent uniform shear flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 25, 1321–1372, 1999.
- [27] Lance M., Marié J.L., Bataille J.: Homogeneous turbulence in bubbly flows. *J. of Fluid Engineering* 113, 295–300, 1991.
- [28] Lance M., Marié J.L., Charnay G., Bataille J.: Les équations de la turbulence dans un écoulement diphasique incompressible en l’absence de transfert de masse. Paris: C.R. Acad. Sci., 288, 957–960, 1979.
- [29] Lance M., Bataille J.: Turbulence in the liquid phase of a uniform bubbly air–water flow. *J. Fluid Mechanics*, 222, 95–118, 1991.
- [30] Theofanous T.G., Sullivan J.: Turbulence in two–phase dispersed flows. *J. Fluid Mechanics*, 116, 343–362, 1982.
- [31] Nigmatulin R.I.: Spatial averaging in the mechanics of heterogeneous and dispersed systems. *Int. J. Multiphase Flow*, 5, 353, 1979.
- [32] Park J. –W., Drew D.A., Lahey R.T.: The analysis of void wave propagation in adiabatic monodispersed bubbly two–phase flows using an ensemble–averaged two–fluid model. *Int. J. Multiphase Flow*, 24, 1205–1244, 1998.
- [33] Zuber N.: On the variable density single–fluid model for two–phase flow. *J. Heat Transfer*, 82, 255–258, 1960.
- [34] Levy S.: Prediction of two–phase pressure drop and density distribution from mixing length theory. *J. Heat Transfer*, 85, 137–152, 1963.
- [35] Subbotin V.I., Ibragimov M.K., Bobkov V.P., Tychinskii N.A.: Turbulent channel flow characteristics of gas–water mixtures. *Soviet Physics–Doklady*, 16, 192–194, 1971.
- [36] Drew D.A., Lahey R.T.: Phase distribution mechanisms in turbulent low–quality two–phase flow in a circular pipe. *J. Fluid Mech.*, 117, 91–106, 1982.
- [37] Beattie D.R.H.: Two–phase flow structure and mixing length theory, *J. Nucl. Engineering Design*, 21, 46–64, 1972.
- [38] Delhay J.M.: General equations of two–phase systems and their applications to air–water bubble flow and to steam–water flashing flow. Proc. 11th Heat Transfer Conf., Minneapolis, Minn., ASME Paper 69–HT–63, 1969.
- [39] Wang S.K., Lee S.J., Jones O.C., Lahey R.T.: Three dimensional turbulence structure and phase distribution measurements in bubbly two–phase flows. *Int. J. Multiphase Flow*, 13, 327–343, 1987.
- [40] Kobayashi K., Iida Y., Kanegae N.: Distribution of local void fraction of air–water two–phase flow in a vertical pipe. *Trans. JSME*, 42, 2521–2531, 1970.
- [41] Inoue A., Aoki S., Koga T., Yaegashi H.: Void fraction, bubble and liquid velocity profiles of two–phase flow in a vertical pipe., *Trans. JSME*, 42, 2521–2531, 1976.
- [42] Drew D.A., Lahey R.T.: Application of general constitutive principles to the derivation of

- multidimensional two-phase flow equations. *Int. J. Multiphase Flow*, 5, 243–264, 1979.
- [43] Drew D.A., Lahey R.T.: Phase distribution mechanisms in turbulent two-phase flow in a channels of arbitrary crosssection. *J. Fluid Engineering*, 203, 583–589, 1981.
- [44] Žun I.: Transverse migration of bubbles influenced by walls in vertical bubbly channel. *Int. J. Multiphase Flow*, 6, 583, 1980.
- [45] Beyerlein S.W., Cossmann R.K., Richter H.J.: Prediction of bubble concentration profiles in vertical two-phase flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 11, 629, 1985.
- [46] Kataoka I., Serizawa A.: Basic equations of turbulence in gas-liquid two-phase flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 15, 1–13, 1989.
- [47] Lahey R.T., Lopez de Bertodano M., Jones O.C.: Phase distribution in complex geometry conduits. *Proc. of Japan/US Seminar on Two-Phase Flow Dynamics, UC Berkeley*, 1992.
- [48] Žun I., Kljenak I., Moze S.: Space-time evolution of bubble nonhomogeneous distribution. *Proc. Int. Conf. Multiphase Flows, Tsukuba, Japan*, 1, 463–466, 1991.
- [49] Mikielewicz D.: Wpływ stopnia zapelnienia na profil prędkości w przepływie pęcherzykowym w warstwie przyściennej. *Oprac. wewn. IMP PAN*, nr arch. 208/98, 1998.
- [50] Clift R., Grace J.R., Weber M.E.: *Bubbles, drops and particles*. New York: Academic Press 1978.
- [51] Mikielewicz D.: Nowy model turbulenta przepływu dyspersyjnego w warstwie przyściennej. *Gdańsk: Zeszyty Naukowe IMP PAN 492/1454/98*, 1998.
- [52] Mikielewicz D.: A new model of a turbulent two-phase dispersive flow in the boundary layer. *2nd Int. Symposium on Two-Phase Modelling and Experimentation*, 1111–1116, Pisa, 23–25 May 1999, 1998.
- [53] Mikielewicz D., Stąsiek J.: Analiza wrażliwościowa modelu turbulenta przepływu pęcherzykowego w warstwie przyściennej. *Oprac. wewn. IMP PAN*, nr arch. 210/98, 1998.
- [54] Mikielewicz D.: A new description of bubbly flow within the boundary layer in comparison against a modified Bankoff model. *Proc. 3rd Baltic Heat Transfer Conference*, 693–698, Gdańsk, 22–24 September 1999.
- [55] Madejski J.: Vapour departure conditions in flow boiling. *Prace IMP*, 49, 3–22, 1970.
- [56] Mikielewicz D.: Added mass in the model of lateral motion of bubbles in the boundary layer. *Materiały X. Polish-Deutsches Jubiläums Symposium Wissenschaft-Praxis-Didaktik*, 147–152, Gdańsk, 18–19 maj 2000.
- [57] Mikielewicz D.: A new model of bubble-liquid interaction in the boundary layer. *Proc. 2nd Int. Conference on Heat Transfer with Change of Phase*, 283–292, Kielce 1999.
- [58] Mikielewicz D.: Universal velocity profile for bubbly flow in the boundary layer. *Archives of Thermodynamics*, 21, No. 3–4, 117–132, 2000.
- [59] Mikielewicz D.: Hydrodynamics and heat transfer in bubbly flow in the turbulent boundary layer. *Złożone w Int. J. of Heat and Mass Transfer*.
- [60] Tomiyama A.: Struggle with computational bubble dynamics. *Proc. 3rd Int. Conference on Multiphase Flow, CD-ROM, Lyon, France* 1998.
- [61] Mikielewicz D.: Mechanisms of lateral motion of bubbles in the boundary layer. *Materiały VIII Int. Symposium “Wärmeaustausch und Erneuerbare Energiequellen”*, 261–268, Łeba 18–20 września 2000.
- [62] Mikielewicz D.: Analiza sił działających na pęcherzyk w turbulenta warstwie przyściennej. *Materiały VI Ogólnopolskiej Konferencji Przepływów Wielofazowych*, 86–87, Gdańsk, 11–13 października 2000.
- [63] Mikielewicz D.: Analiza ruchu poprzecznego pęcherzyków gazowych w warstwie przyściennej.

- Konferencja „Termodynamika – postęp i zastosowania”, 133–140, Gdańsk 12–13 maja 2000.
- [64] Mikielwicz D.: Analysis of lateral forces in steady-state flow in the boundary layer. Proceedings of Fourth International Conference on Multiphase Flow, CD-ROM, New Orleans, Louisiana, USA, May 27 – June 1 2001.
- [65] Mikielwicz D.: Analysis of lateral forces in steady-state flow in the boundary layer. Proc. 5th Int. Symposium on Experimental and Computational Aerothermodynamics of Internal Flows, 689–696, Gdańsk, 2001.
- [66] Mikielwicz D.: Dwupłynowy model dwufazowego przepływu i wymiany ciepła w ujęciu trójwymiarowym i czteropolowym. Wykład zamawiany na warsztaty pt. „Modelowanie przepływów wielofazowych w systemach cieplnych i chemicznych”, Stawiska, 4–7 października 2001.
- [67] Sir Horace Lamb: Hydrodynamics, 7th ed. Cambridge University Press 1972.
- [68] Mikielwicz D.: Przybliżone rozwiązanie równania opisującego profil prędkości turbulentnego dwufazowego przepływu dyspersyjnego w warstwie przyściennej. Materiały XVII Zjazdu Termodynamików, 933–942, Zakopane 1999.
- [69] Marié J.L., Moursali E., Lance M.: A first investigation of a vertical bubbly flow past a flat plate. Proc. 1st ASME/JSME Meeting on Fluid Mechanics, Portland, Oregon 1991.
- [70] Marié J.L., Moursali E., Tran-Tong S.: Similarity law and turbulence intensity profiles in a bubble layer at low void fractions. Int. J. Multiphase Flow, 23, 227–247, 1997.
- [71] Polyanin A.D., Dilman V.V.: Methods of modeling equations and analogies in chemical engineering. Florida: CRC Press Inc. Boca Raton 1994.
- [72] Lopez de Bertodano M.: Development of a two-phase law of the wall for bubbly flows. Proc. 2nd Int. Conference on Multiphase Flow'95, Vol. 4, PI23–PI30, Kyoto, 1995.
- [73] Troshko A.A., Hassan Y.A.: Law of the wall for the two-phase turbulent boundary layers. Proc. 11th Int. Heat Transfer Conf., 2, 139–145, Kyongju, Korea, 1998.
- [74] Mikielwicz D.: Program komputerowy do obliczeń przepływów dwufazowych w warstwie przyściennej. Oprac. wewn. IMP PAN, nr arch. 799/2000.
- [75] Mikielwicz D.: Zastosowanie modelu $k \sim \varepsilon$ do modelowania przepływu pęcherzykowego w turbulentnej warstwie przyściennej. Oprac. wewn. IMP PAN 800/2000.
- [76] Jones W.P., Launder B.P.: The prediction of laminarization with two-equation model of turbulence. Int. J. Heat Mass Transfer, 15, 301–314, 1972.
- [77] Launder B.E., Sharma B.I.: Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. Lett. Heat Mass Transfer, 1, 131–138, 1974.
- [78] Chien K.Y.: Predictions of channel and boundary-layer flows with a low-Reynolds-number turbulence model. AIAA Journal, 20, 33–38, 1982.
- [79] Lam C.K.G., Bremhorst K.A.: Modified form of the $k\sim\varepsilon$ model for predicting wall turbulence. J. of Fluids Engineering, 103, 456–460, 1981.
- [80] Shih T.H., Hsu A.T.: An improved $k \sim \varepsilon$ model for near-wall turbulence. AIAA J. Paper 91-0611, 1991.
- [81] Speziale C.G., Abid R., Anderson E.C.: Critical evaluation of two-equation models for near-wall turbulence. AIAA J., 30, 324–331, 1992.
- [82] Yang Z., Shih T.H.: New time scale based $k \sim \varepsilon$ model for near-wall turbulence. AIAA J., 31, No. 7, 1191–1198, 1993.
- [83] Abe K., Kondoh T., Nagano Y.: A new turbulence model for predicting fluid flow and heat transfer in separating and reattaching flows–I. Flow field calculations. Int. J. Heat Mass Transfer, 37, No. 1, 139–151, 1994.
- [84] Sato H., Shimada M., Nagano Y.: A two-equation turbulence model for predicting heat transfer in

- various Prandtl number fluids. Paper 3-NT-27, 10th Int. Heat Transfer Conf., Brighton, 1994.
- [85] Abdelmeguid A.M., Spalding D.B.: Turbulent flow and heat transfer in pipes with buoyancy effects. *J. Fluid Mechanics*, 94, 383–400, 1979.
- [86] Mikielewicz D.: Analiza wpływu różnych modeli turbulencji na profil prędkości w turbulentnym przepływie dwufazowym w warstwie przyściennej. *Oprac. wewn. IMP PAN 870/2000*.
- [87] Serizawa A., Kataoka I.: *Dispersed Flow – I, Multiphase Science and Technology*, Vol. 8, Hewitt G., Delhaye J.M., Zuber N., 125–194, 1996.
- [88] Nakoryakov V.E., Kashinsky O., Burdukov A.P., Odnoral V.P.: Local characteristics of upward gas–liquid flows. *Int. J. of Multiphase Flows*, 7, 167–190, 1981.
- [89] Nakoryakov V.E., Kashinsky O.N., Goryelik R.S., Kozmenko B.K.: Study of upward bubbly flow at low liquid velocities. *Izvestia Sibirskovo Otdelenia AN SSSR*, 16, 15–20, 1986.
- [90] Kashinsky O.N., Timkin L.S., Cartelier A.: Experimental study of „laminar” bubbly flows in a vertical pipe, *Experiments in Fluids*, 14, 308–314, 1993.
- [91] Hetsroni G.: *Handbook of multiphase systems*. Hemisphere Publishing Corp., 1982.
- [92] Trela M.: Zagadnienia termo–hydrodynamiczne fazy ciekłej na ścianie w przepływie dwufazowym. *Zeszyty Naukowe IMP PAN*, nr 293/1214/89.

MODELOWANIE WYMIANY PĘDU I CIEPŁA W DWUFAZOWYM PRZEPŁYWIE PĘCHERZYKOWYM

W pracy przedstawiono oryginalne podejście do modelowania przepływu pęcherzykowego w warstwie przyściennej i w kanale. Podejście oparte jest na sumowaniu energii dyssypacji pochodzącej od przepływu ścinającego w kanale oraz dyssypacji pochodzącej od obecności pęcherzyków. W wyniku otrzymuje się naprężenia styczne ekwiwalentnego przepływu jednofazowego. Przybliżone równanie opisujące profil prędkości w warstwie przyściennej podano w formie równania różniczkowego, które można rozwiązać za pomocą założenia stałego lub zmiennego stopnia wypełnienia. Zaproponowano własne podejście do modelowania stopnia wypełnienia, opisane równaniem różniczkowym opisującym prędkość poprzeczną migracji pęcherzyków oraz równaniem dyfuzji pęcherzyków. Ponadto zaproponowano sposób włączenia do obliczeń sił wyporu, które wynikają z obecności pęcherzyków. Porównano rozkłady prędkości uzyskane za pomocą proponowanego modelu z danymi eksperymentalnymi dotyczącymi przepływu turbulentnego, zarówno w warstwie przyściennej, jak i w kanale przy małej zawartości fazy parowej. Uzyskano dobrą zgodność jakościową i ilościową. Dodatkowo rozwiązano równanie energii, w którym wykorzystano opisany powyżej profil prędkości. W sumie model składa się z pięciu równań różniczkowych, które umożliwiają wyznaczenie profilu prędkości, naprężeń stycznych, prędkości poprzecznej, stopnia wypełnienia oraz pola temperatury. Podano także charakterystyki integralne modelu, czyli współczynnik oporu przepływu dwufazowego oraz współczynnik przejmowania ciepła.

MODELLING OF MOMENTUM AND HEAT TRANSFER IN BUBBLY TWO-PHASE FLOW

In the work presented is a new approach to modelling the bubbly flow in the boundary layer. The approach is based on summation of the dissipation energy coming from the shearing turbulent flow in the absence of bubbles and the dissipation contribution from the bubble motion. As a result we obtain the shear stress of equivalent single phase turbulent flow. An approximate solution to the model has been given in a form of an explicit differential equation, which can be solved with assumption of constant or variable void fraction distribution. Proposed has been also a model of void migration. The model is based on two differential equations describing the lateral velocity and bubble diffusion. Proposed has also been the way in which to include the buoyancy forces, which arise due to the presence of bubbles. Velocity distributions calculated using the new model have been compared against the experimental data of turbulent bubbly flows with small void fraction. A good consistency of calculations performed using a new model with experiments has been obtained. Finally, the heat transfer problem has been solved, where energy equation has been solved with the above described velocity profile. Generally, the model consists of five differential equations, which enable determination of the velocity profile, shear stresses, lateral velocity, void fraction and temperature profile. Integral characteristics of the model such as friction factor and heat transfer coefficient have also been presented.

POLITECHNIKA GDAŃSKA

DARIUSZ MIKIELEWICZ

MODELOWANIE
WYMIANY PĘDU I CIEPŁA
W DWUFAZOWYM
PRZEPLÝWIE PĘCHERZYKOWYM



GDAŃSK 2002