

JERZY PLUCIŃSKI

OPTYKA
NIEUPORZĄDKOWANYCH
OŚRODKÓW
SILNIE ROZPRASZAJĄCYCH

POLITECHNIKA GDAŃSKA

monografie

102

POLITECHNIKA GDAŃSKA

JERZY PLUCIŃSKI

OPTYKA
NIEUPORZĄDKOWANYCH
OŚRODKÓW
SILNIE ROZPRASZAJĄCYCH



GDAŃSK 2010

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

Romuald Szymkiewicz

REDAKTOR PUBLIKACJI NAUKOWYCH

Janusz T. Cieśliński

REDAKTOR SERII

Jerzy Mazur

RECENZENCI

Anna Cysewska-Sobusiak

Tomasz Woliński

PROJEKT OKŁADKI

Jolanta Cieślawska

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Gdańskiej

Pełna oferta wydawnicza Politechniki Gdańskiej jest dostępna na stronach:

www.pg.gda.pl/wydawnictwoPG, www.naukowa24.pl

Wydawnictwa PG można nabywać w Księgarni PWN

Gmach Główny PG, I piętro, ul. G. Narutowicza 11/12, 80-233 Gdańsk,

tel. 58 347 11 25, e-mail: ksiegarnia.gdansk2@pwn.com.pl

oraz za pośrednictwem strony internetowej PWN www.naukowa24.pl

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej
Gdańsk 2010

Utwór nie może być powielany i rozpowszechniany, w jakiegokolwiek formie
i w jakiegokolwiek sposób, bez pisemnej zgody wydawcy

ISBN 978–83–7348–300–9

SPIS TREŚCI

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I SKRÓTÓW	5
1. WPROWADZENIE DO PRZEDMIOTU ROZPRAWY	7
1.1. Wstęp	7
1.2. Cel i zakres rozprawy	8
2. ZAGADNIENIA PODSTAWOWE	10
2.1. Ogólny opis promieniowania optycznego	10
2.1.1. Wprowadzenie	10
2.1.2. Równania Maxwella, równania materiałowe, równania falowe	11
2.1.3. Opis stanu polaryzacji promieniowania optycznego i właściwości polaryzacyjnych ośrodków	20
2.2. Mechanizmy rozpraszania promieniowania optycznego w ośrodkach silnie rozpraszających	27
2.2.1. Wprowadzenie	27
2.2.2. Centra rozpraszania, absorpcji i ekstynkcji	30
2.2.3. Wpływ wymiarów niejednorodności i współczynnika załamania światła na rozpraszanie promieniowania optycznego	34
2.3. Propagacja promieniowania optycznego w ośrodkach silnie rozpraszających	45
3. METODY ANALIZY PROPAGACJI PROMIENIOWANIA OPTYCZNEGO W OŚRODKACH SILNIE ROZPRASZAJĄCYCH	50
3.1. Wprowadzenie	50
3.2. Metody strumieniowe	51
3.3. Metoda dyfuzji	56
3.4. Metody Monte Carlo	71
3.4.1. Klasyczna metoda Monte Carlo	71
3.4.2. Zmodyfikowane metody Monte Carlo	84
3.4.3. Szybka metoda bąbelkowa Monte Carlo	90
3.5. Podsumowanie	102
4. NIEKOHERENTNE METODY POMIAROWE OŚRODKÓW SILNIE ROZPRASZAJĄCYCH WYKORZYSTUJĄCE ŹRÓDŁA PROMIENIOWANIA O NATĘŻENIU CIĄGŁYM	104
4.1. Wprowadzenie	104
4.2. Metody wyznaczania parametrów optycznych ośrodków silnie rozpraszających oparte na pomiarze transmisji promieniowania optycznego o stałym natężeniu	105
4.2.1. Metody bezpośrednie	105
4.2.2. Metody pośrednie	107
4.3. Wykorzystanie promieniowania o stałym natężeniu do pomiaru obiektów niejednorodnych	109
4.3.1. Optyczna tomografia dyfuzyjna	109
4.3.2. Nietomograficzne techniki pomiarowe obiektów niejednorodnych z wykorzystaniem promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie	110
4.4. Podsumowanie	123
5. NIEKOHERENTNE METODY POMIAROWE OŚRODKÓW SILNIE ROZPRASZAJĄCYCH WYKORZYSTUJĄCE ŹRÓDŁA PROMIENIOWANIA IMPULSOWEGO LUB O ZMODULOWANYM NATĘŻENIU	125
5.1. Wprowadzenie	125

5.2. Niekoherentne metody pomiaru ośrodków silnie rozpraszających oparte na pomiarze czasu przelotu	126
5.2.1. Systemy mierzące czas przelotu fotonów przez ośrodki silnie rozpraszające i przykłady pomiarów	126
5.2.2. Wyznaczanie parametrów optycznych ośrodków silnie rozpraszających na podstawie zmierzonego rozkładu czasu przelotu fotonów	136
5.2.3. Systemy pracujące w dziedzinie częstotliwości	140
5.3. Wykorzystanie promieniowania impulsowego lub o zmodulowanym natężeniu do pomiaru obiektów niejednorodnych	142
5.4. Podsumowanie	144
6. KOHERENTNE METODY POMIAROWE OŚRODKÓW SILNIE ROZPRASZAJĄCYCH	145
6.1. Wprowadzenie	145
6.2. Analiza interferometrii niskokoherentnej w dziedzinie czasu	146
6.3. Analiza interferometrii niskokoherentnej w dziedzinie częstotliwości	150
6.4. Optyczna reflektometria niskokoherentna	157
6.4.1. Wprowadzenie	157
6.4.2. Przetwarzanie sygnału wyjściowego w dziedzinie czasu	160
6.4.3. Przetwarzanie sygnału wyjściowego w dziedzinie częstotliwości	161
6.4.4. Charakterystyka amplitudowo-fazowa badanego ośrodka a zdolność rozdzielcza interferometrii niskokoherentnej	167
6.5. Optyczna tomografia koherentna	168
6.5.1. Skanowanie i detekcja w optycznej tomografii koherentnej	168
6.5.2. Dobór poprzecznego rozkładu pola wiązki skanującej	170
6.5.3. Dynamiczne ogniskowanie	171
6.5.4. Systemy OCT do pomiaru właściwości polaryzacyjnych ośrodków silnie rozpraszających	173
6.6. Przykłady zastosowań koherentnych metod pomiarowych w badaniach ośrodków silnie rozpraszających	181
6.6.1. Przykład zaawansowanego systemu OCT do badań ośrodków silnie rozpraszających	181
6.6.2. Przykłady zastosowań koherentnych metod pomiarowych w badaniach ośrodków silnie rozpraszających	186
6.7. Podsumowanie	192
7. UWAGI KOŃCOWE	194
Podziękowania	197
Bibliografia	199
Streszczenie w języku polskim	222
Streszczenie w języku angielskim	223

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ I SKRÓTÓW

Oznaczenia

a_{alb}	– albedo
c	– prędkość promieniowania optycznego w ośrodku (fazowa)
c_0	– prędkość światła w próżni
c_g	– prędkość grupowa rozchodzenia się promieniowania optycznego
D	– współczynnik dyfuzji (wyrażany w m)
$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$	– wektor natężenia pola elektrycznego
$\mathcal{E}_i (i = x, y, z)$	– współrzędne pola \mathcal{E}
$E_i (i = x, y, z)$	– amplitudy zespolone pola \mathcal{E}
$\mathbf{F}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$	– macierz rozpraszania (dla wektora Jonesa) z kierunku \mathbf{s}_1 do kierunku \mathbf{s}_2
$F(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$	– funkcja rozpraszania z kierunku \mathbf{s}_1 do kierunku \mathbf{s}_2
$\mathbf{F}_d(\mathbf{r}, t)$	– gęstość strumienia promieniowania
$\mathbf{F}_S(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$	– macierz rozpraszania (dla wektora Stokesa) z kierunku \mathbf{s}_1 do kierunku \mathbf{s}_2
g	– współczynnik anizotropii rozpraszania
$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$	– funkcja Greena
I	– natężenie promieniowania optycznego
$\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z$	– wersory o kierunku x, y, z
\mathbf{J}	– wektor Jonesa
$\mathbf{J}_d(\mathbf{r})$	– gęstość strumienia mocy promieniowania dyfuzyjnego
k	– liczba falowa
\mathbf{k}	– wektor falowy
K_{KM}	– współczynnikiem absorpcji Kubelka-Munka
$L(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t)$	– luminancja energetyczna wiązki propagującej w kierunku \mathbf{s}
$L_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t)$	– luminancja energetyczna wiązki rozproszonej propagującej w kierunku \mathbf{s}
L_c	– droga koherencji
\mathbf{M}	– macierz Muellera
n	– fazowy współczynnik załamania
n_g	– grupowy współczynnik załamania
$p(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$	– fazowa funkcja rozpraszania z kierunku \mathbf{s}_1 do kierunku \mathbf{s}_2
Q_s, Q_a, Q_e	– odpowiednio wydajności rozpraszania, absorpcji i ekstynkcji
R	– współczynnik odbicia
\mathbf{r}	– położenie
$\mathbf{R}[\dots]$	– macierz obrotu
R_d	– współczynnik odbicia promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie
\mathbf{S}	– wektor Stokesa
$S(\nu), S_{11}(\nu), S_{22}(\nu)$	– gęstość widmowa mocy
S_{KM}	– współczynnikiem wstecznego rozpraszania Kubelka-Munka
\mathbf{s}_1	– kierunek promieniowania padającego
\mathbf{s}_2	– kierunek promieniowania rozproszonego
$S_{12}(\nu)$	– wzajemna gęstość widmowa mocy
$S_{12}(\nu)$	– spektralny stopień koherencji wzajemnej
t	– czas
\mathbf{T}	– macierz Jonesa
T_d	– współczynnik transmisji promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie
U	– amplituda zespolona funkcji falowej V
$U(t)$	– sygnał analityczny
$\mathcal{U}(\mathbf{r}, t)$	– wektorowa funkcja falowa
$U_d(\mathbf{r}, t)$	– średni strumień promieniowania optycznego

U_i ($i = x, y, z$)	– amplitudy zespolone pola \mathcal{U}
\mathcal{V}	– widzialność prążków interferencyjnych
$V(\mathbf{r}, t)$	– zespolona funkcja falowa
w	– liczba wagowa
x, y, z	– współrzędne położenia
$\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$	– kierunki
z_0	– odwrotność zredukowanego współczynnika rozpraszania
z_R	– zakres Rayleigha
$\gamma(\tau)$	– zespolony stopień koherencji własnej
$\gamma_{12}(\tau)$	– zespolony stopień koherencji wzajemnej
$\Gamma(\tau)$	– funkcja koherencji własnej
$\Gamma_{12}(\tau)$	– funkcja koherencji wzajemnej
$\varepsilon_s(\mathbf{r}, t)$	– funkcja źródła promieniowania dyfuzyjnego
$\varepsilon_s(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t)$	– funkcja źródła
θ	– kąt obrotu
λ	– długość fali
λ_0	– długość fali w próżni
μ_a, μ_s, μ_e	– odpowiednio współczynnik absorpcji, rozpraszania i ekstynkcji
μ_s'	– zredukowany współczynnik rozpraszania
ν	– częstotliwość
ν_c	– szerokość widmowa promieniowania optycznego
ν_c'	– średniokwadratowa szerokość widmowa promieniowania optycznego
ρ	– odległość od osi z w cylindrycznym układzie odniesienia
ρ_s, ρ_a, ρ_e	– odpowiednio gęstość centrów rozpraszających, absorbujących i ekstynkcji
$\sigma_d(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$	– różniczkowy przekrój czynny na rozpraszanie z kierunku \mathbf{s}_1 do kierunku \mathbf{s}_2
$\sigma_g(\mathbf{s}_1)$	– geometryczny przekrój czynny dla kierunku \mathbf{s}_1
$\sigma_s, \sigma_a, \sigma_e$	– odpowiednio przekroje czynne na rozpraszanie, absorpcję i ekstynkcję
τ	– względne opóźnienie interferujących wiązek promieniowania optycznego
τ_c	– czas koherencji
τ_c'	– średniokwadratowy czas koherencji
$\Phi(\mathbf{r}, t)$	– całkowity strumień promieniowania optycznego
ω	– pulsacja
Ω	– pełny kąt bryłowy
Ω_S	– powierzchnia graniczna ośrodka
∇	– operator Nabla

Skróty

CMCM	– klasyczna metoda Monte Carlo
DOP	– stopień polaryzacji
FBMCM	– szybka bąbelkowa metoda Monte Carlo
MPL	– średnia długość drogi
MTT	– średni czas przelotu
OCT	– optyczna tomografia koherentna
OLCR	– optyczna reflektometria niskokoherentna
SNR	– stosunek sygnału do szumu

Rozdział 1

WPROWADZENIE DO PRZEDMIOTU ROZPRAWY

1.1. Wstęp

Badanie nieuporządkowanych ośrodków silnie rozpraszających zawsze było zagadnieniem bardzo złożonym i trudnym z uwagi na losowy charakter zjawisk fizycznych występujących w tych ośrodkach i ogromną złożoność obliczeniową przy ich matematycznym modelowaniu. Chociaż bardzo często potrafimy dokładnie opisać pojedyncze rozproszenie fotonu, to należy pamiętać, że w ośrodku silnie rozpraszającym może ich być w danej chwili bardzo dużo, a każdy z nich może być wielokrotnie rozpraszany. Impulsem dla rozwoju technik badawczych nieuporządkowanych ośrodków silnie rozpraszających była początkowo medycyna (np. badania transiluminacji głowy sięgają jeszcze XIX wieku), następnie badania nad bronią jądrową (zwłaszcza w latach czterdziestych ubiegłego wieku w ramach programu Manhattan) i badania w astronomii (np. badania nad rozpraszaniem światła w mgławicach lub badania nad propagacją energii w gwiazdach). Swoją udział mają także badania nad propagacją promieniowania elektromagnetycznego w atmosferze i fali akustycznej w różnych ośrodkach.

Obecnie obserwowany szybki rozwój badań nad zjawiskiem rozpraszania związany jest zarówno z gwałtownym rozwojem optoelektroniki i fotoniki, jak i z pojawieniem się komputerów pozwalających na numeryczne modelowanie propagacji promieniowania optycznego w złożonych obiektach silnie rozpraszających. Rozwój ten stymulowany jest przez olbrzymie zapotrzebowanie na nowe optyczne techniki pomiarowe (np. na optyczną tomografię dyfuzyjną lub koherentną).

Inspiracją do napisania pracy były wieloletnie badania nieuporządkowanych ośrodków silnie rozpraszających i zdobyte na tym polu doświadczenia Autora. Wynikiem tego było nawiązanie współpracy z Gdańskim Uniwersytetem Medycznym w badaniach metodami optycznymi obrzęku mózgu oraz z University of Oulu (Finlandia) w poszukiwaniach nowych, optycznych metod pomiarowych podstawowych komponentów do produkcji papieru, jak i samego papieru. Cenne okazały się też wyniki uzyskane przez Autora w czasie realizacji projektów badawczych Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego i TEKES (Finlandia), dotyczących pomiarów parametrów silnie rozpraszających obiektów technicznych. W czasie realizacji wszystkich tych badań wprowadzane były często nowe techniki pomiarowe (np. interferometria niskokoherentna i tomografia optyczna), metody analizy danych pomiarowych i metody modelowania propagacji promieniowania optycznego w badanych ośrodkach. Wykorzystywane były najnowsze zdobycze techniki laserowej (np. lasery piko- i femtosekundowe), metod detekcji promieniowania optycznego (np. kamery smugowe i pikosekundowe fotodiody lawinowe pracujące w tak zwanym modzie Geigera), a także optyki nieliniowej (np. generacja superkontinuum). W czasie realizacji badań opracowano i wykonano (pod kierunkiem lub przez Autora) wiele unikatowych stanowisk pomiarowych.

Choć badane ośrodki były bardzo różne (papier, miazga drzewna, tkanki ludzkie, materiały kompozytowe, powłoki antykorozyjne, ceramika), łączyła je wspólna cecha – wszystkie silnie rozpraszają promieniowanie optyczne, a centra rozpraszające rozmieszczone były w sposób nieuporządkowany. Stąd narodził się tytuł rozprawy, który łączy

optykę, czyli naukę o promieniowaniu optycznym i zarazem gałąź techniki, oraz badane za jej pomocą nieuporządkowane ośrodki silnie rozpraszające.

1.2. Cel i zakres rozprawy

Zasadniczym celem rozprawy jest analiza właściwości różnych technik pomiarowych nieuporządkowanych ośrodków silnie rozpraszających promieniowanie optyczne z wykorzystaniem najnowszych osiągnięć optoelektroniki i fotoniki, a także przedstawienie metod analizy wyników pomiarowych na podstawie zaawansowanego modelowania propagacji promieniowania optycznego w tych ośrodkach. Drugim, nie mniej istotnym celem jest pokazanie możliwości wykorzystania tych technik w wybranych aplikacjach przemysłowych i medycznych.

Rozważane są następujące aplikacje: 1) optyczne, nieinwazyjne diagnozowanie wybranych parametrów mózgu (np. diagnostyka obrzęku mózgu), 2) pomiary parametrów optycznych ośrodków silnie rozpraszających promieniowanie optyczne (np. na potrzeby przemysłu papierniczego), 3) wizualizacja niejednorodności parametrów optycznych obiektów technicznych (tomografia optyczna).

Rozprawa składa się z siedmiu rozdziałów. Rozdział pierwszy stanowi wprowadzenie do tematu pracy. W rozdziale drugim przedstawiono podstawowe pojęcia i definicje związane z tematyką rozprawy. Omówiono w zwięzłej formie wpływ niejednorodności na rozpraszanie promieniowania optycznego oraz wpływ wielokrotnego rozpraszania na jego propagację w ośrodku silnie rozpraszającym.

Rozdział trzeci poświęcony jest różnym metodom analizy propagacji promieniowania optycznego w materiałach silnie rozpraszających. Szczególną uwagę, obok zakresu stosowności, zwrócono na ich dokładność, uniwersalność i efektywność. Przedstawiono opracowane przez Autora nowatorskie usprawnienia metody Monte Carlo, mające za zadanie zwiększenie jej efektywności. Najistotniejszym z nich jest opracowanie zupełnie nowej odmiany metody Monte Carlo, jaką jest szybka metoda bąbelkowa Monte Carlo, która w stosunku do klasycznej metody Monte Carlo jest dziesiątki lub setki razy szybsza, w zależności od lokalizacji źródła. Na podstawie przedstawionych algorytmów opracowane zostały programy komputerowe do modelowania propagacji promieniowania optycznego w obiektach silnie rozpraszających. Programy te pozwoliły zarówno na prowadzenie szerokich badań w celu optymalizacji systemów pomiarowych mierzących obiekty silnie rozpraszające, jak i na obróbkę danych pomiarowych w celu wyznaczenia parametrów optycznych obiektu.

W rozdziale czwartym omówiono różne techniki badawcze wykorzystujące źródła promieniowania ciągłego, gdzie mierzone jest natężenie promieniowania odbitego od lub przechodzącego przez nieuporządkowane ośrodki silnie rozpraszające, w wypadku gdy można pominąć zjawiska związane z koherencją. Pokazane są różne konfiguracje pomiarowe oraz metody analizy danych pomiarowych, służące do wyznaczania parametrów optycznych badanych ośrodków. Omówiono także techniki badawcze obiektów niejednorodnych. Przykładem może być oryginalna metoda optyczna oceny obrzęku mózgu. Przedstawiono tu zarówno wyniki badań uzyskane na drodze modelowania matematycznego, jak i wyniki pomiarów uzyskane w warunkach klinicznych.

Rozdział piąty poświęcony jest technikom badawczym, w których wykorzystywany jest pomiar rozkładu czasu przelotu fotonów metodami niekoherentnymi przez nieuporządkowany ośrodek silnie rozpraszający. Metody te, w porównaniu z metodami niekoherentnymi wykorzystującymi źródła promieniowania ciągłego są w stanie dostarczyć więcej informacji, co skutkuje możliwością pomiaru większej liczby parametrów optycznych bada-

nego ośrodka lub zwiększeniem rozdzielczości obrazowania przestrzennego obiektów niejednorodnych. Wyróżniono pomiary w dziedzinie czasu z wykorzystaniem krótkich impulsów laserowych oraz w dziedzinie częstotliwości, w których rejestrowane są amplituda i faza obwiedni zmodulowanego amplitudowo promieniowania po przejściu przez badany ośrodek. Jako przykład aplikacji tych metod zostały pokazane m.in. pionierskie badania możliwości ich wykorzystania w przemyśle papierniczym.

W rozdziale szóstym omówiono techniki badawcze wykorzystujące zjawisko koherencji promieniowania optycznego. Na początku rozdziału przedstawiono niezbędne syntetyczne wprowadzenie do tematu interferencji promieniowania optycznego, która jest podstawą działania tych systemów. Przedstawiono tu analizę zjawiska interferencji w dziedzinie czasu i w dziedzinie częstotliwości zarówno promieniowania optycznie wąskopasmowego, jak i szerokopasmowego. W dalszej części przedstawiono podstawy reflektometrii niskokoherentnej, wykorzystywanej w optycznych tomografach koherentnych. W pracy przedstawione są wyniki badań nad wykorzystaniem optycznej tomografii koherentnej poza medycyną. W szczególności efektem tych prac jest opracowanie przeznaczonego do badań obiektów technicznych polaryzacyjnego tomografu optycznego o wysokiej rozdzielczości poprzecznej, którą uzyskano dzięki możliwości dynamicznego ogniskowania. Poza opisem systemu, przedstawiono szereg unikatowych wyników badań, jakie były wykonane na tym systemie (np. warstw antykorozyjnych, warstw ceramiki wytwarzanych na potrzeby cienkowarstwowych detektorów piroelektrycznych, materiałów kompozytowych).

W rozdziale siódmym zebrano oryginalne wyniki własne Autora oraz przedstawiono kierunki dalszych badań. Optyczny system do oceny obrzęku mózgu jest dalej rozwijany, aktualnie przechodzi on badania kliniczne; równolegle trwają prace wdrożeniowe. Kontynuowane są też badania obiektów technicznych. Poza pracami o charakterze praktycznym rozwijane są prace teoretyczne. Głównie dotyczą one interpretacji wyników pomiarowych oraz modelowania propagacji promieniowania optycznego w obiektach silnie rozprasających na potrzeby wyznaczania ich parametrów optycznych i lepszego obrazowania.

Rozdział 2

ZAGADNIENIA PODSTAWOWE

2.1. Ogólny opis promieniowania optycznego

2.1.1. Wprowadzenie

Pod pojęciem promieniowania optycznego rozumiemy promieniowanie elektromagnetyczne o długości fali w próżni λ_0 z zakresu od 10 nm do 1 mm [362] (przedział ten jest dość umowny; można spotkać w literaturze inne wartości krańcowe zakresu promieniowania optycznego, np. według pracy [419] zakres ten jest nieco węższy i wynosi od 30 nm do 0,3 mm). Promieniowanie to utworzone jest przez strumień fotonów, które są nośnikami oddziaływań elektromagnetycznych i są postrzegane albo jako fala elektromagnetyczna, albo jako pojedyncze cząstki o energii E :

$$E = h\nu = hc_0/\lambda_0, \quad (2.1)$$

gdzie $h \equiv 6,626069 \cdot 10^{-34}$ Js jest stałą Plancka, ν jest częstotliwością fali, $c_0 = 299\,792\,458$ m/s jest prędkością światła w próżni [292].

Fotony są cząstkami elementarnymi niemającymi ani ładunku elektrycznego, ani momentu magnetycznego, ani masy spoczynkowej. Mają liczbę spinową równą 1, a zatem są one bozonami. Oddziaływanie fotonów i cząstek naładowanych opisuje elektrodynamika kwantowa, której podstawowymi elementami są pole elektromagnetyczne reprezentowane przez antysymetryczny tensor pola elektromagnetycznego oraz pola materii reprezentowane przez funkcje falowe. Z punktu widzenia elektrodynamiki kwantowej fotony mogą poruszać się po każdej dowolnej ścieżce, ograniczonej jedynie przez apertury elementów optycznych (przesłon, soczewek itp.). Wynikowa amplituda fali elektromagnetycznej jest rezultatem sumowania wszystkich możliwych amplitud fal związanych z tymi ścieżkami. Zgodnie z elektrodynamiką kwantową promieniowanie elektromagnetyczne może propagować w próżni szybciej lub wolniej niż c_0 , jednak ze średnią prędkością c_0 [127]. Z matematycznego punktu widzenia elektrodynamika kwantowa jest abelową teorią pola z cechowaniem, a jej grupą cechowania jest jednoparametrowa grupa $U(1)$ [445]. Konsekwencją tej symetrii jest prawo zachowania ładunku oraz (ze względu na lokalną symetrię cechowania) pojawienie się bezmasowego pola bozonowego o spinie 1 – fotonu. Zerowa masa fotonu oznacza, że prędkość światła w próżni jest wielkością stałą.

Aparat matematyczny elektrodynamiki kwantowej, jak każdej podstawowej teorii, jest bardzo złożony. Dlatego nierozsądnie byłoby go stosować do każdego problemu związanego z rozpraszaniem promieniowania optycznego, a ponadto bez wprowadzenia istotnych założeń upraszczających nie prowadziłyby do zadawalających wyników. A zatem w zdecydowanej większości analiz rozpraszania promieniowania optycznego nie ma potrzeby odwoływania się do elektrodynamiki kwantowej; wystarczy analiza oparta na elektrodynamice klasycznej, której punktem wyjścia są równania Maxwella, będące konsekwencją wykorzystania elektrodynamiki kwantowej do zagadnień oddziaływań między ładunkami elektrycznymi a polem elektromagnetycznym (relacje między elektrodynamiką klasyczną a kwantową można znaleźć w wielu podręcznikach akademickich, w tym polskim podręcz-

niku autorstwa Iwo i Zofii Bałynicki-Birula [42]; wyprowadzenie klasycznych równań Maxwella z elektrodynamiki kwantowej jest często zadawanym problemem dla osób studiujących optykę kwantową – patrz np. praca [233], str. 80). Nawet jeżeli z jakichś względów w analizie potrzeba się odwołać do pojedynczych fotonów, to ich strumień można łatwo wyznaczyć na podstawie strumienia mocy promieniowania elektromagnetycznego i energii fotonów opisanej zależnością (2.1). Należy jednak pamiętać, że takim podejściem nie wszystkie problemy związane z propagacją promieniowania optycznego i jego oddziaływaniem z materią można rozwiązać. Na przykład za pomocą klasycznej elektrodynamiki nie da się rozwiązywać problemów, w której istotną rolę pełnią stany splątane. Przykład wykorzystania stanów splątanych w badaniach ośrodków silnie rozpraszających (to jest ośrodków, w których współczynnik rozpraszania jest dużo większy niż współczynnik absorpcji – współczynniki te zostały zdefiniowane w punkcie 2.3) opisany jest w rozdziale 6 (patrz punkt 6.4.4).

2.1.2. Równania Maxwella, równania materiałowe, równania falowe

Wygodnym punktem startowym analizy propagacji promieniowania optycznego w próżni i w różnych ośrodkach materialnych są *równania Maxwella*, wiążące ze sobą odpowiednie składowe pola elektromagnetycznego (w pracy stosowane będą równania i jednostki miar zgodne z układem SI; w literaturze, mimo obowiązywania układu SI od kilkudziesięciu lat, jeszcze często do opisu pól elektromagnetycznych można spotkać opis zgodny z układami CGS w odmianie elektrostatycznej, elektromagnetycznej lub Gaussa, w których zależności między polami elektrycznymi i magnetycznymi mają trochę inną postać):

$$\nabla \times \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathcal{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathcal{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \mathcal{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mathcal{J}(\mathbf{r}, t), \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{D}(\mathbf{r}, t) = \rho_q, \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{B}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2.5)$$

gdzie \mathcal{E} i \mathcal{H} są wektorami natężeń pól odpowiednio elektrycznego i magnetycznego, \mathcal{D} i \mathcal{B} są wektorami indukcji odpowiednio elektrycznej i magnetycznej, \mathcal{J} jest wektorem gęstości prądu elektrycznego, ρ_q jest gęstością ładunku elektrycznego, \mathbf{r} jest wektorem położenia, t jest czasem, a symbol ∇ oznacza operator różniczkowy *nabla*: $\nabla = \mathbf{i}_x \partial / \partial x + \mathbf{i}_y \partial / \partial y + \mathbf{i}_z \partial / \partial z$ (\mathbf{i}_x , \mathbf{i}_y i \mathbf{i}_z są wersorami kierunkowymi definiującymi układ $Oxyz$), który w kombinacji $\nabla \times$ oznacza operator rotacji wektora, a w kombinacji $\nabla \cdot$ operator dywergencji wektora.

Uzupełnieniem równań Maxwella są tak zwane równania materiałowe, wiążące ze sobą wektory \mathcal{H} i \mathcal{B} , \mathcal{E} i \mathcal{D} oraz \mathcal{E} i \mathcal{J} :

$$\mathcal{D}(\mathbf{r}, t) = f_1[\mathcal{E}(\mathbf{r}, t), t], \quad (2.6)$$

$$\mathcal{B}(\mathbf{r}, t) = f_2[\mathcal{H}(\mathbf{r}, t), t], \quad (2.7)$$

$$\mathcal{J}(\mathbf{r}, t) = f_3[\mathcal{E}(\mathbf{r}, t), t], \quad (2.8)$$

gdzie f_1, f_2, f_3 są w ogólnym wypadku funkcjami nieliniowymi.

Często można przyjąć, że równania materiałowe są funkcjami liniowymi:

$$\mathcal{D}(\mathbf{r}, t) = \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t), \quad (2.9)$$

$$\mathcal{B}(\mathbf{r}, t) = \boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{\mathcal{H}}(\mathbf{r}, t), \quad (2.10)$$

$$\mathcal{J}(\mathbf{r}, t) = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t), \quad (2.11)$$

gdzie $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\mu}$ oraz $\boldsymbol{\sigma}$ są tensorami odpowiednio przenikalności elektrycznej, przenikalności magnetycznej oraz konduktancji właściwej ośrodka.

W szczególności dla ośrodków izotropowych równania tensorowe (2.9)–(2.11) można zastąpić prostszymi równaniami skalarnymi:

$$\mathcal{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon \boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t), \quad (2.12)$$

$$\mathcal{B}(\mathbf{r}, t) = \mu \boldsymbol{\mathcal{H}}(\mathbf{r}, t), \quad (2.13)$$

$$\mathcal{J}(\mathbf{r}, t) = \sigma \boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t), \quad (2.14)$$

gdzie skalary ε , μ oraz σ opisują odpowiednio przenikalność elektryczną, przenikalność magnetyczną oraz konduktancję właściwą ośrodka.

Przyjmijmy na razie, że w równaniu (2.11) konduktancja ośrodka wynosi zero, a zatem i gęstość prądu elektrycznego w równaniu (2.3) wynosi zero. Pomińmy także wpływ gęstości ładunku ρ_q (ładunek ten ma wpływ jedynie na składową stałą indukcji pola elektrycznego). Przy takim założeniu, dokonując obustronnej rotacji równania (2.2) i korzystając z podstawień (2.3), (2.12) i (2.13), a także z tożsamości $\nabla \times \nabla = \nabla \times (\nabla \cdot) - \nabla^2$, otrzymamy dla ośrodka jednorodnego równanie:

$$\nabla^2 \boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2.15)$$

gdzie $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ jest operatorem różniczkowym Laplace'a (laplasjanem), a $c^2 = \varepsilon\mu = c_0^2 [(\varepsilon_0\mu_0)/(\varepsilon\mu)]$ jest kwadratem prędkości propagacji fali w ośrodku (w optyce bardzo wygodną wielkością jest *fazowy współczynnik załamania* ośrodka $n = c_0/c$, który w dalszej części pracy nazywać będziemy w skrócie *współczynnikiem załamania*); wielkości ε_0 i μ_0 są przenikalnościami odpowiednio elektryczną i magnetyczną próżni (w układzie SI $\varepsilon_0 \cong 8,854187817 \cdot 10^{-12}$ F/m, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cong 12,566370614$ H/m [292]).

Równanie (2.15) nosi nazwę wektorowego równania falowego dla pola elektrycznego.

Ważną klasą rozwiązań równania falowego (2.15) są fale harmoniczne, w których w dowolnym punkcie przestrzeni każda ze składowych \mathcal{E}_i ($i = x, y, z$) pola $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ zmienia się harmonicznie, co można zapisać jako

$$\mathcal{E}_i(\mathbf{r}, t) = E_i(\mathbf{r}) \cos[\omega t - \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\delta}_i(\mathbf{r})] \mathbf{i}_i, \quad i = x, y, z, \quad (2.16)$$

gdzie E_x , E_y i E_z są amplitudami pola $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ w kierunkach odpowiednio \mathbf{x} , \mathbf{y} oraz \mathbf{z} , \mathbf{k} jest wektorem falowym, δ_x , δ_y i δ_z są początkowymi fazami (to jest dla $x = y = z = 0$ i $t = 0$) składowych odpowiednio \mathcal{E}_x , \mathcal{E}_y i \mathcal{E}_z .

Obliczenia dokonywane na falach harmonicznych znacznie upraszczają się, jeżeli stosujemy funkcje wykładnicze zamiast trygonometrycznych. Takie podejście do opisu składowych \mathcal{E}_i umożliwia wprowadzenie składowych zespolonych:

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, t) = E_i(\mathbf{r}) \exp(-j\omega t) \mathbf{i}_i, \quad i = x, y, z, \quad (2.17)$$

gdzie j jest jednostką urojoną ($j^2 = -1$), a

$$E_i(\mathbf{r}) = E_i(\mathbf{r}) \exp\{j[\mathbf{k}\mathbf{r} - \delta_i(\mathbf{r})]\}, \quad i = x, y, z, \quad (2.18)$$

są amplitudami zespolonymi fali.

Podstawiając falę (2.17) do równania falowego (2.15), otrzymujemy równania falowe:

$$\nabla^2 E_i(\mathbf{r}) + k^2 E_i(\mathbf{r}) = 0, \quad i = x, y, z, \quad (2.19)$$

słuszne dla amplitud zespolonych, zwane równaniami Helmholtza, gdzie $k = |\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$ jest liczbą falową, a $\lambda = n\lambda_0$ jest długością fali w ośrodku, w którym propaguje fala elektromagnetyczna. Równanie to pozwala w łatwiejszy sposób na poszukiwanie rozwiązań fal harmonicznym niż w wypadku bezpośredniego stosowania równania falowego (2.15).

Warto w tym miejscu zaznaczyć, że przy opisie fali monochromatycznej w postaci zespolonej (2.17) częściej stosowana jest w optyce konwencja ($\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t$) (np. możemy ją spotkać w pracach [51, 159, 161, 176, 249]), w której koniec wektora pola elektrycznego \mathbf{E}_i dla danego położenia obraca się na płaszczyźnie liczb zespolonych w kierunku zgodnym do ruchu wskazówek zegara – co znaczy, że argument tego pola maleje z czasem. Taka też konwencja została przyjęta w pracy. Należy także wspomnieć, że czasami w optyce można też spotkać konwencję ($\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}$) (np. możemy ją spotkać w pracach [188, 352, 362]), w której koniec wektora pola elektrycznego zapisanego w postaci zespolonej obraca się na płaszczyźnie liczb zespolonych w przeciwną stronę do ruchu wskazówek zegara – co znaczy, że argument tego pola rośnie z czasem.

Z propagacją promieniowania elektromagnetycznego związane jest przekazywanie energii, które można opisać wektorem Poyntinga

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathcal{H}(\mathbf{r}, t) \quad (2.20)$$

opisującym gęstość strumienia mocy.

Korzystając z równań Maxwella i równań materiałowych, równanie (2.20) można przekształcić do postaci:

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} |\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)|^2 \mathbf{s}, \quad (2.21)$$

w której występuje jedynie składowa pola elektrycznego, gdzie \mathbf{s} jest wektorem jednostkowym zgodnym z kierunkiem wektora \mathbf{S} .

W optyce, ze względu na bardzo duże częstotliwości promieniowania optycznego, wygodniej jest posługiwać się modulem wektora Poyntinga uśrednionym po czasie (czas uśrednienia powinien być dużo dłuższy od okresu fali promieniowania), czyli *natężeniem* promieniowania optycznego:

$$I(\mathbf{r}) = \left| \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) dt \right| = |\langle \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \rangle|, \quad (2.22)$$

gdzie symbol $\langle \dots \rangle$ oznacza uśrednianie po czasie.

W wypadku pól harmonicznym, gdy znamy amplitudy drgań pola \mathbf{E} , natężenie I można obliczyć przez podstawienie pól (2.16) do równania (2.21) i następnie do zależności (2.22). Otrzymamy wtedy:

$$I(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} [\mathbf{E}_x^2(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_y^2(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_z^2(\mathbf{r})]. \quad (2.23)$$

Jeżeli znane są amplitudy zespolone fali, wówczas

$$I(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{\mu}} \left[E_x(\mathbf{r}) E_x^*(\mathbf{r}) + E_y(\mathbf{r}) E_y^*(\mathbf{r}) + E_z(\mathbf{r}) E_z^*(\mathbf{r}) \right]. \quad (2.24)$$

W wypadku opisu promieniowania zamiast polem elektrycznym \mathcal{E} znacznie wygodniej posługiwać się *rzeczywistą wektorową funkcją falową*:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{4\mu}} \mathcal{E}(\mathbf{r}, t), \quad (2.25)$$

proporcjonalną do pola \mathcal{E} .

Jak zobaczymy dalej, przyjęty współczynnik proporcjonalności między polami \mathbf{u} i \mathcal{E} powoduje, że natężenie wiązki można wyrazić dla pól harmonicznych jako sumę kwadratów amplitud składowych wektorowej funkcji falowej \mathbf{u} . Mianowicie, dla pól harmonicznych składowe pola \mathbf{u} można zapisać analogicznie jak pole \mathcal{E} (patrz zależność (2.16)) jako

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{r}, t) = U_i(\mathbf{r}) \cos[\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r} + \delta_i(\mathbf{r})] \mathbf{i}_i, \quad i = x, y, z, \quad (2.26)$$

gdzie U_x , U_y i U_z są amplitudami pola \mathbf{u} , w kierunkach odpowiednio x , y oraz z .

Również i tutaj do opisu składowych \mathbf{u}_i można wprowadzić składowe zespolone:

$$\mathbf{U}_i(\mathbf{r}, t) = U_i(\mathbf{r}) \exp(-j\omega t) \mathbf{i}_i, \quad i = x, y, z, \quad (2.27)$$

gdzie

$$U_i(\mathbf{r}) = U_i(\mathbf{r}) \exp[j[\mathbf{k}\mathbf{r} - \delta_i(\mathbf{r})]], \quad i = x, y, z, \quad (2.28)$$

są amplitudami zespolonymi wektorowej funkcji falowej \mathbf{u} .

Na podstawie amplitud zespolonych (lub składowych zespolonych \mathbf{U}_i) składowe wektorowej funkcji falowej \mathbf{u} wyznacza się z zależności:

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[U_i(\mathbf{r}) \exp(-j\omega t) \mathbf{i}_i] = \text{Re}[\mathbf{U}_i(\mathbf{r}, t)], \quad i = x, y, z. \quad (2.29)$$

Ponieważ równanie falowe (2.15) jest równaniem liniowym, a pole \mathbf{u} jest proporcjonalne do pola \mathcal{E} , również pole \mathbf{u} musi spełniać równanie falowe

$$\nabla^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (2.30)$$

Podobnie dla drgań harmonicznych poszczególne amplitudy zespolone pola \mathbf{u} muszą spełniać równania falowe Helmholtza

$$\nabla^2 U_i(\mathbf{r}) + k^2 U_i(\mathbf{r}) = 0, \quad i = x, y, z. \quad (2.31)$$

Na podstawie znajomości pola \mathbf{u} można wyznaczyć wektor Poyntinga \mathcal{S} . Podstawiając zależność (2.25) do (2.21), otrzymamy:

$$\mathcal{S}(\mathbf{r}, t) = 2|\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)|^2. \quad (2.32)$$

Stąd, korzystając z równania (2.24), otrzymujemy zależność na natężenie promieniowania optycznego, gdy znane są jego amplitudy zespolone:

$$I(\mathbf{r}) = U_x(\mathbf{r}) U_x^*(\mathbf{r}) + U_y(\mathbf{r}) U_y^*(\mathbf{r}) + U_z(\mathbf{r}) U_z^*(\mathbf{r}). \quad (2.33)$$

Równanie (2.20) pokazuje, że energia związana z falą elektromagnetyczną przenoszona jest w kierunku prostopadłym zarówno względem pola \mathcal{E} , jak i pola \mathcal{H} . Oznacza to, że

fala ta jest falą poprzeczną, mającą w danej chwili ustalony stan polaryzacji. W wypadku gdy stan polaryzacji nas nie interesuje, wygodniej jest posługiwać się skalarnym równaniem falowym:

$$\nabla^2 U(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2.34)$$

gdzie $U(\mathbf{r}, t)$ jest długością wektora $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$, to jest

$$U(\mathbf{r}, t) = |\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)|, \quad (2.35)$$

zamiast wektorowym równaniem falowym, jakim jest równanie (2.30).

Podobnie jak to miało miejsce dla pola \mathcal{E} , również skalarne pola harmoniczne mogą być opisywane polem zespolonym przez wprowadzenie zespolonej funkcji falowej $U(\mathbf{r}, t)$, której część rzeczywista byłaby równa długości wektora $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$, to jest by:

$$U(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[U(\mathbf{r}, t)]. \quad (2.36)$$

Trzymając się przyjętej wcześniej konwencji $(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)$, zespoloną funkcję falową można zapisać jako:

$$U(\mathbf{r}, t) = U(\mathbf{r}) \exp(-j\omega t), \quad (2.37)$$

gdzie $U(\mathbf{r})$ jest amplitudą zespoloną zespolonej funkcji falowej $U(\mathbf{r}, t)$.

Podobnie jak to było dla zespolonych amplitud E_x, E_y, E_z , na to by U opisywała falę elektromagnetyczną, musi spełniać równanie Helmholtza:

$$\nabla^2 U(\mathbf{r}) + k^2 U(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.38)$$

Znając amplitudę U , natężenie fali I można obliczyć z zależności:

$$I(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r}) U^*(\mathbf{r}). \quad (2.39)$$

W wypadku gdy składowe $\mathbf{u}_i(\mathbf{r}, t)$ ($i=x, y, z$) wektora $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ nie są funkcjami harmonicznymi, można te składowe analizować jako superpozycję fal harmonicznymi o postaci (2.26), mających różne amplitudy i częstotliwości, co możemy zapisać jako:

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{r}, t) = \int_0^{\infty} u_i(\mathbf{r}, \nu) \cos[2\pi\nu t - \mathbf{k}(\nu)\mathbf{r} + \delta_i(\mathbf{r}, \nu)] d\nu, \quad i = x, y, z, \quad (2.40)$$

gdzie tym razem amplitudy u_x, u_y i u_z pola \mathbf{u} , wektor falowy \mathbf{k} i początkowe fazy δ_x, δ_y i δ_z zależą nie tylko od położenia \mathbf{r} , ale też od częstotliwości ν .

Jeżeli składowe fale harmoniczne zapiszemy w postaci zespolonej (patrz zależność (2.27)), wówczas ich superpozycja utworzy nam funkcje zespolone:

$$U_i(\mathbf{r}, t) = \int_0^{\infty} u_i(\mathbf{r}, \nu) \exp(-j2\pi\nu t) d\nu, \quad i = x, y, z, \quad (2.41)$$

gdzie

$$u_i(\mathbf{r}, \nu) = u_i(\mathbf{r}, \nu) \exp\{j[\mathbf{k}(\nu)\mathbf{r} - \delta_i(\mathbf{r}, \nu)]\}, \quad i = x, y, z, \quad (2.42)$$

są amplitudami zespolonymi poszczególnych fal harmonicznymi (porównaj zależność (2.42) z (2.28)).

Funkcje $U_i(\mathbf{r}, t)$ w literaturze noszą nazwę *sygnałów analitycznych* [51, 362]. W tym wypadku sygnały te opisują składowe x, y i z tak zwanej *zespolonej wektorowej funkcji fa-*

lowej $\mathcal{U}(\mathbf{r}, t)$. Jak zobaczymy dalej, sygnałem analitycznym można opisać skalarną funkcję falową. Zależność (2.42) pokazuje, że sygnał analityczny w danym punkcie i w danym czasie równy jest sumie wszystkich możliwych fal harmoniczych opisanych w postaci zespolonej. Pojęcie sygnału analitycznego zostało wprowadzone przez Dennisa Gabora [149]. Sygnał analityczny przyjmuje wartości zespolone, to jest

$$U_i(\mathbf{r}, t) = U_{ri}(\mathbf{r}, t) + jU_{ui}(\mathbf{r}, t), \quad i = x, y, z, \quad (2.43)$$

gdzie $U_{ri}(\mathbf{r}, t)$ i $U_{ui}(\mathbf{r}, t)$ są odpowiednio częściami rzeczywistymi i urojonymi sygnałów analitycznych $U_i(\mathbf{r}, t)$.

Znając sygnały analityczne, poszczególne składowe $\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t)$ można wyznaczyć z zależności

$$\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t) = U_{ri}(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re}[U_i(\mathbf{r}, t)] = \frac{1}{2}[U_i(\mathbf{r}, t) + U_i^*(\mathbf{r}, t)], \quad i = x, y, z. \quad (2.44)$$

Znając tylko części rzeczywiste $U_{ri}(\mathbf{r}, t)$ (równe $\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t)$) sygnałów analitycznych, części urojone $U_{ui}(\mathbf{r}, t)$ można wyznaczyć z prostej transformaty Hilberta (transformata Hilberta z danej funkcji jest splotem tej funkcji z funkcją $h(t) = 1/(\pi t)$):

$$U_{ui}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\pi} P_C \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{U_{ri}(\mathbf{r}, t')}{t' - t} dt' \right], \quad i = x, y, z, \quad (2.45)$$

gdzie $P_C[\dots]$ jest główną wartością Cauchy'ego całki znajdującej się między nawiasami kwadratowymi.

Znając natomiast tylko części urojone sygnałów $U_{ui}(\mathbf{r}, t)$ analitycznych, części urojone $U_{ri}(\mathbf{r}, t)$ można wyznaczyć z odwrotnej transformaty Hilberta

$$U_{ri}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\pi} P_C \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{U_{ui}(\mathbf{r}, t')}{t' - t} dt' \right], \quad i = x, y, z. \quad (2.46)$$

Widzimy zatem, że części rzeczywista i urojona powiązane są wzajemnie parą transformat Hilberta: prostą i odwrotną.

Z zależności (2.45) i (2.46) wynika, że kiedy znamy przebiegi $\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t)$, ich sygnały analityczne wynoszą:

$$U_i(\mathbf{r}, t) = \mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t) + j \frac{1}{\pi} P_C \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t')}{t' - t} dt' \right], \quad i = x, y, z. \quad (2.47)$$

Porównując zależność (2.44) z (2.29), widzimy, że wielkości $\mathbf{U}_i(\mathbf{r}, t)$ ($i = x, y, z$) opisujące pola harmoniczne można traktować jako szczególne wypadki sygnałów analitycznych $U_i(\mathbf{r}, t)$ ($i = x, y, z$), które generalnie opisują pola nieharmoniczne, ale mogą też opisywać pola harmoniczne.

Analizę pól nieharmonicznych wygodnie jest analizować, kiedy posługujemy się ich odwrotnymi transformatami Fouriera

$$u_i(\mathbf{r}, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t) \exp(j2\pi\nu t) dt, \quad i = x, y, z, \quad (2.48)$$

przy założeniu, że pole $\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t)$ na jednostkę powierzchni ma ograniczoną energię.

Jeżeli warunek na skończoną energię nie jest spełniony (np. ma to miejsce dla pól stacjonarnych – problem ten będzie bliżej przedstawiony w punkcie 6.2), wówczas należałoby skorzystać z uogólnionych transformat Fouriera [157, 312].

Znając $u_i(\mathbf{r}, \nu)$, składowe $\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t)$ można znaleźć za pomocą prostej transformaty Fouriera, to jest:

$$\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} u_i(\mathbf{r}, \nu) \exp(-j2\pi\nu t) d\nu, \quad i = x, y, z. \quad (2.49)$$

Widzimy więc, że $u_i(\mathbf{r}, \nu)$ i $\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t)$ są wzajemnie związanymi parami transformat Fouriera: odwrotną i prostą. Ponieważ składowe $\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t)$ są wielkościami rzeczywistymi, z właściwości transformaty Fouriera wynika, że amplitudy zespolone muszą być funkcjami hermitowskimi, czyli spełniać zależność:

$$u_i(\mathbf{r}, -\nu) = u_i^*(\mathbf{r}, \nu). \quad (2.50)$$

Dlatego też równanie (2.49) może być przedstawione jako:

$$\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t) = \int_0^{\infty} [u_i(\mathbf{r}, \nu) \exp(-j2\pi\nu t) + u_i^*(\mathbf{r}, \nu) \exp(j2\pi\nu t)] d\nu, \quad i = x, y, z. \quad (2.51)$$

Porównując prawe strony równań (2.51) i (2.40) dla dodatnich częstotliwości ν , otrzymamy:

$$u_i(\mathbf{r}, \nu) = \frac{1}{2} u_i(\mathbf{r}, \nu) \exp\{j[\mathbf{k}(\nu)\mathbf{r} - \delta_i(\mathbf{r}, \nu)]\}, \quad i = x, y, z. \quad (2.52)$$

Mnożąc obie strony tego równania przez 2 i podstawiając prawą stronę tak powstałego równania do równania (2.41), otrzymamy:

$$U_i(\mathbf{r}, t) = 2 \int_0^{\infty} u_i(\mathbf{r}, \nu) \exp(-j2\pi\nu t) d\nu, \quad i = x, y, z. \quad (2.53)$$

Równanie (2.53) pokazuje, że do otrzymania sygnałów analitycznych $U_i(\mathbf{r}, t)$ (a stąd składowych $\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t)$ funkcji falowej $\mathcal{U}(\mathbf{r}, t)$) wystarczy znajomość transformaty Fouriera $u_i(\mathbf{r}, \nu)$ składowych $\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t)$ dla $\nu \geq 0$. Należy podkreślić, że nie oznacza to, że jeżeli $\nu < 0$ to $u_i(\mathbf{r}, \nu) = 0$. Obowiązuje tu nadal zależność (2.49) gwarantująca to, że prosta transformata Fouriera funkcji $u_i(\mathbf{r}, \nu)$ da nam funkcję rzeczywistą. Porównując funkcje (2.41) i (2.53), widzimy także, że:

$$u_i(\mathbf{r}, \nu) = 2u_i(\mathbf{r}, \nu) \text{ dla } \nu \geq 0. \quad (2.54)$$

Ponieważ w równaniu (2.40), a stąd i w (2.42), występują tylko częstotliwości $\nu \geq 0$, oznacza to, że:

$$u_i(\mathbf{r}, \nu) = 0 \text{ dla } \nu < 0. \quad (2.55)$$

Korzystając z zależności (2.55), wyrażenie (2.41) można przepisać w postaci

$$U_i(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} u_i(\mathbf{r}, \nu) \exp(-j2\pi\nu t) d\nu, \quad i = x, y, z, \quad (2.56)$$

w której dolną granicę całkowania zmieniono z 0 na $-\infty$, by jasno pokazać, że sygnał analityczny $U_i(\mathbf{r}, t)$ można obliczyć jako prostą transformatę Fouriera z $u_i(\mathbf{r}, \nu)$. Konsekwencją zmiany granic całkowania jest to, że z wyrażenia (2.56) wynika, iż $u_i(\mathbf{r}, \nu)$ jest odwrotną transformatą Fouriera sygnału analitycznego $U_i(\mathbf{r}, t)$, czyli:

$$u_i(\mathbf{r}, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} U_i(\mathbf{r}, t) \exp(j2\pi\nu t) dt, \quad i = x, y, z. \quad (2.57)$$

Widzimy więc, że podobnie jak to było dla funkcji $u_i(\mathbf{r}, \nu)$ i $\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t)$, także funkcje $u_i(\mathbf{r}, \nu)$ i $U_i(\mathbf{r}, t)$ są wzajemnie związane parami transformat Fouriera: odwrotną i prostą.

Natężenie promieniowania $I(\mathbf{r}, t)$ dla przebiegów nieharmonicznych można obliczyć jako sumę natężeń $I_i(\mathbf{r}, t)$ ($i = x, y, z$) pochodzących od każdej ze składowych z osobna, to jest:

$$I(\mathbf{r}, t) = I_x(\mathbf{r}, t) + I_y(\mathbf{r}, t) + I_z(\mathbf{r}, t), \quad (2.58)$$

gdzie $I_i(\mathbf{r}, t)$ można obliczyć z zależności

$$\begin{aligned} I_i(\mathbf{r}, t) &= 2 \langle \mathcal{U}_i^2(\mathbf{r}, t) \rangle = 2 \left\langle \left\{ \frac{1}{2} [U_i(\mathbf{r}, t) + U_i^*(\mathbf{r}, t)] \right\}^2 \right\rangle = \\ &= \frac{1}{2} \langle U_i^2(\mathbf{r}, t) \rangle + \frac{1}{2} \langle U_i^{*2}(\mathbf{r}, t) \rangle + \langle U_i(\mathbf{r}, t) U_i^*(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad i = x, y, z, \end{aligned} \quad (2.59)$$

przy czym uśrednianie powinno być dokonywane po czasie znacznie dłuższym niż odwrotność najmniejszej częstotliwości ν , jaka występuje w widmie promieniowania optycznego (to jest, dla której $u_i(\mathbf{r}, \nu)$ przyjmuje wartość większą od zera).

Dla fali *optycznie wąskopasmowej* (zwanej też falą quasi-monochromatyczną), to jest, gdy

$$\Delta\nu \ll \nu_p, \quad (2.60)$$

gdzie ν_p jest częstotliwością środkową, a $\Delta\nu$ jest szerokością widmową promieniowania optycznego, widmo składnika, w których występuje sygnał U_i^2 , skupione jest wokół częstotliwości $2\nu_p$, a widmo składnika, w których występuje sygnał U_i^{*2} , skupione jest wokół częstotliwości $-2\nu_p$. Dlatego składniki te mogą być pominięte (sygnały skupione wokół $2\nu_p$ albo $-2\nu_p$ po uśrednieniu przyjmują wartość zerową). Tylko uśredniony po czasie składnik $U_i(\mathbf{r}, t)U_i^*(\mathbf{r}, t)$ przyjmuje wartość większą od zera, jeżeli tylko $U_i(\mathbf{r}, t)$ jest różny od zera. A zatem dla źródła optycznie wąskopasmowego, jak wynika to z wyrażen (2.58) i (2.59), między sygnałami analitycznymi a natężeniem wiązki zachodzi zależność:

$$I(\mathbf{r}, t) = \langle U_x(\mathbf{r}, t) U_x^*(\mathbf{r}, t) \rangle + \langle U_y(\mathbf{r}, t) U_y^*(\mathbf{r}, t) \rangle + \langle U_z(\mathbf{r}, t) U_z^*(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad (2.61)$$

gdzie uśrednienie dokonywane jest po czasie znacznie dłuższym niż $1/\nu_p$.

Sygnał analityczny można także wprowadzić dla pól skalarnych, opisywanych przez moduł wektora $\mathcal{U}(\mathbf{r}, t)$ zamiast jego składowych $\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t)$, jak to miało miejsce dla pól wektorowych. Sygnał analityczny $U(\mathbf{r}, t)$ dla pól skalarnych można zdefiniować podobnie jak sygnały analityczne $U_i(\mathbf{r}, t)$ dla pól wektorowych były definiowane dla poszczególnych składowych $\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t)$. Jedyna różnica polega na tym, że w tej definicji w miejsce składowych $\mathcal{U}_i(\mathbf{r}, t)$ należy wstawić $U(\mathbf{r}, t)$ i pominąć indeksy i związane ze składowymi x, y i z . Oczywiście, natężenie promieniowania optycznego dla pól skalarnych wąskopasmowych wyrażać się będzie zależnością:

$$I(\mathbf{r}, t) = \langle U(\mathbf{r}, t) U^*(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad (2.62)$$

gdzie uśrednienie dokonywane jest po czasie znacznie dłuższym niż $1/\nu_p$.

Należy także zaznaczyć, że zarówno sygnały analityczne $U_i(\mathbf{r}, t)$, jak i sygnał analityczny $U(\mathbf{r}, t)$ powinny spełniać skalarnie równanie falowe (2.34), gdy sygnały te wstawimy do tego równania w miejsce $U(\mathbf{r}, t)$ [51, 274, 362].

Jak dotąd rozważana była propagacja promieniowania optycznego w ośrodkach, w których konduktancja właściwa była równa zero. Dla takich ośrodków promieniowanie optyczne może rozchodzić się bez strat (np. w postaci fali płaskiej o niezależnej od położenia amplitudzie). Dlatego możemy krócej powiedzieć, że rozważana była propagacja w ośrodkach bezstratnych. Jeżeli konduktancja właściwa ośrodka jest większa od zera, wówczas równania (2.9)–(2.14) prowadzą do równań falowych, w których w miejscu

$$k^2 = \frac{\omega^2 \mu \epsilon}{c^2}, \quad (2.63)$$

pojawia się czynnik [51]:

$$k_c^2 = \frac{\omega^2 \mu \left(\epsilon + j \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right)}{c^2}. \quad (2.64)$$

Porównując zależność (2.64) z (2.63), widzimy, że w ośrodku stratnym zamiast rzeczywistej wielkości ϵ mamy wielkość zespoloną, którą oznaczmy przez:

$$\epsilon_c = \epsilon_r + j\epsilon_u, \quad (2.65)$$

gdzie ϵ_r jest częścią rzeczywistą (równą ϵ), a ϵ_u częścią urojoną współczynnika ϵ_c . Część urojona współczynnika ϵ_c można obliczyć z zależności:

$$\epsilon_u = 4\pi\sigma/\omega. \quad (2.66)$$

Przez analogię do ϵ , wielkość ϵ_c nosi nazwę zespolonej przenikalności dielektrycznej. W wypadku promieniowania optycznego wygodnie jest także wprowadzić (także przez analogię) zespolony współczynnik załamania n_c , który dla przyjętej konwencji ($\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t$) ma postać [51]:

$$n_c = n(1 + j\kappa), \quad (2.67)$$

gdzie κ nosi nazwę *współczynnika tłumienia* (jeżeli promieniowanie optyczne pokona odległość równą odwrotności iloczynu κk , wówczas jego natężenie ulegnie e-krotnemu osłabieniu).

Przez analogię do fazowego współczynnika załamania, zespolony współczynnik załamania światła musi spełniać zależność:

$$n_c = \sqrt{\epsilon_c \mu} / c_0. \quad (2.68)$$

Podstawiając zależności (2.65) i (2.67) do zależności (2.68), po przekształceniach otrzymamy:

$$\kappa = \frac{2\pi\mu\sigma}{\omega n^2}. \quad (2.69)$$

Dla ośrodków stratnych także przez analogię można wprowadzić zespolony wektor falowy [51]:

$$\mathbf{k}_c = \mathbf{k}_r + j\mathbf{k}_u, \quad (2.70)$$

gdzie \mathbf{k}_r jest składową rzeczywistą (równą wektorowi \mathbf{k} , gdy w ośrodku pominiemy straty), a \mathbf{k}_u składową urojoną wektora \mathbf{k}_c .

Dla liniowych ośrodków izotropowych moduł składowej urojonej wektora \mathbf{k}_c (oznaczmy go przez k_u) można wyznaczyć, wiedząc, że jego długość równa się zespolonej liczbie falowej. Korzystając z zależności (2.64), otrzymamy wtedy (w konwencji ($\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t$)):

$$k_u = \frac{2\pi\kappa}{\lambda} = \frac{2\pi\kappa n}{\lambda_0} = \frac{2\pi\mu\sigma}{c_0 n}. \quad (2.71)$$

Wstawienie zespolonego wektora falowego \mathbf{k}_c w miejsce \mathbf{k} w wyrażeniach (2.18) i (2.28) powoduje pojawienie się po prawej stronie tych wyrażeń dodatkowego czynnika $\exp(-\mathbf{k}_u \mathbf{r})$. Czynniki te opisuje zmniejszanie się amplitud odpowiednich pól (to jest amplitud natężeń pól elektrycznych \mathbf{E}_i lub amplitud funkcji falowej \mathbf{U}_i , gdzie $i = x, y, z$, a także amplitud skalarnych związanych z tymi polami) o czynnik $\exp(-k_u d)$ w kierunku wektora \mathbf{k}_u , gdy promieniowanie optyczne pokona dystans d . Dlatego wielkość k_u możemy nazwać amplitudowym współczynnikiem tłumienia. Ponieważ natężenie promieniowania jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy natężenia pola elektrycznego, wielkość $2k_u$ jest równa współczynnikowi ekstynkcji μ_e definiowanej jako odwrotność dystansu, jaki musi pokonać promieniowanie optyczne, by jego natężenie spadło e -krotnie. Widzimy więc, że dla ośrodka, w którym straty powodowane są niezerową konduktancją właściwą ośrodka σ , współczynnik ekstynkcji na podstawie zależności (2.71) wynosi:

$$\mu_e = \frac{4\pi\mu\sigma}{c_0 n}. \quad (2.72)$$

Jak zobaczymy w dalszej części pracy, natężenie promieniowania propagującej fali może się zmniejszać nie tylko pod wpływem absorpcji, ale także w wyniku rozpraszania. W ośrodkach materialnych oba zjawiska bardzo często silnie zależą od długości fali promieniowania optycznego – zwłaszcza absorpcja. Także współczynnik załamania zależy zazwyczaj od długości fali. Efektem tej zależności jest to, że prędkość rozchodzenia się energii c_g może być inna, niż prędkość fali harmonicznej c . Dlatego wygodnie jest zdefiniować (na podobieństwo fazowego współczynnika załamania światła n) *grupowy współczynnik załamania* ośrodka $n_g = c_0/c_g$. Znając *dyspersję*, czyli zależność współczynnika załamania n w funkcji długości fali w próżni λ_0 , grupowy współczynnik załamania można znaleźć z zależności:

$$n_g = c_0 \frac{dk}{d\omega} = n - \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda_0}. \quad (2.73)$$

Przedstawione w tym punkcie zależności między poszczególnymi składowymi pól obowiązują dla konwencji $(\mathbf{kr} - \omega t)$. Należy pamiętać, że od wyboru konwencji zależą także zależności, w których opisywany jest stan polaryzacji promieniowania optycznego lub właściwości elementów, które ten stan mogą zmienić (np. wektor i macierz Jonesa, macierz rozpraszania), a także postać zespolonego współczynnika załamania światła, o czym należy pamiętać, korzystając z wielu źródeł literaturowych.

2.1.3. Opis stanu polaryzacji promieniowania optycznego i właściwości polaryzacyjnych ośrodków

Za właściwości polaryzacyjne promieniowania optycznego odpowiadają spiny fotonów tworzących to promieniowanie. Wprowadzenie niezbędnego aparatu matematycznego do opisu polaryzacji na poziomie pojedynczych kwantów zajęłoby tu zbyt dużo miejsca i dlatego zostało pominięte. Zainteresowanych tą tematyką można odesłać do licznych publikacji dotyczących elektrodynamiki kwantowej, gdzie problem ten jest poruszany (np. do książki [274]). Skrócony opis relacji między spinami fotonów a wektorem Jonesa lub wektorem Stokesa można znaleźć w drugim rozdziale książki [81].

W punkcie tym przedstawione zostaną metody opisu promieniowania całkowicie spolaryzowanego (nazywanego dalej w skrócie promieniowaniem spolaryzowanym) i częściowo spolaryzowanego. Jak zobaczymy dalej, znajomość stanu polaryzacji mierzonego promieniowania ma zasadnicze znaczenie w detekcji sygnałów opartych na metodach wykorzystujących właściwości koherentne promieniowania optycznego (patrz rozdział 6). Stan polaryzacji można opisać na podstawie wzajemnych relacji amplitud fal o ortogonalnych do siebie kierunkach drgań lub bezpośrednio na podstawie natężeń promieniowania po wcześniejszym przejściu przez elementy przepuszczające fale o określonym stanie polaryzacji (przez polaryzatory liniowe i kołowe). Do opisu wektora Jonesa lub macierzy koherencji można wykorzystać zarówno bezpośrednio amplitudy drgań wektora natężenia pola elektrycznego \mathcal{E} (np. takie podejście można spotkać w pracy [51]) lub amplitudy drgań zespolonej funkcji falowej \mathbf{u} (np. takie podejście można spotkać w pracy [362]). Ze względu na prostszą zależność między natężeniem promieniowania a amplitudami fal, w opisie polaryzacji wygodniej posługiwać się tym drugim sposobem i dlatego zostanie on użyty w dalszej części pracy.

Wektor i macierz Jonesa

Wzajemne relacje między składowymi pól fali elektromagnetycznej promieniowania spolaryzowanego wygodnie przedstawić jest za pomocą *wektora Jonesa* (od Roberta Clarka Jonesa, który w 1941 roku wprowadził taki wektor do zapisu stanu polaryzacji promieniowania spolaryzowanego [216])

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \end{bmatrix}, \quad (2.74)$$

gdzie U_x i U_y są amplitudami zespolonymi wektorowej funkcji falowej \mathbf{u} (amplitudami proporcjonalnymi do amplitud zespolonych E_x i E_y opisującymi drgania pól \mathcal{E}_x i \mathcal{E}_y – patrz punkt 2.1.2).

Na podstawie znajomości wektora Jonesa można wyznaczyć natężenie promieniowania I z zależności:

$$I = U_x U_x^* + U_y U_y^*. \quad (2.75)$$

Promieniowanie optyczne, przechodząc przez ośrodek materialny, może zmienić swój stan polaryzacji. Jeśli zmiana ta jest zdeterminowana, wówczas dla ośrodków liniowych stan polaryzacji po przejściu przez ten ośrodek również można opisać za pomocą wektora Jonesa \mathbf{J}_2 liniowo zależnego od wektora Jonesa fali padającej \mathbf{J}_1 , co możemy zapisać jako:

$$\begin{bmatrix} U_{2x} \\ U_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1x} \\ U_{1y} \end{bmatrix}, \quad (2.76)$$

gdzie U_{2x} i U_{2y} są elementami wektora \mathbf{J}_2 , U_{1x} i U_{1y} są elementami wektora \mathbf{J}_1 , a T_{11} , T_{12} , T_{21} i T_{22} są elementami macierzy \mathbf{T} powszechnie znanej pod nazwą *macierzy Jonesa*. Zależność (2.76) można przepisać w bardziej zwartej formie:

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{T}\mathbf{J}_1. \quad (2.77)$$

Równań (2.76) i (2.77) nie można stosować, jeżeli *promieniowanie spolaryzowane* (to znaczy takie, w których w zadanym przedziale czasu amplitudy zespolone U_{1x} i U_{1y} są stałe) po przejściu przez ośrodek przestaje być promieniowaniem spolaryzowanym, a staje się promieniowaniem częściowo spolaryzowanym lub niespolaryzowanym (np. nie może być

stosowane, gdy promieniowanie przechodzi przez ośrodki rozpraszające lub ciecze z zawieszoną drobin anizotropowych, w których różnica faz między składowymi pól w kierunkach x i y zmienia się w czasie i przyjmuje wartości losowe – właściwości polaryzacyjne tych ośrodków zaprezentowane będą w dalszej części pracy).

Współrzędne wektora Jonesa (a stąd wynika, że także współrzędne macierzy Jonesa) zależą od doboru lokalnego układu współrzędnych. Często w czasie pomiarów polarymetrycznych mamy taką sytuację, że wektor Jonesa znany jest w jednym układzie współrzędnych (np. w układzie związanym ze źródłem promieniowania, z położeniem polaryzatora itp.), a pożądana jest znajomość tego wektora w innym układzie. Zakładając, że osie z starego i nowego układu współrzędnych pokrywają się (co wynika z przyjmowaniem za kierunek z kierunku propagacji fali), wektor w nowym układzie współrzędnym \mathbf{J}' można wyznaczyć na podstawie znajomości wektora Jonesa w starym układzie współrzędnych \mathbf{J} i kąta obrotu θ zdefiniowanego jako kąt pomiędzy osiami x w starym i nowym układzie, przy czym wartość tego kąta jest dodatnia, jeśli obrót ze starego do nowego układu następuje w kierunku od osi x do osi y . Wprowadzając macierz obrotu $\mathbf{R}[\theta]$, zdefiniowaną jako:

$$\mathbf{R}[\theta] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (2.78)$$

transformacji takiej można dokonać zgodnie z zależnością:

$$\mathbf{J}' = \mathbf{R}[\theta]\mathbf{J}. \quad (2.79)$$

Zmiana układu współrzędnych powoduje zmianę macierzy Jonesa:

$$\mathbf{T}' = \mathbf{R}[\theta]\mathbf{T}\mathbf{R}[-\theta], \quad (2.80)$$

gdzie \mathbf{T} i \mathbf{T}' są macierzami Jonesa odpowiednio w starym i nowym układzie współrzędnych.

Macierz koherencji

Opisany powyżej formalizm z wykorzystaniem wektora Jonesa dotyczył opisu stanu promieniowania monochromatycznego, w którym różnica faz między składowymi pola elektrycznego w dwóch ortogonalnych kierunkach x i y była stała w czasie, niezależnie od wyboru układu współrzędnych. O takim promieniowaniu mówiliśmy, że jest spolaryzowane. W wypadku promieniowania niemonochromatycznego wspomniana różnica faz może zmieniać się w czasie. W takim wypadku do opisu stanu polaryzacji promieniowania optycznego można wykorzystać tak zwaną *macierz koherencji* \mathbf{K} , zaproponowaną przez Emila Wolfa w 1959 roku [462], którą można opisać promieniowanie częściowo spolaryzowane, będące sumą promieniowania spolaryzowanego i niespolaryzowanego. Podobnie jak w wypadku wektora Jonesa, także postać macierzy koherencji zależy od wyboru konwencji. I tak dla przyjętej konwencji ($\mathbf{kr}-\omega\mathbf{r}$) definiuje się ją jako [51]:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle U_x U_x^* \rangle & \langle U_x U_y^* \rangle \\ \langle U_y U_x^* \rangle & \langle U_y U_y^* \rangle \end{bmatrix}. \quad (2.81)$$

gdzie K_{xx} , K_{xy} , K_{yx} , K_{yy} są elementami macierzy \mathbf{K} , a U_x i U_y oznaczają $U_x(t)$ i $U_y(t)$ i są sygnałami analitycznymi (patrz zależność (2.41)) odpowiednio w kierunku x i y . Dla sygnałów wąskopasmowych, dla których obowiązuje zależność (2.60), w miejsce sygnałów analitycznych $U_x(t)$ i $U_y(t)$ można podstawić odpowiednio dla kierunku x i y „chwilowe” amplitudy zespolone wektorowej funkcji falowej $U_x(t)$ i $U_y(t)$.

Macierz koherencji w ogólnym wypadku składa się z dwóch elementów rzeczywistych leżących na głównej przekątnej macierzy oraz z dwóch elementów zespolonych leżących poza tą przekątną i może być rozłożona na sumę dwóch macierzy postaci:

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} B & D \\ D^* & C \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

i

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix}, \quad (2.83)$$

przy czym wyznacznik macierzy \mathbf{K}_p jest równy zero, to jest:

$$\det[\mathbf{K}_p] = BC - DD^* = 0. \quad (2.84)$$

Macierze \mathbf{K}_p i \mathbf{K}_d odpowiadają dwóm składowym promieniowania częściowo spolaryzowanego: składowej spolaryzowanej i składowej niespolaryzowanej.

Natężenie promieniowania I jest równe śladowi macierzy \mathbf{K} (to jest sumie jego elementów składowych leżących na głównej przekątnej) i może być przedstawione jako suma natężeń składowych spolaryzowanej I_p i niespolaryzowanej I_d , co możemy zapisać jako:

$$I = \text{tr}(\mathbf{K}) = \text{tr}(\mathbf{K}_p) + \text{tr}(\mathbf{K}_d) = I_p + I_d, \quad (2.85)$$

gdzie $\text{tr}(\dots)$ oznacza ślad macierzy.

Stosunek natężenia składowej spolaryzowanej do całkowitego natężenia promieniowania określa *stopień polaryzacji* DOP (z ang. *degree of polarization*) [51], to jest:

$$\text{DOP} = \frac{I_p}{I} = \frac{\text{tr}(\mathbf{K}_p)}{\text{tr}(\mathbf{K})} = \frac{B+C}{2A+B+C} = \sqrt{1 - \frac{4 \det(\mathbf{K})}{[\text{tr}(\mathbf{K})]^2}}, \quad (2.86)$$

gdzie $\det(\dots)$ oznacza wyznacznik macierzy.

Podobnie jak wektor Jonesa, macierz koherencji zależy od wyboru układu współrzędnych, względem którego jest ona wyznaczana. Znając kąt obrotu θ , zdefiniowany identycznie jak kąt obrotu θ dla macierzy obrotu $\mathbf{R}[\theta]$ i macierz koherencji \mathbf{K} w starym układzie współrzędnych, macierz koherencji \mathbf{K}' w nowym układzie współrzędnych można wyznaczyć z zależności [51]:

$$\mathbf{K}' = \begin{bmatrix} K_{xx} \cos^2 \theta + K_{yy} \sin^2 \theta + (K_{xy} + K_{yx}) \cos \theta \sin \theta & (K_{yy} - K_{xx}) \cos \theta \sin \theta + K_{xy} \cos^2 \theta - K_{yx} \sin^2 \theta \\ (K_{yy} - K_{xx}) \cos \theta \sin \theta + K_{yx} \cos^2 \theta - K_{xy} \sin^2 \theta & K_{xx} \sin^2 \theta + K_{yy} \cos^2 \theta - (K_{xy} + K_{yx}) \cos \theta \sin \theta \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

Porównując zależność (2.87) z (2.79), widzimy, że wyznaczanie macierzy koherencji w nowym układzie współrzędnych na podstawie znajomości koherencji w starym układzie i kąta obrotu θ jest znacznie bardziej uciążliwe niż przy analogicznej transformacji wektora Jonesa. Jeszcze trudniejsza jest sytuacja, gdy trzymając się wyłącznie formalizmu, w którym stan polaryzacji opisywany jest za pomocą macierzy koherencji, chcemy opisać właściwości ośrodka zmieniającego stan polaryzacji. Ponieważ właściwości polaryzacyjne ośrodków znacznie łatwiej opisać, kiedy wykorzystujemy macierz Jonesa (gdy promieniowanie padające, jak i po przejściu przez ośrodek jest spolaryzowane) lub opisaną dalej macierz Muellera (gdy promieniowanie padające lub po przejściu przez ośrodek jest częściowo spolaryzowane lub niespolaryzowane), nie ma potrzeby omawiania problemu zmian

macierzy koherencji, nie odwołując się wcześniej do macierzy Jonesa lub Muellera. Z macierzy koherencji \mathbf{K} można znaleźć dla promieniowania spolaryzowanego wektor Jonesa \mathbf{J} (z dokładnością do wspólnego przesunięcia δ_{wsp} pierwszego i drugiego elementu wektora \mathbf{J}), korzystając z zależności:

$$\mathbf{J} = \exp(j\delta_{\text{wsp}}) \begin{bmatrix} \sqrt{K_{xx}} \\ \sqrt{K_{yy}} \exp[j \arg(K_{yx})] \end{bmatrix}, \quad (2.88)$$

gdy stosujemy przyjętą konwencję ($\mathbf{kr} - \omega t$).

Natomiast znając wektor Jonesa \mathbf{J} , macierz koherencji można znaleźć (w konwencji ($\mathbf{kr} - \omega t$)) z zależności:

$$\mathbf{K} = \mathbf{J}\mathbf{J}^{*T}, \quad (2.89)$$

gdzie T jest symbolem transpozycji macierzy.

Jeśli promieniowanie optyczne, opisane przez macierz koherencji \mathbf{K}_1 , przechodzi przez ośrodek, którego właściwości polaryzacyjne da się opisać za pomocą macierzy Jonesa \mathbf{T} , wtedy macierz koherencji \mathbf{K}_2 promieniowania po przejściu przez ten ośrodek można znaleźć (w konwencji ($\mathbf{kr} - \omega t$)) z zależności [362]

$$\mathbf{K}_2 = \mathbf{T}\mathbf{K}_1\mathbf{T}^{*T}. \quad (2.90)$$

W pozostałych wypadkach macierz koherencji \mathbf{K}_2 promieniowania po przejściu przez ośrodek, na który pada promieniowania opisane macierzą koherencji \mathbf{K}_1 , najłatwiej znaleźć, jeżeli właściwości polaryzacyjne ośrodka są opisane za pomocą macierzy Muellera.

Wektor Stokesa i macierz Muellera

Podobnie jak za pomocą macierzy koherencji \mathbf{K} , za pomocą *wektora Stokesa* \mathbf{S} (od George'a Gabriela Stokesa, który wprowadził ten wektor w XIX wieku) można opisać stan promieniowania częściowo spolaryzowanego [51, 352, 362]. Definiuje się go na podstawie pomiaru natężenia promieniowania na detektorze otrzymanego dla sześciu różnych ustawień analizatora polaryzacji umieszczonego przed detektorem następująco:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_H + I_V \\ I_H - I_V \\ I_P - I_M \\ I_R - I_L \end{bmatrix}, \quad (2.91)$$

gdzie I_H , I_V , I_P , I_M , I_R , I_L są odpowiednio mierzonymi natężeniami promieniowania przy analizatorze liniowym ustawionym poziomo (polaryzacja H), pionowo (polaryzacja V), pod kątem $+45^\circ$ względem kierunku poziomego (polaryzacja P), pod kątem -45° względem kierunku poziomego (polaryzacja M), przy analizatorze kołowym prawoskrętnym (polaryzacja R) i przy analizatorze kołowym lewoskrętnym (polaryzacja L) (w niektórych publikacjach można spotkać definicję wektora Stokesa, w której ostatni element równy jest $I_L - I_R$ zamiast $I_R - I_L$ – jak np. w pracach [252, 262]). Ponieważ wektor Stokesa ma tylko cztery elementy, można je wyznaczyć na podstawie tylko czterech (a nie sześciu) pomiarów natężeń. Można tutaj skorzystać z faktu, że składowe promieniowania o polaryzacjach H i V, P i M oraz R i L są wzajemnie ortogonalne, a sumy ich natężeń dają natężenie całkowite I , to jest:

$$I_H + I_V = I_P + I_M = I_R + I_L = I. \quad (2.92)$$

Korzystając z tej zależności, można wyznaczyć wektor Stokesa na podstawie dowolnych czterech niezależnych pomiarów – np. na podstawie I_H , I_V , I_P , i I_R :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} I_H + I_V \\ I_H - I_V \\ 2I_P - (I_H + I_V) \\ 2I_R - (I_H + I_V) \end{bmatrix}. \quad (2.93)$$

Częściowo spolaryzowaną wiązkę promieniowania można uważać za sumę dwóch składowych: spolaryzowanej i niespolaryzowanej, co możemy zapisać jako:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_0 = I = I_p + I_d \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_p \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.94)$$

gdzie I_p i I_d oznaczają natężenia składowych odpowiednio spolaryzowanej i niespolaryzowanej wiązki, to jest:

$$I_p = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}, \quad (2.95)$$

$$I_d = I - I_p. \quad (2.96)$$

Podobnie jak z macierzy koherencji (patrz zależność (2.86)), z wektora Stokesa można również określić stopień polaryzacji DOP, posługując się zależnością [213]:

$$\text{DOP} = \frac{I_p}{I} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}. \quad (2.97)$$

Stan promieniowania częściowo spolaryzowanego może ulec zmianie przy jego propagacji przez ośrodek materialny. W wypadku ośrodka liniowego stan promieniowania częściowo spolaryzowanego po przejściu przez ten ośrodek również można opisać za pomocą wektora Stokesa \mathbf{S}_2 , który liniowo zależy od wektora Stokesa fali padającej \mathbf{S}_1 , co możemy zapisać jako

$$\mathbf{S}_2 = \mathbf{M}\mathbf{S}_1, \quad (2.98)$$

gdzie macierz \mathbf{M} znana jest powszechnie pod nazwą *macierzy Muellera* (od Hansa Muellera, który w 1948 roku wprowadził ją do opisu właściwości polaryzacyjnych ośrodków [296]).

W najbardziej ogólnym wypadku macierz \mathbf{M} może zawierać 16 niezależnych elementów. Często jednak liczba niezależnych elementów jest mniejsza. Jeżeli właściwości polaryzacyjne ośrodka można opisać za pomocą macierzy Jonesa \mathbf{T} , wówczas można dla tego ośrodka wyznaczyć macierz Muellera \mathbf{M} z następującej zależności [114, 211, 212, 252]:

$$\mathbf{M} = \mathbf{U}(\mathbf{T} \otimes \mathbf{T}^*)\mathbf{U}^{-1}, \quad (2.99)$$

gdy macierz \mathbf{T} opisano w konwencji $(\mathbf{kr} - \boldsymbol{\omega})$, natomiast

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -j & j & 0 \end{bmatrix} \quad (2.100)$$

jest macierzą transformacji macierzy Jonesa do macierzy Muellera, a \otimes jest symbolem mnożenia Kroneckera.

Korzystając z macierzy \mathbf{U} , można także wyznaczyć wektor Stokesa \mathbf{S} promieniowania spolaryzowanego na podstawie znajomości wektora Jonesa \mathbf{J} , z zależności [211]:

$$\mathbf{S} = \mathbf{U}(\mathbf{J} \otimes \mathbf{J}^*). \quad (2.101)$$

Posługując się macierzą \mathbf{U} , wektor Stokesa \mathbf{S} można także wyznaczyć z macierzy koherencji \mathbf{K} zgodnie z zależnością [51, 274]:

$$\mathbf{S} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} K_{xx} \\ K_{xy} \\ K_{yx} \\ K_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx} + K_{yy} \\ K_{xx} - K_{yy} \\ K_{yx} + K_{xy} \\ j(K_{yx} - K_{xy}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle U_x U_x^* \rangle + \langle U_y U_y^* \rangle \\ \langle U_x U_x^* \rangle - \langle U_y U_y^* \rangle \\ \langle U_y U_x^* \rangle + \langle U_x U_y^* \rangle \\ j(\langle U_y U_x^* \rangle - \langle U_x U_y^* \rangle) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_H + I_V \\ I_H - I_V \\ \langle 2\sqrt{I_H} \sqrt{I_V} \cos(\Delta\delta) \rangle \\ \langle 2\sqrt{I_H} \sqrt{I_V} \sin(\Delta\delta) \rangle \end{bmatrix}, \quad (2.102)$$

gdzie K_{xx} , K_{xy} , K_{yx} , K_{yy} są elementami macierzy \mathbf{K} , U_x , U_y są sygnałami analitycznymi (patrz zależność (2.41)) odpowiednio w kierunku x i y , $\Delta\delta = \delta_y - \delta_x$ jest różnicą argumentów sygnałów analitycznych U_x , U_y ($\delta_x = \arg(U_x)$, $\delta_y = \arg(U_y)$), I_H , I_V są natężeniami przy analizatorze liniowym ustawionym odpowiednio poziomo i pionowo.

Warto tu zwrócić uwagę, że w oryginalnej pracy [252] (a za nią w pracach [116, 211, 212]) ostatni wiersz macierzy \mathbf{U} przyjmował postać $(0, j, -j, 0)$, co prowadziło do niewłaściwych konwersji przy przyjętej powyżej definicji wektora Stokesa. Dlatego Autor zdecydował się przedefiniować macierz transformacji macierzy Jonesa do macierzy Muellera do postaci zgodnej z zależnością (2.100). Taką samą postać można znaleźć także we wzorach transformacyjnych w pracach [93, 352].

Podobnie jak wektor i macierz Jonesa, wektor Stokesa i macierz Muellera zależą od wyboru układu współrzędnych, w którym są one wyznaczane. Ze względu na inny wymiar wektora Stokesa i macierzy Muellera niż odpowiednio wektora i macierzy Jonesa, macierz obrotu $\mathbf{R}_S[\theta]$ opisująca transformację wektora Stokesa lub macierzy Muellera ze starego układu współrzędnych do nowego układu współrzędnych jest macierzą 4x4 przyjmującą postać [48, 83, 114, 352]:

$$\mathbf{R}_S[\theta] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.103)$$

gdzie θ jest kątem obrotu zdefiniowanym identycznie jak dla macierzy obrotu $\mathbf{R}[\theta]$ (patrz zależność (2.78)).

Posługując się macierzą obrotu $\mathbf{R}_S[\theta]$, wektor Stokesa \mathbf{S}' w nowym układzie współrzędnych można wyznaczyć na podstawie wektora Stokesa \mathbf{S} w starym układzie współrzędnych z równania:

$$\mathbf{S}' = \mathbf{R}_S[\theta]\mathbf{S}. \quad (2.104)$$

gdzie $\mathbf{R}_S[-\theta]$ otrzymamy z $\mathbf{R}_S[\theta]$, podstawiając kąt $-\theta$ w miejsce kąta θ .

Podobne transformacje związane ze zmianą układu współrzędnych można dokonać na macierzach Muellera:

$$\mathbf{M}' = \mathbf{R}_S[\theta]\mathbf{M}\mathbf{R}_S[-\theta], \quad (2.105)$$

gdzie \mathbf{M} i \mathbf{M}' są macierzami Muellera odpowiednio w starym i nowym układzie współrzędnych.

W przeciwieństwie do formalizmu Jonesa, wartości elementów wektora Stokesa lub macierzy Muellera nie zależą od przyjętej konwencji ($\mathbf{kr} - \omega\mathbf{t}$) lub ($\omega\mathbf{t} - \mathbf{kr}$).

2.2. Mechanizmy rozpraszania promieniowania optycznego w ośrodkach silnie rozpraszających

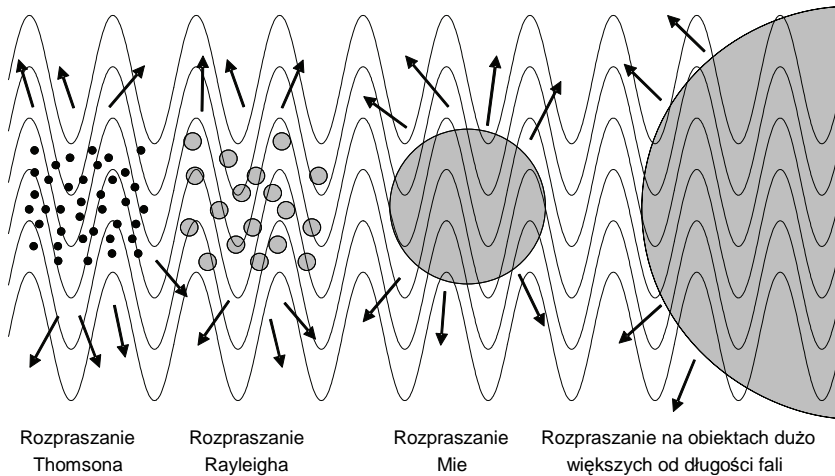
2.2.1. Wprowadzenie

Próby wyjaśnienia mechanizmu rozpraszania promieniowania optycznego mają bardzo długą historię. Można tu wspomnieć prace arabskiego fizyka Ibn-al-Haitham (znanego także jako Alhazen lub al-Basri) z XI wieku, prace Leonardo da Vinci z okresu renesansu czy prace Isaaca Newtona z XVII wieku [466]. Za początek systematycznych studiów nad mechanizmami rozpraszania promieniowania optycznego można uznać lata sześćdziesiąte XIX wieku, w których John Tyndall analizował rozpraszanie w zawiesinach i aerozolach [426]. W latach siedemdziesiątych tamtego wieku prace teoretyczne nad rozpraszaniem promieniowania optycznego przez bardzo małe obiekty rozwinął John Strutt (późniejszy Lord Rayleigh) [403, 404]. Duży wkład do prac nad rozpraszaniem światła wniósł Ludvig Lorenz w latach dziewięćdziesiątych XIX wieku [265]. W pierwszych latach XX wieku teorię rozpraszania promieniowania optycznego przez obiekty koloidalne opracował Gustav Mie [288].

Z punktu widzenia optyki kwantowej rozpraszanie promieniowania optycznego sprowadza się do oddziaływań fotonów z cząstkami naładowanymi, jak na przykład w *rozpraszaniu Comptona*, w wyniku których foton i elektron, zderzając się ze sobą, zmieniają swoje kierunki propagacji i energie, lub w *rozpraszaniu Thomsona*, w którym elektron związany jest z atomem, co powoduje, że foton zmienia kierunek propagacji, zachowując swoją energię (ze względu na bardzo dużą masę atomu przy wymianie pędów między fotonem i atomem zmiany energii fotonu są pomijalnie małe; zakładamy oczywiście, że atom jest tu nieruchomy – inaczej foton zmieniłby swoją częstotliwość, a co za tym idzie i energię na skutek efektu Dopplera). W skrajnym wypadku fotony mogą być też rozpraszane w wyniku oddziaływania pola elektromagnetycznego innych fotonów, czego przykładem może być zaobserwowane rozpraszanie fotonów na fotonach poprzez mechanizm reakcji cząstki i antycząstki naładowanej, co wystąpić może przy skrajnie wysokich energiach fotonów [62].

Rozpraszanie promieniowania optycznego może zachodzić również w wyniku oddziaływania fotonów z pojedynczymi atomami lub z grupami atomów tworzących niejednorodności w ośrodku materialnym. Można tu wyróżnić *rozpraszanie elastyczne*, w którym rozproszone promieniowanie ma taką samą długość fali jak promieniowanie padające na ośrodek materialny (np. *rozpraszanie Rayleigha*, w którym promieniowanie rozprasza się na

niejednorodnościach znacznie mniejszych od długości fali, *rozpraszanie Mie*, gdy niejednorodności te są porównywalne z długością fali lub *rozpraszanie Rayleigha-Gansa*, jeżeli różnica współczynników załamania między niejednorodnościami a otaczającym je medium jest znacznie mniejsza od jedności [188]), oraz *rozpraszanie nieelastyczne*, w którym długość fali rozproszonej może być dłuższa lub krótsza od fali padającej na ośrodek (np. *rozpraszanie Ramana*). Zarówno rozpraszanie Rayleigha, jak i Ramana tłumaczy się pochłanianiem fotonów przez elektrony związane z atomami i powtórna reemisją fotonów. W wypadku rozpraszania Rayleigha długość fali nie ulega zmianie, gdyż elektron w czasie reemisji powraca na ten sam poziom energetyczny, jaki zajmował przed pochłonięciem fotonu. W rozpraszaniu Ramana elektron wraca na inny poziom energetyczny – wyższy lub niższy niż przed pochłonięciem fotonu (tym dwóm sytuacjom odpowiadają tak zwane stokesowskie i antystokesowskie składowe w widmie promieniowania rozproszonego). Kilka przykładów rozpraszania przedstawiono na rys. 2.1.



Rys. 2.1. Przykłady kilku typów rozpraszania: rozpraszanie Thomsona (rozpraszanie fotonów na elektronach), rozpraszanie Rayleigha (rozpraszanie na obiektach o wymiarach dużo mniejszych od długości fali), rozpraszanie Mie (rozpraszanie na obiektach o wymiarach porównywalnych z długości fali), rozpraszanie na obiektach o wymiarach dużo większych od długości fali

Innym kryterium brany pod uwagę w analizie rozpraszania fotonów jest różnica faz między falami powstałymi w wyniku rozpraszania na obiektach znajdujących się w różnych położeniach (w wypadku analizy rozpraszania w ośrodkach zawierających wiele obiektów rozpraszających wygodnie jest je zastąpić, nie wnikając, czy są to pojedyncze atomy, cząsteczki, niejednorodności struktury itp., punktowymi *centrami rozpraszania* o określonych parametrach, takich jak: przekrój czynny na rozpraszanie, macierz rozpraszania itp., które to zdefiniowane będą w następnym punkcie). Różnice te wpływają na makroskopowe natężenie I_{total} obserwowane w pewnej odległości od obiektu zawierającego centra rozpraszania, pochodzące od pól wychodzących z centrów rozpraszania. W ogólnym wypadku natężenie I_{total} musimy liczyć jako średni kwadrat amplitudy wypadkowej tych pól. Dla promieniowania monochromatycznego (zakładając dla uproszczenia, że wszystkie pola mają ten sam stan polaryzacji) możemy to zapisać jako

$$I_{\text{total}} = |U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_N|^2 = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_N + 2\text{Re}(U_1U_2^* + U_1U_3^* + \dots + U_{N-1}U_N^*), \quad (2.106)$$

gdzie: U_n ($n=1\dots N$) jest amplitudą zespoloną pola pochodzącego od i -tego centrum rozpraszania, $I_n = U_n U_n^*$ jest natężeniami związanymi z i -tym centrum rozpraszania, N jest liczbą centrów rozpraszania. Składowe $U_m U_n^*$ ($m, n=1\dots N$, $m \neq n$) mają czynnik fazowy $\exp[j(\delta_n - \delta_m)]$, gdzie δ_n i δ_m są argumentami amplitud zespolonych odpowiednio U_m i U_n . Kiedy różnice $\delta_n - \delta_m$ są ze sobą skorelowane, wówczas pola pod funkcją $\text{Re}(\dots)$ w wyrażeniu (2.106) nie znoszą się nawzajem przy dużym N i mówimy wtedy o *rozpraszaniu koherentnym*. Jeżeli różnice te nie są skorelowane, wówczas pola te znoszą się nawzajem przy dużym N i mówimy wtedy o *rozpraszaniu niekoherentnym*. W rozpraszaniu niekoherentnym wyrażenie (2.106) upraszcza się do wyrażenia

$$I_{\text{total}} = |U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_N|^2 = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_N, \quad (2.107)$$

w którym natężenie całkowite I_{total} jest sumą natężeń pochodzących od poszczególnych centrów rozpraszania.

Przykładem rozpraszania niekoherentnego promieniowania może być rozpraszanie światła występujące w chmurach lub w mleku, czyli w *ośrodkach nieuporządkowanych* (ang. *random media*), gdzie położenia centrów rozpraszania w przestrzeni są losowe. Przykładem *elastycznego rozpraszania koherentnego* promieniowania może być natomiast rozpraszanie światła w ośrodkach, w których centra rozpraszania znajdują się w regularnych odstępach między sobą (np. w siatkach Bragga, w kryształach fotonicznych, w masie perłowej, w piórach niektórych ptaków, czy w skrzydłach motyli). Często cechą charakterystyczną rozpraszania koherentnego jest istnienie kierunków, w których natężenie promieniowania rozproszonego jest szczególnie silne w porównaniu z innymi kierunkami (są to kierunki, w których następuje konstruktywne sumowanie fal pochodzących od różnych centrów rozpraszania, jak np. w siatce dyfrakcyjnej, w której także występuje rozpraszanie koherentne). Także odbicie lustrzane lub załamanie światła można traktować jako szczególne wypadki rozpraszania koherentnego, w których istnieje wyróżniony kierunek propagacji, gdzie występuje bardzo silne natężenie promieniowania rozproszonego. Innym efektem rozpraszania koherentnego jest powstawanie obrazu plamkowego, który można zaobserwować, gdy ośrodek silnie rozpraszający oświetlimy promieniowaniem o dostatecznie długiej drodze koherencji. Wtedy, jeżeli rozproszone promieniowanie dociera do powierzchni ośrodka różnymi drogami o różnych długościach optycznych i różnice tych długości między sobą są mniejsze od drogi koherencji promieniowania wychodzącego ze źródła, to jest ono w stanie tworzyć trwały obraz interferencyjny (widziany właśnie jako układ nieregularnych plamek). W celu uzyskania dużej sprawności konwersji energii z jednej długości fali na inną, *nieelastyczne rozpraszanie koherentne* wykorzystywane jest w optycznych mieszaczach optycznych, w tym mieszaczach do otrzymywania drugiej lub wyższych harmonicznych promieniowania optycznego. Nieelastycznym rozpraszaniem koherentnym jest także *rozpraszanie Brillouina*, czyli rozpraszanie fotonów na fali akustycznej, a dokładniej na fononach (kwantach fali akustycznej), które są generowane w wyniku interakcji promieniowania optycznego i ośrodka, w którym propaguje to promieniowanie.

Jeszcze innym kryterium, jakie jest brane pod uwagę przy analizie zjawisk związanych z rozpraszaniem promieniowania optycznego, jest liniowość zjawiska. W niektórych typach rozpraszania natężenie fali rozproszonej rośnie liniowo wraz z natężeniem fali padającej (np. w rozpraszaniu Rayleigha lub Mie) lub nieliniowo (np. w rozpraszaniu Brillouina). Szczególnie silną nieliniowością cechują się *wymuszone rozpraszanie Ramana* i *wymuszone rozpraszanie Brillouina* z uwagi na istnienie progu minimalnego natężenia fali padającej, powyżej którego występują.

Przedstawione rodzaje rozpraszania nie wyczerpują wszystkich typów rozpraszania. Nie wspomniano tu na przykład o rozpraszaniu związanym z odbiciem od nierówności powierzchni ośrodka, na które pada promieniowanie optyczne, o zjawiskach rozpraszania, w których występuje generacja plazmonu powierzchniowego w metalach itd. Ze względu na dużą ilość zjawisk fizycznych związanych z rozpraszaniem promieniowania optycznego, w dalszej części zostanie bliżej przedstawiona analiza tylko tych rodzajów rozpraszania, które mają największy udział w procesie rozpraszania w ośrodkach silnie rozpraszających.

2.2.2. Centra rozpraszania, absorpcji i ekstynkcji

W punkcie tym zostanie przedstawiona analiza rozpraszania przez pojedyncze obiekty fizyczne, której celem będzie ich opis za pomocą abstrakcyjnych punktowych centrów rozpraszania o określonych parametrach. Wprowadzone też będą pojęcia centrów absorpcji (związanymi z obiektami absorbującymi promieniowanie optyczne) i centrów ekstynkcji (związanymi z obiektami jednocześnie rozpraszającymi i absorbującymi promieniowanie optyczne). Szczegółową analizę rozpraszania promieniowania optycznego przez pojedyncze obiekty rozpraszające można znaleźć w wielu książkach [87, 123, 188, 227, 251, 299, 357]. Dlatego przedstawione tu zostaną tylko niezbędne zależności pozwalające analizować rozpraszanie promieniowania w nieuporządkowanych ośrodkach silnie rozpraszających.

W ogólnym wypadku, jeżeli na pojedyncze centrum rozpraszania pada promieniowanie optyczne częściowo spolaryzowane z kierunku \mathbf{s}_1 , opisane wektorem Stokesa \mathbf{S}_1 , to promieniowanie rozproszone może zmienić kierunek na \mathbf{s}_2 i stan polaryzacji na \mathbf{S}_2 . Zmianę stanu polaryzacji z \mathbf{S}_1 na \mathbf{S}_2 opisuje macierz Muellera \mathbf{M} (patrz zależność (2.98)). Jednak macierz ta może zależeć zarówno od kierunku padania \mathbf{s}_1 , jak i kierunku rozpraszania \mathbf{s}_2 . Należy także pamiętać, że natężenie promieniowania rozproszonego maleje z kwadratem odległości r , licząc od centrum rozpraszania. Dlatego do opisu relacji między \mathbf{S}_1 i \mathbf{S}_2 wygodnie jest wprowadzić czynnik proporcjonalny do $1/r^2$ (a jeszcze lepiej do $1/(r^2k^2)$), by móc zastąpić w tej relacji macierz Muellera \mathbf{M} inną macierzą \mathbf{F}_S o elementach niezależnych od odległości r (przy czynniku $1/(r^2k^2)$ elementy macierzy \mathbf{F}_S stają się dodatkowo bezwymiarowe). Wtedy relację między \mathbf{S}_1 i \mathbf{S}_2 można zapisać jako:

$$\mathbf{S}_2(\mathbf{s}_2) = \frac{1}{k^2 r^2} \mathbf{F}_S(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) \mathbf{S}_1(\mathbf{s}_1), \quad (2.108)$$

gdzie macierz $\mathbf{F}_S(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$ nosi nazwę *macierzy rozpraszania* (dla wektora Stokesa), którą wprowadził H. C. van de Hulst w 1957 [189]. W oryginalnej pracy do opisu rozpraszania wykorzystywał on (a za nim inni autorzy, np. [30]) dwa kąty: biegunowy i azymutalny, które można wyznaczyć z kierunków padania i rozpraszania. Tutaj wprowadzono bardziej uogólnioną macierz rozpraszania, zależną od tych kierunków, przy czym stosowana będzie konwencja, że w macierzy rozpraszania pierwszy parametr jest kierunkiem fali rozproszonej, a drugi kierunkiem fali padającej – taka konwencja kolejności argumentów jest najczęściej stosowana w literaturze (np. w [51, 91, 198–200, 289, 290]).

Widzimy więc, że pełny opis rozpraszania na pojedynczym centrum rozpraszania wymaga znajomości aż 16 funkcji potrzebnych do wyznaczenia 16 elementów macierzy rozpraszania, gdzie argumentami każdej z tych funkcji są dwa kierunki: padania \mathbf{s}_1 i rozpraszania \mathbf{s}_2 . Jeżeli przedmiotem analizy byłoby rozpraszanie koherentne, w którym przesunięcia fazowe wnoszone przez centra rozpraszania odgrywają pierwszorzędą rolę, wówczas do opisu należałoby dodać jeszcze opóźnienie fazowe wiązki rozproszonej w stosunku do wiązki padającej w funkcji \mathbf{s}_1 i \mathbf{s}_2 dla jednej ze składowych (np. między amplitudami zespo-

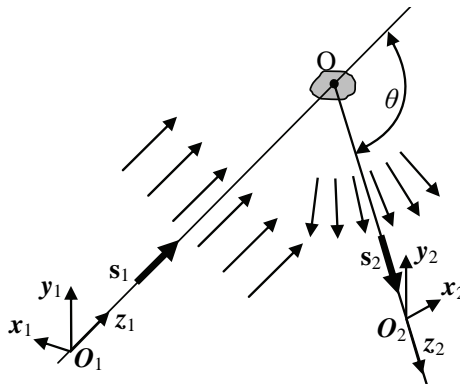
lonymi U_{x2} a U_{x1} – mając to jedno przesunięcie, pozostałe przesunięcia, to jest między U_{y2} a U_{y1} , a także między U_{x2} a U_{y1} oraz między U_{y2} a U_{x1} , można wyznaczyć na podstawie wcześniej wyznaczonego wektora Stokesa \mathbf{S}_2 .

Właściwości polaryzacyjne centrum rozpraszania związanego z obiektem rozpraszającym o wymiarach porównywalnych z długością fali lub mniejszych można opisać za pomocą macierzy Jonesa. Oznacza to, że bazując na tej macierzy, można zbudować (analogicznie jak to było dla macierzy Muellera) macierz rozpraszania \mathbf{F} mającą tym razem tylko 4 (ale zespolone) elementy. Macierz ta pozwala wyznaczyć wektor Jonesa promieniowania rozproszonego \mathbf{J}_2 w odległości r od centrum rozpraszania, gdy znany jest wektor Jonesa promieniowania padającego \mathbf{J}_1 w odległości $-z$ od tego centrum (znak minus przed z wynika z założenia, że fala padająca propaguje w kierunku osi z lokalnego układu współrzędnych; a zatem współrzędna z miejsca, w którym definiowana jest wielkość \mathbf{J}_1 , jest mniejsza od współrzędnej z położenia centrum rozpraszania), posługując się równaniem [188]:

$$\mathbf{J}_2(\mathbf{s}_2) = \frac{\exp(-jkz + jkr)}{-jkr} \mathbf{F}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) \mathbf{J}_1(\mathbf{s}_1), \quad (2.109)$$

gdzie macierz $\mathbf{F}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$ jest *macierzą rozpraszania* (dla wektora Jonesa).

W odróżnieniu od pracy [188] (str. 34), postać równania (2.109) jest zaadaptowana do konwencji $(\mathbf{kr} - \omega t)$ – podobną adaptację można spotkać wśród innych autorów (np. w pracy [48], str. 63); czynnik $-j$ w mianowniku wprowadza się dla wygody, by w analizie rozpraszania promieniowania na obiektach rozpraszających w kształcie kuli otrzymać prostszą postać na elementy macierzy \mathbf{F} ; natomiast czynnik k wprowadza się z tych samych względów, co czynnik k^2 w mianowniku wyrażania (2.108), czyli po to, by elementy macierzy \mathbf{F} były bezwymiarowe [188] (czasami można spotkać definicję macierzy rozpraszania \mathbf{F} , przy stosowaniu której w zależności (2.109) nie występuje w mianowniku czynnik jk , jak np. w pracach [198-200]). Przyjmuje się tu także takie orientacje układów współrzędnych, w których opisujemy elementy wektorów \mathbf{J}_1 i \mathbf{J}_2 , by górne elementy tych wektorów opisywały składowe leżące w płaszczyźnie rozpraszania (to jest w płaszczyźnie zawierającej kierunku \mathbf{s}_1 i \mathbf{s}_2), a dolne opisywały składowe prostopadłe do tej płaszczyzny – patrz rys. 2.2.



Rys. 2.2. Rozpraszanie promieniowania optycznego na pojedynczym centrum rozpraszania znajdującym się w punkcie O (za położenie punktu O można przyjąć środek geometryczny obiektu rozpraszającego zaznaczonego na rysunku kolorem szarym). \mathbf{s}_1 jest kierunkiem padania, \mathbf{s}_2 jest kierunkiem rozpraszania, a θ jest kątem rozpraszania. Właściwości polaryzacyjne promieniowania padającego i rozproszonego opisywane są odpowiednio w lokalnych układach współrzędnych $O_1x_1y_1z_1$ i $O_2x_2y_2z_2$

Dla izotropowych obiektów rozpraszających w kształcie kuli, z uwagi na symetrię, tylko elementy leżące na głównej przekątnej macierzy \mathbf{F} będą niezerowe. Także z uwagi na symetrię, dla tego wypadku macierz \mathbf{F} da się opisać tylko czterema funkcjami rzeczywistymi, których argumentem jest kąt θ między kierunkiem \mathbf{s}_1 i \mathbf{s}_2 : dwiema, by zapisać moduł i argument elementu \mathbf{F} opisującego rozpraszanie składowej promieniowania leżącej w płaszczyźnie rozpraszania, plus dwiema, by zapisać moduł i argument elementu \mathbf{F} opisującego rozpraszanie składowej promieniowania prostopadłej do płaszczyzny rozpraszania.

W analizie propagacji promieniowania optycznego przez ośrodki silnie rozpraszające pomija się przeważnie właściwości polaryzacyjne centrów rozpraszania – nawet gdyby pojedyncze centrum rozpraszania zmieniało stan polaryzacji (tak, jak to jest na przykład w rozpraszaniu Rayleigha), to na skutek bardzo wielu aktów rozpraszania promieniowanie w tego typu ośrodku szybko ulega przemianie na promieniowanie niespolaryzowane, niezależnie od stanu polaryzacji promieniowania padającego na ten ośrodek. Dla ośrodków, w których analizowane jest rozpraszanie niekoherentne, często pomijane są zależności fazowe między promieniowaniem padającym a rozproszonym, co prowadzi do tego, że zależność rozpraszania od kierunków \mathbf{s}_1 i \mathbf{s}_2 promieniowania padającego i rozproszonego można wyrazić za pomocą *funkcji rozpraszania* $F(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$, definiowanej jako:

$$F(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = k^2 r^2 \frac{I_2(\mathbf{s}_2)}{I_1(\mathbf{s}_1)}, \quad (2.110)$$

gdzie $I_1(\mathbf{s}_1)$ jest natężeniem promieniowania padającego na centrum rozpraszania, a $I_2(\mathbf{s}_2)$ jest natężeniem promieniowania rozproszonego.

Istotnym parametrem związanym z rozpraszaniem jest *różniczkowy przekrój czynny na rozpraszanie* σ_d centrum rozpraszania (przekrój ten może zależeć od kierunku fali padającej \mathbf{s}_1 jak i od kierunku fali rozproszonej \mathbf{s}_2). Współczynnik ten można obliczyć z zależności:

$$\sigma_d(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r^2 I_2(\mathbf{s}_2)}{I_1(\mathbf{s}_1)} = \frac{1}{k^2} F(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1), \quad (2.111)$$

gdzie r jest odległością punktu obserwacji od centrum rozpraszania.

Stosunek całkowitej mocy rozproszonej P_s na centrum rozpraszania do natężenia fali padającej $I_1(\mathbf{s}_1)$ opisuje *przekrój czynny na rozpraszanie* σ_s (przekrój czynny może zależeć od kierunku fali padającej \mathbf{s}_1), to jest:

$$\sigma_s(\mathbf{s}_1) = P_s / I_1(\mathbf{s}_1). \quad (2.112)$$

Przekrój czynny na rozpraszanie można wyznaczyć także, jeżeli znany jest różniczkowy przekrój czynnego na rozpraszanie σ_d lub znamy funkcję rozpraszania $F(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$, korzystając z zależności (2.111). Obliczając całkowitą moc promieniowania rozproszonego P_s przez całkowanie natężenia promieniowania rozproszonego po wszystkich możliwych kierunkach \mathbf{s}_2 zawartych w pełnym kącie bryłowym Ω i podstawiając ją do zależności (2.112), otrzymamy:

$$\sigma_s(\mathbf{s}_1) = \int_{\Omega} \sigma_d(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) d\omega_{\Omega} \Big|_{\mathbf{s}_2 \in d\omega_{\Omega}} = \frac{1}{k^2} \int_{\Omega} F(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) d\omega_{\Omega} \Big|_{\mathbf{s}_2 \in d\omega_{\Omega}}, \quad (2.113)$$

gdzie: $d\omega_{\Omega}$ jest elementarnym kątem bryłowym, w którym zawiera się kierunek \mathbf{s}_2 .

Wygodną funkcją stosowaną do opisu rozpraszania na pojedynczym centrum rozpraszania jest też *funkcja fazowa rozpraszania* $p(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$, która jest niczym innym jak gęstością prawdopodobieństwa zdarzenia, że pojedynczy foton padający z kierunku \mathbf{s}_1 po rozprosze-

niu na centrum rozpraszania zmieni swój kierunek na \mathbf{s}_2 [48]. Funkcja fazowa jest proporcjonalna do funkcji rozpraszania, a zarazem spełniająca warunek normalizacji, taki że prawdopodobieństwo, iż kierunek rozproszonego fotonu będzie zawarty w pełnym kącie bryłowym Ω , wynosi 1. Zatem funkcję fazową rozpraszania można obliczyć z funkcji rozpraszania jako:

$$p(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \frac{F(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)}{\int_{\Omega} F(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) d\omega_{\Omega} \Big|_{\mathbf{s}_2 \in d\omega_{\Omega}}}, \quad (2.114)$$

gdzie $d\omega_{\Omega}$ jest elementarnym kątem bryłowym, w którym zawiera się kierunek \mathbf{s}_2 . Porównując licznik i mianownik prawej strony równania (2.114) odpowiednio z wyrażeniami (2.111) i (2.113), widzimy, że funkcję fazową można wyrazić także jako:

$$p(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \frac{\sigma_d(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)}{\sigma_s(\mathbf{s}_1)}. \quad (2.115)$$

Jeżeli właściwości rozpraszające centrów rozpraszania nie zależą od kierunku padania fotonów, to funkcję fazową rozpraszania można opisać funkcją $p(\theta)$, zależną tylko od jednej wielkości – kąta rozpraszania θ . Jak zobaczymy dalej (patrz podpunkt 2.3), w wypadku analizy wielokrotnego rozpraszania dokładna znajomość tej funkcji nie będzie konieczna – wystarczy znajomość *współczynnika anizotropii rozpraszania* definiowanego jako średnia wartości kosinusa kąta rozpraszania θ . Oznaczając ten współczynnik przez g , możemy go wyznaczyć z zależności:

$$g = \langle \cos \theta \rangle = \int_{\Omega} p(\theta) \cos \theta d\omega_{\Omega}, \quad (2.116)$$

gdzie $\langle \dots \rangle$ oznacza wartość średnią.

Współczynnik anizotropii rozpraszania może się zmieniać od -1 (co oznacza, że wszystkie fotony są rozpraszane w kierunku przeciwnym do kierunku padających fotonów na centrum rozpraszania) do 1 (co oznacza, że wszystkie fotony są rozpraszane w kierunku zgodnym do kierunku padających fotonów na centrum rozpraszania; pamiętajmy, iż wartość $g=1$ nie oznacza, że fotony nie ulegają rozpraszaniu, bowiem fotony rozproszone mogą różnić się od fotonów padających innymi parametrami niż kierunek – np. fazą, częstotliwością w wypadku rozpraszania nieelastycznego, polaryzacją).

Jeżeli obiekty mogą absorbować energię (obiekty te przez analogię do centrów rozpraszania będą tworzyć *centra absorpcji*), wówczas możemy dla nich zdefiniować *przekrój czynny dla absorpcji* σ_a (analogicznie jak σ_s dla rozpraszania):

$$\sigma_a(\mathbf{s}_1) = P_a(\mathbf{s}_1)/I(\mathbf{s}_1), \quad (2.117)$$

gdzie P_a jest mocą absorbowaną przez centrum rozpraszania, a $I(\mathbf{s}_1)$ natężeniem fali padającej.

Często ten sam obiekt może jednocześnie rozpraszać i częściowo absorbować promieniowanie optyczne (obiekty te tworzą *centra ekstynkcji*). Suma przekrojów czynnych na rozpraszanie i absorpcję nosi nazwę *przekroju czynnego na ekstynkcję* σ_e , czyli:

$$\sigma_e(\mathbf{s}_1) = \sigma_s(\mathbf{s}_1) + \sigma_a(\mathbf{s}_1). \quad (2.118)$$

Za pomocą przekroju czynnego na ekstynkcję możemy określić moc:

$$P_e(\mathbf{s}_1) = \sigma_e(\mathbf{s}_1)I(\mathbf{s}_1), \quad (2.119)$$

jaka jest rozproszona lub absorbowana na centrum ekstynkcji.

Stosunek przekroju czynnego na rozpraszanie do przekroju czynnego na ekstynkcję nosi nazwę *albedo* a_{alb} (przez analogię do astronomii, gdzie tym terminem określa się liczbę wskazującą, jaka część promieniowania optycznego padająca na ciało niebieskie odbijana jest od niego), czyli:

$$a_{\text{alb}}(\mathbf{s}_1) = \sigma_s(\mathbf{s}_1) / \sigma_e(\mathbf{s}_1). \quad (2.120)$$

Opisanych przekrojów czynnych nie należy mylić z *geometrycznym przekrojem czynnym* σ_g , związanym z wymiarami obiektów powodujących rozpraszanie lub absorpcję promieniowania optycznego (np. dla centrum rozpraszania w kształcie kuli o promieniu r_k $\sigma_g = \pi r_k^2$). Zależności między przekrojami σ_s , σ_a , i σ_e a σ_g opisują odpowiednio zależności:

$$\sigma_s(\mathbf{s}_1) = Q_s(\mathbf{s}_1) \sigma_g(\mathbf{s}_1), \quad (2.121)$$

$$\sigma_a(\mathbf{s}_1) = Q_a(\mathbf{s}_1) \sigma_g(\mathbf{s}_1), \quad (2.122)$$

$$\sigma_e(\mathbf{s}_1) = Q_e(\mathbf{s}_1) \sigma_g(\mathbf{s}_1), \quad (2.123)$$

gdzie Q_s , Q_a , i Q_e są odpowiednio *wydajnościami rozpraszania, absorpcji i ekstynkcji* centrów rozpraszania, absorpcji i ekstynkcji (ogólnie zależnymi od kierunku padania promieniowania optycznego \mathbf{s}_1).

Warto podkreślić, że podane w tym punkcie parametry opisujące centra rozpraszania, absorpcji i ekstynkcji zależą od długości fali padającej, a w wypadku rozpraszania nieelastycznego, wyjąwszy przekrój czynny na absorpcję i wydajność absorpcji, od długości fali promieniowania rozproszonego. Dla zjawisk nieliniowych, które mogą wystąpić przy bardzo dużych natężeniach promieniowania optycznego (np. gdy wykorzystywane są lasery impulsowe o dużej mocy w impulsie), parametry te także mogą zależeć od natężenia promieniowania padającego. Przy innych źródłach promieniowania optycznego zjawiska nieliniowe związane z oddziaływaniem promieniowania optycznego są najczęściej pomijalnie małe.

2.2.3. Wpływ wymiarów niejednorodności i współczynnika załamania światła na rozpraszanie promieniowania optycznego

Jak wspomniano w poprzednim punkcie, centrami rozpraszania mogą być obiekty różnych typów. W tym punkcie omówione zostaną te obiekty i związane z nimi rodzaje rozpraszania, które mają największy udział w rozpraszaniu w ośrodkach silnie rozpraszających. Tymi obiektami najczęściej są niejednorodności o różnych rozmiarach, różniące się od otaczającego je medium współczynnikiem załamania światła. Z uwagi na ograniczoną ilość miejsca, zostaną tu przedstawione podstawowe zależności niezbędne do analizy ośrodków silnie rozpraszających, w których tego typu rozpraszanie występuje. Są to zależności przekrojów czynnych na rozpraszanie, macierzy rozpraszania i funkcji fazowych od stosunku rozmiarów geometrycznych obiektów będących centrami rozpraszania do długości fali i od względnego stosunku współczynników załamania światła tych obiektów i otoczenia.

Rozpraszanie Rayleigha

Rozpraszanie Rayleigha (od Johna Williama Strutta, lepiej znanego jako Lorda Rayleigha, który w 1871 roku wyjaśnił mechanizm polaryzacji światła pochodzącego od błękitnego nieba i jego niebieskiego koloru jako skutku rozpraszania światła [403, 404]) występuje w obecności obiektów o wymiarach znacznie mniejszych od długości fali w ośrodku, w którym te obiekty występują. Załóżmy początkowo, że rozpraszanie występuje na obiek-

tach bezstratnych. Z uwagi na bardzo małe wymiary obiektu, pole elektryczne wewnątrz obiektu \mathcal{E}_2 indukowane polem elektrycznym \mathcal{E}_1 pochodzącym od fali padającej powinno zachowywać się jak jednorodne pole elektrostatyczne. Pod wpływem tego pola rozpraszający obiekt staje się dipolem elektrycznym o momencie dipolowym \mathbf{p}_2 , równym całce po wszystkich punktach obiektu rozpraszającego z wektora polaryzacji dielektrycznej \mathcal{P}_2 , czyli [71]:

$$\mathbf{p}_2 = \int_{V_R} \mathcal{P}_2 dV, \quad (2.124)$$

gdzie V_R jest przestrzenią zajmowaną przez obiekt rozpraszający, a dV jest elementarną objętością rozpraszającego obiektu.

Wektor polaryzacji dielektrycznej \mathcal{P}_2 można znaleźć z zależności:

$$\mathcal{P}_2 = \mathcal{D}_2 - \varepsilon_0 \mathcal{E}_2 = \varepsilon_2 \mathcal{E}_2 - \varepsilon_0 \mathcal{E}_2 = (\varepsilon_2 - \varepsilon_0) \mathcal{E}_2, \quad (2.125)$$

gdzie ε_2 jest przenikalnością elektryczną rozpraszającego obiektu.

Załóżmy, że ośrodek rozpraszający jest liniowy, to jest że:

$$\mathcal{E}_2 = b \mathcal{E}_1, \quad (2.126)$$

gdzie b jest współczynnikiem proporcjonalności między polami \mathcal{E}_1 i \mathcal{E}_2 .

Wtedy na podstawie zależności (2.124)–(2.126) widzimy, że moment dipolowy \mathbf{p}_2 jest proporcjonalny do pola \mathcal{E}_1 , czyli:

$$\mathbf{p}_2 = a_2 \mathcal{E}_1, \quad (2.127)$$

gdzie a_2 jest współczynnikiem proporcjonalności między \mathbf{p}_2 i \mathcal{E}_1 (dla ośrodków izotropowych współczynnik ten jest wielkością skalarną, a dla ośrodków anizotropowych jest on wielkością tensorową).

Należy pamiętać, że umieszczając obiekt rozpraszający o przenikalności elektrycznej ε_2 (na który działa pole \mathcal{E}_2) w ośrodku o przenikalności elektrycznej ε_1 , z ośrodka tego zostaje usunięty obiekt o identycznym kształcie, co obiekt rozpraszający, i o przenikalności ε_1 (na który również działa pole \mathcal{E}_2). Moment dipolowy tak usuniętego obiektu wynosi:

$$\mathbf{p}_1 = \int_{V_R} \mathcal{P}_1 dV, \quad (2.128)$$

gdzie \mathcal{P}_1 jest wektorem polaryzacji dielektrycznej, który można obliczyć z zależności:

$$\mathcal{P}_1 = \mathcal{D}_1 - \varepsilon_0 \mathcal{E}_2 = \varepsilon_1 \mathcal{E}_2 - \varepsilon_0 \mathcal{E}_2 = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \mathcal{E}_2. \quad (2.129)$$

Dla ośrodków liniowych również moment dipolowy \mathbf{p}_1 jest proporcjonalny do pola \mathcal{E}_1 , czyli:

$$\mathbf{p}_1 = a_1 \mathcal{E}_1, \quad (2.130)$$

gdzie a_1 jest współczynnikiem proporcjonalności między \mathbf{p}_1 i \mathcal{E}_1 .

Zatem umieszczenie obiektu rozpraszającego w ośrodku o przenikalności elektrycznej ε_1 powoduje, że w ośrodku tym pojawia się dipol elektryczny o wypadkowym momencie dipolowym:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = a_2 \mathcal{E}_1 - a_1 \mathcal{E}_1 = a \mathcal{E}_1, \quad (2.131)$$

gdzie $a = a_2 - a_1$ jest współczynnikiem proporcjonalności między \mathbf{p} i \mathcal{E}_1 .

W zmiennym polu elektrycznym dipol o momencie dipolowym \mathbf{p} staje się źródłem fali elektromagnetycznej o tej samej częstotliwości co pole elektryczne \mathcal{E}_1 . Ponieważ pole elek-

tryczne pobudzające dipol pochodzi od składowej elektrycznej promieniowania optycznego, promieniowanie emitowane przez dipol także będzie promieniowaniem optycznym interpretowanym jako promieniowanie rozproszone. Wartość tego pola można łatwo obliczyć, gdyż wymiary dipola są znacznie mniejsze od długości fali promieniowania optycznego, co oznacza, że mamy do czynienia z dobrze znanym dipolem Hertza, w którym iloczyn długości dipola i płynącego przez niego prądu równy jest pochodnej po czasie z momentu dipolowego \mathbf{p} . W dalszej analizie dla pobudzenia harmonicznego wygodniej będzie posługiwać się składowymi wektora zespolonego natężenia elektrycznego \mathbf{E}_{1i} ($i=x, y$) zamiast \mathcal{E}_i i składowymi wektora zespolonej polaryzacji dielektrycznej \mathbf{p}_i ($i=x, y$) zamiast \mathbf{p} (zakładamy, że falę padającą opisujemy w lokalnym układzie współrzędnych, w którym kierunek propagacji fali padającej pokrywa się z osią z_1 , a oś x_1 leży w płaszczyźnie rozpraszania – patrz rys. 2.2). Zatem równanie (2.131) można przepisać jako:

$$\mathbf{p}_i = a\mathbf{E}_{1i}, \quad i = x, y, \quad (2.132)$$

lub (przy wykorzystaniu amplitud zespolonych E_{1i} i p_i) jako:

$$p_i = aE_{1i}, \quad i = x, y, \quad (2.133)$$

przy czym:

$$\mathbf{p}_i = p_i \exp(j\omega t) \mathbf{i}_i, \quad i = x, y, \quad (2.134)$$

natomiast składowe x i y wektora polaryzacji \mathbf{p} są częściami rzeczywistymi amplitud odpowiednio \mathbf{p}_x i \mathbf{p}_y .

Amplitudy zespolone pola elektrycznego E_{2i} ($i = x, y$), pochodzącego od takiego dipolu, w odległości r znacznie większym od długości fali padającej λ można obliczyć z zależności (analogicznie jak dla fali padającej, zakładamy, że falę rozpraszającą opisujemy również w lokalnym układzie współrzędnych, w którym kierunek propagacji fali rozproszonej pokrywa się z osią z_2 , a oś x_2 także leży w płaszczyźnie rozpraszania, natomiast kierunek osi y_2 pokrywa się z kierunkiem osi y_1 – patrz rys. 2.2) [136, 164, 166, 171]:

$$E_{2i} = \frac{p_i k^2}{4\pi\epsilon_1 r} \sin \vartheta \exp(kr) = \frac{aE_{1i} k^2}{4\pi\epsilon_1 r} \sin \vartheta \exp(kr), \quad i = x, y, \quad (2.135)$$

gdzie ϵ_1 jest przenikalnością dielektryczną, w której rozchodzi się fala rozproszona, a ϑ jest kątem między dipolem a punktem obserwacji promieniowania rozproszonego.

Biorąc pod uwagę, że dla fali padającej o kierunku polaryzacji leżącym w płaszczyźnie rozpraszania kąt $\vartheta = \pi/2 - \theta$, a dla fali padającej o kierunku polaryzacji prostopadłym do płaszczyzny rozpraszania kąt $\vartheta = \theta$, korzystając z zależności (2.135) i (2.109), otrzymamy macierz rozpraszania

$$\mathbf{F}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \begin{bmatrix} \frac{-jk^3 a \cos \theta}{4\pi\epsilon_1} & 0 \\ 0 & \frac{-jk^3 a}{4\pi\epsilon_1} \end{bmatrix}, \quad (2.136)$$

gdzie \mathbf{s}_1 jest kierunkiem fali padającej, \mathbf{s}_2 jest kierunkiem fali rozproszonej, k jest liczbą falową fali w ośrodku, a θ jest kątem rozproszenia.

Korzystając z zależności (2.136), można obliczyć stosunek natężenia promieniowania rozproszonego do padającego. Przy założeniu, że padające promieniowanie nie jest spolaryzowane, otrzymamy funkcję rozpraszania dla rozpraszania Rayleigha:

$$F(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \frac{(1 + \cos^2 \theta) k^6 |a|^2}{32\pi^2 \epsilon_1^2}. \quad (2.137)$$

Podstawiając wyrażenie (2.137) do (2.111), otrzymamy różniczkowy przekrój czynny na rozpraszanie Rayleigha:

$$\sigma_d(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \frac{(1 + \cos^2 \theta) k^4 |a|^2}{32\pi^2 \epsilon_1^2}, \quad (2.138)$$

a do (2.113) przekrój czynny na rozpraszanie Rayleigha:

$$\sigma_s = \frac{k^4 |a|^2}{6\pi \epsilon_1^2}, \quad (2.139)$$

który, jak widzimy, nie zależy od kierunku fali padającej \mathbf{s}_1 .

Podstawiając dalej wyrażenia (2.138) i (2.139) do (2.115), otrzymujemy funkcję fazową na rozpraszanie Rayleigha:

$$p(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \theta), \quad (2.140)$$

która, jak widzimy, jest funkcją tylko kąta θ .

Otrzymane zależności na przekroje czynne pokazują, że natężenie promieniowania rozproszonego w rozpraszaniu Rayleigha jest proporcjonalne do k^4 . Ponieważ $k = 2\pi/\lambda$, oznacza to, że natężenie promieniowania rozproszonego jest proporcjonalne do λ^{-4} , co jest cechą charakterystyczną tego typu rozpraszania. Co więcej, z zależności (2.136) wynika także, że dla $\theta = \pi/2$ promieniowanie rozproszone jest całkowicie spolaryzowane (pamiętajmy, że rozważane jest tu rozpraszanie na obiekcie izotropowym; w wypadku obiektu anizotropowego, dla tego kąta promieniowanie rozproszone może być częściowo spolaryzowane – zjawisko to zostało wyjaśnione przez Richarda Martina Gansa [151–154], Maxa Borna [52, 53] i Jeana Cabannes [63], a opis zjawiska z wykorzystaniem macierzy rozpraszania można znaleźć w pracy [188]).

W tym miejscu należy się wyjaśnienie odnośnie do czynnika $|a|^2$ w zależnościach (2.137)–(2.139). Do tej pory zakładaliśmy, że przy braku strat pole \mathcal{D}_2 jest zgodne w fazie z polem \mathcal{E}_1 , co oznacza, że także pole \mathcal{P}_2 jest zgodne w fazie z polem \mathcal{E}_1 (patrz wyrażenie (2.125)). Tak jest w wypadku bezstratnej propagacji promieniowania przy braku rozpraszania (gdy $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1$ i $\mathcal{D}_2 = \mathcal{D}_1$). Jeżeli jednak występuje rozpraszanie, to pole \mathcal{D}_2 (a co za tym idzie także pole \mathcal{P}_2 , jak i wektor polaryzacji \mathbf{p}) może być opóźnione w fazie względem pola \mathcal{E}_1 , jeżeli na przykład dipol ma właściwości oscylacyjne. W tym wypadku opóźnienie w fazie pola \mathcal{D}_2 względem pola \mathcal{E}_1 powoduje jedynie przesunięcie w fazie promieniowania rozproszonego. Oznacza to, że nawet dla ośrodków bezstratnych współczynnik a może być wielkością zespoloną [71, 188]. Ponieważ natężenie fali rozproszonej jest proporcjonalne do kwadratu modułu natężenia pola elektrycznego, obliczając przekroje czynne, w wyrażeniach (2.138) i (2.139) otrzymamy $|a|^2$ (zamiast a^2 , gdyby współczynnik a był rzeczywisty). W wypadku ośrodków stratnych wielkość a w równaniach (2.132) i (2.133) należałoby zastąpić wielkością $a + a_s$, gdzie a_s jest wielkością urojoną wynikającą ze strat w tym obiekcie, powodowanych pojawieniem się części urojonej ϵ_{2u} zespolonego współczynnika przenikalności elektrycznej (patrz zależność (2.65)) obiektu rozpraszającego. Oszacowanie, jaka część urojonej części współczynnika a odpowiada za absorpcję, wymagałoby bardziej rygorystycznej analizy zachowania się dipola w zmiennym polu elektrycznym, co jest zagadnieniem bardzo złożonym i dlatego często pomijanym – w literaturze najczęściej się przyji-

muje, że w wypadku braku absorpcji pole \mathcal{D}_2 jest proporcjonalne do pola \mathcal{E}_1 ; w wypadku sferycznych ośrodków rozpraszających problem ten został szerzej omówiony w książce [188], w podrozdziałach 10.3 i 14.21). W wypadku ośrodków stratnych do absorpcji będzie dochodziło po każdej zmianie pola elektrycznego w całej objętości obiektu rozpraszającego, a więc straty i związany z nimi przekrój czynny na absorpcję będzie proporcjonalny do częstotliwości tych zmian. Ponieważ przekrój czynny na absorpcję wynosi [199]:

$$\sigma_a = bk \int_{V_R} \frac{\varepsilon_{2u}(\mathbf{r})}{\varepsilon_0} dV, \quad (2.141)$$

gdzie ε_{2u} jest urojoną składową zespolonej stałej dielektrycznej obiektu rozpraszającego wynikającą z absorpcji, w rozpraszaniu Rayleigha przekrój czynny na absorpcję

$$\sigma_a = k\text{Im}(a_s), \quad (2.142)$$

gdzie symbol $\text{Im}(\dots)$ oznacza część urojoną. Zależność tę otrzymamy, korzystając z (2.124)–(2.134). Warto wspomnieć, że niekiedy (np. w pracy [188]) w powyższej zależności po prawej stronie występuje dodatkowo czynnik 4π , związany ze stosowaniem systemu jednostek zgodnych z układem Gaussa, w którym wektory polaryzacji dielektrycznej są 4π razy mniejsze niż otrzymane z wyrażen (2.125) i (2.129), obowiązujących w układzie SI.

Jak widzimy, otrzymane przekroje czynne na rozpraszanie zależą od liczby falowej k i od współczynnika a . Jego wartość zależy od wymiarów obiektu rozpraszającego oraz przenikalności elektrycznych tego obiektu i otaczającego go ośrodka. Można go policzyć, korzystając z podstawowych praw elektrostatyki, pozwalających obliczyć wartość pola elektrycznego wewnątrz rozpraszającego obiektu. W wypadku izotropowego obiektu rozpraszającego w kształcie kuli, umieszczonego w polu elektrycznym o natężeniu \mathcal{E}_1 współczynnik proporcjonalności

$$b = \frac{3\varepsilon_1}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1}, \quad (2.143)$$

gdzie ε_1 i ε_2 są przenikalnościami elektrycznymi odpowiednio ośrodka na zewnątrz obiektu rozpraszającego i tego obiektu [136, 171, 202, 227]. Zależność (2.143) została po raz pierwszy podana przez Juliusa Adama Strattona w 1941 roku [402].

Podstawiając zależność (2.143) do (2.126), z zależności (2.131) otrzymamy:

$$a = \frac{4}{3}\pi r_k^3 b(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = \frac{4}{3}\pi r_k^3 \frac{3\varepsilon_1}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = 4\pi r_k^3 \varepsilon_1 \frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} + 2}, \quad (2.144)$$

gdzie r_k jest promieniem obiektu rozpraszającego.

Przy założeniu, że współczynniki przenikalności magnetycznej obiektu rozpraszającego i otaczającego go medium są równe przenikalności magnetycznej próżni, wielkość $\varepsilon_2/\varepsilon_1$ w zależności (2.144) możemy zastąpić kwadratem względnego współczynnika załamania n (patrz punkt 2.1.2)), to jest:

$$\varepsilon_2/\varepsilon_1 = n^2 = (n_2/n_1), \quad (2.145)$$

gdzie n_1 i n_2 są współczynnikami załamania odpowiednio medium, w którym znajduje się obiekt rozpraszający, i tego obiektu.

Otrzymamy wtedy:

$$a = 4\pi k^3 \varepsilon_1 \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}. \quad (2.146)$$

Podstawiając zależność (2.146) do (2.138) i (2.139), otrzymamy odpowiednio różniczkowy przekrój czynny na rozpraszanie Rayleigha:

$$\sigma_d(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \frac{(1 + \cos^2 \theta) k^4}{2} r_k^6 \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2, \quad (2.147)$$

i przekrój czynny na rozpraszanie Rayleigha:

$$\sigma_s = \frac{8}{3} \pi k^4 r_k^6 \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2. \quad (2.148)$$

Zależności (2.147) i (2.148) są słuszne dla rozpraszania Rayleigha od obiektów izotropowych w kształcie kuli.

Rozpraszanie Rayleigha-Gansa

Rozpraszanie Rayleigha-Gansa (zwane też rozpraszaniem Rayleigha-Debye'a lub rozpraszaniem Rayleigha-Gansa-Debye'a od Lorda Rayleigha, Richarda Martina Gansa i Petera Debye'a, którzy badali ten typ rozpraszania [86, 153]) występuje w sytuacji, gdy względna różnica m między zespolonym współczynnikiem załamania obiektu, które powoduje rozpraszanie, i otaczającym go medium jest znacznie mniejsza od 1, to jest gdy [48, 188, 199]:

$$|m - 1| \ll 1, \quad (2.149)$$

gdzie

$$m = n_{c2}/n_{c1}, \quad (2.150)$$

przy czym n_{c1} i n_{c2} są zespolonymi współczynnikami załamania odpowiednio otaczającego medium i obiektu.

Dodatkowo wymaga się, by różnica przesunięcia fazowego fali wewnątrz rozpraszającego obiektu i na zewnątrz także była pomijalnie mała, to jest by [188]:

$$kl|m - 1| \ll 1, \quad (2.151)$$

gdzie l jest długością opisującą wymiary obiektu rozpraszającego (dla obiektu w kształcie kuli długość l będzie równa średnicy tej kuli).

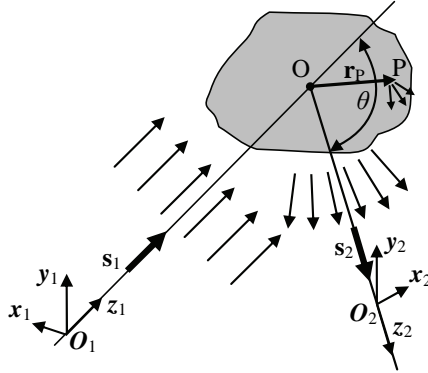
Przy takim założeniu można przyjąć, że rozkład pola wewnątrz obiektu rozpraszającego w przybliżeniu jest taka sama, co na zewnątrz.

Podstawy fizyczne rozpraszania Rayleigha-Gansa są takie same, jak dla rozpraszania Rayleigha. W rozpraszaniu tym, tak samo jak w rozpraszaniu Rayleigha, źródłem fali rozproszonej są dipole elektryczne, powstałe w wyniku zaindukowania momentu dipolowego przez pole elektryczne fali padającej. Ponieważ natężenie fali wewnątrz obiektu rozproszonego w przybliżeniu jest takie samo, co na zewnątrz ($\mathcal{E}_2 \cong \mathcal{E}_1$), elementarny moment dipolowy pochodzący od elementarnej objętości dV , zgodnie z zależnością (2.131), przy uwzględnieniu równań (2.124) i (2.128) wynosi:

$$d\mathbf{p} = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \mathcal{E}_1 dV. \quad (2.152)$$

Porównując zależności (2.152) z (2.131), widzimy, że współczynnik a w naszym wypadku wynosi $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)dV$.

Jednak, w przeciwieństwie do rozpraszania Rayleigha, w rozpraszaniu Rayleigha-Gansa wymiary obiektu rozpraszającego nie muszą być znacznie mniejsze od długości fali, a więc mogą być na tyle duże, że pola elektryczne promieniowania pochodzące od momentów dipolowych o objętości dV położonych w różnych punktach P (patrz rys. 2.3) obiektu rozpraszającego mogą między sobą znacznie różnić się w fazie, w wyniku czego mogą one interferować z sobą zarówno konstruktywnie, jak i destruktywnie.



Rys. 2.3. Rozpraszanie Rayleigha-Gansa. Każdy punktu P znajdujący się wewnątrz obiektu rozpraszającego jest źródłem rozpraszania Rayleigha. Położenie punktu P względem środka geometrycznego O (opisywanego wektorem \mathbf{r}_P) powoduje, że fala rozproszona w tym punkcie może być przesunięta w fazie o kąt δ względem fali rozproszonej w punkcie O

Macierz rozpraszania $d\mathbf{F}$, pochodząca od pojedynczego fragmentu obiektu rozpraszającego o objętości dV , może być wyznaczona na podstawie zależności (2.136), uwzględniając przesunięcie fazowe δ , i z zależności (2.146), podstawiając w niej względny zespolony współczynnik załamania m w miejscu względnego współczynnika załamania n . A zatem z zależności (2.146), uwzględniając nierówność (2.151), przy podstawieniu objętość dV w miejsce objętości kuli o promieniu r_k otrzymamy:

$$a = 3dV\varepsilon_1 \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \cong \varepsilon_1(m^2 - 1)dV \cong 2\varepsilon_1(m - 1)dV. \quad (2.153)$$

Natomiast podstawiając zależność (2.153) do (2.136), przy uwzględnieniu przesunięcia fazowe δ (poprzez pomnożenie elementów macierzy przez $\exp(j\delta)$) otrzymamy:

$$d\mathbf{F}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \begin{bmatrix} \frac{-jk^3(m-1)\cos\theta}{2\pi} \exp(j\delta)dV & 0 \\ 0 & \frac{-jk^3(m-1)}{2\pi} \exp(j\delta)dV \end{bmatrix}. \quad (2.154)$$

Znając kierunek fali padającej \mathbf{s}_1 , kierunek fali rozproszonej \mathbf{s}_2 i wektor \mathbf{r}_P , opisujący położenie punktu P względem środka geometrycznego O obiektu rozpraszającego (patrz rys. 2.3), przesunięcie fazowe δ można policzyć z zależności:

$$\delta = k\mathbf{r}_P\mathbf{s}_1 - k\mathbf{r}_P\mathbf{s}_2 = k\mathbf{r}_P(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2). \quad (2.155)$$

Macierz rozpraszania \mathbf{F} dla pojedynczego obiektu rozpraszającego otrzymamy, całkując prawą stronę zależności (2.154) po całej objętości V tego obiektu. Otrzymamy wtedy

$$\mathbf{F}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \begin{bmatrix} \frac{-jk^3(m-1)\cos\theta}{2\pi} a_{\text{RG}}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)V & 0 \\ 0 & \frac{-jk^3(m-1)}{2\pi} a_{\text{RG}}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)V \end{bmatrix}, \quad (2.156)$$

gdzie czynnik fazowy

$$a_{\text{RG}}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \frac{1}{V} \int_{V_{\text{R}}} \exp(jk\mathbf{r}_{\text{P}}(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2)) dV \Big|_{\text{P} \in dV} \quad (2.157)$$

oraz gdzie P oznacza punkt należący do obiektu rozpraszającego zajmujący przestrzeń dV , a V jest objętością tego obiektu.

Czynnik fazowy dla obiektów rozpraszających o nieregularnym kształcie może być obliczony zazwyczaj tylko metodami numerycznymi. Dla regularnych kształtów jak kula, elipsoida, dysk, walec znane są postacie analityczne [48, 188, 199, 424].

Zakładając, że padające promieniowanie nie jest spolaryzowane, z zależności (2.156) otrzymujemy funkcję rozpraszania dla rozpraszania Rayleigha-Gansa:

$$F(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \frac{(1 + \cos^2 \theta)k^6 |m-1|^2}{8\pi^2} |a_{\text{RG}}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)|^2. \quad (2.158)$$

Podstawiając funkcję (2.158) do (2.111), otrzymamy różniczkowy przekrój czynny na rozpraszanie dla rozpraszania Rayleigha-Gansa:

$$\sigma_{\text{d}}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \frac{(1 + \cos^2 \theta)k^4 |m-1|^2}{8\pi^2} |a_{\text{RG}}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)|^2. \quad (2.159)$$

Przekrój czynny na rozpraszanie dla rozpraszania Rayleigha-Gansa:

$$\sigma_{\text{s}}(\mathbf{s}_1) = \int_{\Omega} \frac{(1 + \cos^2 \theta)k^4 |m-1|^2}{8\pi^2} |a_{\text{RG}}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)|^2 d\omega_{\Omega} \Big|_{\mathbf{s}_2 \in d\omega_{\Omega}}. \quad (2.160)$$

otrzymamy przez podstawienie funkcji (2.159) do wyrażenia (2.113).

W ogólnym wypadku przekrój czynny na rozpraszanie zależy od kierunku padania \mathbf{s}_1 . Dla izotropowych obiektów rozpraszających w kształcie kuli o promieniu r_k z zależności (2.157) otrzymamy:

$$a_{\text{RG}}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \frac{1}{V} \int_{V_{\text{R}}} \exp(jk\mathbf{r}_{\text{P}}(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2)) dV \Big|_{\text{P} \in dV} = \frac{3}{u^3} (\sin u - u \cos u), \quad (2.161)$$

gdzie:

$$u = 2kr_k \sin(\theta/2). \quad (2.162)$$

Funkcję fazową rozpraszania Rayleigha-Gansa:

$$p(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = 4\pi \frac{(1 + \cos^2 \theta)[(\sin u - u \cos u)/u^3]^2}{\int_{\Omega} (1 + \cos^2 \theta)[(\sin u - u \cos u)/u^3]^2 d\omega_{\Omega} \Big|_{\mathbf{s}_2 \in d\omega_{\Omega}}} \quad (2.163)$$

otrzymamy przez podstawienie funkcji (2.159) i (2.160) do (2.115).

W wypadku gdy obiektem rozpraszającym jest ośrodek stratny, wówczas jego przekrój czynny na absorpcję:

$$\sigma_a = k \int_{V_R} \frac{\varepsilon_{2u}(\mathbf{r})}{\varepsilon_0} dV, \quad (2.164)$$

gdzie ε_{2u} jest urojoną składową zespolonej stałej dielektrycznej obiektu rozpraszającego wynikającą z absorpcji, można obliczyć z zależności (2.141) (zakładamy na podstawie nierówności (2.151), że różnica między polami elektrycznymi wewnątrz obiektu rozpraszającego i na zewnątrz jest pomijalnie mała).

Rozpraszanie Mie

Rozpraszanie Mie (na cześć Gustava Mie, który opisał je po raz pierwszy w 1908 roku [288]) występuje wtedy, gdy obiekty rozpraszające mają wymiary porównywalne z długością fali. Choć w oryginalnej pracy Mie rozważał rozpraszanie na kulkach metalowych, obecnie pod tą nazwą kryje się też rozpraszanie na obiektach dielektrycznych o kształcie niekoniecznie sferycznym [474, 475]. W rozpraszaniu tym macierzy rozpraszania \mathbf{F} poszukuje się na podstawie rozwiązań równań falowych Helmholtza (2.19), które muszą być spełnione zarówno wewnątrz, jak i na zewnątrz obiektu rozpraszającego, z zachowaniem warunków brzegowych między tym obiektem a otaczającym go medium. Dla izotropowych obiektów sferycznych znane są rozwiązania analityczne tego problemu, jednakże ich pełne omówienie przekracza zakres pracy. Dla ośrodków dielektrycznych można je znaleźć np. w pracy [188], a dla metalowych np. w pracy [51]. Przy mniej regularnych kształtach macierz rozpraszania \mathbf{F} może być znaleziona jedynie na drodze obliczeń numerycznych (szerzej problem rozpraszania przez obiekty zarówno nieregularne, jak i niejednorodne został omówiony w książce [289]). Z uwagi na duże praktyczne znaczenie rozwiązań dla obiektów izotropowych w kształcie kuli, ze względu na dostępność na rynku wzorcowych kuleczek o kalibrowanych średnicach, z których można wykonać obiekty rozpraszające o zadanych i powtarzalnych parametrach (np. by wykonać z nich fantomy tkanek biologicznych), poniżej zostaną przedstawione podstawowe parametry rozpraszające tych obiektów. Nie wnikając w szczegóły, można stwierdzić, że punktem wyjścia analizy rozpraszania promieniowania optycznego przez obiekty izotropowe w kształcie kuli są równania falowe Helmholtza dla fal wewnątrz i na zewnątrz tych obiektów, zapisane w sferycznym układzie współrzędnych. Uwzględniając warunki brzegowe, otrzymujemy dwie grupy rozwiązań tworzących mody TE i TM. Na ich podstawie można znaleźć rozkład pól elektromagnetycznych w polu dalekim, z których bezpośrednio można wyznaczyć macierz rozpraszania \mathbf{F} dla rozpraszania Mie od izotropowych obiektów w kształcie kuli. Oznaczając przez bezwymiarowe:

$$\alpha = kr_k \quad (2.165)$$

i

$$\beta = kmr_k \quad (2.166)$$

parametry kuli o promieniu r_k i względnym zespolonym współczynniku załamania m (patrz zależność (2.150)), otrzymamy macierz rozpraszania [171, 188, 199, 402]:

$$\mathbf{F}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1) = \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \tau_n(\cos \theta) + b_n \pi_n(\cos \theta)] & 0 \\ 0 & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \pi_n(\cos \theta) + b_n \tau_n(\cos \theta)] \end{bmatrix}, \quad (2.167)$$

gdzie:

$$\pi_n(\cos \theta) = \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta}, \quad (2.168)$$

$$\tau_n(\cos \theta) = \frac{d}{d\theta} P_n^1(\cos \theta), \quad (2.169)$$

$$a_n = \frac{\psi_n(\alpha) \psi_n'(\beta) - m \psi_n(\beta) \psi_n'(\alpha)}{\zeta_n(\alpha) \psi_n'(\beta) - m \psi_n(\beta) \zeta_n'(\alpha)}, \quad (2.170)$$

$$b_n = \frac{m \psi_n(\alpha) \psi_n'(\beta) - \psi_n(\beta) \psi_n'(\alpha)}{m \zeta_n(\alpha) \psi_n'(\beta) - \psi_n(\beta) \zeta_n'(\alpha)}, \quad (2.171)$$

natomiast:

$$\psi_n(z) = z j_n(z) = (\pi z/2)^{1/2} J_{n+1/2}(z) \quad (2.172)$$

jest funkcją Riccatiego-Bessela pierwszego rodzaju rzędu n , a:

$$\zeta_n(z) = z h_n^{(2)}(z) = (\pi z/2)^{1/2} H_{n+1/2}^{(2)}(z) \quad (2.173)$$

jest funkcją Riccatiego-Bessela trzeciego rodzaju rzędu n .

Funkcje $P_n^1(\cos \theta)$, $j_n(z)$, $h_n^{(2)}(z)$, $J_p(z)$, $H_p^{(2)}(z)$ oznaczają kolejno: dołączoną funkcję Legendre'a (czyli funkcję kulistą pierwszego rodzaju rzędu całkowitego) stopnia n rzędu pierwszego, funkcję kulistą Bessela rzędu n , funkcję kulistą Hankela drugiego rodzaju rzędu n , zwyczajną funkcję Bessela pierwszego rodzaju rzędu p , funkcję Hankela drugiego rodzaju rzędu p (właściwości tych funkcji można znaleźć np. w pracy [51], str. 439–443 i 467–468). Symbol ' przy funkcjach Riccatiego-Bessela oznacza ich pochodne.

Na podstawie macierzy rozpraszania można znaleźć przekroje czynne na ekstynkcję, rozpraszanie i absorpcję dla rozpraszania Mie. Otrzymamy wtedy [199]:

$$\sigma_e = \frac{2\pi k^2}{\alpha^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Re}(a_n + b_n), \quad (2.174)$$

$$\sigma_s = \frac{2\pi k^2}{\alpha^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2), \quad (2.175)$$

$$\sigma_a = \sigma_e - \sigma_s. \quad (2.176)$$

Korzystając z zależności (2.111), (2.114) i (2.116), możemy także obliczyć różniczkowy przekrój czynny na rozpraszanie, funkcję fazową rozpraszania i współczynnik anizotropii rozpraszania dla rozpraszania Mie. Z punktu analizy propagacji promieniowania optycznego w ośrodku silnie rozpraszającym najbardziej istotny jest ostatni z wymienionych parametrów. Wynosi on [188]:

$$g = \frac{4\pi k^2}{\alpha^2 \sigma_s} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{n(n+2)}{n+1} \operatorname{Re}(a_n a_{n+1}^* + b_n b_{n+1}^*) + \frac{2n+1}{n(n+1)} \operatorname{Re}(a_n b_n^*) \right], \quad (2.177)$$

gdzie symbol $*$ oznacza wielkość zespoloną sprzężoną.

Znacznie trudniej jest znaleźć parametry opisujące właściwości rozpraszające obiektów o niesymetrycznych kształtach. Parametry te mogą zostać znalezione metodami numerycznymi, w tym metodą różnic skończonych lub metodą elementów skończonych, znajdujących rozkłady pól elektromagnetycznych w obiekcie i w jego otoczeniu [37, 343, 350, 432, 485]. W skróconej formie metody te zostały bliżej przedstawione w pracy [44]; dokładniejsze ich omówienie można znaleźć na przykład w pracach [361, 432].

W przeciwieństwie do rozpraszania Rayleigha lub Rayleigha-Gansa, w których przekrój czynny na rozpraszanie jest znacznie mniejszy od przekroju geometrycznego obiektu rozpraszającego (patrz zależności (2.148) i (2.160)), a współczynnik anizotropii rozpraszania g wynosi 0, w rozpraszaniu Mie przekrój czynny na rozpraszanie jest porównywalny z przekrojem geometrycznym, a współczynnik anizotropii rozpraszania jest znacznie większy od 0. W rozpraszaniu Mie, przy promieniu kulki większym od długości fali λ , wydajność rozpraszania Q_s (a co za tym idzie przekrój czynny σ_s) znacznie słabiej zależy od długości fali świetlnej niż w rozpraszaniu Rayleigha (i w rozpraszaniu Rayleigha-Gansa), gdzie wydajność ta rośnie bardzo szybko wraz ze skracaniem długości fali (dla rozpraszania Rayleigha i Rayleigha-Gansa $Q_s \sim \lambda^{-4}$ oraz $\sigma_s \sim \lambda^{-4}$). Z tego względu na przykład mleko, gdzie dominuje rozpraszanie Mie, ma kolor biały. Podobnie jest z chmurami, które widziane od góry też są białe (przy obserwacji chmur z powierzchni ziemi ich kolor może być szary, jeżeli światło musi przechodzić przez ich grubą warstwę, lub innego koloru, wynikającego z koloru światła oświetlającego je – np. podczas wschodu lub zachodu słońca). W wielu złożonych ośrodkach, w których występują obiekty znacznie różniące się swoimi wymiarami – od dużo mniejszych do dużo większych od długości fali (np. tkanki biologiczne, papier, niektóre rodzaje śniegu) dominuje rozpraszanie Mie. Jeżeli obiekty takie nie wykazują selektywnej absorpcji, mają kolor biały lub szary.

Rozpraszanie na obiektach o wymiarach dużo większych od długości fali

Przykładem rozpraszania promieniowania optycznego na obiektach dużo większych niż długość fali jest zjawisko tęczy wywołane przechodzeniem światła przez kuliste krople wody. Podobne zjawisko można też zaobserwować, gdy światło przechodzi przez kryształki lodu w górnych warstwach atmosfery. Innym obiektem, w którym obserwujemy rozpraszanie promieniowania na obiektach dużo większych niż długość fali, jest śnieg. W przeciwieństwie do kolorowej tęczy, śnieg jest biały z uwagi na losowe ułożenie kryształków lodu w płatkach śniegu.

Rozpraszanie promieniowania optycznego na obiektach dużo większych od długości fali można analizować, uwzględniając dobrze znaną optykę geometryczną, i dlatego ten typ rozpraszania nie będzie tutaj dalej rozwijany (wybrane zagadnienia optyki geometrycznej będą omówione w dalszej części pracy przy opisie metody Monte Carlo – patrz punkt 3.4).

2.3. Propagacja promieniowania optycznego w ośrodkach silnie rozpraszających

W poprzednim punkcie omówiono rozpraszanie na pojedynczym centrum rozpraszania, w którym rozkład kierunkowy wiązki rozproszonej opisywany był macierzą rozpraszania lub funkcją rozpraszania. Jeżeli wiązka promieniowania optycznego propaguje przez ośrodek, w którym występuje więcej niż jedno centrum rozpraszania, wówczas promieniowanie optyczne może ulegać nie tylko pojedynczemu, ale także dwukrotnemu lub wielokrotnemu rozpraszaniu. Także właściwości rozpraszające takiego ośrodka zależą nie tylko od właściwości pojedynczych centrów rozpraszania, ale również od gęstości przestrzennej ich występowania ρ_s (ilość centrów rozpraszania na jednostkę objętości ośrodka) i przestrzennego uporządkowania (przedmiotem naszego zainteresowania są ośrodki, w którym centra rozpraszania są w ośrodku rozmieszczone losowo, co prowadzi do rozpraszania niekoherentnego). Znając przekroje czynne σ_s centrów rozpraszania oraz ich gęstość ρ_s , można dla tego ośrodka wyznaczyć *współczynnik rozpraszania*:

$$\mu_s = \sigma_s \rho_s. \quad (2.178)$$

W analogiczny sposób możemy dla tego ośrodka wyznaczyć *współczynnik absorpcji*:

$$\mu_a = \sigma_a \rho_a, \quad (2.179)$$

i *współczynnik ekstynkcji*:

$$\mu_e = \sigma_e \rho_e, \quad (2.180)$$

gdzie ρ_a i ρ_e są gęstościami przestrzennymi występowania centrów odpowiednio absorpcji i ekstynkcji.

W ogólnym wypadku współczynniki rozpraszania, absorpcji i ekstynkcji mogą zależeć od kierunku padania wiązki promieniowania optycznego. Dla ośrodków izotropowych takiej zależności nie ma (jeżeli w ośrodku występują centra, których przekroje czynne mogą zależeć od kierunku padania, ale ich kierunkowa orientacja w przestrzeni jest przypadkowa, wówczas w zależnościach (2.178)–(2.180) przyjmujemy wartości średnie odpowiednich przekrojów czynnych).

Współczynnik ekstynkcji jest równy sumie współczynników rozpraszania i absorpcji, to jest:

$$\mu_e = \mu_s + \mu_a. \quad (2.181)$$

Jeżeli w ośrodku występuje kilka różnych typów centrów rozpraszania, absorpcji lub ekstynkcji, wówczas współczynniki rozpraszania, absorpcji lub ekstynkcji są równe sumie cząstkowych współczynników rozpraszania ($\mu_{s1}, \mu_{s2}, \dots, \mu_{sN}$), absorpcji ($\mu_{a1}, \mu_{a2}, \dots, \mu_{aN}$) lub ekstynkcji ($\mu_{e1}, \mu_{e2}, \dots, \mu_{eN}$) liczonych zgodnie z zależnościami (2.178)–(2.180) dla każdego typu centrum z osobna, czyli:

$$\mu_s = \mu_{s1} + \mu_{s2} + \dots + \mu_{sN}, \quad (2.182)$$

$$\mu_a = \mu_{a1} + \mu_{a2} + \dots + \mu_{aN}, \quad (2.183)$$

$$\mu_e = \mu_{e1} + \mu_{e2} + \dots + \mu_{eN}. \quad (2.184)$$

Zależności (2.182)–(2.184) są słuszne, jeżeli centra jednego typu nie wpływają na parametry centrów innego typu.

Jeżeli do ośrodka rozpraszającego, w którym absorpcja jest pomijalnie mała, wnika wiązka promieniowania optycznego o natężeniu I_0 , wówczas jej natężenie I w miarę poko-

nywania dystansu l będzie się zmniejszać w tym ośrodku z uwagi na to, że część jej energii będzie przekazywana promieniowaniu rozproszonemu. Zależność tę możemy zapisać jako:

$$I = I_0 \exp(-\mu_s l). \quad (2.185)$$

Analogicznie, w ośrodku absorbującym, w którym rozpraszanie jest pomijalnie małe, natężenie wiązki będzie malało zgodnie z zależnością:

$$I = I_0 \exp(-\mu_a l). \quad (2.186)$$

Natomiast dla ośrodka, w którym występuje zarówno rozpraszanie, jak i absorpcja, natężenie wiązki (nierozproszonej) będzie malało zgodnie z zależnością:

$$I = I_0 \exp(-\mu_e l). \quad (2.187)$$

Odwrotności współczynników rozpraszania, absorpcji i ekstynkcji, czyli $1/\mu_s$, $1/\mu_a$ i $1/\mu_e$ oznaczają długości dróg, jakie musi pokonać wiązka promieniowania optycznego, by jej natężenie zmalało e -krotnie w wyniku odpowiednio rozpraszania, absorpcji, czy jednoczesnego występowania rozpraszania i absorpcji. Odwrotności te są jednocześnie średnimi drogami, jakie pokonują fotony w ośrodku z danego punktu odpowiednio do miejsca, w którym natrafiają one na centrum rozpraszania, do miejsca, w którym natrafiają one na centrum absorpcji, lub do miejsca, w którym natrafiają one na centrum ekstynkcji. Należy podkreślić, że zależności (2.185) i (2.187) nie opisują całkowitego natężenia promieniowania rozchodzącego się w kierunku wiązki padającej, gdyż część promieniowania rozproszonego w wyniku dalszego rozpraszania może zmienić ponownie kierunek na zgodny z kierunkiem wiązki padającej.

W analizie propagacji promieniowania optycznego w ośrodku rozpraszającym bardzo wygodnym parametrem opisującym ten ośrodek jest *zredukowany współczynnik rozpraszania* μ_s' , definiowany jako:

$$\mu_s' = (1 - g)\mu_s, \quad (2.188)$$

gdzie g jest współczynnikiem anizotropii rozpraszania (patrz definicja (2.116)).

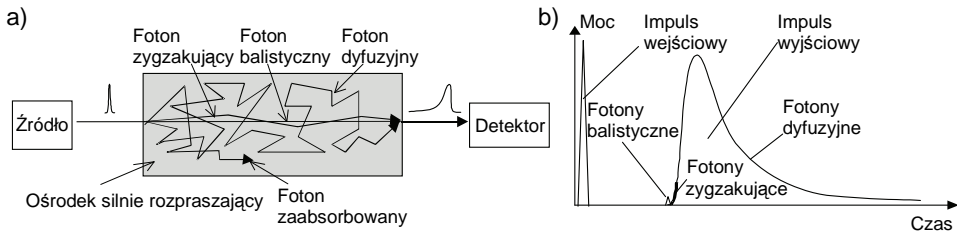
Odwrotność zredukowanego współczynnika rozpraszania:

$$z_0 = \frac{1}{\mu_s'} = \frac{1}{(1 - g)\mu_s}, \quad (2.189)$$

jest średnią efektywną długością drogi między kolejnymi punktami, w której promieniowanie ulega rozproszeniu. Wielkość ta mówi nam, jaką średnią drogę muszą pokonać fotony w ośrodku, by można było stwierdzić, że natężenie promieniowania rozproszonego w danym kierunku nie zależy od kierunku padania wiązki. Jeżeli promieniowanie optyczne pokona dostatecznie długi dystans w ośrodku silnie rozpraszającym (to jest, gdy pokona ono dystans dużo większy niż z_0), to obserwujemy brak korelacji między rozkładem kierunkowym natężenia promieniowania rozproszonego a kierunkiem wiązki padającej. Wtedy promieniowanie opuszczające ośrodek silnie rozpraszający przez jego powierzchnię graniczną ma taki sam rozkład kierunkowy natężenia jak źródło Lamberta – co znaczy, że natężenie tego promieniowania maleje z kosinusem kąta między kierunkiem obserwacji a normalną tej powierzchni (patrz praca [51], str. 195).

Innym skutkiem wielokrotnego rozpraszania promieniowania optycznego w ośrodku silnie rozpraszającym jest to, że tylko niewielka ilość fotonów jest w stanie propagować przez ten ośrodek po linii prostej, nie ulegając po drodze rozproszeniu. Tego typu fotony przyjęło się nazywać *fotonami balistycznymi* (patrz rys. 2.4a). Także fotonów (nazwijmy je

fotonami zygzakującymi) ulegających co najwyżej kilkukrotnemu rozpraszaniu i propagujących blisko drogi propagacji fotonów balistycznych jest niewiele. Zdecydowana większość fotonów propaguje przez ośrodek silnie rozpraszający po bardzo złożonych drogach wynikających z wielokrotnego rozpraszania. Tego typu fotony nazywamy *fotonami dyfuzyjnymi*. Czasy propagacji poszczególnych fotonów dyfuzyjnych przez ośrodek silnie rozpraszający, z uwagi na różne drogi, mogą się między sobą znacznie różnić. Powoduje to, że jeżeli do takiego ośrodka wprowadzimy krótki impuls promieniowania optycznego, to przy wyjściu może on ulec znacznemu wydłużeniu (patrz rys. 2.4b).



Rys. 2.4. Propagacja promieniowania optycznego przez ośrodek silnie rozpraszającego. Po najkrótszej drodze propagują fotony balistyczne. Nieco dłuższą drogę pokonują fotony zygzakujące, a zatem ich czas propagacji jest niewiele dłuższy od czasu propagacji fotonów balistycznych. Najdłuższą drogę i czas propagacji mają fotony dyfuzyjne. Skutkiem istnienia fotonów dyfuzyjnych może być znaczne wydłużenie impulsu wyjściowego [331]

W wypadku analizy zjawiska wielokrotnego rozpraszania postępowanie się natężeniem promieniowania jest bardzo niewygodne, gdyż nie opisuje ono kierunku propagacji promieniowania. Dlatego znacznie wygodniej jest posługiwać się *luminancją energetyczną* $L(\mathbf{s}_1)$, definiowaną jako moc promieniowania przypadająca na elementarne pole powierzchni dS ustawionej prostopadle do kierunku \mathbf{s}_1 i na elementarny kąt bryłowy $d\omega_\Omega$, w którym zawarty jest kierunek \mathbf{s}_1 , wyrażoną w $\text{W}/(\text{m}^2\text{sr})$. Czasami w literaturze polskojęzycznej wielkość $L(\mathbf{s}_1)$ nazywana jest *radiancją*, gdyż termin luminancja energetyczna stosowany jest do opisu właściwości powierzchniowych źródeł promieniowania; często też termin radiancja używana jest zamiennie do luminancji energetycznej w obu znaczeniach. Zdaniem Autora takie rozróżnienie nie jest konieczne, gdyż wyznaczając luminancję energetyczną na powierzchni źródła w pierwszym znaczeniu, otrzymujemy luminancję energetyczną w drugim znaczeniu, czyli luminancję energetyczną źródła. W literaturze anglosaskiej zarówno luminancja energetyczna, jak i radiancja (w obu znaczeniach) nazywane są jednym terminem: *radiance*. Jednakże terminem tym (zamiennie z terminem *brightness*) czasami określana jest też (zwłaszcza w radiometrii) gęstość widmowa luminancji energetycznej, której jednostką jest $\text{W}/(\text{m}^2\text{srHz})$.

Punktem startowym do analizy propagacji promieniowania w ośrodku silnie rozpraszającym jest czasowo zależne jednorodnościowe równanie transportu [67]. Równanie to w ogólnym wypadku opisuje zmiany ilości cząstek (w naszym wypadku fotonów) przypadających na elementarną powierzchnię dS , elementarny kąt bryłowy $d\omega_\Omega$ i elementarny przedział czasu dt w funkcji czasu t , położenia opisanego wektorem położenia \mathbf{r} i kierunku propagacji \mathbf{s}_1 . Zmiany te zależą od prędkości propagacji c , rozpraszania opisywanego przez współczynnik rozpraszania $\mu_s(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1)$, absorpcji opisywanej przez współczynnik absorpcji $\mu_a(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1)$, obecności innego strumienia cząstek propagującego w kierunku \mathbf{s}_2 , których rozpraszanie opisywane jest przez funkcję fazową $p(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$ i współczynnikiem rozpraszania

nia $\mu_s(\mathbf{r}, \mathbf{s}_2)$, oraz od ewentualnego źródła cząstek znajdującego się w punkcie opisanym wektorem położenia \mathbf{r} , generującego cząstki w kierunku \mathbf{s}_1 . Ponieważ luminancja energetyczna jest proporcjonalna do średniej ilości fotonów przypadających na elementarną powierzchnię dS , elementarny kąt bryłowy $d\omega_\Omega$ i elementarny przedział czasu dt , równanie transportu wygodnie jest zapisać w postaci:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t)}{\partial t} = -\mathbf{s}_1 \cdot \nabla L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t) - \mu_a(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1) L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t) - \mu_s(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1) L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t) + \mu_s(\mathbf{r}, \mathbf{s}_2) \int_{\Omega} p(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_2, t) d\omega_\Omega \Big|_{\mathbf{s}_2 \in d\omega_\Omega} + \varepsilon_s(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t), \quad (2.190)$$

gdzie $L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t)$ jest luminancją energetyczną wiązki propagującej w kierunku \mathbf{s}_1 , $L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_2, t)$ jest luminancją energetyczną wiązki propagującej w kierunku \mathbf{s}_2 , $\varepsilon_s(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t)$ jest tak zwaną *funkcją źródła* (wyrażoną w $W/(m^3 sr)$), której wartość równa się mocy źródła promieniującego w kierunku \mathbf{s}_1 , znajdującego się w punkcie opisanym wektorem położenia \mathbf{r} , przypadającej na elementarną objętość i elementarny kąt bryłowy (całka po pełnym kącie bryłowym Ω z funkcji źródła równa się mocy źródła $P_s(\mathbf{r}, t)$ przypadającej na elementarną objętość), $d\omega_\Omega$ jest elementarnym kątem bryłowym, w którym zawarty jest kierunek \mathbf{s}_2 , a Ω jest kątem bryłowym pełnym.

Równanie (2.190) jest rozwinięciem równania transportu Boltzmanna podanego w pracach [67, 199], tak aby opisywało ono propagację promieniowania optycznego w ośrodkach niejednorodnych lub anizotropowych. Prócz zaznaczenia, że współczynniki rozpraszania i absorpcji, a także funkcja fazowa mogą zależeć od położenia i kierunków propagacji fotonów, równanie te przy czwartym składniku po prawej stronie ma czynnik $\mu_s(\mathbf{r}, \mathbf{s}_2)$, zamiast czynnika $\mu_t(\mathbf{r}, \mathbf{s}_2)/4\pi$, jak ma to miejsce w pracy [199], z uwagi na inną przyjętą definicję funkcji fazowej (patrz zależność (2.114)). W wypadku pobudzenia ośrodka promieniowaniem stałym, poprzez wstawienie do lewej strony tego równania (2.190) wartości 0 i przyjęciu, że L i L_s są wielkościami niezależnymi od czasu, można użyć czasowo niezależne równanie transportu:

$$\mathbf{s}_1 \cdot \nabla L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1) = -\mu_a(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1) L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1) - \mu_s(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1) L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1) + \mu_s(\mathbf{r}, \mathbf{s}_2) \int_{\Omega} p(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_2) d\omega_\Omega \Big|_{\mathbf{s}_2 \in d\omega_\Omega} + \varepsilon_s(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1). \quad (2.191)$$

Zarówno czasowo zależne, jak i czasowo niezależne równanie transportu pokazuje bilans luminancji energetycznej w danym kierunku \mathbf{s}_1 . Luminancja ta ulega zmniejszeniu na skutek absorpcji i rozpraszania, ale może ulec zwiększeniu na skutek rozpraszania z innych kierunków do kierunku \mathbf{s}_1 albo na skutek istnienia w ośrodku źródeł promieniowania. Wprowadzenie do równań transportu źródeł promieniowania wewnątrz ośrodka silnie rozpraszającego (poprzez funkcję źródła) umożliwi analizę generacji fotonów na przykład na skutek zjawisk fluorescencji lub nieliniowych albo rozpraszania Ramana i ich dalszą propagację. Oczywiście przedstawione tutaj równania transportu (2.190) i (2.191) pomijają zjawisko interferencji promieniowania optycznego i mogą być stosowane do rozpraszania niekoherentnego, kiedy obserwowane efekty rozpraszania dotyczą wiązek, między którymi różnice dróg optycznych są dłuższe od drogi koherencji promieniowania wychodzącego ze źródła (patrz rozdział 6). Analiza rozpraszania koherentnego jest znacznie trudniejsza, gdyż opierać się musi bezpośrednio na równaniach falowych (np. równania Helmholtza (2.31)). Można tu skorzystać z aproksymacji Borna pierwszego i drugiego rzędu z wykorzystaniem bardzo zaawansowanych obliczeń numerycznych [51]. Pełny opis zjawisk związanych

z rozpraszaniem promieniowania optycznego wymaga elementarnego wykorzystania diagramów Feynmana znanych z mechaniki kwantowej. W rezultacie otrzymujemy równanie Dysona dla uśrednionych pól lub równanie Bethe-Salpetera dla funkcji korelacji [143, 200, 278, 417]. Przy rozpraszaniu koherentnym, wykorzystywanym w systemach niskokoherentnych (patrz rozdział 6) w większości wypadków wystarczy uwzględnić tylko rozpraszania pojedyncze, gdyż wielokrotne rozpraszanie szybko doprowadza do dekoherencji promieniowania (a kiedy nawet kilkukrotne rozpraszanie w tych systemach jest analizowane, np. przy analizie spekli, zazwyczaj nie ma potrzeby odwoływać się do aproksymacji Borna).

Rozdział 3

METODY ANALIZY PROPAGACJI PROMIENIOWANIA OPTYCZNEGO W OŚRODKACH SILNIE ROZPRASZAJĄCYCH

3.1. Wprowadzenie

Podstawową trudnością w analizie propagacji promieniowania optycznego w ośrodkach silnie rozpraszających jest ogromna złożoność matematyczna tego problemu. O ile problem analizy pojedynczego rozpraszania promieniowania optycznego na centrum rozpraszania (patrz poprzedni rozdział) został zadawalająco rozwiązany dla obiektów o różnej wielkości w drugiej połowie XIX wieku i w pierwszych latach XX wieku, to pierwsze udane próby rozwiązania problemu propagacji promieniowania w obecności wielokrotnego rozpraszania, mającego miejsce w ośrodkach silnie rozpraszających, zostały przeprowadzone dopiero w XX wieku. Historycznie, problem propagacji promieniowania optycznego w ośrodkach silnie rozpraszających był badany z uwzględnieniem dwóch różnych teorii: pierwsza to „*teoria transportu*”, druga to „*teoria wielokrotnego rozpraszania*”. Początki teorii transportu w zastosowaniu do promieniowania optycznego sięgają roku 1903, w którym A. Schuster opublikował pracę na temat propagacji promieniowania we mgle [369] (w znacznie rozszerzonej formie praca ta została wydana w roku 1905 [368]). Opiera się ona na równaniu transportu Boltzmann (2.190) dla fotonów, które to równanie jest ekwiwalentne do równania transportu Boltzmann znanego z teorii kinetycznej gazów lub transportu neutronów. Przy uwzględnieniu w równaniu transportu Boltzmann wyłącznie fotonów rozproszonych dyfuzyjnie można otrzymać równanie dyfuzji [197, 199]. Na podstawie rozwiązania tego równania otrzymujemy metodę dyfuzji analizy propagacji promieniowania optycznego w ośrodkach silnie rozpraszających. Na bazie tej teorii powstały nowe teorie operujące na dwóch lub większej liczbie strumieni propagujących przez jedną lub większą ilość równoległych warstw ośrodków silnie rozpraszających. Najlepiej znaną teorią należącą do tej grupy jest „metoda dwustrumieniowa” Kubelka-Munka, która została opracowana przez P. Kubelka i F. Munka w 1931 roku [242] i dalej przez nich rozwijana w następnych latach [243–245]. Przy braku założeń upraszczających do równania transportu Boltzmann nie są znane jego rozwiązania analityczne. Rozwiązania tego równania można je znaleźć na drodze symulacji numerycznej metodą Monte Carlo [344, 451].

W teorii wielokrotnego rozpraszania punktem wyjścia jest równanie falowe dla fali rozproszonej na pojedynczym centrum rozpraszania. Przy użyciu tego równania poszukuje się rozwiązań dla wielu centrów rozpraszania, z uwzględnieniem ich statystycznego rozkładu w ośrodku rozpraszającym. Wczesne prace nad tą teorią sięgają roku 1931, kiedy to J. W. Ryde i B. S. Cooper opublikowali prace na temat rozpraszania światła w ośrodkach mętnych [358, 359]. Kontynuację tych prac można znaleźć w pracach [140, 250, 381]. Istotne rozszerzenie do tych prac wniósł V. Twersky w 1964 roku, kiedy to otrzymał zwały zbiór równań całkowych opisujących fizyczne procesy związane z wielokrotnym rozpraszaniem promieniowania optycznego [425]. Odpowiednie całki zostały w nich znalezione przy założeniu, że ośrodek rozpraszający zawiera N centrów rozpraszania i kolejno na tych centrach dochodzi do pojedynczego, podwójnego, potrójnego i tak dalej rozpraszania, i na

podstawie prawdopodobieństwa znalezienia się tych centrów w danym miejscu ośrodka. Mocną stroną tej metody jest to, że umożliwia ona nie tylko znalezienie rozkładu pola elektromagnetycznego przy rozpraszaniu niekoherentnym, ale także przy rozpraszaniu koherentnym. Przejrzyste omówienie tych równań można znaleźć w książce [200].

W analizie propagacji promieniowania optycznego w ośrodkach silnie rozpraszających najszerze zastosowanie znalazły różne metody oparte na teorii transportu i dlatego będą one szerzej omówione w dalszych punktach. Teoria wielokrotnego rozpraszania, z uwagi na ograniczoną ilość do kilku rozprożeń fali, jaką się daje w praktyce przy analizie osiągnąć, ma tutaj ograniczone zastosowanie. Teorię tę można wykorzystać w rozpraszaniu koherentnym (patrz rozdział 6), kiedy chcemy uwzględnić efekty interferencji promieniowania optycznego przy jedno- lub kilkukrotnym rozpraszaniu.

3.2. Metody strumieniowe

Najbardziej znaną i najczęściej stosowaną metodą strumieniową jest metoda dwustrumieniowa, zwana też od twórców metodą Kubelka-Munka. Zakłada ona, że propagację promieniowania optycznego przez warstwę ośrodka silnie rozpraszającego, w której nie występuje odbicie Fresnela promieniowania na granicy ośrodków (czyli gdy współczynnik załamania warstwy równy jest współczynnikowi załamania otaczającego ośrodka), można opisać za pomocą dwóch strumieni promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie $L_+(z)$ i $L_-(z)$, gdzie z jest głębokością, propagujących w przeciwnych kierunkach [16, 242–245] (patrz rys. 3.1). Zakładamy też, że na warstwę pada promieniowanie rozproszone dyfuzyjnie, a proces propagacji promieniowania odbywa się na skutek dyfuzji fotonów, co jest słuszne, jeżeli grubość warstwy jest większa od odwrotności zredukowanego współczynnika rozpraszania μ_s' (patrz definicja (2.188)) (sugeruje się, by ta grubość była co najmniej pięć razy większa od tej odwrotności [295]). W metodzie tej strumienie $L_+(z)$ i $L_-(z)$ są osłabiane na skutek absorpcji i rozpraszania. Każdy z tych strumieni może też być wzmocniony w wyniku rozpraszania strumienia propagującego w przeciwnym kierunku. Proces osłabiania i wzmacniania strumieni można zapisać za pomocą pary równań różniczkowych:

$$\begin{cases} dL_+(z) = [S_{KM}L_-(z) - K_{KM}L_+(z) - S_{KM}L_+(z)]dz \\ dL_-(z) = [S_{KM}L_+(z) - K_{KM}L_-(z) - S_{KM}L_-(z)](-dz) \end{cases}, \quad (3.1)$$

gdzie S_{KM} jest współczynnikiem wstecznego rozpraszania Kubelka-Munka, a K_{KM} jest współczynnikiem absorpcji Kubelka-Munka.

Jak widać z zależności (3.1), współczynniki S_{KM} i K_{KM} mówią nam, jaka część strumienia optycznego przypadająca na dystans dz jest odpowiednio wstecznie rozpraszana lub pochłaniana w warstwie ośrodka silnie rozpraszającego. Jeżeli dla danej warstwy o grubości d zdefiniujemy współczynniki odbicia R_d i transmisji T_d promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie jako:

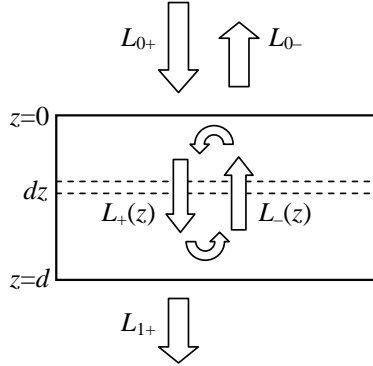
$$R_d = L_0/L_{0+}, \quad (3.2)$$

$$T_d = L_{1+}/L_{0+}, \quad (3.3)$$

gdzie L_{0+} jest natężeniem wiązki padającej, L_{0-} jest natężeniem wiązki odbitej, a L_{1+} jest natężeniem wiązki przechodzącej przez warstwę, wówczas współczynniki S_{KM} i K_{KM} można zdefiniować następująco:

$$S_{\text{KM}} = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{R_d(d)}{d}, \quad (3.4)$$

$$K_{\text{KM}} = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{1 - [R_d(d) + T_d(d)]}{d}. \quad (3.5)$$



Rys. 3.1. Transfer promieniowania optycznego w warstwie silnie rozpraszającej według modelu Kubelka-Munka. L_{0+} jest natężeniem wiązki padającej, L_{0-} jest natężeniem wiązki odbitej, $L_+(z)$ i $L_-(z)$ są natężeniami wiązek propagujących w przeciwnych kierunkach i wymieniających między sobą energię w wyniku rozpraszania, L_{1+} jest natężeniem wiązki przechodzącej, z jest głębokością, a d jest grubością warstwy

Dla rzeczywistej warstwy, dla której znamy grubość d , współczynniki te można wyznaczyć na podstawie zmierzonych współczynników odbicia R_d i transmisji T_d promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie z zależności [155]:

$$S_{\text{KM}} = \frac{1}{bd} \ln \left[\frac{1 - R_d(a-b)}{T_d} \right], \quad (3.6)$$

$$K_{\text{KM}} = (a-1)S_{\text{KM}}, \quad (3.7)$$

gdzie:

$$a = \frac{1 + R_d^2 - T_d^2}{2R_d}, \quad (3.8)$$

$$b = \sqrt{a^2 - 1}. \quad (3.9)$$

W niektórych wypadkach przy wyznaczaniu współczynników S_{KM} i K_{KM} wygodniej jest się posługiwać współczynnikiem R_d dla warstwy o znanej grubości d i współczynnikiem odbicia R_∞ definiowanym jako współczynnik R_d przy grubości d dążącej do nieskończoności, czyli:

$$R_\infty = \lim_{d \rightarrow \infty} R_d(d). \quad (3.10)$$

Korzystając z tego współczynnika, otrzymamy:

$$S_{KM} = \frac{R_{\infty}}{d(1-R_{\infty}^2)} \ln \left[\frac{R_{\infty}(1-R_d R_{\infty})}{R_{\infty}-R_d} \right], \quad (3.11)$$

$$K_{KM} = \frac{1-R_{\infty}}{2d(1+R_{\infty})} \ln \left[\frac{R_{\infty}(1-R_d R_{\infty})}{R_{\infty}-R_d} \right]. \quad (3.12)$$

Dzieląc stronami równanie (3.12) przez (3.11), otrzymamy:

$$\frac{K_{KM}}{S_{KM}} = \frac{(1-R_{\infty})^2}{2R_{\infty}}. \quad (3.13)$$

Znając dla danej warstwy o grubości d współczynniki S_{KM} i K_{KM} ośrodka, z którego wykonana jest warstwa, i natężenie wiązki padającej L_{0+} , a także przyjmując warunki brzegowe $L_+(0)=L_{0+}$ i $L_-(d)=0$ oraz zakładając, że każda z tych wiązek jest superpozycją dwóch eksponencjalnych funkcji głębokości z , natężenia wiązek $L_+(z)$ i $L_-(z)$ można łatwo znaleźć dla dowolnej wartości z przez rozwiązanie układu równań (3.1). Stąd znając $L_-(0)$ i $L_+(d)$ oraz dzieląc te wielkości przez L_{0+} , otrzymamy [74, 433]:

$$R_d = \frac{\sinh(S_{KM}bd)}{a \cosh(S_{KM}bd) + b \sinh(S_{KM}bd)}, \quad (3.14)$$

$$T_d = \frac{b}{a \cosh(S_{KM}bd) + b \sinh(S_{KM}bd)}, \quad (3.15)$$

gdzie wielkość b dana jest zależnością (3.9), a wielkość a wyznaczamy z zależności (3.7), co daje:

$$a = 1 + K_{KM} / S_{KM}. \quad (3.16)$$

Przy grubości warstwy dążącej do nieskończoności otrzymamy [293]:

$$R_{\infty} = 1 + \frac{K_{KM}}{S_{KM}} - \sqrt{\left(\frac{K_{KM}}{S_{KM}}\right)^2 + 2 \frac{K_{KM}}{S_{KM}}}. \quad (3.17)$$

Znając współczynniki R_d i R_{∞} , współczynnik T_d można wyznaczyć z zależności:

$$T_d = \sqrt{1 + R_d^2 - \frac{R_d}{R_{\infty}}(1 + R_{\infty}^2)}. \quad (3.18)$$

Jak widać z zależności (3.6)–(3.12), metoda Kubelka-Munka umożliwia łatwe wyznaczenie współczynników materiałowych badanego ośrodka, jakimi są współczynniki S_{KM} i K_{KM} , na podstawie pomiaru współczynników odbicia R_d i transmisji T_d promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie warstwy o znanej grubości d .

Dla obiektów o innym kształcie niż pojedyncza warstwa lub przy dowolnym pobudzeniu (w tym pobudzeniu impulsowym) znacznie bardziej przydatne od współczynników S_{KM} i K_{KM} są: współczynnik absorpcji μ_a i zredukowany współczynnik rozpraszania μ_s' (patrz punkt 2.3). Wyznaczenie tych współczynników na podstawie współczynników S_{KM} i K_{KM} nie jest proste, gdyż nie istnieją jawne związki między współczynnikami μ_a i μ_s' a współczynnikami S_{KM} i K_{KM} , co jest jedną z największych wad metody Kubelka-Munka. Istnieje

jednak wiele metod przybliżonych, pozwalających na wyznaczenie współczynników μ_a i μ_s' na podstawie znajomości współczynników S_{KM} i K_{KM} i na odwrót. Pierwsze takie przybliżenie podał jeden z twórców metody Kubelka-Munka – mianowicie M. Kubelka w 1948 roku przyjął, że: $S_{KM} = 2\mu_s'$ oraz $K_{KM} = 2\mu_a$ [243], co – jak zobaczymy dalej – jest przybliżeniem bardzo niedokładnym. W 1972 roku K. Klier zaproponował, aby współczynnik absorpcji μ_a i zredukowany współczynnik rozpraszania μ_s' były proporcjonalne do współczynników S_{KM} i K_{KM} , to jest, by [234]:

$$\mu_a = \eta K_{KM}, \quad (3.19)$$

$$\mu_s' = \chi S_{KM}, \quad (3.20)$$

gdzie współczynniki η i χ zależą od stosunku K_{KM}/S_{KM} w taki sposób, by metoda Kubelka-Munka dawała rozwiązania identyczne z rozwiązaniami otrzymywanymi z równania transportu (2.191). Współczynniki η i χ można wyznaczyć ze współczynników μ_a i μ_s' , korzystając z tablic zawartych w pracy [234] lub wykresów zawartych w pracy [155]. Z tych tablic i wykresów wynika, że jeżeli stosunek K_{KM}/S_{KM} zmieniać będziemy od zera do nieskończoności, wówczas współczynnik η będzie się zmieniać od $\frac{3}{4}$ do 3,2589, natomiast współczynnik χ będzie się zmieniać od $\frac{1}{2}$ do 1. Dla konkretnych wartości K_{KM}/S_{KM} współczynniki η i χ można też wyznaczyć, korzystając z modelowania numerycznego opartego na metodzie Monte Carlo (patrz punkt 3.4), metodą dopasowywania współczynników μ_a i μ_s' tak, by współczynniki R_d i T_d uzyskane za pomocą tego modelowania były identyczne ze współczynnikami uzyskanymi na podstawie zależności odpowiednio (3.14) i (3.15).

Udaną próbę wyznaczenia współczynników η i χ dla ośrodków silnie rozpraszających dla izotropowego rozpraszania (to jest, gdy funkcja fazowa rozpraszania $p(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$ nie zależy od kierunków fali padającej \mathbf{s}_1 i rozproszonej \mathbf{s}_2 – patrz punkt 2.2.2) uzyskali w 1979 roku W. E. Meador i W. R. Weaver [285]. Wychodząc z równania dyfuzji (które będzie omówione w następnym punkcie), otrzymali oni na drodze analitycznej następujące zależności:

$$\chi = \frac{2\eta(1-c_a)(16\eta-3)}{15\eta^2 - c_a(16\eta-3)}, \quad (3.21)$$

$$\eta = \frac{77 + 55c_a + 35\sqrt{1 + \frac{2c_a}{35} + \frac{121c_a^2}{49}}}{224}, \quad (3.22)$$

gdzie:

$$c_a = \frac{\mu_a}{\mu_a + \mu_s'}. \quad (3.23)$$

Dla ośrodków silnie rozpraszających dobrym przybliżeniem są zależności:

$$S_{KM} = \frac{3}{4}\mu_s' - \frac{1}{4}\mu_a, \quad (3.24)$$

$$K_{KM} = 2\mu_a, \quad (3.25)$$

podane w 1987 roku przez M. J. C. van Gemerta i W. M. Stara [156]. Zależności te mogą być podstawą do wyznaczenia pierwszego przybliżenia współczynników μ_a i μ_s' we wspomnianej wyżej metodzie dopasowywania.

Z uwagi na dość duże ograniczenia metody Kubelka-Munka, było wiele udanych prób jej modyfikacji, by usunąć część tych ograniczeń. Do tych modyfikacji należą metody uwzględniające odbicia na granicy warstwy i otaczającego ją ośrodka przez zmianę warunków brzegowych wykorzystywanych podczas rozwiązywania układu równań (3.1) [143, 243, 293] oraz metody uwzględniające niejednorodności ośrodka poprzez zastąpienie jednej warstwy niejednorodnej wieloma warstwami jednorodnymi (takie rozszerzenie zaproponował jeden z twórców teorii Kubelka-Munka [244]) lub poprzez zastąpienie w układzie równań (3.1) stałych współczynników S_{KM} i K_{KM} współczynnikami, które zmieniają się wraz z głębokością z (czyli współczynnikami $S_{KM}(z)$ i $K_{KM}(z)$) [418]. W ostatnim wypadku do opisu propagacji promieniowania optycznego w warstwie otrzymujemy zamiast jednorodnych (patrz układ (3.1)) układ niejednorodnych liniowych równań różniczkowych, który najczęściej możemy rozwiązać tylko metodami numerycznymi.

Do istotnych modyfikacji metody Kubelka-Munka należy wprowadzenie dodatkowych strumieni promieniowania optycznego występujących w warstwie. Szczególne znaczenie ma tu metoda czterostrumieniowa, w której obok dwóch strumieni reprezentujących promieniowanie rozproszone dyfuzyjnie występują dwa dodatkowe strumienie związane z promieniowaniem skolimowanym [199, 215, 295]. Są też metody wielostrumieniowe, pozwalające uwzględnić większą liczbę zjawisk związanych z warunkami brzegowymi przez możliwości symulowania pobudzenia warstwy wiązkami o różnych rozkładach kątowych funkcji luminancji [295]. Przykład metody siedmiustrumieniowej, w której sześć strumieni reprezentuje promieniowanie rozproszone w trzech ortogonalnych kierunkach (w każdym kierunku uwzględnione są dwa strumienie promieniowania optycznego dla dwóch przeciwnych zwrotów), oraz jeden strumień promieniowania skolimowanego, pochodzący od źródła, można znaleźć w pracy [477]. Metody wielostrumieniowe pozwalają też uwzględnić konwersję energii z jednej długości fali do innej, np. na skutek zjawiska fluorescencji [294].

Korzystając z metod strumieniowych, należy pamiętać, że są to metody mało dokładne, nadające się jedynie do analizy propagacji promieniowania w ośrodkach warstwowych promieniowania o stałym natężeniu. Głównym źródłem błędów współczynników rozpraszania lub transmisji promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie wyznaczonych za pomocą tych metod są często trudne do spełnienia warunki brzegowe. W praktyce omawiane tutaj błędy wynosić mogą od kilku do kilkunastu procent. Z uwagi na małą dokładność i znaczne upowszechnienie się komputerów, wspomniana prostota obliczeń z wykorzystaniem metod strumieniowych nie powinna być w chwili obecnej głównym argumentem w ich szerszym stosowaniu. Opisane w następnych punktach metody charakteryzują się bowiem znacznie większą elastycznością odnośnie do wymaganych warunków brzegowych oraz dokładnością obliczeń, przy akceptowalnej złożoności obliczeniowej dla współczesnych, powszechnie dostępnych komputerów.

3.3. Metoda dyfuzji

Jeżeli do ośrodka silnie rozpraszającego wprowadzimy skolimowaną wiązkę promieniowania optycznego, to na skutek wielokrotnego rozpraszania i absorpcji jej energia będzie szybko malała, za to pojawi się w tym ośrodku wiązka rozproszona. Możemy więc zapisać, że luminancja energetyczna promieniowania optycznego w ośrodku silnie rozpraszającym $L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t)$ jest sumą luminancji energetycznej wiązki skolimowanej $L_c(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t)$ i rozproszonej $L_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t)$, to jest [197, 199]:

$$L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t) = L_c(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t) + L_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t). \quad (3.26)$$

gdzie \mathbf{r} jest wektorem położenia, \mathbf{s}_1 jest kierunkiem, a t jest czasem.

Do opisu propagacji promieniowania rozproszonego w ośrodku silnie rozpraszającym wygodnie wprowadzić gęstość strumienia promieniowania $\mathbf{F}_d(\mathbf{r}, t)$, będącą wielkością wektorową wyrażoną w W/m^2 i zdefiniowaną jako:

$$\mathbf{F}_d(\mathbf{r}, t) = \int_{\Omega} L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t) \mathbf{s}_1 d\omega_{\Omega} \Big|_{\mathbf{s}_1 \in d\omega_{\Omega}}, \quad (3.27)$$

gdzie $L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t)$ jest luminancja energetyczną wiązki propagującej w kierunku \mathbf{s}_1 , $d\omega_{\Omega}$ jest elementarnym kątem bryłowym, w którym zawarty jest kierunek \mathbf{s}_1 , a Ω jest kątem bryłowym pełnym.

W wyniku wielokrotnego rozpraszania promieniowanie rozproszone staje się promieniowaniem jednorodnie rozproszonym na wszystkie możliwe kierunki. Otrzymujemy więc promieniowanie, w którym luminancja energetyczna nie zależy od kierunku. Tego typu promieniowanie nazywamy *promieniowaniem dyfuzyjnym*. Do opisu propagacji promieniowania dyfuzyjnego w danym punkcie ośrodka silnie rozpraszającego opisanym wektorem położenia \mathbf{r} i w danym czasie t użytecznymi wielkościami są średni $U_d(\mathbf{r}, t)$ i całkowity strumień $\Phi(\mathbf{r}, t)$ promieniowania optycznego (oba wyrażone w W/m^2) wychodzącego z tego punktu. Wielkości te można obliczyć z zależności:

$$U_d(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t) d\omega_{\Omega} \Big|_{\mathbf{s}_1 \in d\omega_{\Omega}}, \quad (3.28)$$

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \int_{\Omega} L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t) d\omega_{\Omega} \Big|_{\mathbf{s}_1 \in d\omega_{\Omega}} = 4\pi U_d(\mathbf{r}, t). \quad (3.29)$$

Zwróćmy uwagę, że chociaż $\mathbf{F}_d(\mathbf{r}, t)$, $U_d(\mathbf{r}, t)$ i $\Phi(\mathbf{r}, t)$ mierzymy w tych samych jednostkach, pierwsza wielkość jest wektorem, a pozostałe dwie wielkości są skalarami.

W ośrodku silnie rozpraszającym luminancja energetyczna $L_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t)$ dla fotonów rozproszonych, występująca w zależności (3.26) szybko (to jest na dystansie kilku odwrotności z_0 – patrz zależność (2.189)) dąży w miarę głębokości wnikania składowej skolimowanej do luminancji, jaką ma promieniowanie dyfuzyjne. Dlatego też luminancję energetyczną $L_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t)$ możemy przedstawić jako ciąg harmonik sferycznych o szybko zmniejszających się kolejnych wyrazach tego ciągu [56, 67, 195, 197, 199, 256]:

$$L_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(\mathbf{r}) P_n(\cos\theta) = U_d(\mathbf{r}, t) + \frac{3}{4\pi} \mathbf{F}_d(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{s}_1 + \dots = \frac{1}{4\pi} \Phi(\mathbf{r}, t) + \frac{3}{4\pi} \mathbf{F}_d(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{s}_1 + \dots, \quad (3.30)$$

gdzie θ jest kątem między kierunkiem \mathbf{s}_1 a kierunkiem wektora $\mathbf{F}_d(\mathbf{r}, t)$, $U_n(\mathbf{r})$ jest amplitudą n -tej harmoniki, $P_n(\dots)$ jest wielomianem Legendre'a stopnia n (postać i właściwości tych wielomianów można znaleźć w książce [18]).

Ograniczając się do pierwszych dwóch wyrazów tego ciągu, otrzymamy [197, 199]:

$$L_d(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t) \cong \frac{1}{4\pi} \Phi(\mathbf{r}, t) + \frac{3}{4\pi} \mathbf{F}_d(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{s}_1. \quad (3.31)$$

Podstawiając (3.31) do równania transportu Boltzmanna (2.190) i zakładając, że ośrodek silnie rozpraszający jest ośrodkiem izotropowym, otrzymamy czasowo zależne równanie dyfuzji dla promieniowania optycznego [148, 196, 197, 199, 200, 223]:

$$\nabla \cdot [D(\mathbf{r}) \nabla \Phi(\mathbf{r}, t)] - \mu_a(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\varepsilon_s(\mathbf{r}, t), \quad (3.32)$$

gdzie c jest prędkością propagacji promieniowania optycznego w ośrodku, t jest czasem, $\mu_a(\mathbf{r})$ jest współczynnikiem absorpcji, $D(\mathbf{r})$ jest *współczynnikiem dyfuzji* definiowanym jako:

$$D(\mathbf{r}) = \frac{1}{3(\mu_a(\mathbf{r}) + \mu_s'(\mathbf{r}))} = \frac{1}{3[\mu_a(\mathbf{r}) + (1-g(\mathbf{r}))\mu_s(\mathbf{r})]}, \quad (3.33)$$

gdzie $\mu_s(\mathbf{r})$ jest współczynnikiem rozpraszania, a $g(\mathbf{r})$ jest współczynnikiem anizotropii rozpraszania (patrz zależność (2.116)), natomiast $\varepsilon_s(\mathbf{r}, t)$ jest funkcją źródła promieniowania dyfuzyjnego (wyrażoną w $W/(m^3sr)$ – patrz zależność (2.190)); ponieważ źródło dyfuzyjne generuje promieniowanie we wszystkie kierunki jednakowo, znając moc źródła $P_s(\mathbf{r}, t)$ przypadającą na elementarną objętość, funkcję źródła można wyznaczyć z zależności:

$$\varepsilon_s(\mathbf{r}, t) = \frac{P_s(\mathbf{r}, t)}{4\pi}. \quad (3.34)$$

W wypadku pobudzenia ośrodka promieniowaniem stałym, z równania (3.32) otrzymujemy czasowo niezależne równanie dyfuzji dla promieniowania optycznego:

$$\nabla \cdot [D(\mathbf{r})\nabla\Phi(\mathbf{r})] - \mu_a(\mathbf{r})\Phi(\mathbf{r}) = -\varepsilon_s(\mathbf{r}). \quad (3.35)$$

Z równania (3.35) wynika, że gdy taki ośrodek będzie dodatkowo ośrodkiem bezstratnym (to jest, gdy $\mu_a(\mathbf{r})=0$ dla każdego \mathbf{r}), wówczas, przy pobudzeniu tego ośrodka promieniowaniem ciągłym, w każdym punkcie, w którym nie występuje źródło fotonów dyfuzyjnych, strumień $\Phi(\mathbf{r}, t)$ musi spełniać równanie Laplace'a:

$$\nabla^2\Phi(\mathbf{r}) = 0. \quad (3.36)$$

Zwróćmy uwagę, że ze względu na liniowość równań dyfuzji całkowity strumień promieniowania optycznego $\Phi(\mathbf{r}, t)$, wychodzący z punktu opisanym wektorem położenia \mathbf{r} liniowo, zależy od *gęstości energii* $\Phi_V(\mathbf{r}, t)$ (wyrażonej w J/m^3) w tym punkcie (gęstość ta jest proporcjonalna do liczby fotonów w tym punkcie). Gęstość tę można obliczyć z zależności [199]:

$$\Phi_V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \int_{\Omega} L(\mathbf{r}, \mathbf{s}_1, t) d\omega_{\Omega} \Big|_{\mathbf{s}_1 \in d\omega_{\Omega}} = \frac{1}{c} \Phi(\mathbf{r}, t). \quad (3.37)$$

Dlatego też w literaturze często można spotkać równanie dyfuzji promieniowania optycznego w ośrodku silnie rozpraszającym, operujące niecałkowitym strumieniem tego promieniowania, ale gęstością energii $\Phi_V(\mathbf{r}, t)$ (lub gęstością fotonów $\Phi_f(\mathbf{r}, t) = \Phi_V(\mathbf{r}, t)/(h\nu)$, gdzie h jest stałą Plancka, a ν jest częstotliwością promieniowania) [21, 27, 135, 223, 291]. Podstawiając $\Phi(\mathbf{r}, t) = c\Phi_V(\mathbf{r}, t)$ do równań (3.32) i (3.35), otrzymamy:

$$\nabla \cdot [D'(\mathbf{r})\nabla\Phi_V(\mathbf{r}, t)] - c\mu_a(\mathbf{r})\Phi_V(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial\Phi_V(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\varepsilon_s(\mathbf{r}, t), \quad (3.38)$$

$$\nabla \cdot [D'(\mathbf{r})\nabla\Phi_V(\mathbf{r})] - c\mu_a(\mathbf{r})\Phi_V(\mathbf{r}) = -\varepsilon_s(\mathbf{r}), \quad (3.39)$$

gdzie:

$$D'(\mathbf{r}) = cD(\mathbf{r}) \quad (3.40)$$

jest współczynnikiem o wymiarze m^2/s , który w literaturze, podobnie jak $D(\mathbf{r})$, także nazywany jest współczynnikiem dyfuzji.

Z dyfuzją cząstek nierozłącznie związane są pierwsze i drugie prawo Ficka. W wypadku promieniowania optycznego pierwsze prawo Ficka opisuje przepływ energii wywo-

łany gradientem całkowitego strumienia $\Phi(\mathbf{r})$ tego promieniowania lub gęstości energii $\Phi_V(\mathbf{r})$, co możemy zapisać jako:

$$\mathbf{J}_d(\mathbf{r}) = -D(\mathbf{r})\nabla\Phi(\mathbf{r}), \quad (3.41)$$

$$\mathbf{J}_d(\mathbf{r}) = -D'(\mathbf{r})\nabla\Phi_V(\mathbf{r}), \quad (3.42)$$

gdzie wielkość wektorowa $\mathbf{J}_d(\mathbf{r})$ jest gęstością strumienia mocy promieniowania dyfuzyjnego wyrażoną W/m^2 (zwrot wektora $\mathbf{J}_d(\mathbf{r})$ mówi nam o kierunku rozchodzenia się energii promieniowania optycznego w ośrodku silnie rozpraszającym).

Drugie prawo Ficka stosuje się do sytuacji, gdy lokalny strumień $\Phi(\mathbf{r}, t)$ lub gęstość energii $\Phi_V(\mathbf{r}, t)$ zmienia się lokalnie w czasie, co możemy zapisać następująco:

$$\frac{\partial\Phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \nabla \cdot [D(\mathbf{r})\nabla\Phi(\mathbf{r}, t)], \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial\Phi_V(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \nabla \cdot [D'(\mathbf{r})\nabla\Phi_V(\mathbf{r}, t)]. \quad (3.44)$$

Przedstawione prawa Ficka są konsekwencjami równań dyfuzji i wyrażają zasadę zachowania energii.

Poszukiwanie rozwiązań analitycznych czasowo zależnego równania dyfuzji w ogólnym wypadku jest zadaniem bardzo trudnym, a rozwiązywanie tego równania metodami numerycznymi jest niezwykle czasochłonne. Zauważmy, że czasowo zależne równanie dyfuzji należy do klasy równań różniczkowych cząstkowych liniowych, co oznacza, że możemy rozwiązywać je, stosując zasadę superpozycji. Dlatego też problem rozwiązywania takich równań można sprowadzić do analogicznego problemu rozwiązywania równań całkowych poprzez wykorzystanie formalizmu funkcji Greena [59]. W naszym wypadku będą to funkcje Greena $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$, które spełniają równanie dyfuzji:

$$\nabla \cdot [D(\mathbf{r})\nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)] - \mu_a(\mathbf{r})G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) - \frac{1}{c} \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)}{\partial t} = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t), \quad (3.45)$$

gdy funkcja źródła jest deltą Diraca $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t)$ (to jest, gdy $\varepsilon_s(\mathbf{r}, t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t)$), gdzie \mathbf{r} i \mathbf{r}' są wektorami położenia dowolnych punktów należących do ośrodka silnie rozpraszającego, przy czym punkt, w którym znajduje się punktowe źródło fotonów dyfuzyjnych, opisywane jest wektorem \mathbf{r}' .

Znając funkcje Greena dla dowolnego \mathbf{r}' , ogólne rozwiązanie $\Phi(\mathbf{r}, t)$ dla dowolnej funkcji źródła $\varepsilon_s(\mathbf{r}, t)$ otrzymamy na podstawie całki po całej objętości ośrodka silnie rozpraszającego splotu funkcji źródła $\varepsilon_s(\mathbf{r}, t)$ i funkcji Greena $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$, czyli:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \int_{\Omega_V} \int_0^t \varepsilon_s(\mathbf{r}', t') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t - t') d\mathbf{r}' dt'. \quad (3.46)$$

Wyprowadzenia funkcji Greena dla równania dyfuzji ośrodków bezstratnych (to jest dla ośrodków, w których $\mu_a(\mathbf{r}) = 0$) dla wielu różnych warunków brzegowych (np. w nieograniczonej przestrzeni, półprzestrzeni, warstwie, cylindrze, kuli, stożku) zostały dokonane przez H. S. Carslawa i J. C. Jaeger [66]. W pracy [21] można znaleźć dowód, że jeżeli znana jest funkcja Greena dla jednorodnego i izotropowego ośrodka bezstratnego, to mnożąc ją przez czynnik $\exp(-\mu_a ct)$, otrzymujemy funkcję Greena dla ośrodka stratnego.

Dla nieograniczonego i jednorodnego ośrodka izotropowego funkcja Greena:

$$G_{\text{inf}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = \frac{c \exp\left[-\left(\frac{r^2}{4Dct} + \mu_a ct\right)\right]}{(4\pi Dct)^{\frac{3}{2}}}, \quad t > 0, \quad (3.47)$$

gdzie r jest odległością między punktami opisywanymi wektorami położenia \mathbf{r} i \mathbf{r}' , to jest:

$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}, \quad (3.48)$$

a x, y, z oraz x', y', z' są współrzędnymi wektorów położenia odpowiednio \mathbf{r} i \mathbf{r}' , została znaleziona przez S. Chandrasekhara w 1943 roku [69].

W wypadku ośrodków ograniczonych, przy rozwiązywaniu równania dyfuzji należy uwzględnić warunki brzegowe. Przy braku odbić Fresnela na powierzchni granicznej ośrodka Ω_S silnie rozpraszającego, na powierzchni tej przyjmuje się warunek brzegowy Dirichleta [310, 343, 372]:

$$\forall \mathbf{r} \in \Omega_S \quad \Phi(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (3.49)$$

Z fizycznego punktu widzenia jest to tożsame z sytuacją, że ośrodek silnie rozpraszający jest otoczony medium doskonale absorbującym promieniowanie optyczne. Warunek brzegowy Neumanna:

$$\forall \mathbf{r} \in \Omega_S \quad \partial\Phi(\mathbf{r}, t)/\partial\mathbf{n} = 0, \quad (3.50)$$

gdzie \mathbf{n} jest wektorem normalnym do powierzchni granicznej, stosowany jest przy rozwiązywaniu równania dyfuzji tylko w szczególnych wypadkach [343]. Oznacza to, że przy rozwiązywaniu równania dyfuzji z wykorzystaniem formalizmu funkcji Greena przy warunku brzegowym Dirichleta będziemy poszukiwać takich funkcji Greena $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$, które na granicy ośrodka przyjmują wartość zero, to jest $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = 0$, gdy \mathbf{r} jest wektorem wodzącym punktu leżącego na granicy ośrodka. W poszukiwaniu funkcji Greena, które spełniają ten warunek, bardzo przydatna jest metoda z wykorzystaniem obrazów źródeł punktowych leżących poza ośrodkiem silnie rozpraszającym [110]. W wypadku przestrzeni łatwo zauważyć, że gdy funkcją źródła będzie dipol w postaci sumy dwóch delt Diraca $\delta(x-x', y-y', z-z', t)$ i $-\delta(x-x', y-y', z+z', t)$, to zgodnie z zasadą superpozycji strumieni $\Phi(\mathbf{r}, t)$ w dowolnym punkcie tej przestrzeni, będzie sumą dwóch strumieni, z których każdy będzie równy iloczynowi funkcją Greena (3.47) i delty Diraca $\delta(x-x', y-y', z-z', t)$ dla pierwszego strumienia lub delty Diraca $-\delta(x-x', y-y', z+z', t)$ dla drugiego strumienia. Zauważmy, że dla $z=0$, wartość strumienia $\Phi(\mathbf{r}, t) = 0$. Korzystając z tego faktu, funkcja Greena ośrodka izotropowego i jednorodnego wypełniającego półprzestrzeń $z \geq 0$ wynosi:

$$G_{\text{half}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = \frac{c \exp\left[-\left(\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}{4Dct} + \mu_a ct\right)\right]}{(4\pi Dct)^{\frac{3}{2}}} + \frac{-c \exp\left[-\left(\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}{4Dct} + \mu_a ct\right)\right]}{(4\pi Dct)^{\frac{3}{2}}}, \quad t > 0, \quad (3.51)$$

gdzie punkty opisywane wektorami położenia \mathbf{r} i \mathbf{r}' leżą w półprzestrzeni $z \geq 0$.

Otrzymaną funkcję $G_{\text{half}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$ łatwo przekształcić do prostszej postaci

$$G_{\text{half}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = \frac{c}{(4\pi Dct)^{\frac{3}{2}}} \exp(-\mu_a ct) \left\{ \exp\left[-\left(\frac{\rho^2 + (z-z')^2}{4Dct}\right)\right] - \exp\left[-\left(\frac{\rho^2 + (z+z')^2}{4Dct}\right)\right] \right\}, \quad t > 0, \quad (3.52)$$

gdzie:

$$\rho = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}. \quad (3.53)$$

Korzystając z funkcji Greena $G_{\text{half}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$ daną zależnością (3.52), M. S. Patterson *et al.* [314] w 1989 roku obliczyli funkcje $R_{\infty\text{-pt}}(\rho, t)$, $R_{\text{d-pt}}(\rho, t)$ i $T_{\text{d-pt}}(\rho, t)$ (o wymiarach $1/(\text{m}^2\text{s})$), opisujące stosunek gęstości powierzchniowej mocy promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie, opuszczającego przez powierzchnię graniczną ośrodka silnie rozpraszającego, do energii impulsu o nieskończenie krótkim czasie trwania padającego, prostopadle na powierzchnię graniczną $z=0$ tego ośrodka w punkcie o współrzędnych $x'=0$, $y'=0$, $z'=0$ i w czasie $t=0$ (z matematycznego punktu widzenia pobudzenie takie opisywane jest impulsem Diraca $\delta(x, y, z, t)$ promieniowania skolimowanego o kierunku zgodnym z osią z), przy założeniu, że nie występuje odbicie Fresnela promieniowania na granicy ośrodków. Zauważyli oni, że w dostatecznie dużej odległości od miejsca wprowadzenia promieniowania w postaci wiązki skolimowanej do nieograniczonego, izotropowego i jednorodnego ośrodka silnie rozpraszającego całkowity strumień promieniowania optycznego $\Phi(\mathbf{r}, t)$ jest bardzo zbliżony do całkowitego strumienia, jaki uzyskalibyśmy z punktowego źródła promieniowania dyfuzyjnego o tej samej mocy, co wiązki skolimowanej, umieszczonego na osi tej wiązki i w odległości z_0 od miejsca wprowadzenia promieniowania. Zatem dla wiązki skolimowanej opisanej za pomocą impulsu Diraca $\delta(x, y, z, t)$, całkowity strumień optyczny $\Phi(\mathbf{r}, t)$ w półprzestrzeni wypełnionej ośrodkiem silnie rozpraszającym, na podstawie zależności (3.46), (3.50) i (3.52) wynosi:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{c}{(4\pi Dct)^{\frac{3}{2}}} \exp(-\mu_a ct) \left\{ \exp\left[-\left(\frac{\rho^2 + (z-z_0)^2}{4Dct}\right)\right] - \exp\left[-\left(\frac{\rho^2 + (z+z_0)^2}{4Dct}\right)\right] \right\} E_D, \quad t > 0, \quad (3.54)$$

gdzie E_D jest energią impulsu Diraca $\delta(x, y, z, t)$ (w układzie SI $E_D = 1 \text{ J}$).

Korzystając z pierwszego prawa Ficka (patrz zależność (3.41)) dla strumienia $\Phi(\rho, z=0, t)$, otrzymujemy gęstość strumienia mocy promieniowania dyfuzyjnego $\mathbf{J}_d(\rho, z=0, t)$ na powierzchni granicznej ośrodka silnie rozpraszającego $z=0$. Poszukiwaną funkcję:

$$R_{\infty\text{-pt}}(\rho, t) = \frac{z_0 \exp\left[-\left(\mu_a ct + \frac{\rho^2 + z_0^2}{4Dct}\right)\right]}{(4\pi Dc)^{\frac{3}{2}} t^{\frac{5}{2}}} \quad (3.55)$$

otrzymamy przez podzielenie $|\mathbf{J}_d(\rho, z=0, t)|$ przez E_D [314].

W wypadku warstwy warunek $\Phi(\mathbf{r}, t) = 0$ powinien dotyczyć obu jej powierzchni granicznych, to jest dla $z=0$ i dla $z=d$, gdzie d jest grubością warstwy. Aby ten warunek osiągnąć, na osi z należy umieścić nie tylko identyczny dipol, dla której $\rho=0$, jak dla półprzestrzeni, ale także na tej samej osi dodatkowe identyczne dipole o tej samej orientacji,

których środki znajdują się w punktach, dla których $z = \dots, -6d, -4d, -2d$ oraz $z = 2d, 4d, 6d, \dots$, jeżeli liczymy $R_{d_pt}(\rho, t)$. W wypadku wyznaczania funkcji $T_{d_pt}(\rho, t)$ środki tych dipoli powinny znajdować się w punktach, dla których $z = \dots, -5d, -3d, -d, d, 3d, 5d, \dots$. Postępując podobnie jak dla półprzestrzeni, czyli wyznaczając strumień $\Phi(\mathbf{r}, t)$ pochodzący od tych dipoli na powierzchni granicznej warstwy i korzystając z prawa Ficka, otrzymujemy następujące zależności na funkcje $R_{d_pt}(\rho, t)$ i $T_{d_pt}(\rho, t)$ [314]:

$$R_{d_pt}(\rho, t) = \frac{\exp\left[-\left(\mu_a ct + \frac{\rho^2}{4Dct}\right)\right]}{(4\pi Dc)^{\frac{3}{2}} t^{\frac{5}{2}}} \left\{ z_0 \exp\left(\frac{-z_0^2}{4Dct}\right) + \sum_{i=1}^{\infty} \left[z_{+i'} \exp\left(\frac{-z_{+i'}^2}{4Dct}\right) - z_{-i'} \exp\left(\frac{-z_{-i'}^2}{4Dct}\right) \right] \right\}, \quad (3.56)$$

$$T_{d_pt}(\rho, t) = \frac{-\exp\left[-\left(\mu_a ct + \frac{\rho^2}{4Dct}\right)\right]}{(4\pi Dc)^{\frac{3}{2}} t^{\frac{5}{2}}} \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \left[z_{+i} \exp\left(\frac{-z_{+i}^2}{4Dct}\right) - z_{-i} \exp\left(\frac{-z_{-i}^2}{4Dct}\right) \right] \right\}, \quad (3.57)$$

gdzie:

$$z_{+i'} = 2id + z_0, \quad (3.58)$$

$$z_{-i'} = 2id - z_0, \quad (3.59)$$

$$z_{+i} = (2i + 1)d + z_0, \quad (3.60)$$

$$z_{-i} = (2i + 1)d - z_0, \quad (3.61)$$

są współrzędnymi z punktowych źródeł promieniowania dyfuzyjnego wchodzących w skład dipoli.

Otrzymane funkcje $R_{\infty_pt}(\rho, t)$, $R_{d_pt}(\rho, t)$ i $T_{d_pt}(\rho, t)$ mogą posłużyć do wyznaczenia szeregu innych bardzo użytecznych funkcji opisujących właściwości transmisyjne ośrodków silnie rozpraszających, wypełniających półprzestrzeń lub warstwę. Korzystając z funkcji $erf(x)$ (powszechnie znanej pod nazwą *funkcji błędu Gaussa*), definiowanej jako:

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-x'^2) dx' \quad (3.62)$$

i wiedząc, że $erf(\infty) = 1$, całkując prawe strony zależności (3.55)–(3.57) po odległości ρ od zera do nieskończoności, można łatwo otrzymać funkcje (o wymiarze 1/s):

$$R_{\infty_t}(t) = \frac{z_0 \exp\left[-\left(\mu_a ct + \frac{z_0^2}{4Dct}\right)\right]}{\sqrt{4\pi Dc t^2}}, \quad (3.63)$$

$$R_{d_t}(t) = \frac{\exp(-\mu_a ct)}{\sqrt{4\pi Dc t^2}} \left\{ z_0 \exp\left(\frac{-z_0^2}{4Dct}\right) + \sum_{i=1}^{\infty} \left[z_{+i'} \exp\left(\frac{-z_{+i'}^2}{4Dct}\right) - z_{-i'} \exp\left(\frac{-z_{-i'}^2}{4Dct}\right) \right] \right\}, \quad (3.64)$$

$$T_{d,t}(t) = \frac{-\exp(-\mu_a ct)}{\sqrt{4\pi Dct^2}^{\frac{3}{2}}} \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \left[z_{+i} \exp\left(\frac{-z_{+i}^2}{4Dct}\right) - z_{-i} \exp\left(\frac{-z_{-i}^2}{4Dct}\right) \right] \right\}, \quad (3.65)$$

opisujące stosunek mocy całkowitej promieniowania rozproszonego do energii E_D impulsu Diraca $\delta(x, y, z, t)$ wiązki skolimowanej padającej na powierzchnię graniczną. Zależności te zgadzają się z zależnościami otrzymanymi w [314]. Przedstawione dalej bardzo użyteczne funkcje $R_{\infty,p}(\rho)$, $R_{d,p}(\rho)$ i $T_{d,p}(\rho)$ (o wymiarze $1/m^2$) oraz współczynniki R_{∞} , R_d i T_d (bezwymiarowe), a także średnie czasy przelotu fotonów przez ośrodek silnie rozpraszający zostały znalezione przez Autora [339]. Łatwo zauważyć, że prawe strony zależności (3.55)–(3.57) oraz (3.63)–(3.65) są szeregami funkcji czasu t postaci $At^{\nu-1}\exp[-(at+b/t)]$, gdzie A , B , a i b są parametrami. Przy całkowaniu tych funkcji bardzo przydatne są zależności [163]:

$$\int_0^{\infty} x^{\nu-1} \exp\left[-\left(a \cdot x + \frac{b}{x}\right)\right] dx = 2\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{\nu}{2}} K_{\nu}(2\sqrt{a \cdot b}), \quad (3.66)$$

gdzie $K_{\nu}(\dots)$ jest zmodyfikowaną funkcją Bessela drugiego rodzaju (znaną także jako funkcją MacDonalda) rzędu ν .

W wypadku $\nu-1 = -5/2$ otrzymujemy [163]:

$$\int_0^{\infty} x^{-\frac{5}{2}} \exp\left[-\left(a \cdot x + \frac{b}{x}\right)\right] dx = \frac{\sqrt{a \cdot \pi} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{a \cdot b}}\right)}{b} \exp(-2\sqrt{a \cdot b}), \quad (3.67)$$

dla $\nu-1 = -3/2$ otrzymujemy [163]:

$$\int_0^{\infty} x^{-\frac{3}{2}} \exp\left[-\left(a \cdot x + \frac{b}{x}\right)\right] dx = \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp(-2\sqrt{a \cdot b}), \quad (3.68)$$

natomiast dla $\nu-1 = -1/2$ otrzymujemy [163]:

$$\int_0^{\infty} x^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\left(a \cdot x + \frac{b}{x}\right)\right] dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp(-2\sqrt{a \cdot b}). \quad (3.69)$$

Korzystając z zależności (3.67) i całkując prawe strony zależności (3.55)–(3.57) po czasie t od 0 do nieskończoności, otrzymamy kolejno funkcje [339]:

$$R_{\infty,p}(\rho) = \frac{z_0 \left(1 + \sqrt{\frac{D}{\mu_a(\rho^2 + z_0^2)}}\right) \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}}{2\pi(\rho^2 + z_0^2) \exp\left(\sqrt{\frac{\mu_a(\rho^2 + z_0^2)}{D}}\right)}, \quad (3.70)$$

$$R_{d,\rho}(\rho) = \frac{\sqrt{\frac{\mu_a}{D}}}{2\pi} \left\{ \frac{z_0 \left(1 + \sqrt{\frac{D}{\mu_a(\rho^2 + z_0^2)}} \right)}{(\rho^2 + z_0^2) \exp\left(\sqrt{\frac{\mu_a(\rho^2 + z_0^2)}{D}}\right)} + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{z_{+i} \left(1 + \sqrt{\frac{D}{\mu_a(\rho^2 + z_{+i}^2)}} \right)}{(\rho^2 + z_{+i}^2) \exp\left(\sqrt{\frac{\mu_a(\rho^2 + z_{+i}^2)}{D}}\right)} - \frac{z_{-i} \left(1 + \sqrt{\frac{D}{\mu_a(\rho^2 + z_{-i}^2)}} \right)}{(\rho^2 + z_{-i}^2) \exp\left(\sqrt{\frac{\mu_a(\rho^2 + z_{-i}^2)}{D}}\right)} \right] \right\}, \quad (3.71)$$

$$T_{d,\rho}(\rho) = -\frac{\sqrt{\frac{\mu_a}{D}}}{2\pi} \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \left[\frac{z_{+i} \left(1 + \sqrt{\frac{D}{\mu_a(\rho^2 + z_{+i}^2)}} \right)}{(\rho^2 + z_{+i}^2) \exp\left(\sqrt{\frac{\mu_a(\rho^2 + z_{+i}^2)}{D}}\right)} - \frac{z_{-i} \left(1 + \sqrt{\frac{D}{\mu_a(\rho^2 + z_{-i}^2)}} \right)}{(\rho^2 + z_{-i}^2) \exp\left(\sqrt{\frac{\mu_a(\rho^2 + z_{-i}^2)}{D}}\right)} \right] \right\}, \quad (3.72)$$

opisujące stosunek gęstości powierzchniowej energii promieniowania rozproszonego do energii E_D impulsu Diraca $\delta(x, y, z, t)$ wiązki skolimowanej padającej na powierzchnię graniczną.

Natomiast korzystając z zależności (3.68) i całkując prawe strony zależności (3.63)–(3.65) po czasie t od 0 do nieskończoności, otrzymamy kolejno współczynniki [339]:

$$R_{\infty} = \exp\left(-z_0 \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}\right), \quad (3.73)$$

$$R_d = \exp\left(-z_0 \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}\right) + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\exp\left(-z_{+i} \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}\right) - \exp\left(-z_{-i} \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}\right) \right], \quad (3.74)$$

$$T_d = -\sum_{i=1}^{\infty} \left[\exp\left(-z_{+i} \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}\right) - \exp\left(-z_{-i} \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}\right) \right], \quad (3.75)$$

opisujące stosunek energii promieniowania rozproszonego do energii wiązki skolimowanej padającej prostopadle na powierzchnię graniczną ośrodka silnie rozpraszającego, wypełniającego kolejno półprzestrzeń lub warstwę (dla promieniowania rozproszonego opuszczającego ośrodek po tej samej stronie warstwy, na którą pada wiązka skolimowana, lub po stronie przeciwnej).

Nietrudno zauważyć (z uwagi na liniowość operacji przeprowadzanych na liniowym równaniu różniczkowym cząstkowym (3.32), na podstawie których zostały wyznaczone te funkcje i charakter pobudzenia – źródło punktowe opisywane deltą Diraca w dziedzinie położenia i czasu), że z matematycznego punktu widzenia wyznaczone z równania dyfuzji (3.32) funkcje $R_{\infty,\rho}(\rho, t)$, $R_{d,\rho}(\rho, t)$ i $T_{d,\rho}(\rho, t)$, a także $R_{\infty,t}(t)$, $R_{d,t}(t)$ i $T_{d,t}(t)$ oraz $R_{\infty,\rho}(\rho)$, $R_{d,\rho}(\rho)$ i $T_{d,\rho}(\rho)$ są funkcjami Greena dla strumienia promieniowania optycznego, wychodzącego na zewnątrz przez powierzchnię graniczną ośrodka silnie rozpraszającego [21].

Dlatego też, korzystając ze splotu tych funkcji w dziedzinie położenia lub czasu z funkcją opisującą powierzchniową gęstość mocy wiązki skolimowanej, padającej prostopadłe na powierzchnię graniczną, można wyznaczyć funkcję $f(\rho, \varphi, t)$ opisującą: gęstość powierzchniową mocy, moc w funkcji czasu lub gęstość powierzchniową energii w funkcji czasu na powierzchni granicznej półprzestrzeni lub warstwy ośrodka silnie rozpraszającego promieniowanie optyczne. Jeżeli współrzędne przestrzenne wyrazimy za pomocą współrzędnych cylindrycznych ρ i φ , wówczas spłot powierzchniowej gęstości mocy wiązki skolimowanej $\varepsilon_{\text{col}}(\rho, \varphi, t)$ z funkcją $h(\rho, \varphi, t)$, będącą jedną z wyżej wymienionych funkcji Greena (to jest z $R_{\infty_{\text{pt}}}(\rho, t)$, $R_{\text{d}_{\text{pt}}}(\rho, t)$, $T_{\text{d}_{\text{pt}}}(\rho, t)$, $R_{\infty_{\text{t}}}(t)$, $R_{\text{d}_{\text{t}}}(t)$, $T_{\text{d}_{\text{t}}}(t)$, $R_{\infty_{\rho}}(\rho)$, $R_{\text{d}_{\rho}}(\rho)$ lub $T_{\text{d}_{\rho}}(\rho)$), wynosi [225, 344, 346, 436]:

$$f(\rho, \varphi, t) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^t \varepsilon_{\text{col}}(\rho', \varphi', t') h\left(\sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')}, t - t'\right) \rho' d\rho' d\varphi' dt'. \quad (3.76)$$

Możliwość wyznaczenia gęstości powierzchniowej mocy, mocy w funkcji czasu lub gęstości powierzchniowej energii w funkcji czasu na powierzchni granicznej półprzestrzeni lub warstwy ośrodka silnie rozpraszającego promieniowanie optyczne za pomocą funkcji $f(\rho, \varphi, t)$ dla dowolnego pobudzenia opisanego funkcją $\varepsilon_{\text{col}}(\rho, \varphi, t)$ ma duże znaczenie praktyczne z uwagi na częstą konfigurację układu pomiarowego do badań ośrodków silnie rozpraszających – w postaci warstwy często przygotowywane są próbki pomiarowe, a za pomocą półprzestrzeni można aproksymować obiekt o bardzo dużej grubości w porównaniu z parametrem z_0 (np. tkankę mierzoną *in vivo*, do której mamy dostęp tylko z jednej strony). W procesie modelowania propagacji promieniowania optycznego przydatne mogą być też inne typy powierzchni granicznej ośrodka silnie rozpraszającego, np. powierzchnie kuli lub walca. Odpowiednie funkcje Greena, pozwalające obliczyć gęstości powierzchniowe mocy promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie dla tych i kilku innych typów powierzchni granicznej, można znaleźć w pracy [21].

W wypadku badań spektroskopowych ważnym parametrem jest średni czas przelotu fotonów przez ośrodek silnie rozpraszający MTT (z ang. *mean travel time*). Mnożąc ten czas przez prędkość promieniowania optycznego w danym ośrodku, uzyskujemy średnią długość drogi MPL (z ang. *mean path length*), jaką pokonało promieniowanie optyczne w ośrodku. Jeżeli w czasie $t=0$ wprowadzimy do ośrodka bardzo krótki impuls promieniowania optycznego (to jest, który można aproksymować deltą Diraca), wówczas MTT można zdefiniować na podstawie zmierzonego natężenia $I(t)$ jako:

$$\text{MTT} = \frac{\int_0^{\infty} I(t) t dt}{\int_{-\infty}^{\infty} I(t) dt}. \quad (3.77)$$

Korzystając z tej definicji, z wcześniej obliczonych współczynników $R_{\infty_{\text{pt}}}(\rho, t)$, $R_{\text{d}_{\text{pt}}}(\rho, t)$ i $T_{\text{d}_{\text{pt}}}(\rho, t)$ oraz z zależności (3.68), możemy obliczyć średni czas przelotu fotonów od punktu, na który pada wiązka skolimowana, do punktu leżącego na powierzchni granicznej, oddalonego o ρ od osi wiązki. Dla półprzestrzeni otrzymamy:

$$\text{MTT}_{R_{\infty-p}}(\rho) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} R_{\infty-pt}(\rho, t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} R_{\infty-pt}(\rho, t) dt} = \frac{\sqrt{\rho^2 + z_0^2}}{2c \left(1 + \sqrt{\frac{D}{\mu_a(\rho^2 + z_0^2)}} \right) \sqrt{\mu_a D}}. \quad (3.78)$$

Natomiast dla warstwy po stronie, na którą pada wiązka skolimowana, i po stronie przeciwnej otrzymamy odpowiednio:

$$\text{MTT}_{R_{d-p}}(\rho) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} R_{d-pt}(\rho, t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} R_{d-pt}(\rho, t) dt} = \frac{1}{4\pi c D R_{d-p}(\rho)} \left\{ \frac{z_0}{\sqrt{\rho^2 + z_0^2} \exp\left(\sqrt{\frac{\mu_a(\rho^2 + z_0^2)}{D}}\right)} + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{z_{+i}}{\sqrt{\rho^2 + z_{+i}^2} \exp\left(\sqrt{\frac{\mu_a(\rho^2 + z_{+i}^2)}{D}}\right)} - \frac{z_{-i}}{\sqrt{\rho^2 + z_{-i}^2} \exp\left(\sqrt{\frac{\mu_a(\rho^2 + z_{-i}^2)}{D}}\right)} \right] \right\}, \quad (3.79)$$

$$\text{MTT}_{T_{d-p}}(\rho) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} T_{d-pt}(\rho, t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} T_{d-pt}(\rho, t) dt} = \frac{-1}{4\pi c D T_{d-p}(\rho)} \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \left[\frac{z_{+i}}{\sqrt{\rho^2 + z_{+i}^2} \exp\left(\sqrt{\frac{\mu_a(\rho^2 + z_{+i}^2)}{D}}\right)} - \frac{z_{-i}}{\sqrt{\rho^2 + z_{-i}^2} \exp\left(\sqrt{\frac{\mu_a(\rho^2 + z_{-i}^2)}{D}}\right)} \right] \right\}. \quad (3.80)$$

Korzystając z wcześniej obliczonych współczynników $R_{\infty-t}(t)$, $R_{d-t}(t)$ i $T_{d-t}(t)$ oraz z zależności (3.69), analogicznie można obliczyć MTT dla półprzestrzeni lub warstwy dla całego promieniowania dyfuzyjnego odbitego lub transmitowanego. Otrzymamy wtedy odpowiednio:

$$\text{MTT}_{R_\infty} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} R_{\infty-t}(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} R_{\infty-t}(t) dt} = \frac{z_0}{2c\sqrt{\mu_a D}}, \quad (3.81)$$

$$\begin{aligned} \text{MTT}_{R_d} &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} R_{d-t}(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} R_{d-t}(t) dt} = \\ &= \frac{1}{2c\sqrt{\mu_a D} R_d} \left\{ z_0 \exp\left(-z_0 \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}\right) + \sum_{i=1}^{\infty} \left[z_{+i} \exp\left(-z_{+i} \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}\right) - z_{-i} \exp\left(-z_{-i} \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}\right) \right] \right\}, \quad (3.82) \end{aligned}$$

$$\text{MTT}_{T_d} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} T_{d-t}(t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} T_{d-t}(t) dt} = \frac{-1}{2c\sqrt{\mu_a D} T_d} \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \left[z_{+i} \exp\left(-z_{+i} \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}\right) - z_{-i} \exp\left(-z_{-i} \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}\right) \right] \right\}. \quad (3.83)$$

Poważnym problemem w wykorzystaniu równania dyfuzji w obliczeniach propagacji promieniowania optycznego w ośrodkach silnie rozpraszających są warunki brzegowe. Warunki te zależą zarówno od względnego współczynnika załamania n ośrodka i otaczającego go medium, jak i od kształtu obiektu, w którym zachodzi rozpraszanie. Współczynnik odbicia promieniowania dyfuzyjnego od powierzchni granicznej $R_{d,F}$ może być wyznaczony z równania transportu (2.191). Niestety, nie jest znana analityczna zależność pozwalająca wyznaczyć ten współczynnik na podstawie znajomości n ; można go jednak wyznaczyć z przybliżonej zależności:

$$R_{d,F} \cong -1,4399n^{-2} + 0,7099n^{-1} + 0,6681 + 0,0636n, \quad (3.84)$$

otrzymanej przez W. G. Egana i T. W. Hilgemana metodą dopasowywania krzywych [111]. Uwzględnienie odbicia dyfuzyjnego oznacza, że przy rozwiązywaniu równania dyfuzji warunków brzegowy Dirichleta (3.49) należy zamienić na warunek brzegowy Robinia [310]:

$$\forall \mathbf{r} \in \Omega_S \quad \Phi(\mathbf{r}, t) + 2D(\mathbf{r})\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) = R_{d,F}[\Phi(\mathbf{r}, t) - 2D(\mathbf{r})\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi(\mathbf{r}, t)], \quad (3.85)$$

gdzie \mathbf{n} jest wektorem normalnym do powierzchni granicznej skierowany na zewnątrz ośrodka silnie rozpraszającego.

Uwzględniając warunek brzegowy (3.85), T. J. Farrell *et al.* [121] zmodyfikował funkcję $R_{\infty-pt}(\rho, t)$ (patrz zależność (3.55)) poprzez założenie, że strumień $\Phi(\mathbf{r}, t)$ w ośrodku silnie rozpraszającym będzie superpozycją dwóch strumieni pochodzących od punktowych źródeł promieniowania umieszczonych na głębokości z_0 (jak to miało miejsce przy braku odbicia Fresnela) i na wysokości $-z_0 - 4AD$ (zamiast $-z_0$), czyli:

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{c}{(4\pi Dct)^{\frac{3}{2}}} \exp(-\mu_a ct) \cdot$$

$$\cdot \left\{ \exp \left[- \left(\frac{\rho^2 + (z - z_0)^2}{4Dct} \right) \right] - \exp \left[- \left(\frac{\rho^2 + (z + z_0 + 4AD)^2}{4Dct} \right) \right] \right\} E_D, \quad t > 0, \quad (3.86)$$

gdzie:

$$A = \frac{1 + R_{d_F}}{1 - R_{d_F}}. \quad (3.87)$$

Oznacza to, że odległość między punktowymi źródłami dipola, z którego wyprowadzana jest funkcja Greena $G_{\text{half}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$, z której dalej wyprowadzić można $R_{\infty_pt}(\rho, t)$, wynosi $2z_0 + 4AD$ oraz że powierzchnia graniczna znajduje się w odległości $2AD$ od powierzchni, której punkty leżą w równych odległościach od źródeł punktowy dipola. Korzystając z prawa Ficka dla strumienia $\Phi(\rho, z=0, t)$ w sposób analogiczny, jak to miało miejsce przy poszukiwaniu funkcji $R_{\infty_pt}(\rho, t)$ przy braku odbicia Fresnela na powierzchni granicznej (patrz zależność (3.55)), i po scałkowaniu po czasie uzyskanej funkcji $R_{\infty_pt}(\rho, t)$ od zera do nieskończoności, otrzymujemy [300]:

$$R_{\infty_p}(\rho) = \frac{\mu_s' z_0}{4\pi(\mu_a + \mu_s')} \left[\left(\mu_{\text{eff}} + \frac{1}{r_1} \right) \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}} r_1)}{r_1^2} - \left(1 + \frac{4A}{3} \right) \left(\mu_{\text{eff}} + \frac{1}{r_2} \right) \frac{\exp(-\mu_{\text{eff}} r_2)}{r_2^2} \right], \quad (3.88)$$

gdzie:

$$r_1 = \sqrt{z_0^2 + \rho^2}, \quad (3.89)$$

$$r_2 = \sqrt{\left(1 + \frac{4A}{3} \right)^2 z_0^2 + \rho^2}, \quad (3.90)$$

natomiast

$$\mu_{\text{eff}} = \sqrt{3\mu_a(\mu_a + \mu_s')} \quad (3.91)$$

jest efektywnym współczynnikiem tłumienia promieniowania dyfuzyjnego (odwrotność tego współczynnika jest głębokością penetracji promieniowania dyfuzyjnego, dla której natężenie tego promieniowania maleje e-krotnie [207]).

Otrzymana zależność (3.88) ma istotne znaczenie praktyczne. Pozwala ona wyznaczyć parametry optyczne ośrodka silnie rozpraszającego na podstawie rozkładu powierzchniowej gęstości mocy promieniowania wstecznie rozproszonego, przy pobudzeniu punktowym [300]. W podobny sposób, gdy na powierzchni granicznej występuje odbicie Fresnela, można obliczyć funkcję $R_{d_pt}(\rho, t)$ w analogiczny sposób jak tę funkcję przy braku odbicia Fresnela (patrz zależność (3.56)), posługując się zależnością (3.86) i identycznymi dipolami, jak w wypadku półprzestrzeni, gdzie środki znajdują się w punktach, dla których $z = \dots, -2AD - 4(d + 4AD), -2AD - 2(d + 4AD), -2AD, z = -2AD + 2(d + 4AD), -2AD + 4(d + 4AD), \dots$ W wypadku wyznaczania funkcji $T_{d_pt}(\rho, t)$, środki tych dipoli powinny znajdować się w punktach, dla których $z = \dots, -2AD - 5(d + 4AD), -2AD - 3(d + 4AD), -2AD - (d + 4AD), -2AD + (d + 4AD), -2AD + 3(d + 4AD), -2AD + 5(d + 4AD), \dots$

Znacznie trudniejszym problemem jest poszukiwanie rozwiązań równania dyfuzji dla niejednorodnych ośrodków silnie rozpraszających lub w sytuacji, gdy powierzchnia graniczna obiektu silnie rozpraszającego ma skomplikowany kształt. Jak już wcześniej wspomniano, analityczne rozwiązanie tego równania istnieje tylko dla bardzo ograniczonej liczb

by kształtów geometrycznych (np. przestrzeń, półprzestrzeń, warstwa, kula, cylinder, stożek), i to dla ośrodków jednorodnych. W praktyce spotykamy się bardzo często z niejednorodnymi obiektami silnie rozpraszającymi o bardzo skomplikowanych kształtach (do takich obiektów zaliczyć można na przykład ciało ludzkie lub narządy wewnętrzne). W tym wypadku jedyną grupą metod pozwalających rozwiązać równanie dyfuzji są metody numeryczne – zwłaszcza metoda różnic skończonych [1, 122, 147, 181, 205, 206, 410, 470] i metoda elementów skończonych [26, 291, 304, 308, 371]. W metodzie różnic skończonych poszukiwane jest rozwiązanie na podstawie obliczeń całkowitego strumienia promieniowania optycznego $\Phi(\mathbf{r}, t)$ dla dyskretnych wartości współrzędnych wektora położenia \mathbf{r} i w dyskretnych chwilach czasowych t . Inaczej mówiąc, w wyniku dyskretyzacji położenia i czasu zmiennych niezależnych \mathbf{r} i t otrzymujemy w ogólnym wypadku czterowymiarową siatkę (trzy wymiary związane są z położeniem, czwarty wymiar związany jest z czasem), a całkowity strumień $\Phi(\mathbf{r}, t)$ wyznaczony jest dla węzłów otrzymanej siatki o oczkach, których boki mają długości Δx , Δy , Δz i Δt . Oznaczając przez Φ_{ijkl} , ε_{sijkl} , D_{ijk} i μ_{aijk} zdyskretyzowane wartości $\Phi(\mathbf{r}, t)$, $\varepsilon_s(\mathbf{r}, t)$, $D(\mathbf{r})$ i $\mu_s(\mathbf{r})$ w węzłach siatki $i\Delta x$, $j\Delta y$, $k\Delta z$ i $l\Delta t$, gdzie $i \in \langle 1, i_{\max} \rangle$, $j \in \langle 1, j_{\max} \rangle$, $k \in \langle 1, k_{\max} \rangle$, $l \in \langle 1, l_{\max} \rangle$ są liczbami całkowitymi, z równania dyfuzji (3.32) otrzymujemy równania liniowe postaci:

$$\begin{aligned}
& \frac{(D_{i+1jk} - D_{i-1jk})(\Phi_{i+1jkl} - \Phi_{i-1jkl})}{4(\Delta x)^2} + \\
& + \frac{(D_{ij+lk} - D_{ij-lk})(\Phi_{ij+1kl} - \Phi_{ij-1kl})}{4(\Delta y)^2} + \\
& + \frac{(D_{ijk+l} - D_{ijk-l})(\Phi_{ijk+l} - \Phi_{ijk-l})}{4(\Delta z)^2} + \\
& + D_{ijk} \left[\frac{\Phi_{i-1jkl} - 2\Phi_{ijkl} + \Phi_{i+1jkl}}{2(\Delta x)^2} + \frac{\Phi_{ij-1kl} - 2\Phi_{ijkl} + \Phi_{ij+1kl}}{2(\Delta y)^2} + \frac{\Phi_{ijk-l} - 2\Phi_{ijkl} + \Phi_{ijk+l}}{2(\Delta z)^2} \right] + \\
& - \mu_{aijk} \Phi_{ijkl} - \frac{1}{2c\Delta t} (\Phi_{ijkl-1} + \Phi_{ijkl+1}) = -\varepsilon_{sijk} \\
& - \mu_{aijk} \Phi_{ijkl} - \frac{1}{2c\Delta t} (\Phi_{ijkl-1} + \Phi_{ijkl+1}) = -\varepsilon_{sijk}, \tag{3.92}
\end{aligned}$$

gdzie indeks $l \in \langle 2, l_{\max}-1 \rangle$, a indeksy i, j, k dobiera się tak, by wszystkie wartości strumienia Φ_{ijkl} , Φ_{i-1jkl} , Φ_{i+1jkl} , Φ_{ij-1kl} , Φ_{ij+1kl} , Φ_{ijk-1l} , Φ_{ijk+1l} , Φ_{ijkl-1} , Φ_{ijkl+1} opisywały strumień całkowity w ośrodku silnie rozpraszającym.

Równania (3.92) należy uzupełnić dodatkowymi równaniami liniowymi:

$$\begin{aligned}
& (1 - R_{d_Fijk})\Phi_{ijkl} + \\
& + (1 + R_{d_Fijk})D_{ijk} \left[n_x \frac{\Phi_{i+1jkl} - \Phi_{i-1jkl}}{\Delta x} + n_y \frac{\Phi_{ij+1kl} - \Phi_{ij-1kl}}{\Delta y} + n_z \frac{\Phi_{ijk+l} - \Phi_{ijk-l}}{\Delta z} \right] = 0, \tag{3.93}
\end{aligned}$$

odpowiadającymi warunkom brzegowym (3.85), gdzie n_x , n_y i n_z są współrzędnymi wektora \mathbf{n} (patrz warunek (3.85)), R_{d_Fijk} jest współczynnikiem odbicia promieniowania dyfuzyjnego na powierzchni granicznej ośrodka silnie rozpraszającego dla strumienia Φ_{ijkl} (patrz zależność (3.84)), indeks $l \in \langle 2, l_{\max}-1 \rangle$, a indeksy i, j, k dobiera się tak, by wszystkie wartości

strumienia Φ_{ijkl} , Φ_{i-1jkl} , Φ_{i+1jkl} , Φ_{ij-1kl} , Φ_{ij+1kl} , Φ_{ijk-1l} , Φ_{ijk+1l} opisywały strumień całkowity na powierzchni granicznej.

Równania (3.92) i (3.93) tworzą układ równań, który już dalej może być łatwo rozwiązany z użyciem technik macierzy rzadkich.

Jak widać, mimo swej prostoty metoda różnic skończonych ma dość istotną wadę związaną ze stałymi wymiarami oczek wyznaczonymi przez Δx , Δy , Δz i Δt . Wymiary te powinny być dostatecznie małe w miejscach, gdzie całkowity strumień $\Phi(\mathbf{r}, t)$ wykazuje szybkie zmiany w dziedzinie położenia lub w dziedzinie czasu. W innych miejscach, gdzie zmiany te są dużo wolniejsze, wymiary oczek mogłyby być większe. Zmniejszanie wymiarów oczek szybko prowadzi do zwiększania liczby równań i niewiadomych Φ_{ijkl} , co prowadzi do znacznego wzrostu czasu obliczeń. Dlatego można też spotkać algorytmy, w których dla poszczególnych zmiennych stosowane jest kilka wymiarów oczek: mniejsze tam, gdzie strumień $\Phi(\mathbf{r}, t)$ w dziedzinie położenia lub czasu zmienia się szybciej, a większe, gdy te zmiany są wolniejsze [410].

W metodzie elementów skończonych rozwiązywania równania dyfuzji (3.32) dla nieregularnego obiektu (oznacmy go przez Ω_V), w których fotony propagują w silnie rozpraszającym niejednorodnym ośrodku izotropowym, otrzymujemy, dzieląc go na wiele prostych i rozłącznych elementów Ω_{V_i} (tak zwanych *elementów skończonych*), tak by sumując te elementy, otrzymać obiekt Ω_V , czyli:

$$\Omega_V = \bigcup_{i=1}^{i_{ob}} \Omega_{V_i}, \quad (3.94)$$

gdzie i_{ob} jest liczbą elementów skończonych.

Podział ten dokonywany jest za pomocą nieregularnej sieci poprzez zdefiniowanie węzłów sieci, której oczka tworzą granice elementów Ω_{V_i} . Często podział obiektu dokonywany jest na elementy czworościenne, którego oczka mają kształt trójkątów. Rozwiązanie równania dyfuzji (3.32), którym jest całkowity strumień $\Phi(\mathbf{r}, t)$ w funkcji wektora położenia \mathbf{r} i czasu t , można znaleźć metodą Galerkińa [26, 257, 372, 401, 486, 487]. Korzystając z tej metody, całkowity strumień $\Phi(\mathbf{r}, t)$ jest aproksymowany za pomocą wielomianu:

$$\Phi_h(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^{i_{nod}} \Phi_j(t) u_j(\mathbf{r}), \quad (3.95)$$

gdzie $\Phi_j(t)$ są tak zwanymi *funkcjami próbnymi*, $u_j(\mathbf{r})$ są tak zwanymi *funkcjami bazowymi*, a i_{nod} jest liczbą węzłów sieci. Najprostszym wyborem funkcji $u_j(\mathbf{r})$ jest taki, by w węzłach sieci N_j $u_j(N_j) = \delta_{ij}$ ($i, j = 1, \dots, i_{nod}$) (δ_{ij} jest delta Kroneckera). Funkcje $\Phi_j(t)$ znajduwane metodą Galerkińa prowadzą do równań, które można zapisać w postaci macierzowej jako [25, 26, 291, 370, 372]

$$(\mathbf{A}[D(\mathbf{r})] + \mathbf{B}[\mu_a(\mathbf{r})])\Phi + \mathbf{C} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \mathbf{E}, \quad (3.96)$$

gdzie elementy macierzy \mathbf{A} , \mathbf{B} i \mathbf{C} o wymiarach $i_{nod} \times i_{nod}$ oraz wektora \mathbf{E} o wymiarze i_{nod} wynoszą:

$$A_{ij} = \int_{\Omega_V} D(\mathbf{r}) \nabla u_i(\mathbf{r}) \cdot \nabla u_j(\mathbf{r}) d\Omega_V, \quad (3.97)$$

$$B_{ij} = \int_{\Omega_V} \mu_a(\mathbf{r}) u_i(\mathbf{r}) u_j(\mathbf{r}) d\Omega_V, \quad (3.98)$$

$$C_{ij} = \frac{1}{c} \int_{\Omega_V} u_i(\mathbf{r}) u_j(\mathbf{r}) d\Omega_V, \quad (3.99)$$

$$E_j = \int_{\Omega_V} u_j(\mathbf{r}) \varepsilon_s(\mathbf{r}, t) d\Omega_V, \quad (3.100)$$

natomiast:

$$\Phi = [\Phi_1(t), \Phi_2(t), \dots, \Phi_{i_{\text{nod}}}(t)]^T \quad (3.101)$$

jest wektorem o wymiarze i_{nod} składającym się z elementów $\Phi_j(t)$.

Macierze \mathbf{A} , \mathbf{B} i \mathbf{C} są macierzami rzadkimi, ponieważ zawierają elementy niezerowe tylko wtedy, gdy N_i i N_j należą do tego samego elementu skończonego.

Aby rozwiązać równanie (3.96), należy je jeszcze uzupełnić warunkami brzegowymi dla tych elementów wektora Φ , które związane są z węzłami sieci leżącymi na powierzchni granicznej obiektu silnie rozpraszającego (np. warunkami brzegowymi Dirichleta (3.49) lub Robina (3.85)). W celu znalezienia zmian wektora Φ w funkcji czasu t , można skorzystać przy rozwiązaniu równania (3.96) z metody różnic skończonych. Jeżeli $\Phi^{(m)}$ jest rozwiązaniem dla kroku m (czyli dla czasu $t = m\Delta t$), wówczas rozwiązanie $\Phi^{(m+1)}$ dla kroku $m+1$ otrzymujemy z równania [26]:

$$\begin{aligned} & \left(a\mathbf{A}[D(\mathbf{r})] + a\mathbf{B}[\mu_a(\mathbf{r})] + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{C} \right) \Phi^{(m+1)} + \\ & + \left((1-a)\mathbf{A}[D(\mathbf{r})] + (1-a)\mathbf{B}[\mu_a(\mathbf{r})] - \frac{1}{\Delta t} \mathbf{C} \right) \Phi^{(m)} = a\mathbf{E}^{(m+1)} + (1-a)\mathbf{E}^{(m)}, \end{aligned} \quad (3.102)$$

gdzie $\mathbf{E}^{(m)}$ i $\mathbf{E}^{(m+1)}$ są wektorami \mathbf{E} w chwilach czasowych $t = m\Delta t$ i $t = (m+1)\Delta t$, natomiast a jest parametrem metody różnic skończonych, który uśrednia wartości $\Phi^{(m)}$ i $\Phi^{(m+1)}$ (w schemacie Cranka-Nicholsona $a = 1/2$ [25]).

Podstawową zaletą metody elementów skończonych, opartej na rozwiązywaniu równania (3.102), jest możliwość dowolnego doboru wielkości oczek sieci. Chociaż jest ona bardziej skomplikowana od metody różnic skończonych opartej na rozwiązywaniu równania (3.92), to dzięki temu, że metoda elementów skończonych wymaga mniejszej liczby oczek, jest ona w wielu zastosowaniach znacznie bardziej wydajna (to jest, wymaga znacznie krótszego czasu obliczeniowego komputera niż metoda różnic skończonych).

Opisana tutaj metoda analizy propagacji promieniowania optycznego oparta na rozwiązywaniu równania dyfuzji jest metodą dającą zadawalające wyniki, kiedy punkt obserwacji jest wystarczająco daleko od źródła promieniowania i powierzchni granicznej (to jest w odległości dużo większej od z_0 – patrz zależność (2.189)). Największym ograniczeniem metody dyfuzji jest brak możliwości analizy za jej pomocą złożonych obiektów, w których występują zarówno ośrodki silnie, jak i słabo rozpraszające (lub nierozpraszające) promieniowanie optyczne. Przykładem tego typu obiektów są ciała organizmów żywych zawierające wiele miejsc wypełnionych powietrzem lub płynem o słabych właściwościach rozpraszających. Z medycznego punktu widzenia ważnym obiektem, zawierającym zarówno ośrodki silnie, jak i słabo rozpraszające, oraz z badaniem którego za pomocą promieniowania optycznego związane są duże nadzieje, jest głowa, bowiem pod tkankami silnie rozpraszającymi, jakimi są skóra i kości, znajduje się słabo rozpraszająca warstwa podpajęczynówkowa, zawierająca głównie płyn mózgowo-rdzeniowy. Poniżej tej warstwy znajduje się ponownie tkanka silnie rozpraszająca, jaką jest mózg.

Następnym poważnym ograniczeniem metody dyfuzji jest fakt, że dostarcza ona przy zadanej odległości wyniki obarczone istotnymi błędami rozkładu czasu propagacji fotonów, które pojawiają się najszybciej od momentu wprowadzenia ich do ośrodka silnie rozpraszającego (czyli fotonów balistycznych, zygzakujących i wczesnych dyfuzyjnych) [138, 203, 208, 228, 229, 438, 468]. Błędy te wynikają z faktu, że z równania dyfuzji otrzymać możemy niezerowe natężenie promieniowania optycznego w zadanej odległości od źródła nawet szybciej, niż wynikałoby to z prędkości propagacji fotonów w ośrodku (np. funkcja Greena $G_{\text{int}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$ – patrz zależność (3.47)) jest większa od zera dla dowolnego t większego od zera, mimo że z fizycznego punktu widzenia powinna być ona większa od zera tylko dla $t \geq |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|/c$. Konsekwencją tego jest fakt, że po wprowadzeniu do ośrodka silnie rozpraszającego w zadanym miejscu bardzo krótkiego impulsu promieniowania optycznego, obliczona na podstawie równania dyfuzji gęstość mocy promieniowania optycznego w czasie w niezerowej odległości różni się od rzeczywistego gęstości (inaczej mówiąc, kształt otrzymanego impulsu różni się od zmierzonego lub obliczonego dokładniejszymi metodami – szczególnie w jego początkowej fazie, w części narastającej). Ta różnica powoduje także to, że obliczona średnia droga lub średni czas przelotu fotonów przez ośrodek silnie rozpraszający metodą dyfuzji jest obciążony pewnym błędem. Przykłady obliczeniowe tego błędu dla wybranych ośrodków będą przedstawione w punkcie 5.2.2.

3.4. Metody Monte Carlo

3.4.1. Klasyczna metoda Monte Carlo

Pod pojęciem metody *klasycznej metody Monte Carlo* (ang. *classical Monte Carlo method* – CMCM) w analizie propagacji promieniowania optycznego przyjęło się w literaturze przedmiotu rozumieć metodę rozwiązywania równania transportu Boltzmanna (2.190) poprzez symulowanie propagacji indywidualnych fotonów w danym ośrodku od kolizji do kolizji, w wyniku których następuje rozpraszanie lub absorpcja fotonów [451]. Metoda ta wywodzi się od wcześniej powstałej metody analizy propagacji neutronów opracowanej przez Stanisława Ulama na potrzeby konstrukcji broni jądrowej w ramach programu Manhattan w czasie drugiej wojny światowej [287] (odtajnione prace pojawiły się po raz pierwszy w 1949 roku [286]; Stanisław Ulam jest też autorem nazwy metody Monte Carlo).

W przeciwieństwie do metod opisanych w poprzednich punktach, podstawową zaletą metody CMCM jest brak ograniczeń stawianych zarówno warunkom brzegowym, jak i minimalnej odległości pomiędzy źródłem promieniowania optycznego a punktem obserwacji. Także wyniki obliczeniowe uzyskane przez CMCM dobrze pasują do wyników otrzymanych eksperymentalnie [190] (testy przedstawione w pracy [344] pokazują, że niedokładność obliczeń za pomocą CMCM może być znacznie mniejsza od 1%). Ponieważ CMCM należy do metod wykorzystujących procesy losowe, wadą jej jest bardzo duża liczba operacji matematycznych, jakie należy przeprowadzić, aby otrzymane przez CMCM rozkłady natężenia promieniowania charakteryzowały się do przyjęcia wariancją.

Jak już wspomniano, w CMCM symuluje się propagację poszczególnych fotonów. Dla wyjaśnienia powinniśmy powiedzieć, że termin „foton” w CMCM ma trochę inne znaczenie niż w kwantowej teorii rozchodzenia się promieniowania elektromagnetycznego. Dla uproszczenia przyjmuje się, że w analizowanej tutaj metodzie foton może przenosić dowolną energię, która na dodatek może zmieniać się w sposób ciągły (jak zobaczymy dalej, ta ostatnia cecha pozwala na znaczną redukcję liczby operacji matematycznych, które są niezbędne do przeprowadzenia symulacji propagacji promieniowania). Także, w przeciwień-

stwie do elektrodynamiki kwantowej, fotony w CMCM propagują po ściśle określonych drogach (według teorii kwantowej, pojedynczy foton może przemieszczać się między dwoma punktami po wielu różnych drogach, co ma wpływ na końcowe prawdopodobieństwo, że dany foton, wychodząc z jednego punktu, trafi do drugiego punktu). W CMCM pomija się zjawiska interferencji (i przeważnie zjawiska polaryzacji, z uwagi na to, że promieniowanie spolaryzowane w wyniku wielokrotnego rozpraszania ulega depolaryzacji).

Symulacja w CMCM rozpoczyna się od generacji fotonów i wprowadzenia ich do danego ośrodka, a kończy się ich absorpcją wewnątrz tego ośrodka lub ich opuszczeniem. Strumień promieniowania optycznego wychodzący ze źródła może być zamodelowany poprzez N_{phot} fotonów, z których każdy obdarzony jest tą samą energią:

$$w = E_{\text{imp}}/N_{\text{phot}}. \quad (3.103)$$

Energię fotonu w w CMCM przyjęło się nazywać *liczbą wagową* (ang. *weight number*), która określa porcję energii niesioną przez symulowany foton [183, 261, 441]. Z fizycznego punktu widzenia, każdy symulowany w CMCM foton odpowiadać może wielu fizycznym fotonom o energii $h\nu$. Na to by zbiór dyskretnych fotonów jak najwierniej odtwarzał strumień promieniowania optycznego, liczba fotonów N_{phot} powinna być bardzo duża (w praktyce, w CMCM N_{phot} przyjmować może wartość od kilkudziesięciu tysięcy do setek milionów lub więcej; im większa jest ta liczba, tym dokładniejsze jest modelowanie, jednakże kosztem liczby operacji matematycznych, jakie musimy wykonać w procesie modelowania). W CMCM generacja fotonów (a także, jak dalej zobaczymy, absorpcja i rozpraszanie oraz odbicie od powierzchni granicznej) jest procesem losowym, w którym istotną rolę odgrywają generatory liczb losowych o odpowiednio dobranych rozkładach. Ponieważ generacja liczb losowych przez komputery jest niepraktyczna (wymagałaby ona dołączenia do komputera zewnętrznego układu fizycznego, wykazującego właściwości szumowe), w praktyce w miejscu liczb losowych stosowane są liczby pseudolosowe, od których się wymaga, by spełniały one odpowiednie wymagania co do rozkładu. Metody generacji takich liczb można znaleźć na przykład w książce [240], natomiast praktyczne algorytmy bazujące na tych metodach w książce [347].

Założmy na początku, że nie interesują nas zjawiska związane z polaryzacją promieniowania optycznego i niech źródłem fotonów będzie punktowe źródło generujące fotony we wszystkich kierunkach, umieszczone wewnątrz ośrodka rozpraszającego w punkcie P o współrzędnych x, y, z . Jeżeli przez \mathbf{s} oznaczymy wektor opisujący kierunek fotonu, to w wypadku źródła punktowego dla danego układu współrzędnych $Oxyz$ wystarczy znaleźć dwa kąty: θ i ψ , będące odpowiednio kątem biegunowym kierunku propagacji, czyli kątem między osią z a kierunkiem \mathbf{s} , oraz kątem między osią x a kierunkiem rzutu wektora \mathbf{s} na płaszczyznę Oxy . Wartości tych kątów są wartościami losowymi o gęstości prawdopodobieństwa opisanej funkcją $p_{\theta\psi}(\theta, \psi)$. Funkcję tę można znaleźć, gdy skorzystamy z *metody transformacji* [298, 382], co w wypadku źródła punktowego wymaga, by dystrybuanta wielkości losowych θ i ψ była proporcjonalna do strumienia promieniowania w danym kącie bryłowym ω_{Ω} , w którym zawarte są kierunki \mathbf{s} odpowiadające kątom θ i ψ , czyli by:

$$\frac{\int_0^{\theta} \int_0^{\psi} p_{\theta\psi}(\theta', \psi') d\theta' d\psi'}{\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} p_{\theta\psi}(\theta', \psi') d\theta' d\psi'} \Bigg|_{\mathbf{s} \in d\omega_{\Omega}'} = \frac{\int_{\omega_{\Omega}} I(\mathbf{s}) d\omega_{\Omega}'}{\int_{\Omega} I(\mathbf{s}) d\omega_{\Omega}'} \Bigg|_{\mathbf{s} \in d\omega_{\Omega}'}, \quad (3.104)$$

gdzie

$$d\omega_{\Omega'} = \sin\theta' d\theta' d\psi' \quad (3.105)$$

jest elementarnym kątem bryłowym zawierającym kierunek s zdefiniowany kątami θ' i ψ' , natomiast $I(s)$ jest natężeniem źródła w kierunku s , a Ω jest pełnym kątem bryłowym.

Równanie (3.104) pozwala na znalezienie funkcji prawdopodobieństwa $p_{\theta\psi}(\theta, \psi)$ przy zadanym rozkładzie kierunkowym $I(s)$ natężenia źródła jeśli wiadomo, że prawdopodobieństwo zdarzenia pewnego wynosi z definicji 1, czyli w naszym wypadku wiadomo, że:

$$\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} p_{\theta\psi}(\theta', \psi') d\theta' d\psi' = 1. \quad (3.106)$$

Dla wielu źródeł, w tym dla źródeł, których charakterystyka kątowna natężenia wykazuje symetrię osiową (np. źródło izotropowe, źródło Lamberta lub uogólnione źródła Lamberta), wielkości losowe θ i ψ są niezależne, co oznacza, że:

$$I(\theta, \psi) = I_{\theta}(\theta)I_{\psi}(\psi), \quad (3.107)$$

oraz:

$$p_{\theta\psi}(\theta, \psi) = p_{\theta}(\theta)p_{\psi}(\psi), \quad (3.108)$$

gdzie $I_{\theta}(\theta)$ i $I_{\psi}(\psi)$ są rozkładami kierunkowymi natężenia źródła dla kątów odpowiednio θ i ψ , a $p_{\theta}(\theta)$ i $p_{\psi}(\psi)$ są gęstościami prawdopodobieństwa wielkości odpowiednio θ i ψ .

W takim wypadku równanie (3.104) przyjmuje postać:

$$\int_0^{\theta} p_{\theta}(\theta') d\theta' \int_0^{\psi} p_{\psi}(\psi') d\psi' = \frac{\int_0^{\theta} I_{\theta}(\theta') \sin \theta' d\theta' \int_0^{\psi} I_{\psi}(\psi') d\psi'}{\int_0^{\pi} I_{\theta}(\theta') \sin \theta' d\theta' \int_0^{2\pi} I_{\psi}(\psi') d\psi'}. \quad (3.109)$$

Podstawiając do tego równania $\psi = 2\pi$ i wiedząc, że druga całka po lewej stronie tego równania równa jest 1 (jako prawdopodobieństwo zdarzenia pewnego), otrzymamy:

$$\int_0^{\theta} p_{\theta}(\theta') d\theta' = \frac{\int_0^{\theta} I_{\theta}(\theta') \sin \theta' d\theta'}{\int_0^{\pi} I_{\theta}(\theta') \sin \theta' d\theta'}. \quad (3.110)$$

Jeżeli natomiast przyjmiemy $\theta = \pi$, wówczas z równania (3.109) w podobny sposób otrzymamy:

$$\int_0^{\psi} p_{\psi}(\psi') d\psi' = \frac{\int_0^{\psi} I_{\psi}(\psi') d\psi'}{\int_0^{2\pi} I_{\psi}(\psi') d\psi'}. \quad (3.111)$$

Dla źródła izotropowego zarówno $I_{\theta}(\theta) = \text{const}$, jak i $I_{\psi}(\psi) = \text{const}$. Oznaczając przez $p_{\text{izo}}(\theta)$ i $p_{2\pi}(\psi)$ gęstości prawdopodobieństwa odpowiednio $p_{\theta}(\theta)$ i $p_{\psi}(\psi)$ dla tego źródła, z równania (3.110), otrzymamy:

$$\int_0^{\theta} p_{izo}(\theta') d\theta' = \frac{1}{2} \int_0^{\theta} \sin \theta' d\theta', \quad (3.112)$$

skąd w prosty sposób wynika, że:

$$p_{izo}(\theta) = \begin{cases} \frac{\sin \theta}{2}, & \text{gdy } \theta \in \langle 0; \pi \rangle \\ 0, & \text{gdy } \theta \notin \langle 0; \pi \rangle \end{cases}. \quad (3.113)$$

Natomiast z równania (3.111) otrzymamy:

$$\int_0^{\psi} p_{2\pi}(\psi') d\psi' = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\psi} d\psi', \quad (3.114)$$

skąd wynika, że:

$$p_{2\pi}(\psi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & \text{gdy } \psi \in \langle 0; 2\pi \rangle \\ 0, & \text{gdy } \psi \notin \langle 0; 2\pi \rangle \end{cases}. \quad (3.115)$$

Chcąc generować wielkości losowe θ i ψ opisane gęstościami prawdopodobieństwa odpowiednio przez $p_{\theta}(\theta)$ i $p_{\psi}(\psi)$, najwygodniej skorzystać z opracowanych generatorów liczb losowych ξ o rozkładzie jednorodnym i gęstości prawdopodobieństwa:

$$p_{01}(\xi) = \begin{cases} 1, & \text{gdy } \xi \in \langle 0; 1 \rangle \\ 0, & \text{gdy } \xi \notin \langle 0; 1 \rangle \end{cases} \quad (3.116)$$

albo gęstości prawdopodobieństwa:

$$p_{01'}(\xi) = \begin{cases} 1, & \text{gdy } \xi \in \langle 0; 1 \rangle \\ 0, & \text{gdy } \xi \notin \langle 0; 1 \rangle \end{cases}. \quad (3.117)$$

Dokładny opis tych generatorów można znaleźć w pracach [240, 347].

Do wygenerowania wielkości θ i ψ potrzebne będą dwie liczby losowe ξ_1 o rozkładzie $p_{01}(\xi_1)$ i ξ_2 o rozkładzie $p_{01}(\xi_2)$. Poszukując zależności między kątami θ i ψ a liczbami losowymi ξ_1 i ξ_2 , należy zapewnić, by dystrybuanty θ i ξ_1 oraz ψ i ξ_2 były sobie równe, to jest by:

$$\int_0^{\theta} p_{\theta}(\theta') d\theta' = \int_0^{\xi_1} p_{01'}(\xi') d\xi', \quad (3.118)$$

$$\int_0^{\psi} p_{\psi}(\psi') d\psi' = \int_0^{\xi_2} p_{01}(\xi') d\xi'. \quad (3.119)$$

Podstawiając gęstości (3.113) i (3.117) do równania (3.118) oraz gęstości (3.115) i (3.116) do równania (3.119), otrzymamy:

$$\cos \theta = 1 - 2\xi_1, \quad (3.120)$$

$$\psi = 2\pi\xi_2. \quad (3.121)$$

Zależności te pozwalają na generację kierunku s fotonów wychodzących ze źródła izotropowego. Z zależności (3.120) możemy dalej wyliczyć w razie potrzeby wielkości losowe $\theta = \arccos(1 - 2\xi_1)$ (jak zobaczymy dalej, do wyznaczenia kierunku s wystarczy znajomość $\cos\theta$ bez potrzeby wyznaczania samego kąta θ).

W wypadku źródła generującego wiązkę o skończonej rozbieżności często zależność natężenia I od kierunku propagacji da się aproksymować natężeniem uogólnionego źródła Lamberta o postaci:

$$I(\mathbf{s}) = \begin{cases} I_0 \cos^\alpha \theta, & \text{gdy } \theta \in \langle 0; \pi/2 \rangle \\ 0, & \text{gdy } \theta \notin \langle 0; \pi/2 \rangle \end{cases}, \quad (3.122)$$

oraz gdzie I_0 jest natężeniem wzdłuż osi wiązki, θ jest kątem między kierunkiem obserwacji a osią wiązki, zaś α jest parametrem, od którego zależy rozbieżność wiązki; im α jest większe, tym wiązka jest bardziej skolimowana (dla źródła Lamberta $\alpha = 1$, natomiast dla źródła dyfuzyjnego $\alpha = 0$). Ponieważ dla uogólnionego źródła Lamberta wielkości losowe θ i ψ są niezależne, gęstość $p_{\text{Lam}}(\theta)$ równą $p_0(\theta)$ dla uogólnionego źródła Lamberta otrzymamy z równania (3.122), podstawiając $I_0(\theta) = I(\mathbf{s})$ do równania (3.110). W rezultacie otrzymamy:

$$p_{\text{Lam}}(\theta) = \begin{cases} (1 + \alpha) \cos^\alpha \theta \sin \theta, & \text{gdy } \theta \in \langle 0; \pi/2 \rangle \\ 0, & \text{gdy } \theta \notin \langle 0; \pi/2 \rangle \end{cases}. \quad (3.123)$$

Podstawiając (3.123) do (3.118), otrzymamy zależność:

$$\cos \theta = (1 - \xi_1)^{1/(1+\alpha)}, \quad (3.124)$$

która pozwala na znalezienie kątów θ na podstawie liczb losowych ξ_1 o rozkładzie danym zależnością (3.117). Kąty ψ dla uogólnionego źródła Lamberta mają rozkład $p_{2\pi}(\psi)$ dany zależnością (3.114), a więc mogą być znajdowane za pomocą zależności (3.121).

Znając $\cos\theta$ i ψ , współrzędne s_x , s_y i s_z poszukiwanego wektora s opisującego kierunek generacji fotonów wynoszą:

$$\begin{cases} s_x = \sin \theta \cos \psi \\ s_y = \sin \theta \sin \psi, \\ s_z = \cos \theta \end{cases}, \quad (3.125)$$

gdzie:

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}. \quad (3.126)$$

Jeżeli źródłem fotonów jest źródło powierzchniowe, wówczas do generacji pojedynczego fotonu potrzebne są jeszcze dodatkowe dwie wielkości losowe, na podstawie których określi się punkt, z którego wychodzi dany foton. Do znajdowania współrzędnych tych punktów także należy stosować metodę transformacji analogicznie, jak dla kątów, z tą jednak różnicą, że zamiast współrzędnych kątowych należy użyć współrzędnych położenia. Na przykład dla źródła o powierzchni czołowej w kształcie koła o promieniu R , w którym emitancja energetyczna M_e jest dla wszystkich punktów leżących na powierzchni czołowej taka sama, współrzędne punktów łatwo znaleźć, gdy zastosujemy cylindryczny układ odniesienia ze współrzędnymi ρ , ϕ i z , w którym oś z jest prostopadła do koła i przechodzi przez jego środek, a pozostałe osie x i y leżą w płaszczyźnie koła. Wiedząc, że dla takiego

źródła strumień promieniowania jest proporcjonalny do powierzchni obejmującej fragment powierzchni czołowej źródła, oraz że we współrzędnych cylindrycznych elementarna powierzchnia $dS = \rho d\rho d\phi$, otrzymamy następującą zależność na gęstość prawdopodobieństwa $p_\rho(\rho)$, jaką powinna spełniać współrzędna ρ :

$$\int_0^\rho p_\rho(\rho') d\rho' = \frac{\int_0^\rho M_e \rho' d\rho'}{\int_0^{R_{zr}} M_e \rho' d\rho'} . \quad (3.127)$$

Z zależności tej otrzymamy:

$$p_\rho(\rho) = \begin{cases} \frac{2\rho}{R_{zr}^2}, & \text{gdy } \rho \in \langle 0; R_{zr} \rangle \\ 0, & \text{gdy } \rho \notin \langle 0; R_{zr} \rangle \end{cases} . \quad (3.128)$$

Natomiast, jak łatwo sprawdzić, gęstość prawdopodobieństwa $p_\phi(\phi)$, jaką powinna spełniać współrzędna ϕ , powinna być równa gęstości prawdopodobieństwa $p_{2\pi}(\phi)$ (patrz równanie (3.115)).

Wielkości losowe ρ , ϕ można znaleźć przy wykorzystaniu liczb losowych ξ_3 i ξ_4 o gęstości prawdopodobieństwa odpowiednio $p_{01}(\xi_3)$ (patrz równanie (3.117)) i $p_{01}(\xi_4)$ (patrz równanie (3.116)) przez porównanie odpowiednich dystrybuant w sposób analogiczny, jak było to czynione dla kątów θ i ψ (patrz równania (3.118) i (3.119)). Otrzymamy wtedy:

$$\rho = R_{zr} \sqrt{\xi_3} , \quad (3.129)$$

$$\phi = 2\pi \xi_4 . \quad (3.130)$$

Znając współrzędne cylindryczne ρ , ϕ , współrzędne kartezjańskie x i y punktu P (współrzędne z w obu układach są te same) znajdujemy z zależności:

$$x = \rho \cos \phi , \quad (3.131)$$

$$y = \rho \sin \phi . \quad (3.132)$$

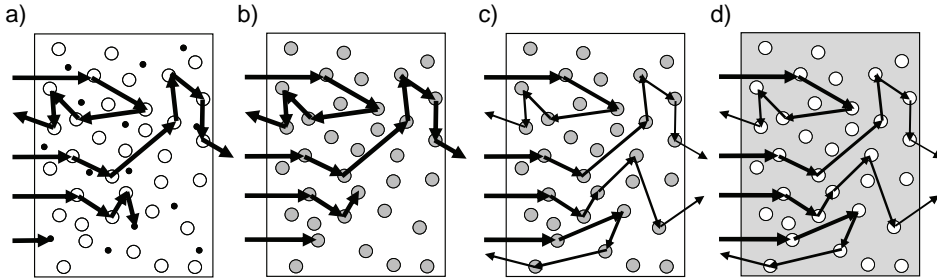
Przy założeniu, że fotony poruszają się od źródła po linii prostej (czyli pomijamy ewentualne zjawiska związane na przykład z dyfrakcją lub z propagacją w ośrodkach, w których występuje gradient współczynnika załamania światła), bieg fotonów najwygodniej opisać w postaci parametrycznej:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_p + l\mathbf{s} , \quad (3.133)$$

gdzie \mathbf{r} jest wektorem wodzącym punktu, w którym znajduje się foton, \mathbf{r}_p jest wektorem wodzącym punktu o znanych współrzędnych (dla fotonów wychodzących ze źródła będzie to wektor wodzący punktu P leżącego na powierzchni czołowej źródła), \mathbf{s} jest wersorem opisującym kierunek propagacji fotonu, a l ($l > 0$) jest parametrem określającym długość drogi, jaką pokonał foton od punktu P.

W ośrodku rozpraszającym fotony poruszają się zgodnie z zależnością (3.133) tak długo, aż natrafią na centrum rozpraszania, centrum absorpcji, centrum ekstynkcji lub brzeg ośrodka. Na centrach tych foton może ulec absorpcji lub zmienić kierunek propagacji, na-

tomiast na brzegu ośrodka może on ulec odbiciu lub, po wcześniejszej zmianie kierunku wskutek zjawiska załamania, opuścić ośrodek.



Rys. 3.2. Różne sposoby uwzględniania absorpcji w metodzie CMCM:

- a) absorpcja fotonów przebiega nagle na centrach absorpcji, b) absorpcja fotonów przebiega nagle na centrach ekstynkcji c) absorpcja fotonów na centrach ekstynkcji uwzględniana jest poprzez zmniejszanie liczb wagowych w fotonów na podstawie albedo a_{alb} (patrz punkt 2.2.2) centrów ekstynkcji, d) absorpcja fotonów na centrach absorpcji uwzględniana jest na podstawie długości drogi, jaką pokonały one w ośrodku absorbującym, poprzez zmniejszanie liczb wagowych w fotonów; białe kółka reprezentują centra rozpraszania, szare – centra ekstynkcji, czarne – centra absorpcji, biały kolor ośrodka wskazuje brak absorpcji poza centrami absorpcji lub rozpraszania, szary – możliwość absorpcji fotonów, grubość strzałek reprezentuje liczbę wagową w fotonu

W metodzie CMCM proces absorpcji fotonów może być uwzględniany różnymi sposobami. W najprostszym modelu absorpcja fotonów w metodzie CMCM odbywa się nagle, jak rzeczywistych fotonów znanych z fizyki. Absorpcja ta odbywać się może na centrach absorpcji (patrz punkt 2.2.2) występujących niezależnie od centrów rozpraszania (patrz rys. 3.2a) lub na centrach ekstynkcji (patrz rys. 3.2b), na których absorpcja występuje z pewnym prawdopodobieństwem. Jeżeli absorpcja występuje na centrach ekstynkcji, wówczas nagle absorpcja występuje tylko przy niektórych kolizjach z tymi centrami; w pozostałych wypadkach fotony są rozpraszane. O tym, czy zajdzie tu zjawisko absorpcji albo rozpraszania, decyduje przypadek losowy. Prawdopodobieństwo absorpcji przy kolizji fotonu z centrum ekstynkcji równe jest albedo centrum ekstynkcji a_{alb} (patrz zależność (2.120)). Proces przebiegu zjawiska w postaci absorpcji lub rozpraszania można modelować z wykorzystaniem generatora liczb losowych ξ o rozkładzie jednorodnym i gęstości prawdopodobieństwa $p_{01}(\xi)$ (patrz zależność (3.116)). Jeżeli wygenerowano $\xi < a_{\text{alb}}$, wówczas przyjmujemy, że foton na centrum ekstynkcji został absorbowany, a gdy $\xi \geq a_{\text{alb}}$, przyjmujemy, że foton został rozproszony.

Nagle absorpcje fotonów najwierniej opisują zjawiska fizyczne związane z absorpcją promieniowania optycznego; jednak takie podejście w modelowaniu propagacji promieniowania optycznego ma dość istotne wady. Mianowicie, w podejściu tym przeprowadzane są skomplikowane obliczenia związane z propagacją tych fotonów, które nie docierają do miejsca docelowego, które nas najbardziej interesuje (np. do określonego miejsca ośrodka silnie rozpraszającego lub do detektora). Ponadto, jak zobaczymy poniżej, wymaga wyznaczenia aż dwóch wielkości losowych, by wyznaczyć długość drogi do najbliższej kolizji z centrum rozpraszania lub absorpcji (co przy wielu fotonach i wielu kolizjach jest procesem pracochłonnym). Wady te można usunąć przy założeniu, że wykorzystywany w metodzie CMCM foton może zmieniać swoją liczbę wagową w w sposób ciągły. Zauważmy, że z energetycznego punktu widzenia nie ma znaczenia, czy do danego miejsca dotrze mniej fotonów o większej liczbie wagowej, czy więcej fotonów o mniejszej liczbie wagowej, jeśli

tylko całkowita energia tych fotonów będzie jednakowa (np. 100 fotonów o $w = 1$, czy 1000 o $w = 0,1$ jednostek z miliona wygenerowanych fotonów). Ze statystycznego punktu widzenia znacznie lepiej jest, gdy do danego miejsca trafi jak największa liczba fotonów, gdyż od niej zależy wariancja energii wyliczonej na podstawie sumy energii poszczególnych fotonów, które dotarły do interesującego nas miejsca.

W wypadku gdy absorpcja fotonów zachodzi na centrach ekstynkcji, wówczas liczba wagowa fotonu zmienia się każdorazowo, gdy pojedynczy foton rozprasza się na centrum ekstynkcji, według zależności:

$$w = w_0 a_{\text{alb}}, \quad (3.134)$$

gdzie w_0 jest liczbą wagową fotonu padającego na centrum ekstynkcji, w jest liczbą wagową fotonu rozproszonego na centrum ekstynkcji, a a_{alb} jest albedem centrum ekstynkcji (patrz zależność (2.120)).

W wypadku gdy jedynymi centrami, na których może zachodzić absorpcja i rozpraszanie w ośrodku, są centra ekstynkcji, wówczas – podstawiając zależności (2.178) i (2.179) do zależności (2.120) – otrzymamy:

$$a_{\text{alb}} = \frac{\mu_s}{\mu_a + \mu_s}, \quad (3.135)$$

gdzie μ_s jest współczynnikiem rozpraszaniem ośrodka.

Jeżeli proces absorpcji występuje na centrach absorpcji, wówczas liczbę wagową w fotonu opuszczającego ten ośrodek liczymy z zależności:

$$w = w_0 \exp(-\mu_a l_\Sigma), \quad (3.136)$$

gdzie w_0 jest liczbą wagową fotonu w momencie pojawienia się w ośrodku, μ_a jest współczynnikiem absorpcji ośrodka, a l_Σ jest całkowitą długością drogi, jaką pokonał foton w danym ośrodku.

W literaturze przedmiotu można spotkać zarówno metody CMC, w których wpływ absorpcji uwzględniany jest poprzez stopniowe zmniejszanie liczb wagowych w na centrach ekstynkcji według zależności (3.134) (np. w pracach [333, 442]), jak i na podstawie całkowitej długości drogi l_Σ , jaką pokonał foton, według zależności (3.136) (np. w pracach [45, 68, 183, 192, 261, 307, 322]).

Z uwagi na losowy rozkład centrów rozpraszania, absorpcji i ekstynkcji, długość drogi l , jaką pokonuje foton od kolizji do kolizji, jest wielkością losową o rozkładzie zależnym od współczynników rozpraszania μ_s , absorpcji μ_a i ekstynkcji μ_e . W zależności od przyjętego modelu uwzględniającego zjawisko absorpcji w ośrodku (patrz rys. 3.2), różne są zależności na długość drogi l , jaką pokonują fotony od kolizji do kolizji na tych centrach. W modelu, w którym absorpcja fotonów zachodzi nagle na centrach absorpcji (patrz rys. 3.2a), by wyliczyć długość drogi l , trzeba by każdorazowo wcześniej wyliczyć dwie długości drogi: l_s i l_a , z których pierwsza oznacza drogę, jaką pokonałby foton od danego punktu do najbliższego centrum rozpraszania, gdyby wcześniej nie napotkał na centrum absorpcji, a druga oznacza drogę, jaką pokonałby foton od danego punktu do najbliższego centrum absorpcji, gdyby wcześniej nie napotkał centrum rozpraszania. Znając długości dróg l_s i l_a , za długość drogi l przyjmujemy mniejszą z nich (oczywiście pod warunkiem, że wcześniej foton nie napotka na brzeg ośrodka; warunki brzegowe zostaną omówione nieco dalej). Długości drogi l_s i l_a są wielkościami losowymi, których rozkłady prawdopodobieństwa $p_s(l_s)$ i $p_a(l_a)$ można łatwo znaleźć z wykorzystaniem metody podobieństwa w podobny sposób, jak przy

znajdowaniu rozkładów kątów θ i ψ opisujących kierunek propagacji fotonów, korzystając z zależności odpowiednio (2.185) i (2.186). Otrzymamy wtedy:

$$p_s(l_s) = \mu_s \exp(-\mu_s l_s), \quad (3.137)$$

$$p_a(l_a) = \mu_a \exp(-\mu_a l_a). \quad (3.138)$$

Licząc dystrybuanty zmiennych losowych l_s i l_a i przyrównując je do dystrybuant liczb losowych ζ_1 i ζ_2 o rozkładach $p_{01}(\zeta_1)$ i $p_{01}(\zeta_2)$ (patrz zależność (3.116)), łatwo znajdziemy równania:

$$l_s = -\frac{1}{\mu_s} \ln(1 - \zeta_1), \quad (3.139)$$

$$l_a = -\frac{1}{\mu_a} \ln(1 - \zeta_2), \quad (3.140)$$

pozwalające na wyznaczaniu kolejnych wartości l_s i l_a na podstawie liczb ζ_1 i ζ_2 .

Jeżeli absorpcja zachodzi na centrach ekstynkcji (tak, jak to pokazano na rys. 3.2b i 3.2c), wówczas długość drogi l powinna być równa długości l_e , której rozkład $p_e(l_e)$ wynosi:

$$p_e(l_e) = \mu_e \exp(-\mu_e l_e), \quad (3.141)$$

gdzie μ_e jest współczynnikiem ekstynkcji.

Podobnie jak l_s i l_a , l_e można znaleźć, korzystając z liczb losowych ζ o rozkładach $p_{01}(\zeta)$. Otrzymamy wtedy:

$$l_e = -\frac{1}{\mu_e} \ln(1 - \zeta). \quad (3.142)$$

Jak widać, gdy absorpcja zachodzi tylko na centrach ekstynkcji, wówczas do znalezienia długości drogi l wystarczy znalezienie tylko jednej wartości losowej (to jest l_e), a nie dwóch (l_s i l_a), jak było poprzednio (jest to istotne, bowiem, jak wynika z zależności (3.139), (3.140) i (3.142), do znalezienia każdej z tych wartości należy prócz generacji samej liczby ζ wykonać znacznie bardziej pracochłonną operację logarytmowania). Zaletą wykorzystania metody, w której absorpcja występuje jedynie na centrach ekstynkcji (tak, jak to pokazano na rys. 3.2b i 3.2c), jest również to, że łatwo można w tych metodach śledzić wyzwalaną lokalnie energię ciepłą w ośrodku pod wpływem absorbowanych fotonów. Wystarczy w tym celu podzielić dany obiekt, w którym propaguje promieniowanie, na małe fragmenty i rejestrować każdorazowo dla każdej kolizji fotonu z centrum ekstynkcji ilość pochłoniętej energii niesionej przez fotony. Metodę z centrami ekstynkcji można wykorzystać również do ośrodków, w których fizycznie występują jedynie centra rozpraszania i centra absorpcji. Jeżeli współczynniki rozpraszania i absorpcji wynoszą odpowiednio μ_s i μ_a , wówczas można taki ośrodek zamienić na równoważny pod względem właściwości propagacji promieniowania optycznego, w którym występują jedynie centra ekstynkcji, których współczynnik ekstynkcji wynosi:

$$\mu_e = \mu_s + \mu_a, \quad (3.143)$$

Albedo centrów ekstynkcji powinno być zgodne z zależnością (3.135), a funkcja fazowa $p(s_2, s_1)$ (patrz punkt 2.2.2) powinna być taka sama, jak centrów rozpraszania.

W metodzie pokazanej na rys. 3.2d długości drogi l równe są długościom l_s danym przez zależność (3.140). Średnio statystycznie są one dłuższe niż długości l_e . Z tego wzglę-

du oraz z faktu, że absorpcję uwzględnia się na podstawie całkowitej długości drogi l_Σ , jaką pokonał foton w ośrodku (patrz zależność (3.136)) (co oznacza, że wpływu absorpcji nie musimy liczyć przy każdej kolizji), metoda ta jest najbardziej wydajna pod względem numerycznym (to jest, wymaga najmniej operacji matematycznych przy danej liczbie fotonów), gdy chcemy obliczyć moc promieniowania optycznego, jaka dotrze do danego miejsca (np. do powierzchni obiektu rozpraszającego, na której umieszczony jest detektor promieniowania). Wadą tej metody jest to, że jej wydajność numeryczna znacznie spada, gdy chcemy za jej pomocą śledzić moc wydzielaną w ośrodku na skutek absorpcji fotonów.

W wyniku rozpraszania kierunki propagacji fotonów w ośrodkach rozpraszających ulegają ciągłym zmianom. Przy pojedynczej kolizji fotonu z centrum rozpraszania lub centrum ekstynkcji gęstość prawdopodobieństwa rozpraszania z kierunku s_1 do kierunku s_2 jest identyczna z funkcją fazową $p(s_2, s_1)$ zdefiniowaną przez zależność (2.114). W analizie propagacji promieniowania optycznego w ośrodku silnie rozpraszającym metodą CMCM dokładne odtwarzanie zmiany kierunku zgodnie z funkcją fazową dla pojedynczego centrum byłoby w praktyce zbyt pracochłonne i niepraktyczne, gdyż przy rejestracji fotonów, które uległy wielokrotnemu rozproszeniu, ich rozkład nie zależy od funkcji fazowej $p(s_2, s_1)$ tak długo, jak tylko średni kosinus kąta rozpraszania opisywany przez współczynnik anizotropii rozpraszania g (patrz zależność (2.116)) pozostaje stały. Tylko przy bardzo małej odległości od miejsca, w którym fotony są wprowadzane do ośrodka silnie rozpraszającego, dokładne odtworzenie funkcji fazowej $p(s_2, s_1)$ może mieć znaczenie. Ze względu na pracochłonność obliczania kierunku propagacji fotonów po rozproszeniu, poszukuje się funkcji gęstości prawdopodobieństwa, które z jednej strony pozwoliłyby na znalezienie kierunku propagacji fotonów rozproszonych stosunkowo niewielkim kosztem obliczeń numerycznych, a z drugiej strony w miarę wiernie aproksymowały funkcję fazową $p(s_2, s_1)$. W literaturze można znaleźć wiele takich funkcji. Do najbardziej popularnych można zaliczyć funkcje fazowe $p(\theta)$ zależne tylko od jednej wielkości – kąta rozpraszania θ . Do tej grupy należą funkcje fazowe δ -Eddingtona, Rayleigha-Gansa, Reynoldsa i Henyeya-Greensteina [74, 180, 188, 218, 277, 301, 316, 317, 353]. Szczególnie popularna jest ostatnia funkcja fazowa, gdyż jej użycie w symulacji propagacji promieniowania optycznego w tkankach dostarcza wyników, które dobrze zgadzają się z wynikami pomiarów (pierwotnie funkcję tę stosowano do opisu rozpraszania przez materię międzygwiazdową). Funkcja fazowa Henyeya'a-Greensteina $p_{HG}(\theta)$ ma postać [180]:

$$p_{HG}(\theta) = \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos \theta)^{3/2}}. \quad (3.144)$$

Na podstawie funkcji $p_{HG}(\theta)$ wielkości losowe:

$$\cos \theta = \begin{cases} \frac{1}{2g} \left[1 + g^2 - \left(\frac{1 - g^2}{1 - g + 2g\xi_1} \right)^2 \right], & \text{gdy } g \neq 0 \\ 2\xi_1 - 1, & \text{gdy } g = 0 \end{cases} \quad (3.145)$$

potrzebne do znalezienia kierunków rozpraszania s_2 mogą być wyznaczone z wykorzystaniem generatora liczb losowych ξ_1 o rozkładzie jednorodnym i gęstości prawdopodobieństwa $p_{01}(\xi_1)$ danej przez zależność (3.117).

Do wyznaczenia nowego kierunku rozpraszania s_2 potrzebny jest jeszcze kąt azymutalny ψ , będący również wielkością losową opisaną gęstością prawdopodobieństwa $p_{2\pi}(\psi)$ (patrz zależność (3.115)). Do wyznaczenia tych kątów można się posłużyć generatorem

liczb losowych ξ_2 o rozkładzie $p_{01}(\xi_2)$, danym zależnością (3.116), a wielkości ψ generować zgodnie z zależnością (3.121).

Znając stary kierunek \mathbf{s}_1 oraz kąty θ i ψ , nowy kierunek \mathbf{s}_2 można znaleźć z zależności [441]:

$$\begin{cases} s_{2x} = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1-s_{1z}^2}} (s_{1x}s_{1z} \cos \psi - s_{1y} \sin \psi) + s_{1x} \cos \theta \\ s_{2y} = \frac{\sin \theta}{\sqrt{1-s_{1z}^2}} (s_{1y}s_{1z} \cos \psi + s_{1x} \sin \psi) + s_{1y} \cos \theta, \\ s_{2z} = -\sin \theta \cos \psi \sqrt{1-s_{1z}^2} + s_{1z} \cos \theta \end{cases} \quad (3.146)$$

gdzie s_{1x} , s_{1y} , s_{1z} są współrzędnymi wektora \mathbf{s}_1 , a s_{2x} , s_{2y} , s_{2z} są współrzędnymi wektora \mathbf{s}_2 . Jeżeli kąt między kierunkiem \mathbf{s}_1 a osią z jest bardzo mały (to jest, gdy $1 - |s_{1z}| \cong 0$), wówczas do wyznaczenia nowego kierunku \mathbf{s}_2 należy wykorzystać zależności:

$$\begin{cases} s_{2x} = \cos \theta \cos \psi \\ s_{2y} = \sin \theta \sin \psi \\ s_{2z} = \text{sign}(s_{1z}) \cos \theta \end{cases}, \quad (3.147)$$

gdzie funkcja $\text{sign}(s_{1z})$ zwraca 1, kiedy $s_{1z} \geq 0$, oraz -1 , kiedy $s_{1z} < 0$.

Jak zobaczymy dalej, wyznaczanie kierunku \mathbf{s}_2 na podstawie zależności (3.146) lub (3.147) nie jest optymalne z punktu widzenia liczby operacji matematycznych, jakie należy w tym celu wykonać (patrz punkt 3.4.2 – metoda macierzowego opisu kierunku propagacji fotonów).

Proces propagacji każdego fotonu przebiega od kolizji do kolizji tak długo, aż zostanie pochłonięty lub natrafi na brzeg obiektu, w którym się znajduje. Sprawdzenie ostatniego warunku powinno być dokonywane każdorazowo przed wyznaczeniem nowego położenia w obiekcie. Jeżeli powierzchnia graniczna opisana jest równaniem:

$$F(x, y, z) = 0, \quad (3.148)$$

wówczas położenie punktu padania P_1 opisane przez wektor wodzący \mathbf{r}_1 o współrzędnych r_{1x} , r_{1y} i r_{1z} znajdziemy poprzez rozwiązanie układu równań:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_0 + l\mathbf{s} \\ F(x, y, z)|_{x=r_{1x}, y=r_{1y}, z=r_{1z}} = 0 \end{cases}, \quad (3.149)$$

gdzie \mathbf{r}_0 jest wektorem wodzącym o współrzędnych r_{0x} , r_{0y} i r_{0z} punktu P_0 , od którego foton propaguje po linii prostej w kierunku powierzchni granicznej (może to być na przykład punkt, z którego foton jest generowany, lub punkt, w którym foton uległ rozproszeniu), \mathbf{s} jest wektorem opisującym kierunek propagacji fotonu, a l parametrem określającym odległość między punktami P_0 i P_1 .

Podstawiając górne równanie do dolnego układu (3.149), otrzymamy równanie:

$$F(r_{0x} + ls_x, r_{0y} + ls_y, r_{0z} + ls_z) = 0 \quad (3.150)$$

z jedną niewiadomą l .

Jeżeli układ równań (3.149) ma kilka rozwiązań, to przyjmujemy najmniejsze dodatnie rozwiązanie tego równania. Podstawiając wyznaczony w ten sposób parametr l do górnego równania układu (3.149), otrzymujemy wektor wodzący \mathbf{r}_1 punktu padania P_1 . W tym punkcie foton może odbić się od powierzchni granicznej lub przeciąć powierzchnię graniczną z jednoczesną zmianą kierunku zgodną z prawem załamania Snelliusa. W jednym i drugim wypadku należy wyznaczyć nowy kierunek: \mathbf{s}_r w wypadku odbicia lub \mathbf{s}_t w wypadku załamania. Do wyznaczenia jednego z tych kierunków potrzebna jest znajomość wektora normalnego \mathbf{n} do powierzchni $F(x, y, z) = 0$, w punkcie P_1 , przy czym wektor padania \mathbf{s} i wektor normalny \mathbf{n} powinny tworzyć kąt rozwarty. Aby wyznaczyć wektor \mathbf{n} , w pierwszej kolejności wyznaczamy wektor normalny \mathbf{N} do powierzchni $F(x, y, z) = 0$, w punkcie P_1 z równania:

$$\mathbf{N} = \left[\frac{\partial F(x, y, z)}{\partial x}, \frac{\partial F(x, y, z)}{\partial y}, \frac{\partial F(x, y, z)}{\partial z} \right]^T \Bigg|_{x=\eta_x, y=\eta_y, z=\eta_z}. \quad (3.151)$$

Dzieląc wektor \mathbf{N} przez jego długość, otrzymujemy:

$$\mathbf{n}' = \frac{\mathbf{N}}{|\mathbf{N}|}, \quad (3.152)$$

gdzie \mathbf{n}' jest wektorem o kierunku równoległym do wektora \mathbf{n} i zwrocie zgodnym albo przeciwnym do \mathbf{n} . To, czy zwrot wektora \mathbf{n}' jest zgodny, czy przeciwny do zwrotu wektora \mathbf{n} , można sprawdzić, licząc wartość a iloczynu skalarnego wektorów \mathbf{s} i \mathbf{n}' , czyli:

$$a = \mathbf{s} \cdot \mathbf{n}'. \quad (3.153)$$

Gdy znana jest wartość a , otrzymujemy:

$$\mathbf{n} = \begin{cases} \mathbf{n}', & \text{gdy } a \leq 0 \\ -\mathbf{n}', & \text{gdy } a > 0 \end{cases}. \quad (3.154)$$

Z wartości a można też wyznaczyć kosinus i sinus kąta padania α :

$$\cos \alpha = \begin{cases} -a, & \text{gdy } a \leq 0 \\ a, & \text{gdy } a > 0 \end{cases}, \quad (3.155)$$

$$\sin \alpha = |\mathbf{n} \times \mathbf{s}|, \quad (3.156)$$

gdzie symbol \times oznacza mnożenie wektorowe wektorów (wyznaczenie $\sin \alpha$ przy znajomości wektorów \mathbf{n} i \mathbf{s} za pomocą wyrażenia (3.156) jest realizowane przez współczesne komputery znacznie szybciej niż na podstawie $\cos \alpha$ przy wykorzystaniu odpowiedniej zależności trygonometrycznej).

Jeżeli kąt padania fotonu na powierzchnię graniczną jest większy od kąta granicznego α_{gr} , wówczas foton na tej powierzchni może ulec tylko odbiciu. Kąt graniczny istnieje tylko wtedy, gdy współczynnik załamania n_1 obiektu, w którym znajduje się foton, jest większy niż współczynnik załamania n_2 na zewnątrz obiektu. Sinus tego kąta można obliczyć z zależności:

$$\sin \alpha_{gr} = n_{12}, \quad (3.157)$$

gdzie:

$$n_{12} = n_2/n_1. \quad (3.158)$$

W wypadku odbicia wektor \mathbf{s}' , opisujący nowy kierunek propagacji fotonu po odbiciu, można wyznaczyć z zależności:

$$\mathbf{s}' = \mathbf{s} + 2\cos\alpha \cdot \mathbf{n}. \quad (3.159)$$

Natomiast kiedy kąt padania jest mniejszy od kąta granicznego lub gdy $n_2 > n_1$, wówczas foton może także przeciąć powierzchnię graniczną. Wówczas nowy kierunek opisywany jest wektorem:

$$\mathbf{s}'' = \mathbf{s}/n_{12} + (\cos\alpha/n_{12} - \cos\beta) \cdot \mathbf{n}, \quad (3.160)$$

gdzie $\cos\beta$ jest kosinusem kąta załamania dla fotonu padającego w punkcie P_1 . Kosinus ten można obliczyć, korzystając z prawa Snelliusa. Otrzymamy wtedy:

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\alpha/n_{12}^2}, \quad (3.161)$$

gdzie:

$$\sin\beta = \sin\alpha/n_{12}. \quad (3.162)$$

W wypadku kiedy kąt padania fotonu na powierzchnię graniczną jest mniejszy od granicznego, o tym czy ulegnie on odbiciu, czy załamaniu, w metodzie Monte Carlo decyduje przypadek losowy. Prawdopodobieństwo odbicia fotonu musi być równe współczynnikowi odbicia promieniowania optycznego. Współczynnik ten opisany jest wzorami Fresnela i zależy od stanu polaryzacji padającej wiązki. Wynosi on [51, 362]:

$$\Gamma_s = \left(\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \right)^2 \quad (3.163)$$

dla wiązki spolaryzowanej w kierunku prostopadłym do płaszczyzny padania i

$$\Gamma_p = \left(\frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} \right)^2 \quad (3.164)$$

dla wiązki spolaryzowanej w kierunku równoległym do płaszczyzny padania.

Jeżeli znamy sinusy i kosinusy kątów padania i załamania, współczynniki odbicia Γ_s i Γ_p można obliczyć z zależności:

$$\Gamma_s = \left(\frac{\sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta}{\sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta} \right)^2, \quad (3.165)$$

$$\Gamma_p = \Gamma_s + \left(\frac{\cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta}{\sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta} \right)^2, \quad (3.166)$$

które nie wymagają bezpośrednio znajomości kątów α i β .

W wypadku gdy $\alpha = 0$, współczynniki te liczymy z zależności:

$$\Gamma_p = \Gamma_s = \left(\frac{1 - n_{21}}{1 + n_{21}} \right)^2. \quad (3.167)$$

Jeżeli założymy, że odbiciu ulega promieniowanie, które nie jest spolaryzowane, wówczas współczynnik odbicia Γ_{dep} dla tego typu promieniowania jest równy średniej arytmetycznej współczynników odbicia Γ_s i Γ_p . W rezultacie otrzymamy:

$$\Gamma_{\text{dep}} = \left(\frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta} \right)^2. \quad (3.168)$$

Zachowanie się danego fotonu padającego na powierzchnię graniczną w danej chwili można określić na podstawie wygenerowanej liczby losowej ξ o rozkładzie jednorodnym i gęstości prawdopodobieństwa $p_{01}(\xi)$ (patrz zależność (3.116)). Jeżeli $\xi < \Gamma_{\text{dep}}$, wówczas przyjmujemy, że nastąpiło odbicie, natomiast gdy $\xi \geq \Gamma_{\text{dep}}$, wówczas mamy do czynienia z załamaniem.

W wyniku odbicia niespolaryzowana wiązka może ulec polaryzacji na skutek różnych wartości współczynników odbicia Γ_s i Γ_p . Jednak wpływ tego efektu w ośrodku silnie rozpraszającym bardzo szybko maleje, tak że można przyjąć, że przy następnym odbiciu od powierzchni granicznej ośrodka promieniowanie optyczne jest ponownie zdepolaryzowane. Jeżeli z jakichś powodów badanie stanu polaryzacji fotonów byłoby istotne, wówczas należałoby przyjąć na początku inny model fotonów wykorzystywany w metodzie Monte Carlo, w którym ich właściwości uzupełnione byłyby za pomocą wektora Jonesa lub wektora Stokesa wraz z odpowiednim lokalnym układem współrzędnych dla każdego fotonu, w którym obowiązywałyby te wektory (takie podejście z lokalnym układem współrzędnych będzie opisane w następnym punkcie). W takim modelu przy każdej kolizji można uwzględnić zmiany polaryzacji promieniowania. Można także w tym modelu uwzględnić zjawiska odbicia i załamania związane ze stanem polaryzacji poszczególnych fotonów.

3.4.2. Zmodyfikowane metody Monte Carlo

Najczęstszą przyczyną wprowadzania modyfikacji do CMCM jest chęć zmniejszenia liczby niezbędnych operacji matematycznych, jakie należy wykonać, by uzyskać wyniki o akceptowalnej wariancji. Ze względu na to, że w wielu rzeczywistych problemach, w których wykorzystywana jest metoda Monte Carlo, obliczenia dokonywane są dla milionów fotonów, z których każdy może być miliony razy rozproszony, zanim wydobędzie się z ośrodka silnie rozpraszającego, często czasy obliczeń na współczesnych komputerach mogą sięgać dziesiątków godzin dla przeprowadzenia obliczeń dla danego pobudzenia i dla danego obiektu silnie rozpraszającego. W zagadnieniach odwrotnych, w których proces takiego modelowania jest jednym z etapów procesu iteracyjnego, za pomocą którego próbuje się znaleźć parametry optyczne obiektu, znając zmierzone natężenie promieniowania na powierzchni obiektu, poprzez dopasowywanie wyników modelowania do wartości zmierzonych (patrz punkt 5.2.2), obliczenia mogą trwać wiele dni nawet przy wykorzystaniu superkomputerów. Widzimy więc, że w metodzie Monte Carlo liczba niezbędnych operacji matematycznych, jakie należy wykonać, by uzyskać wyniki symulacji z zadawalającą dokładnością, może mieć istotny wymiar ekonomiczny i każda próba zaoszczędzenia chociażby jednego procenta w liczbie operacji matematycznych potrzebnych do wykonania obliczeń ma w metodzie Monte Carlo istotne znaczenie. Z tego względu metody, w których absorpcja zachodzi nagle, nie znalazły szerszego wykorzystania, gdyż przy tej samej liczbie wygenerowanych fotonów dają wyniki o większej wariancji niż metody, w których absorpcja jest uwzględniana poprzez stopniowe zmniejszanie liczb wagowych fotonów. Jednakże, kiedy liczby te nie spadają do zera w czasie propagacji, zachodzi niebezpieczeństwo, że może powstać sytuacja, w której długości dróg niektórych fotonów w ośrodku rozpraszającym są wielokrotnie dłuższe niż pozostałych fotonów. W wyniku absorpcji liczby wagowe tych fotonów mogą być nawet o wiele rzędów wielkości mniejsze od liczb wagowych pozostałych fotonów. Ponadto dłuższe przebyte drogi oznaczają, że każdy z fotonów o małej

liczbie wagowej uległ statystycznie znacznie większej liczbie kolizji. Dlatego czas obliczeń związany z tymi fotonami jest niewspółmiernie długi, biorąc pod uwagę ich niewielki udział w całkowitym bilansie energii, jaki wnoszą przy liczeniu natężenia promieniowania wewnątrz lub na powierzchni danego obiektu (fotony, które przebyły krótszą drogę mają w tym bilansie znacznie większy udział). Narzuca się więc pokusa, by zrezygnować z dalszych obliczeń propagacji tych fotonów, których liczba wagowa spadnie poniżej ustalonego poziomu. Takie postępowanie prowadziłoby jednak do błędów systematycznych, polegających na niedoszacowaniu uzyskanych rozkładów energii, współczynników transmisji itp.

Rosyjska ruletka i rozłupywanie fotonów

Techniką pozwalającą na zmniejszeniu liczby niezbędnych operacji matematycznych, jakie należy wykonać, by uzyskać wymaganą wariancję rozkładów, która zdobyła największą popularność, jest metoda zwana „rosyjską ruletką” (ang. „*russian roulette*”) [80, 442]. Polega ona na tym, by o zdarzeniu, jakim jest eliminacja z procesu obliczeniowego fotonu, którego liczba wagowa w spadła poniżej określonej (bardzo małej) wagi progowej w_{prog} , decydował przypadek losowy o prawdopodobieństwie zajścia p . Zatem prawdopodobieństwo, że foton, którego liczba wagowa spadła poniżej wagi progowej w_{prog} , nie został wyeliminowany, wynosi $1-p$. Aby średni rozkład energii fotonów docierających do danego miejsca został zachowany, jego nowa liczba wagowa w_{new} powinna spełniać zależność:

$$w_{\text{new}} = w/(1-p). \quad (3.169)$$

Jeżeli na przykład $p=0,9$, wówczas 90% fotonów, których liczba wagowa spadła poniżej wartości progowej zostaje wyeliminowanych, ale w zamian za to 10% fotonów, które nie zostaną tutaj wyeliminowane, powiększają swoją funkcję wagową dziesięciokrotnie.

Jedną z podstawowych cech CMCM jest to, że wraz z odległością od źródła liczba fotonów maleje, co prowadzi do wzrostu wariancji uzyskiwanych wyników rozkładu energii. Rosyjska ruletka pozwala na zmniejszenie liczby operacji matematycznych przez eliminację fotonów, których liczba wagowa jest bardzo mała. Aby w znaczący sposób nie zwiększyć wariancji uzyskiwanych rozkładów energii, metodę tę powinno stosować się w tych miejscach, w których obok fotonów o liczbie wagowej zbliżającej się do wagi progowej istniały fotony o dużo większej liczbie wagowej. Zaoszczędzony w ten sposób czas obliczeń można wykorzystać do analizy propagacji dodatkowej liczby wygenerowanych fotonów, co w rezultacie pozwala zmniejszyć wariancję uzyskanych wyników.

Inną techniką pozwalającą na zmniejszenie wariancji jest metoda „rozłupywania fotonów” (ang. „*splitting method*”) [19]. Metodę tę można stosować w tych miejscach badanego ośrodka, do których dociera znacznie mniejsza liczba fotonów niż do miejsc pozostałych – np. w miejscach położonych daleko od źródła lub w miejscach trudno osiągalnych przez fotony (czyli w różnego typu „zakamarkach”). Polega ona na zastąpieniu pojedynczego fotonu, który dotarł do takiego miejsca, mającego liczbę wagową w przez m fotonów o liczbie wagowej m razy mniejszej. Najlepsze wyniki przy danej liczbie wygenerowanych fotonów i nakładzie pracy, jeśli chodzi o minimalizację wariancji, uzyskać można, stosując jednocześnie metodę rosyjskiej ruletki blisko źródła i metodę rozłupywania fotonów daleko od źródła. Oczywiście, metodę rozłupywania fotonów należy stosować w sytuacjach, w których jesteśmy zainteresowani w wyznaczeniu rozkładu energii w miejscach położonych z dala od źródła. Jeżeli interesują nas rozkłady tylko blisko źródła, stosowanie techniki rozłupywania nie jest wskazane, gdyż powstałe w ten sposób dodatkowe fotony będą miały znacznie mniejsze liczby wagowe niż fotony, które pokonały dystans od źródła do miejsca blisko źródła po znacznie krótszej drodze.

Metoda macierzowego opisu kierunku propagacji fotonów

Inną techniką, która pozwala na skrócenie czasu obliczeń przy danej liczbie wygenerowanych fotonów (lub przeanalizować większą liczbę fotonów w tym samym czasie obliczeniowym, co prowadzi do zmniejszenia wariancji), jest opracowana przez Autora metoda macierzowego opisu kierunku propagacji fotonów [333]. W metodzie tej kierunek ten reprezentowany jest przez Macierz $\hat{S} = [\hat{s}_x, \hat{s}_y, \hat{s}_z]^T$ (zamiast przez wersor \mathbf{s}), którego wierszami są trzy ortogonalne wersory: $\hat{s}_x = [\hat{s}_{xx}, \hat{s}_{xy}, \hat{s}_{xz}]$, $\hat{s}_y = [\hat{s}_{yx}, \hat{s}_{yy}, \hat{s}_{yz}]$ i $\hat{s}_z = [\hat{s}_{zx}, \hat{s}_{zy}, \hat{s}_{zz}]$. Wersory te definiują lokalny, prawoskrętny kartezjański układ współrzędnych o początku leżącym w miejscu, w którym znajduje się foton, oraz w którym \hat{s}_z wyznacza kierunek propagacji fotonu (inaczej mówiąc, w którym $\hat{s}_z = \mathbf{s}$); pozostałe wersory \hat{s}_x i \hat{s}_y , jeżeli nie są analizowane zjawiska związane z polaryzacją, mogą mieć kierunki dowolne, byle tylko były wzajemnie do siebie prostopadłe i prostopadłe do wersora \hat{s}_z . W metodzie Monte Carlo, w której analizowane byłyby zmiany polaryzacji fotonów na skutek na przykład rozproszenia lub odbicia od powierzchni granicznej, wersory \hat{s}_x i \hat{s}_y opisywać by mogły układ współrzędnych, w którym definiowane byłyby wektory Jonesa lub Stokesa stanu polaryzacji fotonów. W wypadku metody Monte Carlo manipulowanie dodatkowymi wersorami \hat{s}_x i \hat{s}_y mogło wydawać się na początku zbędne, jednak, jak zobaczymy za chwilę, zmniejsza czas obliczeń przy znajdowaniu zmiany kierunku propagacji fotonu na skutek rozpraszania. W metodzie macierzowej nowy kierunek propagacji fotonu będzie znajdowany poprzez obrót układu współrzędnych opisanego przez macierz \hat{S} na podstawie wcześniej znalezionych wartości sinusów i kosinusów kątów θ i ψ opisujących zmianę kierunku propagacji fotonu (patrz poprzedni punkt). W tym celu zostanie wykorzystany formalizm Eulera, pozwalający ustalić współrzędne wersorów definiujących nowy układ współrzędnych, gdy znamy je w starym układzie, na podstawie znajomości kątów Eulera: ψ_E , θ_E i φ_E [59]. W najbardziej popularnej „konwencji x ” (ang. „ x -convention”) obrót układu współrzędnych dokonywany jest najpierw wokół osi z o kąt ψ_E , następnie o kąt θ_E wokół osi x i na końcu o kąt φ_E ponownie wokół osi z . Jeżeli $\psi_E = \psi - \pi/2$, $\theta_E = \theta$, a φ_E jest dobrany w ten sposób, by $\hat{s}_{yz} = 0$ oraz znaki \hat{s}_{xz} i \hat{s}_{zz} były przeciwne, wówczas trasy, które pokonują poszczególne fotony, uzyskiwane za pomocą tej metody są identyczne, co trasy wyliczane z wykorzystaniem zależności (3.146) i (3.147). Zauważając, że gęstości prawdopodobieństwa wartości $\sin(\psi)$ i $\cos(\psi)$ wielkości losowej ψ o gęstości $p_{2\pi}(\psi)$ (patrz zależność (3.115)) są równe gęstościom odpowiednio $\sin(\psi - \pi/2)$ i $\cos(\psi - \pi/2)$, oraz że statystycznie rozkłady te nie zależą od kąta φ_E , można założyć, opierając się na formalizmie Eulera, że $\psi_E = \psi$, $\theta_E = \theta$ i $\varphi_E = 0$, co prowadzi do następujących zależności:

$$\begin{cases} \hat{s}_{2xi} = \cos \theta \cos \psi \hat{s}_{1xi} + \cos \theta \sin \psi \hat{s}_{1yi} - \sin \theta \hat{s}_{1zi} \\ \hat{s}_{2yi} = \cos \psi \hat{s}_{1yi} - \sin \psi \hat{s}_{1xi}, \\ \hat{s}_{2zi} = \sin \theta \cos \psi \hat{s}_{1xi} + \sin \theta \sin \psi \hat{s}_{1yi} + \cos \theta \hat{s}_{1zi} \end{cases} \quad i = x, y, z, \quad (3.170)$$

gdzie \hat{s}_{2xi} , \hat{s}_{2yi} , \hat{s}_{2zi} są elementami wersorów nowego układu współrzędnych, a \hat{s}_{1xi} , \hat{s}_{1yi} , \hat{s}_{1zi} są elementami wersorów starego układu współrzędnych związanego z danym fotonem. Porównując zależność (3.170) z (3.146), widzimy, że do wyznaczenia nowego kierunku propagacji fotonu, posługując się tą pierwszą zależnością, musimy wykonać o 15 mnożeń i 9 dodawań więcej, ale za to o 1 dzielenie i 1 pierwiastkowanie mniej, niż gdy posługujemy się drugą zależnością. Ponieważ operacje dzielenia i pierwiastkowania wykonywane są znacznie dłużej niż operacje mnożenia i dodawania, zaoszczędzony przy ich wykonywaniu czas z nawiązką pokrywa czas wykonania tych dodatkowych operacji [333]. W rezultacie

całkowity czas niezbędny do przeprowadzenia obliczeń programu komputerowego, w którym do opisu kierunku propagacji fotonów wykorzystujemy metodę macierzową, jest krótszy niż w CMC. Oszczędność ta sięga kilku procent i zależy od typu wykorzystanego procesora (przeprowadzone testy z wykorzystaniem programów różniących się jedynie sposobem opisu kierunku fotonów pokazały, że dla procesorów Intel Pentium III, Intel Pentium 4, i AMD Athlon XP zysk ten wahał się w granicach od 2,5% do 6%).

Obliczenia wielowariantowe

Znaczną redukcję czasu obliczeń można uzyskać, jeżeli zastosujemy odpowiednio zmodyfikowaną metodę Monte Carlo przy wielokrotnych obliczeniach propagacji promieniowania optycznego w obiekcie, którego parametry podane są w postaci kilku lub kilkadziesiąt zestawów parametrów różniących się tylko na niektórych pozycjach (np. różniących się tylko współczynnikiem absorpcji albo grubością). Z tego typu sytuacją mamy często do czynienia w procesie poszukiwania parametrów obiektu na podstawie znajomości rozkładu promieniowania (uzyskanego np. w wyniku pomiaru) metodą dopasowywania (patrz punkt 5.2.2). Przy wykorzystaniu klasycznej metody Monte Carlo zmiana parametrów obiektu wymaga każdorazowo przeprowadzenia w nim od początku pełnej symulacji propagacji promieniowania. Przy odpowiedniej modyfikacji metody proces obliczeń dla różnych wariantów danego parametru można czasami zrównoleglić w ten sposób, by wiele obliczeń dla różnych wariantów było wspólnych. Na przykład, obliczając transmisję w danym obiekcie dla kilku wariantów parametrów różniących się jedynie współczynnikiem absorpcji, wystarczy najpierw obliczyć transmisję fotonów przy braku absorpcji i na końcu obliczeń uwzględnić ją dla różnych wariantów na podstawie długości drogi, jaką one pokonały. Innym przykładem może być symulacja propagacji promieniowania optycznego w ośrodku warstwowym, w którym jakaś warstwa zmienia swoje parametry optyczne lub geometryczne. W tym wypadku trasy wszystkich fotonów, które nie dotarły do tej warstwy, można policzyć wspólnie dla wszystkich wariantów, natomiast jeżeli dany foton dotarł do tej warstwy, wówczas obliczenia te do tego momentu też mogą być wspólne. W rezultacie niezbędny czas obliczeń dla wszystkich wariantów może ulec wielokrotnemu skróceniu – zwłaszcza w sytuacjach, w których liczb wariantów jest duża. Tego typu strategią Autor posłużył się w obliczeniach propagacji promieniowania optycznego w tkankach głowy przy badaniach obrzęku mózgu, który powodował pomniejszanie szerokości warstwy podpajęczynówkowej [322, 323]. Szerzej ten przykład będzie opisany w rozdziale 4.

Zmiana parametrów rozpraszania obiektu

Duży wpływ na czas obliczeń dla zadanej liczby fotonów i geometrii obiektu, w którym one propagują, ma jego współczynnik rozpraszania μ_s – im jest on większy, tym dłuższy jest czas obliczeń z uwagi na krótszą drogę, jaką fotony średnio pokonują od centrum do centrum rozproszenia lub ekstynkcji. Z drugiej strony wiadomo, że z dala od źródła i brzegu (to jest w odległości większej niż zredukowany współczynnik rozpraszania μ_s' (patrz definicja (2.188)) obiektu silnie rozpraszającego praktycznie wszystkie propagujące fotony są fotonami dyfuzyjnymi. Ich rozpraszanie wygodniej opisać jednym parametrem, jakim jest zredukowany współczynnik rozpraszania μ_s' , niż dwoma: za pomocą współczynnika rozpraszania μ_s i współczynnika anizotropii rozpraszania g . Okazuje się, że zmiana współczynnika rozpraszania dla tych fotonów nie wpływa praktycznie na rozkład fotonów dyfuzyjnych pod warunkiem, że jednocześnie zmienia się współczynnik anizotropii rozpraszania w taki sposób, by zredukowany współczynnik rozpraszania pozostawał bez zmian.

Dlatego z dala od źródła i brzegu obiektu silnie rozpraszającego bez większej szkody warto posłużyć się zamiast rzeczywistymi parametrami μ_s i g – parametrami $\mu_s = \mu_s'$ i $g = 0$. Zauważmy, że w obu wypadkach zredukowany współczynnik rozpraszania jest identyczny, natomiast w drugim wypadku współczynnik rozpraszania może być mniejszy. W wielu wypadkach, dla których współczynnik anizotropii rozpraszania g jest duży, zmniejszenie współczynnika rozpraszania może być wielokrotne (np. w wypadku tkanek, dla których g może być zawarty w przedziale od 0,9 do 0,95, zmniejszamy w ten sposób współczynnik rozpraszania od 10 do 20 razy, co oznacza, że tylokrotnie zwiększamy średnią odległość między centrami, na których dochodzi do rozpraszania. Przyjmowanie w metodzie Monte Carlo parametrów $\mu_s = \mu_s'$ i $g = 0$, mimo że rzeczywiste są znacznie inne, jest zabiegiem często spotykanym (np. z takim zabiegiem można się spotkać w pracach [305–308]).

Metody hybrydowe

Porównując metodę Monte Carlo z metodą dyfuzji, można stwierdzić, że ta pierwsza charakteryzuje się przy odpowiednio dużej liczbie fotonów wykorzystanych w symulacji dużą większą dokładnością i ogromną liczbą operacji matematycznych, jakie należy wykonać (liczba ta szybko wzrasta wraz ze wzrostem odległości, jaką pokonują fotony w ośrodku rozpraszającym); natomiast druga metoda wymaga wykonanie znacznie mniejszej liczby obliczeń, ale jest mało dokładna, gdy punkt obserwacji leży blisko miejsca pojawienia się fotonów w ośrodku silnie rozpraszającym. Co więcej, metoda dyfuzji staje się całkowicie nieskuteczna, jeśli fotony w ośrodku nie są dostatecznie silnie rozpraszane (np. dla ośrodków o pomijalnie małym współczynniku rozpraszania lub w obiektach o wymiarach mniejszych niż kilkukrotna odwrotność współczynnika rozpraszania). Nasuwa się więc pokusa, by modelując propagację promieniowania optycznego metodą Monte Carlo, część obliczeń w ośrodku silnie rozpraszającym oprzeć na metodzie dyfuzji (z dala od jego brzegu i od źródła promieniowania optycznego). Tego typu metody, które łączą metodę Monte Carlo z metodą dyfuzji, noszą w literaturze nazwę metod hybrydowych [12, 23, 129, 173, 438, 440].

Jedną z najprostszych metod hybrydowych jest metoda zaproponowana przez L. V. Wanga i S. L. Jacquesa do obliczania rozkładu natężenia promieniowania optycznego na powierzchni obiektu, który może być traktowany jako półprzestrzeń wypełniona ośrodkiem silnie rozpraszającym, przy założeniu, że obiekt ten jest pobudzany poprzez promieniowanie optyczne padające na jego powierzchnię [440]. W przeciwieństwie do zależności $R_{\infty,p}(\rho)$ (patrz funkcja (3.70)), nie wprowadza się tu ograniczeń co do rozkładu kierunkowego promieniowania pobudzającego i warunków brzegowych. W zaproponowanej metodzie rozkład natężenia promieniowania optycznego na powierzchni obiektu jest sumą natężenia promieniowania obliczonego metodą Monte Carlo, pochodzącego od części fotonów padających na powierzchnię graniczną, i natężenia promieniowania pochodzącego od źródeł punktowych umieszczonych na głębokości większej niż zadana głębokość graniczna z_g . Punktem startowym omawianej metody jest liczenie propagacji poszczególnych fotonów pochodzących od źródła w obiekcie silnie rozpraszającym. Jeżeli przed osiągnięciem głębokości granicznej wydostraną się one przez powierzchnię graniczną na zewnątrz obiektu, wówczas na ich podstawie, jak w klasycznej metodzie Monte Carlo, liczony jest rozkład natężenia na podstawie położenia punktów, w których fotony opuszczają obiekt, i ich liczb wagowych. Jeżeli jednak centrum rozpraszania lub ekstynkcji, do którego dotarł dany foton, znajduje się poniżej głębokości krytycznej, wówczas sprawdzamy, czy po zmianie kierunku wskutek rozpraszania i przesunięciu fotonu o odległość $l = 1/(\mu_a + \mu_s')$ dalej znajduje się on na głębokości większej niż krytyczna – jeśli nie jest poszukiwane nowe położenie

centrum rozpraszania lub ekstynkcji zgodnie z metodą Monte Carlo; w przeciwnym wypadku punkt, do którego dotarł foton, traktowany jest jako źródło promieniowania izotropowego o energii równej liczbie wagowej fotonu. Od tego momentu dalsze obliczenia drogi fotonu w obiekcie są wstrzymane, natomiast powstające natężenie promieniowania od tego źródła na powierzchni granicznej obiektu jest liczone metodą dyfuzji i następnie dodawane do całkowitego natężenia promieniowania na tej powierzchni. Testy pokazały, że opisana tutaj metoda hybrydowa dostarcza rozwiązania w czasie od 2,5 do 20 razy krótszym niż klasyczna metoda Monte Carlo w zależności od parametrów obiektu rozpraszającego i głębokości krytycznej, która powinna być nie mniejsza niż $1/(\mu_a + \mu_s')$. Niedokładność metody w wyznaczeniu natężenia promieniowania optycznego była nie większa od 2%.

Jeden z autorów (L. V. Wang) poprzedniej metody rozszerzył ją o możliwość obliczenia natężenia promieniowania na powierzchni warstwy od strony padającego promieniowania i po przeciwnej stronie [438]. Sposób podejścia w tej metodzie jest identyczny, jak w poprzedniej, z tą różnicą, że punktowe źródło promieniowania optycznego wewnątrz warstwy powinno być odległe zarówno od jednej, jak i drugiej powierzchni granicznej tworzącej warstwę o wartość większą niż z_g . Metoda ta dostarczała rozwiązanie w czasie od 20 do 291 razy krótszym niż klasyczna metoda Monte Carlo w zależności od grubości warstwy i jej parametrów. Również i tutaj osiągnięto dużą dokładność obliczeń (błąd nie większy niż 6%). Metoda ta była dalej rozwijana dla większej liczby warstw [12].

Metody hybrydowe są też stosowane w obliczeniach propagacji promieniowania optycznego w obiektach niejednorodnych, w których występują zarówno obszary silnie rozpraszające, gdzie z powodzeniem może być wykorzystana metoda dyfuzji, i obszary, w których ze względu na niewystarczające rozpraszanie nie może być ona stosowana. W takiej sytuacji metoda hybrydowa umożliwia przeprowadzenie większości obliczeń propagacji promieniowania w obiekcie metodą dyfuzji, a tam gdzie nie może być ona stosowana – metodą Monte Carlo. Przykład algorytmu postępowania dla obiektu składającego się z obszarów zarówno silnie, jak i słabo rozpraszających można znaleźć w pracach [129, 173]. W algorytmie tym obliczenia przebiegają iteracyjnie: najpierw za pomocą metody dyfuzji (z wykorzystaniem metody elementów skończonych) liczona jest propagacja w obszarach silnie rozpraszających w celu wyznaczenia natężenia promieniowania na ich powierzchniach granicznych, a następnie, z wykorzystaniem metody Monte Carlo, liczona jest propagacja w obszarach słabo rozpraszających także w celu wyznaczenia natężenia promieniowania na ich powierzchniach granicznych. Na podstawie tego natężenia ponownie jest obliczana transmisja w obszarze silnie rozpraszającym itd. Ponieważ w każdej iteracji, w której obliczana jest propagacja promieniowania na zewnętrznej powierzchni obiektu, część promieniowania wydostaje się z tego obiektu, ilość promieniowania pozostająca w obiekcie zmniejsza się. Proces iteracyjny jest przerywany, gdy pozostająca ilość promieniowania w obiekcie będzie mniejsza od wcześniej zadanej wartości minimalnej. Mimo że obliczanie propagacji promieniowania w poszczególnych obszarach mogą być wykonywane wielokrotnie, całkowity czas obliczeń tej metody może być wielokrotnie krótszy niż przy wykorzystaniu w obliczeniach tylko klasycznej metody Monte Carlo.

Chociaż wszystkie przedstawione tutaj metody hybrydowe charakteryzowały się dość dużą dokładnością w obliczeniach natężenia przy pobudzeniu promieniowaniem ciągłym, w wypadku pobudzenia krótkim impulsem następuje znaczne pogorszenie dokładności obliczonego natężenia promieniowania dla narastającego zbocza impulsu. Spowodowane jest to wcześniej już opisaną niedogodnością wynikającą z właściwości równania dyfuzji.

3.4.3. Szybka metoda bąbelkowa Monte Carlo

Wprowadzenie

Szybka metoda bąbelkowa Monte Carlo (ang. *fast bubble Monte Carlo method*) FBMC jest opracowaną przez Autora całkowicie nową metodą, wielokrotnie wydajniejszą od klasycznej metody Monte Carlo do obliczeń propagacji promieniowania w ośrodkach rozpraszających. Metoda ta jest rozwinięciem CMCM poprzez wprowadzeniu tak zwanych bąbelków, w których propagacja fotonu ze środka bąbelka do jego powierzchni wykonywana jest w jednym kroku obliczeniowym. Promienie bąbelków są tym większe, im dalej foton znajduje się od brzegu ośrodka. Warunkiem wykorzystania bąbelków jest to, by miały one promienie większe od $z_0 = 1/\mu_s'$ (patrz zależność (2.189)). Testy przeprowadzone na typowych komputerach klasy PC pokazały znaczną redukcję czasu obliczeń w porównaniu do CMCM (nawet dziesiątki razy, gdy źródło fotonów umieszczone było na powierzchni granicznej obiektu silnie rozpraszającego, i setki razy, gdy źródło to leżało wewnątrz obiektu, z dala od tej powierzchni), przy zachowaniu dokładności klasycznej metody Monte Carlo.

Podstawy FBMC

W przedstawionej w punkcie 3.4.1 odmianie CMCM, w której absorpcja fotonów uwzględniana jest poprzez zmniejszanie liczb wagowych w fotonów na podstawie długości drogi, jaką one pokonały w ośrodku absorbującym (patrz rys. 3.2d), współczynnik absorpcji nie ma wpływu na kolejne miejsca, w których fotony zmieniają kierunki w wyniku rozpraszania, jak i na same kierunki. Ta cecha tej odmiany CMCM, jak zobaczymy dalej, ma kluczowe znaczenie w prezentowanej FBMC.

W tym miejscu zwrócić uwagę na trzy bardzo istotne fakty – związane z propagacją promieniowania w ośrodkach silnie rozpraszających przy założeniu, że $\mu_a = 0$ – których wykorzystanie pozwoli na znaczne przyspieszenie obliczeń przez FBMC w porównaniu z CMCM:

1. Przy odległościach znacznie większych od z_0 , rozkład natężenia promieniowania w ośrodku rozpraszającym nie zależy od zmian μ_s i g , jeśli tylko nie zmieni się μ_s' (co było podstawą w wyprowadzeniu równania dyfuzji – patrz punkt 3.3).
2. Także przy odległościach znacznie większych od z_0 , rozkład natężenia promieniowania pochodzącego od punktowego źródła wiązki skolimowanej umieszczonego w ośrodku rozpraszającym w punkcie P_1 można przyjąć z dobrym przybliżeniem za tożsamy z rozkładem natężenia promieniowania pochodzącego od punktowego źródła izotropowego umieszczonego w punkcie P_S w odległości z_0 od źródła wiązki skolimowanej, na jej przedłużeniu (przybliżenie to jest tym lepsze, im w większej odległości od źródła punktowego wyznaczany jest rozkład natężenia).
3. Rozkład statystyczny znormalizowanych długości dróg $l_{\Sigma_{bn}}$ definiowanych jako:

$$l_{\Sigma_{bn}} = l_{\Sigma_b}/z_0, \quad (3.171)$$

gdzie l_{Σ_b} jest całkowitą długością drogi, jaką pokonał foton od źródła izotropowego umieszczonego w punkcie P_S wewnątrz ośrodka silnie rozpraszającego do danego punktu P_2 , nie zależy od kierunku, a jedynie od znormalizowanej odległości r_{bn} definiowanej jako:

$$r_{bn} = r_b/z_0, \quad (3.172)$$

gdzie r_b jest odległością punktu P_2 od punktu P_S , pod warunkiem, że wewnątrz kuli o środku P_S i promieniu r_b ośrodek jest jednorodny i izotropowy, a foton, pokonując drogę między punktem P_S a P_2 , propagował tylko wewnątrz tej kuli.

Pierwszy fakt jest bardzo często wykorzystywany w CMCM w celu skrócenia czasu obliczeń, gdy punkt obserwacji znajduje się w dużej (w porównaniu z wartością z_0 – patrz punkt 3.4.2) odległości od miejsca wprowadzania promieniowania do ośrodka silnie rozpraszającego. Drugi fakt stanowi podstawę poszukiwania rozwiązania równania dyfuzji dla wybranych warunków brzegowych (np. dla półprzestrzeni lub warstwy – patrz punkt 3.3), jak również w niektórych metodach hybrydowych (patrz punkt 3.4.2). Najistotniejszy z punktu widzenia możliwości redukcji czasu obliczeń jest fakt trzeci. Jego wykorzystanie (w powiązaniu z faktem pierwszym i drugim) stanowi podstawę opisywanej tu FBMCM. Mianowicie w metodzie tej, jeżeli foton, którego położenie w danej chwili wynosi \mathbf{r} , a kierunek propagacji \mathbf{s} , znajduje się w dostatecznie dużej odległości od punktu obserwacji i od brzegu ośrodka silnie rozpraszającego (co najmniej w odległości z_0), wówczas za pomocą jednego skoku o długości r_b (zazwyczaj znacznie dłuższym niż z_0) znajdujemy nowe położenie fotonu opisanego wektorem wodzącym \mathbf{r}' . Warunkiem jest, by ośrodek wewnątrz kuli o promieniu r_b od miejsca skoku był jednorodny i izotropowy. Miejsce \mathbf{r}_s , z którego następuje ten skok, powinno znajdować się w punkcie odległym (zgodnie z faktem 2) w odległości z_0 od bieżącego położenia fotonu \mathbf{r} w kierunku jego propagacji \mathbf{s} , czyli:

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{r} + z_0 \mathbf{s}. \quad (3.173)$$

Wybór kierunku skoku opisanego wersorem \mathbf{s}_s mającym kierunek i zwrot identyczny do wektora o początku i końcu leżących w punktach odpowiednio P_s i P_2 z punktu o położeniu \mathbf{r}_s powinien być losowy o rozkładzie równomiernym w pełnym kącie bryłowym Ω , jak dla źródła izotropowego. Zatem kierunek \mathbf{s}_s może być generowany zgodnie z zależnościami (3.120) i (3.121) na podstawie kosinusa kąta odchylenia θ i kąta azymutalnego ψ między kierunkami \mathbf{s} i \mathbf{s}_s , z wykorzystaniem liczb losowych ξ_1 i ξ_2 o gęstościach prawdopodobieństwa odpowiednio $p_{01}(\xi)$ i $p_{01}(\xi)$ (patrz zależności (3.117) i (3.116)) i przy wykorzystaniu zależności (3.146) lub (3.147), przez podstawienie wersora \mathbf{s}_s w miejsce wersora \mathbf{s}_2 (albo z zależności (3.170), przyjmując, że $\hat{\mathbf{s}}_{2z} = \mathbf{s}_s$ i $\hat{\mathbf{s}}_{1z} = \mathbf{s}$, gdy kierunek propagacji fotonów opisywany jest w postaci macierzowej). Znając kierunek \mathbf{s}_s , położenie fotonu \mathbf{r}_2 opuszczającego kulę o promieniu r_b można wyznaczyć z zależności:

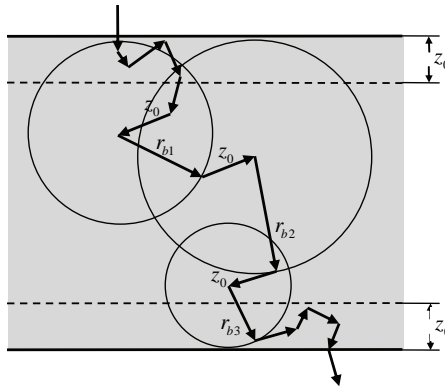
$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_s + r_b \mathbf{s}_s. \quad (3.174)$$

Wraz ze skokiem wyznaczana jest losowa długość drogi, jaką by pokonał foton, jeśli obliczenia byłyby przeprowadzane CMCM. Rozkład długość tej drogi może być wcześniej policzony i stabilizowany z wykorzystaniem CMCM dla wybranych długości skoku. Foton, gdy opuszcza kulę w punkcie o położeniu \mathbf{r}_2 , propaguje w kierunku losowym \mathbf{s}_2 z zakresu kąta półpełnego przestrzennego względem kierunku \mathbf{s}_s (to jest kierunek, pod jakim foton opuszcza tę strefę, powinien tworzyć kąt ostry z kierunkiem \mathbf{s}_s) o rozkładzie jak dla źródła Lamberta, którego powierzchnia promieniująca jest styczna z powierzchnią kuli w punkcie o położeniu \mathbf{r}_2 . Kąty θ_L i ψ_L , będące odpowiednio kątami odchylenia i azymutalnym między kierunkiem \mathbf{s}_s i nowym kierunkiem propagacji fotonu opisanym wersorem \mathbf{s}_2 , można znaleźć na podstawie liczb losowych ξ_3 i ξ_4 o gęstościach prawdopodobieństwa odpowiednio $p_{01}(\xi)$ i $p_{01}(\xi)$, korzystając z metody transformacji (patrz punkt 3.4.1). Otrzymamy wtedy:

$$\begin{cases} \cos \theta_L = \sqrt{\xi_3} \\ \psi_L = 2\pi \xi_4 \end{cases}. \quad (3.175)$$

Znając kąty θ_L i ψ_L , wektor \mathbf{s}_2 można znaleźć na podstawie zależności (3.146) lub (3.147) (albo (3.170), gdy kierunek fotonu opisywany jest w postaci macierzowej), podstawiając wektor \mathbf{s}_1 w miejsce wektora \mathbf{s}_1 .

Jeżeli w nowym położeniu foton dalej znajduje się w dostatecznie dużej odległości od brzegu ośrodka, wówczas powyższą procedurę z jednym skokiem z wnętrza na powierzchnię następną kuli można powtórzyć (promienie tych kul mogą być dobierane w zależności od odległości fotonu od powierzchni granicznej obiektu, w którym propaguje foton). W przeciwnym razie dalsze obliczenia należy przeprowadzać CMCM tak długo, aż foton opuści ośrodek lub znajdzie się w odległości od jego brzegu umożliwiającej powtórne wykorzystanie metody opartej na skoku z wnętrza kuli do jej powierzchni. W momencie gdy foton opuszcza ośrodek, należy obliczyć wagę fotonu na podstawie wagi, jaką miał w czasie wprowadzania go do ośrodka i całkowitej długości drogi, jaką w nim pokonał. Przykładową drogę, jaką pokonuje foton w ośrodku rozpraszającym, przedstawiono na rys. 3.3.

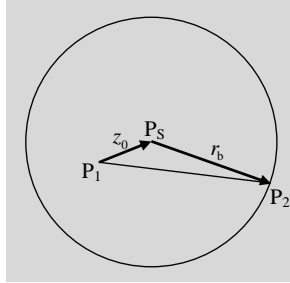


Rys. 3.3. Propagacja fotonu w FBMCM. Jeżeli foton jest z dala od powierzchni granicznej obiektu (dalej niż z_0), wtedy możliwy jest skok fotonu do nowego położenia (długość skoku może być znacznie dłuższa niż z_0). Przed skokiem o długości r_{bi} ($i = 1, 2, 3, \dots$) w kierunku losowym, foton przesuwany jest do punktu zgodnie z jego ostatnim kierunkiem propagacji \mathbf{s} o wartość z_0 . Po skoku kierunek fotonu jest losowy w zakresie kąta półpełnego. Jeżeli foton znajduje się blisko powierzchni granicznej, obliczenia propagacji fotonu przebiegają zgodnie z CMCM

Wstępne testy symulacji propagacji fotonów przez wybrane warstwy ośrodków silnie rozpraszających przeprowadzono przy założeniu, że przy pojedynczym kroku z danego punktu P_1 do punktu P_2 (patrz rys. 3.4), leżącego na powierzchni kuli o promieniu r_b , której środek znajduje się punkcie P_S w odległości z_0 od punktu P_1 w kierunku propagacji fotonu, długość drogi, jaką pokonuje foton, wynosi:

$$l_{\Sigma b} = z_0 + l_{\Sigma r_b}, \quad (3.176)$$

gdzie $l_{\Sigma r_b}$ jest długością drogi, jaką pokonuje foton od środka kuli o promieniu r_b do jej powierzchni.



Rys. 3.4. Najkrótsza droga z punktu P_1 do punktu P_2 leżącego na powierzchni kuli o promieniu r_b zazwyczaj jest krótsza od $z_0 + r_b$

Zauważmy, że dla maksymalnej odległości P_1P_2 minimalna droga, jaką musi pokonać foton, wynosi $z_0 + l_{\Sigma r_b \min} = z_0 + r_b$. Jednak kiedy odległość między punktami P_1P_2 jest mniejsza od wartości maksymalnej, wówczas minimalna droga jest krótsza niż $z_0 + l_{\Sigma r_b \min}$. Dlatego otrzymane na podstawie zależności (3.176) rozkłady długości drogi, jaką pokonują fotony od punktu P_1 do punktu P_2 , są minimalnie dłuższe, niż gdyby były liczone za pomocą CMCM, co powoduje, że fotony docierające do powierzchni granicznej obiektu mają niewiele mniejszą liczbę wagową niż dla CMCM (patrz rys. 3.8 w dalszej części tego punktu). Przyczyną tego jest fakt, że rozkład długości tych dróg w niewielkim stopniu zależy dla danego promienia r_b od odległości P_1P_2 (co wynika z tego, że fakt 2 przedstawiony na początku punktu 3.4.3 jest spełniony z pewnym przybliżeniem). Brak odstępstw otrzymalibyśmy wtedy, gdyby gęstość prawdopodobieństwa opisująca długości dróg $l_{\Sigma r_b}$ była także funkcją kąta θ między kierunkiem s i s_s lub gdyby stosowany był algorytm, w którym środek kuli o promieniu r_b znajdowałby się w punkcie P_1 , a punkt P_2 oraz długość drogi $l_{\Sigma b}$ wyznaczone byłyby na podstawie dwuwymiarowego rozkładu gęstości prawdopodobieństwa $p_{\Sigma b \theta}(l_{\Sigma b}, \theta)$. Niestety, rozwiązania takie wymagałyby stosowania wielu dużych, a przez to bardzo niewygodnych tablic dwuwymiarowych, których przeszukiwanie w bardzo dużym stopniu spowolniłoby obliczenia (straty czasowe byłyby bardzo dotkliwe, zwłaszcza gdyby tablice te nie mieściłyby się w pamięci podręcznej stosowanego do obliczeń mikroprocesora).

Zaproponowanym przez Autora rozwiązaniem tego problemu jest wprowadzenie takiej korekty do obliczeń $l_{\Sigma b}$, by minimalna długość tej drogi była równa długości P_1P_2 . Spośród nieskończonej ilości funkcji, które mogą spełnić powyższy warunek, dobre rezultaty uzyskujemy, jeżeli drogę $l_{\Sigma b}$ wyznaczamy z zależności

$$l_{\Sigma b} = P_1P_2 + l_{\Sigma r_b} - r_b. \quad (3.177)$$

Jak można się spodziewać na podstawie dotychczasowego opisu FBMCM, skrócenie czasu obliczeń z wykorzystaniem tej metody względem CMCM będzie tym większe, im w obliczeniach będziemy stosować kule o większych promieniach r_b . Ponieważ droga propagacji, jaką średnio pokonuje foton zanim oddali się o zadaną odległość, rośnie w przybliżeniu wykładniczo (jak pokazały numeryczne symulacje przedstawione w dalszej części pracy), również czas obliczeń będzie się zmniejszał w tym samym stopniu wraz ze wzrostem promieni kul. Ponieważ maksymalny promień kuli zależy od odległości między powierzchnią brzegową obiektu a punktem, w którym znajduje się w danej chwili foton, skrócenie czasu obliczeń będzie mocno zależało zarówno od wymiarów ośrodka, jak i miejsca położenia źródła. Szczególnie dużych oszczędności czasu obliczeń należy się spodziewać w wypadku, gdy źródło fotonów znajduje się wewnątrz obiektu silnie rozpraszającego,

z dala od jego powierzchni brzegowej. Wówczas można stosować największe promienie kul. Opisana tu metoda została nazwana przez Autora „szybką bąbelkową metodą Monte Carlo” z uwagi na podobieństwo do gęsto wzajemnie przenikających się kul, które wypełniają badany ośrodek, na jej szybkość oraz to, że ma ona bardzo dużo cech wspólnych z CMCM. Na to by FBMCM w pełni zdała swój egzamin zarówno co do czasu, jak i dokładności obliczeń, powinna ona korzystać z wydajnych metod znajdowania losowych wartości $l_{\Sigma rb}$, zależnych od promieni kul r_b . Szybką i wydajną metodą będzie stabilicowanie w funkcji liczb losowych ξ o rozkładzie jednorodnym i gęstości prawdopodobieństwa $p_{01}(\xi)$ (patrz zależność (3.116)) wartości $l_{\Sigma rbn}$ definiowanych jako:

$$l_{\Sigma rbn} = l_{\Sigma rb}/z_0, \quad (3.178)$$

dla wybranych znormalizowanych promieni kul r_{bn} definiowanych jako:

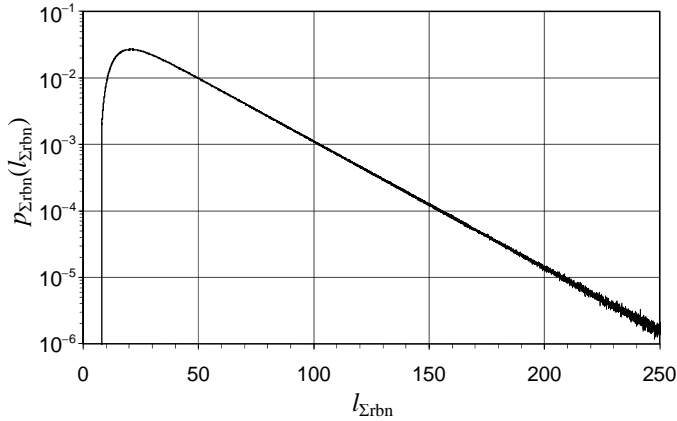
$$r_{bn} = r_b/z_0. \quad (3.179)$$

Tablice takie mogą zostać znalezione na podstawie obliczonych gęstości prawdopodobieństwa $p_{\Sigma rbn}(l_{\Sigma rbn})$ wartości losowych $l_{\Sigma bn}$ dla wybranych wartości znormalizowanych promieni r_{bn} .

Poszukiwanie rozkładów $p_{\Sigma rbn}(l_{\Sigma rbn})$

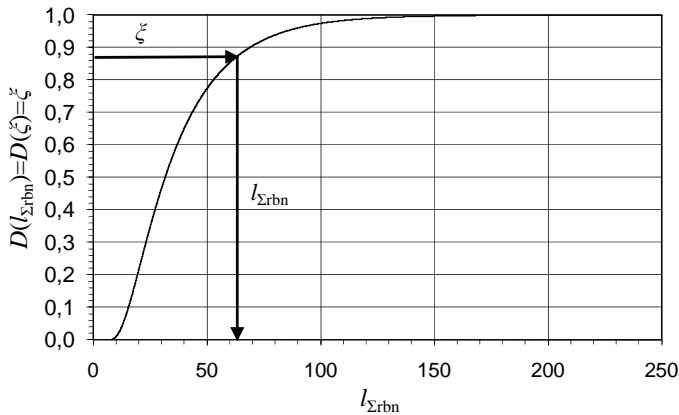
Punktem wyjścia przygotowania programu komputerowego wykorzystującego FBMCM był opracowany przez Autora program komputerowy wykorzystujący CMCM, na podstawie którego wyznaczono potrzebne rozkłady prawdopodobieństwa $p_{\Sigma rbn}(l_{\Sigma rbn})$. Dla każdego promienia r_{bn} obliczenia przeprowadzono dla 10^9 fotonów. Proces obliczeń przebiegał w dwóch etapach. W pierwszym etapie wygenerowano rozkłady $p_{\Sigma rbn}(l_{\Sigma rbn})$ dla unormowanych promieni kul, poczynając od $r_{bn}=1$, a kończąc dla $r_{bn}=32$, za każdym zwiększając promień kuli o czynnik $\sqrt{2}$. Na podstawie tych rozkładów opracowano wstępną wersję programu komputerowego opartego na FBMCM. Porównanie wyników dla kilku wybranych konfiguracji ośrodków silnie rozpraszających (propagacja promieniowania optycznego przez pojedyncze warstwy o danej grubości, lub z wnętrza kul o danym promieniu), uzyskanych za pomocą CMCM i FBMCM pozwoliło na weryfikację numeryczną poprawności tej drugiej metody (poprawność i dokładność pierwszej metody, była wielokrotnie potwierdzona w literaturze). W drugim etapie wykorzystano wstępną wersję programu komputerowego opartego na FBMCM do wyznaczania rozkładów $p_{\Sigma bn}(l_{\Sigma bn})$ dla unormowanych promieni kul większych od $r_{bn}=32$, przy wykorzystaniu wcześniej wyliczonych rozkładów $p_{\Sigma rbn}(l_{\Sigma rbn})$ dla promieni $r_{bn} \in \langle 2, 32 \rangle$ (w celu zwiększenia dokładności obliczeń nie wykorzystano rozkładów dla $r_{bn} < 2$ – wpływ długości promienia r_{bn} na dokładność obliczeń przedstawiony będzie w dalszej części tego punktu). Podobnie jak w pierwszym etapie, zwiększając za każdym promień kuli o czynnik $\sqrt{2}$, obliczenia przeprowadzono aż do $r_{bn}=1024$.

Przykładowo na rys. 3.5 zastał przedstawiony rozkład $p_{\Sigma rbn}(l_{\Sigma rbn})$ dla $r_{bn}=8$. Widzimy na nim, że dla $l_{\Sigma rbn} > 8$ wraz ze wzrostem $l_{\Sigma rbn}$ gęstość prawdopodobieństwa $p_{\Sigma rbn}(l_{\Sigma rbn})$ najpierw rośnie do wartości maksymalnej, którą osiąga dla $l_{\Sigma rbn \max} \cong 20$, a następnie spada. Widzimy także, że dla $l_{\Sigma rbn} \gg l_{\Sigma rbn \max}$, $\log(p_{\Sigma rbn}(l_{\Sigma rbn}))$ aproksymować można funkcją liniową. Podobne charakterystyczne zależności uzyskano dla pozostałych wartości r_{bn} : zmieniały się tylko położenia maksimum funkcji $p_{\Sigma rbn}(l_{\Sigma rbn})$ oraz nachylenia funkcji $\log(p_{\Sigma rbn}(l_{\Sigma rbn}))$ dla $l_{\Sigma rbn} \gg l_{\Sigma rbn \max}$.



Rys. 3.5. Porównanie obliczeń gęstości promieniowania optycznego na powierzchni głowy uzyskanych przez FBMCM i CMC

Generacja wartości losowych $l_{\Sigma r_{bn}}$ na podstawie stabilizowanego rozkładu $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$ jest procesem pracochłonnym i niewygodnym. Znacznie szybciej można generować wartości $l_{\Sigma r_{bn}}$ o rozkładzie $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$, jeśli stabilizujemy funkcję $l_{\Sigma r_{bn}}(\zeta)$, gdzie ζ jest liczbą losową o rozkładzie jednorodnym i gęstości prawdopodobieństwa $p_{01}(\zeta)$ (patrz zależność (3.116)). W tym celu należy przyrównać dystrybuantę $D_{01}(\zeta) = \zeta$ zmiennej losowej ζ z dystrybuantą $D_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$ zmiennej losowej $l_{\Sigma r_{bn}}$. Przykładowo na rys. 3.6 przedstawiono sposób wyznaczania wartości losowej $l_{\Sigma r_{bn}}$ na podstawie liczby losowej ζ dla $r_{bn} = 8$.



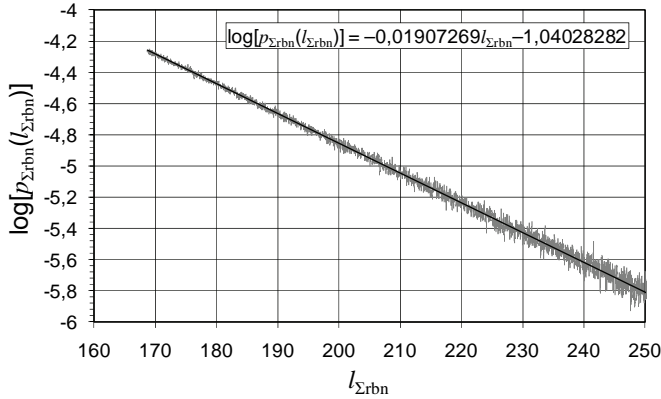
Rys. 3.6. Sposób wyznaczania wartości losowej $l_{\Sigma r_{bn}}$ na podstawie liczby losowej ζ dla $r_{bn} = 8$

Do przeprowadzenia testów, w pierwszej kolejności stabilizowano funkcje $l_{\Sigma r_{bn}}(\zeta)$ z krokiem $\Delta\zeta = 0,001$ dla $r_{bn} = 1, 2, 4, \dots, 32$. Wybór kroku $\Delta\zeta$ podyktowany był kompromisem między dokładnością wyznaczania $l_{\Sigma r_{bn}}$ na podstawie generowanych losowo wartości ζ a wielkością tablic (zbyt duże wielkości tablic mogą być przyczyną zwolnienia obliczeń z uwagi na ograniczoną pojemność pamięci podręcznej współczesnych mikroprocesorów). Zwróćmy uwagę, że $l_{\Sigma r_{bn}} \rightarrow \infty$, gdy $\zeta \rightarrow 1$. Dlatego też funkcje $l_{\Sigma r_{bn}}(\zeta)$ dla poszczególnych r_{bn} zostały stabilizowane tylko w przedziale $\zeta \in \langle 0; 0,999 \rangle$. Dla $\zeta > 0,999$, korzystając z moż-

liwości aproksymacji $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$ funkcją liniową dla $l_{\Sigma r_{bn}} \gg l_{\Sigma r_{bn} \max}$, wartości $l_{\Sigma r_{bn}}$ są wyznaczone z zależności:

$$l_{\Sigma r_{bn}}(\zeta) = a \cdot \ln(1 - \zeta) + b, \quad (3.180)$$

gdzie współczynniki a i b dla poszczególnych wartości r_{bn} wyznaczone zostały na podstawie uzyskanych rozkładów $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$.



Rys. 3.7. Zależność $\log[p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})]$ dla $r_{bn} = 8$ i dla wartości $l_{\Sigma r_{bn}}$ odpowiadającej $\zeta > 0,999$

Przykładowo na rys. 3.7 przedstawiono zależność $\log[p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})]$ dla $r_{bn} = 8$ i dla wartości $l_{\Sigma r_{bn}}$ odpowiadającej $\zeta > 0,999$. Widzimy, że dla tych wartości ζ funkcję $\log[p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})]$ można aproksymować funkcją liniową:

$$\log[p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})] \cong a_1 \cdot l_{\Sigma r_{bn}} + b_1, \quad (3.181)$$

gdzie $a_1 = -1,907269 \cdot 10^{-2}$, $b_1 = -1,040283$.

Zatem dla $\zeta > 0,999$ gęstość prawdopodobieństwa $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$ można wyrazić zależnością

$$p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}}) \cong \exp(a_2 \cdot l_{\Sigma r_{bn}} + b_2), \quad (3.182)$$

gdzie $a_2 = \ln 10 \cdot a_1$, $b_2 = \ln 10 \cdot b_1$.

Wyznaczenie współczynników a_2 i b_2 oparte było na aproksymacji liniowej funkcji $\log(p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}}))$ wyznaczonej przez CMCМ, w związku z tym obarczone mogą być one

pewnym błędem powodującym, że $\int_{l_{0,999}}^{\infty} p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}}) dl_{\Sigma r_{bn}}$, gdzie $l_{0,999} = l_{\Sigma r_{bn}}(\zeta = 0,999)$, może

nieco się różnić od pożądanej wartości 0,001. Dokładniejsze oszacowanie wartości współczynników a_2 i b_2 można znaleźć na podstawie znajomości $l_{0,999}$ i $p_{0,999} = p_{\Sigma r_{bn}}(l_{0,999})$, zakładając, że:

$$\int_{l_{0,999}}^{\infty} p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}}) dl_{\Sigma r_{bn}} = 0,001. \quad (3.183)$$

Otrzymamy wtedy:

$$a_2 = -p_{0,999}/0,001, \quad (3.184)$$

$$b_2 = \ln(p_{0,999}) - a_2 \cdot l_{0,999}. \quad (3.185)$$

Korzystając z metody transformacji i wiedząc, że:

$$\int_{0,999}^{\xi} p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}}(\xi')) d\xi' = \xi - 0,999, \quad (3.186)$$

z zależności (3.183) można także wyznaczyć funkcję $l_{\Sigma r_{bn}}(\xi)$ dla $\xi > 0,999$.

Współczynniki a i b występujące w zależności (3.180) można znaleźć przez podstawienie jej do równania (3.186). Otrzymamy wtedy:

$$a = -0,001/p_{0,999}, \quad (3.187)$$

$$b = l_{0,999} - a \cdot \ln(0,001). \quad (3.188)$$

Podobne obliczenia przeprowadzono dla pozostałych wartości r_{bn} .

W następnym kroku, w celu zwiększenia szybkości działania FBMC, zwiększono liczbę dostępnych promieni r_{bn} , dla których stabilizowane zostały rozkłady $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$. Obliczenia przeprowadzono dla $r_{bn} = \sqrt{2}, 2\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 8\sqrt{2}$ i $16\sqrt{2}$, w wyniku czego w przedziale $r_{bn} \in \langle 2, 32 \rangle$ zostały stabilizowane rozkłady $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$ dla wartości r_{bn} różniących się kolejno między sobą o czynnik $\sqrt{2}$. Porównanie szybkości działania FBMC przy wartościach r_{bn} , różniących się kolejno między sobą o czynnik 2 i o czynnik $\sqrt{2}$, przedstawiono w dalszej części pracy.

Wstępne testy pokazały, że w wypadku gdy znormalizowana względem z_0 odległość fotonu od powierzchni granicznej ośrodka jest znacznie większa niż maksymalna długość promienia r_{bn} , dla której stabilizowano rozkłady $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$, wówczas czas obliczeń zaczyna szybko wzrastać wraz z tą odległością. Z tego względu wyznaczono rozkłady $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$ dla promieni $r_{bn} > 32$, poczynając od $r_{bn} = 32\sqrt{2}$, a kończąc na $r_{bn} = 1024$, zwiększając kolejno promień r_{bn} o czynnik $\sqrt{2}$. Podobnie jak to miało miejsce poprzednio, obliczeń dokonano dla 10^9 fotonów dla każdej wartości r_{bn} . Ze względu na to, że czas obliczeń przy zastosowaniu CMCM byłby nieakceptowalnie długi, zdecydowano się przeprowadzić obliczenia przy wykorzystaniu wstępnej wersji programu opartej na FBMC i przy wykorzystaniu wcześniej uzyskanego rozkładu $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$ dla promieni $r_{bn} = 32$. Ponieważ rozkłady $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$ powinny być wyznaczone z jak największą dokładnością, zrezygnowano z wykorzystania rozkładów $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$ dla promieni r_{bn} mniejszych 32 (jak pokaże następny punkt, dokładność obliczeń wzrasta ze wzrostem minimalnego promienia r_{bn}). Uzyskane w ten sposób rozkłady $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$ dla $r_{bn} > 32$ zostały uwzględnione w finalnej wersji programu komputerowego opartego na FBMC.

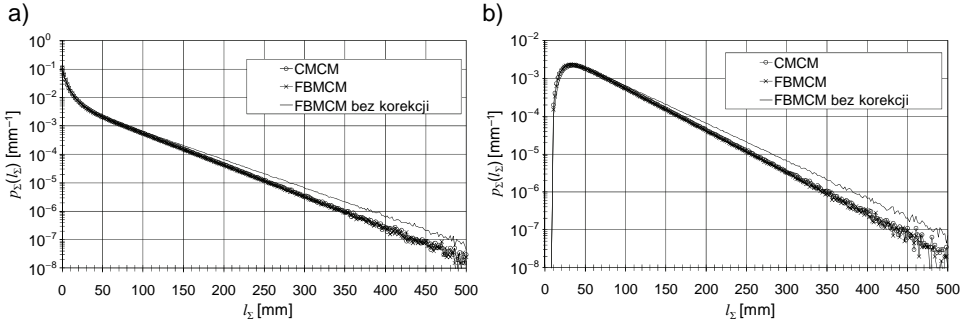
Dokładność FBMC

Dokładność metody została zweryfikowana poprzez porównanie wyników symulacji propagacji fotonów w wybranych ośrodkach, przeprowadzonych za pomocą FBMC, z wynikami symulacji przeprowadzonymi z wykorzystaniem CMCM. Przeprowadzone testy miały pokazać dokładność:

- 1) wyznaczania rozkładów drogi i czasu, jakie pokonują fotony przez testowany ośrodek,
- 2) wyznaczania współczynnika transmisji i odbicia,
- 3) dokładność symulacji ośrodków niejednorodnych.

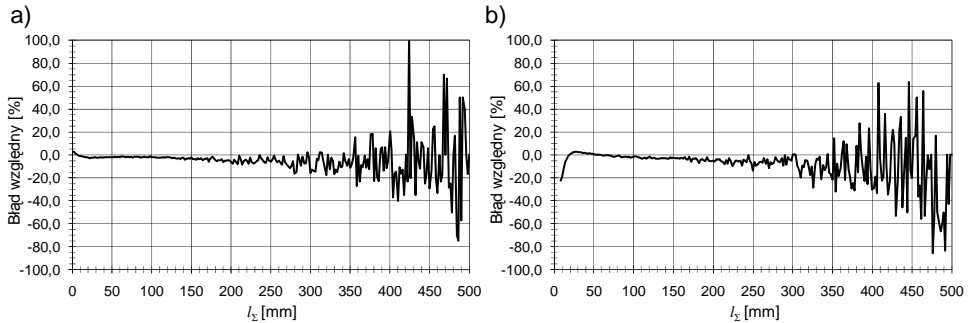
Poniżej przedstawiono wybrane wyniki uzyskane w czasie kompleksowego testowania FBMC. Na rys. 3.8 pokazano przykład rozkładu $p_{\Sigma}(l_{\Sigma})$ całkowitej długości drogi l_{Σ} , jaką

pokonują fotony w warstwie ośrodka silnie rozpraszającego o grubości 10 mm i dla $\mu_s = 1 \text{ mm}^{-1}$, gdy obliczenia dokonano, wykorzystując CMCM i FBMCM przy założeniu, że na warstwę prostopadle padała wiązka skolimowana. Założono też, że współczynnik załamania warstwy wynosi tyle samo, co otoczenia. W każdej metodzie wygenerowano 10^8 fotonów. W obliczeniach opartych na FBMCM wykorzystano rozkłady $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$ dla promieni r_{bn} równych 1, $\sqrt{2}$, 2, $2\sqrt{2}$ i 4. Dodatkowo, na rys. 3.8 (linia FBMCM bez korekcji) pokazano także uzyskany rozkład w wypadku, gdy do obliczenia dystansu l_{Σ} obliczenia wartości $l_{\Sigma b}$ nie opierałyby się na (3.177), ale na (3.176).



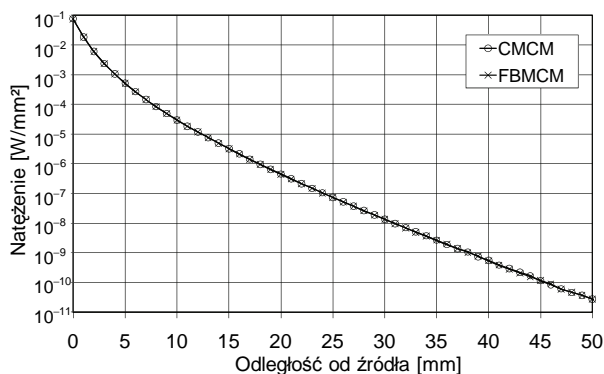
Rys. 3.8. Porównanie rozkładów całkowitej długości drogi l_{Σ} , jaką pokonują fotony w warstwie ośrodka silnie rozpraszającego o grubości 10 mm i dla $\mu_s = 1 \text{ mm}^{-1}$, z wykorzystaniem CMCM i FBMCM: a) rozkład dla fotonów wstecznie rozproszonych od warstwy, b) rozkład dla fotonów przechodzących przez warstwę

Rys. 3.8 pokazuje, że wprowadzenie korekcji opartej na zależności (3.177) do FBMCM daje wyniki bardzo zbliżone do wyników uzyskanych przez CMCM; różnice między nimi są bardzo trudno uchwytne (linie FBMCM i CMCM praktycznie się pokrywają – względne różnice między wynikami uzyskanymi metodą FBMCM i CMCM zostały przedstawione na rys. 3.9). Błąd względny metody FBMCM w oszacowaniu całkowitej długości drogi l_{Σ} , jaką pokonują fotony w warstwie ośrodka silnie rozpraszającego (przy pominięciu fluktuacji wynikających z ograniczonej liczby fotonów biorących udział w symulacji), nie przekracza kilku procent. Warto podkreślić, że błąd uzyskano w wypadku, gdy $r_{bn \min}$, będący minimalnym promieniem r_{bn} , dla którego wykorzystano rozkłady $p_{\Sigma r_{bn}}(l_{\Sigma r_{bn}})$, wynosił 1. Po zwiększeniu $r_{bn \min}$ dokładność metody szybko wzrasta (jednak kosztem czasu symulacji). Ze względu na wspomniany wpływ fluktuacji w rozkładzie czasu przelotu związanej z ograniczoną liczbą fotonu łatwiej jest prześledzić stosunki mocy fotonów wstecznie rozpraszanych przez warstwy lub mocy fotonów przechodzących przez warstwę do mocy pobudzenia (oznaczymy te stosunki odpowiednio przez R i T) przy różnych parametrach warstwy, dla różnych wartości $r_{bn \min}$. Przykładowo, dla warstwy o grubości 10 mm, $\mu_a \in \langle 0 \text{ mm}^{-1}; 0,1 \text{ mm}^{-1} \rangle$, $\mu_s' = 1 \text{ mm}^{-1}$ i $g \in \langle 0; 0,9 \rangle$ testy pokazały, że dla $r_{bn \min} = 1$ największe błędy dla R i T nie przekraczają odpowiednio 0,81% i 4,3%, co w przeliczeniu na decybele wynosi odpowiednio 0,035 dB i 0,18 dB. W wypadku gdy $r_{bn \min} = 4$, błędy te są mniejsze i nie przekraczają odpowiednio 0,12% i 2,3% (0,0052 dB i 0,099 dB). Ponieważ wraz z odległością poziom mocy promieniowania maleje wykładniczo wraz z długością drogi pokonywane przez fotony, otrzymane błędy metody FBMCM są bardzo małe.

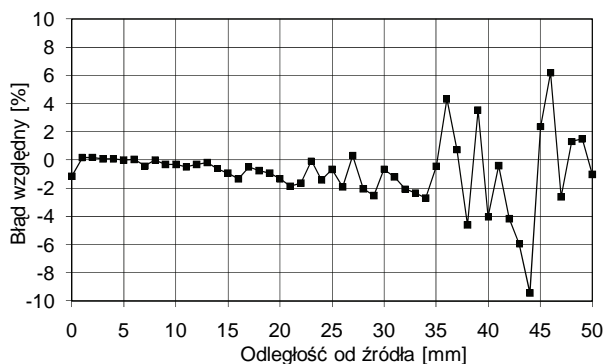


Rys. 3.9. Względny błąd obliczeń rozkładów całkowitej długości drogi l_{Σ} , jaką pokonują fotony w warstwie ośrodka silnie rozpraszającego o grubości 10 mm i dla $\mu_s = 1 \text{ mm}^{-1}$ z wykorzystaniem FBMCM: a) rozkład dla fotonów wstecznie rozproszonych od warstwy, b) rozkład dla fotonów przechodzących przez warstwę

Opisywana FBMCM została także przetestowana na bardziej złożonych obiektach niż pojedyncza warstwa. Dobrym przykładem może być modelowanie propagacji promieniowania optycznego w tkankach głowy. W celu przetestowania dokładności i szybkości FBMCM przeprowadzono za jej pomocą symulację propagacji promieniowania podczerwonego o długości fali równej 870 nm, którego źródło o mocy 1 W umieszczono na powierzchni głowy, a następnie otrzymane wyniki porównano z wynikami uzyskanymi za pomocą CMCM. Grubość warstwy podpajęczynówkowej wynosiła 1 mm, a pozostałe parametry warstw wykorzystane w testach zawarto w tabeli 4.1, w rozdziale 4. Na rys. 3.10 przedstawiono powierzchniową gęstość promieniowania w funkcji odległości od źródła. W obu wypadkach wykorzystano 10^8 fotonów. Porównując wyniki uzyskane obiema metodami, widzimy ich dużą zgodność. Pokazany na rys. 3.11 błąd względny FBMCM (pomijając błędy statystyczne wynikające ze skończonej liczby fotonów) odniesiony do CMCM nie przekroczył 2%, natomiast czas symulacji przeprowadzony w tych samych warunkach był dla FBMCM 10,7 razy krótszy niż dla CMCM.



Rys. 3.10. Porównanie obliczeń gęstości promieniowania optycznego na powierzchni głowy uzyskanych przez FBMCM i CMCM



Rys. 3.11. Błąd względny obliczeń gęstości promieniowania optycznego na powierzchni głowy przez FBMCM

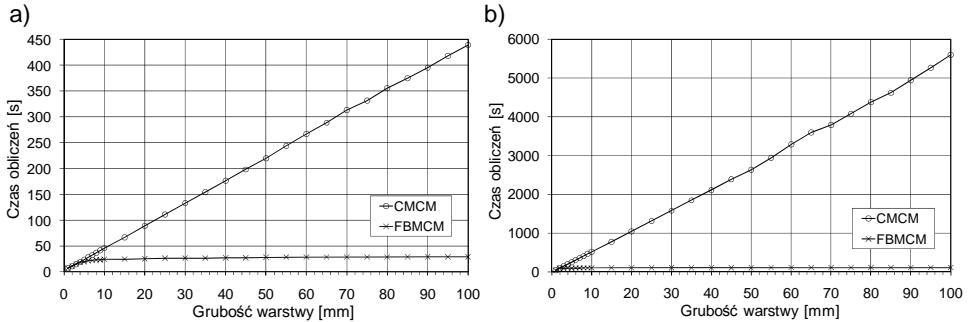
Szybkość FBMCM

Czas potrzebny na dokonanie symulacji FBMCM podobnie jak w CMCM zależy od bardzo wielu czynników: mocy obliczeniowej wykorzystanego komputera, liczby użytych w symulacji fotonów, parametrów ośrodka (parametry optyczne, wymiary, jednorodności struktury), położenia źródła promieniowania (czy źródło znajduje się na granicy badanego ośrodka, czy w głębi ośrodka) itd. Liczba możliwych kombinacji parametrów jest nieograniczona. Ze względu na ograniczoną ilość miejsca, w pracy przedstawiono przykładowe wyniki porównawcze przeprowadzonych symulacji CMCM i FBMCM, dla dwóch skrajnych wypadków: (a) źródło znajduje się na powierzchni granicznej badanego ośrodka (wiązka skolimowana o kierunku prostopadłym do powierzchni warstwy) – wtedy zysk czasowy FBMCM nad CMCM (definiowany jako stosunek czasu obliczeń CMCM do czasu obliczeń FBMCM) jest najmniejszy (patrz rys. 3.12 – testy przeprowadzono dla warstw o różnej grubości), (b) źródło fotonów znajduje się wewnątrz ośrodka z dala od granicy – wtedy zysk czasowy FBMCM nad CMCM jest największy (patrz rys. 3.13 – testy przeprowadzono dla kul o różnym promieniu, w środku których znajdowało się punktowe izotropowe źródło promieniowania). W każdym wypadku obliczeń dokonano dla 10^7 fotonów. Wszystkie przeprowadzone w tym punkcie czasy obliczeń dotyczą typowego komputera klasy PC (przedstawione dalej wyniki zostały przeprowadzone na komputerze z procesorem AMD Athlon 64 3000+).

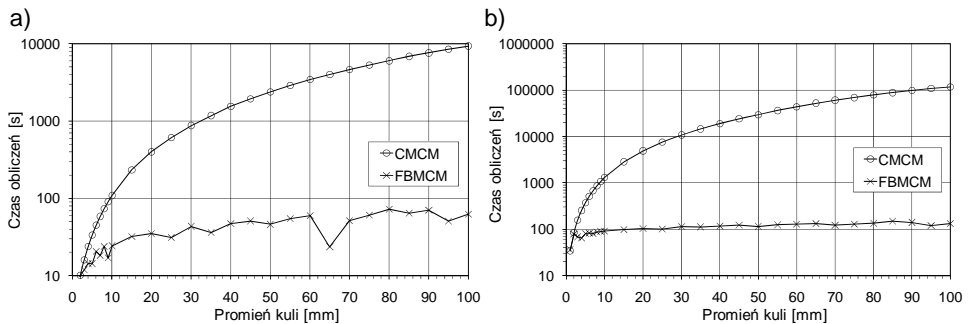
Przeprowadzone testy pokazały, że w wypadku gdy źródło fotonów znajduje się na granicy warstwy, potrzebny czas obliczeń rośnie liniowo wraz z grubością warstwy, kiedy obliczeń dokonujemy CMCM, natomiast praktycznie nie zmienia się, gdy grubość warstwy jest większa od kilku mm (czyli kilku wartości z_0), gdy obliczeń dokonujemy z wykorzystaniem FBMCM. Powoduje to, że zysk czasowy FBMCM nad CMCM szybko wzrasta wraz z grubością warstwy i dla grubości warstwy 100 razy większej niż z_0 wynosi około 15, gdy $g=0$ oraz około 50, gdy $g=0,9$.

Zależność czasu obliczeń od promienia kuli, w środku której umieszczono źródło i w której rozchodzi się promieniowanie, ma bardziej złożony charakter niż dla źródła umieszczonego na granicy warstwy. W wypadku CMCM widzimy, że czas obliczeń rośnie w przybliżeniu z kwadratem promienia kuli. Natomiast dla FBMCM przyrost czasu ze wzrostem promienia kuli jest znacznie wolniejszy. Na dodatek jest on niemonotoniczny. Widoczne „zafalowania” charakterystyki czasu obliczeń od promienia kuli spowodowane

są skokowym zwiększaniem maksymalnych promieni r_{bn} , używanych w czasie symulacji dla niektórych wartości promieni kul. Pomijając te zafalowania, widzimy, że zysk czasowy FBMCM nad CMCM szybko wzrasta wraz z promieniem kuli; dla promienia 100 razy większego niż z_0 wynosi on około 150, gdy $g=0$, oraz około 890, gdy $g=0,9$.



Rys. 3.12. Czas obliczeń przeprowadzonych z wykorzystaniem CMCM i FBMCM w funkcji grubości warstwy, gdy źródło promieniowania znajdowało się na powierzchni warstwy; parametry optyczne warstwy: a) $\mu_a = 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$, $\mu_s = 1 \text{ mm}^{-1}$, $g = 0$; b) $\mu_a = 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$, $\mu_s = 10 \text{ mm}^{-1}$, $g = 0,9$



Rys. 3.13. Czas obliczeń przeprowadzonych z wykorzystaniem CMCM i FBMCM w funkcji promienia kuli, gdy punktowe izotropowe źródło promieniowania znajdowało się wewnątrz kuli; parametry optyczne kuli: a) $\mu_a = 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$, $\mu_s = 1 \text{ mm}^{-1}$, $g = 0$; b) $\mu_a = 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$, $\mu_s = 10 \text{ mm}^{-1}$, $g = 0,9$

Interesującym problemem może być odpowiedź na pytanie, czy zagęszczenie kroku r_{bn} , dla którego wyznaczone są gęstość prawdopodobieństwa $p_{\Sigma_{rb}}(l_{\Sigma_{rb}})$, może znacząco wpłynąć na dalsze zredukowanie czasu potrzebnego na przeprowadzenie symulacji FBMCM. By to sprawdzić, przeprowadzono symulacje z wykorzystaniem FBMCM, w którym stabilizowane były rozkłady dla promieni r_{bn} wynoszące: a) 1, 2, 4, 8, ..., 1024 oraz b) 1, $\sqrt{2}$, 2, $2\sqrt{2}$, ..., 1024. Przeprowadzone testy pokazały, że zagęszczenie kroku z czynnika 2 do czynnika $\sqrt{2}$ w istotnym stopniu skraca czas potrzebny na przeprowadzenie symulacji. Na przykład dla warstwy o grubości 100 mm redukcja ta wynosi 9,7 % i 5,9% odpowiednio dla $g=0$ i $g=0,9$, a dla kuli o promieniu 100 mm 25,5% i 18,6% odpowiednio dla $g=0$ i $g=0,9$. Ta różnica zysku wynika z udziału obliczeń dokonywanych klasyczną metodą Monte Carlo, co ma miejsce, gdy foton znajduje się blisko powierzchni granicznej, w stosunku do całkowitej liczby obliczeń, potrzebnych do wyznaczenia drogi pojedynczego fotonu. W wypadku gdy źródło fotonów znajduje się blisko powierzchni obiektu (lub na jej

powierzchni), udział obliczeń związanych z klasyczną metodą Monte Carlo jest większy, stąd obserwujemy mniejszy zysk w skróceniu czasu obliczeń przy redukcji kroku r_{bn} niż dla wypadku, gdy źródło fotonu znajduje się z dala od brzegu obiektu.

Dalsze zagęszczenie wartości r_{bn} prawdopodobnie mogłoby pozwolić na dalsze skrócenie czasu obliczeń, jednak nie w tak dużym stopniu, jak powyżej. Istnieją tu jednak istotne ograniczenia związane z budową współczesnych mikroprocesorów, zwłaszcza z ich pojemnościami pamięci podręcznej. Przy niezbyt dużej liczbie tablic służących do generacji $l_{\Sigma_{rb}}$, wszystkie te tablice mogą pomieścić się w pamięci podręcznej mikroprocesora (jedna tablica, przy ośmiobajtowej reprezentacji liczby rzeczywistej, zajmuje około 8 kB pamięci). Jeśli jednak tablice te nie mieszczą się w pamięci podręcznej mikroprocesora, spodziewać się można zmniejszenia wydajności mikroprocesora z uwagi na opóźnienia w ściąganiu niezbędnych danych z pamięci głównej komputera, na którym dokonywane są obliczenia.

Przeprowadzone symulacje pokazują, jak znaczny zysk w skróceniu czasu obliczeń daje FBMCM w stosunku do CMCM. W wypadku kuli przeprowadzone symulacje pokazały, że dla CMCM czas obliczeń rośnie w przybliżeniu wykładniczo z promieniem kuli – dwukrotny wzrost promienia kuli powoduje około czterokrotny wzrost czasu obliczeń. Podobną zależność otrzymano w wypadku warstwy – dwukrotny wzrost grubości warstwy powoduje także około czterokrotny wzrost czasu obliczeń. Natomiast dla FBMCM czas obliczeń dla kuli, jak i dla warstwy pozostaje stały (z wyjątkiem sytuacji, gdy grubość warstwy lub promień kuli nie przekraczają kilku wartości z_0).

3.5. Podsumowanie

W rozdziale tym przedstawiono metody obliczeń propagacji promieniowania optycznego w ośrodkach silnie rozpraszających. Generalnie, wszystkie te metody, z wyjątkiem metod strumieniowych, bazują bezpośrednio na rozwiązywaniu równań transportu Boltzmanna (metoda Monte Carlo) lub dyfuzji (metoda dyfuzji) propagacji promieniowania optycznego przy zadanych warunkach brzegowych. Chociaż metoda dyfuzji jest znacznie szybsza od klasycznej metody Monte Carlo, to ta pierwsza ma szereg ograniczeń wynikających z mniejszej dokładności oraz z braku możliwości jej stosowania dla obiektów, w których znajdują się obszary słabo rozpraszające.

Inną cechą opisanych tu metod strumieniowych oraz bazujących bezpośrednio na równaniach Boltzmanna lub dyfuzji jest to, że łatwo w nich można uwzględnić zjawiska fizyczne inne, niż sama propagacja promieniowania optycznego w ośrodku silnie rozpraszającym. Na przykład, znając gęstość energii $\Phi_V(\mathbf{r}, t)$ promieniowania wywołującego zjawisko fluorescencji, można wyliczyć funkcję źródła $\varepsilon_s(\mathbf{r}, \mathbf{s}_2, t)$ (patrz równanie (2.190)) promieniowania fluorescencyjnego w ośrodku [78]. Propagację tego promieniowania można dalej liczyć za pomocą równań Boltzmanna lub dyfuzji. Podobnie, znając gęstość energii $\Phi_V(\mathbf{r}, t)$, można obliczyć ciepło wydzielające się pod wpływem absorpcji w dowolnym punkcie ośrodka. Znajomość tego ciepła może mieć znaczenie w medycynie w czasie przeprowadzania terapii z wykorzystaniem promieniowania optycznego lub w obrazowaniu z wykorzystaniem zjawiska fotoakustycznego. Także tutaj, korzystając z równania dyfuzji do opisu rozchodzenia się ciepła, można dalej obliczyć jego propagację, co pozwala wyznaczyć rozkład temperatur w badanym obiekcie [257]. W wypadku metod Monte Carlo, ich zaletą jest także łatwość integracji z metodami analizy propagacji promieniowania optycznego w elementach optycznych, w tym w światłowodach [192, 193, 337].

Opierając się na metodzie dyfuzji i metodzie Monte Carlo, Autor opracował dwa programy komputerowe: Diffusion i Scatter – odpowiednio dla każdej z tych metod. Program Diffusion oparty jest na analitycznych rozwiązaniach równania dyfuzji propagacji promieniowania optycznego w półprzestrzeni lub w warstwie ośrodka silnie rozpraszającego. Program ten pozwala szybko obliczyć transmisję promieniowania optycznego wstecznie rozproszonego od pojedynczej warstwy lub półprzestrzeni albo promieniowania przechodzącego na przeciwną stronę warstwy. Za pomocą tego programu można przetestować dokładność metody dyfuzji (poprzez porównanie otrzymanych wyników obliczeń z wynikami uzyskanymi metodą Monte Carlo lub z wynikami referencyjnymi dostępnymi w literaturze [190]). Program Scatter jest zaawansowanym programem komputerowym, w którym Autor zaimplementował wiele ulepszeń w stosunku do klasycznej metody Monte Carlo. Oparty jest on na szybkiej bąbelkowej metodzie Monte Carlo, macierzowym opisie kierunku propagacji fotonów i wykorzystaniu technik zmniejszających wariancję uzyskanych wyników. W razie potrzeby (np. ze względu na maksymalizację dokładności obliczeń) możliwe jest też przeprowadzanie za jego pomocą obliczeń zgodnie z klasyczną metodą Monte Carlo. Program ten pozwala przeprowadzać, tam gdzie jest to możliwe, równoległą symulację propagacji fotonów dla kilku wariantów danych wejściowych. Jest on napisany w kodzie ANSI C++ i dlatego może być łatwo zaimplementowany na różne typy komputerów, w tym na superkomputery. Obecnie program ten jest dostępny dla komputerów klasy PC. Ponieważ poszczególne fragmenty kodu zostały opracowane w postaci znanych z języka C++ autonomicznych klas, program Scatter charakteryzuje się on dużą łatwością adaptacji i rozbudowy w zależności od potrzeb. Przedstawione w dalszej części pracy wyniki symulacji propagacji promieniowania optycznego, które wymagały poszukiwania rozwiązań równania transportu Boltzmanna, zostały uzyskane za pomocą tego programu. Bez tego programu część z przeprowadzonych obliczeń byłaby, ze względu na koszty, niemożliwa do przeprowadzenia. Dotyczy to zwłaszcza wielowariantowych obliczeń propagacji promieniowania w tkankach głowy. Pierwsze tego typu obliczenia były dokonane przez Autora w latach dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku. Mimo że od tego czasu moc komputerów znacznie się zwiększyła, pojawiające się wyzwania związane z obliczeniami propagacji promieniowania optycznego w ośrodkach silnie rozpraszających są ciągle ogromne. Dotyczy to zwłaszcza obliczeń iteracyjnych na potrzeby wyznaczania parametrów optycznych badanych materiałów silnie rozpraszających na podstawie zmierzonych rozkładów rozproszonego promieniowania, a w szczególności obliczeń na potrzeby optycznej tomografii dyfuzyjnej, gdzie jedną z barier jej rozwoju są bardzo duże wymagania co do liczby operacji matematycznych, jakie należy przeprowadzić, by uzyskać obrazy wewnętrznej struktury badanego obiektu. Ze względu na ciągły i wykładniczy wzrost mocy obliczeniowej współczesnych komputerów, w przyszłości metody Monte Carlo przestaną być aż tak uciążliwe, jak obecnie. Przełomem może tu być także znalezienie odpowiedniej modyfikacji metody Monte Carlo, która pozwoliłaby przeprowadzić obliczenia w czasie znacznie krótszym od metody klasycznej. Jedną z takich przełomowych modyfikacji może być przedstawiona wyżej szybka bąbelkowa metoda Monte Carlo.

Rozdział 4

NIEKOHERENTNE METODY POMIAROWE OŚRODKÓW SILNIE ROZPRASZAJĄCYCH WYKORZYSTUJĄCE ŹRÓDŁA PROMIENIOWANIA O NATĘŻENIU CIĄGŁYM

4.1. Wprowadzenie

Niekoherentne metody pomiarowe ośrodków silnie rozpraszających, wykorzystujące źródła promieniowania o natężeniu ciągłym, należą do metod, które znalazły najwcześniej zastosowania ze względu na najmniejsze wymagania odnośnie źródeł i detektorów promieniowania. Do tej grupy metod zaliczyć można także te, w których źródło emituje promieniowanie modulowane, ale o tak długim okresie, że propagację promieniowania optycznego w badanym obiekcie można traktować jako zachodzącą w warunkach quasi-stacjonarnych (to znaczy w warunkach, w których czas propagacji fotonów w ośrodku jest pomijalnie mały w porównaniu z okresem modulacji). W tego typu metodach modulację źródła wprowadza się w celu zwiększenia stosunku sygnału do szumu (np. dobierając częstotliwość modulacji na tyle dużą, by zminimalizować szумы typu $1/f$), w celu ułatwienia separacji sygnału użytecznego od promieniowania tła itp.

Ogólnie niekoherentne metody pomiarowe ośrodków silnie rozpraszających, wykorzystujące źródła promieniowania o natężeniu ciągłym, można podzielić na dwie grupy. Do pierwszej grupy zaliczyć można metody pomiarowe, których celem jest wyznaczenie parametrów optycznych badanego ośrodka jednorodnego, np. współczynnika absorpcji lub współczynnika rozpraszania, natomiast do drugiej grupy zaliczyć można metody pomiarowe obiektów niejednorodnych, gdzie głównym celem jest poznanie struktury badanego obiektu, jak na przykład lokalizacji i wymiarów anomalii w badanym obiekcie, wyznaczenie grubości warstw itp. Istotną podgrupą drugiej grupy metod jest optyczna tomografia dyfuzyjna. Ponieważ natura propagacji promieniowania optycznego w ośrodku silnie rozpraszającym jest bardzo złożona, budowa systemu pomiarowego często jest ściśle związana z wykorzystanym rodzajem promieniowania (to jest czy pomiar dotyczy wiązki skolimowanej, czy rozproszonej; a jeżeli rozproszonej, to czy dyfuzyjnie, czy niedyfuzyjnie), wymaganą geometrią pomiarów (np. wielopunktowe, goniometryczne, z wykorzystaniem kilku źródeł) itp.

Dobór metody pomiarowej uzależniony jest także od wykorzystywanych technik modelowania propagacji promieniowania optycznego, w wyniku którego wyznaczone są poszukiwane parametry mierzonego obiektu na podstawie zmierzonego natężenia promieniowania w nim rozproszonego. Jak pokazano w poprzednim rozdziale, niektóre metody obliczeniowe wymagają użycia odpowiedniego typu źródła promieniowania (np. źródła promieniowania skolimowanego lub dyfuzyjnie rozproszonego), spełnienia odpowiednich warunków brzegowych (np. dopasowania współczynników załamania światła na powierzchni granicznej badanego obiektu), albo doboru odpowiednich wymiarów badanej próbki (np. doboru grubości warstwy, by przechodzące przez nią promieniowanie uległo rozproszeniu dyfuzyjnemu).

4.2. Metody wyznaczania parametrów optycznych ośrodków silnie rozpraszających oparte na pomiarze transmisji promieniowania optycznego o stałym natężeniu

Istnieje wiele technik pomiarowych wykorzystujących promieniowanie optyczne, opartych na znajomości różnych parametrów optycznych mierzonego ośrodka. Do najważniejszych z nich należą różne rodzaje spektroskopii optycznej, jak na przykład spektroskopia absorpcyjna, w której na podstawie znajomości współczynnika absorpcji badanego ośrodka można wyznaczyć jego skład chemiczny. Także znajomość współczynnika rozpraszania albo załamania może być podstawą do wyznaczania istotnych jego parametrów (np. stężenie glukozy we krwi zmienia zarówno jej współczynnik rozpraszania, jak i załamania, co umożliwia pomiar tego stężenia na podstawie znajomości jednego z tych parametrów [172, 230, 483]. Podstawową trudnością w wyznaczeniu szukanego parametru ośrodka silnie rozpraszającego jest to, że najczęściej nie znamy (z powodu wielokrotnego rozpraszania) długości dróg, jakie pokonują w nim poszczególne fotony. Problem ten jest szczególnie poważny w badaniach medycznych, ponieważ zdecydowana większość tkanek ludzkich to ośrodki silnie rozpraszające. Także poza medycyną istnieje wiele ośrodków, w których promieniowanie jest silnie rozpraszane, a które są mierzone z wykorzystaniem promieniowania optycznego (np. produkty spożywcze, produkty przemysłu papierniczego lub chemicznego).

Metody wyznaczania parametrów optycznych ośrodków silnie rozpraszających opartych na pomiarze promieniowania optycznego transmitowanego lub wstecznie rozproszonego w ogólności można podzielić na dwie klasy: bezpośrednie i pośrednie. W pomiarach bezpośrednich wykorzystywane są bezpośrednio zależności, za pomocą których definiowane są parametry (np. w wypadku współczynnika absorpcji będzie to prawo Lamberta-Beera, a dla funkcji fazowej rozpraszania będzie to rozkład prawdopodobieństwa kierunku rozpraszania uzyskany w warunkach, gdy każdy z fotonów mógł ulec pojedynczemu rozproszeniu. W pomiarach pośrednich wykorzystywany jest za to odpowiedni model transmisji promieniowania optycznego w ośrodku, a szukane parametry optyczne wyznaczane są na podstawie takiego ich doboru, by zmierzona transmisja w tym ośrodku zgadzała się z transmisją obliczoną na podstawie przyjętego modelu. Spośród metod pośrednich można wyróżnić metody nieiteracyjne, w których parametry optyczne znajduwane są za pomocą odpowiednich i jednoznacznych zależności funkcyjnych między zmierzoną transmisją a parametrami optycznymi, oraz metody iteracyjne, w których poprzez wielokrotną modyfikację parametrów optycznych użytych w obliczeniach transmisji promieniowania optycznego znajduwane są takie ich wartości, by obliczona transmisja była zgodna z transmisją zmierzoną. Kiedy takie parametry optyczne użyte w obliczeniach znajdziemy, wówczas przyjmujemy je za równe parametrom optycznym badanego ośrodka. Z uwagi na to, że metody iteracyjne mogą wymagać wykonania wielu numerycznych obliczeń, są one mniej wygodne od metod nieiteracyjnych. Z drugiej strony w metodach iteracyjnych można wykorzystać dokładniejszy model propagacji promieniowania optycznego w badanym ośrodku i dlatego za ich pomocą można wyznaczyć parametry optyczne z większą dokładnością.

4.2.1. Metody bezpośrednie

Jak już wspomniano, metody bezpośrednie nie są związane z danym modelem propagacji promieniowania optycznego w ośrodku silnie rozpraszającym, ale korzystają bezpośrednio z definicji mierzonego parametru optycznego. Z tego względu metodami bezpo-

średnimi nie można mierzyć współczynników absorpcji i rozpraszania, jeżeli w badanym ośrodku oba te współczynniki mają istotny wpływ na propagację promieniowania optycznego. W tym wypadku, stosując prawo Lamberta-Beera, nie jesteśmy w stanie odróżnić, czy za tłumienie sygnału odpowiedzialne jest zjawisko absorpcji, czy rozpraszania. Można jednak za pomocą metod bezpośrednich zmierzyć współczynnik absorpcji, jeżeli wpływ zjawiska rozpraszania na propagację promieniowania optycznego jest pomijalnie mały, albo współczynnik rozpraszania, jeżeli można zaniedbać wpływ zjawiska absorpcji na propagację. Wielkością, którą można zmierzyć bezpośrednio, korzystając z prawa Lamberta-Beera, jest współczynnik całkowitego tłumienia μ_t definiowany jako suma współczynników absorpcji i rozpraszania, to jest:

$$\mu_t = \mu_a + \mu_s. \quad (4.1)$$

Parametr ten opisuje, w jakim stopniu wraz w miarę pokonywania dystansu r zmniejsza się udział fotonów balistycznych w ośrodku, mianowicie:

$$I = I_0 \exp(-\mu_t r), \quad (4.2)$$

gdzie I_0 jest natężeniem wiązki padającej, a I jest natężeniem wiązki składającej się z fotonów, które po drodze nie uległy absorpcji lub rozproszeniu.

Innym parametrem, który można zmierzyć bezpośrednio, jest efektywny współczynnik tłumienia μ_{eff} promieniowania dyfuzyjnego w ośrodku silnie rozpraszającym. Parametr ten opisuje, w jakim stopniu wraz z odległością r zmniejsza się natężenie promieniowania dyfuzyjnego pod wpływem absorpcji, mianowicie:

$$I = I_0 \exp(-\mu_{\text{eff}} r), \quad (4.3)$$

gdzie I_0 jest natężeniem wiązki dyfuzyjnej padającej, a I jest natężeniem wiązki dyfuzyjnej w odległości r od miejsca padania.

Odwrotnością wielkości μ_{eff} jest efektywna głębokość wnikania promieniowania dyfuzyjnego δ_{eff} , na której jego natężenie spada e -krotnie. Głębokość tę (a za jej pomocą współczynnik tłumienia μ_{eff}) można zmierzyć poprzez wprowadzenie końca światłowodu do ośrodka silnie rozpraszającego [92, 113, 279, 280, 284, 348, 405, 452–455].

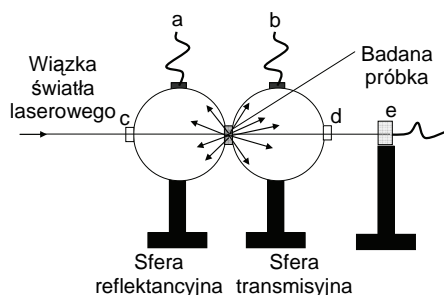
Stosując metody bezpośrednie z wykorzystaniem technik goniometrycznych, można zmierzyć także funkcję fazową $p(s_2, s_1)$ (patrz zależność (2.114)), a na jej podstawie również współczynnik anizotropii rozpraszania g (patrz zależność (2.116)) [204, 346, 478]. Warunkiem koniecznym w tego typu pomiarach jest to, by rejestrowane promieniowanie było promieniowaniem, które uległo pojedynczemu rozpraszaniu. Aby to zapewnić, wymiary próbki powinny być na tyle małe, by natężenie promieniowania, które uległo rozproszeniu większą liczbę razy, było pomijalnie małe.

Do metod bezpośrednich zaliczyć też można metody pomiaru współczynnika załamania światła n badanego ośrodka silnie rozpraszającego metodą pomiaru kąta całkowitego wewnętrznego odbicia [49]. W tym celu do badanego ośrodka wprowadzany jest światłowód o skokowym profilu współczynnika załamania światła. Mierząc aperturę numeryczną tego światłowodu w warunkach, gdy jego płaszczem jest badany ośrodek, można określić kąt całkowitego wewnętrznego odbicia na granicy rdzeń-płaszcz światłowodu. Znając ten kąt i współczynnik załamania rdzenia oraz korzystając z prawa Snelliusa, otrzymujemy współczynnik załamania badanego ośrodka. Do pomiaru współczynnika załamania ośrodków silnie rozpraszających, jeżeli mają one postać cieczy, dobrze nadają się też opracowane przez Autora światłowodowe sensory współczynnika załamania, wykorzystujące światłowody zgięte o kontrolowanym promieniu zgięcia [160, 337].

4.2.2. Metody pośrednie

Metody nieiteracyjne

W ogólnym wypadku pomiary współczynników absorpcji, rozpraszania i anizotropii rozpraszania wymagają metod pośrednich. Spośród metod nieiteracyjnych najbardziej popularną metodą jest metoda oparta na modelu Kubelka-Munka (patrz punkt 3.2). Metoda ta opiera się na pomiarze współczynników odbicia R_d i transmisji T_d promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie (patrz definicje (3.2) i (3.3)), na podstawie których wyznaczane są współczynniki S_{KM} i K_{KM} (patrz zależności (3.6) i (3.7)), z których obliczyć można współczynnik absorpcji μ_a i zredukowany współczynnik rozpraszania μ_s' (patrz równania (3.19) i (3.20)). Podstawowa konfiguracja systemu pomiarowego do pomiaru współczynników R_d i T_d opiera się na pomiarze natężenia promieniowania rozproszonego z wykorzystaniem sfer integracyjnych (tak zwanych kul Ulbrichta) [128]. Przykładowy układ pomiarowy pokazano na rys. 4.1. Układ ten, prócz detektorów promieniowania rozproszonego, ma także detektor natężenia wiązki skolimowanej, za pomocą której, przed umieszczeniem badanej próbki między sfery integracyjne, można zmierzyć natężenie wiązki oświetlającej badaną próbkę, a po umieszczeniu próbki można zmierzyć natężenie wiązki pochodzące od fotonów balistycznych. Jednak w wypadku wykorzystania metody Kubelka-Munka próbka powinna być na tyle gruba, by fotony balistyczne nie przechodziły na jej drugą stronę. Jednym z systemów pomiarowych opartych na sferach integracyjnych został opracowany przez Autora i posłużył do pomiaru parametrów optycznych papieru na potrzeby przemysłu papierniczego [326].



Rys. 4.1. Układ pomiarowy do pomiaru parametrów optycznych ośrodków silnie rozpraszających, wykorzystujący sfery integracyjne: a – detektor promieniowania wstecznie rozproszonego, b – detektor promieniowania rozproszonego przechodzącego przez badaną próbkę, c – port wejściowy dla wiązki skolimowanej oświetlającej badaną próbkę, d – port wyjściowy dla wiązki skolimowanej, e – detektor promieniowania skolimowanego

Analizując układ pomiarowy pokazany na rys. 4.1, widzimy, że wykorzystuje on do pomiarów wiązkę skolimowaną. Mimo że energia z takiej wiązki wskutek rozpraszania zostaje bardzo szybko zamieniona na energię promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie, wykorzystanie metody Kubelka-Munka w oszacowaniu parametrów optycznych badanej próbki może być przyczyną powstania niewielkich (w praktyce nieprzekraczających 10%) błędów pomiarowych, gdyż metoda ta wymaga zastosowania źródła promieniowania dyfuzyjnego. Jednak zastosowanie takiego źródła w systemie ze sferami integracyjnymi byłoby bardzo kłopotliwe, gdyż gdyby je umiejscowiono blisko badanej próbki, byłby zastonięty detektor promieniowania wstecznie rozproszonego. Oddalenie źródła promieniowania dyfuzyjnego od badanej próbki spowodowałoby natomiast to, że padałaby na nią tylko nie-

wielka część promieniowania wytwarzana przez źródło, co znacznie obniżyłoby dynamikę pomiarów promieniowania rozproszonego.

Zauważmy, że system pomiarowy pokazany na rys. 4.1 umożliwi także pomiar wiązki skolimowanej, która przeszła przez próbkę. Chociaż przy wykorzystaniu metody Kubelka-Munka grubość próbki powinna być na tyle duża, by natężenie wiązki skolimowanej było pomijalnie małe w stosunku do natężenia promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie mierzonego przez detektory a i b (patrz rys. 4.1), to jednak, stosując odpowiednio czuły detektor promieniowania wiązki skolimowanej, jej natężenie można zmierzyć. Na tej podstawie może być zmierzony współczynnik całkowitego tłumienia μ_t , który przy znajomości wcześniej obliczonych za pomocą metody Kubelka-Munka współczynnika absorpcji μ_a i zredukowanego współczynnika rozpraszania μ_s' pozwala przy wykorzystaniu równań (2.188) i (4.1) obliczyć współczynnik rozpraszania μ_s i współczynnik anizotropii rozpraszania g .

W literaturze przedmiotu można spotkać jeszcze kilka innych nieiteracyjnych metod pośrednich, wykorzystujących promieniowanie ciągłe. Do nich należą pomiary goniometryczne z jednoczesnym pomiarem efektywnego współczynnika tłumienia μ_{eff} , by na tej podstawie wyznaczyć współczynniki μ_a , μ_s i g [279], metody oparte na pomiarze absorpcji badanej próbki, umieszczonej wewnątrz sfery integracyjnej i pomiarach goniometrycznych promieniowania rozproszonego [20, 276], czy metody z wykorzystaniem pomiarów transmisji przez próbki o różnej grubości wraz z pomiarami goniometrycznymi [478]. Z uwagi na ograniczenia i bardzo małą popularność tych metod, nie będą one szerzej omawiane. Także nie będzie tutaj omawiana metoda nefelometryczna oparta na efekcie Tyndalla (mimo że Autor ją stosował w pomiarach miazgi drzewnej na potrzeby przemysłu papierniczego), ponieważ nie pozwala ona określić żadnego podstawowego parametru opisującego ośrodek silnie rozpraszający (pozwala ona za to określić stężenie zawiesiny, na której promieniowanie ulega rozpraszaniu, a także rozmiary tworzących ją cząsteczek).

Metody iteracyjne

Wyznaczanie parametrów optycznych badanego ośrodka metodami iteracyjnymi polega na obliczeniu transmisji promieniowania optycznego w ośrodku o zadanych parametrach optycznych i sprawdzeniu, czy obliczona transmisja zgadza się z transmisją zmierzoną. Jeżeli nie, to przyjmowane są nowe parametry optyczne do obliczeń i proces obliczeniowy powtarzamy ponownie. Zmiany parametrów optycznych są zmieniane tak długo, aż transmisja obliczona będzie zgadzała się ze zmierzoną. Jeżeli to nastąpi, to przyjmujemy, że badany ośrodek ma takie same parametry, jak przyjęte w obliczeniach prowadzących do tej zgodności. W metodach iteracyjnych transmisja promieniowania optycznego przez ośrodek silnie rozpraszający może być obliczana metodą Monte Carlo lub metodą dyfuzji. Zaletą metod iteracyjnych jest to, że mogą one uwzględniać różne warunki brzegowe, w tym niedopasowanie współczynników załamania badanego ośrodka i otaczającego go medium, istnienie kilku warstw, przez które przechodzi promieniowanie optyczne (na przykład, gdy badana próbka znajduje się w kuwecie) itp. Stosując metody iteracyjne, należy pamiętać o błędach wnoszonych przez system pomiarowy (np. powstałych w wyniku występowania promieniowania nierozproszonego, gdy chcemy mierzyć promieniowanie rozproszone, ograniczonej apertury światłowodów, kierunkowej zależności czułości fotodetektorów czy kierunkowej charakterystyki natężenia źródła promieniowania optycznego niedopasowanej do wymogów danej metody), o błędach powodowanych zjawiskami zachodzącymi na powierzchni próbki (np. odbiciem Fresnela promieniowania optycznego lub rozpraszaniem na

nierównościach powierzchni) oraz o błędach wnoszonych przez samą metodę obliczania transmisji promieniowania w ośrodku silnie rozpraszającym (np. stosując metodę dyfuzji).

Do wyznaczania parametrów optycznych badanego ośrodka metody iteracyjne mogą wykorzystywać zmierzone wartości: natężenia promieniowania wstecznie rozproszonego lub rozproszonego po przejściu przez badaną próbkę, natężenia wiązki skolimowanej odbitej od lub przechodzącej przez próbkę, absorpcji próbki umieszczonej wewnątrz sfery integracyjnej lub kierunkowego rozkładu promieniowania rozproszonego [74]. Ponieważ za pomocą metod iteracyjnych można wyznaczyć kilka parametrów optycznych badanego ośrodka, wykorzystują one zawsze kilka zmierzonych wielkości. Jedną z bardziej popularnych metod iteracyjnych, pozwalających zmierzyć współczynniki μ_a , μ_s i g , jest metoda *adding-doubling* [187, 191, 321, 345, 346]. Bazuje ona na pomiarach natężenia promieniowania wstecznie rozproszonego oraz rozproszonego i skolimowanego, przechodzącego przez jednorodną warstwę tworzącą badaną próbkę. Pomiary te mogą być wykonane za pomocą systemu pokazanego na rys. 4.1. Do obliczeń wykorzystywane jest równanie transportu Boltzmanna. Popularność tej metody wynika z tego, że można w niej uwzględnić różne warunki brzegowe (np. odbicie Fresnela przy niedopasowanych współczynnikach załamania światła lub występowanie dodatkowych warstw związanych z kuletą) oraz że ma ona stosunkowo małe, w porównaniu z metodą Monte Carlo, wymagania na obliczenia numeryczne. Ponadto metoda ta cechuje się dość dużą dokładnością (błędy zazwyczaj nie przekraczają 3%) w wyznaczaniu współczynników μ_a , μ_s i g [345].

4.3. Wykorzystanie promieniowania o stałym natężeniu do pomiaru obiektów niejednorodnych

Obiekty niejednorodne mogą zawierać wiele różnych ośrodków o różnych parametrach optycznych, wpływających na strukturę obiektu. W czasie obrazowania takich obiektów, w wypadku gdy od do ich powierzchni docierają zarówno fotony balistyczne lub zygzakujące, jak i fotony dyfuzyjne, udział tych ostatnich można zredukować, na przykład stosując odpowiednie filtry przestrzenne [15] lub obrazowanie konfokalne [61, 222]. Najlepszą jednak metodą odseparowania fotonów balistycznych od pozostałych jest zastosowanie optycznej tomografii koherentnej (patrz rozdział 6.). Metodą obrazowania obiektów niejednorodnych z wykorzystaniem niekoherentnych metod pomiarowych bazujących na promieniowaniu rozproszonym dyfuzyjnie jest optyczna tomografia dyfuzyjna. Może się ona opierać zarówno na promieniowaniu ciągłym, jak i na przedstawionym w następnym rozdziale promieniowaniu impulsowym lub o zmodulowanym natężeniu.

4.3.1. Optyczna tomografia dyfuzyjna

Optyczna tomografia dyfuzyjna oparta jest na pomiarze natężenia promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie na powierzchni badanego obiektu w różnych miejscach i przy różnych lokalizacjach źródła pobudzającego [26, 27, 209, 291, 371, 377, 434]. Jeżeli dochodzi w badanym obiekcie do fluorescencji i mierzone jest promieniowanie pochodzące z tego zjawiska, wówczas otrzymujemy jedną z jej odmian – tak zwaną fluorescencyjną optyczną tomografię dyfuzyjną [78]. Aby w czasie pomiarów nie przemieszczać między sobą i względem badanego obiektu źródeł i detektorów promieniowania optycznego, zazwyczaj w pomiarach stosuje się matryce składające się z wielu takich elementów. Ponieważ w optycznej tomografii dyfuzyjnej wykorzystywane jest promieniowanie dyfuzyjnie rozproszone, za jej pomocą jesteśmy

w stanie wyznaczyć jedynie przestrzenny rozkład współczynnika absorpcji i zredukowanego współczynnika rozpraszania; nie możemy za jej pomocą wyznaczyć współczynnika rozpraszania ani współczynnika anizotropii rozpraszania.

Głównym problemem optycznej tomografii dyfuzyjnej jest jej ogromna złożoność obliczeniowa – znacznie większa niż w wielu innych typach tomografii, np. w tomografii rentgenowskiej, optycznej tomografii koherentnej (patrz rozdział 6), czy transiluminacyjnej tomografii koherentnej [363]. Wynika to z tego, że rejestrując promieniowanie dyfuzyjne przy zastosowaniu źródła promieniowania ciągłego nie wiemy dokładnie, jaką drogę pokonało ono między źródłem a detektorem. Ponieważ nie są znane żadne proste związki między natężeniem promieniowania rozproszonego na powierzchni badanego obiektu silnie rozpraszającego a jego strukturą i przestrzennym rozkładem współczynnika absorpcji i zredukowanego współczynnika rozpraszania, jedynym sposobem ekstrakcji tych rozkładów są metody iteracyjne polegające na dopasowywaniu parametrów użytych w obliczeniach propagacji promieniowania optycznego w badanym obiekcie tak, aby (podobnie jak to miało miejsce w metodach iteracyjnych określania parametrów optycznych ośrodków jednorodnych) rozkład promieniowania rozproszonego uzyskany w wyniku obliczeń był zgodny z rozkładem zmierzonym. Ponieważ liczba stopni swobody w tego typu obliczeniach zazwyczaj jest dość duża (liczba ta równa jest podwojonej liczbie elementarnych podobszarów o stałych parametrach optycznych, na który został podzielony obiekt badany) liczba iteracji, by uzyskać zadawalającą dokładność, także może być bardzo duża. Z tego względu w obliczeniach stosowana jest metoda elementów skończonych rozwiązywania równania dyfuzji (patrz punkt 3.3) [26, 27, 291, 209, 371, 377]. Jak na razie metoda Monte Carlo w tego typu obliczeniach jest zbyt pracochłonna [158]. Być może sytuacja ta w przyszłości się zmieni w wyniku pojawienia się bardziej wydajnych komputerów lub bardziej wydajnych metod (jak na przykład szybkiej metody bąbelkowej zaproponowanej przez Autora – patrz punkt 3.4.3).

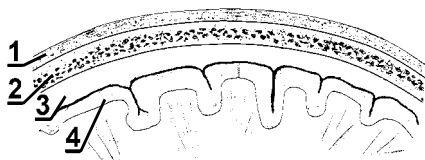
Zaletą optycznej tomografii dyfuzyjnej opartej na promieniowaniu ciągłym jest stosunkowo niski koszt źródeł i detektorów promieniowania optycznego, jakie mogą tu być wykorzystane. Ponadto tomografia ta pozwala obrazować niejednorodności znajdujące się w znacznie większej odległości od brzegu badanego obiektu, niż za pomocą optycznej tomografii koherentnej. Jednak do najważniejszych wad optycznej tomografii dyfuzyjnej należą mała rozdzielczość i mała dokładność wyznaczania współczynników absorpcji i zredukowanego rozpraszania. Często też zachodzą swoiste „przesłuchy” między tymi parametrami, polegające na tym, że zmiana jednego z nich powoduje nieoczekiwane zmiany w wyznaczeniu drugiego parametru [24]. Optyczne tomografie dyfuzyjne oparte na promieniowaniu impulsowym lub o zmodulowanym natężeniu, opisane w następnym rozdziale, są w znacznie większym stopniu odporne na te błędy.

4.3.2. Nietomograficzne techniki pomiarowe obiektów niejednorodnych z wykorzystaniem promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie

W wielu zastosowaniach wykorzystania promieniowania optycznego w badaniach obiektów niejednorodnych, prócz tomografii optycznej, stosowane są inne techniki pomiarowe. Wczesne próby były przeprowadzane już kilka wieków temu. Przykładem mogą być wczesne eksperymenty (sięgające XVIII i XIX wieku) wykorzystania promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie do transiluminacji głowy. Metody te w tamtych, „przedelektronicznych” czasach nie były rozwijane z powodu złożoności problemu i braku sprzętu pomiarowego [58]. Jednym z pierwszych zastosowań transiluminacji głowy promieniowaniem

widzialnym była diagnostyka wodogłowia u noworodków [31]. Współcześnie promieniowanie rozproszone dyfuzyjnie w badaniach obiektów niejednorodnych wykorzystywane jest na potrzeby spektroskopii optycznej, a także na potrzeby lokalizacji obiektów w ośrodku silnie rozpraszającym [311], w tym nowotworów [437].

Transiluminacja głowy jest dobrym przykładem nietomograficznej techniki pomiarowej badań obiektów niejednorodnych z wykorzystaniem promieniowania rozproszonego dyfuzyjnie, w którym występuje cała masa problemów związanych z propagacją promieniowania optycznego. Do najistotniejszych z nich można zaliczyć złożoność obiektu (głowa z ludzkim mózgiem jest najbardziej złożonym obiektem występującym w przyrodzie): występują tu zarówno obszary silnie rozpraszające promieniowanie – np. skóra, kości, mózg, jak i obszary słabo rozpraszające – np. zatoki lub przestrzeń podpajęczynówkowa (ang. *subarachnoid space* – SAS) (patrz rys. 4.2). Z powodu występowania obszarów słabo rozpraszających pojawiają się duże trudności w wykorzystaniu metody elementów skończonych rozwiązywania równania dyfuzji.



Rys. 4.2. Uproszczony przekrój zewnętrznych tkanek głowy, które mają największe znaczenie w transiluminacji głowy: 1 – skóra, 2 – kość czaszki, 3 – przestrzeń podpajęczynówkowa SAS, 4 – szare komórki mózgu, za którymi znajdują się komórki białe [322]

Następnym problemem są zmienności osobnicze wymiarów geometrycznych poszczególnych tkanek oraz ich parametrów optycznych. Dotyczy to w szczególności kości, które różnią się m.in. gęstością i grubością. Określenie pełnej geometrii tkanek i ich parametrów optycznych dla danej osoby jest albo niemożliwe, albo bardzo utrudnione ze względu na konieczność pobierania próbek. Ponadto geometria i parametry optyczne niektórych tkanek mogą się zmieniać w czasie pod wpływem tętna, oddechu, aktywności mózgu lub orientacji głowy w przestrzeni.

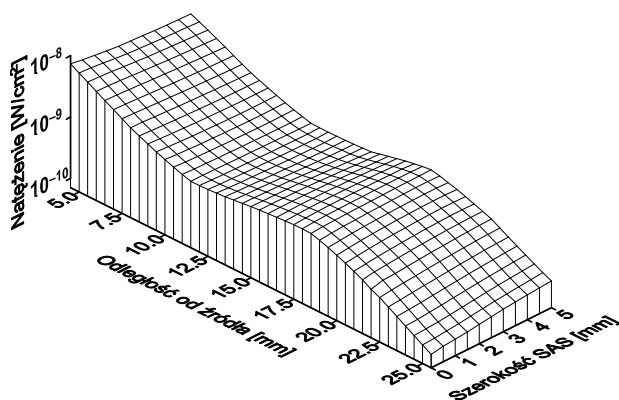
Transiluminacja głowy z wykorzystaniem promieniowania z zakresu bliskiej podczerwieni jest rozwijana głównie na potrzeby oksymetrii mózgu [77, 129, 130, 131, 214, 235, 282, 283, 307, 309], za pomocą której można śledzić aktywność mózgu [469, 482]. Innym obszarem zastosowań transiluminacji głowy jest wykrywanie obrzęku mózgu [145, 146, 322–324]. Pomysłodawcą wykorzystania promieniowania optycznego w tego typu badaniach, ale w innej konfiguracji (ze źródłem i detektorem promieniowania umieszczonych blisko siebie), niż to przyjął Autor (ze źródłem i detektorem promieniowania umieszczonych daleko od siebie), był dr hab. n. med. Andrzej F. Frydrychowski z Gdańskiego Uniwersytetu Medycznego. On też zajął się wdrożeniem nowo opracowanej metody w badaniach klinicznych. Autor natomiast pierwszy wykonał prace studyjne z wykorzystaniem metody Monte Carlo wpływu szerokości SAS na propagację promieniowania optycznego w tkankach głowy, przeprowadził pomiary transmisji promieniowania optycznego z wykorzystaniem ludzkich tkanek *in vitro* w funkcji odległości kości czołowej od mózgu oraz pierwsze obserwacje *in vivo* [322]. Dlatego metoda ta, jako przykład wykorzystania promieniowania optycznego w badaniach obiektów silnie rozpraszających, przedstawiona będzie trochę dokładniej.

Obok doboru długości fali promieniowania do badań nad transiluminacją głowy, głównym celem wstępnych badań prowadzonych przez Autora było znalezienie odpowiedzi na trzy istotne pytania:

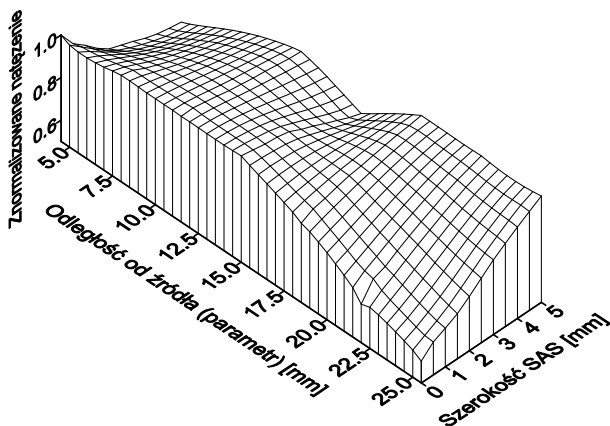
1. Jaka powinna być maksymalna odległość między źródłem a detektorem umieszczonych na głowie, by natężenie rozproszonego promieniowania, które dociera do detektora, było wystarczająco silne dla uzyskania wystarczającego stosunku sygnału użytecznego do szumu?
2. W jakim stopniu szerokość SAS ma wpływ na promieniowanie rozproszone rejestrowane na powierzchni głowy?
3. W jakiej odległości powinien znajdować się detektor od źródła, by uzyskać najlepszą czułość zmian natężenia promieniowania rozproszonego na zmiany szerokości SAS?

Odpowiedzi na te pytania w dużym stopniu zależą od indywidualnych cech osobniczych. Spośród tkanek biorących udział w propagacji promieniowania optycznego przez warstwy anatomiczne głowy największą zmiennością charakteryzuje się grubość kości czołowej. W warunkach niepatologicznych jej grubość mieści się w przedziale od 3 mm do 12 mm [322]. Jednak ze względu na wymagany stosunek sygnał-szum, odległość ta nie powinna przekraczać 25 mm [322]. Dalsze badania pokazały, że odstęp ten może być zwiększony o dalsze kilkanaście milimetrów (w zależności od indywidualnych cech osobniczych). Okazało się bowiem, że spośród przyjętych stałych materiałowych poszczególnych tkanek głowy wybrano wariant zbyt restrykcyjny (mając wartości tych parametrów z kilku źródeł, wybierano dla ostrożności te, które powodują tłumienie sygnału optycznego w największym stopniu). Obecne, bardziej dokładne dane tych parametrów pokazują, że tłumienie sygnału w tych tkankach jest mniejsze od wcześniej założonego. Na możliwość zwiększenia tej odległości ma również wpływ postępu technicznego, jaki miał miejsce w ciągu ostatnich 10 lat w obszarze źródeł promieniowania.

Niestety, badania *in vitro* pokazały też niejednorodność grubości kości, co dodatkowo zmienia transmisję sygnału optycznego w zależności od położenia źródła promieniowania i detektora. Powoduje to powstawanie niepożądanych „zafalowań” natężenia promieniowania rozproszonego w funkcji odległości od źródła i szerokości SAS (patrz rys. 4.3 i 4.4).



Rys. 4.3. Wynik pomiaru natężenia promieniowania rozproszonego na powierzchni kości w funkcji odległości od źródła i szerokości SAS wykonany *in vitro*. Niepożądane „zafalowania” natężenia promieniowania rozproszonego są spowodowane niejednorodną grubością kości (średnio miała ona około 6 mm $\pm 0,5$ mm). W badaniach wykorzystano źródło promieniowania podczerwonego o mocy 134 mW i długości fali 890 nm [322]

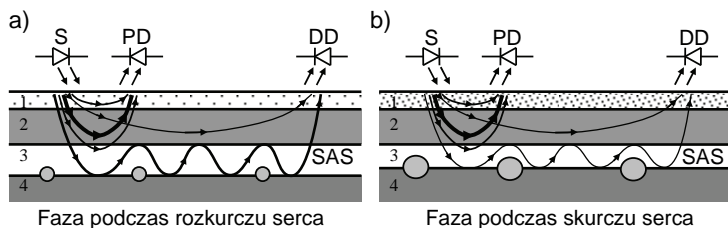


Rys. 4.4. Względne zmiany natężenia promieniowania rozproszonego w funkcji szerokości SAS dla różnych odległości od źródła wyznaczone na podstawie pomiarów pokazanych na rys. 4.3. Normalizacji natężenia dokonywano względem wartości maksymalnej dla danej odległości od źródła [322]

Wstępne badania pokazały także, że z powodów osobniczej zmienności parametrów optycznych i geometrycznych bezpośredni pomiar szerokości SAS na podstawie statycznego pomiaru natężenia promieniowania optycznego nie jest możliwy z uwagi na brak możliwości wykonania kalibracji systemu pomiarowego dla danego osobnika. Na szczęście tętno powoduje modulację tego sygnału, która to może być wykorzystana do wykrywania obrzęku mózgu. Dalsze, bardziej szczegółowe badania dotyczyły:

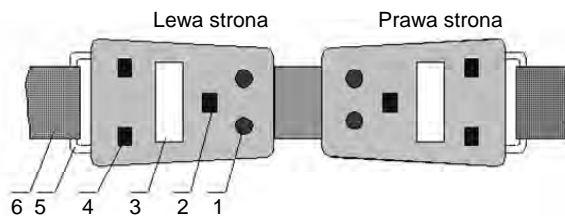
- 1) oceny istnienia obrzęku mózgu na podstawie pomiaru zmodulowanego sygnału rozproszonego w wyniku modulacji szerokości SAS,
- 2) kompensacji modulacji sygnału rozproszonego z częstotliwością tętna powodowanej rytmiczną zmianą objętości krwi w naczyniach krwionośnych skóry.

W tym celu zostały przeprowadzone szczegółowe badania z wykorzystaniem numerycznego modelowania propagacji promieniowania optycznego w tkankach głowy. Uwzględniono w nich rejestrację poszczególnych składowych natężenia promieniowania rozproszonego, które propagowało między źródłem a detektorem tylko w skórze lub tylko w skórze i kości, albo które dotarło do warstwy podpajęczynówkowej (patrz rys. 4.5). Badania te w szczególności dotyczyły wpływu parametrów optycznych i grubości kości na transmisję promieniowania optycznego w głowie, celem optymalizacji położenia detektorów promieniowania względem źródła promieniowania optycznego. Zauważmy, że w wypadku gdy w ogólnym bilansie natężenia promieniowania będzie dominował sygnał propagujący tylko w skórze i kości, wówczas sygnał przechodzi przez skórę co najmniej dwukrotnie: pierwszy raz, gdy przechodzi on przez skórę do kości, i drugi raz, gdy przechodzi z kości poprzez skórę do detektora. Jak zobaczymy dalej, gdy sygnał ten zostanie zarejestrowany przez detektor PD, będzie możliwa kompensacja modulacji sygnału rozproszonego powodowana rytmiczną zmianą objętości krwi w naczyniach krwionośnych skóry, odbieranego przez drugi detektor DD, rejestrujący sygnał optyczny, w którym dominuje składowa natężenia promieniowania rozproszonego przechodzącego przez SAS.



Rys. 4.5. Uproszczony diagram pokazujący wpływ tętna na propagację promieniowania podczerwonego w tkankach głowy: 1 – skóra (gęstość kropek reprezentuje ilość krwi w skórze podczas faz rozkurczu i skurczu serca), 2 – kość czaszki, 3 – SAS (warstwa ta zawiera płyn mózgowo-rdzeniowy oraz naczynia krwionośne na powierzchni mózgu, które powiększają swoją średnicę podczas fazy skurczu serca), 4 – mózg. Szerokość strzałek pokazuje ilość promieniowania, która przechodzi przez poszczególne tkanki ze źródła S do jednego z detektorów: proksymalnego PD i dystalnego DD; im ilość ta jest większa, tym większa jest szerokość strzałki [146]

Badania te ułatwiły konstrukcję prototypu dedykowanego systemu pomiarowego do pomiaru transmisji promieniowania optycznego w tkankach głowy na potrzeby oceny istnienia obrzęku mózgu. System ten składa się z zestawu źródeł i detektorów promieniowania wraz z towarzyszącymi układami elektronicznymi i komputera z dedykowanym oprogramowaniem, którego zadaniem jest obróbka danych pomiarowych, wizualizacja i archiwizacja wyników pomiarowych. Układ z zestawem źródeł i detektorów ma formę opaski (patrz rys. 4.6). Detektor PD znajdował się w odległości 7 mm, a detektor DD w odległości 28 mm od źródła promieniowania. Jako źródła zostały wykorzystane diody elektroluminescencyjne (typu TSMF3700 firmy Vishay Semiconductors z Niemiec), emitujące promieniowanie impulsowo o długości fali 870 nm z mocą 50 mW każda. Promieniowanie o tej długości fali stosunkowo łatwo penetruje tkanki głowy oraz jego transmisja w bardzo małym stopniu zależy od wysycenia hemoglobiny tlenem [235, 282, 283, 378]. Jako detektory zostały wykorzystane fotodiody krzemowe (typu TEMD5000 firmy Vishay Semiconductors). Dla każdej ze stron wykorzystano dwie diody nadawcze, po jednej diodzie odbiorczej dla detektora PD i po dwie diody odbiorcze dla detektora DD. W czasie pomiarów oba zestawy źródeł i detektorów promieniowania są rozmieszczone symetrycznie po obu stronach głowy.



Rys. 4.6. Widok opaski; pokazano rozmieszczenie źródeł i detektorów przeznaczonych do pomiarów jednoczesnej transmisji promieniowania optycznego po lewej i po prawej stronie głowy. Opaskę tę przykłada się bezpośrednio na skórę do czoła głowy. 1 – diody elektroluminescencyjne, 2 – detektor PD, 3 – guma przewodząca uziemiająca masę sygnałową układu z potencjałem głowy, 4 – detektory DD, 5 – uchwyty mocujące, 6 – gumowa opaska z możliwością regulacji długości [146]

Istotnym zagadnieniem była weryfikacja pomiarowa otrzymanych wyników na drodze modelowania numerycznego. Punktem przełomowym był tu bardzo rzadki przypadek

kliniczny kobiety (pacjentka JS), u której w wyniku wypadku nastąpiło jednostronne oskałpowanie [146, 323]. Przypadek ten pozwolił ocenić wpływ skóry na transmisję sygnału optycznego. Pomiar transmisji promieniowania zdążono wykonać przed usunięciem dużych fragmentów kości czaszki (z uwagi na martwicę wynikłą z braku ukrwienia kości). Na podstawie tych fragmentów uzyskano dokładne dane skóry i kości (parametry optyczne i geometryczne), potrzebne jako dane wejściowe dla programu obliczającego propagację promieniowania optycznego w tkankach głowy. Zmierzona grubość skóry wynosiła około 3 mm. Badając wycinek kości, Autor zmierzył grubość zewnętrznej i wewnętrznej warstwy zbitiej oraz grubość warstwy gąbczastej, a także wyznaczył stosunek ciężaru właściwego warstwy gąbczastej do warstwy zbitiej. Pozwoliło to na oszacowanie współczynnika rozpraszania i współczynnika absorpcji warstwy gąbczastej na podstawie znajomości tych współczynników dla warstwy zbitiej, przy założeniu, że udział rozpraszania i absorpcji w porach kości jest pomijalnie mały w stosunku do ich udziału w zbitiej tkance kostnej, tworzącej bełeczki kostne (założono tu, że współczynnik rozpraszania i absorpcji jest proporcjonalny do pierwiastka trzeciego stopnia z tego stosunku, czyli że gęstość rośnie odwrotnie proporcjonalnie do trzeciej potęgi średniej odległości między centrami rozpraszającymi lub absorbującymi). Pozostałe stałe materiałowe przyjęto na podstawie danych literaturowych. Zestawienie wymiarów poszczególnych warstw anatomicznych tkanek głowy wraz z parametrami optycznymi użytymi w symulacji przedstawiono w tabeli 4.1. Podane parametry zostały przedstawione dla długości fali 870 nm.

Tabela 4.1

Parametry optyczne tkanek głowy przyjęte jako dane wejściowe do obliczeń numerycznych [323]

Tkanka	Grubość [mm]	Współczynnik absorpcji μ_a [mm ⁻¹]	Zredukowany współczynnik rozpraszania μ_s' [mm ⁻¹]
Skóra	3	0,013	1,7
Kość – część zbita zewnętrzna	2	0,0242	0,88
Kość – część gąbczasta	5	0,01627	0,59268
Kość – część zbita zewnętrzna	3	0,0242	0,88
SAS	0–5	0,001	0,001
Mózg	10	0,037	2,0

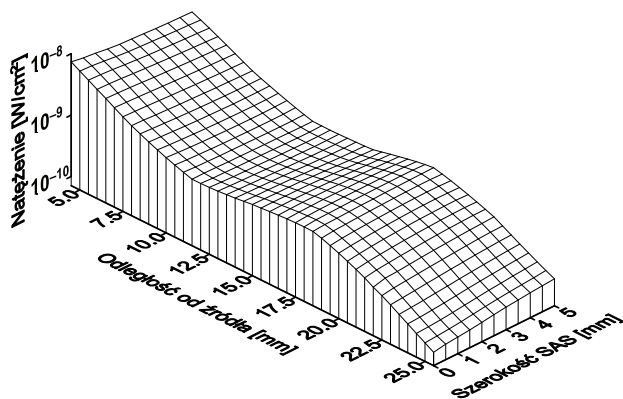
W obliczeniach numerycznych założono dla uproszczenia, że poszczególne warstwy anatomiczne (za wyjątkiem SAS) tworzą warstwy o stałej grubości (wcześniejsze badania pokazały, że nieuwzględnienie bruzd w mózgu nie ma większego wpływu na natężenie promieniowania rozproszonego na powierzchni głowy [308]). Uwzględniono odbicie Fresnela wynikające z różnicy (współczynnika załamania światła) tylko na granicy skóra-powietrze (założono, że współczynnik załamania dla skóry wynosi 1,35). Przyjęto też, że źródłem promieniowania optycznego jest dioda elektroluminescencyjna LED o mocy 1 W i o średnicy 2,5 mm, promieniująca wiązkę rozbieżną o kącie rozbieżności ± 60 stopni (średnica i kąt rozbieżności zamodelowanego źródła promieniowania odpowiadały źródłu promieniowania zastosowanemu w czasie pomiarów rzeczywistych *in vivo* na pacjentce).

Do obliczeń numerycznych został wykorzystany, opracowany przez Autora, program Scatter oparty na zmodyfikowanej metodzie Monte Carlo (patrz rozdział 3). Obliczeń dokonano z wykorzystaniem metody wielowariantowej (patrz punkt 3.4.2), polegającej na tym, że nie powielano dla każdej szerokości warstwy z osobna obliczeń propagacji tych

fotonów, które nie dotarły do warstwy SAS (a udział tych fotonów w całkowitym bilansie promieniowania wstecznie rozproszonego był największy). W wypadku fotonów, które dotarły do SAS, dalsze obliczenia dróg tych fotonów były przeprowadzane od tego momentu dla każdej szerokości warstwy SAS z osobna. Dzięki obliczeniom wielowariantowym możliwe było przeprowadzenie symulacji z wykorzystaniem dużej liczby fotonów (obliczenia przeprowadzono dla 10^8 fotonów), dla bardzo wielu szerokości warstw SAS na typowym komputerze PC w akceptowalnym czasie. Liczba ta była kompromisem między dokładnością symulacji a czasem obliczeń.

Ponadto w czasie symulacji propagacji poszczególnych fotonów przez warstwy anatomiczne głowy zapamiętywana była maksymalna głębokość, do której dotarł foton, zanim został wstecznie rozproszony na powierzchni głowy. Pozwoliło to na oszacowanie nie tylko całkowitego natężenia promieniowania wstecznie rozproszonego, ale także udziału promieniowania z poszczególnych warstw anatomicznych w ogólnym bilansie promieniowania wstecznie rozproszonego. Znajomość tego bilansu ma szczególne znaczenie w procesie projektowania modułu nadawczo-odbiorczego systemu przeznaczanego do monitorowania zmian szerokości SAS, w którym kompensowana jest modulacja sygnału optycznego przez skórę na skutek zmian jej parametrów optycznych powodowanych akcją serca.

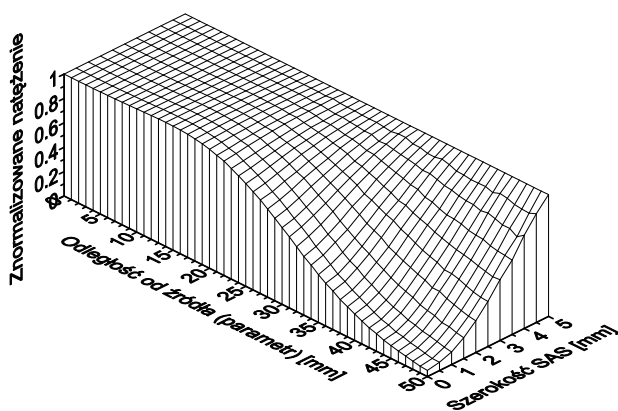
W celu oszacowania poziomu mocy promieniowania rozproszonego, jaką odbierze detektor umieszczony na powierzchni głowy, policzono natężenie tego promieniowania w funkcji szerokości SAS i odległości od źródła o mocy $P_{zr} = 1$ W (patrz rys. 4.7). By uzyskać poziom odbieranego sygnału przez fotodiodę dla danej mocy źródła P_{zr} , należy pomnożyć jej powierzchnię czynną przez to natężenie dla danej odległości od źródła i czynnik $P_{zr}/1$ W.



Rys. 4.7. Natężenie promieniowania rozproszonego na powierzchni głowy po stronie ze skórą w funkcji szerokości SAS i odległości od źródła o mocy 1 W i długości fali 870 nm [323]

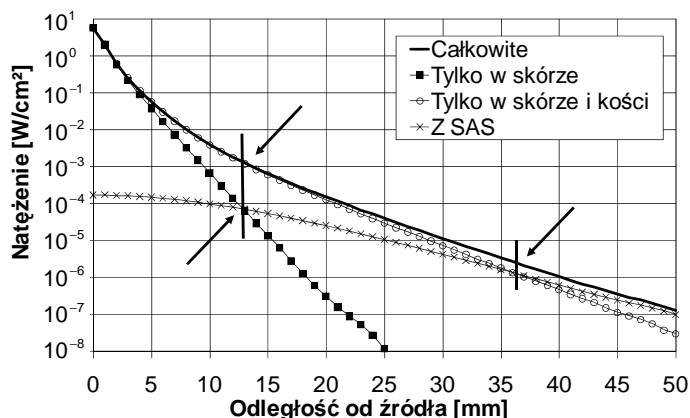
W czasie pomiaru zmian szerokości SAS bardziej istotna jest ocena zmian poziomu odbieranej mocy promieniowania rozproszonego przez detektor niż jej bezwzględna wartość. W ocenie tych zmian bardzo pomocne jest unormowane względem maksymalnej mocy odbieranej przez detektor (przy danej odległości detektora od źródła) natężenie promieniowania rozproszonego na powierzchni głowy. Zostało ono przedstawione na rys. 4.8. Z symulacji jasno wynika, że głębokość modulacji sygnału odbieranego przez detektor powodowanej zmianami szerokości SAS rośnie wraz z odległością detektora od źródła. Z otrzymanych zależności wynika także, że zależność tej mocy w funkcji szerokości SAS

ma charakter nieliniowy. Szczególnie silna nieliniowość występuje dla odległości detektora od źródła większej niż 30 mm, zwłaszcza gdy szerokość SAS jest mniejsza od 2 mm. Nieliniowość tę należy wziąć pod uwagę w analizie częstotliwościowej odbieranego sygnału, która jest jedną z technik oceny obrzęku mózgu. W sytuacji patologicznej, kiedy dochodzi do chwilowych zaników SAS w okresie skurczu serca (początkowa faza obrzęku mózgu), należy spodziewać się znacznie wyższego udziału wyższych harmonicznych w widmie. Ale przy nieliniowej zależności natężenia promieniowa w funkcji szerokości SAS, przy sinusoidalnej zmianie tej szerokości pod wpływem akcji serca (czego można się spodziewać przy sinusoidalnych zmianach ciśnienia płynu mózgowo-rdzeniowego [28, 29]) również mogą pojawić się wyższe harmoniczne, co może sprawić wykrywanie początkowej fazy obrzęku mózgu na podstawie interpretacji wyników pomiarowych bardziej trudne w porównaniu z sytuacją, w której tej liniowości by nie było.

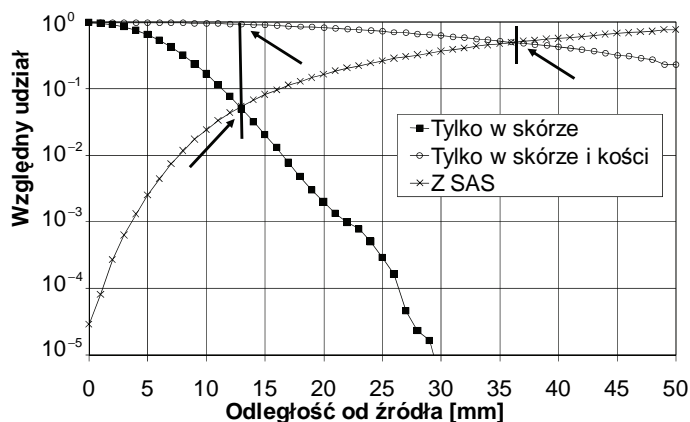


Rys. 4.8. Względne zmiany natężenia promieniowania rozproszonego na powierzchni głowy po stronie ze skórą w funkcji szerokości SAS dla różnych odległości od źródła. Normalizacji natężenia dokonywano względem wartości maksymalnej dla danej odległości od źródła [323]

Należy zwrócić uwagę, że modulacja parametrów optycznych tkanek (np. pod wpływem zmian ilości krwi w tkankach związanych z pulsacyjnym przepływem krwi) mogłaby także spowodować modulację sygnału odbieranego przez detektor. Tego typu modulacja może wystąpić przede wszystkim w skórze. Wpływ modulacji skórnej można wyeliminować, stosując dwa detektory: bliższy PD, położony na tyle blisko źródła promieniowania, by rejestrował on promieniowanie pochodzące głównie z transmisji tylko poprzez skórę lub tylko poprzez skórę i kość, oraz dalszy DD, oddalony w większej odległości od źródła, do którego dochodziłoby przede wszystkim promieniowanie transmitowane w SAS. By właściwie dobrać te odległości, wyznaczono względny udział promieniowania pochodzącego z propagacji tylko w skórze, tylko w skórze i kości oraz promieniowania, które propagowało w SAS, w natężeniu promieniowania rozproszonego [323]. Przykładowe wyniki obliczeń, pokazujące udziały promieniowania propagującego przez kolejne warstwy anatomiczne głowy w całkowitym natężeniu promieniowania rozproszonego głowy po stronie ze skórą dla szerokości SAS równej 1 mm, przedstawiono na rys. 4.9 i 4.10. Analiza ta pozwala określić optymalne miejsca położenia detektorów PD i DD.



Rys. 4.9. Natężenie promieniowania rozproszonego na powierzchni głowy po stronie ze skórą w funkcji szerokości SAS i odległości od źródła oraz udziały promieniowania, które propagowało tylko w skórze, tylko w skórze lub kości albo które propagowało w SAS w funkcji odległości od źródła dla szerokości SAS równej 1 mm [323]



Rys. 4.10. Względny udział natężenia promieniowania rozproszonego na powierzchni głowy po stronie ze skórą, które propagowało tylko w skórze, tylko w skórze lub kości albo które propagowało w SAS w funkcji odległości od źródła dla szerokości SAS równej 1 mm [323]

Detektor PD powinien znajdować się na tyle daleko od źródła, by udział docierającego do niego promieniowania pochodzącego z propagacji tylko przez skórę i kość był znacznie większy niż udział promieniowania, które propagowało w tylko skórze równoległe do powierzchni głowy. Z drugiej strony odległość ta powinna być na tyle mała, by udział promieniowania pochodzącego z propagacji tylko przez skórę i kość był też znacznie większy niż promieniowania, które propagowało w SAS (na rys. 4.9 i 4.10 za pomocą grubych, pionowych kresek w lewych częściach rysunków zaznaczono odległość, dla której zrównują się udziały promieniowania propagującego tylko w skórze i promieniowania, które propagowało w SAS – patrz dolna strzałka przy tej kresce; górna strzałka przy tej kresce pokazuje udział promieniowania pochodzącego z propagacji tylko w skórze lub kości). Przy takich warunkach sygnał z detektora PD będzie można wykorzystać do kompensacji modulacji transmisji promieniowania optycznego w skórze w czasie pomiarów modulacji transmisji

w SAS przez detektor DD, powodowanej akcją serca. Przy założeniu, że udział promieniowania pochodzącego z propagacji tylko przez skórę i kość będzie co najmniej pięciokrotnie większy niż zarówno udział promieniowania, które propagowało w tylko skórze, jak i udział promieniowania, które propagowało w SAS, z uzyskanej symulacji wynika, że detektor PD powinien znajdować się od źródła w odległości między 7 mm a 11 mm.

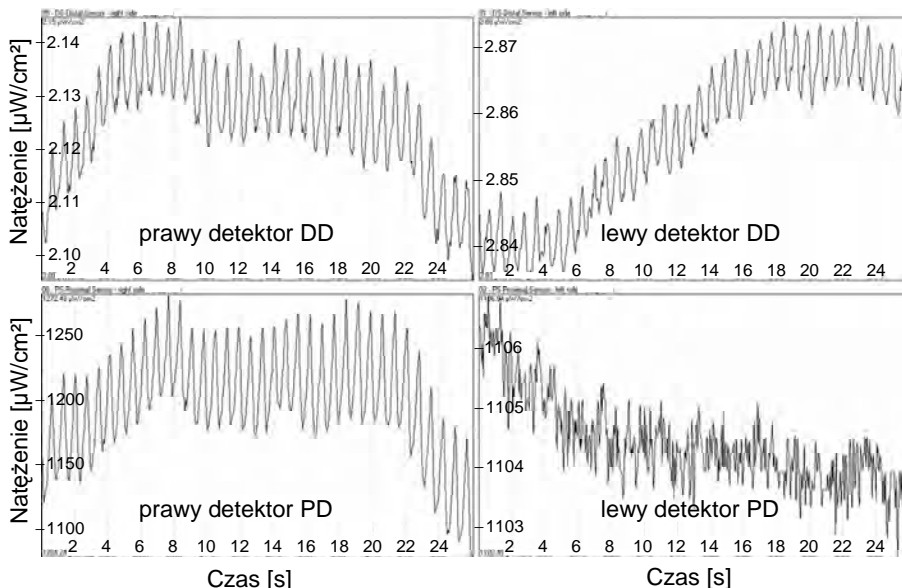
Odległość detektora DD, rejestrującego zmiany szerokości SAS, od źródła powinna być na tyle duża, by udział promieniowania, które propagowało w SAS, był znaczący w stosunku do całkowitego promieniowania odbieranego przez ten detektor. Z otrzymanych wyników symulacji wynika także, że powyżej 10% tego udziału otrzymamy, jeśli odległość detektora DD od źródła będzie większa od około 16 mm, a powyżej 50% dla odległości powyżej 36 mm (miejsce to zostało zaznaczone w prawej części rys. 4.9 i 4.10 za pomocą strzałki i pionowej kreski). Należy jednak zaznaczyć, że ze wzrostem odległości detektora od źródła gwałtownie maleje całkowita moc odbierana przez detektor DD.

Przeprowadzone obliczenia propagacji promieniowania w tkankach głowy po stronie pozbawionej skóry pozwoliły zweryfikować udział promieniowania, które propagowało w poszczególnych warstwach głowy, co znacznie ułatwiło interpretację wyników pomiarów transmisji promieniowania optycznego po tej stronie głowy. Obliczenia te pokazały, że przy dużej odległości detektora od źródła obserwowana modulacja natężenia promieniowania pochodzi głównie od zmian szerokości SAS (a nie jest wynikiem modulacji parametrów optycznych skóry pod wpływem pulsacyjnego przepływu w niej krwi). Biorąc pod uwagę sugerowane wcześniej położenia detektorów PD i DD, należy się spodziewać, że sygnał rejestrowany przez detektor PD położony na skórze powinien być zmodulowany amplitudowo zgodnie z rytmem pracy serca w wyniku zmian parametrów optycznych skóry, a położony bezpośrednio na kość – nie. Natomiast oba sygnały rejestrowane przez diody DD powinny być zmodulowane amplitudowo w wyniku pulsacyjnych zmian szerokości SAS [323].

Wyniki pomiarowe przeprowadzone w warunkach klinicznych

Za pomocą systemu pomiarowego wykorzystującego opaskę przedstawioną na rys. 4.6 dokonano pomiaru propagacji promieniowania optycznego w warunkach klinicznych pacjentki JS. Wyniki pomiarów zostały przedstawione na rys. 4.11.

Na zapisach natężenia promieniowania optycznego mierzonego przez lewy detektor PD doskonale widać, że przy braku skóry brak jest modulacji natężenia spowodowanej tętnem; widoczne są jedynie szумы własne odbiornika. W obecności skóry (prawy detektor PD) tętno jest wyraźnie widoczne, co oznacza, że promieniowanie optyczne, przechodząc przez nią, ulega modulacji z powodu przepływu skórnej krwi. Zapisy tętnienia na detektorach DD dla lewej i prawej strony głowy (czyli mierzonego poprzez skórę i leżącego bezpośrednio na kości) są co do amplitudy bardzo zbliżone, co świadczy, że tętnienie powoduje SAS. Zapisy te pokazują także to, że detektory te nie rejestrują promieniowania przechodzącego wzdłużnie poprzez skórę. Brak widocznej modulacji natężenia mierzonego przez detektor PD umieszczony bezpośrednio na kości oznacza, że udział zmodulowanego promieniowania pochodzącego z SAS w całkowitym bilansie promieniowania mierzonego przez ten detektor jest pomijalnie mały.



Rys. 4.11. Zapisy zarejestrowanych natężeń promieniowania optycznego w funkcji czasu mierzone przez detektory PD i DD u pacjentki JS. Należy zwrócić uwagę na różne skale, które zostały tu tak dopasowane poprzez automatyczną regulację wzmacnienia systemu pomiarowego, by przedstawiane zapisy wykorzystywały pełną skalę [146]

W tabeli 4.2 zestawiono wartości natężenia promieniowania wstecznie rozproszonego w miejscu położenia detektorów PD i DD dla mocy źródła 100 mW. Wartości obliczone pochodzą z przedstawionych wcześniej obliczeń numerycznych metodą Monte Carlo, a wartości zmierzone zostały wyznaczone z rys. 4.11 jako wartości uśrednione.

Tabela 4.2

Porównanie natężeń promieniowania wstecznie rozpraszanego na powierzchni głowy uzyskanych na drodze obliczeń numerycznych i pomiarów [146]

Położenie detektora	Detektor	Natężenie obliczone [$\mu\text{W}/\text{cm}^2$]	Natężenie zmierzone [$\mu\text{W}/\text{cm}^2$]	Błąd [dB]
na skórze	PD	1734	1269	1,36
	DD	1,915	2,12	-0,44
na kości	PD	2981	1104	4,31
	DD	5,619	2,85	2,95

Zarówno obliczenia, jak i pomiary propagacji promieniowania optycznego w tkankach głowy pokazują bardzo silną zależność natężenia promieniowania wstecznie rozproszonego w funkcji odległości od źródła. W naszym wypadku różnica natężeń w miejscu położenia detektorów PD i DD mieściła się w przedziale od 26 dB do 30 dB, niezależnie czy obliczenia lub pomiary dotyczyły strony głowy ze skórą, czy też nie. Wyniki pokazały, że różnice w ocenie natężenia uzyskanego drogą obliczeń i pomiaru są poniżej 1,4 dB dla detektora na skórze i 4,5 dB dla detektora położonego bezpośrednio na kości, co jest wielkością akcep-

towalną. Na ten błąd wpływa z jednej strony dokładność parametrów optycznych poszczególnych warstw anatomicznych głowy i przyjęte założenie, że ich grubość (szczególnie kości i SAS) nie zależy od lokalizacji, a z drugiej strony niedokładne przyleganie detektorów do powierzchni głowy (zwłaszcza gdy detektor znajdował się bezpośrednio na twardej powierzchni kości).

Kompensacja przepływu skórnoego

W badaniach obrzęku mózgu istotnym problemem jest rejestracja – zmieniającej się wraz z tętnem – składowej natężenia promieniowania rozproszonego, które propagowało w warstwie SAS. Problem polega na tym, że modulacja natężenia promieniowania rejestrowanego na powierzchni głowy zachodzi nie tylko w SAS, ale również w skórze. Poniżej zostanie pokazane, że korzystając z sygnałów zarejestrowanych przez detektory PD i DS, można wydzielić sygnał zmodulowany w SAS. Oznaczmy przez $i_{PD}(t)$ i $i_{DD}(t)$ sygnały rejestrowane przez detektory odpowiednio PD i DD (nie wchodząc w szczegóły, można stwierdzić, że sygnały te są proporcjonalne do natężenia promieniowania rozproszonego na powierzchni głowy). Jeżeli przez i_S oznaczymy natężenie źródła, wówczas wartości sygnałów $i_{PD}(t)$ i $i_{DD}(t)$ można wyrazić poprzez iloczyn tego natężenia i współczynników transmisji promieniowania optycznego opisujących właściwości transmisyjne promieniowania optycznego przez daną warstwę anatomiczną głowy. Biorąc pod uwagę maksymalną głębokość, do której dotarły poszczególne fotony, propagując między źródłem a detektorami PS i DD, wartości sygnałów $i_{PD}(t)$ i $i_{DD}(t)$ można zapisać w postaci [146]:

$$i_{PD}(t) = [\alpha_{skóra\ S-PD}(t) + \alpha_{skóra\ S}(t) \cdot \alpha_{kość\ S-PD}(t) \cdot \alpha_{skóra\ PD}(t) + \alpha_{skóra\ S}(t) \cdot \alpha_{kość\ S}(t) \cdot \alpha_{SAS\ S-PD}(t) \cdot \alpha_{kość\ PD}(t) \cdot \alpha_{skóra\ PD}(t)] \cdot i_S, \quad (4.4)$$

$$i_{DD}(t) = [\alpha_{skóra\ S-DD}(t) + \alpha_{skóra\ S}(t) \cdot \alpha_{kość\ S-DD}(t) \cdot \alpha_{skóra\ DD}(t) + \alpha_{skóra\ S}(t) \cdot \alpha_{kość\ S}(t) \cdot \alpha_{SAS\ S-DD}(t) \cdot \alpha_{kość\ DD}(t) \cdot \alpha_{skóra\ DD}(t)] \cdot i_S, \quad (4.5)$$

gdzie t jest czasem, α jest współczynnikiem transmisji, indeksy „skóra”, „kość” i „SAS” oznaczają najgłębszą warstwę, do której dotarły fotony związane z danym współczynnikiem transmisji, przy czym ostatni indeks SAS obejmuje również warstwę mózgu i wskazuje, że warstwa SAS tworzyła „optyczny dukt”, w którym promieniowanie mogło się rozchodzić, odbijając się dyfuzyjnie od sąsiadujących warstw mózgu i kości, indeksy „S”, „PD” i „DD” oznaczają transmisję prostopadłą do warstwy odpowiednio pod źródłem, detektorem PD i detektorem DD, indeksy „S-PD” i „S-DD” oznaczają transmisję wzdłuż warstwy między źródłem a detektorami odpowiednio PD i DD.

Możemy przyjąć, że w sygnale $i_{PD}(t)$ pierwszy i trzeci składnik sumy, występujące w nawiasie kwadratowym po prawej stronie równania (4.4), są pomijalnie małe w porównaniu z drugim składnikiem. W związku z tym równanie to możemy zapisać jako:

$$i_{PD}(t) \cong [\alpha_{skóra\ S}(t) \cdot \alpha_{kość\ S-PD}(t) \cdot \alpha_{skóra\ PD}(t)] \cdot i_S. \quad (4.6)$$

W wypadku równania (4.5) możemy przyjąć, że w sygnale $i_{DD}(t)$ pierwszy składnik sumy występujący w nawiasie kwadratowym po prawej stronie tego równania jest pomijalnie mały w porównaniu z drugim i trzecim składnikiem. W związku z tym równanie to możemy zapisać jako:

$$i_{DD}(t) \cong [\alpha_{skóra\ S}(t) \cdot \alpha_{kość\ S-DD}(t) \cdot \alpha_{skóra\ DD}(t) + \alpha_{skóra\ S}(t) \cdot \alpha_{kość\ S}(t) \cdot \alpha_{SAS\ S-DD}(t) \cdot \alpha_{kość\ DD}(t) \cdot \alpha_{skóra\ DD}(t)] \cdot i_S. \quad (4.7)$$

Na podstawie sygnałów $i_{DD}(t)$ i $i_{PD}(t)$ można obliczyć nowy sygnał $q_{DDPD}(t)$ równy ich stosunkowi, to jest:

$$q_{DDPD}(t) = \frac{i_{DD}(t)}{i_{PD}(t)} \cong \frac{\alpha_{skóraS}(t) \cdot \alpha_{kośćS-DD}(t) \cdot \alpha_{skóraDD}(t) + \alpha_{skóraS}(t) \cdot \alpha_{kośćS}(t) \cdot \alpha_{SASS-DD}(t) \cdot \alpha_{kośćDD}(t) \cdot \alpha_{skóraDD}(t)}{\alpha_{skóraS}(t) \cdot \alpha_{kośćS-PD}(t) \cdot \alpha_{skóraPD}(t)} \quad (4.8)$$

Zakładając, że współczynniki transmisji $\alpha_{kośćS-PD}(t)$, $\alpha_{kośćS-DD}(t)$, $\alpha_{kośćPD}(t)$ i $\alpha_{kośćDD}(t)$ nie zależą od czasu oraz że:

$$\alpha_{skóraPD}(t) \cong \alpha_{skóraDD}(t), \quad (4.9)$$

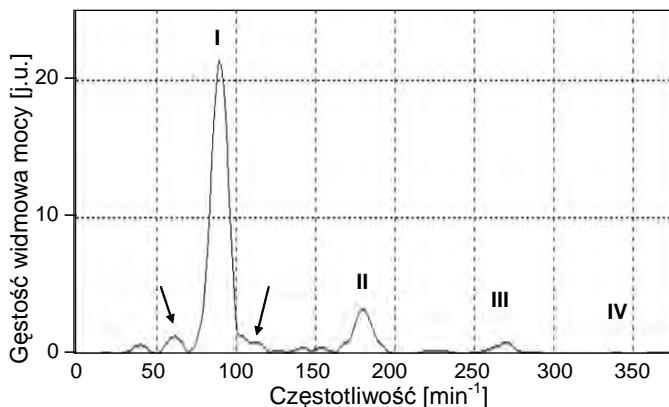
otrzymamy:

$$q_{DDPD}(t) \cong \frac{\alpha_{kośćS-DD}}{\alpha_{kośćS-PD}} + \frac{\alpha_{kośćS} \cdot \alpha_{kośćDD}}{\alpha_{kośćS-PD}} \cdot \alpha_{SASS-DD}(t). \quad (4.10)$$

Jak wynika z zależności (4.10), otrzymana modulacja sygnału $q_{DDPD}(t)$ powodowana jest praktycznie tylko modulacją transmisji opisywaną przez $\alpha_{SASS-PD}(t)$, to znaczy nie zależy od modulacji transmisji wynikającej ze zmiany objętości krwi w skórze.

Widmo sygnału $q_{DDPD}(t)$ powstałego w wyniku modulacji szerokości SAS

Przyczyną modulacji sygnału $q_{DDPD}(t)$ jest zmieniająca się w czasie transmisja warstwy SAS powstała w wyniku zmian jej szerokości powodowanych akcją serca (patrz ostatni czynnik w wyrażeniu (4.10)). Na rys. 4.12 pokazano widmo tego sygnału dla głowy po stronie ze skórą pacjentki JS.



Rys. 4.12. Widmo sygnału $q_{DDPD}(t)$: I – pierwsza harmoniczna (składowa podstawowa) częstotliwości akcji serca, II – druga harmoniczna, III – trzecia harmoniczna, IV – czwarta harmoniczna. Małe składowe widma po obu stronach składowej podstawowej (zaznaczone strzałkami) są związane z niemiarowością oddechową serca [146]

W wypadku pokazanym na rys. 4.12 przestrzeń podpajęczynówkowa SAS była zachowana. Widoczne wyższe harmoniczne II-IV wynikają z nieliniowej transmisji w funkcji

szerokości SAS (nieliniowości tej należało się spodziewać na podstawie uzyskanych wyników gęstości promieniowania optycznego wstecznie rozproszonego – patrz rys. 4.8). W sytuacji patologicznej, kiedy dochodzi do chwilowych zaników tej przestrzeni w okresie skurczu serca (początkowa faza obrzęku mózgu), należy spodziewać się znacznie wyższego udziału wyższych harmonicznych w widmie. Przy dalszej fazie obrzęku mózgu, kiedy następuje całkowite zlikwidowanie SAS, nastąpi zanik zarówno częstotliwości podstawowej, jak i wyższych harmonicznych. Widzimy więc, że analiza rozkładu w widmie poszczególnych harmonicznych może być podstawą do oszacowania zaawansowania stopnia obrzęku mózgu. Ścisłejsze kryteria tego oszacowania wymagają dalszych badań zarówno teoretycznych, które mogą być prowadzone z wykorzystaniem modeli numerycznych opracowanych przez Autora, jak i klinicznych, dla różnych faz zaawansowania obrzęku mózgu.

Powstała w wyniku prac Autora metoda oceny obrzęku mózgu na podstawie analizy natężenia promieniowania rozproszonego w tkankach głowy jest bezwzględnie tania. Dotychczas jedyną metodą monitorowania obrzęku mózgu było włożenie czujnika ciśnienia do wnętrza czaszki poprzez wywiercony w niej otwór. Jest to metoda inwazyjna, niosąca duże ryzyko powikłań, a mimo to stanowi dotąd standard w postępowaniu z chorymi wymagającymi tego typu monitorowania. Opracowana metoda powinna pozwolić na bardzo wczesne wykrycie zmian obrzęku mózgu (w tym zmian zagrażających życiu), które nie są możliwe do zarejestrowania żadną inną znaną metodą. W szczególności powinna wykryć początkową fazę obrzęku, monitorować skuteczność prowadzonego leczenia, jak również pozwolić na prowadzenie wstępnej diagnostyki u osób nieprzytomnych (np. z powodu urazu głowy, udaru mózgu, zatrucia alkoholem etylowym itp.). Dla każdej z półkul z osobna monitorowany będzie kierunek i szybkość zmian przestrzeni podpajęczynówkowej, aż do jej całkowitego zaniku. O wystąpieniu obrzęku będzie świadczyć pojawienie się nowych sygnałów, niewystępujących w warunkach fizjologicznych. Praktyczne wykorzystanie opracowanego systemu będzie możliwe w wielu obszarach, np. w medycynie ratunkowej, w chirurgii urazowej, w intensywnym nadzorze neurologicznym, w monitorowaniu skuteczności leczenia lekami aktywnymi naczyniowo. Trudno tu przecenić wagę prowadzonych prac, które w przyszłości mogą się przyczynić do zmniejszenia cierpień wielu osób, a nawet, dzięki szybkiej diagnozie, do uratowania życia.

4.4. Podsumowanie

W rozdziale tym przedstawiono niekoherentne metody pomiarowe ośrodków silnie rozpraszających, wykorzystujące źródła promieniowania o natężeniu ciągłym. Zaletą tych metod są relatywnie bardzo niskie koszty ich stosowania, dlatego są one szeroko stosowane – głównie do wyznaczania parametrów optycznych badanych obiektów. Metody te znalazły także zastosowanie w optycznej tomografii dyfuzyjnej oraz w transiluminacji głowy. Przedstawiony przykład metody oceny obrzęku mózgu pokazuje, jak duży potencjał kryje się w nieinwazyjnych metodach badań złożonych obiektów silnie rozpraszających, wykorzystujących promieniowanie optyczne. Inną zaletą tych metod jest stosunkowo duża odległość, na jaką może propagować promieniowanie dyfuzyjne w ośrodkach silnie rozpraszających, by mogło być ono zmierzone. Na przykład przy odpowiednim doborze długości fali (bliska podczerwień) bez problemów można wykryć promieniowanie, które w tkankach głowy, piersi, kończyn górnych i dolnych propagowało na dystansie wielu centymetrów. Dla porównania, przy tych samych tkankach, stosując metody koherentne, można wykryć promieniowanie, które przebyło odległość co najwyżej kilka milimetrów. Jak zobaczymy w następnym rozdziale, niekoherentne metody pomiarowe, wykorzystujące źródła promie-

niowania impulsowego lub o zmodulowanym natężeniu, także pozwalają mierzyć promieniowanie, które pokonało stosunkowo dużą odległość w ośrodku silnie rozpraszającym, a przy tym dostarczyć więcej informacji o badanym obiekcie niż metody oparte na promieniowaniu ciągłym. Okupione to jest jednak znacznie wyższymi kosztami źródeł i detektorów o dostatecznie dużej szybkości działania.

Rozdział 5

NIEKOHERENTNE METODY POMIAROWE OŚRODKÓW SILNIE ROZPRASZAJĄCYCH, WYKORZYSTUJĄCE ŹRÓDŁA PROMIENIOWANIA IMPULSOWEGO LUB O ZMODULOWANYM NATĘŻENIU

5.1. Wprowadzenie

Pod pojęciem niekoherentnych metod pomiarowych ośrodków silnie rozpraszających wykorzystujących źródła promieniowania impulsowego lub o zmodulowanym natężeniu są rozumiane wszelkie metody, w których prócz pomiaru natężenia promieniowania rozproszonego mierzony jest też czas przelotu fotonów. Ponieważ w ośrodku silnie rozpraszającym poszczególne fotony propagują różnymi drogami, czas przelotu jest wielkością losową o danym rozkładzie zależnym od badanego obiektu, położenia źródła i punktu obserwacji. Pomiar tego czasu może odbywać się w sposób bezpośredni w dziedzinie czasu, jeżeli dysponujemy dostatecznie krótkim impulsem promieniowania i odpowiednio szybkim układem detekcji, lub pośredni w dziedzinie częstotliwości na podstawie analizy amplitud i przesunięcia faz sygnałów pochodzących ze źródła o sinusoidalnie zmodulowanym natężeniu, po przejściu przez badany ośrodek (częstotliwość sygnału modulującego zmienia się w czasie). W tym drugim wypadku szukany rozkład znajdujący jest poprzez odwrotną transformatę Fouriera transmitancji badanego obiektu, definiowanej jako stosunek amplitudy zespolonej obwiedni zmierzonego natężenia promieniowania optycznego w danym punkcie tego obiektu do amplitudy zespolonej obwiedni natężenia promieniowania pochodzącego ze źródła. Tak zdefiniowana transmitancja zależna jest od częstotliwości modulacji źródła. W stosunku do opisanych w poprzednim rozdziale metod pomiarowych ośrodków silnie rozpraszających, wykorzystujących źródło promieniowania ciągłego, w metodach wykorzystujących źródła promieniowania impulsowego lub o zmodulowanym natężeniu dostajemy znacznie więcej informacji o badanym obiekcie. Podobnie jak dla metod wykorzystujących źródła promieniowania o natężeniu ciągłym, także metody wykorzystujące źródła promieniowania impulsowego lub o zmodulowanym natężeniu można podzielić na dwie grupy. Do pierwszej grupy zaliczyć można metody pomiarowe, których celem jest wyznaczenie parametrów optycznych badanego obiektu jednorodnego, na przykład współczynnika absorpcji lub współczynnika rozpraszania [376], natomiast do drugiej grupy zaliczyć można metody pomiarowe obiektów niejednorodnych, których głównym celem jest poznanie struktury badanego obiektu, lokalizacja i oszacowanie wymiarów anomalii w badanym obiekcie [22, 421], wyznaczenie grubości warstw itp. Podobnie jak dla metod wykorzystujących źródła promieniowania ciągłego, również tutaj istotną podgrupą drugiej grupy metod jest optyczna tomografia dyfuzyjna.

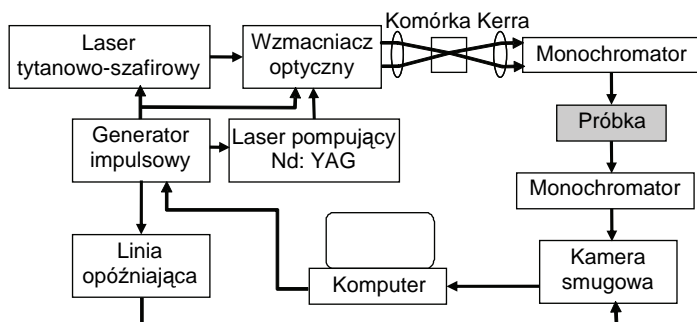
5.2. Niekoherentne metody pomiaru ośrodków silnie rozpraszających, oparte na pomiarze czasu przelotu

Jak już wspomniano, optyczne metody oparte na pomiarze transmisji promieniowania optycznego w dziedzinie czasu wymagają źródeł generujących bardzo krótkie impulsy promieniowania i bardzo szybkich układów detekcji. Czasy trwania impulsów oraz odpowiedzi układów detekcji powinny być tu znacznie krótsze od różnicy między średnim czasem przelotu fotonów a czasem przelotu fotonów balistycznych lub zygzakujących w badanym ośrodku, między źródłem a detektorem. W badaniach obiektów o grubości rzędu 0,1 mm (np. papieru) czasy te nie powinny przekraczać pojedynczych pikosekund. Dla grubszych obiektów (np. kilkucentymetrowych warstw tkanek) czasy te mogą być proporcjonalnie dłuższe. W systemach pomiarowych opartych na bezpośrednim czasie przelotu wykorzystywane mogą być lasery z synchronizacją modów (np. barwnikowe [82, 88, 126, 314, 476] lub tytanowo-szafirowe [64, 338]), w których czas trwania impulsów wynosi od kilku do kilkuset femtosekund, albo wolniejsze impulsowe lasery półprzewodnikowe [79, 331, 332, 338, 340], mogące generować impulsy o czasie trwania od kilku do kilkadziesiątu pikosekund. W charakterze detektorów mogą być zastosowane kamery smugowe [82, 88, 126, 331, 338, 340, 421, 476] o czasie odpowiedzi rzędu pikosekundy. W niektórych zastosowaniach można wykorzystać wolniejsze detektory o czasie odpowiedzi rzędu od kilkunastu do kilkuset pikosekund (np. szybkie fotopowielacze [79, 314], szybkie fotodiody lawinowe [331, 338, 340] lub fotodiody lawinowe pracujące w modzie Geigera [331, 332, 338, 340]). Można także wykorzystać znacznie wolniejsze detektory, przed którymi umieszczone są szybkie modulatory pełniące rolę migawek (np. modulatory oparte na zjawisku Kerra [96, 97, 281]).

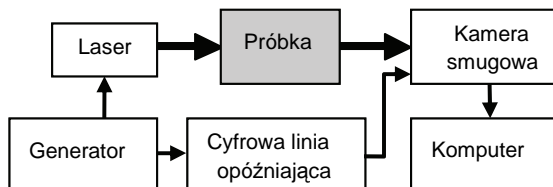
5.2.1. Systemy mierzące czas przelotu fotonów przez ośrodki silnie rozpraszające i przykłady pomiarów

Przykład systemu pomiarowego opartego na pomiarze transmisji promieniowania optycznego w dziedzinie czasu do pomiarów właściwości optycznych ośrodków silnie rozpraszających przedstawiono na rys. 5.1. Źródłem krótkich impulsów w tym systemie jest laser tytanowo-szafirowy wraz ze wzmacniaczem optycznym. Tego typu źródło jest w stanie generować impulsy promieniowania optycznego o czasie trwania w zakresie typowo od 10 fs do 100 fs, o energii typowo od 20 mJ do 1 J i mocy w impulsie powyżej 1 TW [408]. Dzięki tak dużej mocy w impulsie, wykorzystując zjawisko generacji superkontinuum, można otrzymać krótkie impulsy promieniowania w zakresie od bliskiej podczerwieni, poprzez promieniowanie widzialne do ultrafioletu, przez co pomiary mogą być prowadzone dla różnych długości promieniowania. W tym wypadku badaną próbkę umieszcza się między dwoma monochromatorami ustawionymi na tę samą długość fali. Pierwszy monochromator wybiera promieniowanie o pożądanej długości, które dalej propaguje przez badaną próbkę, a drugi nie dopuszcza do detektora promieniowania, które mogłoby powstać w wyniku fluorescencji. Rozwiązanie takie było wykorzystane przez J. Carlssona w badaniach optycznych właściwości papieru [64]. Bardzo podobny system był brany pod uwagę przez Autora na potrzeby badań papieru i miążgi drzewnej dla przemysłu papierniczego w Finlandii [338] – patrz rys. 5.1. Główną wadą tego systemu okazały się bardzo wysokie koszty, z uwagi na cenę lasera tytanowo-szafirowego i wzmacniacza optycznego (cena takiego systemu jest rzędu miliona dolarów). Koszty te można mocno ograniczyć, gdy jako źródło promieniowania zostanie wykorzystany impulsowy laser półprzewodnikowy [338].

Schemat blokowy takiego systemu przedstawiono na rys. 5.2. Źródłem promieniowania w tym systemie był laser półprzewodnikowy wykonany z GaAs o długości fali 906 nm, mocy maksymalnej w impulsie 100 W, energii impulsu 1,87 nJ i czasie trwania impulsu 35 ps. Częstotliwość powtarzania impulsów wynosiła 1 kHz. W charakterze detektora wykorzystano kamerę smugową o rozdzielczości 1,5 ps (typu M5676 firmy Hamamatsu, Japonia). Choć maksymalna moc w impulsie lasera uniemożliwia generację superkontinuum, a przez to pomiary właściwości optycznych obiektu dla wielu długości fali, system ten nadaje się do pomiarów, w których nie jest celem wyznaczanie właściwości spektralnych badanego obiektu.



Rys. 5.1. System pomiarowy do pomiaru ośrodków silnie rozpraszających metodą pomiaru czasu przelotu, wykorzystujący laser tytanowo-szafirowy i kamerę smugową [338]

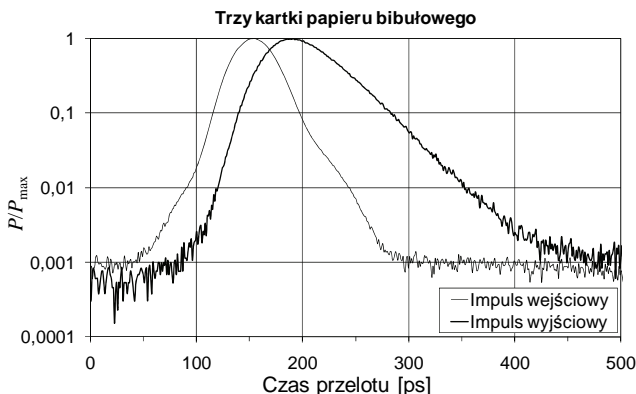


Rys. 5.2. System pomiarowy do pomiaru ośrodków silnie rozpraszających metodą pomiaru czasu przelotu, wykorzystujący laser półprzewodnikowy i kamerę smugową [338]

System był testowany za pomocą wodnej zawiesiny polistyrenowych mikrokulek o znanych średnicach. Zwiększając lub zmniejszając stężenie zawiesiny, można było kontrolować zredukowany współczynnik rozpraszania substancji testowej. Dodając do niej pigment, można też było kontrolować współczynnik absorpcji. Wykorzystanie polistyrenowych mikrokulek pozwoliło obliczyć (przy zastosowaniu teorii rozpraszania Mie i wykorzystaniu zależności (2.167)) macierz rozpraszania. Z macierzy tej można było dalej obliczyć przekrój czynny na rozpraszanie i współczynnik anizotropii rozpraszania mikrokulek, a następnie, przy znajomości stężenia zawiesiny, współczynnik rozpraszania i zredukowany współczynnik rozpraszania substancji testowej. Podobnie znajomość stężenia pigmentu pozwoliła obliczyć współczynnik absorpcji substancji testowej.

Celem badań z wykorzystaniem systemu pokazanego na rys. 5.2 była ocena możliwości zastosowania metod optycznych opartych na pomiarach czasu przelotu fotonów w fińskim przemyśle papierniczym. Badania przeprowadzono pod kątem możliwości pomiarów parametrów optycznych różnych gatunków papieru (gazetowego, kserograficznego, bibułowego) i miążgi drzewnej pochodzącej z linii produkcyjnej papierni. Próbki pochodziły

z papierni w Oulu (Finlandia). Przykładowo na rys. 5.3 pokazano zmiany kształtu laserowego impulsu po przejściu przez trzy kartki papieru bibułowego o gramaturze 90 g/m^2 o grubości $0,9 \text{ mm}$ (ze względu na zbyt długi czas trwania impulsu laserowego pomiar przez pojedynczą kartkę papieru jest bardzo utrudniony). Pomiar te wyraźnie pokazują poszerzenie czasu trwania impulsu wyjściowego oraz wzrost czasu jego opadania w stosunku do impulsu wejściowego. Stosując metodę dopasowywania (patrz punkt 5.2.2), można wyznaczyć współczynnik absorpcji i zredukowany współczynnik rozpraszania badanej kartki, które wynoszą odpowiednio $0,0049 \text{ mm}^{-1}$ i $12,2 \text{ mm}^{-1}$.

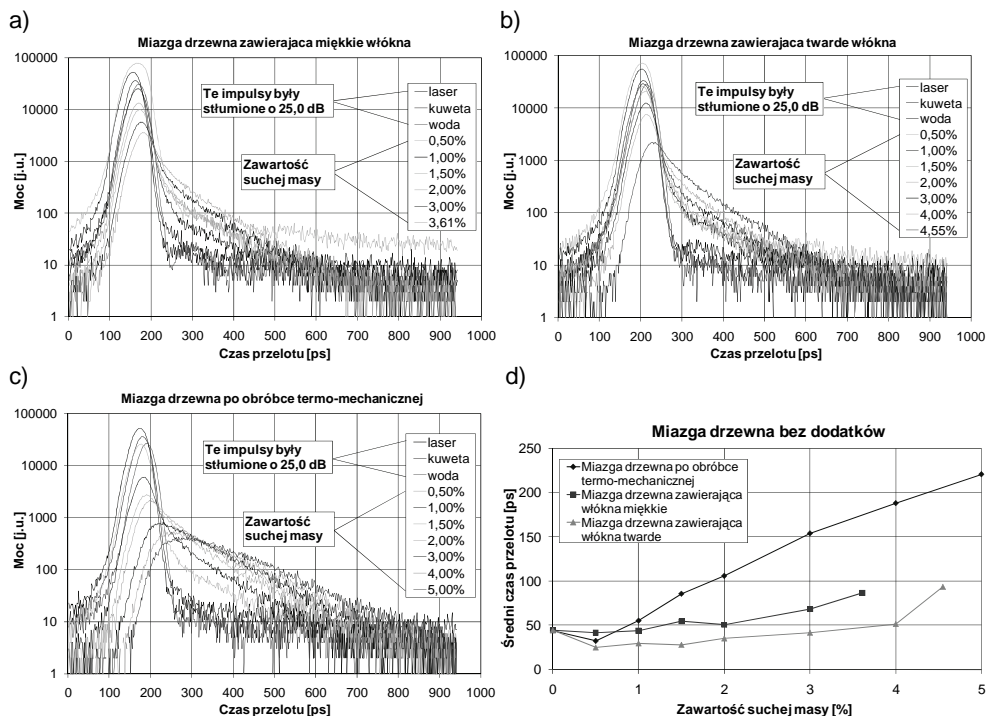


Rys. 5.3. Zmiana kształtu impulsu promieniowania laserowego po przejściu przez trzy kartki papieru bibułowego [338]

Za pomocą systemu z rys. 5.2 badano także czas przelotu fotonów w miazdze drzewnej po obróbce mechanicznej, termomechanicznej i chemicznej, zawierającej różną zawartość suchej masy miazgi drzewnej w wodnej zawieszynie oraz różne dodatki (to jest kaolin, talk, węglan wapnia) dodawane do miazgi drzewnej w czasie produkcji papieru [334]. Wszystkie przebadane próbki wodnej zawieszyny miazgi drzewnej były umieszczone w kucie, w której badana substancja tworzyła jednocentymetrową warstwę, przez którą przelatywały impulsy promieniowania laserowego. Przykładowe wyniki pomiaru czasu przelotu tych impulsów przez zawieszyny wodne różnych typów miazgi drzewnej (zawierającej tylko miękkie włókna celulozy po obróbce mechanicznej, zawierającej tylko twarde włókna celulozy po obróbce mechanicznej oraz zawierające miękkie i twarde włókna po obróbce termomechanicznej) bez dodatków w funkcji zawartości suchej masy w zawieszynie z przedziału od 0 do 5% przedstawiono na rys. 5.4. Zmierzony wpływ dodatków (kaolinu, talku i węglanu wapnia) zamieszczono w pracy [334].

Uzyskane wyniki pomiarów pokazały, że pomiar rozkładu czasu przelotu impulsów przez wodną zawieszynę miazgi drzewnej można wykorzystać zarówno do określenia zawartości masy suchej w zawieszynie, jak i – przy znajomości zawartości miazgi drzewnej – zawartości danego dodatku w masie suchej [334]. Oczywiście przy występowaniu różnych dodatków trudno byłoby na podstawie tych pomiarów stwierdzić, ile jest każdego z nich. Na szczęście podczas poszczególnych faz produkcji papieru zazwyczaj wiadome jest, jakie dodatki są dodawane do miazgi drzewnej. W tym wypadku pomiary czasu przelotu impulsów laserowych przez wodną zawieszynę miazgi drzewnej miałyby charakter kontroli prawidłowości przebiegu procesu technologicznego produkcji papieru – na przykład śledzić można byłoby jednorodność wodnej zawieszyny miazgi drzewnej. Pełne badania skuteczności

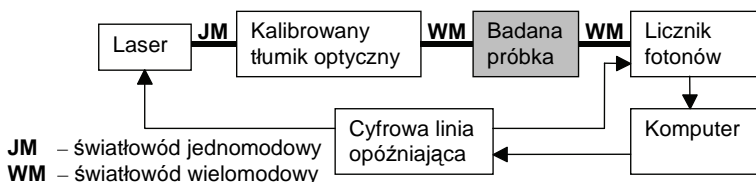
omawianej metody byłyby możliwe do przeprowadzenia jedynie na testowym stanowisku przy linii produkcyjnej papieru.



Rys. 5.4. Moc impulsów oraz średni czas przelotu fotonów po przejściu przez wodne zawiesiny miazgi drzewnej różnych typów przy różnej zawartości suchej masy. Na wykresach pokazano też kształt impulsu laserowego przy braku kuwety, po przejściu przez pustą kuwetę i kuwetę wypełnioną wodą (impulsy te w stosunku do pozostałych były stłumione o 25,0 dB) [334]

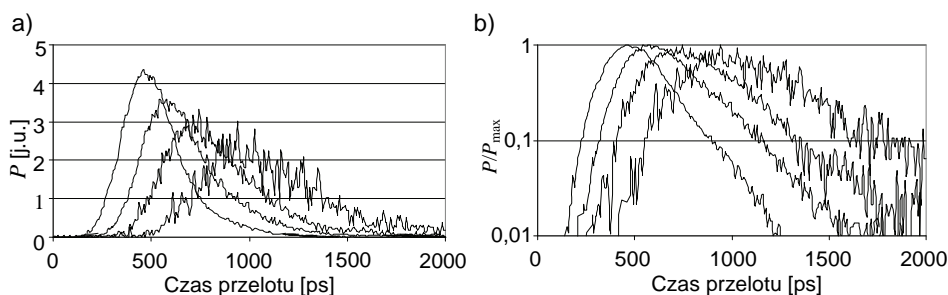
Kolejne badania szły w kierunku dalszego obniżenia kosztów systemu pomiarowego, opartego na pomiarze czasu przelotu fotonów przez ośrodek silnie rozpraszający. W systemie pokazanym na rys. 5.2 najdroższym elementem jest kamera smugowa, której koszt jest rzędu setek tysięcy dolarów. Dlatego były przeprowadzone próby zastąpienia jej przez czuły i szybki detektor półprzewodnikowy. Równoległe były prowadzone prace w kierunku wykorzystania światłowodów, które doprowadzałyby impulsy promieniowania optycznego z lasera do badanego obiektu, a następnie do fotodetektora. Przykład takiego systemu pokazano na rys. 5.5. System ten został zbudowany przez Autora w Katedrze Optoelektroniki Politechniki Gdańskiej. Oparty jest on na półprzewodnikowym źródle promieniowania i półprzewodnikowym detektorze. W systemie wykorzystano elementy firmy Opto-Electronics z Kanady, w tym: stabilizowany temperaturowo laser półprzewodnikowy typu PPL30K (moc w impulsie większa niż 300 mW, szerokość impulsu (FWHM) mniejsza niż 75 ps, częstotliwość powtarzania 33 kHz, długość fali 850 nm, złącze światłowodowe jednodowowe 9/125 μm typu ST), licznik fotonów wykorzystujący fotodiode lavinową pracującą w modzie Geigera typu PPC10 (przedział czasu, w którym zliczane są fotony: 300, 800 lub 3000 ps), cyfrową linię opóźniającą typu PDG20 (opóźnienie od 0 ps do 319995 ps, jitter mniejszy niż 5 ps), tłumik kalibrowany typu POA10 (dynamika 70 dB, dokładność na-

staw do 0,1 dB). Układ nadawczo-odbiorczy systemu był podłączony typowym światłowodem telekomunikacyjnym 62,5/125 μm o gradientowym profilu współczynnika załamania. System współpracował z komputerem PC.



Rys. 5.5. System pomiarowy do pomiarów czasu przelotu fotonów wykorzystujący impulsowy laser półprzewodnikowy oraz licznik fotonów oparty na diodzie lawinowej pracującej w modzie Geigera [332]

Możliwości pomiarowe systemu były wstępnie przetestowane na ośrodkach silnie rozpraszających o różnym współczynniku rozpraszania. Ze względu na niską cenę i łatwość dostępu, do testów wykorzystano mleko z zawartością 3,2% tłuszczu oraz jego wodne roztwory. Mleko oraz roztwory były umieszczane w jednocentymetrowej kuwecie wstawianej w tor pomiarowy. Pomiary dokonywane były w dwóch konfiguracjach wiązki promieniowania: z wiązką równoległą i z wiązką krzyżującą się w miejscu kuwety. W konfiguracji z wiązką krzyżującą się uzyskiwano około trzykrotnie większy sygnał niż dla wiązki równoległej. Pozostałe wyniki niewiele się różniły między sobą. Wyniki pomiarowe mocy impulsu laserowego po przejściu przez badaną substancję w konfiguracji z wiązką krzyżującą się pokazano na rys. 5.6. Pokazują one, że za pomocą tego systemu jest możliwy pomiar rozkładu czasu przelotu fotonów przez jednocentymetrowe obiekty silnie rozpraszające; problemem jednak jest uzyskanie dużego stosunku sygnału do szumu, zwłaszcza dla warstw mających współczynnik rozpraszania równy lub większy niż czyste 3,2% mleko. Dynamikę tę można zwiększyć kosztem znacznego wydłużenia czasu pomiaru – każde czterokrotne wydłużenie pomiaru powoduje dwukrotny wzrost stosunku sygnału do szumu (każda substancja, dla której wyniki pomiaru przedstawiono na rys. 5.6, była mierzona przez 4 minuty). Dokładność pomiaru średniego czasu przelotu wynosiła ± 1 ps.

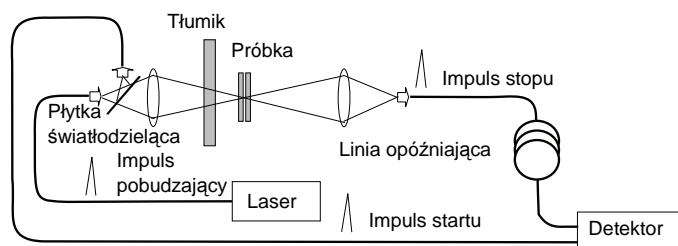


Rys. 5.6. Zmiana kształtu impulsu promieniowania laserowego po przejściu przez wodne roztwory. Kolejne linie od lewej odpowiadają: woda, 10% roztwór mleka, 33% roztwór mleka, czyste mleko (zawartość tłuszczu 3,2%) mleka. a) skala liniowa, b) skala logarymiczna [332]

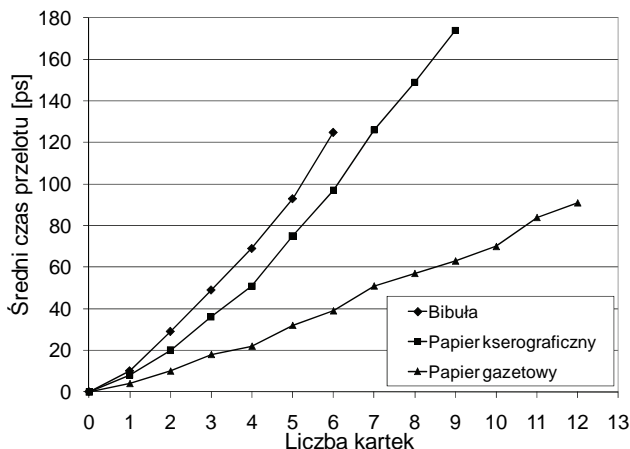
Przedstawione wyniki pomiarów przeprowadzone na systemach pokazanych na rys. 5.2 i 5.5 dowodzą, że wykorzystanie impulsowego lasera półprzewodnikowego jako źródła promieniowania optycznego pozwala na pomiar rozkładu czasu przelotu przez ośrodki silnie rozpraszające. Istotnym mankamentem tych źródeł jest jednak ich raczej

mała moc w impulsie, co jest przyczyną stosunkowo małej dynamiki pomiarów (około 30 dB przy czasie trwania pomiarów rzędu minut). Innym mankamentem tych źródeł jest też często zbyt długi czas trwania impulsu i czas opadania, co jest źródłem problemów w pomiarach obiektów o grubości rzędu 0,1 mm – np. pojedynczej kartki papieru). Chociaż lasery tytanowo-szafirowe pozbawione są tych wad, główną barierą ich szerszego wykorzystania jest wysoka cena. W większości zastosowań optymalne mogą się okazać impulsowe lasery światłowodowe, działające na zasadzie synchronizacji modów. Ich cena w ciągu ostatnich kilku lat gwałtownie spadła do poziomu kilkudziesięciu tysięcy dolarów, co jest ceną o rząd wielkości niższą niż cena laserów tytanowo-szafirowych. Na rynku są dostępne lasery światłowodowe generujące impulsy promieniowania optycznego o mocy kilkudziesięciu kilowatów w impulsie i czasie trwania rzędu 100 fs. Typowe częstotliwości repetycji tych laserów mieszczą się w przedziale od 50 MHz do 100 MHz (tego typu źródło zostało wykorzystane w optycznym tomografie koherentnym opisanym w następnym rozdziale). Również w zakresie detektorów półprzewodnikowych obserwuje się stały postęp. Na rynku dostępne są detektory półprzewodnikowe o czasie odpowiedzi krótszym niż 10 ps, co jest wartością wystarczającą, by można za jej pomocą mierzyć obiekty silnie rozpraszające o grubości porównywalnej z kartką papieru. Dla porównania, o wiele droższe najszybsze kamery smugowe mają czas odpowiedzi o ponad rząd wielkości krótszy (ich rozdzielczość może być lepsza niż 200 fs).

Jeżeli potrzebny jest jedynie pomiar średniego czasu przelotu fotonów przez obiekt silnie rozpraszający, to w zupełności wystarczają rozwiązania oparte jedynie na źródłach i detektorach półprzewodnikowych. Przykład takiego systemu został przedstawiony na rys. 5.7. System ten wykorzystuje laser impulsowy wykonany z GaAs, generujący impulsy o mocy w impulsie 20 W, czasie trwania 8,5 ns, z częstotliwością 10 kHz. Długość fali wynosi 850 nm. System mierzy różnicę czasów między dwoma impulsami: startu i stopu. Dla pojedynczego impulsu błąd pomiaru czasu przelotu wynosił 50 ps. Wstępne testy systemu wykazały, że za jego pomocą, przy uśrednianiu pomiarów z wielu impulsów (powyżej 30 000), można było mierzyć średni czas przelotu impulsów promieniowania przez obiekty silnie rozpraszające z dokładnością do 1 ps, co jest wystarczające w pomiarach średniego czasu przelotu fotonów przez pojedynczą kartkę papieru. Przykładowy wynik pomiaru średniego czasu przelotu przez pojedynczą kartkę i stos kilku kartek papieru różnego typu przedstawiono na rys. 5.8.



Rys. 5.7. System pomiarowy mierzący średni czas przelotu w modzie transmisyjnym przez obiekt silnie rozpraszający, wykorzystujący impulsowy laser półprzewodnikowy i fotodiodę lawinową pracującą w modzie Geigera [331]



Rys. 5.8. Pomiar średniego czasu przelotu przez stos kartek papieru różnego typu w funkcji liczby kartek w stosie [331]

Za pomocą przedstawionych wyżej systemów prowadzono badania głównie na potrzeby fińskiego przemysłu papierniczego. Były one również wykorzystane w niektórych badaniach biomedycznych. Przykładem takich badań była ocena możliwości pomiaru zawartości glukozy we krwi [172, 266]. Badania tego typu są istotne ze względu na dużą liczbę ludzi, którzy chorując na cukrzycę, są zmuszani do codziennych inwazyjnych pomiarów poziomu glukozy we krwi; pomiary nieinwazyjne tego poziomu, przeprowadzane metodami optycznymi, w znacznym stopniu zwiększyłyby ich standard życia [60, 178, 272]. Zmiana stężenia glukozy powoduje zmianę współczynnika załamania krwi [241, 444], co z kolei powoduje zmianę współczynnika rozpraszania krwi z uwagi na zmianę różnicy między współczynnikami załamania osocza i krwinek [349].

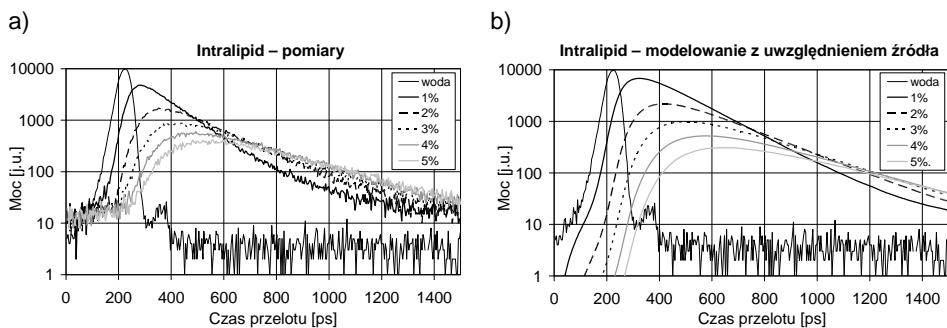
Badania wpływu glukozy na rozkład czasu przelotu fotonów prowadzono na fantomach, którymi były roztwory substancji znanej pod nazwą handlową Intralipid (firmy Fresenius Kabi AB z Uppsali, Szwecja). Intralipid jest emulsją tłuszczową, w której wielkość cząsteczek (kuleczek tłuszczu) odpowiada wielkości chylomikronów występujących naturalnie we krwi. Według producenta roztwór Intralipidu o stężeniu 10% zawiera: 10% emulgowanego oleju sojowego, 1,2% fosfolipidów żółtka jajka, 2,2% glicerolu i 86,6% wody. Intralipid jest często używany w charakterze fantomu ludzkich tkanek w badaniach biomedycznych. Z tego powodu właściwości optyczne tej substancji były wielokrotnie mierzone [137, 383]. Dla danej długości fali λ_0 z zakresu od 400 nm do 1100 nm współczynnik rozpraszania μ_s oraz współczynnik anizotropii rozpraszania g Intralipidu o stężeniu 10% można wyznaczyć z zależności uzyskanych na podstawie teorii rozpraszania Mie. Zależności te dobrze aproksymują równania [383]:

$$\mu_s = 2,54 \cdot 10^9 \cdot (\lambda_0[\text{nm}])^{-2,4} [\text{cm}^{-1}], \quad (5.1)$$

$$g = 1,1 - 0,58 \cdot 10^{-3} \cdot (\lambda_0[\text{nm}]). \quad (5.2)$$

Dla długości fali $\lambda_0 = 906$ nm wykorzystywanej w systemie pomiarowym pokazanym na rys. 5.2, na podstawie równań (5.1) i (5.2) otrzymamy odpowiednio $\mu_s = 203,1 \text{ cm}^{-1}$ oraz $g = 0,575$. Na współczynnik absorpcji μ_a Intralipidu ma wpływ głównie emulgowany olej sojowy i woda, przy czym dla długości fali $\lambda_0 = 906$ nm wpływ absorpcji oleju w porównaniu z wodą jest pomijalnie mały [137, 383]. Ponieważ współczynnik absorpcji wody dla

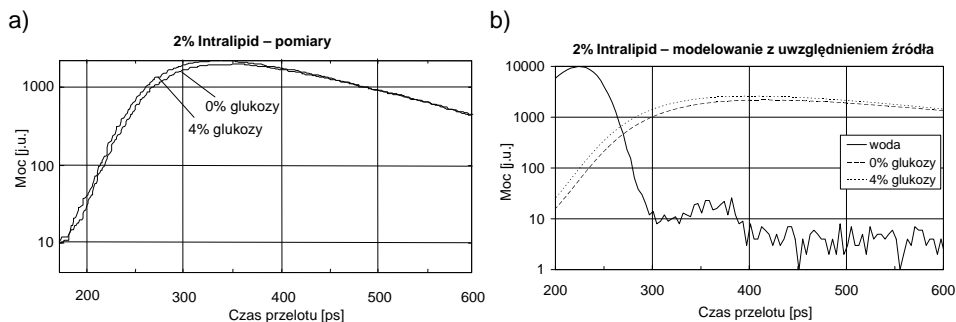
długości fali 906 nm wynosi $0,08652 \text{ cm}^{-1}$ [167], można przyjąć, że współczynnik absorpcji Intralipidu o stężeniu 10% wynosi $0,866 \cdot 0,08652 \text{ cm}^{-1} = 0,07493 \text{ cm}^{-1}$. W badaniach czasu przelotu przez warstwę Intralipidu wykorzystano roztwory o stężeniu 1%, 2%, 3%, 4% i 5%, które uzyskano poprzez dodanie odpowiedniej ilości wody destylowanej do roztworu o stężeniu 10%. Dla tych stężeń współczynniki rozpraszania, zgodnie z zależnością (2.178), wynoszą odpowiednio: 20,31, 40,62, 60,93, 81,24 i $101,55 \text{ cm}^{-1}$, natomiast współczynniki absorpcji wynoszą odpowiednio: 0,08479, 0,08410, 0,08289, 0,8133 i $0,08046 \text{ cm}^{-1}$. Współczynnik anizotropii rozpraszania przy zmianie stężenia się nie zmienia. Współczynnik załamania roztworów wynosił 1,33. Na rys. 5.9a i 5.9b pokazano odpowiednio zmierzone (za pomocą systemu pokazanego na rys. 5.2) i obliczone rozkłady mocy impulsów laserowych po przejściu przez jednocentymetrową warstwę Intralipidu. Obliczenia wykonano za pomocą programu Scatter, wykorzystującego metodę Monte Carlo (patrz rozdział 3), z uwzględnieniem rzeczywistego rozkładu mocy impulsów laserowych (obliczenia przeprowadzono dla 10^7 fotonów). Obliczenia te i pomiary pokazują wpływ stężenia Intralipidu na czas przelotu fotonów przez badaną próbkę. Otrzymane wyniki pokazują też dużą zbieżność między zmierzonymi i obliczonymi mocami impulsów lasera po przejściu przez warstwę Intralipidu.



Rys. 5.9. Moc promieniowania po przejściu przez jednocentymetrową warstwę wody i Intralipidu o stężeniu 1, 2, 3, 4 i 5%: a) moc zmierzona, b) moc obliczona metodą Monte Carlo [266]

Wpływ glukozy na propagację promieniowania w roztworach Intralipidu był już wcześniej badany, ale dla promieniowania ciągłego [70]. Poniżej przedstawiono wyniki badań wpływu glukozy na propagację promieniowania impulsowego w Intralipidzie o stężeniu 2%. Wybór Intralipidu o tym stężeniu dokonany był z uwagi na jego właściwości optyczne podobne do ludzkiej skóry [420]. Pomiary przeprowadzono zarówno dla stężeń fizjologicznych glukozy (50–500 mg/dl), jak i stężeń spoza tego zakresu, by otrzymać lepsze korelacje między właściwościami rozpraszającymi fantomu a stężeniem glukozy. Badania przeprowadzono dla stężeń: 100, 200, 300, 500, 1000, 2000, 4000 i 8000 mg/dl (czyli dla stężeń: 0,1%, 0,2%, 0,3%, 0,5%, 1%, 2%, 4% i 8%). Do celów porównawczych wykonano także badania wpływu stężenia glukozy na propagację promieniowania optycznego w Intralipidzie metodą modelowania matematycznego. W obliczeniach uwzględniono wzrost współczynnika załamania roztworu po dodaniu glukozy oraz zmniejszanie współczynnika rozpraszania na skutek zmniejszania się różnicy między współczynnikami załamania wody, w której rozpuszczona była glukoza, i kuleczkami oleju sojowego. Przyjęte w obliczeniach współczynniki rozpraszania i współczynnik anizotropii rozpraszania zostały wcześniej obliczone z wykorzystaniem teorii rozpraszania Mie. Na przykład przyjmując, że glukoza zwiększa współczynnik roztworu o 0,005, gdy jej stężenie w 2% Intralipidzie zwiększymy

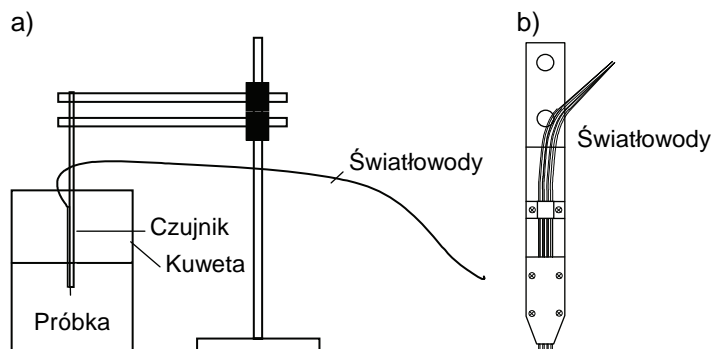
z 0% do 4% [444], otrzymamy spadek współczynnika rozpraszania z wartości $40,62 \text{ cm}^{-1}$ do wartości $36,76 \text{ cm}^{-1}$. Moc promieniowania po przejściu przez jednocentymetrową warstwę 2% Intralipidu, w którym stężenie glukozy wynosiło 0% i 4%, przedstawiono na rys. 5.10.



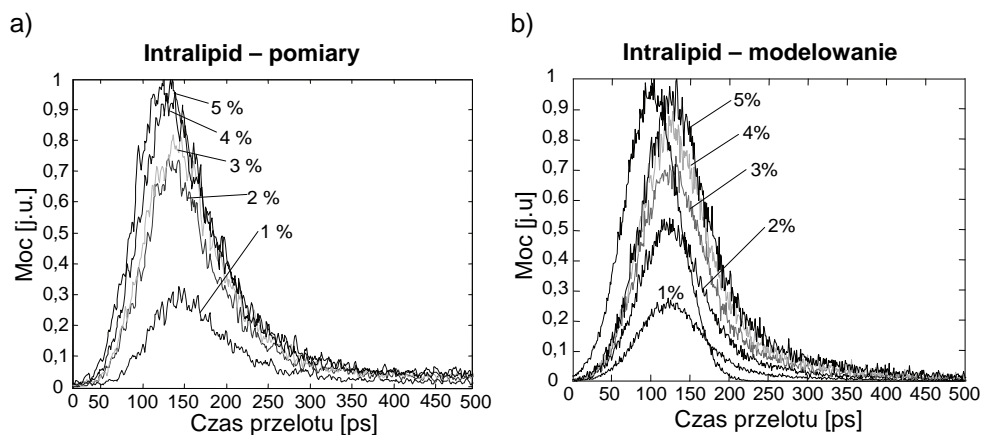
Rys. 5.10. Moc promieniowania po przejściu przez jednocentymetrową warstwę wody i 2% Intralipidu bez zawartości glukozy i z dodaną glukozą, która stanowi 4% masy roztworu: a) moc zmierzona, b) moc obliczona metodą Monte Carlo [266]

Wyniki obliczeń i pomiarów pokazały, że glukoza dodana do Intralipidu wpływa na rozkład czasu przelotu fotonów. Niestety, wpływ ten okazał się na tyle mały przy stężeniach fizjologicznych glukozy, że zmiany czasu przelotu fotonów były w modelowaniu Monte Carlo trudno zauważalne, a pomiary tych zmian leżały na granicy zdolności rozdzielczej systemu pomiarowego. Dopiero dla stężenia większego o rząd wielkości od stężenia fizjologicznego uzyskano wynik pomiarowy, gdzie wyraźnie widać wpływ glukozy na czas propagacji promieniowania optycznego w Intralipidzie.

Rozkład czasu przelotu fotonów przez obiekty silnie rozpraszające można także mierzyć za pomocą czujników światłowodowych. Przykład takiego czujnika przedstawiono na rys. 5.11. Wykorzystano w nim cztery światłowody o gradientowym profilu współczynnika załamania światła, których średnica rdzenia wynosiła $100 \mu\text{m}$, a płaszczka $140 \mu\text{m}$. Apertura numeryczna światłowodów wynosiła 0,29. Światłowody były umieszczone w ciasnych tubach ochronnych o średnicy zewnętrznej $900 \mu\text{m}$. Końce światłowodu, tworzące czujnik pomiarowy, były umieszczone w jednej linii, jak to pokazano na rys. 5.11b. Odległość wzajemna między końcami światłowodów wynosiła $2,4 \text{ mm}$. Jeden ze skrajnych światłowodów był połączony ze źródłem systemu pomiarowego pokazanego na rys. 5.2, natomiast koniec jednego z pozostałych światłowodów doprowadzał promieniowanie optyczne do kamery smugowej. Dzięki wykorzystaniu kilku światłowodów w czujniku możliwy był dobór między punktem, w którym doprowadzane jest promieniowanie optyczne do badanego obiektu, a punktem, w którym mierzona jest moc tego promieniowania po przejściu przez ten obiekt. Długość światłowodu doprowadzającego promieniowanie wynosiła 25 cm , a pozostałych 50 cm . Tak skonstruowany czujnik wykorzystany był do pomiaru Intralipidu o stężeniu 1, 2, 3, 4 i 5%. Badana substancja umieszczona była w kuwecie o średnicy 47 mm . Wysokość poziomu cieczy w kuwecie wynosiła 39 mm , a głębokość zanurzenia końców światłowodów wynosiła $15,4 \text{ mm}$. Wyniki pomiarowe i uzyskane na drodze modelowania metodą Monte Carlo za pomocą programu Scatter, gdy końce światłowodów doprowadzającego i odprowadzającego promieniowanie optyczne znajdowały się od siebie w odległości $2,4 \text{ mm}$, pokazano na rys. 5.12.



Rys. 5.11. Czujnik światłowodowy do pomiaru czasu propagacji promieniowania optycznego w ośrodku silnie rozpraszającym: a) widok ogólny, b) głowica pomiarowa [266]



Rys. 5.12. Moc promieniowania impulsu lasera po przejściu przez Intralipid o stężeniu 1, 2, 3, 4 i 5% odbieranego przez światłowód odbiorczy czujnika pomiarowego pokazanego na rys. 5.11: a) moc zmierzona b) moc obliczona metodą Monte Carlo [266]

Wyniki badań przedstawione na rys. 5.12 pokazują, że jest możliwy pomiar czasu przelotu fotonów przez fantom tkanki ludzkiej, jakim był Intralipid, z wykorzystaniem czujnika światłowodowego. Głównym jednak problemem jest bardzo mały poziom sygnału mierzonego, powodujący mały stosunek sygnału użytecznego do szumu, przez co niemożliwe było dostatecznie duże odseparowanie końcówek światłowodu odbiorczego od nadawczego, by czujnik był w stanie mierzyć stężenie glukozy w zakresie fizjologicznym. Prawdopodobnie wykorzystanie źródła promieniowania o znacznie większej mocy (np. impulsowego lasera światłowodowego pracującego w oparciu o synchronizację modów) pozwoliłoby z powodzeniem takie pomiary wykonać. Oczywiście powodzenie takiego pomiaru nie oznacza od razu, że można wykonać czujnik światłowodowy do bezinwazyjnego pomiaru glukozy we krwi. Skonstruowanie takiego czujnika wymagałoby jeszcze wielu badań związanych między innymi z kompensacją różnic osobniczych parametrów optycznych skóry, kalibracją, dokładnością pomiarów itp.

5.2.2. Wyznaczanie parametrów optycznych ośrodków silnie rozpraszających na podstawie zmierzonego rozkładu czasu przelotu fotonów

W wielu sytuacjach (np. w układach automatyki sterujących procesem technologicznym) wystarczy jedynie zależność między wybranym parametrem badanej substancji a którymś z parametrów impulsu promieniowania po przejściu przez tę substancję. Takim parametrem mogą być średni czas przelotu impulsu, położenie maksimum impulsu, czas zaniku impulsu, asymetria impulsu itp. Są jednak sytuacje, w których zależy nam na ilościowym określeniu parametrów optycznych materiałów silnie rozpraszających. Wyznaczenie tych parametrów na podstawie pomiaru rozkładu czasu propagacji krótkich impulsów promieniowania nie jest procesem prostym, zwłaszcza dla materiałów niejednorodnych. Jak dotąd problem ten nie został rozwiązany w sposób w pełni zadawalający, gdyż zależności między parametrami optycznymi ośrodka silnie rozpraszającego a rozkładem czasu przelotu fotonów przez ten ośrodek są bardzo złożone. Jedynie w wypadku gdy z sygnału pomiarowego da się wydzielić sygnał pochodzący z fotonów balistycznych, współczynnik załamania światła da się prosto wyznaczyć z zależności:

$$n = \frac{c_0 \cdot t_{\text{bal}}}{l_{\text{bal}}}, \quad (5.3)$$

gdzie n jest współczynnikiem załamania, c_0 prędkością światła w próżni, t_{bal} czasem propagacji fotonów balistycznych a l_{bal} długością drogi pokonywanej przez fotony balistyczne.

Jeżeli mierzone jest promieniowanie wstecznie rozpraszane od ośrodka jednorodnego, dla którego można przyjąć założenie, że wypełnia półprzestrzeń, wówczas na podstawie rozkładu czasu przelotu fotonów możemy określić także współczynnik absorpcji μ_a oraz zredukowany współczynnik rozpraszania μ_s' tego ośrodka [203, 314]. Mianowicie z zależności (3.55) wynika, że [314]

$$\frac{d}{dt} \ln[R_{\infty-\text{pt}}(\rho, t)] = -\mu_a c - \frac{5}{2t} + \frac{\rho^2 + z_0^2}{4Dct^2}. \quad (5.4)$$

Z równania (5.4) otrzymujemy:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \frac{d}{dt} \ln[R_{\infty-\text{pt}}(\rho, t)] \right\} = -\mu_a c. \quad (5.5)$$

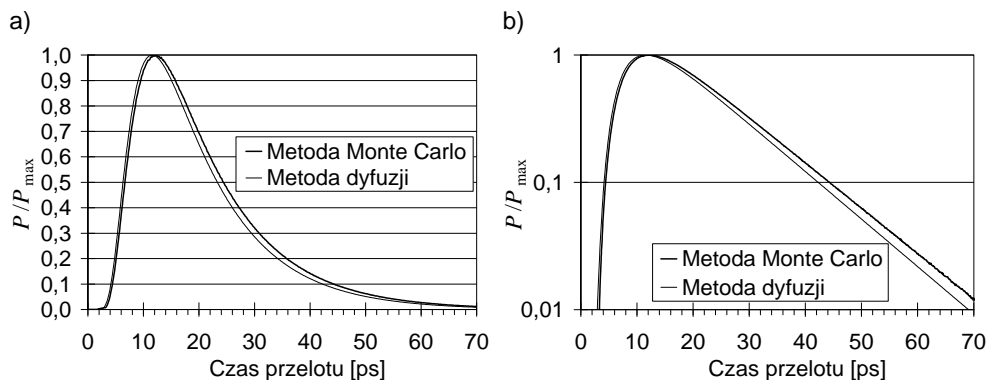
Zależność (5.5) pokazuje, że znając współczynnik załamania n ($c = c_0/n$), współczynnik absorpcji μ_a można wyznaczyć z asymptoty tylnego zbocza funkcji $\ln[R_{\infty-\text{pt}}(\rho, t)]$ przedstawionej w funkcji czasu. Z funkcji $R_{\infty-\text{pt}}(\rho, t)$ można także wyznaczyć zredukowany współczynnik rozpraszania μ_s' . Mianowicie jeśli znamy czas t_{max} , dla którego funkcja $R_{\infty-\text{pt}}(\rho, t)$ przy danym $\rho \gg z_0$ osiąga maksimum, zredukowany współczynnik rozpraszania [314]:

$$\mu_s' = \frac{1}{3\rho^2} (4\mu_a c^2 t_{\text{max}}^2 + 10ct_{\text{max}}). \quad (5.6)$$

Niestety, zależności (5.5) i (5.6) zostały wyprowadzone z równania dyfuzji, co powoduje, że tak obliczone parametry optyczne μ_a i μ_s' obarczone są pewnym błędem, gdyż równanie to niezbyt dokładnie opisuje rozkład czasu przelotu fotonów przez ośrodek silnie rozpraszający.

Parametry optyczne ośrodka silnie rozpraszającego mogą być też wyznaczone z pomiaru rozkładu czasu przelotu fotonów przez ten ośrodek poprzez wykorzystanie procesu modelowania propagacji promieniowania optycznego w badanym obiekcie. Należy pamiętać, że nie każda wykorzystywana tu metoda analizy propagacji promieniowania przez

ośrodek silnie rozpraszający jest równie dokładna. Jak już wspomniano w punkcie 3.4.1, klasyczna metoda Monte Carlo należy do metod statystycznie bardzo dokładnych, co oznacza, że średnia wartość natężenia promieniowania optycznego w danym punkcie uzyskana z dostatecznie dużej liczby symulacji cechuje się bardzo małym błędem. Jednakże obliczone natężenie z pojedynczej symulacji jest obarczone błędem statystycznym opisywanym przez wariancję wynikającą ze skończonej liczby fotonów, które biorą udział w modelowaniu. Błąd ten maleje z pierwiastkiem tej liczby. Dlatego też, by błąd ten był dostatecznie mały, liczba fotonów, dla których należy przeprowadzić obliczenia, musi być dostatecznie duża (w praktyce rzędu dziesiątek milionów lub więcej). Powoduje to, że przy zastosowaniu metody Monte Carlo czas obliczeń może być bardzo długi (w porównaniu z innymi metodami). Metoda dyfuzji wymaga znacznie mniejszej liczby obliczeń, ale jest mniej dokładna. Licząc za pomocą tej metody rozkład czasu przelotu fotonów przez ośrodek silnie rozpraszający, otrzymujemy błędny wynik polegający między innymi na tym, że uzyskany czas propagacji niewielkiej liczby fotonów jest krótszy niż rzeczywisty czas propagacji fotonów po najkrótszej drodze, ograniczony prędkością propagacji promieniowania w ośrodku. Także rozkład czasu przelotu fotonów, które pokonały znacznie dłuższą drogę, obliczony metodą dyfuzji jest obciążony kilku- lub kilkunastoprocentowym błędem. Na przykład rys. 5.13 pokazuje rozkład czasu przelotu fotonów przez pięć kartek papieru kserograficznego, obliczony metodą dyfuzji i metodą Monte Carlo (za pomocą odpowiednio programów Diffusion i Scatter patrz punkt 3.5). Można zauważyć, że obliczony czas przelotu fotonów metodą dyfuzji jest nieco krótszy niż czas obliczony metodą Monte Carlo.



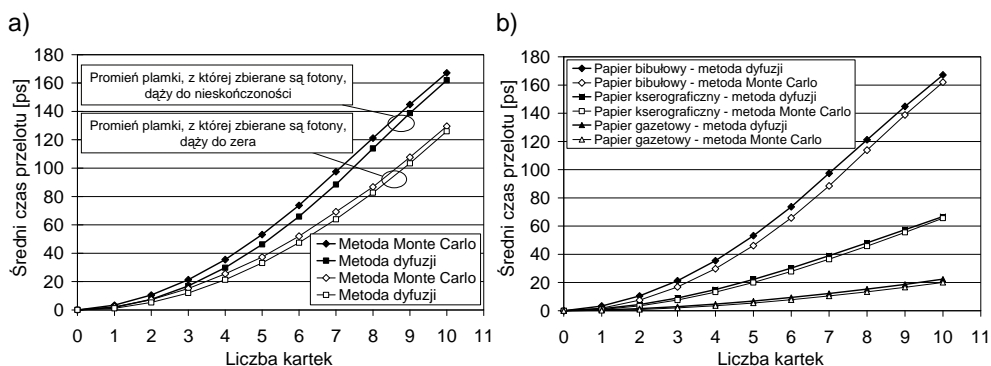
Rys. 5.13. Obliczony metodami dyfuzji i Monte Carlo rozkład czasu propagacji fotonów przez pięć kartek papieru kserograficznego: a) rozkład w skali liniowej, b) rozkład w skali logarytmicznej (w obliczeniach przyjęto parametry optyczne papieru podane w tabeli 5.1)

Tabela 5.1

Parametry optyczne pojedynczych kartek papieru różnego typu dla długości fali równej 850 nm [326]

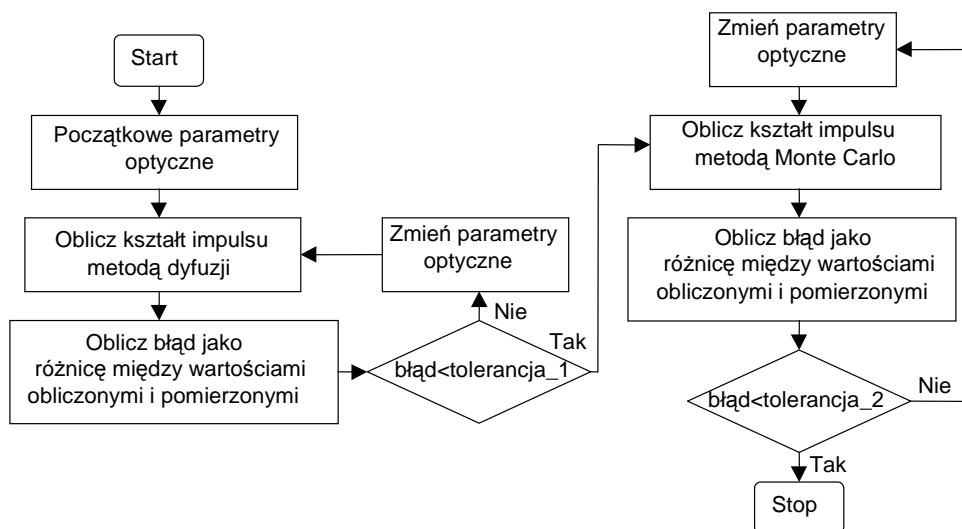
Typ papieru:	Gramatura w_{gr} [g/m ²]	Grubość d [mm]	μ_a [mm ⁻¹]	μ'_s [mm ⁻¹]	$d\mu'_s$
Gazetowy	40,5	0,060	0,05387	38,178	2,29
Kserograficzny	80,0	0,100	0,03703	52,641	5,26
Bibułowy	90,0	0,301	0,00488	12,192	3,73

W procesie modelowania szczególną uwagę należy zwrócić na wierny opis geometrii układu pomiarowego. Jako przykład może tu posłużyć wpływ promienia plamki, z której mierzone są fotony po przejściu przez warstwę. Obliczając propagację promieniowania optycznego przez stos kartek papieru kserograficznego (patrz rys. 5.14a), widzimy, że im większy jest promień plamki, tym średni czas przelotu fotonów jest dłuższy. Przeprowadzone symulacje pokazują także, że średni czas przelotu obliczony metodą dyfuzji jest nieco krótszy niż średni czas przelotu obliczony metodą Monte Carlo. Również wyniki obliczeń propagacji promieniowania optycznego w innych obiektach pokazują, że średni czas przelotu obliczony metodą dyfuzji jest nieco krótszy niż czas obliczony metodą Monte Carlo. Przykładem mogą być wyniki obliczeń metodami Monte Carlo i dyfuzji (patrz rys. 5.14b) średniego czasu przelotu przez różne gatunki papieru w zależności od liczby kartek. W obliczeniach tych przyjęto nieograniczony promień plamki, z której zbierano fotony, i zmierzone przez Autora parametry optyczne papieru podane w tabeli 5.1 [326].



Rys. 5.14. Obliczony za pomocą metod Monte Carlo i dyfuzji średni czas przelotu fotonów przez stos kartek: a) papieru kserograficznego przy nieograniczonym promieniu plamki, z której zbierane były fotony, i przy promieniu dążącym do zera, b) papieru bibułowego, kserograficznego i gazetowego przy nieograniczonym promieniu plamki [326]

Jednym ze sposobów wyznaczania parametrów optycznych na podstawie zmierzonego rozkładu czasu przelotu fotonów przez badany obiekt jest wykorzystanie *metody dopasowywania* (ang. *fitting method*). Polega ona na iteracyjnym przyjmowaniu różnych parametrów optycznych obiektu, wykorzystywanych w obliczeniach tego rozkładu. Ponieważ metoda Monte Carlo jest znacznie dokładniejsza niż metoda dyfuzji, należy się spodziewać, że jeżeli w procesie iteracyjnym wykorzystamy tę pierwszą, to błąd wyznaczenia parametrów optycznych obiektu będzie mniejszy. Niestety, metoda Monte Carlo wymaga bardzo dużej ilości obliczeń. Z tego powodu do wyznaczania parametrów optycznych znacznie częściej wykorzystywana jest metoda dyfuzji. W metodzie dopasowywania można wykorzystać też obie metody obliczeniowe propagacji promieniowania optycznego w obiekcie, jak pokazano na diagramie blokowym algorytmu (patrz rys. 5.15). W algorytmie tym w początkowych iteracjach wykorzystywana jest metoda dyfuzji, a następnie metoda Monte Carlo. Przejście z metody dyfuzji do metody Monte Carlo następuje wtedy, gdy różnica między obliczonym i zmierzonym rozkładem czasu przelotu fotonów jest mniejsza od zadanej wartości tolerancja_1. Proces iteracyjny kończymy, jeżeli obliczony rozkład czasu przelotu fotonów jest zgodny z rozkładem zmierzonym z dokładnością tolerancja_2 (lub gdy liczba iteracji przekroczy z góry zadaną wartość maksymalną). Wtedy przyjmuje się, że rzeczywiste parametry badanego obiektu są równe parametrom optycznym wykorzystanym w ostatniej iteracji.



Rys. 5.15. Schemat blokowy algorytmu do wyznaczania parametrów optycznych obiektu silnie rozpraszającego na podstawie zmierzonego rozkładu czasu przelotu fotonów przez ten obiekt [335]

Kluczowymi elementami algorytmu są bloki odpowiadające w procesie iteracyjnym za zmiany parametrów optycznych na podstawie obliczonych rozkładów czasu przelotu w poprzednich iteracjach. Istnieje wiele metod dokonywania takich zmian, np. gradientowe, oparte na algorytmach genetycznych lub metodzie simpleksowej [335]. Testy pokazały, że przy nieznajomości współczynnika absorpcji, zredukowanego współczynnika rozpraszania i współczynnika załamania, jeśli stosować tylko metodę dyfuzji w obliczaniu propagacji promieniowania optycznego w badanym obiekcie, błędy obliczeń parametrów optycznych tego obiektu mogą sięgać nawet 30% [335]. Zmniejszenie tych błędów jest bardzo uciążliwe z uwagi na konieczność wykonania w dalszych iteracjach wielu bardzo pracochłonnych obliczeń propagacji promieniowania optycznego w badanym obiekcie metodą Monte Carlo, co często może być niewykonalne w rozsądnym czasie przez współczesne komputery PC. Sytuację tę może zmienić wykorzystanie szybkiej metody bąbelkowej Monte Carlo (patrz punkt 3.4.3) oraz wykorzystanie wielowątkowych jednostek obliczeniowych. W ostatnim czasie pojawiły się doniesienia, że tego typu obliczenia mogą być wykonywane na wielowątkowych procesorach graficznych (obecnie tego typu procesory mogą wykonywać nawet setki wątków jednocześnie). Przy ich wykorzystaniu osiągnięto nawet tysiąckrotny wzrost prędkości obliczeń w stosunku do prędkości najszybszych procesorów uniwersalnych przy liczeniu propagacji promieniowania optycznego w ośrodku silnie rozpraszającym klasyczną metodą Monte Carlo [11]. Można sądzić, że zastąpienie klasycznej metody Monte Carlo szybką metodą bąbelkową Monte Carlo w tego typu obliczeniach pozwoli na ich dalsze kilkudziesięciokrotne przyspieszenie. Wtedy obliczenia zgodnie z algorytmem przedstawionym na rys. 5.15 będzie można wykonywać rutynowo.

5.2.3. Systemy pracujące w dziedzinie częstotliwości

Niekoherentne metody oparte na pomiarze transmisji promieniowania optycznego przez obiekty silnie rozpraszające w dziedzinie częstotliwości wykorzystują jako pobudzenie źródło generujące promieniowanie o zmodulowanym z pewną częstotliwością natężeniu. Modułacja ta powoduje, że gęstość energii $\Phi_V(\mathbf{r}, t)$ (patrz zależność (3.37)) promieniowania optycznego rozchodzącego się w tego typu ośrodku także jest zmodulowane tą samą częstotliwością, przy czym w miarę wzrostu odległości od miejsca pobudzenia zmieniają się faza i głębokość modułacji [133, 150, 248, 315]. Zmieniające się natężenie w ośrodku może być opisane za pomocą tłumionych fal gęstości fotonów o określonej amplitudzie i prędkości propagacji równej prędkości przemieszczania się powierzchni stałej fazy fal. Dla nieograniczonego ośrodka silnie rozpraszającego izotropowego i jednorodnego część oscylacyjna $\Phi_{V_ac}(\mathbf{r}, t)$ gęstości energii $\Phi_V(\mathbf{r}, t)$ przy pobudzeniu punktowym tworzy falę kulistą postaci [133, 302]:

$$\Phi_{V_ac}(\mathbf{r}, t) = \frac{A}{Dr} \exp(-a \cos \varphi r) \cos(\omega t - a \sin \varphi r + \phi_0), \quad (5.7)$$

gdzie \mathbf{r} jest wektorem położenia, r jest odległością od punktu pobudzenia, t jest czasem, A jest stałą proporcjonalną do mocy pobudzenia, ϕ_0 jest fazą początkową fali gęstości fotonów dla $r = 0$, $\omega = 2\pi f$ jest pulsacją modułacji źródła (f jest częstotliwością modułacji źródła), natomiast a oraz φ są stałymi zależnymi od parametrów optycznych ośrodka.

Z zależności (5.7) wynika, że jest to fala tłumiona, której współczynnik tłumienia:

$$\alpha_{fgf} = a \cos \varphi, \quad (5.8)$$

oraz współczynnik fazowy:

$$\beta_{fgf} = a \sin \varphi. \quad (5.9)$$

Znając stałe materiałowe ośrodka silnie rozpraszającego, współczynniki α_{fgf} i β_{fgf} można obliczyć z zależności [406, 407]:

$$\alpha_{fgf} = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + (\omega\tau_{rel})^2} + 1}{2Dc\tau_{rel}}}, \quad (5.10)$$

$$\beta_{fgf} = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + (\omega\tau_{rel})^2} - 1}{2Dc\tau_{rel}}}, \quad (5.11)$$

gdzie c jest prędkością rozchodzenia się promieniowania optycznego w ośrodku, a τ_{rel} jest czasem relaksacji wynoszącym:

$$\tau_{rel} = \frac{1}{c\mu_a}. \quad (5.12)$$

Podstawiając zależności (5.8) i (5.9) do (5.10) i (5.11), otrzymamy układ równań, z którego można obliczyć stałe a oraz φ . Otrzymamy wtedy:

$$a = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + (\omega\tau_{rel})^2}}{Dc\tau_{rel}}}, \quad (5.13)$$

$$\varphi = \arctg \left[\frac{\sqrt{1 + (\omega\tau_{\text{rel}})^2 - 1}}{\sqrt{1 + (\omega\tau_{\text{rel}})^2 + 1}} \right]. \quad (5.14)$$

Korzystając z zależności (5.11), można też obliczyć długość λ_{fgf} i prędkość propagacji c_{fgf} fali gęstości fotonów następująco:

$$\lambda_{\text{fgf}} = \frac{2\pi}{\beta_{\text{fgf}}} = 2\pi \sqrt{\frac{2Dc\tau_{\text{rel}}}{\sqrt{1 + (\omega\tau_{\text{rel}})^2 - 1}}}, \quad (5.15)$$

$$c_{\text{fgf}} = \frac{\omega}{\beta_{\text{fgf}}} = \omega \sqrt{\frac{2Dc\tau_{\text{rel}}}{\sqrt{1 + (\omega\tau_{\text{rel}})^2 - 1}}}. \quad (5.16)$$

Przy braku absorpcji promieniowania optycznego (współczynnik absorpcji μ_a dąży do zera) czas relaksacji τ_{rel} dąży do nieskończoności. Wtedy z zależności (5.10)–(5.16) otrzymamy:

$$\varphi = \frac{\pi}{4}, \quad (5.17)$$

$$a = \sqrt{\frac{\omega}{Dc}}, \quad (5.18)$$

$$\alpha_{\text{fgf}} = \beta_{\text{fgf}} = \sqrt{\frac{\omega}{2Dc}}, \quad (5.19)$$

$$\lambda_{\text{fgf}} = 2\pi \sqrt{\frac{2Dc}{\omega}}, \quad (5.20)$$

$$c_{\text{fgf}} = \sqrt{2Dc\omega}. \quad (5.21)$$

Analiza propagacji fal gęstości fotonów jest łatwiejsza do przeprowadzenia, gdy zapiszemy je w postaci zespolonej. Wówczas fala (5.7) przyjmie postać (przyjęto tu konwencję $(\mathbf{kr} - \omega t)$ – patrz punkt 2.1.2):

$$\mathbf{U}_{\text{V_ac}}(\mathbf{r}, t) = \frac{A}{Dr} \exp(-a \cos \varphi r) \exp[j(a \sin \varphi r - \phi_0)] \exp(-j\omega t), \quad (5.22)$$

gdzie:

$$\Phi_{\text{V_ac}}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{U}_{\text{V_ac}}(\mathbf{r}, t)]. \quad (5.23)$$

Z równania (5.22) wynika, że dla tej fali amplituda zespolona:

$$U_{\text{V_ac}}(\mathbf{r}) = \frac{A}{Dr} \exp(-a \cos \varphi r) \exp[j(a \sin \varphi r - \phi_0)]. \quad (5.24)$$

Amplituda zespolona $U_{\text{V_ac}}(\mathbf{r})$ dana zależnością (5.24) spełnia równanie Helmholtza [302]

$$\nabla^2 U_{\text{V_ac}} + k_{\text{fgf}}^2 U_{\text{V_ac}} = 0 \quad (5.25)$$

z tą różnicą w stosunku do konwencjonalnych fal, że kwadrat stałej propagacji k_{fgf} jest wielkością zespoloną, spełniającą zależność:

$$k_{\text{fgf}}^2 = -a^2(\cos \varphi - j \sin \varphi)^2. \quad (5.26)$$

Część rzeczywista stałej propagacji k_{fgf} równa jest współczynnikowi fazowemu β_{fgf} , a część urojona współczynnikowi tłumienia α_{fgf} .

Podobnie jak propagację promieniowania optycznego w ośrodku silnie rozpraszającym można było analizować z wykorzystaniem funkcji Greena (patrz punkt 3.3), także fale gęstości fotonów można analizować za pomocą tych funkcji. Funkcje Greena, spełniające równanie (5.25), można otrzymać poprzez transformatę Fouriera funkcji Greena spełniających równanie (3.45); ich postaci dla wolnej przestrzeni, półprzestrzeni, warstwy, kuli i walca można znaleźć w pracy [21]. Podobnie jak fale elektromagnetyczne, fale gęstości fotonów mogą ulegać odbiciu [302], interferencji [364], dyfrakcji [46] i rozproszeniu na obszarach mających inne parametry optyczne niż pozostałe obszary ośrodka silnie rozpraszającego [46, 134].

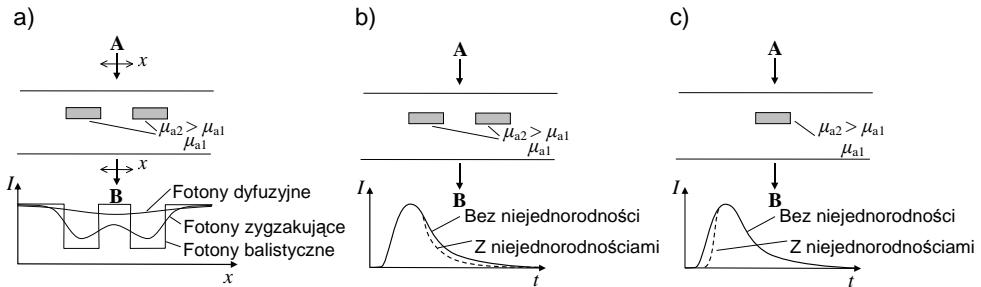
Zarówno tłumienie, jak i prędkość fal gęstości fotonów są funkcjami częstotliwości modulacji, zależnymi od parametrów optycznych ośrodka silnie rozpraszającego. Systemy pomiarowe pracujące w dziedzinie częstotliwości wykorzystują źródła promieniowania, których natężenie jest zmodulowane sygnałem sinusoidalnym. Stosowane częstotliwości modulacji mieszczą się w zakresie od kilkudziesięciu MHz do kilkudziesięciu GHz. Można łatwo pokazać, że mierzone sygnały pochodzące z tych systemów i sygnały pochodzące z systemów pracujących w dziedzinie czasu (wykorzystujących lasery impulsowe) są ze sobą związane parą transformat Fouriera: odwrotną i prostą. Dlatego algorytmy wyznaczania parametrów optycznych w systemach pracujących w dziedzinie częstotliwości mogą być identyczne z algorytmami stosowanymi w systemach pracujących w dziedzinie czasu. Można też stosować metodę dopasowywania, w której wartości amplitud i faz fal gęstości fotonów obliczone i zmierzone są dopasowywane bezpośrednio (to jest bez potrzeby przechodzenia do dziedzinie czasu) [471]. Ze względu na duże podobieństwo tych algorytmów do algorytmów stosowanych w systemach pracujących w dziedzinie czasu, nie będą one tutaj omawiane.

5.3. Wykorzystanie promieniowania impulsowego lub o zmodulowanym natężeniu do pomiaru obiektów niejednorodnych

W porównaniu z niekoherentnymi metodami wykorzystującymi promieniowanie ciągłe (patrz punkt 4.3), metody wykorzystujące promieniowanie impulsowe lub o zmodulowanym natężeniu lepiej nadają się do pomiarów obiektów niejednorodnych z dwóch powodów: po pierwsze, pozwalają uzyskać lepszą rozdzielczość przestrzenną, gdy z pomiarów usuniemy fotony dyfuzyjne o najdłuższym czasie przelotu (patrz rys. 5.16a); po drugie, dostarczają więcej informacji (patrz rys. 5.16b i 5.16c).

Metody pomiarowe oparte na detekcji tylko fotonów o krótkim czasie przelotu pozwalają w łatwy sposób na zwiększenie rozdzielczości przestrzennej obrazowania bez stosowania dodatkowych, bardzo pracochłonnych obliczeń numerycznych związanych z obróbką sygnałów pomiarowych. Im wcześniejsze fotony będą rejestrowane, tym większą rozdzielczość przestrzenną można osiągnąć [175]. Jednakże wykorzystanie tylko części fotonów do obrazowania obiektów niejednorodnych obniża dynamikę pomiarów (zazwyczaj energia fotonów balistycznych i zygzakujących jest znacznie mniejsza od energii fotonów dyfuzyjnych). Jednym ze sposobów detekcji wczesnych fotonów jest zastosowanie źródła generującego dostatecznie krótkie impulsy promieniowania optycznego i bardzo szybkiego,

umieszczonego przed detektorem, modulatora spełniającego funkcję szybkiej migawki blokującej dostęp fotonów, których czas przelotu jest zbyt długi. Rolę migawki może pełnić ultraszybki modulator wykorzystujący efekt Kerra [96, 97, 281], pozwalający rejestrować fotony o zadanym czasie przelotu z rozdzielczością czasową 10 ps [439]. Podobny efekt można uzyskać, stosując licznik fotonów aktywny tylko w krótkim przedziale czasu [17, 39, 332, 338]. Inną metodą detekcji wczesnych fotonów jest zastosowanie dostatecznie szybkiego detektora mierzącego cały impuls promieniowania optycznego, które propagowało w ośrodku silnie rozpraszającym, i szybkich układów elektronicznych wydzielających sygnały elektryczne pochodzące od wczesnych fotonów. Jako detektory mogą być tu wykorzystane kamery smugowe, szybkie fotopowielacze lub szybkie fotodiody półprzewodnikowe. Alternatywą do tej metody jest wykorzystanie promieniowania o zmodulowanym natężeniu, gdzie wydzielenie sygnału pochodzącego od szybkich fotonów następuje po dokonaniu odwrotnej transformacji Fouriera mierzonego sygnału, w wyniku której otrzymujemy rozkład czasu przelotu fotonów w badanym obiekcie.



Rys. 5.16. Pomiar obiektów niejednorodnych z wykorzystaniem promieniowania impulsowego:

- a) wpływ typu rejestrowanych fotonów na rozdzielczość przestrzenną pomiarów – wczesne (to jest zygzakujące lub balistyczne) fotony umożliwiają pomiar z większą rozdzielczością niż fotony dyfuzyjne o najdłuższych czasach przelotu; b, c) metody oparte na pomiarze czasu przelotu przy rejestracji wszystkich fotonów dostarczają więcej informacji niż metody, w których czas przelotu nie jest mierzony (np. metody niekoherentne oparte na źródłach promieniowania o stałym natężeniu), na przykład pojawienie się jednej lub dwóch niejednorodności powoduje różne rozkłady czasu przelotu fotonów, przy identycznym osłabieniu sygnału optycznego co do wartości średniej.
A – położenie źródła, **B** – położenie detektora, x – kierunek jednoczesnego przesuwania źródła i detektora, t – czas, I – natężenie

Najlepszą rozdzielczość i dynamikę pomiarów uzyskamy wtedy, gdy do obrazowania niejednorodnego obiektu silnie rozpraszającego wykorzystamy wszystkie fotony docierające do detektora, mierząc jednocześnie ich czas przelotu, i odpowiednią obróbkę zmierzonego sygnału właściwą dla optycznej tomografii dyfuzyjnej. Systemy optycznej tomografii dyfuzyjnej oparte na pomiarze czasu przelotu fotonów przez niejednorodny obiekt silnie rozpraszający mogą pracować zarówno w dziedzinie czasu [84, 85, 158, 174, 217], jak i w dziedzinie częstotliwości [342, 374, 427]. Podstawy optycznej tomografii dyfuzyjnej dla promieniowania ciągłego zostały przedstawione w punkcie 4.3.1. Podstawy optycznej tomografii dyfuzyjnej wykorzystującej pomiar czasu przelotu fotonów są podobne. Także tutaj opiera się ona na metodzie elementów skończonych [158, 209, 217, 374, 427] (patrz punkt 3.3), z tą różnicą, że zamiast równania dyfuzji czasowo niezależnego stosowane jest tu równanie czasowo zależne (3.32). Największym jednak problemem w tych systemach (podobnie jak w systemach ze źródłami promieniowania ciągłego) jest określenie parametrów optycznych niejednorodności (występuje tu problem z „przesłuchami” między współ-

czynnikami rozpraszania i współczynnikiem absorpcji – co znaczy, że zmiana tylko jednego z nich powoduje zmiany w obrazowaniu obu tych współczynników). Rozwiązaniem tego problemu mogłoby być wykorzystanie bardziej dokładnej metody analizy propagacji promieniowania optycznego w badanym obiekcie, opartej nie na równaniu dyfuzji, ale bezpośrednio na równaniu transportu Boltzmann (patrz punkt 2.3) [158]. Niestety obecne możliwości współczesnych komputerów uniemożliwiają w praktyce wykorzystanie tej metody.

5.4. Podsumowanie

W rozdziale tym przedstawiono niekoherentne metody pomiarowe ośrodków silnie rozpraszających, wykorzystujące źródła promieniowania impulsowego lub o zmodulowanym natężeniu. Źródła te umożliwiają pomiar nie tylko natężenia promieniowania rozproszonego, ale także rozkładu czasu przelotu fotonów przez badany obiekt. Dlatego też metody omówione w tym rozdziale są w stanie dostarczyć więcej informacji o mierzonym obiekcie, niż metody omówione w rozdziale poprzednim. Rezultatem tego może być większa dokładność w wyznaczaniu parametrów optycznych mierzonego obiektu, lepsza rozdzielczość obrazowania itp. Przedstawione przykłady wykorzystania systemów umożliwiających pomiar rozkładu przelotu pokazały, że za pomocą tej techniki można z powodzeniem mierzyć nie tylko obiekty o wymiarach kilku- lub kilkunastocentymetrowych, z jakimi mamy do czynienia w aplikacjach biomedycznych (np. w pomiarach propagacji promieniowania przez tkanki głowy [47, 158], czy w mammografii optycznej [84, 85]), ale także znacznie cieńsze, o grubości submilimetrowej (np. w badaniach papieru). Systemy te nie są jednak tanie – zwłaszcza pracujące w dziedzinie czasu. Jednak największym problemem jest w nich obróbka sygnału pomiarowego w celu wydobycia pożądanej informacji z powodu ogromnej liczby operacji matematycznych, jakie należy wykonać, by te informacje uzyskać. Można bez przesady stwierdzić, że dopiero w ostatnich latach pojawiły się komputery osobiste, które są w stanie poradzić sobie z tym zadaniem w rozsądnym czasie i to tylko wtedy, gdy w analizie propagacji promieniowania optycznego w badanym obiekcie wykorzystywana jest metoda dyfuzji, umożliwiająca wyznaczenie parametrów optycznych badanego obiektu z nienajlepszą dokładnością (to jest z błędem kilkunasto- lub nawet trzydziestoprocentowym). Można się spodziewać, że w ciągu kilku najbliższych lat komputery te, wykorzystując metodę Monte Carlo, umożliwią wyznaczenie parametrów optycznych z większą dokładnością i to pod warunkiem, że mierzone będą obiekty jednorodne. Wydaje się, że zastosowanie metod Monte Carlo w optycznej tomografii dyfuzyjnej do obrazowania obiektów niejednorodnych będzie przez najbliższe kilka lat nieosiągalne z uwagi na gigantyczną liczbę operacji matematycznych, jakie należałoby tu wykonać. Dużym krokiem zbliżającym nas do takiej możliwości jest pojawienie się układów elektronicznych umożliwiających obliczenia wielowątkowe (z liczbą wątków dochodzą do tysiąca w pojedynczym układzie). Przedstawiona w rozdziale 3 szybka bąbelkowa metoda Monte Carlo pokazuje, że istotny rozwój tych metod jest możliwy. Do upowszechnienia się metod pomiarowych opartych na pomiarze czasu przelotu fotonów z pewnością przyczyni się też ciągły spadek cen zarówno źródeł, jak i detektorów promieniowania optycznego stosowanych w tych systemach.

Rozdział 6

KOHERENTNE METODY POMIAROWE OŚRODKÓW SILNIE ROZPRASZAJĄCYCH

6.1. Wprowadzenie

Koherentne metody pomiarowe ośrodków silnie rozpraszających promieniowanie optyczne oparte są na detekcji fotonów balistycznych w obecności fotonów zygzakujących i dyfuzyjnych (pojęcie fotonu balistycznego, zygzakującego i dyfuzyjnego zostało wprowadzone w punkcie 2.3). W przeciwieństwie do fotonów zygzakujących i dyfuzyjnych, fotony balistyczne między dwoma punktami propagują w danym ośrodku po tej samej drodze, a więc utworzona wiązka z tych fotonów zachowuje swoją spójność ze źródłem promieniowania optycznego. Właściwość ta ma kluczowe znaczenie w detekcji fotonów balistycznych przy obecności fotonów zygzakujących i dyfuzyjnych.

Podstawową techniką umożliwiającą wydzielenie sygnału pochodzącego od fotonów balistycznych w obecności fotonów zygzakujących i dyfuzyjnych jest interferometria optyczna. Wykorzystywane są tutaj interferometry dwuwiazkowe, w których w jednym z ramion, nazywanym ramieniem pomiarowym, znajduje się badany obiekt, a drugie ramię jest ramieniem odniesienia. Jeżeli różnica dróg optycznych wiązek promieniowania optycznego pochodzących z obu ramion interferometru będzie mniejsza od drogi koherencji promieniowania wychodzącego ze źródła, wtedy na wyjściu interferometru można zaobserwować prążki interferencyjne. Prążki te pochodzą z sumowania wiązki utworzonej przez fotony balistyczne i wiązki odniesienia (zakładając, że wiązki te nie mają ortogonalnych stanów polaryzacji). Prążków takich nie zaobserwujemy, jeżeli zsumujemy wiązkę pochodzącą z fotonów zygzakujących lub dyfuzyjnych z wiązką odniesienia, ponieważ długości dróg, jaką pokonują te fotony, są wielkościami losowymi.

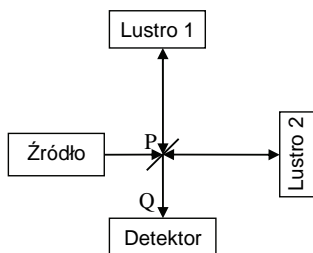
W badaniach ośrodków silnie rozpraszających szczególne znaczenie ma *optyczna interferometria niskokoherentna* (zwana czasami *interferometrią światła białego*). Jej początki sięgają roku 1972, kiedy to Philip Flournoy *et al.* opisali prototyp interferometru wykorzystującego światło białe do pomiaru grubości [139]. Interferometria niskokoherentna wykorzystuje interferencję promieniowania optycznego o krótkiej drodze koherencji. Dzięki temu (w przeciwieństwie do klasycznej interferometrii bazującej na promieniowaniu o długiej drodze koherencji) pozwala ona na pomiar bezwzględnej różnicy długości dróg optycznych między wiązkami obu ramion wykorzystywanego interferometru. Cecha ta wykorzystywana jest w optycznej reflektometrii niskokoherentnej, za pomocą której można określić głębokość położenia obiektów wstecznie rozpraszających promieniowanie optyczne w badanym obiekcie. Połączenie jednoczesnego skanowania badanego obiektu w kierunku poprzecznym do kierunku propagacji promieniowania optycznego (za pomocą mechanicznych stolików przesuwanych lub układów goniometrycznych) z jednoczesnym wykorzystaniem reflektometrii niskokoherentnej, pozwalającej na skanowanie wzdłuż propagacji promieniowania optycznego, umożliwia realizację *optycznej tomografii koherentnej* (ang. *optical coherent tomography* – OCT). Tomografia ta pozwala na dwu- lub trójwymiarowe obrazowanie obiektu. Pierwsze doniesienie na temat możliwości takiego obrazowania z wykorzystaniem interferometrii niskokoherentnej pojawiło się w roku 1991, w którym to

zespół Jamesa Fuijimoto opublikował w czasopiśmie Science artykuł na temat możliwości jej wykorzystania w nieinwazyjnym obrazowaniu obiektów biologicznych zarówno słabo rozpraszających, jak i silnie rozpraszających promieniowanie optyczne (głównymi autorami pracy byli David Huang i Eric Swanson) [186].

Istotnym problemem interferometrii niskokoherentnej jest metoda przetwarzania sygnału wyjściowego. Wyróżnia się tu interferometrię z przetwarzaniem w dziedzinie czasu i interferometrię z przetwarzaniem w dziedzinie częstotliwości. Historycznie najpierw pojawiły się interferometry z przetwarzaniem w dziedzinie czasu. W dziedzinie czasu pracował też pierwszy wspomniany wyżej system OCT zespołu Jamesa Fuijimoto. Pierwszy system OCT z przetwarzaniem w dziedzinie częstotliwości, opracowany przez zespół Adolfa Ferchera, pojawił się w 1995 roku [124]. Analiza pracy interferometrów niskokoherentnych uzależniona jest od względnej szerokości widmowej sygnału wykorzystanego źródła promieniowania optycznego – inaczej przebiega ona dla promieniowania optycznie wąskopasmowego, a inaczej dla optycznie szerokopasmowego. Analiza ta została przedstawiona w następnych punktach rozdziału.

6.2. Analiza interferometrii niskokoherentnej w dziedzinie czasu

Przeanalizujmy interferencję dwóch wiązek promieniowania optycznego, jaka zachodzi w interferometrach dwuwiazkowych, w których interferujące wiązki powstają w wyniku *podziału amplitudy* (jak np. w interferometrze Michelsona lub Mach-Zehndera). Tego typu interferometry są szczególnym wypadkiem interferometrów z *podziałem frontu falowego*, jeżeli podział na dwie interferujące wiązki zachodzi w tym samym miejscu frontu falowego [161]. Oznaczmy przez P punkt, w którym następuje podział wiązki wychodzącej ze źródła na dwie wiązki kierowane do dwóch ramion interferometru, a przez Q punkt, w którym obserwujemy interferencję tych wiązek (patrz rys. 6.1).



Rys. 6.1. Interferometr Michelsona

Pomińmy na początku wpływ dyspersji i zmiennego w funkcji długości fali tłumienia ośrodków, w których propagują wiązki, i założmy ten sam stan polaryzacji interferujących wiązek. Przy takich założeniach analizę pracy interferometru najwygodniej jest przeprowadzić z wykorzystaniem sygnałów analitycznych dla pól skalarnych (patrz punkt 2.1.2). Oznaczając przez $U(P, t)$ sygnał analityczny w punkcie P przed podziałem wiązki w czasie t , sygnał analityczny w punkcie Q można zapisać jako:

$$U(Q, t) = K_1 U \left[P, t - \left(\frac{l_1}{c} \right) \right] + K_2 U \left[P, t - \left(\frac{l_2}{c} \right) \right], \quad (6.1)$$

gdzie współczynniki l_1 i l_2 są długościami dróg, jakie pokonało promieniowanie od punktu podziału wiązki pochodzącej ze źródła do punktu, w którym obserwowana jest interferencja, odpowiednio pierwszej i drugiej interferującej wiązki, K_1 i K_2 są współczynnikami zdefiniowanymi jako stosunki modułów sygnałów analitycznych w punkcie Q i punkcie P przed podziałem odpowiednio dla pierwszej i drugiej interferującej wiązki, a c jest prędkością fali.

Znając sygnał analityczny $U(Q, t)$, możemy już łatwo obliczyć natężenie promieniowania w punkcie Q, korzystając z zależności (2.59).

W wypadku stosowania źródła optycznie wąskopasmowego (patrz nierówność (2.60)) natężenie promieniowania optycznego w punkcie Q i w czasie t zgodnie z zależnością (2.62) wynosi:

$$I(Q, t) = \langle U(Q, t) U^*(Q, t) \rangle, \quad (6.2)$$

gdzie uśrednienie dokonywane jest po czasie znacznie dłuższym niż $1/v_p$ ($v_p \cong c/\lambda_p$ jest częstotliwością środkową fali).

Dla sygnałów ergodycznych (będących podgrupą sygnałów stacjonarnych – a takimi są sygnały optyczne generowane przez typowe źródła promieniowania optycznego) przy opisie zjawisk interferencyjnych dla pojedynczej wiązki opisywanej sygnałem analitycznym U wygodnie jest zdefiniować *funkcję koherencji własnej* [51]:

$$\Gamma(\tau) = \langle U(t+\tau) U^*(t) \rangle \quad (6.3)$$

i zespolony stopień koherencji (własnej):

$$\gamma(\tau) = \frac{\Gamma(\tau)}{\Gamma(0)}, \quad (6.4)$$

gdzie τ jest względnym opóźnieniem interferujących wiązek.

Zespolony stopień koherencji $\gamma(\tau)$ spełnia zależność:

$$0 \leq |\gamma(\tau)| \leq 1. \quad (6.5)$$

Łatwo sprawdzić, że funkcje $\Gamma(\tau)$ i $\gamma(\tau)$ są funkcjami hermitowskimi.

Znając stopień koherencji $\gamma(\tau)$, można obliczyć *czas koherencji* definiowany jako [161, 362]:

$$\tau_c = \int_{-\infty}^{\infty} |\gamma(\tau)|^2 d\tau. \quad (6.6)$$

Zdefiniowany tutaj czas koherencji został po raz pierwszy wprowadzony przez Leonarda Mandela [275]. W literaturze można znaleźć inne definicje czasu koherencji. Na przykład Max Born i Emil Wolf w swojej znanej książce „Principles of Optics” podają i stosują *średniokwadratowy czas koherencji* τ_c' (patrz praca [51], str. 616) zdefiniowany jako:

$$\tau_c' = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \tau^2 |\Gamma(\tau)|^2 d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} |\Gamma(\tau)|^2 d\tau}}. \quad (6.7)$$

Dla sygnałów ergodycznych wygodnie jest także zdefiniować *funkcję koherencji wzajemnej* $\Gamma_{12}(\tau)$ i *zespolony stopień koherencji (wzajemnej)* $\gamma_{12}(\tau)$ promieniowania optycznego

dwóch interferujących ze sobą wiązek opisywanych sygnałami analitycznymi U_1 i U_2 , odpowiadającymi odpowiednio pierwszej i drugiej wiązce jako [51, 161, 168, 170]:

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle U_1(t+\tau)U_2^*(t) \rangle, \quad (6.8)$$

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)\Gamma_{22}(0)}}, \quad (6.9)$$

gdzie $\Gamma_{11}(0)$ i $\Gamma_{22}(0)$ są wartościami funkcji koherencji własnej odpowiednio pierwszej i drugiej wiązki dla $\tau = 0$.

Łatwo sprawdzić, że w przeciwieństwie do funkcji $\Gamma(\tau)$ i $\gamma(\tau)$ funkcje $\Gamma_{12}(\tau)$ i $\gamma_{12}(\tau)$ nie są funkcjami hermitowskimi.

W literaturze zarówno funkcja $\gamma_{12}(\tau)$, jak i funkcja $\gamma(\tau)$ nazywane są zespolonymi stopniami koherencji. By te dwie funkcje można było odróżnić od siebie, $\gamma_{12}(\tau)$, powinniśmy raczej nazwać *zespolony stopień koherencji wzajemnej*, a $\gamma(\tau)$ *zespolonym stopniem koherencji własnej*. Jednak, ze względu na to, że w literaturze takie rozróżnienie nazw dokonywane jest sporadycznie, a rozróżnienie tych funkcji łatwo dokonać po stosowanych indeksach, obie funkcje będziemy dalej nazywać skrótowo jako zespolone stopnie koherencji.

Z nierówności Schwarz'a wynika, że [51, 161]:

$$|\Gamma_{12}(\tau)| \leq \sqrt{\Gamma_{11}(0)\Gamma_{22}(0)}, \quad (6.10)$$

a stąd, że:

$$0 \leq |\gamma_{12}(\tau)| \leq 1. \quad (6.11)$$

Korzystając z funkcji koherencji wzajemnej i zakładając, że promieniowanie w punkcie podziału P można traktować jako sygnał ergodyczny, zależność (6.2) otrzymujemy w postaci [161, 168, 170]:

$$I(Q, t) = I_1(Q, t) + I_2(Q, t) + 2\text{Re}[\Gamma_{12}(Q, \tau)], \quad (6.12)$$

gdzie $I_1(Q, t)$ i $I_2(Q, t)$ są natężeniami odpowiednio pierwszej i drugiej wiązki w punkcie Q, a $\Gamma_{12}(Q, \tau)$ jest funkcją koherencji wzajemnej interferujących wiązek w punkcie Q wzajemnie opróznionych o czas

$$\tau = \frac{l_2 - l_1}{c}. \quad (6.13)$$

Przy dalszej analizie wygodniej będzie, jeżeli równanie (6.12) przepisujemy w bardziej zwartej formie:

$$I = I_1 + I_2 + 2\text{Re}[\Gamma_{12}(\tau)], \quad (6.14)$$

gdzie $I = I(Q, t)$, $I_1 = I_1(Q, t)$, $I_2 = I_2(Q, t)$, $\Gamma_{12}(\tau) = \Gamma_{12}(Q, \tau)$.

Korzystając z definicji (6.9), zależność (6.14) można przekształcić do postaci:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \text{Re}[\gamma_{12}(\tau)], \quad (6.15)$$

gdzie $\gamma_{12}(\tau)$ jest zespolonym stopniem koherencji wiązek pochodzących z ramion interferometru w punkcie Q.

W wypadku promieniowania optycznie wąskopasmowego o częstotliwości środkowej ν_p , argument z $\gamma_{12}(\tau)$ wygodnie jest przedstawić w postaci [51, 161]:

$$\arg(\gamma_{12}(\tau)) = \alpha_{12}(\tau) - 2\pi\nu_p\tau. \quad (6.16)$$

Wówczas:

$$\gamma_{12}(\tau) = |\gamma_{12}(\tau)| \exp[-j(2\pi\nu_p\tau - \alpha_{12}(\tau))]. \quad (6.17)$$

Można wykazać, że jeżeli promieniowanie optyczne jest wąskopasmowe, to zarówno $|\gamma_{12}(\tau)|$, jak i $\alpha_{12}(\tau)$ są funkcjami wolnozmiennymi w porównaniu z członem $\exp(-j2\pi\nu_p\tau)$ [161]. Podstawiając równanie (6.17) do (6.15), otrzymamy:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}(\tau)| \cos(2\pi\nu_p\tau - \alpha_{12}(\tau)). \quad (6.18)$$

Z zależności (6.18) wynika, że kiedy $|\gamma_{12}(\tau)|$ przyjmuje wartość zero, natężenie dwóch interferujących wiązek będzie równe sumie ich natężeń; w przeciwnym razie prócz tej sumy pojawia się trzeci składnik o przebiegu kosinusoidalnym ze zmodulowaną obwiednią proporcjonalną do $|\gamma_{12}(\tau)|$.

Bardzo ważnym parametrem w interferometrii jest *widzialność prążków* (zwanym też czasami kontrastem prążków) interferencyjnych \mathcal{V} . Definiuje się go jako [51, 161, 274, 319, 362]:

$$\mathcal{V} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (6.19)$$

gdzie I_{\max} i I_{\min} są odpowiednio największą i najmniejszą wartością natężenia I interferujących ze sobą wiązek promieniowania optycznego w sytuacji, gdy zmieniane jest względne opóźnienie interferujących wiązek τ .

Istnieje bezpośredni związek między widzialnością prążków \mathcal{V} a natężeniami wiązek I_1 i I_2 oraz modulem zespolonego stopniem koherencji $\gamma_{12}(\tau)$, mianowicie [362]:

$$\mathcal{V} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} |\gamma_{12}(\tau)|, \quad (6.20)$$

który pokazuje, że widzialność prążków jest proporcjonalna do modułu zespolonego stopnia koherencji. W wypadku gdy $I_1 = I_2$,

$$\mathcal{V} = |\gamma_{12}(\tau)|. \quad (6.21)$$

Jeżeli promieniowanie optyczne częściowo koherentne potraktujemy jako sumę promieniowania całkowicie spójnego o natężeniu I_{coh} i niespójnego o natężeniu I_{incoh} , wówczas za pomocą $|\gamma_{12}(\tau)|$ można określić stosunek tych natężeń, mianowicie [51]:

$$\frac{I_{\text{coh}}}{I_{\text{incoh}}} = \frac{|\gamma_{12}(\tau)|}{1 - |\gamma_{12}(\tau)|}. \quad (6.22)$$

Ponieważ na początku założyliśmy, że promieniowanie optyczne rozchodzi się w ośrodkach, w których nie występuje dyspersja oraz zmienne w funkcji długości fali tłumienie, zespolony stopień koherencji wzajemnej interferujących wiązek będzie równy zespolonemu stopniowi koherencji własnej promieniowania w punkcie P, to jest [463]:

$$\gamma_{12}(\tau) = \gamma(\tau). \quad (6.23)$$

Dla promieniowania optycznie wąskopasmowego, podobnie jak $\gamma_{12}(\tau)$ (patrz zależność (6.17)), $\gamma(\tau)$ wygodnie jest zapisać w postaci:

$$\gamma(\tau) = |\gamma(\tau)| \exp[-j(2\pi\nu_p\tau - \alpha(\tau))], \quad (6.24)$$

gdzie zarówno $|\gamma(\tau)|$, jak i $\alpha(\tau)$ są funkcjami wolnozmiennymi w porównaniu z członem $\exp(-j2\pi\nu_p\tau)$.

Podstawiając zależność (6.23) do (6.15), otrzymamy:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \operatorname{Re}[\gamma(\tau)], \quad (6.25)$$

a następnie, podstawiając zależność (6.24) do (6.25), otrzymamy

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma(\tau)| \cos(2\pi\nu_p\tau - \alpha(\tau)). \quad (6.26)$$

Z zależności (6.26) wynika, że dla $|\tau|$ dużo większego od czasu koherencji promieniowania τ_c w punkcie P, kiedy to $|\gamma(\tau)|$ przyjmuje wartość zero, natężenie dwóch interferujących wiązek będzie równe sumie ich natężeń; w przeciwnym razie prócz tej sumy pojawia się trzeci składnik o przebiegu kosinusoidalnym ze zmodulowaną obwiednią proporcjonalną do $|\gamma(\tau)|$. Pamiętajmy, że zależność (6.26) otrzymano, kiedy obowiązuje zależność (6.23) – to jest przy założeniu, że promieniowanie optyczne rozchodzi się w ośrodkach, w których nie występuje zjawisko dyspersji lub zmienne w funkcji długości fali tłumienie. Jeżeli założenie to nie jest spełnione, wówczas natężenie dwóch interferujących wiązek opisywane jest nie zależnością (6.26), ale zależnością (6.15). Dokładniejsza analiza wpływu tych zjawisk na interferencję w dziedzinie czasu jest bardzo kłopotliwa i wymaga odwołania się do analizy w dziedzinie częstotliwości przedstawionej w następnym punkcie.

6.3. Analiza interferometrii niskokoherentnej w dziedzinie częstotliwości

Podobnie jak to miało miejsce w analizie w dziedzinie czasu, przeanalizujemy interferencję dwóch wiązek promieniowania optycznego o tej samej polaryzacji w interferometrze z podziałem amplitudy (np. w interferometrze Michelsona pokazanym na rys. 6.1) z pominięciem na początku wpływu dyspersji i zmiennego w funkcji długości fali tłumienia ośrodków, w których propagują wiązki. W tym wypadku zaczniemy analizę od znajomości odwrotnych transformat Fouriera $u(\mathbf{r}, \nu)$ skalarne go sygnału analitycznego $U(\mathbf{r}, t)$ funkcji falowej $\mathcal{U}(\mathbf{r}, t)$ (patrz zależność (2.57), pomijając indeksy i , gdyż opisujemy tu pola skalarne, a nie wektorowe).

Uśredniony kwadrat modułu transformaty Fouriera sygnału analitycznego $U(\mathbf{r}, t)$ w punkcie P w przedziale od ν do $\nu + d\nu$ (to jest $\langle |u(\nu)|^2 \rangle d\nu$) jest *gęstością widmową energii* przypadającej na jednostkę powierzchni. Wymiarem wielkości $\langle |u(\nu)|^2 \rangle$ w układzie SI jest $\text{J}/(\text{Hz}\cdot\text{m}^2)$. Posługiwanie się gęstością widmową energii dla źródeł o działaniu ciągłym jest niewygodne, gdyż często są to źródła o nieograniczonej energii (do tej klasy należą na przykład źródła stacjonarne, a co za tym idzie i ergodyczne), dla których, jak powszechnie wiadomo, transformata Fouriera nie istnieje (funkcja podcałkowa w (2.57) nie jest całkowalna w przedziale od $-\infty$ do ∞ w sensie Lebesgue'a). Dlatego wygodniej jest zdefiniować dla tych źródeł *gęstość widmową mocy* $S(\nu)$ przypadającej na jednostkę powierzchni, o wymiarze $\text{W}/(\text{Hz}\cdot\text{m}^2)$ w układzie SI. W tym celu definiuje się najpierw funkcję $U_T(t)$, której wartość równa jest wartości sygnału analitycznego $U(t)$ dla czasu $-T/2 \leq t \leq T/2$ (to jest w oknie czasowym o czasie trwania T) i zero poza tym oknem, czyli:

$$U_T(t) = \begin{cases} U(t), & \text{gd}y |t| \leq T/2 \\ 0, & \text{gd}y |t| > T/2 \end{cases}, \quad (6.27)$$

następnie liczymy odwrotną transformatę Fouriera $u_T(v)$ z funkcji $U_T(t)$, czyli:

$$u_T(v) = \int_{-\infty}^{\infty} U_T(t) \exp(j2\pi vt) dt. \quad (6.28)$$

Ponieważ czas trwania T jest ograniczony, średnia gęstość widmowa energii $\langle |u_T(v)|^2 \rangle$ funkcji $U_T(t)$ jest też ograniczona. Dzieliąc średnią gęstość widmową energii $\langle |u_T(v)|^2 \rangle$ przez czas trwania T , otrzymujemy średnią gęstość widmową mocy $\langle S_T(v) \rangle$ funkcji $U_T(t)$, to znaczy:

$$\langle S_T(v) \rangle = \frac{\langle |u_T(v)|^2 \rangle}{T}. \quad (6.29)$$

Gęstość widmową mocy $S(v)$ funkcji falowej $u(t)$ można zdefiniować jako granicę gęstości widmowej mocy $\langle S_T(v) \rangle$, gdy czas trwania okna czasowego T dąży do nieskończoności, to jest [161, 168, 170, 274, 362]:

$$S(v) = \lim_{T \rightarrow \infty} \langle S_T(v) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle |u_T(v)|^2 \rangle. \quad (6.30)$$

Zwróćmy uwagę, że tak zdefiniowana gęstość spełnia zależność:

$$S(v) = 0, \text{ gdy } v < 0, \quad (6.31)$$

gdyż $u_T(v)$, podobnie jak $u(v)$, przyjmuje wartość zero dla $v < 0$ (patrz zależność (2.55)). Zgodnie z twierdzeniem Parsewala, średnie w czasie natężenie promieniowania optycznego w punkcie P wynosi [161, 168, 170, 274, 362]:

$$\langle I(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} S(v) dv = \int_0^{\infty} S(v) dv. \quad (6.32)$$

Znając zależność (6.31), w (6.32) mogliśmy ograniczyć dolny zakres całkowania z $-\infty$ na 0.

Dla dwóch interferujących wiązek można zdefiniować *wzajemną gęstość widmową mocy* $S_{12}(v)$ przypadającej na jednostkę powierzchni dwóch interferujących ze sobą wiązek. W tym celu znajdowane są funkcje $u_{T1}(v)$ i $u_{T2}(v)$ zgodnie z zależnością (6.28), gdzie liczby 1 i 2 oznaczają, że funkcje te wyznaczone są dla wiązek odpowiednio pierwszej i drugiej. Na podstawie tych funkcji wyznaczyć można średnią gęstość widmową mocy $\langle S_{T12}(v) \rangle$, zdefiniowaną jako:

$$\langle S_{T12}(v) \rangle = \frac{\langle u_{T1}(v) u_{T2}^*(v) \rangle}{T}, \quad (6.33)$$

na podstawie której definiujemy *wzajemną gęstość widmową mocy*:

$$S_{12}(v) = \lim_{T \rightarrow \infty} \langle S_{T12}(v) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle u_{T1}(v) u_{T2}^*(v) \rangle, \quad (6.34)$$

przypadającą na jednostkę powierzchni.

Do dalszej analizy wygodnie będzie zdefiniować znormalizowaną gęstość widmową wzajemną:

$$s_{12}(\nu) = \frac{S_{12}(\nu)}{\sqrt{S_{11}(\nu)S_{22}(\nu)}}, \quad (6.35)$$

zwaną *spektralnym stopniem koherencji wzajemnej*, gdzie $S_{11}(\nu)$ i $S_{22}(\nu)$ oznaczają gęstości widmowe mocy odpowiednio pierwszej i drugiej wiązki dla częstotliwości ν .

Podobnie jak zespolony stopień koherencji wzajemnej (porównaj z wyrażeniem (6.11)), spektralny stopień koherencji wzajemnej spełnia zależność:

$$0 \leq |s_{12}(\nu)| \leq 1. \quad (6.36)$$

W analizie sygnałów ergodycznych w dziedzinie czasu zdefiniowane były funkcje koherencji własnej $\Gamma(\tau)$ i wzajemnej $\Gamma_{12}(\tau)$. Okazuje się, że na podstawie teorii Wienera-Khintchine'a istnieją ścisłe związki między tymi współczynnikami a odpowiednio gęstością widmową mocy $S(\nu)$ i wzajemną gęstością widmową mocy $S_{12}(\nu)$ [51, 161, 274, 362]:

$$\Gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\nu) \exp(-j2\pi\nu\tau) d\nu, \quad (6.37)$$

$$\Gamma_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{12}(\nu) \exp(-j2\pi\nu\tau) d\nu. \quad (6.38)$$

Z równań (6.37) i (6.38) wynika, że:

$$S(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\tau) \exp(j2\pi\nu\tau) d\tau, \quad (6.39)$$

$$S_{12}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_{12}(\tau) \exp(j2\pi\nu\tau) d\tau. \quad (6.40)$$

Widzimy więc, że funkcje $\Gamma(\tau)$ i $S(\nu)$ oraz $\Gamma_{12}(\tau)$ i $S_{12}(\nu)$ są wzajemnie związane parami transformat Fouriera: odwrotną i prostą (aby to pokazać w zależnościach (6.37) i (6.38) dolną granicę całkowania zmieniono z 0 na $-\infty$, pamiętając, że $S(\nu) = 0$ i $S_{12}(\nu) = 0$, gdy $\nu < 0$).

Jak pokazała analiza w poprzednim punkcie, interferencja dwóch wiązek opisywana była za pomocą funkcji koherencji $\Gamma(\tau)$ i $\Gamma_{12}(\tau)$. W dalszej analizie interferometrów dwuwiązkowych w dziedzinie częstotliwości dla wygody używane będą gęstości $S(\nu)$ i $S_{12}(\nu)$, definiowane na podstawie znajomości sygnałów analitycznych $U(\mathbf{r}, t)$ (patrz zależności (6.30) i (6.34)).

W analizie interferometrii w dziedzinie częstotliwości wygodnym parametrem opisującym właściwości promieniowania optycznego jest także *znormalizowana gęstość widmowa* $s(\nu)$, definiowana jako [274]:

$$s(\nu) = \frac{S(\nu)}{\int_{-\infty}^{\infty} S(\nu) d\nu}. \quad (6.41)$$

Z definicji (6.41) wynika, że:

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(\nu) d\nu = 1. \quad (6.42)$$

Podstawiając równanie (6.39) do (6.41) i korzystając z definicji (6.4), łatwo zauważyć, że znormalizowaną gęstością widmową $s(\nu)$ jest odwrotna transformata Fouriera zespolonego stopnia koherencji $\gamma(\tau)$, czyli:

$$s(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(\tau) \exp(j2\pi\nu\tau) d\tau. \quad (6.43)$$

Z równania (6.43) wynika, że znając znormalizowaną gęstość widmową, zespolony stopień koherencji $\gamma(\tau)$ możemy policzyć jako prostą transformatę Fouriera tej gęstości, czyli:

$$\gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\nu) \exp(-j2\pi\nu\tau) d\nu. \quad (6.44)$$

W analizie w dziedzinie czasu ważnym parametrem był czas koherencji τ_c promieniowania optycznego (patrz definicja (6.6)). W dziedzinie częstotliwości odpowiednikiem czasu koherencji jest *szerokość widmowa* ν_c , definiowana jako [362]:

$$\nu_c = \frac{\left[\int_0^{\infty} S(\nu) d\nu \right]^2}{\int_{-\infty}^{\infty} S^2(\nu) d\nu}, \quad (6.45)$$

lub jako [274]

$$\nu_c = \frac{1}{\int_0^{\infty} s^2(\nu) d\nu}. \quad (6.46)$$

Korzystając z zależności (6.41), łatwo pokazać, że obie powyższe definicje ν_c są równoważne.

Zaletą definicji czasu koherencji τ_c przez zależność (6.6) i szerokości widmowej ν_c przez zależności (6.45) lub (6.46) jest to, że niezależnie od charakterystyki widmowej promieniowania wielkości te powiązane są zależnością:

$$\tau_c \nu_c = 1, \quad (6.47)$$

co można wykazać, korzystając z teorii Parsewala [274].

Inną, często stosowaną definicją szerokości widmowej jest *średniokwadratowa szerokość widmowa* [51, 274]:

$$\nu_c' = \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} (\nu - \nu_m)^2 S^2(\nu) d\nu}{\int_0^{\infty} S^2(\nu) d\nu}}, \quad (6.48)$$

promieniowania optycznego, gdzie ν_m jest *częstotliwością średnią* promieniowania optycznego definiowaną jako:

$$v_m = \frac{\int_0^{\infty} v S^2(v) dv}{\int_0^{\infty} S^2(v) dv}. \quad (6.49)$$

Korzystając z teorii Parsevala, można wykazać, że między średniokwadratowym czasem koherencji i średniokwadratową szerokością widmowa zachodzi zależność [51, 274]:

$$\tau_c' v_c' \geq \frac{1}{4\pi}. \quad (6.50)$$

Przedstawione do tego miejsca „całkowe” definicje czasu koherencji w poprzednim punkcie i szerokości widmowej w tym punkcie, chociaż najczęściej spotykane, nie wyczerpują wszystkich, jakie można spotkać w literaturze przedmiotu. Przykładem mogą być definicje oparte na spadku amplitudy, widzialności prążków interferencyjnych, natężenia promieniowania w funkcji częstotliwości itp. o zadaną wartość (np. dwukrotną, e-krotną, e²-krotną). Tego typu „progowe” definicje mają tę zaletę w stosunku do „całkowych”, że mając dane pomiarowe, łatwiej z nich można wyznaczyć czas koherencji lub szerokość widmową źródła. Wadą „progowych” definicji jest natomiast to, że trudniej je stosować wobec sygnałów mocno zaszumionych („całkowe” definicje są dokładniejsze) oraz że brak jest tak prostych zależności między czasem koherencji a szerokością widma, jakimi są (6.47) lub (6.50). Przykładem „progowej” definicji czasu koherencji jest czas $\tau_{c1/2}$, po którym widzialność prążków interferencyjny \mathcal{V} maleje dwukrotnie. Stosowanie czasu koherencji według tej definicji można spotkać np. w pracach [351, 375]. W tym miejscu warto wprowadzić szerokość modułu zespolonego stopnia koherencji $\Delta\tau_{FWHM} = 2\tau_{c1/2}$, określającą szerokość przedziału ograniczonego dwiema wartościami czasu τ , dla których $|\gamma(\tau)| = 1/2$ (pamiętajmy, że widoczność prążków interferencyjnych \mathcal{V} jest proporcjonalna do $|\gamma(\tau)|$ – patrz zależność (6.20)). Opierając się na tym samym kryterium spadku kontrastu prążków, często definiujemy zdolność rozdzielczą interferometrów, w tym interferometrów stosowanych w koherentnej tomografii optycznej [54]. W literaturze można często spotkać się z szerokością widmową $\Delta\nu_{FWHM}$ określaną jako różnica częstotliwości, dla której gęstość widmowa mocy spada dwukrotnie (np. w pracach [161, 362]). Można wykazać, że dla źródeł promieniowania optycznego o typowych widmach czasy koherencji τ_c i τ_c' i szerokości widm ν_c i ν_c' są do siebie zbliżone [273]. Jednakże w niektórych wypadkach, kiedy widmo źródła ma bardziej skomplikowany rozkład, definicje (6.6) i (6.7) mogą prowadzić do wyników różniących się znacznie od siebie [274]. Innym wypadkiem, w których τ_c i τ_c' różnią się w sposób skrajny, jest widmo o charakterystyce prostokątnej, dla którego τ_c jest wielkością skończoną, a τ_c' osiąga wartość nieskończoną.

Dokonując transformaty Fouriera lewej i prawej strony równania (6.18), po odpowiednich przekształceniach i przy uwzględnieniu zależności (6.35) i (6.38) otrzymamy [274]:

$$S(\nu) = S_{11}(\nu) + S_{22}(\nu) + 2\sqrt{S_{11}(\nu) \cdot S_{22}(\nu)} |S_{12}(\nu)| \cos[\beta_{12}(\nu) - \alpha(\nu)], \quad (6.51)$$

gdzie:

$$\beta_{12}(\nu) = \arg[S_{12}(\nu)], \quad (6.52)$$

$$\alpha(\nu) = 2\pi\nu\tau, \quad (6.53)$$

czyli $\alpha(\nu)$ jest różnicą faz interferujących wiązek o częstotliwości ν .

Równanie (6.51) opisuje interferencję widmową wiązek o dowolnym stanie koherencji. Pokazuje ono także to, że (poza szczególnymi wyjątkami) gęstość widmowa $S(\nu)$ różni się od sumy gęstości widmowych $S_{11}(\nu)$ i $S_{22}(\nu)$ promieniowania optycznego interferujących wiązek, jeżeli widmowy stopień koherencji $s_{12}(\nu)$ jest różny od zera. Oczywiście spektralny stopień koherencji wzajemnej $s_{12}(\nu)$ (patrz zależność (6.35)) i zespolony stopień koherencji $\gamma_{12}(\tau)$ (patrz zależność (6.9)) są ze sobą związane [142, 461], jednakże związki te nie będą dalej omawiane.

Dla sygnałów o ograniczonej energii sygnał analityczny $U(t)$ mógł być przedstawiony w postaci sumy sygnałów o amplitudach reprezentowanych przez funkcje $u(\nu)$, których kwadrat modułu jest energią sygnału analitycznego przypadającą na przedział częstotliwości od ν do $\nu + d\nu$ (całka z $|u(\nu)|^2$ po wszystkich możliwych częstotliwościach zgodnie z twierdzeniem Parsewala jest całkowitą energią sygnału). Znając funkcje $u(\nu)$ dla kilku sygnałów, można łatwo dla dowolnej częstotliwości analizować zjawisko interferencji poprzez ich sumowanie. Jednak, jak już wcześniej wspomniano, w wypadku sygnałów stacjonarnych nie da się wyznaczyć odwrotnej transformaty Fouriera sygnału analitycznego, a więc zastosowania tej techniki. Dlatego w oparciu o funkcję $u_T(\nu)$ (patrz zależność (6.28)) wygodnie jest zdefiniować nową funkcję:

$$V_T(\nu) = \frac{1}{\sqrt{T}} u_T(\nu), \quad (6.54)$$

której kwadrat modułu przypadający na przedział częstotliwości od ν do $\nu + d\nu$ będzie proporcjonalny do mocy sygnału analitycznego $U_T(t)$ (całka z $|V_T(\nu)|^2$ po wszystkich częstotliwościach jest całkowitą mocą sygnału $U_T(t)$).

Na podstawie $V_T(\nu)$ zdefiniujemy funkcję:

$$V(\nu) = \lim_{T \rightarrow \infty} V_T(\nu). \quad (6.55)$$

Podstawiając funkcję $u_T(\nu)$ wyznaczoną z zależności (6.54) do (6.30) i korzystając z definicji (6.55), otrzymamy:

$$\begin{aligned} S(\nu) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle |u_T(\nu)|^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \langle u_T(\nu) u_T^*(\nu) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \langle V_T(\nu) V_T^*(\nu) \rangle = \\ &= V(\nu) V^*(\nu) = |V(\nu)|^2. \end{aligned} \quad (6.56)$$

Widzimy więc, że $V(\nu)$ można traktować jako amplitudę zespoloną sygnału, którego kwadrat modułu równy jest gęstości widmowej mocy (czyli jest proporcjonalny do mocy sygnału analitycznego przypadającej na przedział częstotliwości od ν do $\nu + d\nu$).

Analogicznie, znając amplitudy zespolone dwóch sygnałów: $V_1(\nu)$ i $V_2(\nu)$, można obliczyć wzajemną gęstość widmową mocy tych sygnałów:

$$S_{12}(\nu) = V_1(\nu) V_2^*(\nu). \quad (6.57)$$

Przeanalizujmy w tym miejscu wpływ dyspersji lub tłumienia promieniowania w ramionach interferometru (będzie to zmodyfikowana analiza w stosunku do pracy [456], w której to w obu ramionach interferometru występowały ośrodki o identycznej dyspersji). Jak widać z równania (6.51), wielkość $|s_{12}(\nu)|$ określa widzialność prążków o danej częstotliwości. Można ją niekiedy w stosunkowo prosty sposób wyznaczyć, znając konfigurację interferometru. Załóżmy na przykład, że analizujemy interferencję wiązek w interferometrze Michelsona (lub Mach-Zehndera) o różnych długościach i tłumieniu ramion, w których stała propagacji na skutek dyspersji zmienia się wraz z częstotliwością. Przy takim założeniu amplitudy zespolone w obu ramionach można zapisać w postaci:

$$\begin{cases} V_1(\nu) = V_P(\nu)T_1(\nu)\exp[jl_1\beta_1(\nu)] \\ V_2(\nu) = V_P(\nu)T_2(\nu)\exp[jl_2\beta_2(\nu)] \end{cases} \quad (6.58)$$

gdzie: $V_1(\nu)$ i $V_2(\nu)$ są amplitudami zespolonymi o częstotliwości ν sygnałów analitycznych (patrz zależność (6.55)) pochodzących odpowiednio z pierwszego i drugiego ramienia, $V_P(\nu)$ jest amplitudą zespoloną sygnału analitycznego na wejściu interferometru (to jest w punkcie P tuż przed podziałem wiązki padającej na element światłdzielący – patrz rys. 6.1), $T_1(\nu)$ i $T_2(\nu)$ są widmowymi współczynnikami transmisji promieniowania optycznego odpowiednich ramion interferometru, $\beta_1(\nu)$ i $\beta_2(\nu)$ są stałymi propagacji w tych ramionach, a l_1 i l_2 są ich długościami geometrycznymi (długości te są w interferometrze Michelsona dwa razy większe niż odległości między punktem P i lustrami).

Wówczas zespolona amplituda $V(\nu)$ dla częstotliwości ν na wyjściu interferometru przyjmie postać:

$$V(\nu) = V_1(\nu) + V_2(\nu), \quad (6.59)$$

Stąd na wyjściu interferometru gęstość widmowa wynosi:

$$S(\nu) = |V_1(\nu) + V_2(\nu)|^2 = |V_1(\nu)|^2 + |V_2(\nu)|^2 + 2\text{Re}[V_1(\nu)V_2^*(\nu)]. \quad (6.60)$$

Korzystając z zależności (6.56) i (6.57), z (6.60) otrzymamy równanie:

$$S(\nu) = S_1(\nu) + S_2(\nu) + 2\text{Re}[S_{12}(\nu)] \quad (6.61)$$

opisujące gęstość widmową mocy na wyjściu interferometru, gdy analizowany jest on w dziedzinie częstotliwości, gdzie: $S_1(\nu)$ i $S_2(\nu)$ są gęstościami widmowymi mocy wiązek pochodzących z odpowiednio z pierwszego i drugiego ramienia interferometru, a $S_{12}(\nu)$ wzajemną gęstością widmową mocy tych wiązek w miejscu, gdzie obserwowana jest interferencja (to jest w punkcie Q – patrz rys. 6.1).

Widzimy tu analogię do równania (6.14) opisującego interferencję dwóch wiązek w dziedzinie czasu, z którego wynika, że natężenie I różni się od sumy natężeń I_1 , I_2 tych wiązek, jeżeli funkcja koherencji wzajemnej $\Gamma_{12}(\tau)$ jest różna od zera. Należy zwrócić uwagę, że „natężeniowe” prawo interferencji (patrz zależność (6.14)) opisuje uśrednione natężenie sygnału interferencji tylko wiązek optycznie wąskopasmowych. Prawo interferencji „widmowej” (patrz zależność (6.61)) dotyczy zarówno interferencji wiązek optycznie wąskopasmowych, jak i szerokopasmowych. Przy analizie interferencji wiązek optycznie szerokopasmowych „natężeniowe” prawo interferencji, poza nielicznymi wyjątkami, nie zostało bezpośrednio sformułowane. Natężenie promieniowania dla wiązek optycznie szerokopasmowych można na szczęście stosunkowo łatwo znaleźć, opierając się na analizie widmowej, w wyniku której obliczona zostaje najpierw widmowa gęstość mocy, a w następnym kroku średnie natężenie promieniowania optycznego.

Zależność (6.61) możemy przekształcić dalej do postaci:

$$S(\nu) = S_0(\nu)[1 + |s_{12}(\nu)|\cos(\beta_2(\nu)l_2 - \beta_1(\nu)l_1)], \quad (6.62)$$

gdzie:

$$S_0(\nu) = S_P(\nu)[|T_1(\nu)|^2 + |T_2(\nu)|^2], \quad (6.63)$$

$$s_{12}(\nu) = 2 \frac{T_1(\nu)T_2^*(\nu)}{|T_1(\nu)|^2 + |T_2(\nu)|^2}, \quad (6.64)$$

a

$$S_P(\nu) = |V_P(\nu)|^2 \quad (6.65)$$

jest gęstością widmową mocy promieniowania optycznego na wejściu interferometru. Podstawiając równanie (6.61) do zależności (6.32), otrzymamy:

$$\langle I(t) \rangle = \int_0^{\infty} S_1(\nu) d\nu + \int_0^{\infty} S_2(\nu) d\nu + 2 \int_0^{\infty} \text{Re}[S_{12}(\nu)] d\nu = \langle I_1(t) \rangle + \langle I_2(t) \rangle + 2 \int_0^{\infty} \text{Re}[S_{12}(\nu)] d\nu. \quad (6.66)$$

Zależność ta pokazuje, jak znaleźć średnie natężenie promieniowania optycznie szerokopasmowego na wyjściu interferometru. Wychodząc z analizy interferencji dwóch wiązek w dziedzinie czasu dla promieniowania optycznie wąskopasmowego, z równania (6.14) otrzymamy:

$$\langle I(t) \rangle = \langle I_1(t) \rangle + \langle I_2(t) \rangle + 2\text{Re}[\Gamma_{12}(\tau)]. \quad (6.67)$$

Równanie (6.67) można przekształcić do innej postaci, całkując po częstotliwości ν lewą i prawą stronę równania (6.62). Otrzymamy wtedy [456]:

$$\langle I(t) \rangle = I_0 [1 + \gamma_{12}(\tau) \cos(2\pi\nu_p \tau)], \quad (6.68)$$

gdzie:

$$I_0 = I_p [|T_1(\nu)|^2 + |T_2(\nu)|^2], \quad (6.69)$$

a zespolony stopień koherencji interferujących wiązek na wyjściu interferometru:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{2}{I_0} \int_0^{\infty} |V_p(\nu)|^2 T_1(\nu) T_2^*(\nu) \exp(-j2\pi\nu\tau) d\nu. \quad (6.70)$$

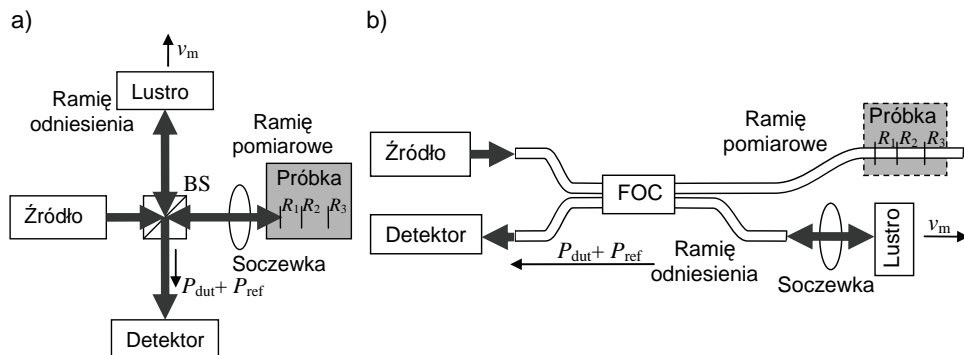
Przedstawione w tym punkcie zależności pozwalają określić gęstość widmową mocy dwóch interferujących wiązek promieniowania optycznego w zależności od gęstości widmowej źródła, dyspersji ośrodków, w których propagowały interferujące wiązki, i ich współczynników transmisji w funkcji częstotliwości oraz różnicy dróg optycznych wiązek między źródłem a miejscem obserwacji (detektorem) – patrz zależność (6.62). Pokazano też, jak na podstawie uzyskanej gęstości widmowej mocy interferujących wiązek można wyznaczyć natężenie promieniowania $I(t)$ oraz jak znaleźć zespolony stopień koherencji $\gamma_{12}(\tau)$ (patrz zależność (6.70)), potrzebny przy analizie interferencji w dziedzinie czasu, wiązek propagujących w ośrodkach dyspersyjnych lub w tych, w których współczynnik transmisji zależy od częstotliwości promieniowania optycznego.

6.4. Optyczna reflektometria niskokoherentna

6.4.1. Wprowadzenie

Podstawową koherentną metodą pomiarową ośrodków silnie rozpraszających jest *optyczna reflektometria niskokoherentna* (ang. *optical low-coherence reflectometry* – OLCR), oparta na interferometrii niskokoherentnej. Na tej metodzie opiera się zasada działania wszystkich, przedstawionych w dalszej części pracy, optycznych tomografów koherentnych. Metoda OLCR charakteryzuje się szerokim zakresem dynamiki pomiarów, dużą rozdzielczością przestrzenną i względnie prostą budową. Optyczne reflektometry niskokoherentne mogą być wykonane zarówno w technice objętościowej (patrz rys. 6.2a), jak i światłowodowej (patrz rys. 6.2b). Promieniowanie optyczne ze źródła niskokoherentnego (to jest o krótkim czasie koherencji τ_c – patrz definicja (6.6)) jest rozdzielane za pomocą dzielnika wiązki lub sprzągacza optycznego na dwie wiązki kierowane do ramion pomia-

rowego i odniesienia. Po odbiciu od niejednorodności R_i w badanym obiekcie (próbce), znajdującym się na końcu ramienia pomiarowego, i od ruchomego lustra umieszczonego na końcu ramienia pomiarowego, promieniowanie z obu ramion interferometru kierowane jest do detektora, na powierzchni którego ulega interferencji.



Rys. 6.2. Reflektometr optyczny: a) wykonany w technice objętościowej, b) wykonany w technice światłowodowej. BS – optyczny dzielnik wiązki (ang. *beam splitter*), FOC – sprzęgacz światłowodowy (ang. *fiber optic coupler*), P_{dut} , P_{ref} – moce promieniowania optycznego pochodzącego z ramion pomiarowego i odniesienia, v_m – prędkość przesuwu lustra

Za powstanie prążków interferencyjnych na wyjściu interferometru odpowiedzialna jest składowa promieniowania powstała z interferencji. Jest ona opisana ostatnią składową po prawej stronie równania (6.14) – gdy praca interferometru analizowana jest w dziedzinie czasu, lub równania (6.61) – gdy praca interferometru analizowana jest w dziedzinie częstotliwości. Widzialność prążków interferencyjnych (patrz punkt 6.2) zmienia się wraz z różnicą dróg optycznych $\Delta L = L_1 - L_2$, gdzie L_1 i L_2 są długościami dróg optycznych, jakie pokonało promieniowanie w ramionach odpowiednio pomiarowym i odniesienia. Powszechnie przyjmuje się, że prążki te występują przy detekcji w dziedzinie czasu jedynie wtedy, gdy $|\Delta L| < L_c$, gdzie L_c jest *długością koherencji* L_c promieniowania wychodzącego ze źródła (przyjęto tutaj nazwę za [161]; w literaturze polskojęzycznej długość koherencji nazywana jest też czasem drogą koherencji lub też długością drogi koherencji), definiowaną jako:

$$L_c = c_0 \tau_c, \quad (6.71)$$

gdzie c_0 jest prędkością światła w próżni.

Należy jednak zaznaczyć, że warunek $|\Delta L| < L_c$ występowania prążków interferencyjnych jest warunkiem przybliżonym dla większości źródeł promieniowania optycznego. Istnieje także wiele źródeł, dla których znalezienie warunku występowania prążków na podstawie porównania ΔL z L_c jest bardzo utrudnione lub czasem niemożliwe. Najprostszym przykładem jest laser, w którym wzbudzają się dwa tryby o różnych częstotliwościach (przykład ten pochodzi z książki [249]). W wypadku zastosowania takiego źródła w interferometrze, widzialność prążków interferencyjnych w funkcji ΔL jest funkcją okresową. W funkcji tej istnieją takie wartości ΔL , dla której widzialność ta spada do zera, by następnie w miarę zwiększania $|\Delta L|$ ponownie widzialność przybierała wartości niezerowe. Łatwo sprawdzić, że moduł zespolonego stopnia koherencji takiego źródła jest również funkcją okresową, a L_c dąży do nieskończoności.

Ponieważ w reflektometrii rejestrowany jest sygnał optyczny pochodzący ze wstecznego rozpraszania od niejednorodności znajdujących się w różnych odległościach od dzielnika wiązki lub sprzęgacza światłowodowego (patrz rys. 6.2), ważnym parametrem interferometru jest jego przestrzenna zdolność rozdzielcza Δz . W reflektometrii wyróżniamy *zdolność rozdzielczą jednopunktową* i *dwupunktową*. Jednopunktowa zdolność rozdzielcza mówi nam, z jaką rozdzielczością możemy określić położenie niejednorodności w sytuacji, gdy ewentualne inne niejednorodności są oddalone od niej o odległość optyczną (równą odległości geometrycznej pomnożonej przez współczynnik załamania światła ośrodka, w którym występują te niejednorodności) znacznie większą od L_c . Natomiast zdolność rozdzielcza dwupunktowa określa minimalną odległość między dwiema niejednorodnościami, przy której system pomiarowy jest w stanie je rozróżnić (zdolność ta zazwyczaj definiowana jest przy jednakowym współczynniku odbicia od tych niejednorodności). Zdolność ta zależy od rozkładów gęstości widmowej mocy wiązek promieniowania optycznego pochodzących z ramion interferometru, dochodzących do detektora. Można ją zdefiniować jako odległość między dwoma punktami, dla których kontrast prążków interferencyjnych sygnału optycznego pochodzący od danej niejednorodności spada do połowy [89], czyli w wypadku wykorzystania w reflektometrze niskokoherentnym interferometru Michelsona tak definiowana zdolność rozdzielcza

$$\Delta z_{\text{FWHM}} = \frac{1}{2} \frac{\Delta \tau_{\text{FWHM}} c_0}{n_g}, \quad (6.72)$$

gdzie występowanie współczynnika $\frac{1}{2}$ z prawej strony tego równania podyktowane jest tym, że w interferometrze Michelsona zmiana długości optycznej ramienia interferometru o zadaną wartość powoduje dwukrotnie większą zmianę drogi optycznej, jaką musi w nim pokonać promieniowanie. W systemach OCT Δz_{FWHM} nazywana jest *podłużną zdolnością rozdzielczą* (dwupunktową) układu pomiarowego.

Generalnie można stwierdzić, że im mniejszy będzie czas koherencji τ_c (a zatem im mniejszy będzie parametr $\Delta \tau_{\text{FWHM}}$, tym większa będzie zdolność rozdzielcza Δz_{FWHM} . Należy jednak zauważyć, że przy tym samym τ_c zdolności te mogą się od siebie nieco różnić (np. reflektometr ze źródłem, którego promieniowanie ma eksponencjalny rozkład widma, ma nieco lepszą zdolność rozdzielczą Δz_{FWHM} niż ze źródłem, którego promieniowanie ma rozkład gaussowski). Jednak samo kierowanie się zdolnością rozdzielczą uzyskiwaną przy danym źródle promieniowania przy badaniach materiałów silnie rozpraszających może być bardzo zwodnicze, ponieważ poziomy sygnałów pochodzących z różnych centrów rozpraszania bardzo często różnią się między sobą. Należy także brać pod uwagę szybkość spadku współczynnika kontrastu prążków interferencyjnych wraz z rosnącą różnicą długości dróg optycznych ΔL , z jaką pokonuje promieniowanie optyczne w ramionach interferometru. Szybkość tę można ocenić na podstawie spadku modułu zespolonego stopnia koherencji promieniowania wraz ze wzrostem modułu τ . Jeżeli przykładowo $\Delta L = 2L_c$, wówczas dla promieniowania o eksponencjalnym i gaussowskim rozkładzie widmowym współczynniki kontrastu wynoszą odpowiednio około 9% i około 0,17% wartości maksymalnej, występującej dla $\Delta L = 0$. W wypadku zastosowania promieniowania o prostokątnej charakterystyce widmowej współczynnik ten wykazuje na dodatek oscylacje, które są przyczyną powstawania tak zwanych *listków bocznych* (ang. *side lobes*) w sąsiedztwie sygnału pochodzącego od pojedynczej niejednorodności. Listki te mogą maskować sygnały pochodzące od innych niejednorodności oraz w znacznym stopniu utrudniają interpretację wyników pomiarowych uzyskanych za pomocą reflektometru. W badaniach ośrodków silnie rozpraszających, z uwagi na bardzo szybki (w porównaniu z innymi rozkładami) spadek współ-

czynnika kontrastu prążków interferencyjnych wraz ze wzrostem ΔL , najbardziej pożądane w reflektometrze jest źródło promieniowania o gaussowskim rozkładzie widmowym.

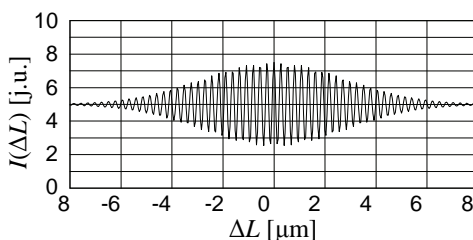
6.4.2. Przetwarzanie sygnału wyjściowego w dziedzinie czasu

Przetwarzanie sygnału optycznego w dziedzinie czasu wykorzystuje fakt, że zmieniając względne opóźnienie τ , zmieniamy natężenie promieniowania optycznego na wyjściu interferometru (patrz rys. 6.3) – co było opisane równaniami (6.15) i (6.18). W wypadku występowania wielu odbić zespolony stopień koherencji $\gamma_{12}(\tau)$ interferujących wiązek znacznie odbiegać będzie od tej funkcji dla pojedynczego odbicia. Przy wielu odbiciach zmiany natężenia I , powodowane pojawieniem się prążków interferencyjnych, mogą występować w znacznie szerszym przedziale czasu τ niż czas koherencji promieniowania wychodzącego ze źródła τ_c ; co więcej funkcja $I(\tau)$ może mieć wiele maksimumów związanych z występowaniem wielu centrów rozpraszania powodujących różne opóźnienia τ . Jeżeli w przedziale, dla którego $\Delta L = \pm L_c$, znajduje się centrum rozpraszania, wówczas w sygnale wyjściowym z detektora i_{det} oprócz składowej stałej i_{dc} (powstałej w wyniku oddziaływania na detektor składowych stałych promieniowania, niezależnych od ΔL) i składowej i_n , związanej z szumami układu, pojawi się składowa zmienna i_s (pochodząca od prążków interferencyjnych), mianowicie:

$$i_{\text{det}} = i_{\text{dc}} + i_{\text{ac}}, \quad (6.73)$$

gdzie $i_{\text{ac}} = i_s + i_n$.

Składowe i_{dc} i i_s są proporcjonalne odpowiednio do pierwszych dwóch składników i do ostatniego składnika występujących po prawej stronie równań (6.15) i (6.18).



Rys. 6.3. Przykładowa zmiana natężenia promieniowania I w funkcji zmiany różnicy dróg optycznych ΔL , na wyjściu interferometru mierzącego promieniowanie odbite od pojedynczej niejednorodności

Jeżeli w miejscu, dla którego $|\Delta L| < L_c$ znajduje się centrum rozpraszania, to zmiana różnicy drogi optycznej ΔL w interferometrze powoduje zmianę sygnału i_s . Zmiana różnicy dróg optycznych ΔL może być wyznaczona przez określenie położenia ruchomego lustra na końcu ramienia odniesienia interferometru. W wypadku występowania wielu centrów rozpraszania w badanym obiekcie znajdującym się ramieniu pomiarowym interferometru, poprzez zmianę położenia lustra otrzymujemy zmieniające się natężenie promieniowania $I(L_1)$, gdzie L_1 jest długością drogi optycznej, jaką pokonało promieniowanie optyczne w ramieniu pomiarowym interferometru. Funkcję $I(L_1)$ przyjęło się w literaturze nazywać *interferogramem*. Znając współczynnik załamania badanego obiektu, z funkcji tej można wyznaczyć natężenie promieniowania $I(z)$, gdzie z jest odległością od wybranego punktu leżącego w ramieniu pomiarowym (często przyjmuje się, że punkt ten leży na powierzchni mierzonego obiektu; wtedy z określa głębokość, z której mierzony jest sygnał).

W praktycznych realizacjach OLCR pracujących w dziedzinie czasu zwierciadło w ramieniu odniesienia jest zazwyczaj przesuwane ze stałą prędkością v_m . Wtedy prążki interferencyjne będą zmieniały w sposób płynny fazę, co spowoduje modulację natężenia promieniowania na wyjściu interferometru z częstotliwością:

$$f_D = \frac{2v_m}{\lambda}, \quad (6.74)$$

gdzie λ jest długością fali w ośrodku (dla powietrza można przyjąć $\lambda \cong \lambda_0$), w którym porusza się zwierciadło. Częstotliwość f_D nazywamy *częstotliwością dopplerowską*, gdyż o taką częstotliwość zmienia się widmo sygnału odbitego od ruchomego lustra w wyniku zjawiska Dopplera.

Widzimy zatem, że przesuwanie zwierciadła pozwala na łatwą separację sygnału interferencyjnego i_s od zazwyczaj znacznie silniejszego sygnału i_{dc} (np. poprzez filtrację z wykorzystaniem filtru pasmowoprzepustowego). Metoda ta umożliwia też znaczną redukcję wpływu szumów typu $1/f$ układu odbiorczego. Maksymalną wartość stosunku sygnału i_s do szumu i_n , wynoszącą:

$$\text{SNR} = \frac{i_s}{i_n}, \quad (6.75)$$

otrzymuje się wtedy, gdy szerokość pasma Δf użytego filtru (o środkowej częstotliwości f_D) wynosi [89]:

$$\Delta f \cong \frac{2v_m}{L_c}. \quad (6.76)$$

Do detekcji sygnału optycznego w dziedzinie czasu wykorzystywane są dwa rodzaje układów detekcji: układy detekcji niezrównoważonej i układy detekcji zrównoważonej [144, 325, 341, 355, 356] (detekcję zrównoważoną można też stosować do detekcji sygnału optycznego w dziedzinie częstotliwości [72]). W przeciwieństwie do układów detekcji niezrównoważonej, w układach detekcji zrównoważonej wykorzystywany jest dodatkowy detektor, którego zadaniem jest dostarczenie sygnału pozwalającego na redukcję szumów nadmiarowych powodowanych szumami źródła.

Analiza interferogramu może odbywać się na poziomie śledzenia obwiedni, które tworzą maksima i minima prążków interferencyjnych lub śledzenia amplitudy i położenia poszczególnych prążków interferencyjnych. Z pierwszą możliwością mamy zazwyczaj do czynienia wtedy, gdy rejestrowane sygnały od niejednorodności są na tyle blisko, że często zachodzą na siebie. Jeżeli jednak istnieje potrzeba dokładnego pomiaru długości optycznej (np. przy określaniu grubości warstwy), można skorzystać z drugiej możliwości (o ile tylko nie zachodzi nakładanie prążków interferencyjnych z sąsiednich niejednorodności). Zasadniczym problemem przy śledzeniu poszczególnych prążków jest identyfikacja położenia centralnego prążka interferencyjnego [267, 435]. Jest to istotne, gdyż w położeniu tym zawarta jest informacja o mierzonej wartości różnicy dróg optycznych ΔL .

6.4.3. Przetwarzanie sygnału wyjściowego w dziedzinie częstotliwości

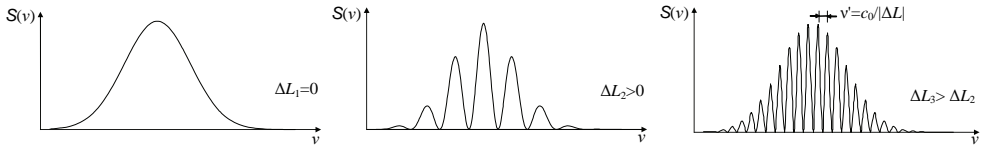
W przetwarzaniu sygnału wyjściowego w dziedzinie częstotliwości wykorzystuje się fakt, że wraz ze zmianą różnicy dróg optycznych ΔL , z jaką pokonuje promieniowanie optyczne w ramionach interferometru, zmienia się widmo sygnału na jego wyjściu (patrz równanie (6.62)). Informacja o mierzonej wartości ΔL zawarta jest w częstotliwości zmian

tego widma, natomiast informacja o natężeniu odbieranego sygnału dla danego ΔL zawarta jest w głębokości tych zmian. Jeżeli pominiemy zjawisko dyspersji, to z równania (6.62) wynika, że okres modulacji

$$v' = c_0/|\Delta L|, \quad (6.77)$$

gdzie c_0 jest prędkością światła w próżni.

Na rys. 6.4 przedstawiono przykładowo widmo sygnału na wyjściu interferometru dla trzech wartości ΔL ($\Delta L_1 = 0$, $\Delta L_2 > 0$, $\Delta L_3 > \Delta L_2$). Z zależności (6.77) wynika, że gdy wartość $|\Delta L|$ rośnie, zwiększa się też szybkość zmian widma $S(v)$ w funkcji częstotliwości v (to jest zmniejsza się okres modulacji v'). Czułość i dokładność interferometrów niskokoherentnych z przetwarzaniem sygnału wyjściowego w dziedzinie częstotliwości zależy od zakresu mierzonych wartości ΔL . Analizę doboru tego zakresu z punktu widzenia minimalizacji błędów pomiarów można znaleźć w pracy [411]. W skrajnych wypadkach przetwarzanie w dziedzinie częstotliwości umożliwia pomiar ΔL z dokładnością do 1 nm [112].



Rys. 6.4. Gęstość widmowa sygnału na wyjściu interferometru dla różnych wartości ΔL .

Obwiednia sygnału pokrywa się z gęstością widmową na wyjściu interferometru dla $\Delta L = 0$ (jest ona proporcjonalna do gęstości widmowej źródła promieniowania optycznego, jeżeli pominiemy dyspersję i założymy, że tłumienie sygnału w ramionach interferometru nie zależy od częstotliwości)

Podstawowym mankamentem przetwarzania sygnału wyjściowego w dziedzinie częstotliwości w układach OLCR jest to, że znając okres modulacji v' wyznaczony z pojedynczego pomiaru widma sygnału wyjściowego z interferometru, korzystając z zależności (6.77), jesteśmy w stanie wyznaczyć ΔL tylko z dokładnością do znaku. Drugim, równie istotnym mankamentem jest to, że mierzone widmo promieniowania optycznego na wyjściu interferometru zależy nie tylko od interferencji między sygnałami optycznymi pochodzącymi z ramion pomiarowego i odniesienia, ale także od wzajemnej interferencji sygnałów optycznych pochodzących z różnych miejsc ramienia pomiarowego. Przykładowo, mierząc okres v' widma dla zadanej długości ramienia odniesienia, nie jesteśmy w stanie bezpośrednio określić, czy obliczona z tego okresu wartość ΔL dotyczy dwóch sygnałów, z których jeden propagował w ramieniu pomiarowym, a drugi w ramieniu odniesienia, czy też dotyczy dwóch sygnałów, które propagowały w ramieniu pomiarowym.

Przeanalizujemy dokładniej oba problemy i metody ich rozwiązywania. Korzystając z zależności (6.61), gęstość widmową mocy na wyjściu interferometru w układzie OLCR możemy zapisać w postaci:

$$S(v) = S_r(v) + \sum_{n=1}^N S_{mn}(v) + 2\text{Re} \sum_{n=1}^N S_m(v) + 2\text{Re} \sum_{\substack{k,n=1 \\ k \neq n, k < n}}^N S_{kn}(v), \quad (6.78)$$

gdzie $S_r(v)$ jest gęstością widmową mocy wiązki pochodzącej z ramienia odniesienia, $S_{mn}(v)$ jest gęstością widmową mocy wiązki pochodzącej od n -tego centrum rozpraszania w ramieniu pomiarowym, $S_m(v)$ jest wzajemną gęstością widmową mocy wiązki pochodzącej z ramienia odniesienia i wiązki pochodzącej od n -tego centrum rozpraszania w ramieniu pomiarowym, $S_{kn}(v)$ jest wzajemną gęstością widmową mocy wiązek pochodzących

od k -tego i n -tego centrum rozpraszania w ramieniu pomiarowym, a N to liczba centrów rozpraszania w ramieniu pomiarowym, od których dochodzi do detektora fala wstecznie rozpraszana (suma wszystkich N gęstości widmowych $S_{mn}(v)$ jest gęstością widmową mocy wiązki pochodzącej z ramienia pomiarowego $S_m(v)$).

Porównując równania (6.61) i (6.78), widzimy, że to drugie uwzględnia nie tylko interferencję fali pochodzącej z ramienia odniesienia z falami pochodzącymi od poszczególnych centrów rozpraszania ramienia pomiarowego, ale także wzajemną interferencję fal pochodzących od tych centrów. Interesujący nas sygnał, mówiący o położeniu centrów rozpraszania i o pochodzących od nich natężeniach promieniowania, zawarty jest we wzajemnych gęstościach widmowych $S_m(v)$. Jednak bezpośrednie skorzystanie z teorii Wienera-Khintchine'a poprzez dokonanie odwrotnej transformaty Fouriera (patrz zależność (6.38)) lewej i prawej strony równania (6.78) nie prowadzi do uzyskania funkcji korelacji wzajemnej $\Gamma_{12}(\tau)$ potrzebnej do wyznaczenia natężenia sygnału w funkcji opóźnienia τ (patrz równanie (6.14)). Napotyamy w tym miejscu na dwa problemy. Po pierwsze, otrzymamy sygnał zakłócający związany z gęstościami widmowymi $S_{kn}(v)$, a po drugie, z uwagi na niejednoznaczność między ΔL i v' (patrz zależność (6.77)), nie jesteśmy w stanie określić znaku τ i znaku ΔL . Wynika to z faktu, że dokonując obustronnie transformaty Fouriera równania (6.78), dokonujemy transformaty tylko części rzeczywistej $S_m(v)$, podczas gdy do wyznaczenia funkcji korelacji wzajemnej $\Gamma_{12}(\tau)$ potrzebna jest, zgodnie z teorią Wienera-Khintchine'a, transformata także części urojonej funkcji $S_m(v)$.

Skuteczną metodą określenia znaku ΔL na podstawie okresu v' i redukcji sygnału zakłócającego związanego z gęstościami widmowymi $S_{kn}(v)$ jest pomiar gęstości widmowej $S(v)$ dla różnych długości ramienia odniesienia. Zauważmy bowiem, że jeśli zmieni się długość ramienia odniesienia, gęstość widmowa $S(v)$ zmieniać się będzie zgodnie z zależnością:

$$S(v) = S_{\text{tlo}}(v) + S_{\text{mod}}(v)\cos[\phi(v)], \quad (6.79)$$

gdzie:

$$S_{\text{tlo}}(v) = S_r(v) + \sum_{n=1}^N S_{mn}(v) + 2\text{Re} \sum_{\substack{k,n=1 \\ k \neq n, k < n}}^N S_{kn}(v) \quad (6.80)$$

jest gęstością widmową mocy sygnału optycznego, która się nie zmienia wraz ze zmianą długości ramienia odniesienia:

$$S_{\text{mod}}(v) = 2 \left| \sum_{n=1}^N S_{rn}(v) \right| = 2 |S_{12}(v)|, \quad (6.81)$$

a $\phi(v)$ jest argumentem wzajemnej gęstości mocy wiązek pochodzących z ramion pomiarowego i odniesienia.

Z zależności (6.79) wynika, że skuteczną metodą redukcji sygnału zakłócającego związanego z wzajemnymi gęstościami widmowymi $S_{kn}(v)$ (a przy okazji także z gęstościami widmowymi $S_r(v)$ i $S_{mn}(v)$) jest dokonanie pomiaru gęstości widmowych dla dwóch różnych długości ramion odniesienia tak, by za drugim razem sygnał pochodzący od ramienia odniesienia był dodatkowo przesunięty w fazie o π . Łatwo zauważyć, że odejmując tak zarejestrowane widma, pozbywamy się składników $S_{kn}(v)$, bowiem nie zależą one od długości ramienia odniesienia. Metodę tę można z powodzeniem stosować w systemach OCT [5, 399, 484]. Jednak procedura ta nie prowadzi do pozbycia się problemu związanego ze znakiem ΔL , co powoduje, że w rekonstruowanym obrazie dla dodatnich wartości ΔL występują sygnały zakłócające pochodzące od odbić od miejsc, dla których wartości ΔL są

ujemne, i na odwrót (zrekonstruowany obraz jest sumą dwóch lustrzanych względem $\Delta L = 0$ obrazów nakładających się na siebie).

Problem wyznaczenia znaku ΔL jest ściśle związany z jednoznacznością wyznaczenia na podstawie analizy interferogramu fazy $\phi(v)$, niezbędnej do wyznaczenia wzajemnej gęstości widmowej mocy $S_{12}(v)$. Dla jednoznacznego wyznaczenia fazy $\phi(v)$ można skorzystać z metody wieloobrazowej z przesunięciem fazy (ang. *phase-shifting methods*) [41, 73, 132, 169, 201, 253, 254, 271, 303, 313, 354, 465]. W tym celu należy wykonać co najmniej trzy pomiary gęstości widmowej $S^{[1]}(v)$, $S^{[2]}(v)$ i $S^{[3]}(v)$ na wyjściu interferometru, dla trzech różnych długości ramienia odniesienia. Znając te gęstości, z układu równań:

$$\begin{cases} S^{[1]}(v) = S_{\text{to}}(v) + S_{\text{mod}}(v) \cos[\phi(v) + \alpha_1] \\ S^{[2]}(v) = S_{\text{to}}(v) + S_{\text{mod}}(v) \cos[\phi(v) + \alpha_2], \\ S^{[3]}(v) = S_{\text{to}}(v) + S_{\text{mod}}(v) \cos[\phi(v) + \alpha_3] \end{cases} \quad (6.82)$$

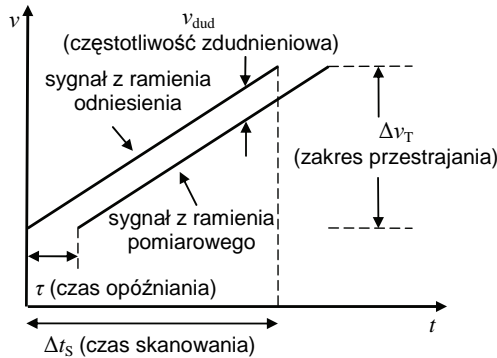
przy odpowiednio dobranych przesunięciach α_1 , α_2 i α_3 argumentu wzajemnej gęstości widmowej $S_m(v)$, związanych ze zmianą długości ramienia odniesienia (to jest takich, by układ ten miał jedno rozwiązanie), można wyznaczyć $S_{\text{to}}(v)$, $S_{\text{mod}}(v)$ i $\phi(v)$ [327]. Znając $S_{\text{mod}}(v)$ i $\phi(v)$, otrzymujemy wzajemną gęstością widmową mocy $S_{12}(v)$ (moduł tej gęstości równy jest połowie $S_{\text{mod}}(v)$, a argument tej gęstości równy jest $\phi(v)$). Dokonując następnie transformaty Fouriera gęstości $S_{12}(v)$, otrzymujemy funkcję koherencji wzajemnej $\Gamma_{12}(\tau)$ (patrz zależność (6.38)), z której można obliczyć natężenie sygnału optycznego rejestrowanego przez detektor w funkcji względnego opóźnienia interferujących wiązek (patrz zależność (6.14)), a stąd natężenie sygnału $I(L_1)$, gdzie L_1 jest długością drogi optycznej, jaką pokonało promieniowanie optyczne w ramieniu pomiarowym interferometru.

Powyższe metody (zwane w literaturze metodą 3-obrazową) wyznaczenia wartości fazy $\phi(v)$ wymagają ustalonych wartości zmiany kroku fazy między promieniowaniem z ramion pomiarowego i odniesienia, wywołanych zmianą długości ramienia odniesienia, oraz stałości w czasie wartości $S_{\text{to}}(v)$, $S_{\text{mod}}(v)$; są one jednak mało odporne na występowanie błędów kroku fazowego, szumów, czy nieliniowości detektora [271, 313]. Mimo wad metody te są stosowane w przetwarzaniu sygnału wyjściowego w dziedzinie częstotliwości w układach niskokoherentnych (w tym w układach OCT [125]). Lepszą odpornością na błędy powodowane wyżej wymienionymi czynnikami charakteryzują się metody, w których do wyznaczenia $S_{\text{to}}(v)$, $S_{\text{mod}}(v)$ i $\phi(v)$ wykorzystuje się pomiary dla więcej niż trzech różnych długości ramienia odniesienia. Układ równań, z uwagi na nadmiarowość, rozwiązuje się metodą najmniejszych kwadratów [271, 303, 354]. Stosowane mogą być tu metody 4-obrazowe [169, 313, 354], w tym oparte na algorytmie Carrégo [65, 313], 5-obrazowe [354, 373, 416, 458], a także metody 6-, 7- i 10-obrazowe [313].

Opisane metody wieloobrazowe nie są jedynymi metodami wyznaczenia wzajemnej gęstości widmowej wiązek promieniowania optycznego, stosowanymi w interferometrii niskokoherentnej z przetwarzaniem w dziedzinie częstotliwości. Można też spotkać metody wieloobrazowe, w których w czasie pomiaru gęstości widmowej na wyjściu interferometru przesunięcie fazowe α narasta w sposób liniowy [73]. Były też próby wykorzystania: detekcji dwóch harmonicznym powstałych w wyniku modulacji długości drogi optycznej ramienia odniesienia sygnałem sinusoidalnym [428-430], technik heterodynowych [6, 480], sygnałów otrzymywanych nie tylko ze skanowania w kierunku podłużnym, ale i poprzecznym [472], wiązki odniesienia propagującej w obiekcie badanym w innym kierunku, niż

wiązka pomiarowa [488], i metody, w której pomiary interferencji wiązek były dokonywane jednocześnie przy kilku długościach optycznych ramienia odniesienia [473].

Przetwarzanie sygnału wyjściowego w dziedzinie częstotliwości wykorzystywane jest także w systemach C-OFDR, w których źródłem promieniowania jest laser o przestrajalnej częstotliwości [75, 76, 259, 479]. W przeciwieństwie jednak do systemów OLCR, w systemach C-OFDR w charakterze detektora nie występuje spektrometr z linijką fotodetektorów, ale pojedynczy fotodetektor (np. fotodioda). Częstotliwość lasera jest modulowana w taki sposób, aby charakterystyka częstotliwości w funkcji czasu miała kształt piłokształtny z powtarzającymi się odcinkami o liniowo narastającej w czasie częstotliwości – patrz rys. 6.5.

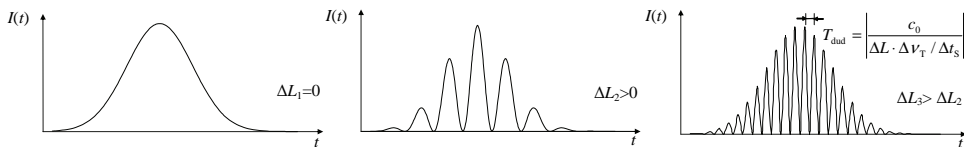


Rys. 6.5. Częstotliwość promieniowania optycznego, pochodząca z ramion pomiarowego i odniesienia, w systemach wykorzystujących lasery o częstotliwości modulowanej sygnałem piłokształtnym

Jeżeli szybkość narastania częstotliwości lasera wynosi $\Delta\nu_T/\Delta t_S$, wówczas detektor zarejestruje sygnał zdudnieniowy o częstotliwości:

$$\nu_{\text{dud}} = \left| \frac{\Delta L}{c_0} \Delta\nu_T / \Delta t_S \right|, \quad (6.83)$$

gdzie c_0 jest prędkością światła w próżni, to jest o częstotliwości proporcjonalnej do różnicy dróg optycznych ΔL , z jaką pokonuje promieniowanie optyczne w ramionach interferometru.



Rys. 6.6. Zmiany natężenia sygnału optycznego dla różnych wartości ΔL na wyjściu interferometru wykorzystującego źródło przestrajalne. Obwiednia sygnału pokrywa się z natężeniem sygnału optycznego na wyjściu interferometru dla $\Delta L = 0$ (jest ona proporcjonalna do chwilowej mocy źródła promieniowania optycznego, jeżeli pominiemy dyspersję i założymy, że tłumienie sygnału w ramionach interferometru nie zależy od częstotliwości)

Natężenie sygnału o częstotliwości ν_{dud} jest proporcjonalne do natężenia sygnału pochodzącego z wstecznego rozpraszania od niejednorodności znajdującej się w miejscu, dla którego różnica dróg optycznych, z jaką propagowało promieniowanie w ramionach interferometru, wynosi ΔL . Na rys. 6.6 przedstawiono przykładowo sygnał na wyjściu interferometru dla trzech wartości ΔL ($\Delta L_1 = 0$, $\Delta L_2 > 0$, $\Delta L_3 > \Delta L_2$). Z zależności (6.83) wynika, że gdy wartość $|\Delta L|$ rośnie, wzrasta też częstotliwość modulacji mierzonego natężenia promieniowania na wyjściu interferometru (to jest zmniejsza się okres zmian $T_{\text{dud}} = 1/\nu_{\text{dud}}$).

Jeżeli w ramieniu pomiarowym znajduje się wiele centrów rozpraszania, wówczas detektor zarejestruje sygnał o widmie, w którym wystąpi wiele różnych częstotliwości ν_{dud} – każda odpowiadająca innej odległości ΔL , związanej z danym centrum rozpraszania. Częstotliwości ν_{dud} można otrzymać dla danego mierzonego ośrodka poprzez analizę widmową zmierzonego przez detektor sygnału, w wyniku której uzyskamy gęstość widmową sygnału elektrycznego $S_e(\nu_{\text{dud}})$ (analiza ta dokonywana jest na sygnale elektrycznym, a nie optycznym, jak to miało miejsce w systemach OLCR). Z zależności (6.83) wynika, że na podstawie danej częstotliwości zdudniowej ν_{dud} wartość natężenia:

$$S_e(|\Delta L|) = S_e \left(\left| \frac{\nu_{\text{dud}} c_0}{\Delta \nu_T / \Delta t_S} \right| \right). \quad (6.84)$$

Zależność (6.84) stanowi podstawę przetwarzania sygnału w koherentnej optycznej reflektometrii w dziedzinie częstotliwości C-OFDR, w których wykorzystywane są przestrajalne źródła promieniowania optycznego o częstotliwości modulowanej sygnałem piłokształtnym.

Podobnie jak to miało miejsce w układach OLCR, gdzie z pojedynczego pomiaru widma wyjściowego z interferometru można było wyznaczyć ΔL tylko z dokładnością do znaku, także w układach C-OFDR przy pojedynczym pomiarze mamy identyczny problem z niejednoznacznością znaku ΔL . Także znając ΔL wyznaczone tylko z pojedynczego pomiaru, nie jesteśmy w stanie określić, czy wartość ta dotyczy różnicy dróg optycznych, z jaką pokonały interferujące sygnały w ramionach pomiarowym i odniesienia, czy też tylko w ramieniu pomiarowym. Powyższe problemy w układach C-OFDR można rozwiązać w identyczny sposób, jak w układach OLCR, metodami wieloobrazowymi. Wystarczy tylko w analizie sygnału zamiast mierzoną gęstością widmową mocy $S(\nu)$, stosowaną w metodzie OLCR, posłużyć się zmierzonym natężeniem $I(t)$. Porównując wykresy z rys. 6.4 i 6.6, widzimy tu pełną analogię. W obu metodach, zmieniając długość ramienia odniesienia, powodujemy przesuwanie się prążków interferencyjnych: $S(\nu)$ na osi częstotliwości w układzie OLCR i $I(t)$ na osi czasu w układzie C-OFDR. A zatem, aby skorzystać z opisanych wyżej metod wieloobrazowych i zależności (6.78)–(6.82), przy analizie sygnału wyjściowego z interferometru układu C-OFDR należy:

- 1) w miejsce $S(\nu)$, $S^{(j)}(\nu)$, $S_{\text{tło}}(\nu)$, $S_{\text{mod}}(\nu)$ i $\phi(\nu)$ podstawić odpowiednio $I(t)$, $I^{(j)}(t)$, $I_{\text{tło}}(t)$, $I_{\text{mod}}(t)$ i $\phi(t)$;
- 2) dokonać transformaty Fouriera sygnału $I_{12}(t)$, którego moduł jest równy połowie wartości $I_{\text{tło}}(t)$, a argument równy $\phi(t)$; oznaczmy wynik tej transformaty przez $\Gamma_{12e}(f)$ i zauważmy, że częstotliwość f w wyrażeniu $\Gamma_{12e}(f)$ może przyjmować wartości ujemne lub dodatnie w zależności od znaku ΔL (oczywiście $|f| = \nu_{\text{dud}}$);
- 3) przeliczyć $\Gamma_{12e}(f)$ na $\Gamma_{12e}(\tau)$, gdzie wzajemne opóźnienie interferujących wiązek τ można wyznaczyć z zależności:

$$\tau = \frac{f}{\Delta \nu_T / \Delta t_S}, \quad (6.85)$$

Widzimy zatem, że w metodach wieloobrazowych w procesie przetwarzania sygnału pojawiającego się na wyjściu interferometru wyznaczenie funkcji koherencji wzajemnej zarówno w systemach OLCR, jak i C-OFDR pozwala na jednoznaczne określenie znaku opóźnienia τ (a co za tym idzie – na jednoznaczne określenie znaku różnicy dróg optycznych ΔL) interferujących ze sobą wiązek promieniowania optycznego, pochodzących z ramion pomiarowego i odniesienia.

6.4.4. Charakterystyka amplitudowo-fazowa badanego ośrodka a zdolność rozdzielcza interferometrii niskokoherentnej

Zdolność rozdzielcza interferometrii niskokoherentnej zależy od zespolonego stopnia koherencji $\gamma_{12}(\tau)$ interferujących ze sobą wiązek pochodzących z ramion interferometru (patrz równanie (6.15)). W ogólnym wypadku stopień ten zależy nie tylko od charakterystyki widmowej źródła promieniowania, ale także od charakterystyk amplitudowo-fazowych funkcji przenoszenia ramion interferometru (charakterystyki te zależą od dyspersji i tłumienia ośrodków, przez które przechodzi promieniowanie optyczne). Przy założeniu, że promieniowanie optyczne rozchodzi się w ośrodkach, w których nie występują zjawiska dyspersji lub zmiennego w funkcji długości fali tłumienia, zdolność rozdzielcza interferometrii niskokoherentnej zależy tylko od zespolonego stopnia koherencji własnej źródła promieniowania optycznego $\gamma(\tau)$ (patrz równanie (6.26)). Natomiast w wypadku występowania tych zjawisk powinny być one kompensowane w układzie pomiarowym, gdyż powodują najczęściej pogorszenie zdolności rozdzielczej interferometru. Kompensacja dyspersji jest szczególnie istotna w systemach pomiarowych, w których stosowane są źródła optycznie szerokopasmowe [55, 95] lub pomiar odbywa się z dużej głębokości w porównaniu z długością drogi koherencji promieniowania.

Aby dobrze zaprojektować układy kompensujące dyspersję, niezbędna jest dokładna wiedza na temat zmian współczynnika załamania światła badanego obiektu w funkcji długości fali. Jeżeli badamy obiekty biologiczne, w pierwszej kolejności należy uwzględnić dyspersję wody [182, 263]. Jeżeli w wodzie rozpuszczone są sole lub związki organiczne, wówczas współczynnik załamania takiego roztworu różni się od czystej wody. W pracy [327] pokazano układ pomiarowy do bardzo dokładnego pomiaru współczynnika roztworów wykorzystywanych w przemyśle papierniczym wraz z wynikami pomiaru współczynnika załamania tych roztworów z dokładnością do 10^{-5} w szerokim zakresie długości fali (od bliskiego ultrafioletu poprzez promieniowanie widzialne do bliskiej podczerwieni). Ten sam układ pomiarowy wykorzystano do określenia dyspersji wodnych roztworów soli kuchennej, sacharozy, fruktozy, etanolu, glikolu i gliceryny na potrzeby optycznej tomografii koherentnej [336].

Należy zaznaczyć, że z uwagi na różne charakterystyki dyspersji i tłumienia badanych obiektów kompensacja dyspersji jest często bardzo trudna do przeprowadzenia, ponieważ właściwości optyczne badanego obiektu nie są znane *a priori*. Ponadto właściwości obiektów mogą się zmieniać nie tylko wraz z głębokością, ale też od punktu do punktu w kierunku poprzecznym do kierunku propagacji promieniowania optycznego. W takim wypadku polepszenie zdolności rozdzielczej można uzyskać na drodze zaawansowanej obróbki sygnału pomiarowego. W systemach interferometrycznych, wykorzystujących przetwarzanie sygnału wyjściowego w dziedzinie czasu, najczęściej stosowaną techniką poprawiającą zdolność rozdzielczą jest metoda dekonwolucji [185, 246, 247, 264, 270, 365, 409, 443].

Radykalną i bardzo skuteczną metodą ograniczenia wpływu dyspersji na zdolność rozdzielczą interferometru jest wykorzystanie źródła, które generuje pary fotonów spląta-

nych, przy czym z każdej pary jeden foton kierowany jest do ramienia pomiarowego, a drugi do ramienia odniesienia. Ponieważ wykorzystywane są tutaj zjawiska kwantowe, koherentna tomografia optyczna oparta na tego typu źródle nazywana jest kwantowym OCT (ang. *Quantum OCT* – QOCT). Tego typu interferometry są całkowicie niewrażliwe na dyspersję [2, 50, 297]. Co więcej, ich zdolność rozdzielcza jest dwa razy lepsza niż w interferometrach wykorzystujących tradycyjne źródła promieniowania o tej samej szerokości widmowej, przy braku dyspersji [2, 297]. Obecnie głównym ograniczeniem wykorzystania w badaniach ośrodków silnie rozpraszających fotonów splątanych jest bardzo mała wydajność dostępnych źródeł. Bardzo obiecującą metodą kompensacji dyspersji jest wykorzystanie formalizmu funkcji rozkładu Wignera [32, 467], której efekty kompensacji są porównywalne do efektów uzyskiwanych w kwantowych optycznych interferometrach niskokoherentnych.

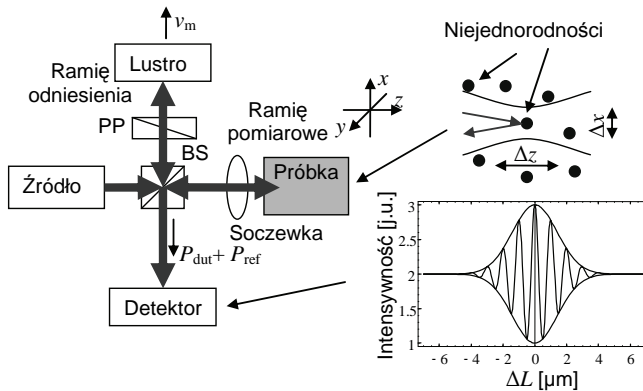
6.5. Optyczna tomografia koherentna

6.5.1. Skanowanie i detekcja w optycznej tomografii koherentnej

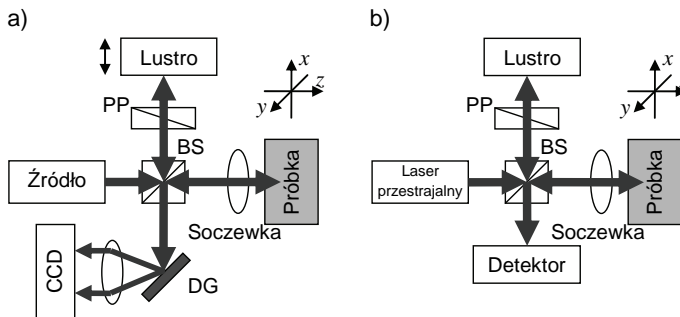
Optyczna tomografia koherentna (OCT) wykorzystuje zarówno skanowanie badanego obiektu w kierunku zgodnym z kierunkiem propagacji promieniowania optycznego (tego typu skanowanie nazywane jest skanowaniem podłużnym, skanowaniem w głąb lub *A-skanem*) oraz skanowanie w kierunku poprzecznym do kierunku propagacji promieniowania optycznego (nazywane skanowaniem poprzecznym lub *B-skanem*). Skanowanie podłużne realizowane jest za pomocą optycznej reflektometrii niskokoherentnej z przetworzeniem sygnału wyjściowego w dziedzinie czasu – jak w systemach TD-OCT (z ang. *time-domain OCT*) (patrz rys. 6.7), lub w dziedzinie częstotliwości z wykorzystaniem źródła szerokopasmowego – jak w systemach SD-OCT (z ang. *spectral-domain OCT*) (patrz rys. 6.8a), albo przestrajalnego – jak w systemach SS-OCT (z ang. *swept source OCT*) (patrz rys. 6.8b). Systemy SD-OCT i SS-OCT w literaturze są wspólnie określane jak systemy FD-OCT (z ang. *frequency-domain OCT* albo *Fourier-domain OCT*). Skanowanie poprzeczne wykonuje się najczęściej za pomocą stolików przesuwanych lub elementów galwanometrycznych. W wyniku jednoczesnego skanowania w obu kierunkach OCT pozwala na obrazowanie dwu- lub trójwymiarowe wewnętrznej struktury badanego obiektu. Technika ta nadaje się szczególnie do badań ośrodków silnie rozpraszających, z uwagi na możliwość separacji fotonów balistycznych od dyfuzyjnych, dzięki czemu pozwala na obrazowanie z rozdzielczością zarówno podłużną, jak i poprzeczną, lepszą niż 10 μm .

Porównując obydwie metody przetwarzania, można stwierdzić, że każda z nich ma swoje wady i zalety. Podstawową zaletą przetwarzania w dziedzinie czasu jest to, że zakres podłużnego skanowania ograniczony jest jedynie zakresem przesuwu stolików mechanicznych, który w typowych zastosowaniach może wynosić kilka centymetrów (w systemach SD-OCT zakres ten jest ograniczony zdolnością rozdzielczą wykorzystywanego na wyjściu interferometru spektrometru – na przykład gdy zdolność rozdzielcza spektrometru wynosi 1 nm, wówczas przy środkowej długości fali wynoszącej 1 μm zakres pomiaru wynosić będzie jedynie 1 mm; jednakże w systemach SS-OCT zakres skanowania podłużnego zależy od szybkości przestrajania długości fali – przy wolnym przestrajaniu zakres ten może być dużo większy niż w systemach TD-OCT). W przeciwieństwie do przetwarzania w dziedzinie częstotliwości, przetwarzanie w dziedzinie czasu umożliwia dynamiczne ogniskowanie (patrz punkt 6.5.3), a przez to osiągnięcie lepszej poprzecznej zdolności rozdzielczej. Podstawową zaletą przetwarzania w dziedzinie częstotliwości jest natomiast to, że skanowanie

podłużne nie wymaga przesuwu elementów mechanicznych i może być dokonywane w jednej chwili w całym zakresie skanowania. Ponadto przy tym samym czasie skanowania i przy tej samej mocy źródła, co w systemach TD-OCT, systemy FD-OCT mogą osiągnąć większą dynamikę pomiarów [255]. Szybkość skanowania jest szczególnie istotna, gdy czas potrzebny na przeprowadzenie badania obiektu z wykorzystaniem techniki OCT jest mocno ograniczony, np. w medycynie, zwłaszcza w oftalmologii. Ogromne osiągnięcia na tym polu ma grupa polskich fizyków-optyków z zespołu prof. Andrzeja Kowalczyka z Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu (patrz np. [30, 165, 219-221, 236, 237, 457, 459, 460]). Zespół ten wdrożył także zaprojektowany system OCT, pracujący w dziedzinie częstotliwości do produkcji seryjnej w firmie Optopol.



Rys. 6.7. Przykład budowy prostego systemu TD-OCT: PP – para pryzmatów kompensująca dyspersję soczewki i badanej próbki, BS – dzielnik wiązki, x, y, z – możliwe kierunki skanowania badanej próbki, $\Delta x, \Delta z$ – poprzeczna i podłużna zdolność rozdzielcza układu, ΔL – różnica dróg optycznych, z jaką pokonało promieniowanie optyczne w ramionach interferometru. Na wykresie pokazano przykładowy wynik interferencji z interferencji dwóch sygnałów P_{dut} i P_{ref} pochodzących z ramion odpowiednio pomiarowego i odniesienia. W czasie skanowania w kierunku podłużnym lustro w ramieniu odniesienia przesuwane jest ze stałą prędkością v_m [396]



Rys. 6.8. Przykłady budowy systemów OCT pracujących w dziedzinie częstotliwości: a) system SD-OCT, b) system SS-OCT: PP – para pryzmatów kompensująca dyspersją soczewki i badanej próbki, BS – dzielnik wiązki, x, y, z – możliwe kierunki skanowania badanej próbki, DG – siatka dyfrakcyjna, CCD – detektor rejestrujący widmo sygnału z wyjścia interferometru pomiarowego [329]

W zależności od kolejności skanowania poszczególnych punktów badanego obiektu wyróżnić można trzy typy skanowania: skanowanie z priorytetem podłużnym, skanowanie z priorytetem poprzecznym i skanowanie *en face* [325]. Wybór priorytetu skanowania może być podyktowany interesującym nas przekrojem badanego obiektu. Jeżeli w systemie OCT skanowanie odbywa się z priorytetem podłużnym, to sygnał użyteczny pochodzący z interferencji jest przesunięty w częstotliwości w wyniku zjawiska Dopplera. Przesunięcie to w wypadku przetwarzania w dziedzinie czasu umożliwia łatwe odfiltrowanie tego sygnału filtrem pasmowoprzepustowym od całkowitego sygnału odbieranego przez fotodetektor (patrz zależności (6.74) i (6.76)). W wypadku skanowania z priorytetem poprzecznym lub *en face* w wyniku skanowania nie powstaje przesunięcie dopplerowskie, umożliwiające odfiltrowanie sygnału użytecznego. Przy przetwarzaniu w dziedzinie czasu (przetwarzanie w dziedzinie częstotliwości nie wymaga przesunięcia widma – patrz punkt 6.4.3) problem ten może być rozwiązany poprzez zastosowanie modulatorów akustooptycznych umieszczonych w jednym z ramion interferometru, których zadaniem jest przesunięcie widma sygnału optycznego jednej z interferujących wiązek o wartość v_{dud} [446-449].

6.5.2. Dobór poprzecznego rozkładu pola wiązki skanującej

Ze względu na brak występowania listków bocznych najczęściej wykorzystywaną wiązką skanującą w systemach OCT jest *wiązka gaussowska*. Jej amplitudę zespoloną można zapisać w postaci [362]

$$U(\mathbf{r}) = A_0 \frac{W_0}{W(z)} \exp\left[-\frac{\rho^2}{W^2(z)}\right] \exp\left[j\left(kz + k\frac{\rho^2}{2R(z)} - \zeta(z)\right)\right], \quad (6.86)$$

gdzie:

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad (6.87)$$

jest promieniem wiązki,

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right] \quad (6.88)$$

jest promieniem krzywizny frontu falowego wiązki,

$$\zeta(z) = \arctg \frac{z}{z_R} \quad (6.89)$$

jest przesunięciem fazowym wiązki gaussowskiej względem fali płaskiej o tej samej długości fali i propagującej w tym samym kierunku, co wiązka gaussowska,

$$W_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_R}{\pi}} \quad (6.90)$$

jest promieniem przewężenia wiązki, z jest odległością punktu leżącego na osi wiązki od miejsca przewężenia, z_R jest *zakresem Rayleigha*, definiowanym jako odległość od przewężenia do miejsca, w którym krzywizna wiązki osiąga maksimum (odległość między dwoma punktami leżącymi na osi wiązki, dla których $z = -z_R$ i $z = z_R$, nosi nazwę *głębokości ogni-*

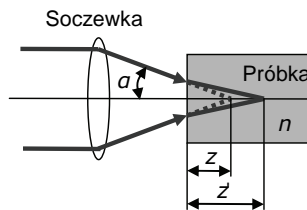
skowania; wynosi ona $2z_R$), λ jest długością fali w ośrodku, w którym propaguje wiązka, a A_0 jest parametrem równym modułowi amplitudy zespolonej wiązki gaussowskiej na jej osi w miejscu przewężenia (natężenie wiązki w tym punkcie wynosi $|A_0|^2$). Zakres Rayleigha w systemach OCT jest dobierany poprzez wybór odpowiedniej ogniskowej soczewki skupiającej umieszczonej w ramieniu pomiarowym przed badanym obiektem. Jeżeli W_0 opisuje promień przewężenia wiązki skanującej w badanym obiekcie w systemie OCT, to średnicę tej wiązki równą $2W_0$ można traktować jako poprzeczną zdolność rozdzielczą tego systemu.

6.5.3. Dynamiczne ogniskowanie

Najlepszą poprzeczną zdolność rozdzielczą uzyskamy wtedy, gdy wiązka skanująca w miejscu, skąd dokonywany jest pomiar, ma najmniejszą średnicę. Otrzymamy wtedy także największy sygnał użyteczny z tego miejsca. Zaletą systemów TD-OCT jest to, że skanowanie w danej chwili zachodzi tylko z ustalonej głębokości. A zatem możliwe jest takie skonstruowanie systemu, by w miejscu, z którego dokonywany jest w danej chwili pomiar, znajdowało się przewężenie wiązki. Należy pamiętać, że zmieniając odległość między soczewką skupiającą a badaną próbką, zmienia się odległość między przewężeniem a soczewką z powodu załamania wiązki na granicy ośrodków powietrze-próbka (patrz rys. 6.9). Załóżmy na początku, że przewężenie wiązki skanującej znajduje się na powierzchni badanej próbki oraz różnica dróg optycznych, z jaką musi pokonać promieniowanie optyczne w ramieniu odniesienia i w ramieniu pomiarowym do powierzchni próbki i z powrotem, wynosi zero. Możemy wtedy powiedzieć, że skanujemy powierzchnię próbki. Skanowanie podłużne próbki w systemie TD-OCT może być dokonane poprzez:

- 1) przesunięcie próbki w kierunku soczewki o wartość Δz_P ,
- 2) przesunięcie soczewki w kierunku próbki o wartość Δz_S ,
- 3) przesunięcie lustra w ramieniu odniesienia o wartość Δz_L .

Przyjmijmy taką konwencję, że jeżeli przesunięcie odbywa się w kierunku do dzielnika wiązki interferometru skanującego, to wartości przesunięć stają się ujemne, a jeżeli w przeciwnym kierunku, to wartości te przyjmują wartości dodatnie.



Rys. 6.9. Zmiana położenia przewężenia wiązki w wyniku jej przejścia z powietrza do próbki o fazowym współczynniku załamania n : przy braku załamania przewężenie znajdowałoby się na głębokości z ; uwzględniając załamanie, przewężenie znajduje się na głębokości z'

Dalej zostanie pokazane, że aby przewężenie wiązki skanującej wypadało w punkcie P, z którego skanowana jest w danej chwili badanej próbka (to jest w punkcie, dla którego różnica dróg optycznych ΔL , z jaką promieniowanie optyczne pokonuje w ramieniu pomiarowym do tego punktu i z powrotem oraz w ramieniu odniesienia, wynosi zero), w systemach TD-OCT niezbędne jest zastosowanie kombinacji dowolnej pary dwóch z wcześniej wymienionych sposobów skanowania. Kombinacje te definiują *metodę PL* (zastosowaną

w systemie przedstawionym w punkcie 6.6.1), gdy przesuwamy próbkę i lustro w ramieniu odniesienia, *metodę PS*, gdy przesuwamy próbkę i soczewkę, oraz *metodę LS*, gdy przesuwamy lustro i soczewkę).

Rozważmy na początku metodę PL. Załóżmy chwilowo, że przesunęliśmy tylko próbkę o wartość $\Delta z_P < 0$. Wówczas w wyniku załamania wiązki na powierzchni próbki przewężenie wiązki za soczewką zmieni swoje położenie z punktu leżącego na głębokości:

$$z = -\Delta z_P \quad (6.91)$$

do punktu leżącego na głębokości z' (patrz rys. 6.9). Głębokość tę można znaleźć, korzystając z optyki geometrycznej i śledząc załamanie tych promieni, których odległość od osi wiązki równa jest promieniowi wiązki. Promienie te po przejściu przez soczewkę załamują się w kierunku osi wiązki padającej, tak że promienie załamane tworzą z osią kąt α , a następnie, padając na powierzchnię graniczną próbki, ulegają ponownemu załamaniu i dalej z osią wiązki tworzą kąt β . Znając kąt α i β , możemy obliczyć stosunek z' do z , mianowicie:

$$\frac{z'}{z} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta}. \quad (6.92)$$

Korzystając z prawa Snelliusa, równanie (6.92) łatwo można przekształcić do postaci:

$$\frac{z'}{z} = \sqrt{\frac{n^2 - \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}}, \quad (6.93)$$

gdzie n jest fazowym współczynnikiem załamania światła próbki.

Z przesunięciem próbki zmieni się także położenie punktu P, dla którego różnica dróg optycznych, z jaką propagują wiązki w ramionach interferometru, wynosi $\Delta L = 0$. Ponieważ długość ramienia odniesienia się nie zmieniła, głębokość z'' , na której leży ten punkt, można obliczyć z zależności:

$$z'' = \frac{z}{n_g}, \quad (6.94)$$

gdzie n_g jest grupowym współczynnikiem załamania próbki.

Jak łatwo zauważyć, dla $n > 1$ i $n_g > 1$ otrzymamy $z' > z$ i $z'' < z$, co oznacza, że punkt P, dla którego $\Delta L = 0$, nie leży w przewężeniu wiązki. Konsekwencją tego jest pogorszenie poprzecznej zdolności rozdzielczej systemu OCT (oraz znaczne osłabienie sygnału użytecznego pochodzącego z punktu P w stosunku do sytuacji, w której punkt P leżałby w przewężeniu). Aby punkt P znalazł się w punkcie przewężenia znajdującym się na głębokości z'' , w metodzie PL należy przesunąć lustro o wartość:

$$\Delta z_L = n_g(z' - z''). \quad (6.95)$$

Oznaczając przez z_{skan} głębokość, na której znajduje się punkt P, dla którego $\Delta L = 0$, po przesunięciu próbki o Δz_P i lustra o Δz_L punkt P leży na głębokości z' , czyli:

$$z' = z_{\text{skan}}. \quad (6.96)$$

Podstawiając zależność (6.91) do (6.92) i (6.94) i dalej (6.94) i (6.96) do (6.95), otrzymamy:

$$\Delta z_P = -\sqrt{\frac{1 - \sin^2 \alpha}{n^2 - \sin^2 \alpha}} z_{\text{skan}}, \quad (6.97)$$

$$\Delta z_L = \left(n_g - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \alpha}{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right) z_{\text{skan}}. \quad (6.98)$$

Zależności (6.97) i (6.98) pokazują, o ile należy przesunąć próbkę i lustro w ramieniu odniesienia, by skanować próbkę na głębokości z_{skan} i by na tej głębokości znajdowało się przewężenie wiązki skanującej.

Postępując podobnie jak w metodzie PL, dla metody PS otrzymamy:

$$\Delta z_P = -z_{\text{skan}} n_g, \quad (6.99)$$

$$\Delta z_S = -z_{\text{skan}} \left(n_g - \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \alpha}{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right), \quad (6.100)$$

a dla metody LS:

$$\Delta z_L = z_{\text{skan}} n_g, \quad (6.101)$$

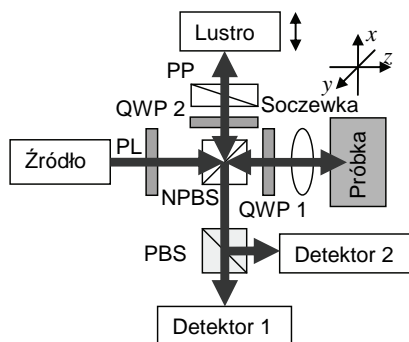
$$\Delta z_S = z_{\text{skan}} \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \alpha}{n^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (6.102)$$

Prócz omówionych tutaj metod skanowania polegających na przesuwaniu badanej próbki, soczewki skanującej lub lustra w ramieniu odniesienia istnieją także metody, w których zamiast pojedynczej przesuwanej soczewki skanującej wykorzystywany jest układ skupiający wiązkę skanującą, składający się z dwóch soczewek ustawionych względem siebie jedna za drugą i zmieniających względem siebie położenie. Pozwala to zmieniać położenie przewężenia wiązki wewnątrz badanej próbki [238, 239, 320]. Do dynamicznego ogniskowania można również wykorzystać obrotowe lustro umieszczone na elemencie galwanometrycznym, za pomocą którego można zmieniać ogniskową zestawu trzech soczewek bez zmiany drogi optycznej ramienia pomiarowego [258]. Zmianę położenia przewężenia wiązki skanującej w badanej próbce można także uzyskać, stosując soczewkę o zmiennej ogniskowej [14, 90].

6.5.4. Systemy OCT do pomiaru właściwości polaryzacyjnych ośrodków silnie rozpraszających

W badaniach ośrodków silnie rozpraszających zjawiska związane z polaryzacją badanego ośrodka są najczęściej pomijane ze względu na to, że wielokrotne rozpraszanie promieniowania optycznego bardzo szybko prowadzi do jego depolaryzacji. Wyjątkiem od tego są systemy oparte na koherentnych metodach pomiarowych ośrodków silnie rozpraszających, gdyż do detekcji wykorzystują one fotony, które uległy pojedynczemu lub co najwyżej kilkukrotnemu rozproszeniu i o ich depolaryzacji nie może być mowy. Ponadto metody koherentne oparte są na zjawisku interferencji, które nie daje się zaobserwować, gdy stany polaryzacji interferujących wiązek promieniowania optycznego są względem siebie ortogonalne. Systemy OCT, które umożliwiają obrazowanie ośrodków silnie rozpraszających niezależnie od zmian stanu polaryzacji wiązki promieniowania optycznego w tym ośrodku, przyjęto oznaczać PS-OCT (z ang. *polarization-sensitive OCT*). Systemy PS-OCT są rozwinięciem klasycznych systemów OCT. Pozwalają one nie tylko na uzyskanie obrazu, w którym nie występuje modulacja kontrastu wywołana zjawiskiem zmiany stanu polaryzacji wiązki, ale również, co jest znacznie bardziej istotne, na dostarczenie dodatkowych

parametrów fizycznych związanych z właściwościami polaryzacyjnymi badanego obiektu, np. z dwójłomnością lub z dichroizmem. Dlatego też systemy PS-OCT w znacznym stopniu rozszerzają możliwości badań strukturalnych wielu ośrodków, w których występuje zjawisko dwójłomności naturalnej lub indukowanej (np. naprężeniami mechanicznymi). Fakt ten został zauważony wkrótce po pojawieniu się pierwszych doniesień na temat OCT, bowiem pierwsza praca na temat PS-OCT ukazała się w roku 1992 [177], czyli w rok po pierwszym doniesieniu o OCT [186]. Należy także zauważyć, że nawet w pomiarach, w których nie interesują nas właściwości polaryzacyjne ośrodków, systemy PS-OCT mogą mieć znacznie lepszą podłużną zdolność rozdzielczą niż klasyczne systemy OCT przy wykorzystaniu tego samego źródła. Wynika to z faktu, że przy braku wzajemnego dopasowania stanu polaryzacji sygnałów optycznych pochodzących z ramion pomiarowego i odniesienia mogą pojawić się niepożądane listki boczne w funkcji koherencji wzajemnej tych sygnałów. Z sytuacją taką mamy często do czynienia w światłowodowych konfiguracjach systemu OCT lub przy pomiarach ośrodków zmieniających stan polaryzacji promieniowania w wyniku rozpraszania lub dwójłomności ośrodka. W tym drugim wypadku podłużna zdolność rozdzielcza może szybko pogarszać się wraz ze wzrostem głębokości skanowania [210].



Rys. 6.10. Przykład prostego systemu PS-OCT. PL – polaryzator liniowy ustawiony pod kątem 0° , QWP 1 – ćwierćfalówka ustawiona pod kątem 45° , QWP 2 – ćwierćfalówka ustawiona pod kątem $22,5^\circ$, NPBS – niepolaryzacyjny dzielnik wiązki, PBS – polaryzacyjny dzielnik wiązki, PP – para pryzmatów kompensująca dyspersją soczewki i badanej próbki

W najprostszej wersji systemu PS-OCT (patrz rys. 6.10) promieniowanie o polaryzacji liniowej poziomej lub pionowej kierowane jest za pomocą niepolaryzacyjnego dzielnika wiązki NPBS do dwóch ramion interferometru: pomiarowego, w którym znajduje się ćwierćfalówka QWP 1, której oś szybka jest ustawiona pod kątem 45° w stosunku do kierunku poziomego, i odniesienia, w którym znajduje się druga ćwierćfalówka QWP 2, której oś szybka jest ustawiona pod kątem $22,5^\circ$ w stosunku do kierunku poziomego. Załóżmy, że na niepolaryzacyjny dzielnik wiązki NPBS (o równym podziale natężeń do ramion pomiarowego i odniesienia) pada wiązka o polaryzacji liniowej o natężeniu I_s , ramię pomiarowe znajduje się na wprost źródła oraz że badany ośrodek może zmienić stan polaryzacji promieniowania optycznego tylko w wyniku zjawiska dwójłomności. Wówczas stan polaryzacji tej wiązki po przejściu przez niepolaryzacyjny dzielnik wiązki NPBS w kierunku ramienia pomiarowego, ćwierćfalówkę QWP 1, badany ośrodek do głębokości, z której rejestrowany jest sygnał wstecznie rozproszony, i z powrotem, ponownie przez ćwierćfalówkę QWP 1 i niepolaryzacyjny dzielnik wiązki NPBS w kierunku detektora można obliczyć, korzystając z formalizmu Jonesa (patrz punkt 2.1.3). Załóżmy, że wiązka propaguje w kie-

runku zgodnym z osią z lokalnego kartezjańskiego układu współrzędnych $xyz\mathbf{O}$, a pozostałe osie x i y skierowane są w kierunkach odpowiednio poziomym i pionowym tak, by układ współrzędnych był układem prawoskrętnym. Po odbiciu od ośrodka kierunek propagacji promienia zmieni się na przeciwny. Propagację wiązki odbitej można opisać w innym (także lokalnym) układzie współrzędnych $x'y'z'\mathbf{O}'$, w którym wiązka ta propaguje w kierunku zgodnym z osią z' lokalnego kartezjańskiego układu współrzędnych $x'y'z'\mathbf{O}'$, a pozostałe osie x' i y' skierowane są w kierunkach odpowiednio poziomym i pionowym tak, by układ współrzędnych $x'y'z'\mathbf{O}'$ był układem prawoskrętnym. Zauważmy, że przy przeciwnych zwrotach kierunków osi z' i z oraz zgodnych zwrotach osi y' i y , kierunki osi x' i x muszą być przeciwne (w przeciwnym wypadku układ współrzędnych $x'y'z'\mathbf{O}'$ byłby lewoskrętny, w którym elementy wektora Jonesa dla danego stanu polaryzacji musiałyby mieć elementy zespolone sprzężone w stosunku do wektora Jonesa opisywanego w układzie prawoskrętnym). Przy przyjętej konwencji ($\mathbf{kr}-\omega t$) wektor Jonesa \mathbf{J}_1 , opisujący stan polaryzacji wiązki kierowanej do detektora (opisywanego w układzie $x'y'z'\mathbf{O}'$), można obliczyć z zależności:

$$\mathbf{J}_1 = \sqrt{I_s} \sqrt{R} e^{i\Delta\phi} \mathbf{T}_{\text{NPBSr}} \mathbf{T}_{\text{QWP_prim@-45}} \mathbf{T}_{\text{obj_prim}} \mathbf{T}_{\text{L-P}} \mathbf{T}_{\text{obj}} \mathbf{T}_{\text{QWP@45}} \mathbf{T}_{\text{NPBSl}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6.103)$$

gdzie $\mathbf{T}_{\text{QWP@45}}$ jest macierzą Jonesa ćwierćfalówki, której oś szybka jest nachylona do osi x pod kątem 45° , \mathbf{T}_{obj} jest macierzą Jonesa opisującą zmiany polaryzacji promieniowania optycznego po przejściu od powierzchni badanego obiektu do miejsca, z którego rejestrowany jest sygnał optyczny, $\mathbf{T}_{\text{obj_prim}}$ jest macierzą Jonesa opisującą zmiany polaryzacji promieniowania optycznego po przejściu od miejsca, z którego rejestrowany jest sygnał optyczny do powierzchni badanego obiektu (w przeciwieństwie do macierzy \mathbf{T}_{obj} opisywanej w układzie $xyz\mathbf{O}$, macierz $\mathbf{T}_{\text{obj_prim}}$ opisywana jest w układzie $x'y'z'\mathbf{O}'$), $\mathbf{T}_{\text{QWP_prim@-45}}$ jest macierzą Jonesa ćwierćfalówki, której oś szybka jest nachylona do osi x' pod kątem -45° , R jest współczynnikiem mówiącym, jaka część natężenia promieniowania padającego na badany obiekt jest kierowana w kierunku przeciwnym do niepolaryzującego dzielnika wiązki NPBS (współczynnik ten jest proporcjonalny do współczynnika wstecznego rozpraszania niejednorodności, od której rejestrowany jest sygnał optyczny), $\Delta\phi = 2\pi\Delta L/\lambda_0$ jest różnicą faz, wynikającą z różnicy dróg optycznych ΔL , z jaką propagowało promieniowanie w ramionach interferometru, gdzie λ_0 jest długością fali w próżni (uwzględnienie tej różnicy jest konieczne w wypadku, gdy liczony będzie wektor Jonesa sumy dwóch wiązek pochodzących z ramion pomiarowego i odniesienia interferometru),

$$\mathbf{T}_{\text{L-P}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.104)$$

jest macierzą opisującą zmianę wektora Jonesa po odbiciu promieniowania wynikającą z zmiany układu współrzędnych z $xyz\mathbf{O}$ do $x'y'z'\mathbf{O}'$, $\mathbf{T}_{\text{NPBSl}}$ jest macierzą Jonesa opisującą transmisję przez NPBS na wprost; przy równym podziale wiązek przez NPBS:

$$\mathbf{T}_{\text{NPBSl}} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}, \quad (6.105)$$

$\mathbf{T}_{\text{NPBSr}}$ jest macierzą Jonesa opisującą transmisję przez NPBS z odbiciem; przy równym podziale wiązek przez NPBS:

$$\mathbf{T}_{\text{NPBSr}} = \mathbf{T}_{\text{L-P}} \begin{bmatrix} j\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & j\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & j\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}. \quad (6.106)$$

W zależności (6.106) przyjęto, że przy odbiciu wiązki w NPBS następuje przesunięcie fazowe o $+\pi/2$. Możliwe jest też przesunięcie fazowe o $-\pi/2$. Znak przesunięcia uzależniony jest od budowy elementu NPBS. Przesunięcie fazowe $\pm\pi/2$ wynika z zasady zachowania energii: suma natężeń wiązek kierowanych w kierunku PBS i w kierunku źródła musi być stała, niezależnie od różnicy faz wiązek pochodzących z ramion pomiarowego i odniesienia (na przykład, jeżeli wiązki kierowane z ramion pomiarowego i odniesienia do PBS interferują konstruktywnie, to kierowane do źródła muszą interferować destruktywnie, i na odwrót: jeżeli wiązki kierowane z ramion pomiarowego i odniesienia do PBS interferują destruktywnie, to kierowane do źródła muszą interferować konstruktywnie). Występujący czynnik $\mathbf{T}_{\text{L-P}}$ w zależności (6.106) wynika oczywiście z tego, że przy odbiciu następuje także zmiana zwrotu kierunku osi x , aby zachować prawoskrętność lokalnego układu współrzędnych, w którym opisywane są wektor i macierz Jonesa.

Korzystając z zależności (2.80), otrzymamy:

$$\mathbf{T}_{\text{QWP}@45^\circ} = \mathbf{R}[-\pi/4] \begin{bmatrix} e^{-j\pi/4} & 0 \\ 0 & e^{j\pi/4} \end{bmatrix} \mathbf{R}[\pi/4] = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.107)$$

$$\mathbf{T}_{\text{QWP}_{\text{prim}}@-45^\circ} = \mathbf{R}[\pi/4] \begin{bmatrix} e^{-j\pi/4} & 0 \\ 0 & e^{j\pi/4} \end{bmatrix} \mathbf{R}[-\pi/4] = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.108)$$

$$\mathbf{T}_{\text{obj}} = \mathbf{R}[-\varphi] \begin{bmatrix} e^{-j\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{j\Gamma/2} \end{bmatrix} \mathbf{R}[\varphi] = \begin{bmatrix} e^{-j\Gamma/2}(\cos^2\varphi + e^{j\Gamma}\sin^2\varphi) & -j\sin(\Gamma/2)\sin(2\varphi) \\ -j\sin(\Gamma/2)\sin(2\varphi) & e^{-j\Gamma/2}(e^{j\Gamma}\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) \end{bmatrix}, \quad (6.109)$$

$$\mathbf{T}_{\text{obj}_{\text{prim}}} = \mathbf{R}[\varphi] \begin{bmatrix} e^{-j\Gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{j\Gamma/2} \end{bmatrix} \mathbf{R}[-\varphi] = \begin{bmatrix} e^{-j\Gamma/2}(\cos^2\varphi + e^{j\Gamma}\sin^2\varphi) & j\sin(\Gamma/2)\sin(2\varphi) \\ j\sin(\Gamma/2)\sin(2\varphi) & e^{-j\Gamma/2}(e^{j\Gamma}\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) \end{bmatrix}, \quad (6.110)$$

gdzie \mathbf{R} jest macierzą obrotu (patrz definicja (2.78)), Γ jest skumulowanym kątem retardacji przy pojedynczym przejściu promieniowania optycznego między powierzchnią wejściową badanej próbki a miejscem, z którego rejestrowany jest sygnał optyczny, a φ jest kątem orientacji osi szybkiej, definiowanym jako kąt między osią x a osią szybką retardera, za pomocą którego można opisać skumulowane właściwości polaryzacyjne badanego obiektu między powierzchnią wejściową badanej próbki a miejscem, z którego rejestrowany jest sygnał optyczny.

Podstawiając zależności (6.104)–(6.110) do (6.103), otrzymamy:

$$\mathbf{J}_1 = \frac{\sqrt{I_s}}{2} \sqrt{R} \begin{bmatrix} e^{j(\Delta\phi-2\varphi)} \sin\Gamma \\ e^{j\Delta\phi} \cos\Gamma \end{bmatrix}. \quad (6.111)$$

W analogiczny sposób, co wektor Jonesa \mathbf{J}_1 , można obliczyć wektor Jonesa:

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_2 &= \sqrt{I_s} \mathbf{T}_{\text{NPBS}t} \mathbf{T}_{\text{QWP}_{\text{prim}} @ -22,5^\circ} \mathbf{T}_{\text{L-P}} \mathbf{T}_{\text{QWP} @ 22,5^\circ} \mathbf{T}_{\text{NPBS}r} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= \sqrt{I_s} \mathbf{T}_{\text{L-P}} \mathbf{T}_{\text{NPBS}t} \mathbf{T}_{\text{QWP} @ 22,5^\circ} \mathbf{T}_{\text{QWP} @ 22,5^\circ} \mathbf{T}_{\text{NPBS}r} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{I_s}}{2} \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix},\end{aligned}\quad (6.112)$$

opisujący stan polaryzacji (w układzie $x'y'z'O'$) wiązki pochodzącej z ramienia odniesienia, kierowanej do detektora, gdzie:

$$\mathbf{T}_{\text{QWP} @ 22,5^\circ} = \mathbf{R}[-\pi/8] \begin{bmatrix} e^{-j\pi/4} & 0 \\ 0 & e^{j\pi/4} \end{bmatrix} \mathbf{R}[\pi/8] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{2}-j & -j \\ -j & \sqrt{2}+j \end{bmatrix}, \quad (6.113)$$

$$\mathbf{T}_{\text{QWP}_{\text{prim}} @ -45^\circ} = \mathbf{R}[\pi/8] \begin{bmatrix} e^{-j\pi/4} & 0 \\ 0 & e^{j\pi/4} \end{bmatrix} \mathbf{R}[-\pi/8] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{2}-j & j \\ j & \sqrt{2}+j \end{bmatrix}. \quad (6.114)$$

Wektor Jonesa wiązki kierowanej na polaryzacyjny dzielnik wiązki PBS \mathbf{J}_{out} jest sumą wektorów Jonesa \mathbf{J}_1 i \mathbf{J}_2 , czyli:

$$\mathbf{J}_{\text{out}} = \mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2. \quad (6.115)$$

Natężenia promieniowania optycznego docierające do Detektora 1 i Detektora 2 można obliczyć z zależności (patrz równanie (2.75)):

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} I_H \\ I_V \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} U_{\text{out}x} U_{\text{out}x}^* \\ U_{\text{out}y} U_{\text{out}y}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (U_{1x} + U_{2x})(U_{1x} + U_{2x})^* \\ (U_{1y} + U_{2y})(U_{1y} + U_{2y})^* \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} U_{1x} U_{1x}^* + U_{2x} U_{2x}^* + U_{1x} U_{2x}^* + U_{1x}^* U_{2x} \\ U_{1y} U_{1y}^* + U_{2y} U_{2y}^* + U_{1y} U_{2y}^* + U_{1y}^* U_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1H} + I_{2H} + U_{1x} U_{2x}^* + U_{1x}^* U_{2x} \\ I_{1V} + I_{2V} + U_{1y} U_{2y}^* + U_{1y}^* U_{2y} \end{bmatrix},\end{aligned}\quad (6.116)$$

gdzie I_H i I_V są całkowitymi natężeniami mierzonymi odpowiednio przez Detektor 1 i Detektor 2, I_{1H} i I_{2H} oraz I_{1V} i I_{2V} są natężeniami pochodzącymi z ramion odpowiednio pomiarowego i odniesienia, które nie zmieniają się z różnicą dróg optycznych, z jaką propagowało promieniowanie w ramionach interferometru, mierzonymi odpowiednio przez Detektor 1 i Detektor 2, $U_{\text{out}x}$ i $U_{\text{out}y}$ są kolejnymi elementami wektora \mathbf{J}_{out} , U_{1x} i U_{1y} są kolejnymi elementami wektora \mathbf{J}_1 , a U_{2x} i U_{2y} są kolejnymi elementami wektora \mathbf{J}_2 .

Podstawiając zależności (6.111) i (6.112) do (6.116), otrzymamy:

$$\begin{bmatrix} I_H(\Delta\phi) \\ I_V(\Delta\phi) \end{bmatrix} = \frac{I_s}{8} \begin{bmatrix} 1 + 2R \sin^2 \Gamma + 2\sqrt{2}\sqrt{R} \sin \Gamma \cos(2\phi - \Delta\phi) \\ 1 + 2R \cos^2 \Gamma + 2\sqrt{2}\sqrt{R} \cos \Gamma \cos(\pi - \Delta\phi) \end{bmatrix}. \quad (6.117)$$

Zauważmy, że w natężeniach I_H i I_V można wyróżnić składowe stałe $I_{\text{dc}H}$ i $I_{\text{dc}V}$, które nie zależą od różnicy faz $\Delta\phi$ zmieniającej się wraz z różnicą dróg optycznych, z jaką wiązki optyczne propagują w ramionach interferometru, oraz składowe zmienne $I_{\text{ac}H}$ i $I_{\text{ac}V}$, które zależą od różnicy faz $\Delta\phi$. Oznacza to, że:

$$\begin{bmatrix} I_H(\Delta\phi) \\ I_V(\Delta\phi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{dcH} \\ I_{dcV} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{acH}(\Delta\phi) \\ I_{acV}(\Delta\phi) \end{bmatrix}. \quad (6.118)$$

Z zależności (6.117) wynika, że:

$$\begin{bmatrix} I_{acH}(\Delta\phi) \\ I_{acV}(\Delta\phi) \end{bmatrix} = \frac{I_s\sqrt{2}}{4} \sqrt{R} \begin{bmatrix} \sin \Gamma \cos(2\varphi - \Delta\phi) \\ \cos \Gamma \cos(\pi - \Delta\phi) \end{bmatrix}. \quad (6.119)$$

Obliczenia kątów Γ oraz φ można dokonać poprzez wyznaczenie sygnałów analitycznych $I_{acH}(\Delta\phi)$ i $I_{acV}(\Delta\phi)$, posługując się prostą transformatą Hilberta z $I_{acH}(\Delta\phi)$ i $I_{acV}(\Delta\phi)$ (patrz zależność (2.45)). Otrzymamy wtedy:

$$\begin{bmatrix} I_{acH}(\Delta\phi) \\ I_{acV}(\Delta\phi) \end{bmatrix} = \frac{I_s\sqrt{2}}{4} \sqrt{R} \begin{bmatrix} \sin \Gamma e^{j(2\varphi - \Delta\phi)} \\ \cos \Gamma e^{j(\pi - \Delta\phi)} \end{bmatrix}. \quad (6.120)$$

Z zależności tej wynika, że kąt retardacji:

$$\Gamma = \arctg \left(\frac{|I_{acH}(\Delta\phi)|}{|I_{acV}(\Delta\phi)|} \right), \quad (6.121)$$

a kąt orientacji osi szybkiej:

$$\varphi = \frac{\pi - \arg[I_{acV}(\Delta\phi)] - \arg[I_{acH}(\Delta\phi)]}{2}. \quad (6.122)$$

Komentarza wymaga przyjęty w zależnościach (6.119) i (6.120) kierunek zmian argumentu sygnałów analitycznych $I_{acH}(\Delta\phi)$ i $I_{acV}(\Delta\phi)$ wraz ze wzrostem $\Delta\phi$. W przyjętej w rozdziale 2 konwencji ($\mathbf{kr}-\omega t$) dla sygnałów analitycznych U argumenty tych sygnałów rosną wraz ze wzrostem odległości z , co oznacza, że z przyrostem czasu t argumenty te muszą maleć. W analizie sygnałów elektrycznych powszechnie przyjmuje się, że argumenty sygnałów analitycznych rosną wraz z upływem czasu t . Ponieważ natężenia mierzone są za pomocą sygnałów elektrycznych, zdecydowano tutaj, że argumenty sygnałów analitycznych związanych z tymi natężeniami powinny maleć wraz z odległością, a więc w naszym wypadku także maleć wraz ze wzrostem $\Delta\phi$ (to jest mierzona faza sygnału powinna maleć wraz ze wzrostem odległości tak, jak to jest w konwencji $(\omega t - \mathbf{kr})$).

Wyznaczone sygnały analityczne $I_{acH}(\Delta\phi)$ i $I_{acV}(\Delta\phi)$ mogą również posłużyć do wyznaczenia współczynnika R , który jest proporcjonalny do współczynnika wstecznego rozpraszania niejednorodności, od której rejestrowany jest sygnał optyczny. Z zależności (6.120) wynika, że współczynnik ten jest proporcjonalny do sumy kwadratu modułów sygnałów analitycznych $I_{acH}(\Delta\phi)$ i $I_{acV}(\Delta\phi)$, to jest:

$$R \sim |I_{acH}(\Delta\phi)|^2 + |I_{acV}(\Delta\phi)|^2. \quad (6.123)$$

W dotychczasowej analizie prostego systemu PS-OCT o konfiguracji pokazanej na rys. 6.10 posługiwano się (dla uproszczenia) amplitudami zespolonymi U_{1x} i U_{1y} (dla wiązki pochodzącej z ramienia pomiarowego) i U_{2x} i U_{2y} (dla wiązki pochodzącej z ramienia odniesienia) tak, jakby źródło promieniowania było monochromatyczne – patrz zależność (6.116). Oczywiście w systemach PS-OCT stosowane są źródła niskokoherentne, dla których można dokonać podobnej analizy w dziedzinie widma dla poszczególnych składowych widma, zastępując amplitudy zespolone U_{1x} i U_{1y} oraz U_{2x} i U_{2y} odpowiednio ampli-

tudami zespolonymi u_{1x} i u_{1y} oraz u_{2x} i u_{2y} poszczególnych fal harmoniczných widma sygnałów analitycznych U_{1x} i U_{1y} oraz U_{2x} i U_{2y} (patrz zależności (2.41) i (2.42)). Dlatego analiza pracy systemu PS-OCT z przetwarzaniem w dziedzinie czasu z uwzględnieniem ograniczonej długości drogi koherencji wymagałaby zastąpienia amplitud zespolonych U_{outx} i U_{outy} , U_{1x} i U_{1y} oraz U_{2x} i U_{2y} w zależności (6.116) odpowiednio sygnałami analitycznymi U_{outx} i U_{outy} , U_{1x} i U_{1y} oraz U_{2x} i U_{2y} , z uwzględnieniem względnego opóźnienia interferujących wiązek $\tau = \Delta L/c_0$, gdzie ΔL jest różnicą dróg optycznych, z jaką propagowało promieniowanie w ramionach interferometru, a c_0 jest prędkością światła w próżni. Otrzymalibyśmy wtedy:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \langle I_H(\tau) \rangle \\ \langle I_V(\tau) \rangle \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \langle U_{outx}(\tau) U_{outx}^*(\tau) \rangle \\ \langle U_{outy}(\tau) U_{outy}^*(\tau) \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle (U_{1x}(\tau) + U_{2x})(U_{1x}(\tau) + U_{2x})^* \rangle \\ \langle (U_{1y}(\tau) + U_{2y})(U_{1y}(\tau) + U_{2y})^* \rangle \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \langle I_{1H} \rangle + \langle I_{2H} \rangle + \langle U_{1x}(\tau) U_{2x}^* \rangle + \langle U_{1x}^*(\tau) U_{2x} \rangle \\ \langle I_{1V} \rangle + \langle I_{2V} \rangle + \langle U_{1y}(\tau) U_{2y}^* \rangle + \langle U_{1y}^*(\tau) U_{2y} \rangle \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6.124)$$

W rezultacie tej analizy w miejscu zależności na sygnały analityczne natężeń I_{acH} i I_{acV} wiązek kierowanych do PBS (patrz zależność (6.120)) otrzymalibyśmy sygnały analityczne gęstości mocy widmowych, za pomocą których można byłoby wyznaczyć kąty retardacji i kąty położenia osi szybkiej w funkcji położenia (wyznaczonej z różnicy faz $\Delta\phi$) i częstotliwości fali. Wykorzystując przetwarzanie sygnału wyjściowego z interferometru w dziedzinie częstotliwości (patrz punkt 6.4.3) dla każdej składowej polaryzacji odbieranej z osobna, można też wyznaczyć zależność wartości R w funkcji położenia z .

Trzeba jednak zaznaczyć, że przy badaniu ośrodków wykazujących dwójłomność interpretacja wyników pomiarowych w dziedzinie czasu może nastrożać istotne problemy, z uwagi na to, że kąt retardacji przy danej różnicy współczynników załamania dla promieni zwyczajnego i nadzwyczajnego i przy danej długości drogi, jaką pokonuje promieniowanie optyczne w ośrodku dwójłomnym, jest (przy pominięciu dyspersji) odwrotnie proporcjonalny do długości fali. Dlatego w wypadku zastosowania promieniowania optycznie szerokopasmowego trudna jest interpretacja wyników uzyskanych za pomocą wyrażenia (6.221). Dla promieniowania optycznie wąskopasmowego wyniki uzyskane za pomocą tego wyrażenia można traktować jako wartości średnie dla długości fal leżących w paśmie tego promieniowania i to pod warunkiem, że opóźnienie wzajemne fal różniących się stanem polaryzacji jest dużo mniejsze od czasu koherencji promieniowania wychodzącego ze źródła. W przeciwnym razie nie zaobserwujemy jednoczesnej interferencji fal w obu detektorach na wyjściu interferometru, co jest konieczne do wyznaczenia różnicy faz $\Delta\phi$ sygnałów optycznych rejestrowanych przez te detektory, aby na jej podstawie można było wyznaczyć kąt retardacji Γ (patrz zależność (6.121)) i orientację osi szybkiej ϕ (patrz zależność (6.122)). W zamian wyznaczony z zależności (6.123) obraz badanego obiektu będzie składał się z sumy dwóch przesuniętych względem siebie obrazów powstałych w wyniku różnych opóźnień promieni zwyczajnych i nadzwyczajnych w tym obiekcie [177, 325, 400].

Opisany powyżej system PS-OCT, którego konfigurację pokazano na rys. 6.10, nadaje się do pomiarów wąskiej (choć najczęściej spotykanej) klasy ośrodków wykazujących właściwości polaryzacyjne, w których zmiana stanu polaryzacji promieniowania może zająć wyłącznie na skutek dwójłomności. System ten w ogólności nie nadaje się do pomiaru obiektu, w którym zachodzą zjawiska dichroizmu, aktywność optycznej i depolaryzacji

promieniowania optycznego [184]. Zjawiska te mogą być przyczyną znacznych błędów w wyznaczaniu kąta retardacji Γ i kąta orientacji osi szybkiej φ . Wartości tych błędów powodowanych przez dichroizm liniowy były szacowane w pracy [366].

Dużo większe możliwości metrologiczne mają systemy PS-OCT, oparte na pomiarze wektora Stokesa promieniowania na wyjściu interferometru. Przy wykorzystaniu czterech różnych pobudeń możliwe jest wyznaczenie wszystkich elementów macierzy Muellera, opisującej lokalne właściwości polaryzacyjne mierzonego obiektu, na podstawie których możliwy jest pełny opis właściwości polaryzacyjnych badanego obiektu (w tym dwójłomności, dichroizmu, właściwości depolaryzujących) [213, 325]. Załóżmy, że badany obiekt pobudzany jest kolejno promieniowaniem optycznym o polaryzacji liniowej poziomej, pionowej, pod kątem $+45^\circ$ i o polaryzacji kołowej prawoskrętnej, przy czym natężenie promieniowania w kolejnych pobudzeniach jest jednakowe i wynosi I_s . Odpowiadające tym pobudzeniom wektory Stokesa: \mathbf{S}_H , \mathbf{S}_V , \mathbf{S}_P i \mathbf{S}_L można opisać jako:

$$\mathbf{S}_H = I_s \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_V = I_s \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_P = I_s \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_R = I_s \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (6.125)$$

Jeżeli przez macierz $\mathbf{M}=[\mathbf{M}_0, \mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_3]$, gdzie \mathbf{M}_0 , \mathbf{M}_1 , \mathbf{M}_2 i \mathbf{M}_3 są kolejnymi kolumnami tej macierzy, oznaczymy macierz Muellera opisującą właściwości polaryzacyjne badanego obiektu dla promieniowania, które propagowało w nim od jego powierzchni do pewnej głębokości (określonej na podstawie pomiaru koherencji wzajemnej sygnałów optycznych z ramion pomiarowego i odniesienia) i z powrotem, wówczas kolejne stany polaryzacji \mathbf{S}_{H_out} , \mathbf{S}_{V_out} , \mathbf{S}_{P_out} i \mathbf{S}_{R_out} promieniowania wychodzącego z obiektu można zapisać jako:

$$\mathbf{S}_{H_out} = \mathbf{M}\mathbf{S}_H, \quad \mathbf{S}_{V_out} = \mathbf{M}\mathbf{S}_V, \quad \mathbf{S}_{P_out} = \mathbf{M}\mathbf{S}_P, \quad \mathbf{S}_{R_out} = \mathbf{M}\mathbf{S}_R. \quad (6.126)$$

Podstawiając zależności (6.125) do (6.126), można otrzymać układ równań:

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{H_out} = (\mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_1) / I_s \\ \mathbf{S}_{V_out} = (\mathbf{M}_0 - \mathbf{M}_1) / I_s \\ \mathbf{S}_{P_out} = (\mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_2) / I_s \\ \mathbf{S}_{R_out} = (\mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_3) / I_s \end{cases}. \quad (6.127)$$

Na podstawie rozwiązania \mathbf{M}_0 , \mathbf{M}_1 , \mathbf{M}_2 i \mathbf{M}_3 tego układu otrzymujemy szukaną macierz:

$$\mathbf{M} = \frac{1}{2I_s} [\mathbf{S}_{H_out} + \mathbf{S}_{V_out}, \mathbf{S}_{H_out} - \mathbf{S}_{V_out}, 2\mathbf{S}_{P_out} - (\mathbf{S}_{H_out} + \mathbf{S}_{V_out}), 2\mathbf{S}_{R_out} - (\mathbf{S}_{H_out} + \mathbf{S}_{V_out})]. \quad (6.128)$$

Wektor Stokesa na wyjściu interferometru $\mathbf{S}(\tau)$ dla sygnałów tworzących prążki interferencyjne w funkcji względnego opóźnienia τ interferujących ze sobą wiązek promieniowania optycznego można także określić na podstawie sygnałów analitycznych natężeń $I_{acH}(\tau)$ i $I_{acV}(\tau)$ promieniowania o składowych poziomej i pionowej tworzących te prążki. Otrzymamy wtedy (patrz zależność (2.102)):

$$\mathbf{S}(\tau) = \begin{bmatrix} I_{acH}(\tau) + I_{acV}(\tau) \\ I_{acH}(\tau) - I_{acV}(\tau) \\ \langle 2\sqrt{I_{acH}(\tau)}\sqrt{I_{acV}(\tau)} \cos[\Delta\delta(\tau)] \rangle \\ \langle 2\sqrt{I_{acH}(\tau)}\sqrt{I_{acV}(\tau)} \sin[\Delta\delta(\tau)] \rangle \end{bmatrix}, \quad (6.129)$$

gdzie $I_{acH}(\tau) = |I_{acH}(\tau)|$ i $I_{acV}(\tau) = |I_{acV}(\tau)|$ są składowymi zmiennymi natężenia mierzone przez Detektory 1 i 2 (patrz rys. 6.10), $\Delta\delta(\tau)$ jest różnicą argumentów sygnałów analitycznych $U(\tau)$ odpowiedzialnych za powstanie prążków interferencyjnych. Ponieważ ze wzrostem argumentów sygnałów analitycznych $U(\tau)$ maleją argumenty sygnałów analitycznych $I_{acH}(\tau)$ i $I_{acV}(\tau)$ (patrz komentarz do zależności (6.119) i (6.120) umieszczony za zależnością (6.122)), $\Delta\delta(\tau) = \arg(I_{acH}(\tau)) - \arg(I_{acV}(\tau))$.

Praktyczne wykorzystanie metody pomiaru wektora Stokesa $\mathbf{S}(\tau)$ interferujących ze sobą wiązek z wykorzystaniem zależności (6.129) nie stanowi problemu dla ośrodków nie-depolaryzujących, bowiem wartości $I_{acH}(\tau)$, $I_{acV}(\tau)$ i $\Delta\delta(\tau)$ dla danego τ są stałe [3, 226, 481]. W wypadku występowania zjawiska depolaryzacji wartości $I_{acH}(\tau)$, $I_{acV}(\tau)$ także są stałe, ale wartość $\Delta\delta(\tau)$ ulega ciągłym zmianom, co powoduje, że dla określenia dwóch ostatnich składników wektora Stokesa $\mathbf{S}(\tau)$ należy znaleźć średnie wartości sinusa i kosinusa $\Delta\delta(\tau)$. Średnie te można uzyskać na podstawie wielokrotnych pomiarów sygnałów analitycznych $I_{acH}(\tau)$ i $I_{acV}(\tau)$ pochodzących od tego samego fragmentu badanego obiektu [3].

6.6. Przykłady zastosowań koherentnych metod pomiarowych w badaniach ośrodków silnie rozpraszających

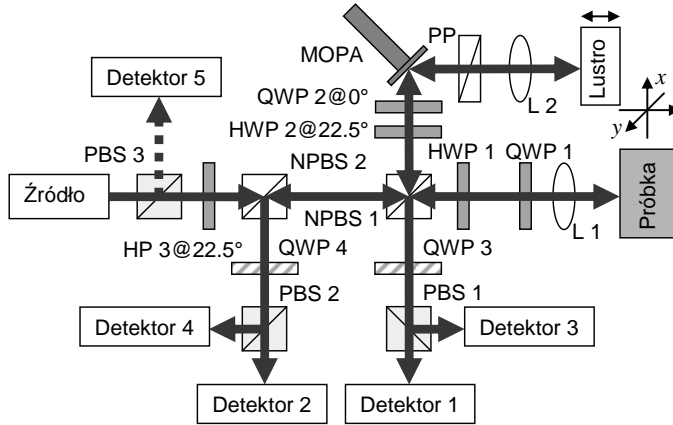
6.6.1. Przykład zaawansowanego systemu OCT do badań ośrodków silnie rozpraszających

Korzystając z wcześniej przedstawionej analizy pracy systemów OCT Autor zaprojektował i wykonał w czasie realizacji projektu badawczego własnego w ramach Grantu Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego Nr 3 T11B 009 27 pt.: „Niskokoherentne metody diagnostyki struktur warstwowych” zaawansowany system PS-OCT wysokiej rozdzielczości, pracujący w dziedzinie czasu z detekcją zrównoważoną do badań ośrodków silnie rozpraszających. W punkcie tym zostanie zaprezentowana konfiguracja systemu i jego parametry oraz dalsze kierunki rozwoju tej konfiguracji. Jego możliwości pomiarowe zostaną przedstawione w następnym punkcie.

Konfiguracja systemu

Opracowany system pomiarowy (patrz rys. 6.11) charakteryzuje się bardzo dużą elastycznością i może być, w zależności od potrzeb, łatwo przekonfigurowany do pomiarów zarówno obiektów niezmiennających stan polaryzacji promieniowania, jak i do obiektów, które ten stan mogą zmieniać, w tym obiektów depolaryzujących poprzez umieszczanie w systemie dodatkowych elementów polaryzacyjnych. Mierzone mogą być zarówno lokalne elementy macierzy Jonesa, jak i Muellera, badanego obiektu. W wypadku pomiarów ośrodków dwójłomnych pozwala on wyznaczyć lokalny kąt retardacji i kąt orientacji osi szybkiej, korzystając z zależności (6.121) i (6.122). System ten umożliwia także badanie ośrodków polaryzacyjnych nie-depolaryzujących metodą opisaną w poprzednim punkcie, opartą na pomiarze wektora Stokesa promieniowania na wyjściu interferometru, przy zasto-

sowaniu zależności (6.129), lub depolaryzujących metodą opartą na pomiarze wektorów Stokesa promieniowania na wyjściu interferometru zgodnie z jego definicją (patrz zależności (2.91)), z wykorzystaniem składowych zmiennych natężeń mierzonych przez Detektory 1÷4, przy różnych pobudzeniach, tak aby można było skorzystać z zależności (6.128). Z zależności tej otrzymujemy macierz Muellera \mathbf{M} , opisującą zmianę stanu polaryzacji promieniowania optycznego po jego przejściu przez półfalówkę HWP 1 i ćwierćfalówkę QWP 1 oraz badany obiekt do centrum rozpraszania i z powrotem. Na podstawie tej macierzy można wyznaczyć macierz Muellera badanego obiektu (opisującą jego właściwości polaryzacyjne przy dwukrotnym przejściu promieniowania optycznego – to jest od jego powierzchni do centrum rozpraszania i z powrotem).



Rys. 6.11. Polaryzacyjny system OCT pracujący w dziedzinie czasu z detekcją zrównoważoną; MOPA – zwierciadło na elemencie piezoelektrycznym, L 1÷2 – soczewki, NPBS 1÷3 – niepolaryzacyjne dzielniki wiązki, PBS 1÷3 – polaryzacyjne dzielniki wiązki, HWP 1÷3 – półfalówki, QWP 1÷4 – ćwierćfalówki (elementy QWP 3÷4 występują tylko w badaniach obiektów depolaryzujących), PP – element kompensujący dyspersję badanej próbki

W systemie przedstawionym na rys. 6.11 promieniowanie optyczne ze źródła S kierowane jest do dwóch ramion interferometru (pomiarowego – w którym znajduje się badana próbka, i odniesienia – z ruchomym lustrem) przez niepolaryzacyjny dzielnik wiązki NPBS 1. Elementy: polaryzacyjny dzielnik wiązki PBS 3, pełniący funkcję polaryzatora, półfalówki HWP 1 i 3 i ćwierćfalówka QWP 1 pozwalają na pobudzenie obiektu badanego wiązkami promieniowania o różnych stanach polaryzacji, potrzebnych do pełnej charakteryzacji właściwości polaryzacyjnych obiektu (to jest do wyznaczenia lokalnych parametrów macierzy Jonesa lub Muellera). Ponieważ w ramieniu odniesienia promieniowanie pada na metalowe zwierciadło umieszczone na elemencie piezoelektrycznym (element MOPA) pod kątem 45° , stan polaryzacji promieniowania po odbiciu może ulec zmianie (zwierciadło metalowe zachowuje się jak retarder z osią optyczną ustawioną prostopadle do płaszczyzny padania). Aby temu zapobiec, przed zwierciadłem umieszczona jest półfalówka HWP 2, która skręca płaszczyznę polaryzacji wiązki padającej na to zwierciadło o kąt 45° , czyli o taki kąt, by płaszczyzna ta była prostopadła do płaszczyzny padania (lepszą, choć trudniejszą w justowaniu, metodą kompensacji zmiany polaryzacji powodowanej przez element MOPA jest umieszczenie między nim a NPBS 1 dodatkowego zwierciadła metalowego kierującego wiązkę w górę; wiązka ta jest następnie odbijana od elementu MOPA poziomo

w tym samym kierunku, jak pokazano na rys. 6.11). Po odbiciu promieniowania od zwierciadła M znajdującego się na końcu ramienia odniesienia płaszczyzna polaryzacji ponownie zostanie skręcona przez półfalówkę HWP 2 o kąt 45° . W celu minimalizacji błędów pomiarowych spowodowanych dyspersją elementów użytych w systemie, w ramieniu odniesienia znajdują się dodatkowo ćwierćfalówka QWP 2 i soczewka L 2 (są to elementy identyczne jak ćwierćfalówka QWP 1 i soczewka L 1 znajdujące się w ramieniu pomiarowym). Polaryzacyjny dzielnik wiązki PBS 1 kieruje interferujące wiązki o wzajemnie ortogonalnych stanach polaryzacji promieniowania do Detektorów 1 i 3. Pomiar amplitudy i przesunięcia fazowego rejestrowanych prążków interferencyjnych pozwala w pełni określić stan polaryzacji promieniowania wstecznie rozproszonego w badanym obiekcie, co przy różnych pobudzeniach pozwala wyznaczyć elementy macierzy Jonesa lub Muellera, opisujące jego właściwości polaryzacyjne. Część promieniowania rozproszonego od badanego obiektu kierowana jest przez niepolaryzacyjny dzielnik wiązki NPBS 1 do niepolaryzacyjnego dzielnika wiązki NPBS 2 i dalej poprzez polaryzacyjny dzielnik wiązki PBS 2 do Detektorów 2 i 4. Ponieważ destruktywnej interferencji wiązek pochodzących z ramion pomiarowego i odniesienia, kierowanych w kierunku polaryzacyjnego dzielnika wiązki PBS 1, odpowiada konstruktywna interferencja tych wiązek, gdy kierowane są one w kierunku polaryzacyjnego dzielnika wiązki PBS 2 (i na odwrót: konstruktywnej interferencji wiązek kierowanych do PBS 1 odpowiada destruktywna interferencja wiązek kierowanych w kierunku PBS 2), można zastosować detekcję zrównoważoną. W systemie wykorzystano dwa układy detekcji zrównoważonej: jeden wykorzystuje Detektory 1 i 2, a drugi Detektory 3 i 4. Takie rozwiązanie pozwala na bardzo dużą redukcję szumów nadmiarowych wnoszonych przez źródło promieniowania. Detektor 5 wykorzystywany jest przy ustalaniu stanu polaryzacji promieniowania wychodzącego ze źródła tak, by uzyskać jak największą moc pobudzenia badanego obiektu. Element piezoelektryczny wraz ze znajdującym się na nim zwierciadłem (element MOPA) umożliwia szybkie podłużne skanowanie badanego obiektu przez szybką zmianę długości optycznej ramienia odniesienia [268, 391, 400].

W zbudowanym systemie wykorzystuje się jedno z kilku dostępnych źródeł, przy czym podstawowym źródłem jest femtosekundowy erbowy laser światłowodowy, podłączony do erbowego wzmacniacza światłowodowego, na wyjściu którego podłączony jest światłowód foniczny. Całość stanowi źródło szerokopasmowe, w którym szerokie widmo promieniowania uzyskuje się metodą generacji superkontinuum. Opisany zestaw jest produkcyjny firmy MenloSystem z Niemiec – model Ultra-Broad Light Source TB 1550. Zakres widmowy tego źródła wynosi od 1200 nm do 1800 nm. Jednakże pełne wykorzystanie tak szerokiego zakresu widmowego tego źródła w systemie działającym w dziedzinie czasu jest mocno utrudnione, ponieważ począwszy od 1480 nm w kierunku fal dłuższych ma o około 10 dB większą gęstość widmową mocy, niż dla fal krótszych. To „podbicie” gęstości mocy w wielu zastosowaniach może być przyczyną pojawienia się niepożądanych listków bocznych obok sygnałów użytecznych pochodzących od odbić od niejednorodności w badanym obiekcie. By tego uniknąć, promieniowanie ze źródła powinno być filtrowane za pomocą filtru krawędziowego przepuszczającego krótsze fale. W systemie, w razie potrzeby, wykorzystywany jest w tym celu filtr SP-1420 nm firmy Spectrogon ze Szwecji.

Uzupełnieniem do źródła opartego na generacji superkontinuum są diody superluminescencyjne o środkowej długości fali 975 nm, 1290 nm lub 1565 nm firmy Superlum z Rosji (odpowiednio typu 481-MP-DIL-SM-PD, Broadband SLD Light Source S1300 G-I-20 lub Broadband SLD Light Source S1550 G-I-10. W przeciwieństwie do poprzedniego źródła, diody te mają charakterystyki widmowe o kształcie zbliżonym do krzywej Gaussa, co w dużym stopniu redukuje pojawienie się niepożądanych listków bocznych obok sygnałów

użytecznych. Z drugiej strony są to jednak źródła o dużo mniejszej szerokości i gęstości widmowej. Źródło promieniowania z pozostałą częścią systemu połączone jest za pomocą standardowego światłowodu telekomunikacyjnego typu SMF-28 zakończonego złączkami typu FC-PC.

W systemie wykorzystano dwa odbiorniki zrównoważone typu Model 2017 Nirvana firmy New Focus z USA (pierwszy zawierał Detektory 1 i 3, drugi Detektory 2 i 4) oraz miernik promieniowania optycznego typu Multi-Function Optical Meter Model 1835-C firmy Newport z USA wraz z detektorem typu 818-IG tej samej firmy (miernik ten z Detektorem 5 wykorzystywane są tylko w czasie justowania systemu). Wszystkie detektory są wykonane z InGaAs, przez co umożliwiają pomiar promieniowania optycznego z zakresu od 800 nm do 1600 nm. Wykorzystane odbiorniki zrównoważone pozwalają na dużą redukcję sygnałów współbieżnych, pochodzących od szumów źródła (w omawianym systemie redukcja ta wynosi ponad 50 dB). Sygnał z odbiorników zrównoważonych przesyłany jest poprzez kartę przetworników analogowo-cyfrowych i dalej przez łącze USB do komputera klasy PC. W systemie wykorzystano 4-kanałowy układ przetworników typu 4-Chanal ± 5 V 24 Bit IEPE Analog Input NI 9233 firmy National Instruments z USA podłączony do łącza USB typu Hi-Speed USB Carrier NI USB-9162 tej samej firmy. Przetworniki te umożliwiają pomiar z prędkością do 50 kS/s w każdym kanale. Do przesyłania sygnałów z detektorów wykorzystano dwa kanały. Do pozostałych dwóch kanałów podłączone są sygnały sterujące z generatora podłączonego do aktuatora piezoelektrycznego i z silnika krokowego jednego ze stolików przesuwnych, odpowiedzialnego za skanowanie w kierunku poprzecznym.

Do szybkiego skanowania podłużnego badanego obiektu wykorzystano aktuator piezoelektryczny o zakresie ruchu wynoszącym 100 μm z rozdzielczością 100 nm (typu Piezoelectric Actuator without Feedback PAS015 firmy Thorlabs) wraz z zamocowanym na nim zwierciadłem (element MOPA – patrz rys. 6.11). W systemie wykorzystano również stoliki o trzech stopniach swobody typu Three Axis Motorized XYZ Translation Stage MT3/M-Z6 firmy Thorlabs i o jednym stopniu swobody typu Single Axis Motorized Translation Stage MT1/M-Z6 tej samej firmy, które były odpowiedzialne za dynamiczne ogniskowanie (metodą PL – patrz punkt 6.5.3)

Dane pomiarowe w systemie są filtrowane tak, by w dalszej obróbce uczestniczyły sygnały skupione wokół częstotliwości dopplerowskiej f_D (patrz zależność (6.74)). Ponieważ filtr stosowany jest dla obu kanałów związanych z ortogonalnymi stanami polaryzacji, a sygnały wyjściowe po filtracji wykorzystane są do określenia różnicy wartości fazy między sygnałami analitycznymi natężenia promieniowania (patrz punkt 6.5.4), zdecydowano się na zastosowanie filtra charakteryzującego się liniową fazą. Wykorzystano w tym celu cyfrowy filtr 35. rzędu o skończonym czasie odpowiedzi z oknem Blackmana-Harrisa [379, 380], przyjmując szerokość pasma transmisji $\Delta f = 0,1f_D$ i częstotliwość środkową równą f_D . Po filtracji w bloku analitycznym wyznaczane są chwilowe wartości amplitudy i fazy sygnałów analitycznych odbieranych natężeń z wykorzystaniem transformaty Hilberta. Więści te używane są do wyznaczania lokalnych właściwości badanego obiektu (np. grubości warstw, wymiarów i lokalizacji niejednorodności, lokalnych właściwości polaryzacyjnych badanego obiektu). Całość systemu jest sterowana za pośrednictwem aplikacji zrealizowanej w środowisku LabView wersji 7.1 firmy National Instruments.

Parametry systemu

Opracowany system ma duże możliwości rekonfiguracyjne. Wykorzystany element piezoelektryczny umożliwia wykonywanie do 16 skanowań podłużnych na sekundę (przy

pobudzeniu tego elementu sygnałem piłokształtnym o częstotliwości 8 Hz i wykorzystaniu narastającego i opadającego zbocza sygnału). Maksymalna liczba skanowań podłużnych na sekundę może być zwiększona dziesięciokrotnie, gdy między sterownik elementu piezoelektrycznego a element piezoelektryczny umieszczony zostanie dedykowany wzmacniacz mocy. Zakres skanowania elementem piezoelektrycznym wynosi 140 μm . Zakres skanowania podłużnego może być zwiększony do 13 mm (pod warunkiem użycia soczewki skupiającej promieniowanie optyczne na badanej próbce, o odpowiednio długiej ogniskowej) poprzez wykorzystanie przesuwu stolika mechanicznego sterowanego silnikiem krokowym skanującym w kierunku osi z. Skanowanie poprzeczne może odbywać się w zakresie 13 mm, z prędkością do 4 mm/s.

Tabela 6.1

Podstawowe parametry systemu PS-OCT

Parametr	Wartość
Odbiorniki detekcji zrównoważonej (typ 2017 Nirvana firmy New Focus z USA)	
Zakres długości fali	800–1700 nm
Tłumienie sygnałów sumacyjnych	50 dB
Maksymalne wzmocnienie dla sygnałów zmiennych	$1 \cdot 10^6$ V/W
Maksymalna moc promieniowania optycznego	0,5 mW
Szumy prądowe	1.5 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Pasmo 3 dB	150 kHz
Źródło SLD (typu 481-MP-DIL-SM-PD firmy Superlum z Rosji) ^{*)}	
Środkowa długość fali	975 nm
Szerokość widmowa	36 nm
Moc wyjściowa	3 mW
Podłużna zdolność rozdzielcza (w powietrzu)	10 μm
Dynamika pomiarów	72 dB
Źródło oparte na zjawisku generacji superkontinuum (typu Ultra-Broad Light Source TB 1550 firmy MenloSystem z Niemiec)	
Środkowa długość fali	1550 nm
Moc wyjściowa	400 nm
Moc wyjściowa	42 mW
Podłużna zdolność rozdzielcza (w powietrzu)	3 μm
Dynamika pomiarów	92 dB

*) Dla pozostałych diod superluminescencyjnych, to jest dla źródeł typu Broadband SLD Light Source S1300 G-I-20 firmy Superlum, o środkowej długości fali 1290 nm, i typu Broadband SLD Light Source S1550 G-I-10 tej samej firmy, o środkowej długości fali 1565 nm, parametry systemu były podobne z wyjątkiem podłużnych zdolności rozdzielczej wynoszących 14 μm i 25 μm dla odpowiednio pierwszego i drugiego źródła.

Najwyższą podłużną zdolność rozdzielczą uzyskuje się przy wykorzystaniu źródła opartego na generacji superkontinuum i filtru krawędziowego przepuszczającego krótsze

fale. Wynosi ona 3 μm . W wypadku stosowania źródeł opartych na diodach superluminescencyjnych podłużna zdolność rozdzielcza wynosi od 10 μm do 25 μm w zależności od źródła. Zdolności te mogą być poprawione nawet trzykrotnie przy wykorzystaniu odpowiedniej obróbki danych pomiarowych (patrz punkt 6.4.4). Zdolności te dotyczą drogi optycznej. Przy wyznaczaniu drogi geometrycznej zdolności te będą lepsze o czynnik $1/n_g$ (patrz zależność (6.72)).

Poprzeczną zdolność rozdzielczą na powierzchni próbki można łatwo oszacować na podstawie wartości $2W_0$ (patrz zależności (6.90)). Wewnątrz próbki poprzeczna zdolność rozdzielcza może być lepsza ze względu na n -krotne skrócenie długości fali w badanym obiekcie, gdzie n jest jego fazowym współczynnikiem załamania promieniowania optycznego. Jednak w realnych warunkach pomiarowych poprzeczna zdolność rozdzielcza może być gorsza niż obliczona wartość $2W_0$, ze względu na zjawiska związane z przechodzeniem wiązki promieniowania optycznego z powietrza do badanej próbki przy nierównej powierzchni granicznej powietrze-próbka (wiązka na tej powierzchni może ulec nieregularnemu załamaniu lub dyfrakcyjnemu ugięciu). Wstępne testy pokazały, że przy wykorzystaniu soczewki o ogniskowej równej 3,1 mm, poprzeczna zdolność rozdzielcza wynosiła około 2 μm .

Największą dynamikę pracy około 92 dB można uzyskać przy zastosowaniu źródła z firmy MenloSystem, wykorzystującego zjawisko generacji superkontinuum. Przy użyciu diod superluminescencyjnych z firmy Superlum dynamika pracy wynosi około 72 dB. Podstawowe parametry systemu PS-OCT zostały przedstawione w tabeli 6.1.

Kierunki rozbudowy systemu PS-OCT

Opisany w tym punkcie system PS-OCT ulega obecnie rozbudowie w kierunku znacznego przyśpieszenia akwizycji danych i zwiększenia dynamiki pomiarów. Prace te są prowadzone na potrzeby projektu badawczego własnego Autora w ramach otrzymanego w 2009 roku Grantu MNiSW Nr N N515 335636 „Rozwój optycznej niskokoherentnej tomografii polaryzacyjnej (PS-OCT) dla badań obiektów technicznych”. Zaprojektowany przez Autora system będzie wykorzystywał laser przestrajalny (np. typu SL1325-P16 firmy Thorlabs, o zakresie przestrajania do 150 nm przy środkowej długości fali 1325 nm, średniej mocy wyjściowej 12 mW, 6–8 mm drodze koherencji i szybkości skanowania do 16 000 skanów/s), co umożliwi zmianę przetwarzania sygnału wyjściowego z dziedziny czasu do dziedziny częstotliwości. Równocześnie zmianie ulegnie układ detekcji zrównoważonej na układ o wystarczającej szybkości działania (np. na układ typu 2117-FC firmy NewFocus o paśmie do 10 MHz, zakresem długości fali od 900 nm do 1700 nm, poziomem szumów własnych $0,4 \text{ pW/Hz}^{1/2}$) i układ akwizycji danych na układ dostatecznie szybki (np. na kartę typu NI PCI 5922 firmy National Instruments, umożliwiającą pracę z rozdzielczością 24-bitową, przy prędkości akwizycji do 500 kS/s, lub 16-bitową, przy prędkości akwizycji do 15 MS/s). Skanowanie w kierunku poprzecznym realizowane będzie za pomocą elementów galwanometrycznych (np. za pomocą elementów typu 6200H firmy Cambridge Technology z USA).

6.6.2 Przykłady zastosowań koherentnych metod pomiarowych w badaniach ośrodków silnie rozpraszających

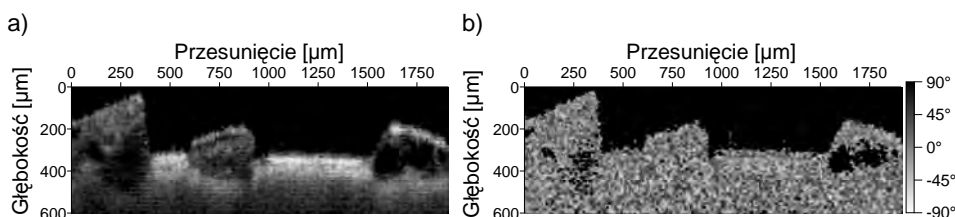
Jak wspomniano we wstępie, metody koherentne pozwalają na detekcję fotonów balistycznych w obecności fotonów zygzakujących i dyfuzyjnych. Pozwala to budować tomografy optyczne o działaniu podobnym do tomografów elektronowych, w których mierzona jest propagacja promieniowania nierozproszonego w obecności promieniowania rozproszonego. Przykład takiego

systemu opisano w pracy [363]. Największe jednak znaczenie w pomiarach ośrodków silnie rozpraszających zyskały systemy OCT, bazujące na reflektometrii niskokoherentnej. Najszerze zastosowanie znalazły one w medycynie [54, 57, 94, 422, 423], zwłaszcza w okulistyce [367, 416].

Jak dotąd pojawiło się niewiele prac na temat wykorzystania OCT w badaniach silnie rozpraszających obiektów niemedycznych [269, 328, 387, 389, 390, 391, 398, 446, 447]. Tutaj najszerze zastosowanie OCT znalazło w badaniach ceramiki [33–36, 38, 98, 115, 194, 387, 391, 395, 398, 399, 431, 446], polimerów [108, 109, 179, 384, 386–389, 392–394, 398, 446, 449, 450, 464], materiałów kompozytowych [99–107, 224, 384, 388, 447–449], papieru [7–10, 40, 117–120, 231, 232, 318, 360] i w badaniach malarskich dzieł sztuki [4, 141, 260, 412–415]. OCT znalazło też zastosowanie w badaniach pergaminu [162], korozji w płytkach aluminiowych [43], powłok antykorozyjnych [13, 330], powłok ochronnych na drewnie [385, 386], wyświetlaczy ciekłokrystalicznych [397].

Prace Autora z wykorzystaniem OCT skupiały się głównie wokół badań obiektów technicznych. W badaniach tych często dużo większy nacisk niż w zastosowaniach medycznych kładzie się na dokładne wymiarowanie mierzonych obiektów (choćby na potrzeby optymalizacji procesów technologicznych mierzonych obiektów). Także w zastosowaniach technicznych wiedza o właściwościach polaryzacyjnych badanego obiektu ma często znaczenie kluczowe (w znacznie większym stopniu ułatwia obrazowanie obiektów silnie rozpraszających, np. ceramiki zawierającej anizotropowe ziarna, a poprzez zjawisko indukowanej dwójłomności pozwala na pomiar naprężeń w badanym obiekcie).

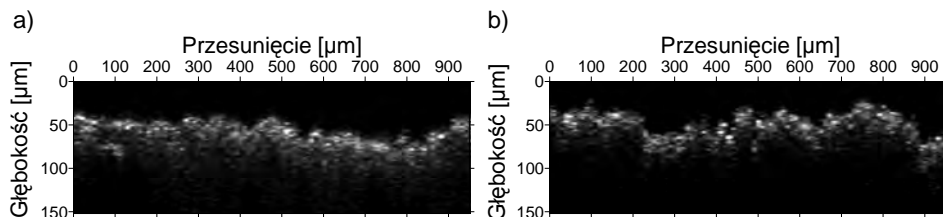
Z wykorzystaniem opracowanego systemu PS-OCT test z wykorzystaniem płytek szklanych (o grubości od 0,18 do 2 mm) pokazał, że za jego pomocą możliwy jest pomiar nie tylko grubości (przy znanym współczynniku załamania światła) albo współczynnika załamania światła (przy znanej grubości) badanych obiektów, lecz także, dzięki wykorzystaniu dynamicznego ogniskowania – patrz punkt 6.5.3 – jednoczesny pomiaru obu tych parametrów z niedokładnością mniejszą niż 0,5%. System ten był również testowany z wykorzystaniem elementów dwójłomnych o znanych parametrach [400]. W jednym z testów dokonano pomiaru powierzchni papieru ściernego zawierającego ziarna korundu. Przedstawione na rys. 6.12 obrazy natężenia i skumulowanego kąta retardacji charakteryzują się dużą zdolnością rozdzielczą podłużną i poprzeczną, przez co można dokładnie zobaczyć granice poszczególnych ziaren – w tym także po stronie, gdzie stykają się one z podłożem. Na obrazach tych można także zauważyć różnice w wewnętrznej budowie poszczególnych ziaren. Na przykład ziarno znajdujące się po prawej stronie obrazów ma znacznie bardziej jednorodną strukturę wewnętrzną niż dwa pozostałe ziarna. Wyniki tych pomiarów świadczą o znacznym potencjale systemu w badaniach obiektów technicznych.



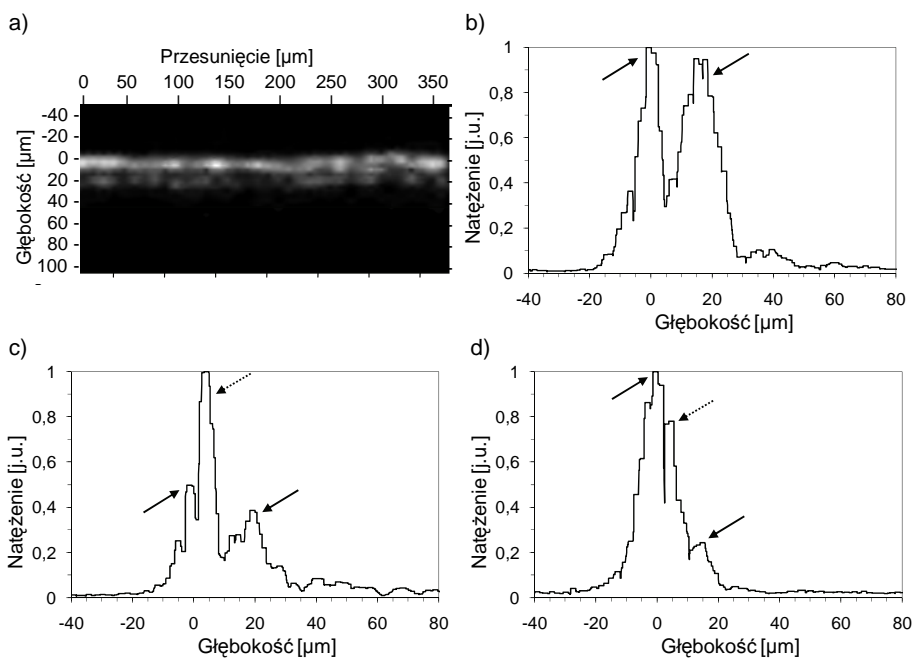
Rys. 6.12. Obrazy papieru ściernego uzyskanego za pomocą systemu PS-OCT: a) natężenie promieniowania wstecznie rozproszonego, b) skumulowany kąt retardacji [398]

Zaprezentowany w poprzednim punkcie system pomiarowy posłużył badaniom możliwości wykorzystania PS-OCT w ocenie stopnia korozji i w testach powłok antykorozyj-

nych. Na rys. 6.13 przedstawiono stan powierzchni skorodowanej blachy stalowej. Widoczne są tu różne głębokości wżerów. Są one większe dla blachy pokazanej na rys. 6.13b, ponieważ była ona dłużej narażona na czynniki korodujące niż blacha pokazana na rys. 6.13a.



Rys. 6.13. Natężenie promieniowania wstecznie rozproszonego od skorodowanej blachy stalowej narażonej na czynniki korozyjne. Blacha pokazana na rysunku b) była dłużej narażona na czynniki korozyjne, niż blacha pokazana na rysunku a), co uwiadcza się większą głębokością wżerów



Rys. 6.14. Natężenie promieniowania wstecznie rozproszonego od warstwy antykorozyjnej (kilka warstw farby o różnych kolorach) chroniącej blachę stalową. a) obraz przekroju poprzecznego warstwy, b) natężenie w miejscu, gdzie występuje jednorodna przezroczysta warstwa farby, c) i d) natężenie w miejscu, gdzie występuje niejednorodna warstwa farby (pomiędzy warstwami przezroczystej farby znajduje się warstwa białej – rysunek c) lub ciemnobrązowej farby – rysunek d)). Strzałkami z linią ciągłą zaznaczono odbicie od powierzchni zewnętrznej (z lewej strony) i od granicy farba-metal (z prawej strony). Strzałki z liniami przerywanymi pokazują odbicie od kolorowej farby. Na rysunkach c) i d) można zauważyć odbicie promieniowania optycznego, pomimo jego silnego rozpraszania w białej – rysunek c) lub tłumienia w ciemnobrązowej farbie – rysunek d). Na rysunku zaznaczono głębokość optyczną; głębokość geometryczna jest mniejsza o czynnik n_g równy grupowemu współczynnikowi załamania powłoki (wynosił on około 1,5) [330]

Następny przykład wyników badań wykorzystania systemu PS-OCT pokazano na rys. 6.14a [330]. Przedstawia on obraz powłoki ochronnej blachy stalowej, wykorzystywanej w opakowaniach produktów żywnościowych. W skład tej powłoki wchodziło kilka warstw farby o różnych kolorach, w zależności od miejsca (na opakowaniu były drobne napisy i elementy graficzne w kolorach białym i ciemnobrązowym; w niektórych miejscach powłoka ochronna była przezroczysta). Jak widać, niejednorodności powłoki są dobrze widoczne. Dalej przedstawiono wyniki pomiaru natężenia promieniowania z miejsc, w których powłoka była przezroczysta (patrz rys. 6.14b), miała kolor biały (patrz rys. 6.14c) lub kolor ciemnobrązowy (patrz rys. 6.14d). Wyniki testów przedstawione na rys. 6.14 pokazują, że przy zastosowaniu opracowanego systemu pomiarowego PS-OCT możliwa jest diagnostyka nie tylko powłok przezroczystych, ale także powłok zawierających pigmenty, które silnie rozpraszają lub pochłaniają promieniowanie optyczne. Możliwy jest tu także pomiar grubości poszczególnych warstw.

Jednym z istotniejszych typów badań prowadzonych z wykorzystaniem opracowanego systemu PS-OCT były prace związane z optymalizacją procesów technologicznych ceramiki PLZT 9/65/35, przeznaczonej do wytwarzania detektorów piroelektrycznych. Celem przeprowadzonych eksperymentów było sprawdzenie możliwości techniki OCT w testowaniu stopnia jednorodności wytworzonych warstw ceramicznych metodą zol-żel, poprzez kolejne nakładanie wielu cienkich subwarstw. Proces technologiczny przebiegał w trzech etapach:

Etap 1: Wykonano warstwę ceramiczną poprzez nałożenie 25 subwarstw. Po każdorazowym nałożeniu subwarstwy następował wypiek w szybkim procesie wygrzewania w piecu (czas wypieku każdej subwarstwy wynosił 1 minutę, temperatura w piecu wynosiła 600°C).

Etap 2: Naniesiono kolejne 25 subwarstw ceramiki na warstwę ceramiki wytworzonej w Etapie 1. Technologia nanoszenia subwarstw była taka sama, jak w Etapie 1.

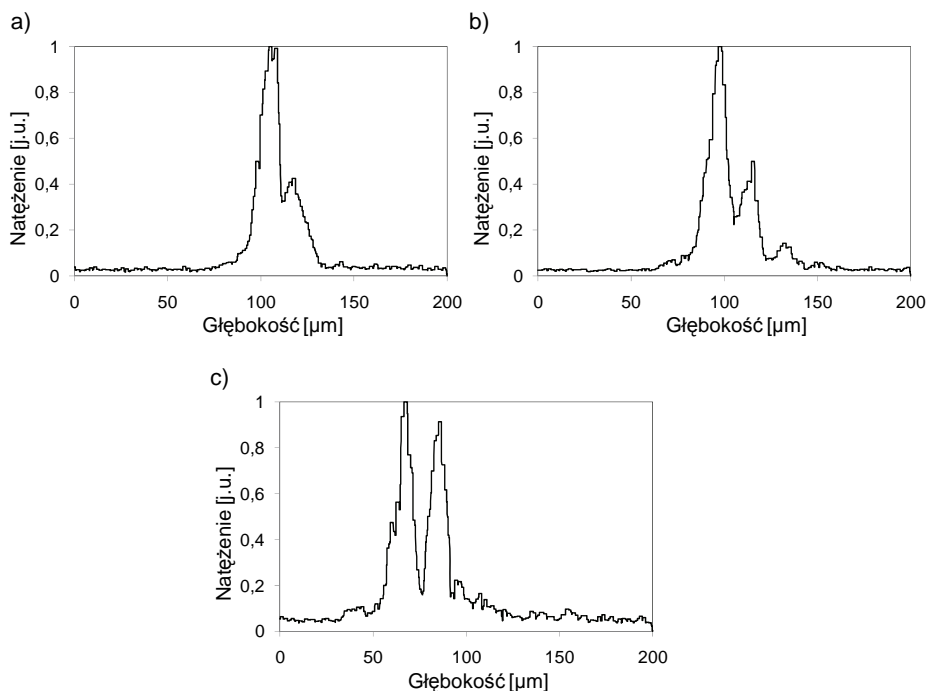
Etap 3: Warstwę ceramiki PLZT 9/65/35, którą wykonano w Etapach 1 i 2, poddano dodatkowemu długotrwałemu wygrzaniu w temperaturze 800°C przez ½ godziny.

Pomiary z systemem PS-OCT dokonywane były po każdym etapie procesu wytwarzania warstwy (patrz rys. 6.15). Pokazują one nie tylko wzrost grubości warstwy, ale także wpływ długotrwałego wygrzewania ceramiki na zwiększenie jednorodności warstwy, o czym świadczy mniejsze natężenie promieniowania wstecznie rozproszonego z miejsc położonych między powierzchniami granicznymi warstwy.

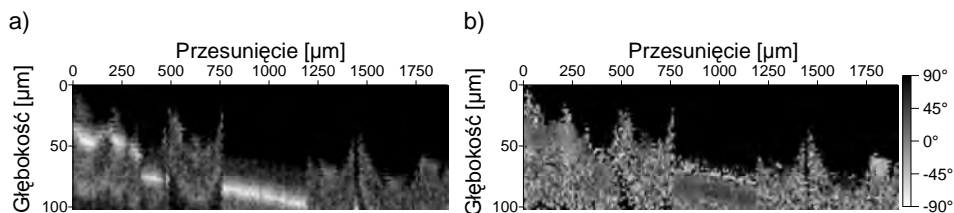
Ważnym problemem przy wytwarzaniu ceramiki metodą zol-żel jest powstawanie na podłożu warstwy ceramiki wysp, między którymi znajdują się obszary bez ceramiki. Defragmentacja warstwy na oddzielne obszary spowodowana jest zmniejszaniem się objętości zolu w miarę usuwania z niego cieczy przy przechodzeniu do postaci żelu. W wypadku wytwarzania warstw ceramicznych proces ten ma istotne znaczenie dla jednorodności warstwy. Do badania tego procesu można wykorzystać technikę OCT. Na rys. 6.16 przedstawiono przykładowy wynik pomiaru wykonany za pomocą opracowanego systemu PS-OCT tworzącej się warstwy ceramicznej. Na uzyskanym obrazie dobrze widać formujące się wyspy warstwy ceramiki. Na podstawie analizy rozkładu tych wysp (wielkości, zagęszczenia itp.) można optymalizować procesy technologiczne wytwarzania warstw ceramicznych metodą zol-żel.

Przedstawione na rys. 6.15 i 6.16 wyniki pomiarowe pokazują duży potencjał metody PS-OCT w badaniach nad optymalizacją procesu wytwarzania warstw ceramicznych metodą zol-żel. Metoda ta pozwala śledzić zmiany rozkładu współczynnika załamania n po kolejnych etapach technologicznych na podstawie natężenia promieniowania wstecznie rozproszonego. Rozkłady te niosą istotne informacje co do jednorodności warstwy i jej

grubości. Ze zmierzonego skumulowanego kąta retardacji można wyciągnąć wnioski co do orientacji ziaren tworzących ceramikę. Informacje te są niezwykle cenne dla specjalistów zajmujących się rozwojem technologii wytwarzania cienkich warstw ceramicznych.



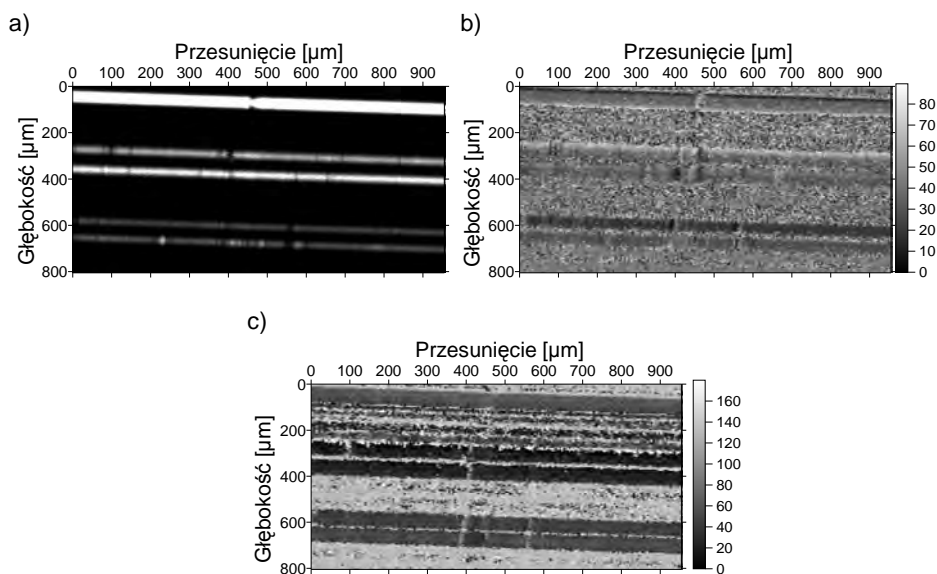
Rys. 6.15. Punktowy pomiar natężenia promieniowania wstecznie rozproszonego warstwy ceramiki PLZT 9/65/35 wykonanej metodą zol-żel: a) po Etapie 1, b) po Etapie 2, c) po Etapie 3



Rys. 6.16. Obrazy „wyspowej” struktury warstwy ceramiki PLZT: między wyspami widoczny jest duży obszar pozbawiony ceramiki (płaski fragment na środku obrazów). a) natężenie promieniowania wstecznie rozproszonego, b) skumulowany kąt retardacji [398]

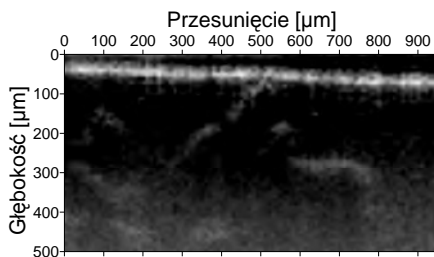
Możliwości optycznej tomografii koherentnej z wykorzystaniem systemu PS-OCT w badaniach obiektów technicznych były testowane także na wielu innych obiektach, niż przedstawione wyżej. Były to między innymi wskaźniki ciekłokrystaliczne, próbki węgla krzemowego, różnego typu polimery i materiały kompozytowe. Na rys. 6.17 pokazano wyniki pomiarów testowych warstw polimerowych o właściwościach dwójłomnych, naniesionych na płytki szklane metodą rozwirowywania. Płytki te, z naniesionymi warstwami, zostały sklejone ze sobą klejem silikonowym. Najsilniejsze odbicie widoczne na rys. 6.17a pochodzi od górnej powierzchni

próbki, którą stanowiła cienka warstwa polimeru naniesiona na płytkę szklaną. Drugie od góry odbicie pochodzi od tylnej powierzchni płytki szklanej, za którą znajduje się warstwa kleju. Dalsze widoczne odbicia pochodzą kolejno od powierzchni drugiej płytki szklanej, na którą nałożona jest cienka warstwa polimeru, od tylnej powierzchni drugiej płytki, od powierzchni trzeciej płytki szklanej, na którą nałożona jest cienka warstwa polimeru. Chociaż powłoka polimeru była zbyt cienka, by można było ją zobrazować z osobna, jej wpływ jest dobrze widoczny w postaci zmian skumulowanego kąta retardacji i zmian kąta orientacji.



Rys. 6.17. Obrazy próbki zawierające dwójłomne warstwy polimerowe: a) natężenie promieniowania wstecznie rozproszonego, b) skumulowany kąt retardacji, c) kąt orientacji osi szybkiej [392]

Przykładowy wynik pomiaru natężenia promieniowania wstecznie rozproszonego, wykonanego w ramach badań poliuretanowych materiałów kompozytowych zawierających kawałki gumy pokazano na rys. 6.18. Celem tych pomiarów były badania ułożenia kawałków gumy tuż pod powierzchnią kompozytu oraz określenie grubości warstwy przyściennnej, wolnej od kawałków gumy. Na środku uzyskanego obrazu widać jasną linię nachyloną pod kątem około 45° względem poziomej krawędzi rysunku, pochodzącą od powierzchni gumy zatopionej w żywicy poliuretanowej. Po lewej stronie od tej linii widoczny jest zarys innego kawałka gumy. Bardzo dobrze widoczny jest też kawałek gumy o powierzchni równoległej do powierzchni próbki. Na otrzymanym obrazie także dobrze widać warstwę przyścienną wolną od gumy. Tego typu informacje są niezwykle cenne dla technologa, który optymalizuje proces technologiczny wytwarzania kompozytu (proporcje między poszczególnymi składnikami kompozytu, szybkość wyciskania kompozytu do formy itd.).



Rys. 6.18. Natężenie promieniowania wstecznie rozproszonego od poliuretanowego materiału kompozytowego, zawierającego kawałki gumy

Przedstawione w tym punkcie wyniki pomiarów pokazują, jak przydatne może być obrazowanie ośrodków silnie rozpraszających za pomocą koherentnych metod pomiarowych w wielu różnych dziedzinach techniki. Uzyskiwana rozdzielczość na poziomie pojedynczych mikrometrów jest o kilka rzędów wielkości lepsza, niż możliwa do uzyskania rozdzielczość niekoherentnych metod pomiarowych w badaniach tych ośrodków. Z uwagi na ograniczoną ilość miejsca pokazano tu tylko niektóre wybrane przykłady wyników pomiarowych, uzyskanych w trakcie prowadzonych przez Autora badań obiektów silnie rozpraszających.

6.7. Podsumowanie

W rozdziale tym przedstawiono podstawy teoretyczne wykorzystania koherentnych metod pomiarowych ośrodków rozpraszających. Ich podstawową zaletą jest to, że bazują one na detekcji fotonów balistycznych, przez co pozwalają na osiągnięcie bardzo dużej rozdzielczości poprzecznej limitowanej jedynie zjawiskiem dyfrakcji. W metodach tych rejestrowane są fotony, które docierając do określonego miejsca, ulegają wstecznemu, pojedynczemu rozproszeniu i dalej, bez dalszego rozpraszania, kierują się do detektora. Fotony te mogą być traktowane jak fotony balistyczne, które ulegają pojedynczemu odbiciu, nie tracąc przy tym swoich właściwości koherentnych. Właściwości te są wykorzystywane do określenia głębokości, na której fotony balistyczne zmieniają kierunek propagacji na przeciwny. Przy wykorzystaniu promieniowania optycznie szerokopasmowego, głębokość tę można określić do pojedynczych mikrometrów. Wykorzystując zjawisko interferencji, bardzo łatwo można wydzielić sygnał pochodzący od fotonów balistycznych – nawet jeśli natężenie promieniowania pochodzącego od tych fotonów jest o wiele rzędów mniejsze od całkowitego natężenia rejestrowanego przez detektor. Dzięki tej właściwości i dużej rozdzielczości przestrzennej obrazowania obserwuje się gwałtowny rozwój koherentnych metod pomiarowych ośrodków silnie rozpraszających. Rozwojowi temu sprzyja gwałtowny rozwój laserowych źródeł promieniowania optycznego. Występuje tu silne sprzężenie zwrotne: zapotrzebowanie na specjalistyczne źródła dedykowane optycznej tomografii koherentnej stymuluje silny rozwój tych źródeł. Przykładem takich źródeł, specjalnie opracowywanych na potrzeby OCT, są źródła oparte na zjawisku generacji superkontinuum. Inną klasą źródeł rozwijanych na potrzeby OCT są szybko przestrajalne lasery o szerokim przedziale przestrajania. Mówimy tu o laserach pozwalających przestrajając swoją długość fali dziesiątki tysięcy razy na sekundę przy zakresie przestrajania przekraczającym 100 nm. Tego typu źródło będzie wykorzystywane przez Autora w najbliższym czasie w nowo budowanym systemie PS-OCT, w ramach otrzymanego grantu MNiSW.

Duże nadzieje związane są z rozszerzeniem liczby parametrów optycznych mierzonych przez systemy OCT. W szczególności wykorzystanie właściwości polaryzacyjnych promieniowania optycznego pozwala na obrazowanie wielu innych zjawisk fizycznych niż zjawisko rozpraszania. Do nich należy zjawisko dwójłomności, na podstawie którego można określić na przykład orientację ziaren ceramiki. Poprzez zjawisko indukowanej dwójłomności można mierzyć rozkład naprężeń mechanicznych. Podejmowane są również próby połączenia metody OCT z innymi metodami obrazowania, np. z obrazowaniem wykorzystującym spektroskopię ramanowską. Wszystko to sprawia, że wraz z rozwojem metod OCT będzie można pozyskiwać coraz to większą ilość informacji na temat badanego obiektu. Właściwa ich interpretacja może okazać się trudna. W wielu wypadkach na pierwszy rzut oka otrzymane obrazy mogą być niezrozumiałe bez odpowiedniego komentarza. Jest to typowy problem również dla wielu innych metod obrazowania, gdzie do interpretacji uzyskanych wyników pomiarowych niezbędni są wysoce wykwalifikowani specjaliści (radiolodzy, specjaliści od interpretacji obrazów ultrasonograficznych itd.). Również po pojawieniu się w ostatnich latach nowej metody obrazowania, jaką jest niewątpliwie optyczna tomografia koherentna, do właściwej interpretacji niezbędni będą wysokiej klasy specjaliści. Początki kształtowania się takiej grupy ludzi widać już na przykładzie okulistyki, gdzie optyczna tomografia koherentna znalazła najszersze zastosowanie. Podobnie stanie się w innych dziedzinach medycyny oraz poza medycyną. Przed tymi specjalistami staną trudne zadania, z uwagi na to, że koherentne techniki obrazowania znane są dopiero od niedawna i są jeszcze w fazie gwałtownego rozwoju. Początkowo opierały się one na obrazowaniu natężenia promieniowania wstecznie rozproszonego, ale w ostatnich latach coraz śmielej rozwijane są też techniki obrazowania właściwości polaryzacyjnych badanego obiektu, w których otrzymane obrazy są trudniejsze do interpretacji. Zamiarem Autora jest dalszy rozwój koherentnych technik pomiarowych, w tym technik umożliwiających badania dynamiczne, ze szczególnym uwzględnieniem potrzeb przemysłu i rozwoju nowych technologii.

Rozdział 7

UWAGI KOŃCOWE

W pracy omówiono w syntetyczny sposób podstawowe problemy teoretyczne związane z analizą propagacji promieniowania optycznego w nieuporządkowanych ośrodkach silnie rozpraszających oraz podstawowe techniki pomiarowe wykorzystywane w celu określenia podstawowych parametrów optycznych tych środków. Opisano wyniki badań przeprowadzonych przez Autora, których głównym celem był zarówno rozwój dokładnych metod analizy propagacji promieniowania w tych ośrodkach, jak i rozwój metod pomiarowych wykorzystujących promieniowanie rozproszone. Prowadzone badania teoretyczne były weryfikowane pomiarami przeprowadzanymi na opracowanych przez Autora zaawansowanych systemach pomiarowych. Wiele z tych badań, z uwagi na wysokie koszty aparaturowe, niemożliwe byłoby do przeprowadzenia bez wsparcia finansowego zarówno ze strony polskiej w ramach grantów Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego (aparaturowych i badawczych) i grantów badawczych Wydziału Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki finansowanych ze środków Działalności Statutowej i Badań Własnych oraz ze strony fińskiego przemysłu papierniczego, Ministerstwa Edukacji i Nauki Finlandii i Uniwersytetu w Oulu. Część badań, z uwagi na to, że musiały być przeprowadzane w warunkach klinicznych, była wykonywana we współpracy z Gdańskim Uniwersytetem Medycznym.

Warto zwrócić uwagę, że badania nad optyką nieuporządkowanych ośrodków silnie rozpraszających są w centrum uwagi wielu dziedzin nauki i przemysłu. Ze względu na silne właściwości rozpraszające niemalże wszystkich tkanek ludzkich, badania prowadzone przez Autora mają ogromne znaczenie dla poszukiwania nowych, nieinwazyjnych metod diagnostycznych wykorzystujących promieniowanie optyczne. Także badania te odgrywają dużą rolę w poszukiwaniu nowych metod terapeutycznych związanych na przykład z terapią przeciwnowotworową, wykorzystującą promieniowanie optyczne do niszczenia komórek rakowych. Szczególne znaczenie dla medycyny ma też optyczna tomografia koherentna, zwłaszcza w okulistyce. Chociaż przeprowadzone przez Autora badania z wykorzystaniem optycznej tomografii koherentnej dotyczyły obiektów technicznych, rozwijane tu metody pomiarowe, zwłaszcza z wykorzystaniem promieniowania spolaryzowanego, także mogą w przyszłości znaleźć zastosowania w medycynie.

W pracy pokazano zarówno aplikacje medyczne przeprowadzonych badań (np. pomiar obrzęku mózgu), jak i szereg aplikacji pozamedycznych, związanych z optymalizacją procesów technologicznych w przemyśle papierniczym, z wytwarzaniem warstw ceramicznych i materiałów kompozytowych.

Do największych sukcesów Autora można zaliczyć:

1. Pozytywne wyniki badań teoretycznych nad przyspieszeniem obliczeń metodą Monte Carlo. Znaczenie metod Monte Carlo, z uwagi na swoją dokładność, w badaniach symulacyjnych propagacji promieniowania optycznego w ośrodkach rozpraszających jest trudne do przecenienia. Metody te są kluczowe także w wielu algorytmach wyznaczania parametrów badanego obiektu na podstawie zmierzonego promieniowania rozproszonego. Bardzo często zbyt długi czas obliczeń na dostępnych komputerach stanowi główną barierę ich szerszego wykorzystania, co wymusza stosowanie w tych algorytmach znacznie mniej dokładnych metod obliczeniowych (opartych na przykład na metodzie

dyfuzji). Sukcesem Autora jest opracowanie zupełnie nowej metody, jaką jest szybka bąbelkowa metoda Monte Carlo. Liczne symulacje propagacji promieniowania optycznego w złożonych obiektach, zawierających zarówno obszary silnie, jak i słabo rozpraszające, przeprowadzone za pomocą opracowanego przez Autora programu komputerowego wykorzystującego tę metodę, pokazały, że dzięki niej można przeprowadzić obliczenia w czasie dziesiątki lub setki razy krótszym, niż z wykorzystaniem klasycznej metody Monte Carlo.

2. Przeprowadzenie badań teoretycznych i praktycznych związanych z diagnostyką obrzęku mózgu metodą pomiaru promieniowania wstecznie rozproszonego od anatomicznych struktur głowy. Metoda ta jest nieinwazyjna, bezpieczna i tania w stosowaniu w warunkach klinicznych, co jest jej wielką zaletą w porównaniu z innymi stosowanymi metodami, należącymi do metod inwazyjnych (obecnie powszechnie stosowana diagnostyka obrzęku mózgu wymaga wykonania otworu w czaszce chorego, co jest bardzo przykłą i ryzykowną ingerencją chirurgiczną). Z uwagi na bardzo ciężki stan chorego z obrzękiem mózgu, z dużym ryzykiem zejścia w krótkim czasie, bardzo ważna jest ocena skuteczności podawanych leków. Ocenę tę można szybko przeprowadzić dzięki opracowanej metodzie pozwalającej na ciągłe monitorowanie zmian obrzęku mózgu.
3. Realizację cyklu badań nad wykorzystaniem pomiaru rozkładu czasu przelotu fotonów przez papier i miążgę drzewną na potrzeby przemysłu papierniczego. Tego typu badania wymagały przeprowadzenia wielu prac teoretycznych i praktycznych. W nielicznych badaniach, przeprowadzonych w pojedynczych ośrodkach badawczych, do pomiarów czasu przelotu wykorzystywane były bardzo zaawansowane technicznie i, niestety, drogie stanowiska pomiarowe, z uwagi na bardzo wysoką cenę lasera impulsowego wykorzystującego synchronizację modów (barwnikowego lub tytanowo-szafirowego) i kamery smugowej. Badania przeprowadzone przez Autora pokazały, że mogą one być przeprowadzone w wielu wypadkach z wykorzystaniem znacznie tańszego impulsowego lasera półprzewodnikowego. Choć w większości badań stosowana była droga kamera smugowa, przeprowadzone testy pokazały, że przy wykorzystaniu bardzo szybkich detektorów półprzewodnikowych (które są jednak znacznie wolniejsze od kamery smugowej) również możliwe są pomiary czasu przelotu fotonów nawet przez tak cienkie objekty, jak pojedyncze kartki papieru. W wypadku badań różnego rodzaju miążgi drzewnej pokazano silną zależność między rozkładem czasu przelotu a procentową zawartością składników mineralnych, dodawanych do miążgi drzewnej w czasie produkcji papieru. Wyniki te mogą być bazą nowych metod diagnostyki procesów technologicznych w przemyśle papierowym. Diagnostyka ta jest niezwykle istotna, a zarazem trudna, z uwagi na dużą liczbę parametrów procesu, jakie trzeba kontrolować przy ciągle zmieniającym się składzie produktów wejściowych (drewno pochodzące od różnych gatunków drzew i różnej jakości, makulatura dodawana w czasie produkcji o stale zmieniających się właściwościach, różne dodatki mineralne itd.).
4. Przeprowadzenie cyklu badań czasu przelotu fotonów przez fantomy skóry przy różnym stężeniu glukozy. Zarówno badania symulacyjne, jak i wyniki pomiarów pokazały, że wzrost stężenia glukozy powoduje – w wyniku zmniejszenia współczynnika rozpraszania – zmniejszenie czasu przelotu fotonów rozproszonych. Niestety, zmiany te są zbyt małe, by w chwili obecnej można je wykorzystać do pomiaru stężenia glukozy w zakresie fizjologicznym. Udoskonalenie metod pomiarowych czasu przelotu może w przyszłości zaowocować pojawieniem się nieinwazyjnych testerów stężenia glukozy we krwi, co miałyby ogromne znaczenie praktyczne z uwagi na dużą liczbę ludzi, którzy chorując na cukrzycę, są zmuszani do wykonywania kilka razy dziennie testów związa-

nych z poborem krwi. Pojawienie się nieinwazyjnych metod pomiarowych stężenia glukozy we krwi znacznie podwyższyłoby ich standard życia.

5. Opracowanie systemu optycznego polaryzacyjnego tomografu koherentnego wysokiej rozdzielczości i przeprowadzenie za jego pomocą cyklu badań, których celem była ocena przydatności koherentnych metod pomiarowych w badaniach obiektów technicznych, w tym: warstw antykorozyjnych, materiałów ceramicznych i kompozytowych oraz optymalizacji wybranych procesów technologicznych. W opracowanym systemie wykorzystano wiele innowacyjnych rozwiązań. Dzięki wykorzystaniu detekcji zrównoważonej charakteryzuje się on bardzo dużą dynamiką pomiarów. Swą wysoką rozdzielczość zawdzięcza dynamicznemu ogniskowaniu oraz szerokopasmowemu źródłu promieniowania optycznego, opartego na generacji superkontinuum. Szczególną jego cechą, odróżniającą od tradycyjnych systemów optycznej tomografii koherentnej, jest możliwość przeprowadzania pomiarów właściwości polaryzacyjnych badanego obiektu, takich jak na przykład pomiary skumulowanego kąta retardacji i kąta orientacji osi szybkiej w funkcji położenia. Dzięki dużej elastyczności konstrukcji możliwe są również badania obiektów, w których obok dwójłomności występuje także zjawisko dichroizmu. Badania takie są możliwe do przeprowadzenia dzięki pomiarom wektora Jonesa promieniowania wstecznie rozproszonego. Znajomość tych wektorów umożliwia wyznaczenie macierzy Jonesa opisującej właściwości polaryzacyjne badanego obiektu pod warunkiem, że nie dochodzi w nim do depolaryzacji mierzonego promieniowania koherentnego. Przy odpowiedniej konfiguracji systemu możliwe są także pomiary obiektów, w których dochodzi do tej depolaryzacji. W tym wypadku, aby określić właściwości polaryzacyjnych takich obiektów, potrzebny jest pomiar wektorów Stokesa dla kilku stanów polaryzacji promieniowania pobudzającego. Znając te wektory, można wyznaczyć macierz Muellera badanego obiektu. Ta czasochłonna procedura jest możliwa do przeprowadzenia przez zaprojektowany system PS-OCT, po odpowiedniej jego rekonfiguracji. System ten był z powodzeniem przetestowany na różnych obiektach technicznych. Badania nad powłokami antykorozyjnymi, opartymi na warstwach farby lub lakieru, pokazały możliwość pomiaru tych warstw (grubości i ich jednorodności) nawet w sytuacji, w której zawierały one mocno absorbujące lub rozpraszające pigmenty. Tego typu badania nie byłyby możliwe innymi metodami optycznymi. Także pomiary warstw ceramicznych wytwarzanych metodą zol-żel pokazały dużą przydatność metod koherentnych w ocenie grubości i jednorodności warstw. Pomiary dokonywane w różnych etapach ich wytwarzania ujawniły duży potencjał tych metod w optymalizacji procesów technologicznych. Przeprowadzone badania przydatności metod koherentnych w pomiarach innych obiektów technicznych (np. kompozytów) też zakończyły się powodzeniem.

Pozytywne rezultaty wielu rozpoczętych badań okazały na tyle interesujące, że powinny być kontynuowane. W szczególności na liście najbardziej priorytetowych obszarów dalszych prac nie powinno zabraknąć:

- 1) badań nad dalszym zwiększeniem wydajności metod Monte Carlo, w tym poprzez ich adaptację do wielowątkowych jednostek przetwarzających, które pojawiły się na rynku komputerów PC, tak by za pomocą tych metod można było dokładniej wyznaczać parametry optyczne mierzonych obiektów lub dokładniej obrazować niejednorodności, stosując optyczną tomografię dyfuzyjną, niż to jest możliwe obecnie,
- 2) badań nad rozwojem optycznej tomografii dyfuzyjnej opartej nie tylko na źródłach promieniowania ciągłego, ale też na laserach impulsowych,

- 3) badań nad udoskonaleniem metod pomiarowych opartych na pomiarze czasu przelotu fotonów przez ośrodek silnie rozpraszający, w szczególności badań z wykorzystaniem najnowszych zdobyczy optoelektroniki i fotoniki (to jest z wykorzystaniem nowych źródeł promieniowania opartych na impulsowych laserach światłowodowych i czułych, bardzo szybkich detektorów półprzewodnikowych, a także z wykorzystaniem w większym stopniu techniki światłowodowej, umożliwiającej konstrukcję odpowiednich sensorów),
- 4) badań nad rozwojem niezbędnych algorytmów do interpretacji wyników pomiarowych,
- 5) badań nad dalszym rozwojem optycznej tomografii koherentnej, pozwalającej na dostarczanie większej ilości informacji o badanym obiekcie, w tym nad rozwojem optycznej tomografii koherentnej, umożliwiającej pomiary polarymetryczne,
- 6) badań nad bardziej dokładnymi metodami oceny obrzęku mózgu, w tym badań nad możliwością wykorzystania analizy widmowej sygnałów otrzymywanych z detektorów do oceny grubości warstwy podpajęczynówkowej,
- 7) poszukiwań nowych domen zastosowań opracowanych metod pomiarowych, gdzie ich wdrożenie przyniosłoby największe korzyści naukowe lub finansowe.

Powyższa lista nie wyczerpuje wszystkich obszarów prac wartych dalszej realizacji. Wiele z nich będzie kontynuowanych przez Autora w ramach nowych grantów badawczych i we współpracy naukowej z akademickimi ośrodkami krajowymi i zagranicznymi.

Podziękowania

Szersze zainteresowanie propagacją promieniowania optycznego w ośrodkach silnie rozpraszających zaowocowało na początku lat dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku nawiązaniem ścisłej współpracy z dr. hab. n. med. Andrzejem F. Frydrychowskim z Gdańskiego Uniwersytetu Medycznego, który w tamtym czasie był bardzo zainteresowany wykorzystaniem promieniowania optycznego w diagnostyce medycznej, w szczególności ideą badania za jego pomocą obrzęku mózgu. W tamtym czasie zostały wykonane pierwsze wspólne eksperymenty związane z propagacją promieniowania optycznego w tkankach skóry, kości i mózgu, z których wynikało, że do dalszych badań niezbędna jest głębsza analiza propagacji promieniowania optycznego w złożonych strukturach anatomicznych głowy. Bez ścisłej, trwającej do dziś współpracy nie przeprowadzono by wielu badań związanych z propagacją promieniowania w tkankach głowy, zwłaszcza weryfikacji badań teoretycznych za pomocą pomiarów dokonywanych w warunkach klinicznych.

Wdzięczny jestem nieżyjącemu już prof. dr. hab. inż. Henrykowi Wierzbie, który widząc moje zainteresowanie problematyką rozpraszania promieniowania optycznego, skontaktował mnie z ośrodkami naukowymi w Finlandii, rozwijającymi optyczne metody badawcze na potrzeby przemysłu papierniczego, to jest z Measurement and Sensor Laboratory w Kajaani i z University of Oulu.

Słowa podziękowania kieruję do Eina Keränen z Measurement and Sensor Laboratory za ciepłe przyjęcie i szybkie wprowadzenie mnie w złożony obszar prac badawczych na potrzeby przemysłu papierniczego Finlandii, w czasie mojego ponadpółrocznego stażu naukowego w Laboratorium, oraz do prof. Risto Myllyli z University of Oulu za wieloletnią współpracę i stworzenie komfortowych warunków pracy w Jego zespole podczas wielokrotnych moich wizyt w Optoelectronics and Measurement Techniques Laboratory. W laboratorium tym miałem okazję współpracować z prof. Alexandrem Priezzhevem z Lomonosov Moscow State University, którego badania nad metodami pomiarowymi ośrodków silnie rozpraszających zainspirowały mnie do zainteresowania się optyczną tomografią koherentną.

Dziękuję także moim kolegom z Katedry Optoelektroniki i Systemów Elektronicznych za liczne dyskusje związane z tematyką prowadzonych przeze mnie badań. W szczególności dr. inż. Ryszardowi Hyszerowi za pogłębienie mojej wiedzy z zakresu interferometrii niskokoherentnej oraz mgr. inż. Marcinowi Strąkowskiemu za owocną współpracę podczas budowy systemu optycznej tomografii koherentnej, przy użyciu którego były wykonywane liczne badania obiektów technicznych. Bez dużego zaangażowania i pracy, jaką włożył on w opracowanie oprogramowania sterującego systemem, trudno byłoby pozyskać za jego pomocą dane pomiarowe przedstawione w pracy. Nie wszystkie prezentowane rezultaty byłyby możliwe do osiągnięcia bez ciągłej i wytrwałej inspiracji oraz pomocy, na którą mogłem zawsze liczyć w czasie realizacji moich badań, ze strony kierownika Katedry, dr. hab. inż. Bogdana B. Kosmowskiego, prof. nadzw. PG.

Na koniec chciałbym podziękować recenzentom, prof. dr hab. inż. Annie Cysewskiej-Sobusiak z Zakładu Metrologii i Optoelektroniki, Instytutu Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej Politechniki Poznańskiej oraz prof. dr. hab. inż. Tomaszowi Wolińskiemu z Zakładu Optyki, Wydziału Fizyki Politechniki Warszawskiej, których wnikliwość i cenne uwagi wpłynęły na postać monografii.

Autor

BIBLIOGRAFIA

- [1] Abdallah S. S.: Finite-Difference Time-Domain Simulations of Light Scattering from Retinal Photoreceptors. PhD thesis, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 2007.
- [2] Abouraddy A. F., Nasr M. B., Saleh B. E. A., Sergienko A. V., Teich M. C.: Quantum-optical coherence tomography with dispersion cancellation. *Physical Review A* 2002, Vol. 65, nr 5, s. 053817-1–6.
- [3] Adie S. G., Hillman T. R., Sampson D. D.: Detection of multiple scattering in optical coherence tomography using the spatial distribution of Stokes vectors. *Optics Express* 2007, Vol. 15, nr 26, s. 18042–18058.
- [4] Adler D. C., Stenger J., Gorczyńska I., Lie H., Hensick T., Spronk R., Wolohojian S., Khandekar N., Jiang J. Y., Barry S., Cable A. E., Huber R., Fujimoto J. G.: Comparison of three-dimensional optical coherence tomography and high resolution photography for art conservation studies. *Optics Express* 2007, Vol. 15, nr 24, s. 15972–15986.
- [5] Ai J., Wang L. V.: Synchronous self-elimination of autocorrelation interference in Fourier-domain optical coherence tomography. *Optics Letters* 2005, Vol. 30, nr 21, s. 2939–2941.
- [6] Akiba M., Chan, K. P.: Video-rate, full-field OCT imaging using a dual-channel parallel heterodyne detection technique. *Proceedings of The Second Asian and Pacific Rim Symposium on Biophotonics APBP 2004*, Taipei, Taiwan, 14-17 December 2004, s. 12–13.
- [7] Alarousu E., Gurov I., Hast J., Myllylä R., Prykäri T., Zakharov A.: Optical coherence tomography evaluating the random tissues based on dynamical processing the stochastic low-coherence interference fringes. *Proceedings of SPIE* 2003, Vol. 5140, s. 33–42.
- [8] Alarousu E., Krehut L., Myllylä R., Hast J.: Optical coherence tomography device for paper characterization. *Proceedings of SPIE* 2004, Vol. 5475, s. 48–55.
- [9] Alarousu E., Krehut L., Prykäri T., Myllylä R.: Study on the use of optical coherence tomography in measurements of paper properties. *Measurement Science and Technology* 2005, Vol. 16, nr 5, s. 1131–1137.
- [10] Alarousu E.: *Low Coherence Interferometry and Optical Coherence Tomography in Paper Measurements*. Acta Universitatis Ouluensis, Vol. C Technica 256, Oulu: Oulu University Press 2006.
- [11] Alerstam E., Svensson T., Andersson-Engels S.: Parallel computing with graphics processing units for high-speed Monte Carlo simulation of photon migration. *Journal of Biomedical Optics* 2008, Vol. 13, nr 6, s. 060504-1–3.
- [12] Alexandrakis G., Farrell T. J., Patterson M. S.: Monte Carlo diffusion hybrid model for photon migration in a two-layer turbid medium in the frequency domain. *Applied Optics* 2000, Vol. 39, nr 13, s. 2235–2244.
- [13] Ali J. H., Wang W. B., Ho P. P., Alfano R. R.: Detection of corrosion beneath a paint layer by use of spectral polarization optical imaging. *Optics Letters* 2000, Vol. 25, nr 17, s. 1303–1305.
- [14] Aljaseem K., Werber A., Mader D., Reichelt S., Zappe H.: Optical coherence tomography using a dynamically-focusing tunable micro-lens. *Proceedings of SPIE* 2007, Vol. 6627, s. 662713-1–9.
- [15] Anderson G. E., Liu F., Alfano R. R.: Microscope imaging through highly scattering media. *Optics Letters* 1994, Vol. 19, nr 13, s. 981–983.
- [16] Anderson R. R., Parrish M. D.: *The Optics of Human Skin*. *Journal of Investigative Dermatology* 1981, Vol. 77, nr 1, s. 13–19.
- [17] Anderson-Engels S., Berg R., Svanberg S., Jarlman O.: Time-resolved transillumination for medical diagnostics. *Optics Letters* 1990, Vol. 15, nr 21, s. 1179–1181.
- [18] Antoniewicz J.: *Tablice funkcji dla inżynierów*, wydanie drugie. Warszawa: PWN 1980.
- [19] Aristov V. V., Zabelok S. A.: Parallel algorithms in the conservative splitting method for the Boltzmann equation. *Sixteenth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*. *Lecture Notes in Physics* 1998, Vol. 515, s. 361–366.

- [20] Arnfield M. R., Tulip J., McPhee M. S.: Optical propagation in tissue with anisotropic scattering. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 1988, Vol. 35, nr 5, s. 372–381.
- [21] Arridge S. R., Cope M., Delpy D. T.: The theoretical basis for the determination of optical path-lengths in tissue: temporal and frequency analysis. *Physics in Medicine and Biology* 1992, Vol. 37, nr 7, s. 1531–1560.
- [22] Arridge S. R., Cope M., van der Zee P., Hillson P. J., Delpy D. T.: Visualisation of the oxygenation state of brain and muscle in newborn infants by near infrared transillumination. *Information Processing in Medical Imaging*, S. L. Bacharach (Ed.), New York: Martinus Nijhoff 1986, s. 155–76.
- [23] Arridge S. R., Dehghani H., Schweiger M., Okada E.: The finite element model for the propagation of light in scattering media: a direct method for domains with non-scattering regions. *Medical Physics* 2000, Vol. 27, nr 1, s. 252–264.
- [24] Arridge S. R., Lionheart W. R. B.: Nonuniqueness in diffusionbased tomography. *Optics Letters* 1998, Vol. 23, nr 11, s. 882–884.
- [25] Arridge S. R., Schweiger M., Hiraoka M., Delpy D. T.: A finite element approach for modeling photon transport in tissue. *Medical Physics* 1993, Vol. 20, nr 2, s. 299–309.
- [26] Arridge S. R., Schweiger M.: Photon-measurement density functions. Part 2: Finite-element-method calculations. *Applied Optics* 1995, Vol. 34, nr 34, s. 8026–8037.
- [27] Arridge S. R.: Photon-measurement density functions. Part 1: Analytical forms. *Applied Optics* 1995, Vol. 34, nr 31, s. 7395–7409.
- [28] Avezaat C. J., van Eijndhoven J. H.: Clinical Observations on the Relationship Between Cerebrospinal Fluid Pulse Pressure and Intracranial Pressure. *Acta Neurochirurgia* 1986, Vol. 79, nr 1, s. 13–29.
- [29] Avezaat C. J., van Eijndhoven J. H., Wyper D. J.: Cerebrospinal fluid pulse pressure and intracranial volume-pressure relationships. *Journal of Neurology, Neurosurgery and Psychiatry* 1979, Vol. 42, nr 8, s. 687–700.
- [30] Bajraszewski T., Wojtkowski M., Szkulmowski M., Szkulmowska A., Huber R., Kowalczyk A.: Improved spectral optical coherence tomography using optical frequency comb. *Optics Express* 2008, Vol. 16, nr 6, s. 4163–4176.
- [31] Banagale R. C.: History of Transillumination, Chap. 1. *Pediatric Transillumination*, S. M. Donn, L. R. Kuhns (Eds.), Chicago-London: Year Book Medical Publishers, Inc. 1983, s. 3–14.
- [32] Banaszek K., Radunsky A. S., Walmsley I. A.: Blind dispersion compensation for optical coherence tomography. *Optics Communications* 2007, Vol. 269, nr 11, s. 152–155.
- [33] Bashkansky M., Duncan M. D., Kahn M., Lewis III D., Reintjes J.: Subsurface defect detection in ceramics by high-speed high-resolution optical coherent tomography. *Optics Express* 1997, Vol. 22, nr 1, s. 61–63.
- [34] Bashkansky M., Duncan M. D., Reintjes J.: Detection of near-surface microscopic defects in ceramics and other materials using optical coherence tomography. *AIP Conference Proceedings* 2000, Vol. 590, nr 1, s. 1517–1523.
- [35] Bashkansky M., Lewis III D., Purjari V., Reintjes J., H. Y. Yu: Subsurface detection and characterization of Hertzian cracks in Si_3N_4 balls using optical coherence tomography. *NDT&E International* 2001, Vol. 34, nr 8, s. 547–555.
- [36] Bashkansky M., Reintjes J.: Subsurface detection and characterization of Hertzian cracks in advanced ceramic materials using optical coherence tomography. *Proceedings of SPIE* 2002, Vol. 4703, s. 46–52.
- [37] Bastos J. P. A., Sadowski N.: *Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods*. New York: Marcel Dekker 2003.
- [38] Battle P. R., Bashkansky M., Mahon R., Reintjes J.: Subsurface defect detection in ceramic materials using optical gating techniques. *Optical Engineering* 1996, Vol. 35, nr 4, s. 1119–1123.
- [39] Benaron D. A., Stevenson D. K.: Optical time of flight and absorbance imaging of biological media. *Science* 1993, Vol. 259, s. 1463–1466.
- [40] Besteniamov K. P., Gordienko V. M., Konovalov A. N., Podshivalov A. A.: Studying of mass transfer processes and defectoscopy of paper porosity using femtosecond OCT. *Proceedings of SPIE* 2004, Vol. 5475, s. 56–65.

- [41] Bhushan B., Wyant J. C., Koliopoulos, C. L.: Measurement of surface topography of magnetic tapes by Mirau interferometry. *Applied Optics* 1985, Vol. 24, nr 10, s. 1489–1497.
- [42] Białynicki-Birula I., Białynicka-Birula Z.: *Elektrodynamika kwantowa*. Warszawa: PWN 1974.
- [43] Bian H., Gao H., Rose J.: Sparse Array Tomography System for Corrosion Extent Monitoring. Proceedings of the 16th World Conference on Non Destructive Testing WCNDT 2004, Montreal, Canada, 30 August - 3 September 2004, CD-ROM Proceedings, Paper Code 227, s. 1–6.
- [44] Bladel J. V.: *Electromagnetic Fields*, 2nd Edition. New York: John Wiley and Sons 2007.
- [45] Boas D. A., Culver J. P., Stott J. J., Dunn A. K.: Three dimensional Monte Carlo code for photon migration through complex heterogeneous media including the adult human head. *Optics Express* 2002, Vol. 10, nr 3, s. 159–170.
- [46] Boas D. A., O’Leary M. A.: Scattering and wavelength transduction of diffuse photon density waves. *Physical Review E* 1993, Vol. 47, nr 5, s. R2999–R3002.
- [47] Boas G.: Noninvasive Imaging of the Brain. *Optics & Photonics News* 2004, Vol. 15, nr 1, s. 52–54.
- [48] Bohren C. F., Huffman D. R.: *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. New York: John Wiley and Sons 1983.
- [49] Bolin F. P., Preuss L. E., Taylor R. C., Ference R. J.: Refractive index of some mammalian tissues using a fiber optic cladding method. *Applied Optics* 1989, Vol. 28, nr 12, s. 2297–2303.
- [50] Booth M. C., Di Giuseppe G., Saleh B. E. A., Sergienko A. V., Teich M. C.: Polarization-sensitive quantum-optical coherence tomography. *Physical Review A* 2004, Vol. 69, nr 4, s. 043815-1–9.
- [51] Born M., Wolf E.: *Principles of Optics*, 7th (expanded) Edition. Cambridge: Cambridge University Press 2003.
- [52] Born M.: *Optik*. Berlin: Springer 1933.
- [53] Born M.: Ueber die Zerstreuung des Lichtes in Substanzen mit anisotropen Molekeln. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft* 1918, Vol. 19, s. 243–264.
- [54] Bouma B. E., Tearney G. J. (Eds.): *Handbook of Optical Coherence Tomography*. New York: Marcel Dekker Inc. 2002.
- [55] Bouma B., Tearney G. J., Boppart S. A., Hee M. R., Brezinski M. E., Fujimoto J. G.: High-resolution optical coherence tomographic imaging using a mode-locked Ti:Al₂O₃ laser source. *Optics Letters* 1995, Vol. 20, nr 13, s. 1486–1488.
- [56] Bremmer H.: Random volume scattering. *Radio Science Journal of Research* 1964, Vol. 680, nr 9, s. 967–981.
- [57] Brezinski M.: *Optical Coherence Tomography: Principles and Applications*. New York: Academic Press 2006.
- [58] Bright R.: Diseases of the brain and nervous system. Reports of Medical Cases Selected with a view of Illustrating the Symptoms and Cure of Diseases by a Reference to Morbid Anatomy, Vol. 2, case CCV, London: Longman 1831.
- [59] Bronshtein I. N., Siemiendajew K. A., Musiol G., Mühlig: *Nowoczesne kompendium matematyki*. Warszawa: PWN 2004.
- [60] Bruulsema J. T., Hayward J. E., Farrell T. J., Patterson M. S., Heinemann L., Berger M., Koschinsky T., Sandahl-Christiansen J., Orskov H., Essenpreis M., Schmelzeisen-Redeker G., Böcker D.: Correlation between blood glucose concentration in diabetics and noninvasively measured tissue scattering coefficient. *Optics Letters* 1997, Vol. 22, nr 3, s. 190–192.
- [61] Bums D. A., Barlow C. H., Maris M., Holtom G., Leigh J. S., Chance B.: Optical tomography in scattering media: Image enhancement using redundant apertured optics (biological application). Proceedings of the 11th Annual International Conference of the Engineering in Medicine and Biology Society IEEE EMBS 1989, Seattle, USA, 9-12 November 1989, Vol. 2, s. 367–368.
- [62] Burke D. L., Field R. C., Horton-Smith G., Spencer J. E., Walz D., Berridge S. C., Bugg W. M., Shmakov K., Weidemann A. W., Bula C., McDonald K. T., Prebys E. J., Bamber C., Boege S. J., Koffas T., Kotseroglou T., Melissinos A. C., Meyerhofer D. D., Reis D. A., Rag W.: Positron Production in Multiphoton Light-by-Light Scattering. *Physical Review Letters* 1997, Vol. 79, nr 9, s. 1626–1629.

- [63] Cabannes J.: Sur la diffusion de la lumière par les molécules des gaz transparents. *Annales de Physique* 1921, Vol. 15, s. 5–149.
- [64] Carlsson J., Hellentin P., Malmqvist L., Persson A., Persson W., Wahlström C-G.: Time-resolved studies of light propagation in paper. *Applied Optics* 1995, Vol. 34, nr 9, s. 1528–1535.
- [65] Carré P.: Installation et utilisation du comparateur photoélectrique et interférentiel du Bureau International des Poids et Mesures. *Metrologia* 1966, Vol. 2, nr 1, s. 13–23.
- [66] Carslaw H. S., Jaeger J. C.: *Conduction of Heat in Solids*, 2nd Edition. Oxford: Oxford University Press 2000.
- [67] Case K. M., Zweifel P. F.: *Linear Transport Theory*. London: Addison-Wesley Publishing Co. 1967.
- [68] Cashwell E. D., Everett C. J.: *Monte Carlo Method for Random Walk Problems*. London: Pergamon 1959.
- [69] Chandrasekhar S.: *Stochastic Problems in Physics and Astronomy*. *Reviews of Modern Physics* 1943, Vol. 15, nr 1, s. 1–88.
- [70] Change B., Liu H., Kitai T., Zhang Y.: Effect of solutes on optical properties of biological materials: models, cells, and tissues. *Analytical Biochemistry* 1995, Vol. 227, s. 351–362.
- [71] Chełkowski A.: *Fizyka dielektryków*. Warszawa: PWN 1979.
- [72] Chen Y., de Bruin D. M., Kerbage C., de Boer J. F.: Spectrally balanced detection for optical frequency domain imaging. *Optics Express* 2007, Vol. 15, vo. 25, s. 16390–16399.
- [73] Cheng Y.-Y., Wyant J. C.: Phase shifter calibration in phase-shifting interferometry. *Applied Optics* 1985, Vol. 24, nr 18, s. 3049–3052.
- [74] Cheong W.-F., Prael S. A., Welch A. J.: A Review of the Optical Properties of Biological Tissues. *IEEE Journal of Quantum Electronics* 1990, Vol. 26, nr 12, s. 2166–2185.
- [75] Chinn S. R., Swanson E. A., Fujimoto J. G.: Optical Coherence Tomography Using a Frequency-Tunable Optical Source. *Optics Letters* 1997, Vol. 22, nr 5, s. 340–342.
- [76] Choma M. A., Sarunic M. V., Yang C., Izatt J. A.: Sensitivity advantage of swept source and Fourier domain optical coherence tomography. *Optics Express* 2003, Vol. 11, nr 18, s. 2183–2189.
- [77] Colier W. N. J. M., van Haaren N. J. C. W., van de Ven M. J. T., Folgering H. T. M., Oeseburg B.: Age dependency of cerebral oxygenation assessed with near infrared spectroscopy. *Journal of Biomedical Optics* 1997, Vol. 2, nr 2, s. 162–170.
- [78] Corlu A., Choe R., Durduran T., Rosen M. A., Schweiger M., Arridge S. R., Schnall M. D., Yodh A. G.: Three-dimensional *in vivo* fluorescence diffuse optical tomography of breast cancer in humans. *Optics Express* 2007, Vol. 15, nr 11, s. 6696–6716.
- [79] Cui W., Wang N., Chance B.: Study of photon migration depths with time-resolved spectroscopy. *Optics Letters* 1991, Vol. 16, nr 21, s. 1632–1634.
- [80] Curtiss J. H.: *Monte Carlo Method*. National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series 12, Washington DC: Government Printing Office 1951.
- [81] Damask J. N.: *Polarization Optics in Telecommunications*. Berlin: Springer 2005.
- [82] Das B. B., Yoo K. M., Alfano R. R.: Ultrafast time-gated imaging in thick tissues: a step toward optical mammography. *Optics Letters* 1993, Vol. 18, nr 13, s. 1092–1094.
- [83] de Boer J. F., Milner T. E.: Review of polarization sensitive optical coherence tomography and Stokes vector determination. *Journal of Biomedical Optics* 2002, Vol. 7, nr 3, s. 359–371.
- [84] de Haller E. B., Depeursing C., Genton C. Y.: Resolution of time-resolved breast transillumination: *in vitro* measurements compared with theoretical predictions. *Optical Engineering* 1995, Vol. 34, nr 7, s. 2084–2091.
- [85] de Haller E. B.: Time-Resolved Transillumination and Optical Tomography. *Journal of Biomedical Optics* 1996, Vol. 1, nr 1, s. 7–17.
- [86] Debye P.: Zerstreuung von Roentgenstrahlen. *Annalen der Physik* 1915, Vol. 46, nr 6, s. 809–823.
- [87] Deirmendjian D.: *Electromagnetic Scattering on Spherical Polydispersions*. New York: American Elsevier 1969.
- [88] Delpy D. T., Cope M., van der Zee P., Arridge S. R., Wray S., Wyatt J.: Estimation of optical pathlength through tissue from direct time of flight measurement. *Physics in Medicine and Biology* 1988, Vol. 33, nr 12, s. 1433–1442.

- [89] Derickson D. (Ed.): *Fiber-Optic Test and Measurement*. New Jersey: Prentice Hall 1998.
- [90] Divetia A., Hsieh T.-H., Zhang J., Chen Z., Bachman M., Li G.-P.: Dynamically Focused optical coherence tomography for endoscopic applications. *Applied Physics Letters* 2005, Vol. 86, nr 10, s. 103902-1-3.
- [91] Doicu A., Wriedt T., Eremin Y. A.: *Light Scattering by Systems of Particles. Null-Field Method with Discrete Sources: Theory and Programs*. Berlin: Springer 2006.
- [92] Doiron D. R., Svaasand L. O., Profio A. E.: Light dosimetry in tissue applications to photoradiation therapy. In *Porphyrim Photosensitization*, D. Kessel and T. J. Dougherty, Eds., New York: Plenum Press 1983, s. 63-75.
- [93] Domański A. W.: *Propagacja światła częściowo spolaryzowanego w ośrodkach dwójłomnych*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 2005.
- [94] Drexler W., Fujimoto J. G. (Eds.): *Optical Coherence Tomography*. Berlin: Springer 2008.
- [95] Drexler W.: Ultrahigh-resolution optical coherence tomography. *Journal of Biomedical Optics* 2004, Vol. 9, nr 1, s. 47-74.
- [96] Duguay M. A., Hansen J. W.: Direct measurement of picosecond lifetimes. *Optics Communications* 1969, Vol. 1, s. 254-256.
- [97] Duguay M. A., Mattick A. T.: Ultrahigh speed photography of picosecond light pulses and echoes. *Applied Optics* 1971, Vol. 10, nr 9, s. 2162-2170.
- [98] Duncan M. D., Bashkansky M.: Subsurface defect detection in materials using optical coherence tomography. *Optics Express* 1998, Vol. 2, nr 13, s. 540-545.
- [99] Dunkers J. P., Everett M. J., Sanders D. P., Hunston D. L.: Imaging of Composite Defects and Damage Using Optical Coherence Tomography. *Proceedings of the International Meeting on Composite Materials PLAST 2000*, Milan, Italy, 9-11 May 2000, s. 177-184.
- [100] Dunkers J. P., Holmes G. A., McDonough W. G.: Imaging of Multi-Fiber, Micro-Mechanical Testing Specimens Using Optical Coherence Tomography. *Proceedings of the 24th Annual Meeting of the Adhesion Society*, Williamsburg, USA, 26 February - 2 March 2001, s. 1-3.
- [101] Dunkers J. P., Parnas R. S., Zimba C. G., Peterson R. C., Flynn K. M., Fujimoto J. G., Bouma B. E.: Optical coherence tomography of glass reinforced polymer composites. *Composites: Part A* 1999, Vol. 30, nr 2, s. 139-145.
- [102] Dunkers J. P., Phelan F. R., Flynn K. M., Sanders D. P., Parnas R. S.: Permeability Prediction from Non-Destructive Imaging of Composite Microstructure. *Proceedings of the 59th Society of Plastics Engineers Annual Conference*, Dallas, USA, 6-10 May 2001, s. 1-5.
- [103] Dunkers J. P., Phelan F. R., Sanders D. P., Everett M. J., Green W. H., Hunston D. L., Parnas R. S.: The application of optical coherence tomography to problems in polymer matrix composites. *Optics and Lasers in Engineering* 2001, Vol. 35, nr 3, s. 135-147.
- [104] Dunkers J. P., Phelan F. R., Zimba C. G., Flynn K. M., Sanders D. P., Peterson R. C., Parnas R. S., Li X., Fujimoto J. G.: The Prediction of Permeability for an Epoxy/E-glass Composite Using Optical Coherence Tomographic Images. *Polymer Composites* 2001, Vol. 22, nr 6, s. 803-814.
- [105] Dunkers J. P., Sanders D. P., Hunston D. L., Everett M. J., Green W. H.: Comparison of Optical Coherence Tomography, X-Ray Computed Tomography, and Confocal Microscopy Results from An Impact Damaged Epoxy/E-Glass Composite. *The Journal of Adhesion* 2002, Vol. 78, nr 2, s. 129-154.
- [106] Dunkers J. P., Sanders D. P., Hunston D. L., Everett M. J.: Imaging of Impact Damage in Composites Using Optical Coherence Tomography. *Proceedings of the 23rd Annual Meeting of the Adhesion Society*, Myrtle Beach, USA, 20-23 February 2000, s. 320-322.
- [107] Dunkers J. P., Zimba C. G., Flynn K. M., Hunston D. L., Prasankumar R., Li X., Fujimoto J. G.: Characterization of Composite Microstructure and Damage Using Optical Coherence Tomography. *Proceedings of SPIE* 1999, Vol. 3585, s. 2008-218.
- [108] Dunkers J. P., Zimba C. G., Flynn K. M., Hunston D. L.: Characterization of Composite Microstructure and Damage Using Optical Coherence Tomography. *Proceedings of SPIE* 1999, Vol. 3585, s. 208-218.

- [109] Dunkers J. P.: Applications of Optical Coherence Tomography to the Study of Polymer Matrix Composites. The Handbook of Optical Coherence Tomography, B. Bouma, G. Tearney (Eds.), New York: Marcel Dekker Inc. 2002, s. 421–443.
- [110] Eason G., Veitch A. R., Nisbet R. M., Turnbull F. W.: The Theory of the Backscattering of Light by Blood. *Journal of Physics D: Applied Physics* 1978, Vol. 11, nr 10, s. 1463–1479.
- [111] Egan W. G., Hilgeman T. W.: *Optical Properties of Inhomogeneous Materials*. New York: Academic Press 1979.
- [112] Egorov S., Mamaev A., Likhachiev J.: High reliable, self-calibrated signal processing method for interferometric fiber-optic sensor. *Proceedings of SPIE* 1996, Vol. 2594, s. 193–197.
- [113] Eichler J., Knof J., Lenz H.: Measurements on the depth of penetration of light (0.35-1.0 μm) in tissue. *Radiation and Environmental Biophysics* 1977, Vol. 14, nr 3, s. 239–242.
- [114] Elias II N. M.: Optical Interferometric Polarimetry. I. Foundation. *The Astrophysical Journal* 2001, Vol. 549, nr 1, s. 647–668.
- [115] Ellingson W. A., Deemer C., Sun J. G., Erdman S., Muliere D., Wheeler B.: Development of nondestructive evaluation methods for ceramic coatings. 29 April 2002, Baltimore, USA, Proceedings of 16th Annual Conference on Fossil Energy Materials 2002, s. 1–6.
- [116] Espinosa-Luna R., Rodríguez-Carrera D., Bernabeu E., Hinojosa-Ruíz S.: Transformation matrices for the Mueller-Jones formalism. *Optik* 2008, Vol. 119, nr 16, s. 757–765.
- [117] Fabritius T., Alarousu E., Hast J., Prykäri T., Myllylä R.: Characterization of optically cleared paper by optical coherence tomography. *Journal of Quantum Electronics* 2006, Vol. 36, nr 2, s. 181–187.
- [118] Fabritius T., Myllylä R.: Dynamic optical coherence tomography for paper wetting measurements *Proceedings of SPIE* 2006, Vol. 6293, s. 629307-1–6.
- [119] Fabritius T., Myllylä R.: Investigation of swelling behaviour in strongly scattering porous media using optical coherence tomography. *Journal of Physics D: Applied Physics* 2006, Vol. 39, nr 12, s. 2609–2612.
- [120] Fabritius T., Myllylä R.: Liquid sorption investigation of porous media by optical coherence tomography. *Journal of Physics D: Applied Physics* 2006, Vol. 39, nr 21, s. 4668–4672.
- [121] Farrell T. J., Ptterson M. S., Wilson B.: A diffusion theory model of spatially resolved, steady-state diffuse reflectance for the noninvasive determination of tissue optical properties *in vivo*. *Medical Physics* 1992, Vol. 19, nr 4, s. 881–888.
- [122] Fatt I., Giasson C. J., Mueller T. D.: Non-Steady-State Diffusion in a Multilayered Tissue Initiated by Manipulation of Chemical Activity at the Boundaries. *Biophysical Journal* 1998, Vol. 74, nr 1, s. 475–486.
- [123] Felsen L. B., Marcuvitz N.: *Radiation and Scattering of Waves*. New Jersey: Prentice-Hall 1973.
- [124] Fercher A. F., Hitzenberger C. K., Kamp G., El-Zaiat S. Y.: Measurements of intraocular distances by backscattering spectral interferometry. *Optics Communications* 1995, Vol. 117, nr 1-2, s. 43–48.
- [125] Fercher A. F., Leitgeb R., Hitzenberger C. K., Sattmann H., Wojtkowski M.: Complex Spectral Interferometry OCT. *Proceedings of SPIE* 1999, Vol. 3564, s. 173–178.
- [126] Ferrari M., Wei Q., Carraresi L., De Blasi R. A., Zaccanti G.: Time-resolved spectroscopy of the human forearm. *Journal of Photochemistry and Photobiology B: Biology* 1992, Vol. 16, s. 141–153.
- [127] Feynman R. P.: *QED: the strange theory of light and matter*. Princeton: Princeton University Press 2006.
- [128] Fiodor P., Kęćik T., Niechoda Z., Nowakowski W., Nowicki M., Otto W., Pirożyński M., Stanowski E.: Zarys klinicznych zastosowań laserów. Warszawa: Dom Wydawniczy Ankar 1995.
- [129] Firbank M., Arridge S. R., Schweiger M., Delpy D. T.: An investigation of light transport through scattering bodies with non-scattering regions. *Physics in Medicine and Biology* 1996, Vol. 41, nr 4, s. 767–783.
- [130] Firbank M., Okada E., Delpy D. T.: A Theoretical Study of the Signal Contribution of Regions of the Adult Head to Near-Infrared Spectroscopy Studies of Visual Evoked Responses. *Neuroimage* 1998, Vol. 8, nr 1, s. 69–78.

- [131] Firbank M., Schweiger M., Delpy D. T.: Investigation of light piping through clear regions of scattering. *Proceedings of SPIE 1996*, Vol. 2389, s. 167–173.
- [132] Fischer D. G., Ovryn B.: Phase shifting optical coherence tomography. *Proceedings of SPIE 2001*, Vol. 4251, s. 97–101.
- [133] Fishkin J. B., Gratton E., Vandeven M., Mantulin W. W.: Diffusion of intensity modulated near-infrared light in turbid media. *Proceedings of SPIE 1991*, Vol. 1431, s. 122–135.
- [134] Fishkin J. B., Gratton E.: Propagation of photon-density waves in strongly scattering media containing an absorbing semi-infinite plane bounded by a straight edge. *Journal of the Optical Society of America A 1993*, Vol. 10, nr 1, s. 127–140.
- [135] Fiskin J., Gratton E., van de Ven M. J., Mantulin W. W.: Diffusion of Intensity Modulated Near-Infrared Light in Turbid Media. *Proceedings of SPIE 1991*, Vol. 1431, s. 122–135.
- [136] Fitzpatrick, R.: *Maxwell Equations and the Principles of Electromagnetism*. Hingham: Infinity Science Press LLC 2008.
- [137] Flock S. T., Jacques S. L., Wilson B. C., Star W. M., van Gemert M. J. C.: Optical Properties of Intralipid: A phantom medium for light propagation studies. *Lasers in Surgery and Medicine 1992*, Vol. 12, nr 5, s. 510–519.
- [138] Flock S. T., Patterson M. S., Wilson B. C., Wyman D. R.: Monte Carlo Medeling of Light Propagation in Highly Scattering Tissues – I: Model Predictions and Comparison with Diffusion Theory. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering 1989*, Vol. 36, nr 12, s. 1162–1167.
- [138] Flournoy P. A., McClure R. W., Wyntjes G.: White-light interferometric thickness gauge. *Applied Optics 1972*, Vol. 11, nr 9, s. 1907–1915.
- [140] Foldy L. O.: The multiple scattering of waves. *Physical Review 1945*, Vol. 67, nr 3-4, s. 107–119.
- [141] Fontana R., Bellini M., Corsi C., Mastroianni M., Materazzi M., Pezzati L., Tortora A.: Optical Coherence Diagnostics for Painting Conservation. *Proceedings of SPIE 2007*, Vol. 6618, s. 661808-1–7.
- [142] Friberg A., Wolf E.: Relations between the complex degrees of coherence in the space-time and in the space-frequency domains. *Optics Letters 1995*, Vol. 20, nr 6, s. 623–625.
- [143] Frisch V.: Wave propagation in random media. *Probabilistic Methods in Applied Mathematics A. T. Barucha-Reid (Ed.)*, New York: Academic Press 1968, s. 76–198.
- [144] Frosz M. H., Juhl M., Lang M. H.: *Optical Coherence Tomography: System Design and Noise Analysis*. Roskilde: Risø National Laboratory 2001.
- [145] Frydrychowski A. F., Kaczmarek J. W., Juzwa W., Rojewski M., **Pluciński J.**, Gumiński W., Kwiatkowski C., Lass P., Bandurski T.: Near-InfraRed Transillumination (NIR-TI) – a New Non-invasive Tool for Exploration of Intracranial Homeostatsis and Monitoring of Its Impairments. *Biocybernetics and Biomedical Engineering 1999*, Vol. 19, nr 2, s. 99–108.
- [146] Frydrychowski A. F., **Pluciński J.**: Assessment of changes in width of subarachnoid space with near-infrared transillumination/back-scattering sounding (NIR-T/BSS): new aspects. Part II – Clinical verification in the patient. *Journal of Biomedical Optics 2007*, Vol. 12, nr 4, s. 044016-1–8.
- [147] Fukui Y., Yamamoto T., Kato T., Okada E.: Analysis of Light Propagation in a Three-Dimensional Realistic Head Model for Topographic Imaging by Finite Difference Method. *Optical Review 2003*, Vol. 10, nr 5, s. 470–473.
- [148] Furutsu K.: Diffusion equation derived from space-time transport equation. *Journal of the Optical Society of America 1980*, Vol. 70, nr 4, s. 360–366.
- [149] Gabor D.: *Theory of Communication*. *Journal of the Institute of Electrical Engineers (London) 1946*, Vol. 93, nr 3, s. 429–457.
- [150] Gandjbakhche A. H., Schmitt J. M., Bonner R., Nossal, R.: Random Walk Theory Applied to Noninvasive in Vivo Optical Measurements of Human Tissue. *Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE 1992*, Vol. 1, nr 29, s. 332–333.
- [151] Gans R.: Asymmetrie von Gasmolekeln. Ein Beitrag zur Bestimmung der molekularen Form. *Annalen der Physik 1921*, Vol. 65, nr 10, s. 97–123.

- [152] Gans R.: Das Tyndallphänomen in Flüssigkeiten. *Zeitschrift für Physik* 1923, Vol. 17, nr 1, s. 353–397.
- [153] Gans R.: Über die form ultramikroskopischer goldteilchen. *Annalen der Physik* 1912, Vol. 37, nr 5, s. 881–900.
- [154] Gans R.: Ultramikroskopische Studien. Methoden zur Formbestimmung subultramikroskopischer Teilchen. *Annalen der Physik* 1920, Vol. 62, nr 12, s. 331–357.
- [155] van Gemert M. J. C., Jacques S. L., Sterenborg H. J. C. M., Star W. M.: *Skin Optics*. IEEE Transaction on Biomedical Engineering 1989, Vol. 36, nr 12, s. 1146–1154.
- [156] van Gemert M. J. C., Star W. M.: Relations between the Kubelka-Munk and the transport equation models for anisotropic scattering. *Lasers in the Life Sciences* 1987, Vol. 1, nr 4, s. 287–298.
- [157] Geoffrey R. Grimmett, David R. Stirzaker: *Probability and Random Processes*. Oxford: Oxford University Press 2001.
- [158] Gibson A. P., Hebden J. C., Riley J., Everdell N., Schweiger M., Arridge S. R., Delpy D. T.: Linear and nonlinear reconstruction for optical tomography of phantoms with nonscattering regions. *Applied Optics* 2005, Vol. 44, nr 19, s. 3925–3936.
- [159] Gniadek K.: *Optyczne przetwarzanie informacji*. Warszawa: PWN 1992.
- [160] Gołuński W., Hyszer R., **Pluciński J.**: Optical fibre refractometer for liquid refractive index measurement. *Proceedings of SPIE* 1990, Vol. 1085, s. 473–475.
- [161] Goodman J. W.: *Statistical optics*. New York: John Wiley and Sons 2000.
- [162] Góra M., Pircher M., Götzinger E., Bajraszewski T., Strlic M., Kolar J., Hitzenberger C. K., Targowski P.: Optical Coherence Tomography for Examination of Parchment Degradation. *Laser Chemistry* 2006, Vol. 2006, Article ID 68679, s. 1–6.
- [163] Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M.: *Table of Integrals, Series and Products*, 7th Edition. New York: Academic Press 2007.
- [164] Greiner W.: *Classical Electrodynamics*. Berlin: Springer 1998.
- [165] Grulkowski I., Góra M., Szkulmowski M., Gorczyńska I., Szlag D., Marcos S., Kowalczyk A., Wojtkowski M.: Anterior segment imaging with Spectral OCT system using a high-speed CMOS camera. *Optics Express* 2009, Vol. 17, nr 6, s. 4842–4858.
- [166] Guru B. S., Hiziroglu H. R.: *Electromagnetic Field Theory Fundamentals*, 2nd Edition. Cambridge: Cambridge University Press 2004.
- [167] Hale G. M., Query M. R.: Optical Constants of Water in the 200-nm to 200- μ m Wavelength Region. *Applied Optics* 1973, Vol. 12, nr 3, s. 555–563.
- [168] Hariharan P.: *Basics of Interferometry*, 2nd Edition. New York: Academic Press 2007.
- [169] Hariharan P.: Digital phase-stepping interferometry: effects of multiply reflected beams. *Applied Optics* 1987, Vol. 26, nr 13, s. 2506–2507.
- [170] Hariharan P.: *Optical Interferometry*, 2nd Edition. New York: Academic Press 2003.
- [171] Harrington R. F.: *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*. New York: John Wiley & Sons 2001.
- [172] Hast J., Alarousu E., Kinnunen M., Kirillin M., Myllylä R., **Pluciński J.**, Popov A., Priezhev A. V., Prykäri T., Saarela J., Zhao Z.: Noninvasive glucose sensing in scattering media using OCT, PAS and TOF techniques. *Proceedings of SPIE* 2004, Vol. 5474, s. 33–41.
- [173] Hayashi T., Kashio Y., Okada E.: Hybrid Monte Carlo-diffusion method for light propagation in tissue with a low-scattering region. *Applied Optics* 2003, Vol. 42, nr 16, s. 2888–2896.
- [174] Hebden J. C., Schmidt F. E. W., Fry M. E., Schweiger M., Hillman E. M. C., Delpy D. T., Arridge S. R.: Simultaneous reconstruction of absorption and scattering images by multichannel measurement of purely temporal data. *Optics Letters* 1999, Vol. 24, nr 8, s. 534–536.
- [175] Hebden J. C., Wong K. S.: Time-resolved optical tomography. *Applied Optics* 1993, Vol. 32, nr 4, s. 372–380.
- [176] Hecht E.: *Optics*, 4th Edition. New York: Addison-Wesley 2002.
- [177] Hee M. R., Huang D., Swanson E. A., Fujimoto J. G.: Polarization-sensitive low-coherence reflectometer for birefringence characterization and ranging. *Journal of the Optical Society of America B* 1992, Vol. 9, nr 6, s. 903–908.
- [178] Heinemann L., Schmelzeisen-Redeker G.: Non-invasive continuous glucose monitoring in Type 1 diabetic patients with optical glucose sensors. *Diabetologia* 1998, Vol. 41, nr 7, s. 848–854.

- [179] Heise B., Stifter D.: Quantitative phase reconstruction for orthogonal-scanning differential phase-contrast optical coherence tomography. *Optics Letters* 2009, Vol. 34, nr 9, s. 1306–1308.
- [180] Henyey L. G., Greenstein J. L.: Diffuse radiation in the galaxy. *Astrophysics Journal* 1941, Vol. 93, nr 1, s. 70–83.
- [181] Hielscher A. H., Alcouffe R. E., Barbour R. L.: Comparison of finite-difference transport and diffusion calculations for photon migration in homogeneous and heterogeneous tissues. *Physics in Medicine and Biology* 1998, Vol. 43, nr 5, s. 1285–1302.
- [182] Hillman T. R., Sampson D. D.: The effect of water dispersion and absorption on axial resolution in ultrahigh-resolution optical coherence tomography. *Optics Express* 2005, Vol. 13, nr 6, s. 1860–1874.
- [183] Hiraoka M., Firbank M., Essenpreis M., Cope M., Arridge S. R., van der Zee P., Delphy D. T.: A Monte Carlo investigation of optical pathlength in inhomogeneous tissue and its application to near-infrared spectroscopy. *Physics in Medicine and Biology* 1993, Vol. 38, nr 12, s. 1859–1876.
- [184] Hitzengerger C. K., Göttinger E., Sticker M., Pircher M., Fercher A. F.: Measurement and imaging of birefringence and optic axis orientation by phase resolved polarization sensitive optical coherence tomography. *Optics Express* 2001, Vol. 9, nr 13, s. 780–790.
- [185] Hsu I.-J., Sun C.-W., Lu C.-W., Yang C.-C., Chiang C.-P., Lin C.-W.: Process Algorithms for Resolution Improvement and Contrast Enhancement in Optical Coherence Tomography. *Optical Review* 2003, Vol. 10, nr 6, s. 567–571.
- [186] Huang D., Swanson E. A., Lin C. P., Schuman J. S., Stinson W. G., Chang W., Hee M. R., Flotte T., Gregory K., Puliafito C. A., Fujimoto J. G.: Optical coherence tomography. *Science* 1991, Vol. 254, nr 5035, s. 1178–1181.
- [187] van de Hulst H. C.: A new look at multiple scattering. New York: NASA Institute for Space Studies, Goddard Space Flight Center 1963.
- [188] van de Hulst H. C.: *Light Scattering by Small Partcles*. New York: Dover Publications 1981.
- [189] van de Hulst H. C.: *Light Scattering by Small Partcles*. New York: John Willey & Sons 1957.
- [190] van de Hulst H. C.: *Multiple Light Scattering Tables, Formulas, and Applications*. New York: Academic Press 1980.
- [191] van de Hulst H. C.: *Multiple Light Scattering*. New York: Academic Press 1980.
- [192] Hyspser R., Kosmowski B. B., **Pluciński J.**: Modelling and computer optimisation of fibre optic refractometric sensors. *Proceedings of SPIE* 1995, Vol. 2208, s. 145–148.
- [193] Hyspser R., **Pluciński J.**: Modelling of light transmission in a fibre optic path of any shape, of some sensors with intensity modulation. *Proceedings of SPIE* 1995, Vol. 2208, s. 141–144.
- [194] Illarramendi M. A., Aramburu I., Fernandez J., Balda R., Williams S. N., Adegoke J. A., Noginov M. A.: Characterization of light scattering in translucent ceramics. *Journal of Optical Society of America B* 2007, Vol. 24, nr 1, s. 43–48.
- [195] Ishimaru A., Kuga Y., Cheung R. L.-T., Shimizu K.: Scattering and diffusion of a beam wave in randomly distributed scatterers. *Journal of the Optical Society of America* 1983, Vol. 73, nr 2, s. 131–136.
- [196] Ishimaru A.: Diffusion of a pulse in densely distributed scatterers. *Journal of the Optical Society of America* 1978, Vol. 68, nr 8, s. 1045–1050.
- [197] Ishimaru A.: Diffusion of light in turbid material. *Applied Optics* 1989, Vol. 28, nr 12, s. 2210–2215.
- [198] Ishimaru A.: *Electromagnetic Wave Propagation, Radiation and Scattering*. Englewood Cliffs: Prentice Hall 1991.
- [199] Ishimaru A.: *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, Vol. 1. Single Scattering and Transport Theory. New York: Academic Press 1978.
- [200] Ishimaru A.: *Wave Propagation and Scattering in Random Media*, Vol. 2. Multiple Scattering, Turbulence, Rough Surface, and Remote Sensing. New York: Academic Press 1978.
- [201] Iwai H., Fang-Yen C., Popescu G., Wax A., Badizadegan K., Dasari R. R., Feld M. S.: Quantitative phase imaging using actively stabilized phase-shifting low-coherence interferometry. *Optics Letters* 2004, Vol. 29, nr 20, s. 2399–2401.

- [202] Jackson J. D.: *Classical Electrodynamics*, 3rd Edition. New York: John Wiley and Sons 1998.
- [203] Jacques L. S.: Time-Resolved Reflectance Spectroscopy in Turbid Tissues. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 1989, Vol. 36, nr 12, s. 1155–1161.
- [204] Jacques S. L., Alter C. A., Prahl S. A.: Angular dependence of HeNe laser light scattering by human dermis. *Lasers in the Life Sciences* 1987, Vol. 1, nr 4, s. 309–333.
- [205] Jacques S. L.: Finite-difference model for laser ablation with emphasis on the role of carbonization and explosive vaporization. *Proceeding of SPIE* 1994, Vol. 2134A, s. 372–382.
- [206] Jacques S. L.: Finite-difference modeling of laser ablation of tissue. *Proceeding of SPIE* 1993, Vol. 1882, s. 422–431.
- [207] Jacques S. L.: *Tissue Optics. Short Course Notes*, Vol. SC01, SPIE Press 1997.
- [208] Jacques S., Gutsche A., Schwartz J., Wang L., Tittel F.: Video reflectometry to specify optical properties of tissue *in vivo*. *Proceedings of SPIE* 1993, Vol. SP11, s. 211–226.
- [209] Jiang H., Xu Y., Iftimia N.: Experimental three-dimensional optical image reconstruction of heterogeneous turbid media from continuous-wave data. *Optics Express* 2000, Vol. 7, nr 5, s. 204–209.
- [210] Jiao S., Ruggeri M.: Polarization effect on the depth resolution of optical coherence tomography. *Journal of Biomedical Optics* 2008, Vol. 13, nr 6, s. 060503-1–3.
- [211] Jiao S., Wang L. V.: Jones-matrix imaging of biological tissues with quadruple-channel optical coherence tomography. *Journal of Biomedical Optics* 2002, Vol. 7, nr 3, s. 350–358.
- [212] Jiao S., Wang L. V.: Two-dimensional depth-resolved Mueller matrix of biological tissue measured with double-beam polarization-sensitive optical coherence tomography. *Optics Letters* 2002, Vol. 27, nr 2, s. 101–103.
- [213] Jiao S., Yao G., Wang L. V.: Depth-resolved two-dimensional Stokes vectors of backscattered light and Mueller matrices of biological tissue measured with optical coherence tomography. *Applied Optics* 2000, Vol. 39, nr 34, s. 6318–6324.
- [214] Jöbsis F. F.: Non-invasive, infrared monitoring of cerebral and myocardial oxygen sufficiency and circulatory parameters. *Science* 1977, Vol. 198, s. 1264–1267.
- [215] Johnson C. C., Guy A. W.: Nonionizing Electromagnetic Wave Effects in Biological Materials and Systems. *Proceedings of the IEEE* 1972, Vol. 60, nr 6, s. 692–718.
- [216] Jones R. C.: *New Calculus for the Treatment of Optical Systems. I. Descriptions and Discussion of the Calculus*. *Journal of the Optical Society of America* 1941, Vol. 31, nr 7, s. 488–493.
- [217] Jonest M. R., Proskurint S. G., Yamadat Y., Tanikawa Y.: Application of the zooming method in near-infrared imaging. *Physics in Medicine and Biology* 1997, Vol. 42, nr 10, s. 1993–2009.
- [218] Joseph J. H., Wiscombe W. J., Weinman J. A.: The delta-Eddington approximation for radiative flux transfer. *Journal of the Atmospheric Sciences* 1976, vol 33, nr 12, s. 2452–2459.
- [219] Kałużny B. J., Szkulmowska A., Szkulmowski M., Bajraszewski T., Kowalczyk A., Wojtkowski M.: Fuchs' Endothelial Dystrophy in 830-nm Spectral Domain Optical Coherence Tomography, *Ophthalmic Surgery. Lasers and Imaging* 2009, Vol. 40, nr 2, s. 198–200.
- [220] Kałużny B. J., Szkulmowska A., Szkulmowski M., Bajraszewski T., Wawrocka A., Krawczyński M. R., Kowalczyk A., Wojtkowski M.: Granular Corneal Dystrophy in 830-nm Spectral Optical Coherence Tomography. *Cornea* 2008, Vol. 27, nr 7, s. 830–832.
- [221] Kałużny J. J., Wojtkowski M., Sikorski B. L., Szkulmowski M., Szkulmowska A., Bajraszewski T., Fujimoto J. G., Duker J. S., Schuman J. S., Kowalczyk A.: Analysis of the Outer Retina Reconstructed by High-resolution, Three-dimensional Spectral Domain Optical Coherence Tomography. *Ophthalmic Surgery, Lasers and Imaging* 2009, Vol. 40, nr 2, s. 102–108.
- [222] Kaneko M., Goto S., Fukaya T., Naito M., Isoda H., Kubota G., Kitanaka H., Takai M., Hayashi T., Hayakawa T., Yamashita Y., Ohta K.: Fundamental studies of breast tumor detection with narrow beam laser scanning (Report 1). *Radiation Medicine* 1988, Vol. 6, nr 2, s. 61–65.
- [223] Kashio Y., Ono M., Firbank M., Schweiger M., Arridge S. R., Okada E.: Investigation of the relationship between position of brain activity and change in optical density for NIR imaging. *Proceedings of SPIE* 2000, Vol. 4160, s. 83–90.
- [224] Kastner J., Schlotthauer E., Burgholzer P., Stifter D.: Comparison of X-Ray Computed Tomography and Optical Coherence Tomography for Characterisation of Glass-Fibre Polymer

- Matrix Composites. Proceedings of the 16th World Conference on Non Destructive Testing, Montreal, Canada, 30 August - 3 September 2004, s. 71–79.
- [225] Keijzer M., Jacques S. L., Prahl S. A., Welch A. J.: Light Distributions in Artery Tissue: Monte Carlo Simulations for Finite-Diameter Laser Beams. *Laser in Surgery and Medicine* 1989, Vol. 9, nr 2, s. 148–154.
- [226] Kemp N. J., Zaatari H. N., Park J., Milner T. E., Rylander III H. G.: Birefringence and nerve fiber orientation in healthy in vivo primate RNFL with enhanced polarization-sensitive optical coherence tomography (EPS-OCT). *Proceedings of SPIE* 2005, Vol. 5688, s. 100–111.
- [227] Kerker M. (Ed.): *The scattering of light*. New York: Academic Press 1969.
- [228] Kienle A., Glanzmann T., Wagnières G., van den Bergh H.: Investigation of two-layered turbid media with time-resolved reflectance. *Applied Optics* 1998, Vol. 37, nr 28, s. 6852–6862.
- [229] Kienle A., Patterson M. S., Dögnitz N., Bays R., Wagnières G., van den Bergh H.: Noninvasive determination of the optical properties of two-layered turbid media. *Applied Optics* 1998, Vol. 37, nr 4, s. 779–791.
- [230] Kinnunen M.: *Comparison of Optical Coherence Tomography, the Pulsed Photoacoustic Technique, and the Time-of-Flight technique in Glucose Measurements in vitro*. Oulu: Oulu University Press 2006.
- [231] Kirillin M. Y., Alarousu E., Fabritius T., Myllylä R., Priezhev A. V.: Visualization of paper structure by optical coherence tomography: Monte Carlo simulations and experimental study. *Journal of the European Optical Society: Rapid publications* 2007, Vol. 2, s. 07031–7.
- [232] Kirillin M. Y., Priezhev A. V., Hast J., Myllylä R.: Monte Carlo simulation of optical clearing of paper in optical coherence tomography. *Journal of Quantum Electronics* 2006, Vol. 36, nr 2, s. 174–180.
- [233] Klauder J. R., Sudarshan E. C. G.: *Fundamentals of Quantum Optics*. New York: W. A. Benjamin 1968.
- [234] Klier K.: Absorption and scattering in plane parallel turbid media. *Journal of the Optical Society of America* 1972, Vol. 62, nr 7, s. 882–885.
- [235] Klose P. H., Lewis G. D., Messing W. P., Kasperski R. R., Flemming J. M.: Non-invasive Infrared Cerebral Oximetry. *Proceedings of SPIE* 1992, Vol. 1641, s. 202–207.
- [236] Kowalczyk A., Wojtkowski M.: *Optical Coherence Tomography*. *Polish Journal of Medical Physics and Engineering* 2001, Vol. 7, s. 305–315.
- [237] Kowalczyk A., Wojtkowski M.: Tomografia optyczna. *Postępy fizyki* 2002, Vol. 53D, s. 172–175.
- [238] Knüttel A., Böhlau-Godau M.: Spatially confined and temporally resolved refractive index and scattering evaluation in human skin performed with optical coherence tomography. *Journal of Biomedical Optics* 2000, Vol. 5, nr 1, s. 83–92.
- [239] Knüttel A., Bonev S., Knaak W.: Scattering and refractive index properties of skin obtained with OCT. *Proceedings of SPIE* 2003, Vol. 5140, s. 178–186.
- [240] Knuth D. E.: *The Art of Computer Programming, 3rd Edition, Vol. 2: Seminumerical Algorithms*. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Professional 1997.
- [241] Kohl M., Essenpreis M., Cope M.: The influence of glucose concentration upon the transport of light in tissue-simulating phantoms. *Physics in Medicine and Biology* 1995, Vol. 40, nr 7, s. 1267–1287.
- [242] Kubelka P., Munk F.: Ein Beitrag zur Optik der Farbanstriche. *Zeitschrift für Technische Physik* 1931, Vol. 12, nr 11a, s. 593–601.
- [243] Kubelka P., Munk F.: New contributions to the optics of intensely light-scattering materials. Part I. *Journal of the Optical Society of America* 1948, Vol. 38, nr 5, s. 448–457.
- [244] Kubelka P., Munk F.: New contributions to the optics of intensely light-scattering materials. Part II: Nonhomogeneous Layers. *Journal of the Optical Society of America* 1954, Vol. 44, nr 4, s. 330–335.
- [245] Kubelka P.: Errata: New contributions to the optics of intensely light-scattering materials. Part I. *Journal of the Optical Society of America* 1948, Vol. 38, nr 12, s. 1067.
- [246] Kulkarni M. D., Izatt J. A.: *Digital Signal Processing in Optical Coherence Tomography*. *Proceedings of SPIE* 1997, Vol. 2981, s. 1–5.

- [247] Kulkarni M. D., Thomas C. W., Izatt J. A.: Image enhancement in optical coherence tomography using deconvolution. *Electronics Letters* 1997, Vol. 33, nr 16, s. 1365–1367.
- [248] Lakowicz J. R., Berndt K.: Frequency-domain measurements of photon migration in tissues. *Chemical Physics Letters* 1990, Vol. 166, nr 3, s. 246–252.
- [249] Lauterborn W., Kurz T.: *Coherent Optics – Fundamentals and Applications*, 2nd Edition. Berlin: Springer 2003.
- [250] Lax M.: Multiple scattering of waves. *Reviews of Modern Physics* 1951, Vol. 23, nr 10, s. 287–310.
- [251] Lax P. D., Phillips R. S.: *Scattering Theory*. New York: Academic Press 1967.
- [252] Le Roy-Brehonnet F., Le Jeune B.: Utilization of Mueller Matrix Formalism to Obtain Optical Targets Depolarization and Polarization Properties. *Progress in Quantum Electronics* 1997, Vol. 21, nr 2, s. 109–151.
- [253] Leitgeb R. A., Hitzenberger C. K., Fercher A. F., Bajraszewski T.: Phase-shifting algorithm to achieve high-speed long-depth-range probing by frequency-domain optical coherence tomography. *Optics Letters* 2003, Vol. 28, nr 22, s. 2201–2203.
- [254] Leitgeb R., Bajraszewski T., Hitzenberger C., Fercher A.: Novel Phase Shifting Algorithm to achieve High Speed Long Depth Range Probing by Frequency Domain Optical Coherence Tomography. *Proceedings of SPIE* 2003, Vol. 4956, s. 101–108.
- [255] Leitgeb R., Hitzenberger C. K., Fercher A. F.: Performance of Fourier domain vs. time domain optical coherence tomography. *Optics Express* 2003, Vol. 11, nr 8, s. 889–894.
- [256] Lewis H. W.: Multiple scattering in an infinite medium. *Physical Review* 1950, Vol. 78, nr 5, s. 526–529.
- [257] Lewis R. W., Nithiarasu P., Seetharamu K. N.: *Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow*. New York: John Wiley & Sons 2004.
- [258] Lexer F., Hitzenberger C. K., Drexler W., Molebny S., Sattmann H., Sticker M., Fercher A. F.: Dynamic coherent focus OCT with depth-independent transversal resolution. *Journal of Modern Optics* 1999, Vol. 46, nr 3, s. 541–553.
- [259] Lexer F., Hitzenberger C. K., Fercher A. F., Kulhavy M.: Wavelength-tuning interferometry of intraocular distances. *Applied Optics* 1997, Vol. 36, nr 25, s. 6548–6553.
- [260] Liang H., Cid M. G., Cucu R. G., Dobre G. M., Podoleanu A. Gh., Pedro J., Saunders D.: Enface optical coherence tomography – a novel application of non-invasive imaging to art conservation. *Optics Express* 2005, Vol. 13, nr 16, s. 6133–6144.
- [261] Liebert A., Wabnitz H., Żołek N., Macdonald R.: Monte Carlo algorithm for efficient simulation of time-resolved fluorescence in layered turbid media. *Optics Express* 2008, Vol. 16, nr 17, s. 13188–13202.
- [262] Lin J.-F.: Simultaneous measurement of optical rotation angle and retardance. *Optics Communications* 2008, Vol. 281, nr 5, s. 940–947.
- [263] Liu B., Macdonald E. A., Stamper D. L., Brezinski M. E.: Dispersion and absorption effects by water and lipid in 1.3 μm OCT system. *Proceedings of the Conference on Lasers and Electro-Optics CLEO 2004, San Francisco, 16-21 May 2004*, Vol. 2, s. 1–2.
- [264] Liu Y., Liang Y., Mu G., Zhu X.: Deconvolution methods for image deblurring in optical coherence tomography. *Optical Society of America A* 2009, Vol. 26, nr 1, s. 72–77.
- [265] Lorenz L. V.: *Oeuvres Scientifiques de L. Lorenz*. Copenhagen: Revues et Annotées par H. Valentiner. Lehmann & Stage 1898.
- [266] M. T. Kinnunen, Popov A. P., **Pluciński J.**, Myllylä R. A., Priezhev A. V.: Measurements of glucose content in scattering media with time-of-flight technique: comparison with Monte Carlo simulations. *Proceedings of SPIE* 2004, Vol. 5474, s. 181–191.
- [267] Maciejewski M., **Pluciński J.**, Kosmowski B. B., Strąkowski M., Jędrzejewska-Szczerska M., Hyszer R.: Modeling of broadband light source to use with optical coherent tomography system. *Proceedings of SPIE* 2006, Vol. 6159, s. 870–875.
- [268] Maciejewski M., **Pluciński J.**, Strąkowski M., Kosmowski B. B.: Polarization sensitive optical coherence tomography system. *Proceedings of SPIE* 2006, Vol. 6348, s. 634803-1–6.

- [269] Maciejewski M., Strąkowski M., **Pluciński J.**, Kosmowski B. B., Jędrzejewska-Szczerska M., Hyszer R.: Światłowodowa koherentna tomografia optyczna (OCT) w zastosowaniach technicznych. *Elektronika – konstrukcje, technologie, zastosowania* 2005, nr 11/2005, s. 24–25.
- [270] Maciejewski M., Strąkowski M., **Pluciński J.**, Kosmowski B. B.: Dispersion compensation in optical coherence tomography. *Proceedings of SPIE 2006*, Vol. 6347, s. 63471K-1–4.
- [271] Malacara D., Servín M., Malacara Z.: *Interferogram Analysis for Optical Testing*, 2nd Edition. Boca Raton: CRC Press 2005.
- [272] Malin S. F., Ruchti T. L., Blank T. B., Thennadil S. N., Monfre S. L.: Noninvasive prediction of glucose by near-infrared diffuse reflectance spectroscopy. *Clinical Chemistry* 1999, Vol. 45, nr 9, s. 1651–1658.
- [273] Mandel L., Wolf E.: Measures of Bandwidth and Coherence. *Time in Optics. Proceedings of the Physical Society (London)* 1962, Vol. 80, nr 4, s. 894–897.
- [274] Mandel L., Wolf E.: *Optical coherence and quantum optics*. New York: Cambridge University Press 1995.
- [275] Mandel L.: Fluctuations of photon beams: the distribution of the photo-electrons. *Proceedings of the Physical Society (London)* 1959, Vol. 74, nr 3, s. 233–243.
- [276] Marchesini R., Benoni A., Andreola S., Melloni E., Sichirollo A. E.: Extinction and absorption coefficients and scattering phase functions of human tissues *in vitro*. *Applied Optics* 1989, Vol. 28., nr 12, s. 2318–2324.
- [277] Marchesini R., Bertoni A., Andreola S., Melloni E., Sichirollo A. E.: Extinction and absorption coefficients and scattering phase functions of human tissues *in vitro*. *Applied Optics* 1989, Vol. 28, nr 12, s. 2319–2325.
- [278] Marcuvitz N.: On the theory of plasma turbulence. *Journal of Mathematical Physics* 1974, Vol. 15, nr 6, s. 870–879.
- [279] Marijnissen J. P. A., Star W. M.: Phantom measurements for light dosimetry using isotropic and small aperture detectors. *Porphyrin localization and treatment of tumors*, D. R. Doiron and C. J. Gomer (Eds.), New York: Alan R. Liss Inc. 1984, s. 133–148.
- [280] Marijnissen J. P. A., Star W. M.: Quantitative light dosimetry *in vitro* and *in vivo*. *Lasers in Medical Science* 1987, Vol. 2., nr 4, s. 235–242.
- [281] Martin J. L., Lecarpentier Y., Antonetti A., Grillon G.: Picosecond laser stereometry light scattering measurements on biological material. *Medical and Biological Engineering and Computing* 1980, Vol. 18, nr 2, s. 250–252.
- [282] McCormick P. W., Stewart M., Dujovny M., Ausman J. I.: Clinical application of diffuse near infrared transmission spectroscopy to measure cerebral oxygen metabolism. *Hospimedica* 1990, Vol. 8, nr 4, s. 39–47.
- [283] McCormick P. W., Stewart M., Goetting M. G., Dujovny M., Lewis G., Ausman J. I.: Noninvasive cerebral optical spectroscopy for monitoring cerebral oxygen delivery and hemodynamics. *Critical Care Medicine* 1991, Vol. 19, nr 1, s. 89–97.
- [284] McKenzie A. L., Byrne P. O.: Can photography be used to measure isodose distributions of space irradiance for laser photodynamic therapy? *Physics in Medicine and Biology* 1988, Vol. 33, nr 1, s. 113–131.
- [285] Meador W. E., Weaver W. R.: Diffusion approximation for large absorption in radiative transfer. *Applied Optics* 1979, Vol. 18, nr 8, s. 1204–1208.
- [286] Metropolis N., Ulam S.: The Monte Carlo method. *Journal of the American Statistical Association* 1949, Vol. 44, nr 247, s. 335–341.
- [287] Metropolis N.: The Beginning of the Monte Carlo Method. *Los Alamos Science* 1987, Vol. 15, Special Issue, s. 125–130.
- [288] Mie G.: Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen. *Annalen der Physik* 1908, Vol. 25, nr 3, s. 377–455.
- [289] Mishchenko M. I., Hovenier J. W., Travis L. D.: *Light Scattering by Nonspherical Particles – Theory, Measurements, and Applications*. New York: Academic Press 2000.
- [290] Mishchenko M. I., Travis L. D., Lacis A. A.: *Scattering, Absorption, and Emission of Light by Small Particles*. New York: Goddard Institute for Space Studies 2004.

- [291] Model R., Hünlich R., Richter D., Rinneberg H., Wabnitz H., Walzel M.: Imaging in Random Media: Simulating Light Transport by Numerical Investigation of the Diffusion Equation. *Proceeding of SPIE* 1995, Vol. 2326, s. 11–22.
- [292] Mohr P., Taylor B.: Codata recommended values of the fundamental physical constants. *Reviews of Modern Physics* 2000, Vol. 72, nr 2, s. 351–495.
- [293] Molenaar R., ten Bosch J. J., Zijp J. R.: Determination of Kubelka-Munk scattering and absorption coefficients by diffuse illumination. *Applied Optics* 1999, Vol. 38, nr 10, s. 2068–2077.
- [294] Mourad S., Emmel P., Simon K., Hersch R. D.: Extending Kubelka-Munk's Theory with Lateral Light Scattering. *Proceedings of the IS&T's NIP17: International Conference on Digital Printing Technologies*, Fort Lauderdale, USA, 30 September - 5 October 2001, s. 469–473.
- [295] Mudgett P. S., Richards L. W.: Multiple Scattering Calculations for Technology. *Applied Optics* 1971, Vol. 10, nr 7, s. 1485–1502.
- [296] Mueller H.: The foundations of optics. *Journal of the Optical Society of America* 1948, Vol. 38, s. 661–663.
- [297] Nasr M. B., Saleh B. E. A., Sergienko A. V., Teich M. C.: Demonstration of Dispersion-Canceled Quantum-Optical Coherence Tomography. *Physical Review Letters* 2003, Vol. 91, nr 8, s. 083601-1–4.
- [298] Newman Me. E. J., Barkema G. T.: *Monte Carlo Methods in Statistical Physics*. Oxford: Clarendon Press 2001.
- [299] Newton R. G.: *Scattering Theory of Waves and Particles*. New York: McGraw-Hill 1966.
- [300] Nichols M. G., Hull E. L., Foster T. H.: Design and testing of a white-light, steady-state diffuse reflectance spectrometer for determination of optical properties of highly scattering systems. *Applied Optics* 1997, Vol. 36, nr 1 s. 93–104.
- [301] Niemz M. H.: *Laser-tissue Interactions: Fundamentals and Applications*, 3rd enlarged Edition. Berlin: Springer 2003.
- [302] O'Leary M. A., Boas D. A., Chance B., Yodh A. G.: Refraction of diffuse photon density waves. *Physical Review Letters* 1992, Vol. 69, nr 18, s. 2658–2661.
- [303] Oh J.-T., Kim B.-M.: Artifact removal in complex frequency domain optical coherence tomography with an iterative least-squares phase-shifting algorithm. *Applied Optics* 2006, Vol. 45, nr 17, s. 4157–4164.
- [304] Oinen D. E., Genberg V. L.: Finite element analysis of diffuse illumination systems. *Applied Optics* 1982, Vol. 21, nr 24, s. 4453–4455.
- [305] Okada E., Delpy D. T.: Near-infrared light propagation in an adult head model. I. Modeling of low-level scattering in the cerebrospinal fluid layer. *Applied Optics* 2003, Vol. 42, nr 16, s. 2906–2914.
- [306] Okada E., Delpy D. T.: Near-infrared light propagation in an adult head model. II. Effect of superficial tissue thickness on the sensitivity of the near-infrared spectroscopy signal. *Applied Optics* 2003, Vol. 42, nr 16, s. 2915–2922.
- [307] Okada E., Firbank M., Delpy D. T.: The effect of overlying tissue on the spatial sensitivity profile of near-infrared spectroscopy. *Physics in Medicine and Biology* 1995, Vol. 40, nr 12, s. 2093–2108.
- [308] Okada E., Firbank M., Schweiger M., Arridge S. R., Cope M., Delpy D. T.: Theoretical and experimental investigation of near-infrared light propagation in a model of the adult head. *Applied Optics* 1997, Vol. 36, nr1, s. 21–31.
- [309] Okada E., Saito M., Firbank M., Delpy D. T.: Monte Carlo investigation of the effect of skull optical properties on optical pathlength in the brain. *Proceedings of SPIE* 1997, Vol. 3194, s. 28–33.
- [310] Okada E., Schweiger M., Arridge S. R., Firbank M., Delpy D. T.: Experimental validation of Monte Carlo and finite-element methods for the estimation of the optical path length in inhomogeneous tissue. *Applied Optics* 1996, Vol. 35, nr 19, s. 3362–3371.
- [311] den Outer P. N., Nieuwenhuizen Th. M.: Location of objects in multiple-scattering media. *Journal of the Optical Society of America* 1993, Vol. 10, nr 6, s. 1209–1218.

- [312] Papoulis A.: Probability, Random Variables and Stochastic Processes, 3rd Edition. New York: McGraw-Hill 1991.
- [313] Patorski K., Kujawińska M., Sałbut L.: Interferometria laserowa z automatyczną analizą obrazu. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 2005.
- [314] Patterson M. S., Chance B., Wilson B. C.: Time resolved reflectance and transmittance for the noninvasive measurement of tissue optical properties. *Applied Optics* 1989, Vol. 28, nr 12, s. 2331–2336.
- [315] Patterson M. S., Moulton J. D., Wilson B. C., Berndt K. W., Lakowicz J. R.: Frequency-domain reflectance for the determination of the scattering and absorption properties of tissue. *Applied Optics* 1991, Vol. 30, nr 31, s. 4474–4476.
- [316] Patterson M. S., Wilson B. C., Wyman D. R.: The propagation of optical radiation in tissue. I. Models of radiation transport and their application. *Lasers in Medical Science* 1991, Vol. 6, nr 2, s. 155–168.
- [317] Patterson M. S., Wilson B. C., Wyman D. R.: The propagation of optical radiation in tissue. II. Optical properties of tissues and resulting fluence distributions. *Lasers in Medical Science* 1991, Vol. 6, nr 4, s. 379–390.
- [318] Peiponen K. E., Alarousu E., Juuti M., Silvennoinen R., Oksman A., Myllylä R., Prikäri T.: Diffractive optical element based glossmeter and low coherence interferometer in assessment of local surface quality of paper. *Optical Engineering* 2006, Vol. 45, nr 4, s. 043601–043607.
- [319] Petykiewicz J.: Optyka falowa. Warszawa: PWN 1986.
- [320] Pircher M., Götzinger E., Hitzberger C. K.: Dynamic focus in optical coherence tomography for retinal imaging. *Journal of Biomedical Optics* 2006, Vol. 11, nr 5, s. 054013–1–6.
- [321] Plass G. N., Kattawar G. W., Catchings F. E.: Matrix Operator Theory of Radiative Transfer. 1: Rayleigh Scattering. *Applied Optics* 1973, Vol. 12, nr 2, s. 314–329.
- [322] **Pluciński J.**, Frydrychowski A. F., Kaczmarek J., Juzwa W.: Theoretical foundations for non-invasive measurement of variations in the width of the subarachnoid space. *Journal of Biomedical Optics* 2000, Vol. 5, nr 3, s. 291–299.
- [323] **Pluciński J.**, Frydrychowski A. F.: Assessment of changes in width of subarachnoid space with near-infrared transillumination/back-scattering sounding (NIR-T/BSS): new aspects. I – Monte Carlo numerical modeling. *Journal of Biomedical Optics* 2007, Vol. 12, nr 4, s. 044015–1–10.
- [324] **Pluciński J.**, Frydrychowski A. F.: Verification with Numeric Modelling of Optical Measurement of Changes in the Width of the Subarachnoid Space. *Biocybernetics and Biomedical Engineering* 1999, Vol. 19, nr 4, s. 111–126.
- [325] **Pluciński J.**, Hypszer R., Wierzbę P., Strąkowski M., Jędrzejewska-Szczerska M., Maciejewski M., Kosmowski B. B.: Optical Low-Coherence Interferometry for Selected Technical Applications. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences – Technical Sciences* 2008, Vol. 56, nr 2, s. 155–172.
- [326] **Pluciński J.**, Männistö R., Myllylä R. A., Tornberg J.: Paper parameter estimation using time-resolved spectroscopy. 3rd International Symposium on Optics in Engineering, 18-21 January 1999, Kajaani, University of Oulu 1999, C4, s. 1–2.
- [327] **Pluciński J.**, Rätty J., Keränen E.: Optical refractometer for complex refractive index measurement in UV-NIR range. *Proceedings of SPIE* 1998, Vol. 3730, s. 118–121.
- [328] **Pluciński J.**, Strąkowski M., Kosmowski B. B.: Optyczna tomografia niskokoherentna w badaniach obiektów technicznych. *Elektronika – konstrukcje, technologie, zastosowania* 2007, nr 9/2007, s. 37–39.
- [329] **Pluciński J.**, Strąkowski M.: Advanced OCT techniques for biomedical applications – theoretical ideas versus technical restriction. 83th ICB Seminar Optical Methods in Medical Diagnosis, Warsaw, 13-16 October 2005, Lecture Notes of the ICB Seminars 2006, Vol. 72, s. 85–91.
- [330] **Pluciński J.**, Strąkowski M.: Optyczna interferometria niskokoherentna w diagnostyce powłok ochronnych. *Pomiary Automatyka Kontrola* 2008, Vol. 54, nr 3, s. 157–160.
- [331] **Pluciński J.**, Wierzbę P., Myllylä R.: Sensory światłowodowe wykorzystujące optyczną spektroskopię czasową. *Elektronizacja* 2000, nr 12/2000, s. 17–20.

- [332] **Pluciński J.**, Wierzbą P., Myllylä R.: System for time-resolved spectroscopy using a semiconductor picosecond laser. *Proceedings of SPIE 2001*, Vol. 4516, s. 20–25.
- [333] **Pluciński J.**: Accelerated Monte Carlo method for computation of photon migration by matrix description of photon direction. *Optica Applicata 2005*, Vol. 35, nr 4, s. 977–983.
- [334] **Pluciński J.**: Applying of the optical time-of-flight spectroscopy for the paper and pulp characterization. *Proceedings of SPIE 2006*, Vol. 6158, s. 615807-1–6.
- [335] **Pluciński J.**: Estimation of optical parameters of highly scattering materials by time-of-flight spectroscopy. *Proceedings of SPIE 2004*, Vol. 5505, s. 19–24.
- [336] **Pluciński J.**: High resolution optical refractometer for dispersion measurement in UV-NIR range. *The European Physical Journal Special Topics 2008*, Vol. 154, nr 1, s. 159–163.
- [337] **Pluciński J.**: Modelowanie sensorów światłowodowych z wewnętrzną modulacją natężenia światła. *Rozprawa doktorska (03.10.1994)*, Politechnika Gdańska, Wydział Elektroniki 1994, 184 s.
- [338] **Pluciński J.**: Optical time-of-flight spectroscopy for highly scattering materials measurements. *Proceedings of SPIE 2003*, Vol. 5064, s. 69–74.
- [339] **Pluciński J.**: Selected aspects of time-resolved spectroscopy for medical applications. 50th Seminar on Optoelectronics in medical diagnosis, Warsaw, 13-16 May 1999, *Lecture Notes of the ICB Seminars 2000*, Vol. 40, s. 63–77.
- [340] **Pluciński J.**: Time-of-flight spectroscopy for medical applications. *Proceedings of SPIE 2004*, Vol. 5566, s. 132–139.
- [341] Podoleanu A. Gh.: Unbalanced versus balanced operation in an optical coherence tomography system. *Applied Optics 2000*, Vol. 39, nr 1, s. 173–182.
- [342] Pogue B. W., Patterson M. S., Jiang H., Paulsens K. D.: Initial assessment of a simple system for frequency domain diffuse optical tomography. *Physics in Medicine and Biology 1995*, Vol. 40, nr 10, s. 1709–1729.
- [343] Polycarpou A. C.: *Introduction to the Finite Element Method in Electromagnetics*. San Rafael: Morgan & Claypool Publishers 2006.
- [344] Prael S. A., Keijzer M., Jacques S. L., Welch A. J.: A Monte Carlo Model of Light Propagation in Tissue. *SPIE Institute Series 1989*, Vol. IS 5, s. 102–111.
- [345] Prael S. A., van Gemert M. J. C., Welch A. J.: Determining the optical properties of turbid mediaby using the adding-doubling method. *Applied Optics 1993*, Vol. 32, nr 4, s. 559–568.
- [346] Prael S. A.: *Calculation of Light Distributions and Optical Properties of Tissues*. PhD Dissertation. Austin USA: Department of Biomedical Engineering, University of Texas at Austin 1988.
- [347] Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P.: *Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing*, 3rd Edition, Cambridge: Cambridge University Press 2007.
- [348] Preuss L. E., Bolin F. P., Cain B. W.: Tissue as a medium for laser light transport – Implications for photoradiation therapy. *Proceedings of SPIE 1982*, Vol. 357, s. 77–84.
- [349] Qu J., Wilson B. C.: Monte Carlo modeling studies of the effect of physiological factors and other analytes on the determination of glucose concentration *in vivo* by near infrared optical absorption and scattering measurements. *Journal of Biomedical Optics 1997*, Vol. 2, nr 3, s. 319–325.
- [350] Ramm A. G.: *Wave Scattering by Small Bodies of Arbitrary Shapes*. Singapore: World Scientific Publishing 2005.
- [351] Rappaport T. S.: *Wireless Communications: Principles and Practice*, 2nd Edition. New York: Prentice Hall 2002.
- [352] Ratajczyk F.: *Dwójłomność i polaryzacja optyczna*. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej 2000.
- [353] Reynolds L. O., McCormick N. J.: Approximate two-parameter phase function for light scattering. *Journal of the Optical Society of America 1980*, Vol. 70, nr 10, s. 1206–1212.
- [354] Robinson D. W., Reid G. T. (Eds.): *Interferogram Analysis: Digital Fringe Pattern Measurement Techniques*. Bristol: Institute of Physics Publisher 1993.
- [355] Rollins A, Izatt J. A.: SNR Analysis of Conventional and Optimal Fiber-Optic Low-Coherence Interferometer Topologies. *Proceedings of SPIE 2000*, Vol. 3915, s. 60–67.

- [356] Rollins A. M., Izatt J. A.: Optimal interferometer designs for optical coherence tomography. *Optics Letters* 1999, Vol. 24, nr 21, s. 1484–1486.
- [357] Ruck G. T., Barrick W. D., Stuart W. D., Krichbaum C. K.: *Radar Cross Section Handbook*, vols. I and II. New York: Plenum Press 1970.
- [358] Ryde J. W., Cooper B. S.: The scattering of light by turbid media, Part 2. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A* 1931, Vol. 131, s. 464–475.
- [359] Ryde J. W.: The scattering of light by turbid media, Part 1. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A* 1931, Vol. 131, s. 451–464.
- [360] Saarela J. M. S., Heikkinen S. M., Fabritius T. E. J., Haapala A. T., Myllylä R. A.: Refractive index matching improves optical object detection in paper. *Measurement Science and Technology* 2008, Vol. 19, nr 5, s. 055710-1–7.
- [361] Sadiku M. N. O.: *Numerical Techniques in Electromagnetics*, 2nd Edition. New York: CRC Press 2001.
- [362] Saleh B. E. A., Teich M. C.: *Fundamentals of Photonics*, 2nd Edition. New York: John Wiley & Sons 2007.
- [363] Sasaki Y., Suzuki J., Inage H., Emori R., Tanosaki S., Yuasa T., Takagi M., Ishikawa A., Taniguchi H., Devaraj B., Akatsuka T.: Transillumination Laser Computed Tomography System with Fiber-Optic-Based Coherent Detection Imaging Method – High Spatial-Resolution and Quantitative Tomographic Inlating of Highly Scattering Objects. *Optical Review* 2003, Vol. 10, nr 5, s. 462–465.
- [364] Schmitt J. M., Knüttel A., Knutson J. R.: Interference of diffusive light waves. *Journal of the Optical Society of America A* 1992, Vol. 9, nr 10, s. 1832–1843.
- [365] Schmitt J. M.: Restoration of Optical Coherence Images of Living Tissue Using the CLEAN Algorithm. *Journal of Biomedical Optics* 1998, Vol. 3, nr 1, s. 66–75.
- [366] Schoenenberger K., Colston, Jr. B. W., Maitland D. J., Da Silva L. B., Everett M. J.: Mapping of birefringence and thermal damage in tissue by use of polarization-sensitive optical coherence tomography. *Applied Optics* 1998, Vol. 37, nr 25, s. 6026–6036.
- [367] Schuman J. S., Puliawito C. A., Fujimoto J. G.: *Optical Coherence Tomography of Ocular Diseases*, 2nd Edition. New York: Slack Incorporated 2004.
- [368] Schuster A.: Radiation through a foggy atmosphere. *Astrophysical Journal* 1905, Vol. 21, nr 1, s. 1–22.
- [369] Schuster A.: Radiation through a foggy atmosphere. *The Observatory* 1903, Vol. 26, s. 379–381.
- [370] Schweiger M., Arridge S. R., Hiraoka M., Delpy D. T.: The finite element model for the propagation of light in scattering media: boundary and source conditions. *Medical Physics* 1995, Vol. 22, nr 11, s. 1779–1792.
- [371] Schweiger M., Arridge S. R.: Direct calculation with a finite-element method of the Laplace transform of the distribution of photon time of flight in tissue. *Applied Optics* 1997, Vol. 36, nr 34, s. 9042–9049.
- [372] Schweiger M.: Application of the finite element method in infrared image reconstruction of scattering media. PhD thesis, University of London 1994.
- [373] Schwider J., Burow R., Elssner K.-E., Grzanna J., Spolaczyk R., Merkel K.: Digital wavefront interferometry some systematic error sources. *Applied Optics* 1983, Vol. 22, nr 21, s. 3421–3432.
- [374] Sevic-Muraca E. M., Heintzelman D. L., Lee J., Troy T. L., Paithankar D. Y.: Role of higher-order scattering in solutions to the forward and inverse optical-imaging problems in random media. *Applied Optics* 1997, Vol. 36, nr 34, s. 9058–9067.
- [375] Shanker T. S.: *Introduction to Wireless Systems*. New York: John Wiley & Sons 2002.
- [376] Shimizu K., Ishimaru A., Reynolds L., Bruckner A. P.: Backscattering of a picosecond pulse from densely distributed scatterers. *Applied Optics* 1979, Vol. 18, nr 20, s. 3484–3488.
- [377] Singer J. R., Gruübaum F. A., Kahn P., Zubelli J. P.: Image Reconstruction of the Interior of Bodies That Diffuse Radiation. *Science* 1990, Vol. 248, nr 4958, s. 990–993.
- [378] Smielewski P., Kirkpatrick P., Minhas P., Pickard J. D., Czosnyka M.: Can cerebrovascular reactivity be measured with near-infrared spectroscopy? *Stroke* 1995, Vol. 26, nr 12, s. 2285–2292.

- [379] Smith III J. O.: Spectral audio signal processing. Stanford: Center for Computer Research in Music and Acoustics (CCRMA), Stanford University 2008, http://ccrma.stanford.edu/~jos/sasp/Blackman_Harris_Window_Family.html (10.11.2008).
- [380] Smith S. W.: Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Warszawa: Wydawnictwo BTC 2007.
- [381] Snyder H. S., Scott W. T.: Multiple scattering of fast charged particles. *Physical Review* 1949, Vol. 76, nr 2, s. 220–225.
- [382] Sobol' I. M.: Primer for the Monte Carlo Method. Boca Raton: CRC Press 1994.
- [383] van Staveren H. G., Moes C. J. M., van Marle J., Prahl S. A., van Gemert M. J. C.: Light scattering in Intralipid-10% in the wavelength range of 400-1100 nanometers. *Applied Optics* 1991, Vol. 30, nr 31, s. 4507–4514.
- [384] Stifter D., Burgholzer P., Höglinger O., Götzinger E., Hitzemberger C. K.: Polarisation-sensitive optical coherence tomography for material characterization and strain-field mapping. *Applied Physics A – Materials Science & Processing* 2003, Vol. 76, nr 6, s. 947–951.
- [385] Stifter D., Sanchis Dufau A. D., Breuer E., Wiesauer K., Burgholzer P., Höglinger O., Götzinger E., Pircher M., Hitzemberger C. K.: Polarisation-sensitive optical coherence tomography for material characterisation and testing. *Insight – Non-Destructive Testing and Condition Monitoring* 2005, Vol. 47, nr 4, s. 209–212.
- [386] Stifter D., Sanchis Dufau A. D., Breuer E., Wiesauer K., Burgholzer P., Höglinger O., Götzinger E., Pircher M., Hitzemberger C. K.: Polarisation-Sensitive Optical Coherence Tomography for Material Characterisation and Testing. *Proceedings of the 16th World Conference on Nondestructive Testing*, Montreal, 30 August - 3 September 2004, s. 1–8.
- [387] Stifter D., Wiesauer K., Wurm M., Leiss E., Pircher M., Götzinger E., Baumann B., C. K. Hitzemberger: Advanced Optical Coherence Tomography techniques: novel and fast imaging tools for non-destructive testing. *Proceedings of the 17th World Conference on Nondestructive Testing*, Shanghai, 25-28 October 2008, s. 1–6.
- [388] Stifter D., Wiesauer K., Wurm M., Schlotthauer E., Kastner J., Pircher M., Götzinger E., Hitzemberger C. K.: Investigation of polymer and polymer/fiber composite materials with optical coherence tomography. *Measurement Science and Technology* 2008, Vol. 19, nr 7, s. 074011-1–8.
- [389] Stifter D.: Beyond biomedicine: a review of alternative applications and developments for optical applications and developments for optical coherence tomography. *Applied Physics B* 2007, Vol. 88, nr 3, s. 337–357.
- [390] Strąkowski M. R., Jędrzejewska-Szczerska M., **Pluciński J.**, Hypszer R., Maciejewski M., Kosmowski B. B.: Polarization Sensitive Optical Coherence Tomography for Technical Materials Investigations. *Proceedings of the Eurosensors XX*, Göteborg, Sweden, 17-20 September 2006, s. 380–381.
- [391] Strąkowski M. R., **Pluciński J.**, Jędrzejewska-Szczerska M., Hypszer R., Maciejewski M., Kosmowski B. B.: Polarization Sensitive Optical Coherence Tomography for Technical Materials Investigations. *Sensors and Actuators A* 2008, Vol. 142, nr 1, s. 104–110.
- [392] Strąkowski M. R., **Pluciński J.**, Kosmowski B. B.: Multilayered structures examination using polarization sensitive optical coherence tomography. *Photonics Letters of Poland* 2009, Vol. 1, nr 2, s. 52–54.
- [393] Strąkowski M., Jędrzejewska-Szczerska M., Maciejewski M., Hypszer R., **Pluciński J.**, Kosmowski B. B.: An optical low-coherence system for 2-dimensional visualization of thin polymer layers. *Proceedings of SPIE* 2006, Vol. 6159, s. 880–885.
- [394] Strąkowski M., Jędrzejewska-Szczerska M., Maciejewski M., Hypszer R., **Pluciński J.**, Kosmowski B. B.: Zastosowanie optycznej tomografii niskokoherentnej do dwuwymiarowego obrazowania cienkich warstw polimerów. *Elektronika – konstrukcje, technologie, zastosowania* 2006, nr 5/2006, s. 67–68.
- [395] Strąkowski M., Kosmowski B. B., **Pluciński J.**: Badanie niejednorodności warstwy ceramiki PLZT metodami optycznej interferometrii niskokoherentnej. *Elektronika – konstrukcje, technologie, zastosowania* 2008, nr 11/2008, s. 83–86.

- [396] Strąkowski M., **Pluciński J.**, Jędrzejewska-Szczerska M., Kosmowski B. B., Hypszer R.: Theoretical and experimental investigation of Optical Coherent Tomography topologies. *Journal de Physique IV* 2006, Vol. 137, s. 149–152.
- [397] Strąkowski M., **Pluciński J.**, Kosmowski B. B.: Analysis of polarization state of light in optical coherence tomography for examination of optoelectronic and microelectronic devices. *Proceedings of the Eurosensors XXII, Dresden, Germany, 7-10 September 2008*, s. 640–643.
- [398] Strąkowski M., **Pluciński J.**, Kosmowski B. B.: Cross-sectional imaging of materials structure using PS-OCT. *Acta Physica Polonica A* 2008, Vol. 114, nr 6-A, s. A-217–221.
- [399] Strąkowski M., **Pluciński J.**, Łoziński A., Kosmowski B. B.: Determination of local polarization properties of PLZT ceramics by PS-OCT. *The European Physical Journal Special Topics* 2008, Vol. 154, s. 207–210.
- [400] Strąkowski M., **Pluciński J.**, Maciejewski M., Kosmowski B. B.: Polarization state analysis in optical coherence tomography. *Proceedings of SPIE* 2006, Vol. 6347, s. 63471J-1–6.
- [401] Strang G., Fix G. J.: *An Analysis of the Finite Element Method.*, Englewood Cliffs: Prentice-Hall 1973.
- [402] Stratton J.: *Electromagnetic theory.* New York: McGraw-Hill 1941.
- [403] Strutt J. W.: On the light from the sky, its polarization and colour. *Philosophical Magazine* 1871, Vol. 41, s. 107–120.
- [404] Strutt J. W.: On the light from the sky, its polarization and colour II. *Philosophical Magazine* 1871, Vol. 41, s. 274–279.
- [405] Svaasand L. O., Doiron D. R., Profio A. E.: *Light distribution in tissue during photoradiation therapy. Report MISG 900-02*, Los Angeles: University of Southern California, Institute for Physics and Imaging Science 1981.
- [46] Svaasand L. O., Tromberg B. J., Haskell R. C., Tsay T.-T., Berns M. W.: Tissue characterization and imaging using photon density waves. *Optical Engineering* 1993, Vol. 32, nr 2, s. 258–266.
- [407] Svaasand L. O., Tromberg B. J.: On the properties of optical waves in turbid media. *Proceedings of SPIE* 1991, Vol. 1525, s. 41–50.
- [408] Svelto O.: *Principles of Lasers* (fourth edition). New York: Plenum Press 1998.
- [409] Szkulmowski M., Wojtkowski M., Targowski P., Kowalczyk A.: Spectral Shaping and Least Square Iterative Deconvolution in Spectral OCT. *Proceedings of SPIE* 2004, Vol. 5316, s. 424–431.
- [410] Tanifuji T., Ichitsubo K.: Finite Difference Time Domain Analysis of Diffusion Equations with Nonuniform Grids for Time-Resolved Reflectance of an Optical Pulse in Three-Dimensional Scattering Medium. *Optical Review* 2005, Vol. 12, nr 6, s. 480–485.
- [411] Tapia-Mercado J., Khomenko A., Garcia-Weidner A.: Precision and sensitivity optimization for white light interferometric fiber-optic sensors. *Journal of Lightwave Technology* 2001, Vol. 19, nr 1, s. 70–74.
- [412] Targowski P., Góra M., Bajraszewski T., Szkulmowski M., Rouba B., Łękawa-Wysłouch T., Tymińska-Widmer L.: Optical Coherence Tomography for Tracking Canvas Deformation. *Laser Chemistry* 2006, Vol. 2006, s. 93658-1–8.
- [413] Targowski P., Góra M., Wojtkowski M.: Optical Coherence Tomography for Artwork Diagnostics. *Laser Chemistry* 2006, Vol. 2006, s. 35353-1–11.
- [414] Targowski P., Rouba B., Góra M., Tymińska-Widmer L., Marczak J., Kowalczyk A.: Optical coherence tomography in art diagnostics and restoration. *Applied Physics A – Materials Science & Processing* 2008, Vol. 92, nr 1, s. 1–9.
- [415] Targowski P., Rouba B., Wojtkowski M., Kowalczyk A.: The application of optical coherence tomography to non-destructive examination of museum objects. *Studies in Conservation* 2004, Vol. 49, nr 2, s. 107–114.
- [416] Targowski P., Wojtkowski M., Kowalczyk A., Bajraszewski T., Szkulmowski M., Gorczyńska I.: Complex spectral OCT in human eye imaging *in vivo*. *Optics Communications* 2004, Vol. 229, nr 1-6, s. 79–84.
- [417] Tatarski V. I.: *The Effects of Turbulent Atmosphere on Wave Propagation.* Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations 1971.

- [418] Texter J.: Continuous K/S minimizing distributions in Kubelka-Munk systems. *Journal of the Optical Society of America* 1997, Vol. 67, nr 2, s. 169–175.
- [419] Thomson J. H.: *Optics*, 2nd Edition. New York: John Wiley & Sons 1988.
- [420] Troy T. L., Thennandil S.: Optical properties of human skin in the near infrared wavelength range of 1000 to 2200 nm. *Journal of Biomedical Optics* 2001, Vol. 6, nr 2, s. 167–176.
- [421] Tsuchiya, Y.; Hiruma, T. Publication: Laser Pulse Tomography Using a Streak Camera. *Proceedings of the International Topical Meeting on Image Detection and Quality*, Paris, July 16–18 1986, s. 147–150.
- [422] Tuchin V. V.: *Handbook of Coherent Domain Optical Methods, Biomedical Diagnostics, Environmental and Material Science*, Vol. 1. Boston: Kluwer Academic Publishers 2004.
- [423] Tuchin V. V.: *Handbook of Coherent Domain Optical Methods, Biomedical Diagnostics, Environmental and Material Science*, Vol. 2. Boston: Kluwer Academic Publishers 2004.
- [424] Turner L.: Rayleigh-Gans-Born light scattering by ensembles of randomly oriented anisotropic particles. *Applied Optics* 1973, Vol. 12, nr 5, s. 1083–1090.
- [425] Twersky V.: On propagation in random media of discrete scatterers. *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics* 1964, Vol. 16, s. 84–116.
- [426] Tyndall J.: On the Blue Colour of the Sky, the Polarization of the Skylight and on the Polarization of Light by Cloudy Matter Generally. *Philosophical Magazine* 1869, Vol. 37, s. 384–394.
- [427] Unlu M. B., Birgul O., Shafiha R., Gulsen G., Nalcioglu O.: Diffuse optical tomographic reconstruction using multifrequency data. *Journal of Biomedical Optics* 2006, Vol. 11, nr 5, s. 054008-1–9.
- [428] Vakhtin A. B., Kane D. J., Peterson K. A.: Simultaneous acquisition of the real and imaginary components in Fourier domain optical coherence tomography using harmonic detection. *Proceedings of SPIE* 2006, Vol. 6380, s. 63800N-1–8.
- [429] Vakhtin A. B., Peterson K. A., Kane D. J.: Complex-conjugate-resolved imaging using two-harmonic FD-OCT. *Proceedings of SPIE* 2007, Vol. 6429, s. 64291A-1–5.
- [430] Vakhtin A. B., Peterson K. A., Kane D. J.: Resolving the complex conjugate ambiguity in Fourier-domain OCT by harmonic lock-in detection of the spectral interferogram. *Optics Letters* 2006, Vol. 31, nr 9, s. 1271–1273.
- [431] Veilleux J., Moreau C., Lévesque D., Dufour M., Boulos M. I.: Optical Coherence Tomography for Inspection of Highly Scattering Ceramic Media: Glass Powders and Plasma-Sprayed Coatings. *AIP Conference Proceedings* 2006, Vol. 820, nr 1, s. 1059–1066.
- [432] Volakis J. L., Chatlerjee A., Kempel L. C.: *Finite Element Method for Electromagnetics – Antennas, Microwave Circuits, and Scattering Applications*. New York: John Wiley and Sons 1998.
- [433] Völz H. G.: *Industrial Color Testing – Fundamentals and Techniques*, Second, Completely Revision Edition. Weinheim: Wiley-VCH 2002.
- [434] Wada K., Satomura Y., Kamie H., Kluchi T., Horlnaka H., Cho Y., Umeda T., Nakamura K.: Optical Computed Tomography Based on Extraction of Quasi-Straightforward Propagating Photons Using Sum-Frequency Generation Technique. *Optical Review* 2000, Vol. 7, nr 5, s. 432–435.
- [435] Wang D. N., Ning Y. N., Grattan K. T. V., Palmer A. W., Weir K.: The optimized wavelength combinations of two broadband sources for white light interferometry. *Journal of Lightwave Technology* 1994, Vol. 12, nr 5, s. 909–916.
- [436] Wang L.-H., Jacques S. L., Zheng L.-Q.: CONV – convolution for responses to a finite diameter photon beam incident on multi-layered tissues. *Computer Methods and Programs in Biomedicine* 1997, Vol. 54, nr 3, s. 141–150.
- [437] Wang L. V., Marquez G., Nordquist R. E., Chen W. R.: Measurement of tissue optical properties and modeling of optimal light delivery for tumor treatment. *Proceedings of SPIE* 1998, Vol. 3254, s. 332–341.
- [438] Wang L. V.: Rapid modeling of diffuse reflectance of light in turbid slabs. *Journal of the Optical Society of America A* 1998, Vol. 15, nr 4, s. 936–944.
- [439] Wang L., Ho P. P., Lid C., Zhang G., Alfano R. R.: Ballistic 2-D Imaging Through Scattering Walls Using an Ultrafast Optical Kerr Gate. *Science* 1991, Vol. 253, s. 769–771.

- [440] Wang L., Jacques S. L.: Hybrid model of Monte Carlo simulation diffusion theory for light reflectance by turbid media. *Journal of the Optical Society of America A* 1993, Vol. 10, nr 8, s. 1746–1752.
- [441] Wang L.-H., Jacques S. L., Zheng L.-Q.: MCML – Monte Carlo modeling of photon transport in multi-layered tissues. *Computer Methods and Programs in Biomedicine* 1995, Vol. 47, nr 2, s. 131–146.
- [442] Wang L.-H., Jacques S. L., Zheng L.-Q.: MCML – Monte Carlo modeling of photon transport in multi-layered tissues. *Computer Methods and Programs in Biomedicine* 1995, Vol. 47, nr 2, s. 131–146.
- [443] Wang R. K.: Resolution improved optical coherence-gated tomography for imaging through biological tissues. *Journal of Modern Optics* 1999, Vol. 46, nr 13, s. 1905–1912.
- [444] Weast R. C. (Ed.): *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, 55th Edition. Cleveland, Ohio: CRC Press 1974.
- [445] Weinberg S.: *Teoria pól kwantowych*, tom 1. Warszawa: PWN 1999.
- [446] Wiesauer K., Pircher M., Götzinger E., Bauer S., Engelke R., Ahrens G., Grützner G., Hitzemberger C. K., Stifter D.: En-face scanning optical coherence tomography with ultra-high resolution for material investigation. *Optics Express* 2005, Vol. 13, nr 3, s. 1015–1024.
- [447] Wiesauer K., Pircher M., Götzinger E., Engelke R., Ahrens G., Grützner G., Hitzemberger C. K., Stifter D.: Ultra-high resolution optical coherence tomography for material characterization and quality control. *Proceedings of SPIE* 2005, Vol. 5714, s. 108–115.
- [448] Wiesauer K., Pircher M., Götzinger E., Hitzemberger C. K., Engelke R., Grützner G., Ahrens G., Oster R., Stifter D.: Measurement of structure and strain by transversal ultra-high resolution polarisation-sensitive optical coherence tomography. *Insight – Non-Destructive Testing and Condition Monitoring* 2007, Vol. 49, nr 5, s. 275–278.
- [449] Wiesauer K., Pircher M., Götzinger E., Hitzemberger C. K., Oster R., Stifter D.: Investigation of glass-fibre reinforced polymers by polarisation-sensitive, ultra-high resolution optical coherence tomography: Internal structures, defects and stress. *Composites Science and Technology* 2007, Vol. 67, nr 15-16, s. 3051–3058.
- [450] Wiesauer K., Sanchis Dufau A. D., Götzinger E., Pircher M., Hitzemberger C. K., Stifter D.: Non-destructive quantification of internal stress in polymer materials by polarisation sensitive optical coherence tomography. *Acta Materialia* 2005, Vol. 53, nr 9, s. 2785–2791.
- [451] Wilson B. C., Adam G.: A Monte Carlo model for the absorption and flux distribution of light in tissue. *Medical Physics* 1983, Vol. 10, nr 6, s. 824–830.
- [452] Wilson B. C., Jeeves W. P., Lowe D. M.: *In vivo* and *post mortem* measurements of the attenuation spectra of light in mammalian tissues. *Photochemistry and Photobiology* 1985, Vol. 42, nr 2, s. 153–162.
- [453] Wilson B. C., Patterson M. S., Burns D. M.: Effect of photosensitizer concentration in tissue on the penetration depth of photoactivating light. *Lasers in Medical Science* 1986, Vol. 1, nr 4, s. 235–244.
- [454] Wilson B. C., Patterson M. S., Flock S. T.: Indirect versus direct techniques for the measurement of the optical properties of tissues. *Photochemistry and photobiology*, Vol. 46, nr 5, s. 601–608. 1987.
- [455] Wilson B. C., Patterson M. S.: The physics of photodynamic therapy. *Physics in Medicine and Biology* 1986, Vol. 31, nr 4, s. 327–360.
- [456] Witczyński M., Barwińska M., Jastrzębska J.: Spectral decoding in fiber optic interferometric sensors. *Optica Applicata* 1999, Vol. 29, nr 1-2, s. 213–228.
- [457] Wojtkowski M., Bajraszewski T., Targowski P., Kowalczyk A.: Real-time *in vivo* imaging by high-speed spectral optical coherence tomography. *Optics Letters* 2003, vol. 28, nr 19, s. 1745–1747.
- [458] Wojtkowski M., Kowalczyk A., Leitgeb R., Fercher A. F.: Autocorrelation free spectral OCT techniques in eye imaging. *Proceedings of SPIE* 2001, Vol. 4431, s. 46–51.
- [459] Wojtkowski M., Leitgeb R., Kowalczyk A., Bajraszewski T., Fercher A. F.: *In vivo* human retinal imaging by Fourier domain optical coherence tomography. *Journal of Biomedical Optics* 2002, Vol. 7, nr 3, s. 457–463.

- [460] Wojtkowski M., Sikorski B. L., Gorczynska I., Góra M., Szkulmowski M., Bukowska D., Kałużny J., Fujimoto J. G., Kowalczyk A.: Comparison of reflectivity maps and outer retinal topography in retinal disease by 3-D Fourier domain optical coherence tomography. *Optics Express* 2009, Vol. 17, nr 6, s. 4189–4207.
- [461] Wolf E., James D. F. V.: Correlation-induced spectral changes. *Reports on Progress in Physics* 1996, Vol. 59, nr 6, s. 771–818.
- [462] Wolf E.: Coherence Properties of Partially Polarized Electromagnetic Radiation. *II Nuovo Cimento* 1959, Vol. 13, nr 6, s. 1165–1181.
- [463] Wolf E.: Young's interference fringes with narrow-band light. *Optics Letters* 1983, Vol. 8, nr 5, s. 250–252.
- [464] Wurm M., Wiesauer K., Nagel K., Pircher M., Götzinger E., Hitzenberger C. K., Stifter D.: Spectral-domain optical coherence tomography: a novel and fast tool for NDT. *Proceedings of the 4th NDT in Progress, Prague, Czech Republic, 05-07 November 2007*, s. 225–232.
- [465] Wyant J. C., Koliopoulos C. L., Bushan B., George D. E.: An optical profilometer for surface characterization of magnetic media. *ASLE Transactions* 1984, Vol. 27, nr 2, s. 101–113.
- [466] Xu R.: *Particle Characterization: Light Scattering Methods*. New York: Kluwer Academic Publishers 2002.
- [467] Xu Z., Carrion L., Maciejko R.: An assessment of the Wigner distribution method in Doppler OCT. *Optics Express* 2007, Vol. 15, nr 22, s. 14738–14749.
- [468] Yamada Y., Hasegawa Y.: Time-dependent FEM analysis of photon migration in random media. *Proceedings of SPIE* 1993, Vol. 1888, s. 167–178.
- [469] Yamashita Y., Maki A., Ito Y., Watanabe E., Mayanagi Y., Koizumi H.: Noninvasive near-infrared topography of human brain activity using intensity modulation spectroscopy. *Optical Engineering* 1996, Vol. 35, nr 4, s. 1046–1049.
- [470] Yang P., Liou K. N., Mishchenko M. I., Gao B.-C.: Efficient finite-difference time-domain scheme for light scattering by dielectric particles: application to aerosols. *Applied Optics* 2000, Vol. 39, nr 21, s. 3727–3737.
- [471] Yaroslavsky I. V., Tuchin V. V.: Frequency domain measurements of tissue optical parameters: a theoretical analysis. *Proceedings of SPIE* 1992, Vol. 1922, s. 293–299.
- [472] Yasuno Y., Makita S., Endo T., Aoki G., Itoh M., Yatagai T.: Simultaneous B-M-mode scanning method for real-time full-range Fourier domain optical coherence tomography. *Applied Optics* 2006, Vol. 45, nr 8, s. 1861–1865.
- [473] Yasuno Y., Makita S., Endo T., Aoki G., Sumimura H., Itoh M., Yatagai T.: One-shot-phase-shifting Fourier domain optical coherence tomography by reference wavefront tilting. *Optics Express* 2004, Vol. 12, nr 25, s. 6184–6191.
- [474] Yeh C.: Perturbation approach to the diffraction of electromagnetic waves by arbitrarily shaped dielectric obstacles. *Physical Review A* 1964, Vol. 135, no 5, s. 1193–1201.
- [475] Yeh C.: Scattering by liquid-coated prolate spheroids. *The Journal of the Acoustical Society of America* 1969, Vol. 46, nr 3B, s. 797–801.
- [476] Yoo K. M., Liu F., Alfano R. R.: Biological materials probed by the temporal and angular profiles of the backscattered ultrafast laser pulses. *Journal of the Optical Society of America B* 1990, Vol. 7, nr 8, s. 1685–1693.
- [477] Yoon G., Welch A. J., Motamedi M., van Gemert M. C. J.: Development and Application of Three-Dimensional Light Distribution Model for Laser Irradiated Tissue. *IEEE Journal of Quantum Electronics* 1987, Vol. QE-23, nr 10, s. 1721–1733.
- [478] Yoon G.: Absorption and scattering of laser light in biological media: Mathematical modeling and methods for determining optical properties. PhD. Dissertation, Austin: University of Texas at Austin 1988.
- [479] Yun S. H., Tearney G. J., de Boer J. F., Ifimia N., Bouma B. E.: High-speed optical frequency-domain imaging. *Optics Express* 2003, Vol. 11, nr 22, s. 2953–2963.
- [480] Zhang J., Chen Z.: Complex Fourier Domain Optical Coherence Tomography Using the Heterodyne Technique. *Optics & Photonics News* 2004, Vol. 15, nr 12, s. 17.
- [481] Zhang J., Jung W., Nelson J. S., Chen Z.: Full range polarization-sensitive Fourier domain optical coherence tomography. *Optics Express* 2004, Vol. 12, nr 24, s. 6033–6039.

- [482] Zhang Q., Brown E. N., Strangman G. E.: Adaptive filtering for global interference cancellation and real-time recovery of evoked brain activity: a Monte Carlo simulation study. *Journal of Biomedical Optics* 2007, Vol. 12, nr 4, s. 044014-1–14.
- [483] Zhao Z.: *Pulsed Photoacoustic Techniques and Glucose Determination in Human Blood and Tissue*. Oulu: Oulu University Press 2002.
- [484] Zhen-He M. A., Wang R. K., Fan Z., Jian-Quan Y.: Spectral Optical Coherence Tomography Using Two-Phase Shifting Method. *Chinese Physics Letters* 2005, Vol. 22, nr 8, s. 1909–1912.
- [485] Zhu Y., Cangellaris A. C.: *Multigrid Finite Element Methods for Electromagnetic Field Modeling*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons 2006.
- [486] Zienkiewicz O. C., Taylor R. L.: *The Finite Element Method*, 5th Edition. Oxford: Butterworth-Heinemann 2000.
- [487] Ziółko M.: *Modelowanie zjawisk falowych*. Kraków: Wydawnictwa AGH 2000.
- [488] Zvyagin A. V., Błazkiewicz P., Vintrou J.: Image reconstruction in full-field Fourier-domain optical coherence tomography. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 2005, Vol. 7, nr 7, s. 350–356.

OPTYKA NIEUPORZĄDKOWANYCH OŚRODKÓW SILNIE ROZPRASZAJĄCYCH

Badanie nieuporządkowanych ośrodków silnie rozpraszających zawsze było zagadnieniem bardzo złożonym i trudnym z uwagi na losowy charakter zjawisk fizycznych, jakie trzeba tu uwzględnić, i ogromną złożoność obliczeniową przy ich matematycznym modelowaniu. Początkowo badania te silnie związane były z medycyną, następnie z fizyką jądrową i astronomią. Obecnie obserwowany szybki rozwój badań nad zjawiskiem rozpraszania związany jest zarówno z gwałtownym rozwojem optoelektroniki i fotoniki, jak i z pojawieniem się komputerów pozwalających na numeryczne modelowanie propagacji promieniowania optycznego w złożonych obiektach silnie rozpraszających. Rozwój ten stymulowany jest przez olbrzymie zapotrzebowanie na nowe optyczne techniki pomiarowe (np. na optyczną tomografię dyfuzyjną lub koherentną).

Zasadniczym celem pracy jest analiza możliwości różnych technik pomiarowych nieuporządkowanych ośrodków silnie rozpraszających promieniowanie optyczne z wykorzystaniem najnowszych osiągnięć optoelektroniki i fotoniki, a także przedstawienie metod analizy wyników pomiarowych na podstawie zaawansowanego modelowania propagacji promieniowania optycznego w tych ośrodkach. Drugim, nie mniej istotnym celem jest pokazanie możliwości wykorzystania tych technik w wybranych aplikacjach przemysłowych i medycznych.

W pracy omówiono w syntetyczny sposób podstawowe problemy teoretyczne związane z analizą propagacji promieniowania optycznego w nieuporządkowanych ośrodkach silnie rozpraszających. Szczególną uwagę, obok zakresu stosowalności różnych metod analizy propagacji promieniowania optycznego w takich ośrodkach, zwrócono na ich dokładność, uniwersalność i efektywność. Przedstawiono nowatorskie usprawnienia metody Monte Carlo, mające za zadanie zwiększenie jej efektywności. Najistotniejszym z nich jest opracowanie całkowicie nowej, szybkiej bąbelkowej metody Monte Carlo, która w stosunku do klasycznej metody Monte Carlo jest dziesiątki lub setki razy szybsza, w zależności od lokalizacji źródła. Na podstawie przedstawionych algorytmów opracowane zostały programy komputerowe do modelowania propagacji promieniowania optycznego w obiektach silnie rozpraszających. Programy te pozwoliły zarówno na prowadzenie szerokich badań w celu optymalizacji systemów pomiarowych mierzących obiekty silnie rozpraszające, jak i na obróbkę danych pomiarowych w celu wyznaczenia parametrów optycznych badanego obiektu.

Przedstawione w pracy techniki pomiarowe wykorzystują zarówno źródła promieniowania ciągłego, jak i impulsowego. Pokazane są różne systemy pomiarowe oraz metody analizy danych pomiarowych, służące do wyznaczania parametrów optycznych badanych ośrodków. Jako przykład aplikacji tych metod zostały pokazane m.in. możliwości ich wykorzystania w przemyśle papierniczym. Omówiono także techniki badawcze obiektów niejednorodnych. Przykładem może być oryginalna metoda optyczna oceny obrzęku mózgu. Przedstawiono tu zarówno wyniki badań uzyskane na drodze modelowania matematycznego, jak i wyniki pomiarów uzyskane w warunkach klinicznych.

Szczególną uwagę poświęcono metodom pomiarowym, wykorzystującym zjawisko koherencji promieniowania optycznego. Przedstawiono podstawy optycznej reflektometrii niskokoherentnej wykorzystywanej w optycznych tomografach koherentnych. Zaprezentowano wyniki badań nad wykorzystaniem optycznej tomografii koherentnej poza medycyną. W szczególności efektem tych prac jest opracowanie przeznaczonych do badań obiektów technicznych polaryzacyjnego optycznego tomografu optycznego o wysokiej rozdzielczości poprzecznej, którą uzyskano dzięki możliwości dynamicznego ogniskowania. Poza opisem systemu, przedstawiono szereg unikatowych wyników badań, jakie były wykonane przy zastosowaniu tego systemu (np. warstw antykorozyjnych, warstw ceramiki wytwarzanych na potrzeby cienkowarstwowych detektorów piroelektrycznych, materiałów kompozytowych).

OPTICS OF HIGHLY SCATTERING RANDOM MEDIA

Investigation of highly scattering random media has always been a very complex and difficult problem due to the random nature of physical phenomena that has to be taken into consideration and the large computational complexity of their mathematical modeling. Since its inception, these studies were focused mainly on medicine, later also on nuclear physics and astronomy. Recently, the scope of research on the scattering phenomena has steadily broadened. This has been enabled primarily by the rapid development of optoelectronic and photonic devices and ability of state-of-the-art computers to perform numerical modeling of propagation of optical radiation in complex, highly scattering objects. The continual progress in this field has been stimulated by the great demand for new optical measurement techniques (e.g., optical diffusion tomography or optical coherence tomography).

The main purpose of this work is analysis of the properties of different measurement techniques of highly scattering random media using the most recent achievements of optoelectronics and photonics, as well as the methods of analysis of the measurement results using the advanced modeling of the propagation of optical radiation in these media. Another, equally important goal is to demonstrate the capabilities of these techniques in selected industrial and medical applications.

Fundamental problems related to the theoretical analysis of propagation of optical radiation in highly scattering random media are discussed. The scope of the applicability of these methods as well as their accuracy, versatility and efficiency are examined in detail. Innovative improvements of the Monte Carlo method, that increase their efficiency, are described. The most important of them is the development of the fast bubble Monte Carlo method, which is an entirely new variety of the Monte Carlo method, capable of reducing computation time by up to three orders of magnitude, depending on the object to be modeled and position of the light source, without a loss of accuracy. Computer programs implementing this method allow both to carry out extensive research in order to optimize the systems for research on highly scattering media and to calculate the optical parameters of the studied object based on measurement results.

The presented measurement systems use both continuous-wave, as well as pulse sources of optical radiation. Different configurations and measurement methods to obtain optical parameters of the studied object are presented too. Possibilities of its use in the paper industry have been shown as the example of the application of these methods. Also research techniques applicable to heterogeneous objects are discussed. For example, an original optical method of assessment of brain edema has been devised, for which the results of mathematical modeling and of measurement conducted in clinical conditions are presented.

Measurement methods based on optical coherence have been extensively covered. Principles of optical low-coherence reflectometry, which is used in optical coherence tomography, are presented. This work presents the research results of the use of optical coherent tomography outside of medicine. In particular, the key result of presented research is the development of a high-resolution polarization-sensitive optical coherence tomography dedicated for technical materials. Apart from the system itself, the results of research performed on selected technical object (e.g., anti-corrosion layers, ceramic layers for the thin-film pyroelectric detectors, composite materials) are presented.

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

Wydanie I. Ark. wyd. 16,7, ark. druku 14,0, 102/575

Druk i oprawa: *EXPOL* P. Rybiński, J. Dąbek, Sp. Jawna
ul. Brzeska 4, 87-800 Włocławek, tel. 054 232 37 23