

POLITECHNIKA GDAŃSKA



CYFROWE PRZETWARZANIE SYGNAŁÓW WIBRACYJNYCH
W DETEKCJI USZKODZEŃ ELEMENTÓW KONSTRUKCJI

PRACA DOKTORSKA

autor: mgr inż. Maciej Radzieński
promotor: prof. dr hab. inż. Marek Krawczuk

WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI I AUTOMATYKI
Grudzień 2011

Spis treści

Spis treści	2
Rozdział 1. Wstęp	6
Rozdział 2. Wibracyjne metody detekcji uszkodzeń	10
2.1 Metody modelowe	10
2.1.1 Częstości drgań własnych.....	10
2.1.2 Postacie drgań własnych	13
2.2 Metody względne	14
2.2.1 Kryterium MAC i COMAC	14
2.2.2 Zmiany krzywizny postaci drgań własnych.	15
2.2.3 Zmiany energii odkształcenia sprężystego	18
2.2.4 Wskaźnik uszkodzenia DI	22
2.2.5 Zmiany podatności.....	25
2.3 Metody bezwzględne.....	27
2.3.1 Zmodyfikowany operator Laplace'a	27
2.3.2 Metoda SGS _M (z ang. <i>Simplified Gapped-Smooth Method</i>).....	29
2.3.3 Uogólniony wymiar fraktalny.....	29
2.3.4 Transformacja falkowa	31
2.3.5 Metoda bazująca na nieregularności postaci drgań własnych	32
2.4 Metody bezwzględne jako względne	33
2.5 Podsumowanie	34
Rozdział 3. Cel, zakres oraz teza pracy	35
3.1 Cel pracy.....	35
3.2 Teza pracy.....	35
3.3 Zakres pracy	35
Rozdział 4. Pomiary drgań własnych wybranych elementów konstrukcyjnych	36
4.1 Badane elementy konstrukcyjne.....	36
4.1.1 Belki wspornikowe.....	36
4.1.2 Uzębrowana płyta.....	37
4.2 Stanowisko i metoda pomiarowa	39
4.2.1 Wibrometr laserowy	40
4.2.2 Procedura pomiarowa.....	41
4.3 Wyniki uzyskane z pomiarów	43
4.3.1 Funkcje odpowiedzi częstotliwościowych FRF.....	43

4.3.2	Częstotliwości drgań własnych	48
4.3.3	Postacie drgań własnych	49
4.4	Porównanie modelu i eksperymentu	52
4.5	Podsumowanie	53
Rozdział 5.	Analiza i poprawa efektywności metod detekcji uszkodzeń znanych z literatury	54
5.1	Interpolacja	54
5.1.1	Interpolacja liniowa	54
5.1.2	Interpolacja wielomianowa	55
5.1.3	Interpolacja metodą sklejaną wielomianów	55
5.2	Ekstrapolacja	57
5.3	Filtracja postaci drgań własnych metodą dekompozycji falkowej	59
5.3.1	Dekompozycja sygnału	59
5.3.2	Wyznaczanie progu filtracji	61
5.3.3	Eliminacja progowa (z ang. <i>Thresholding</i>)	63
5.3.4	Rekonstrukcja sygnału	65
5.4	Analiza przydatności metod względnych	66
5.4.1	Wyniki uzyskane dla modelu numerycznego belki wspornikowej	67
5.4.2	Wyniki uzyskane dla modelu numerycznego belki wspornikowej z dodanym sygnałem pseudolosowym	68
5.4.3	Wyniki uzyskane dla modelu numerycznego belki wspornikowej z dodanym szumem oraz zastosowaniem wstępnego przetwarzania sygnałów	70
5.4.4	Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej z uszkodzeniem w postaci nacięcia w pozycji $x/L=0,3$ o głębokości 20%	72
5.4.5	Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej z uszkodzeniem w postaci nacięcia w pozycji $x/L=0,3$ o głębokości 20% z zastosowaniem przetwarzania sygnałów	73
5.4.6	Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej z uszkodzeniem w postaci nacięcia w pozycji $x/L=0,3$ o głębokości 10%	75
5.4.7	Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej z uszkodzeniem w postaci nacięcia w pozycji $x/L=0,3$ o głębokości 10% z zastosowaniem przetwarzania sygnałów	76
5.4.8	Wyniki uzyskane dla belki rzeczywistej, gdy sygnałem referencyjnym dla belki z nacięciem o głębokości 20% jest pomiar dla belki z nacięciem o głębokości 10%	77
5.4.9	Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki z wielokrotnym uszkodzeniem oraz zastosowaniem przetwarzania sygnałów	79

5.4.10	Wyniki uzyskane dla uźebrowanej płyty - nacięcie żebra	80
5.4.11	Podsumowanie metod względnych	82
5.5	Analiza przydatności metod bezwzględnych	82
5.5.1	Współczynnik bazujący na transformacie falkowej	82
5.5.2	Współczynnik bazujący na Generalized Fractal Dimension	86
5.5.3	Pozostałe metody względne	89
5.5.4	Wyniki uzyskane dla modelu numerycznego belki wspornikowej	89
5.5.5	Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej	92
5.5.6	Wyniki uzyskane dla uźebrowanej płyty	94
5.5.7	Podsumowanie metod bezwzględnych	95
5.6	Analiza metod bezwzględnych jako względnych	96
5.6.1	Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej z uszkodzeniem w postaci nacięcia w pozycji $x/L=0,3$ o głębokości 10%	96
5.6.2	Wyniki uzyskane dla uźebrowanej płyty - nacięcie o głębokości 50%	97
5.7	Podsumowanie	98
Rozdział 6.	Metoda własna wykorzystująca zmianę częstości drgań własnych	100
6.1	Wstęp	100
6.2	Algorytm działania proponowanej metody	102
6.3	Wyniki numeryczne	104
6.3.1	Uszkodzenie w miejscu $0.3x/L$	104
6.3.2	Uszkodzenie w miejscu $0.9x/L$	106
6.4	Wyniki eksperymentalne	108
6.4.1	Nacięcie o głębokości 20% w miejscu $0.3x/L$	108
6.4.2	Nacięcie o głębokości 20% w miejscu $0.9x/L$	110
6.5	Wykorzystanie postaci drgań własnych uzyskanych z badań numerycznych	113
6.5.1	Nacięcie o głębokości 20% w miejscu $0.3x/L$	113
6.5.2	Nacięcia w pozycjach $0.1x/L$, $0.5x/L$, $0.7x/L$ i $0.9x/L$	115
6.6	Zmiana modułu Younga	116
6.7	Podsumowanie	118
Rozdział 7.	Hybrydowa metoda detekcji uszkodzeń	119
7.1	Algorytm postępowania	119
7.2	Przykłady uzyskane dla wyników eksperymentalnych	120
7.2.1	Nacięcie o głębokości 10% w $0.3x/L$	120
7.2.2	Nacięcie o głębokości 10% w $0.9x/L$	121
7.3	Podsumowanie	121

Rozdział 8. Podsumowanie i wnioski	122
8.1 Oryginalne elementy pracy	123
8.2 Wnioski z przeprowadzonych badań.....	124
8.3 Kierunki dalszej pracy	125
Bibliografia	126

Rozdział 1. Wstęp

Liczba konstrukcji mechanicznych, inżynierii lądowej czy aeronautyki, których czas użytkowania zbliża się, a nawet przekracza czas użytkowania przewidziany podczas projektowania i budowy zwiększa się. W połączeniu ze wzrastającymi kosztami utrzymania i napraw powoduje to, że zagadnienie monitorowania stanu technicznego konstrukcji (z ang. *Structural Health Monitoring*, w skrócie SHM) stało się niezmiernie istotnym problemem. Ocena przydatności konstrukcji do dalszego użytkowania polega przede wszystkim na określeniu warunków oraz intensywności pracy w całym okresie eksploatacji oraz na okresowych przeglądach z wykorzystaniem metod nieniszczących (z ang. *Non-Destructive Testing*, w skrócie NDT). Przykładami takich metod mogą być: inspekcje wizualne, metody penetracyjne, magnetyczne, wykorzystujące prądy wirowe, ultrasonograficzne, radiacyjne czy termowizyjne. Przy stosowaniu tych metod konieczne jest, aby miejsce, w którym mogło wystąpić uszkodzenie było znane oraz dostępne w sposób umożliwiający inspekcję. Część z wymienionych metod (np. metody penetracyjne, prądów wirowych) umożliwia wykrycie uszkodzeń powierzchniowych lub podpowierzchniowych, podczas gdy inne (np. metody ultradźwiękowe, radiacyjne) są zdolne do wykrycia uszkodzeń w sposób objętościowy, czyli uszkodzeń znajdujących się z dala od powierzchni elementu. Prawdopodobieństwo wykrycia krytycznego uszkodzenia, stosując wspomnianie metody, zależy przede wszystkim od częstotliwości inspekcji. To powoduje, że koszty utrzymania takiego obiektu mogą stać się nieopłacalne z ekonomicznego punktu widzenia.

Historycznie, inspekcje wizualne były pierwszą metodą nieniszczącą, jaka była dostępna dla inżynierów. Podejście takie pozwala na wykrycie jedynie widocznych uszkodzeń takich jak wżery korozyjne czy pęknięcia. Wraz z upływem czasu metody detekcji uszkodzeń ulegały rozwojowi i pozwalały wykrywać uszkodzenia w całej objętości materiału jak również bardzo małe uszkodzenia powierzchniowe.

Rozszerzeniem inspekcji wizualnych jest zastosowanie nieniszczących metod penetracyjnych. Wykorzystują one zjawisko włoskowatości (zjawisko kapilarne), czyli wnika- nia cieczy o małej lepkości do wąskich szczelin, rys czy pęknięć. Główną zaletą tej meto- dy jest przede wszystkim prostota, szybkość wykonywania oraz niewielki koszt. Z powodzeniem może być stosowana we wszelkiego rodzaju materiałach. Skuteczność jej działania zależy od pokrycia powierzchni płynem penetrującym i jego zdolności do wni- kania do niewielkich zagłębień i szczelin. Z tego powodu metoda ta wykorzystywana mo-

że być tylko do wykrywania uszkodzeń powierzchniowych oraz objętościowych połączonych z powierzchnią, aczkolwiek najlepiej sprawdza się w wykrywaniu pęknięć [1].

Metoda wykorzystująca prądy wirowe stosowana jest do wykrywania uszkodzeń znajdujących się w pobliżu powierzchni. Zasada działania opiera się na zjawisku indukcji elektromagnetycznej. Przyłożone do materiału przewodzącego zmienne pole magnetyczne wywołuje w nim powstanie powierzchniowych prądów wirowych. Tak zaindukowane prądy wirowe wytwarzają własne pole magnetyczne, które z kolei nakłada się na pierwotne pole, powodując zmiany prądu elektrycznego w przetworniku indukcyjnościowym. Wraz z występowaniem nieciągłości w materiale zmieniają się kształty ścieżek prądów wirowych. Analiza zmian sygnału z przetwornika pozwala na określenie lokalizacji i rozmiaru uszkodzenia [2,3]. Pierwotnie metodę tę używano do sprawdzania połączeń spawanych w rurociągach. Jednakże może ona być wykorzystywana również do inspekcji materiałów niemagnetycznych oraz do wykrywania niewielkich wad materiałowych w obiektach o skomplikowanej geometrii.

Badania magnetyczne polegają na wykrywaniu zmian pola magnetycznego w miejscach lub okolicy wady materiału. Nieciągłość materiału, w którym wytworzono pole magnetyczne, powoduje zmiany kierunku linii sił pola magnetycznego. Do wykrywania takich zmian stosuje się proszki czy zawiesiny magnetyczne, których ułożenie na powierzchni badanej struktury ujawnia ewentualne zmiany w polu magnetycznym lub czujniki pola magnetycznego takie jak cewki indukcyjne i półprzewodniki czułe na działanie pola magnetycznego [1,4]. Skuteczność działania metody tego rodzaju zależy od względnej orientacji uszkodzenia oraz od kierunku przepływu prądu. Wadą metody natomiast jest ograniczenie jej zakresu działania jedynie do materiałów ferromagnetycznych.

Jedną z metod detekcji uszkodzeń o charakterze objętościowym jest badanie radiacyjne, które wykorzystuje zjawisko przenikania promieniowania jonizującego przez badany materiał. Uszkodzenie materiału powoduje, że następuje lokalna zmiana przenikalności promieniowania, co wykorzystywane jest do jego lokalizacji. W tego typu badaniach stosuje się promieniowanie gamma lub rentgenowskie, a zmiany w przenikalności wykrywa się przy użyciu detektorów promieniowania takich jak błony rentgenowskie, ekrany fosforescencyjne, detektory krystaliczne czy liczniki Geigera-Müllera [5]. Wadą takiego podejścia jest zazwyczaj bardzo wysoki koszt implementacji, a skuteczność wykrywania uszkodzenia jest zależna od geometrii defektu oraz orientacji wiązki promieniowania. Z tego powodu badania radiacyjne są mniej skuteczne w wykrywaniu płaskich uszkodzeń [6].

Kolejną metodą detekcji uszkodzeń w ujęciu objętościowym są badania ultrasonograficzne, które są jedną z najczęściej wykorzystywanych metod nieinwazyjnych. Fale ultradźwiękowe umożliwiają wykrywanie lokalnych zmian w materiale, przede wszystkim

jego gęstości. Metoda jest wykorzystywana do lokalizacji wad w odkuwkach i odlewach. Stała się także cennym narzędziem do oceny jakości spawów. Główną zaletą tej techniki jest zdolność do wykrywania wad materiałowych czy uszkodzeń w znacznej odległości od powierzchni badanego obiektu. W przeciwieństwie do metod radiacyjnych, metoda ta wymaga dostępu do jednej powierzchni struktury, a dodatkowo możliwe jest określenie odległości uszkodzenia od powierzchni. Jednakże jej zastosowanie w układach dynamicznych jest znacznie ograniczone [7,8].

Metoda termograficzna zwana również termowizyjną polega na rejestracji i analizie rozkładu temperatury na powierzchni badanej konstrukcji. Wykorzystuje się zarówno metody pasywne, gdzie badany jest rozkład temperatury obiektu bez wcześniejszego jego podgrzewania oraz metody aktywne, w których aby zminimalizować wpływ czynników środowiskowych wykorzystuje się dodatkowe źródło ciepła do ogrzania badanej struktury. Z pośród metod aktywnych dwie najczęściej stosowane to metoda impulsowa, gdzie analizowany jest rozkład temperatury konstrukcji po nagraniu jej krótkim impulsem świetlnym oraz metoda synchroniczna, gdzie źródło ciepła pracuje w sposób okresowy, zazwyczaj modulowany sinusoidalnie. Występowanie uszkodzenia pod powierzchnią, powoduje lokalną zmianę w odprowadzaniu ciepła w głąb struktury, a tym samym zmienia się szybkość chłodzenia uszkodzonego rejonu, co uwidacznia się w rejestrowanych obrazach termowizyjnych i może być stosowane do identyfikacji uszkodzenia [9,10,11,12,13,14,15].

Metoda włókien optycznych wykorzystuje czujniki optyczne albo całe włókna optyczne umieszczane wewnątrz konstrukcji. Dużą zaletą tej metody jest niewielki rozmiar oraz masa czujników, co sprawia, że nie zmniejszają wytrzymałości badanych struktur. Czujniki te pozwalają na pomiar wielkości fizycznych, które wpływają na zmianę natężenia, częstotliwości, polaryzacji lub fazy światła biegnącego we włóknie optycznym. Dzięki swoim zaletom oraz dużej dokładności realizowanych pomiarów znalazły szerokie zastosowanie w systemach diagnostyki elementów wykonanych z betonu [16,17,18] oraz materiałów kompozytowych [19,20,21,22].

Omówione metody detekcji uszkodzeń mają charakter lokalny czyli umożliwiają określenie miejsca występowania oraz ocenę głębokości uszkodzenia w badanym fragmencie konstrukcji. Powyższe metody nie wymagają informacji o stanie obiektu nieuszkodzonego ani jego modelu. Metody te bardzo dobrze sprawdzają się w przypadku obiektów niewielkich rozmiarów, z łatwo dostępnymi powierzchniami, a badanie może odbywać się po wyłączeniu ich z pracy. Jednak, gdy wymagane jest wykonanie inspekcji konstrukcji o znacznych gabarytach bez możliwości demontażu lub wyłączenia z użytkowania, metody te najczęściej zawodzą. Z tego powodu powstały także globalne metody detekcji uszkodzeń [23]. Zasada ich działania polega na analizie odpowiedzi dynamicznej układu. Pojawienie się uszkodzenia prowadzi do zmian dynamiki układu, a więc również

zmiany parametrów modalnych układu (częstości drgań własnych, postaci drgań własnych, tłumienie modalne) oraz jego funkcji odpowiedzi częstotliwościowej (z ang. *frequency response function*, w skrócie FRF). Śledzenie tych zmian pozwala na monitorowanie stanu technicznego obiektu. Dodatkową zaletą metod globalnych jest stosunkowo prosta ich realizacja i niewielki koszt implementacji. Opracowanie i zbudowanie skaningowych wibrometrów laserowych pozwoliło na wykonywanie pomiarów ze znacznych odległości, co jest bardzo istotne w wielu sytuacjach, gdy dostęp do obiektu jest utrudniony.

Ponieważ niniejsza praca poświęcona jest zastosowaniu metod wibracyjnych do detekcji uszkodzeń w kolejnym jej punkcie przedstawiono ich przegląd. Omówiono znane metody wykorzystujące zmiany zmierzonych lub obliczonych parametrów modalnych konstrukcji.

Rozdział 2. **Wibracyjne metody detekcji uszkodzeń**

Spśród wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń można wyróżnić trzy zasadnicze podejścia. Pierwsze z nich polega na takim doborze parametrów modelu struktury, aby uzyskane wyniki były jak najbardziej zbliżone do uzyskanych z pomiarów. Drugie podejście bazuje na porównaniu dwóch zestawów zmierzonych lub obliczonych parametrów modalnych w celu określenia czy wystąpiło uszkodzenie i jego ewentualnej lokalizacji. Trzecie podejście zakłada analizę parametrów modalnych uzyskanych z pojedynczego eksperymentu, do oceny stanu konstrukcji. W tej pracy te trzy grupy metod będą nazywane odpowiednio: modelowymi, względnymi oraz bezwzględnymi i zostaną omówione w kolejnych punktach pracy.

2.1 Metody modelowe

Metody modelowe polegają na takim dostrajaniu parametrów modelu konstrukcji aby jej dynamika jak najlepiej odpowiadała wynikom uzyskanym z pomiarów rzeczywistej struktury. W modelu, który zazwyczaj budowany jest z wykorzystaniem metody elementów skończonych, zmienia się parametry lokalne symulując uszkodzenie. Śledząc rozbieżności wyników numerycznych i eksperymentalnych możliwe staje się wskazanie miejsca występowania i rozmiaru uszkodzenia.

Metody w tej grupie podzielono na trzy podgrupy biorąc pod uwagę to, jaki parametr jest wykorzystywany podczas porównywania i dostrajania dynamiki modelu.

2.1.1 Częstości drgań własnych

Pogorszenie się stanu konstrukcji czy wystąpienie w niej uszkodzenia powoduje zmiany jej częstości drgań własnych. Obniżenie się wartości własnych konstrukcji wskazuje na zmniejszenie się jej sztywności lub wzrost masy, czyli może być traktowane jako wskaźnik wystąpienia uszkodzenia. Zaletą tej metody jest to, że pomiary nie muszą być wykonywane w dużej ilości punktów rozmieszczonych na powierzchni konstrukcji, gdyż zmiany częstości drgań własnych mają charakter globalny. Wadą takiego rozwiązania natomiast jest to, że zmiany częstości są stosunkowo niewielkie w początkowej fazie rozwoju uszkodzenia, co utrudnia ich wykrycie. Także lokalizacja uszkodzenia jest utrudniona i wymaga wykorzystania dużej liczby częstości, gdyż określona zmiana rozpa-

trywanej pojedynczo częstości drgań własnych może być spowodowana wystąpieniem uszkodzenia w jednym z kilku możliwych lokalizacji.

Jedną z pierwszych prac, poświęconych detekcji i lokalizacji uszkodzenia na podstawie zmian częstości drgań własnych była opublikowana w roku 1979 praca Cawley'a i Adams'a [24]. Główną przesłanką metody jest to, że jeżeli zmiana sztywności konstrukcji nie zależy od częstotliwości, to zmiana stosunku dwóch częstości drgań własnych jest funkcją jedynie lokalizacji uszkodzenia. Działanie metody polega na poszukiwaniu minimalnego odchylenia funkcji opisującej stosunki częstości drgań własnych modelu, w którym zmieniana jest lokalizacja modelowanego uszkodzenia od funkcji opisującej stosunki częstości drgań własnych rzeczywistej konstrukcji. Błąd dopasowania $e_i(m,n)$ dla dowolnej pary częstości drgań własnych m 'tej i n 'tej w punkcie i wyznaczany jest zależnością:

$$e_i(m,n) = \frac{\Delta\omega_m}{\Delta\omega_n} \div \frac{\delta\omega_m(i)}{\delta\omega_n(i)} - 1 \quad \text{gdy} \quad \frac{\delta\omega_m(i)}{\delta\omega_n(i)} \leq \frac{\Delta\omega_m}{\Delta\omega_n}, \quad (2.1)$$

$$e_i(m,n) = \frac{\delta\omega_m(i)}{\delta\omega_n(i)} \div \frac{\Delta\omega_m}{\Delta\omega_n} - 1 \quad \text{gdy} \quad \frac{\delta\omega_m(i)}{\delta\omega_n(i)} \geq \frac{\Delta\omega_m}{\Delta\omega_n}, \quad (2.2)$$

gdzie $\delta\omega_m(i)$ jest teoretyczną zmianą m 'tej częstości drgań własnych, gdy uszkodzenie znajduje się w punkcie i , a $\Delta\omega_m$ jest faktyczną zmianą częstości drgań własnych. Biorąc pod uwagę wszystkie pary częstości drgań własnych błąd dopasowania - e_i opisuje zależność:

$$e_i = \sum_{m=1}^{N_m-1} \sum_{n=1}^{N_n} e_i(m,n). \quad (2.3)$$

Lokalizację uszkodzenia wyznacza się poprzez wskazanie minimalnej wartości wyrażenia:

$$E_i = \frac{(e_i)_{\min}}{e_i}. \quad (2.4)$$

Kolejnym wskaźnikiem bazującym na zmianie częstości drgań własnych jest DLAC (z ang. *Damage Location Assurance Criterion*) zaproponowany przez Messinę i innych [25] w następującej postaci:

$$DLAC_i = \frac{|\Delta\omega^T \cdot \delta\omega_i|^2}{(\Delta\omega^T \cdot \Delta\omega) \cdot (\delta\omega_i^T \cdot \delta\omega_i)}, \quad (2.5)$$

gdzie $\delta\omega_i$ jest teoretyczną zmianą częstości drgań własnych, gdy uszkodzenie znajduje się w punkcie i , a $\Delta\omega$ jest faktyczną zmianą częstości drgań własnych.

Współczynnik ten określa korelację pomiędzy wynikami numerycznymi i eksperymentalnymi zmian częstości drgań własnych będących skutkiem wystąpienia uszkodzenia. Wartość 1 współczynnika DLAC oznacza pełną korelację zmian częstości, a wartość 0 całkowity jej brak.

Rozwinięciem tej metody, tak by mogła być stosowana w przypadku wielokrotnego uszkodzenia jest MDLAC (z ang. *Multiple Damage Location Assurance Criterion*) zaproponowany przez Messinę i innych [26]:

$$MDLAC_i = \frac{|\Delta\omega^T \cdot \delta\omega(\delta D_i)|^2}{(\Delta\omega^T \cdot \Delta\omega) \cdot \left([\delta\omega(\delta D_i)]^T \cdot \delta\omega(\delta D_i) \right)}, \quad (2.6)$$

gdzie $\delta\omega(\delta D_i)$ jest teoretyczną zmianą częstości drgań własnych, gdy wystąpiły uszkodzenia o rozmiarze i położeniu określonym przez macierz δD_i , a $\Delta\omega$ jest faktyczną zmianą częstości drgań własnych.

Lokalizację uszkodzenia określa się poszukując takiej wartości macierzy δD , aby zmaksymalizować współczynnik MDLAC.

Jeżeli weźmie się pod uwagę dużą ilość możliwych lokalizacji oraz głębokości uszkodzeń, to liczba potencjalnych kombinacji staje się na tyle duża, że do efektywnego znalezienia rozwiązania problemu warto posłużyć się metodami optymalizacji. Najczęściej stosowaną metodą są algorytmy genetyczne. Szczegółowe informacje o ich zastosowaniu w detekcji uszkodzeń można znaleźć w literaturze [27,28,29,30].

Chinchalkar [31] zamodelował pęknięcie w belce o zmiennym przekroju używając bezmasowego elementu sprężystego. Wykresy zmian sztywności elementu sprężystego w zależności od położenia uszkodzenia zostały wykreślone dla pierwszych trzech częstości drgań własnych, a miejsce przecięcia się trzech wykresów wskazywało lokalizację uszkodzenia. W celu lepszego dopasowania modelu do rzeczywistych wyników, tak by przecięcie się trzech wyznaczonych charakterystyk wystąpiło, zastosowano metodę skalowania wyników. Polega to na zmianie modułu Younga podczas wyznaczania poszczególnych częstości drgań własnych, tak aby błąd modelu był jak najmniejszy.

Salawu [32] przedstawił przegląd metod detekcji uszkodzeń, których działanie polega na śledzeniu zmian częstości drgań własnych.

2.1.2 Postacie drgań własnych

Najczęściej stosowanymi modelowymi metodami detekcji uszkodzeń, wykorzystującymi postacie drgań własnych są metody MAC (z ang. *Modal Assurances Criterion*) oraz COMAC (z ang. *Co-ordinate Modal Assurance Criterion*), które zostały omówione w punkcie 2.2.1. W ujęciu modelowym współczynniki MAC lub COMAC są używane jako funkcje określające korelację pomiędzy wynikami numerycznymi bądź analitycznymi, a pomiarami rzeczywistej konstrukcji. Optymalizacja parametrów modelu pozwala na określenie miejsca wystąpienia i rozmiaru uszkodzenia.

Shi i inni [33] zaproponowali, aby we wskaźniku MDLAC użyć zmian postaci drgań własnych zamiast częstości drgań własnych. Opisuje to zależność:

$$MDLAC_i = \frac{|\Delta\phi^T \cdot \delta\phi(\delta D_i)|^2}{(\Delta\phi^T \cdot \Delta\phi) \cdot \left([\delta\phi(\delta D_i)]^T \cdot \delta\phi(\delta D_i) \right)}, \quad (2.7)$$

gdzie $\delta\phi(\delta D_i)$ jest teoretyczną zmianą postaci drgań własnych, gdy wystąpiły uszkodzenia o rozmiarze i położeniu określonym przez macierz δD_i , a $\Delta\phi$ jest faktyczną zmianą postaci drgań własnych.

W pracy Guo i Li [28] zaprezentowane zostało połączenie współczynników MDLAC korzystających ze zmian częstości (2.6) oraz postaci drgań własnych (2.7). W tym podejściu współczynniki MDLAC wstępnie zostały przekształcone na wartości prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia, dzieląc wartość otrzymaną dla poszczególnych elementów przez sumę wszystkich wartości. Autorzy zastosowali fuzję danych posługując się teorią ewidencji, która zakładała, że całkowite prawdopodobieństwo wystąpienia uszkodzenia w rozpatrywanym punkcie wyrażone jest jako iloczyn prawdopodobieństw wystąpienia uszkodzenia wyznaczonych oddzielnie dla obu wskaźników. Dzięki temu lokalizacja uszkodzenia jest wskazywana na podstawie zmian obu parametrów, dając w rezultacie bardziej jednoznaczne wyniki niż w podejściu Shi i innych [33]. Do oceny rozmiaru uszkodzenia zastosowano algorytm genetyczny, którego funkcja celu wyznaczona została również bazując na współczynnikach MDLAC w sposób następujący:

$$J = 2 - \frac{|\Delta\omega^T \cdot \delta\omega(\delta D_i)|^2}{(\Delta\omega^T \cdot \Delta\omega) \cdot \left([\delta\omega(\delta D_i)]^T \cdot \delta\omega(\delta D_i) \right)} - \frac{|\Delta\phi^T \cdot \delta\phi(\delta D_i)|^2}{(\Delta\phi^T \cdot \Delta\phi) \cdot \left([\delta\phi(\delta D_i)]^T \cdot \delta\phi(\delta D_i) \right)}, \quad (2.8)$$

gdzie $\delta\omega(\delta D_i)$ oraz $\delta\phi(\delta D_i)$ oznaczają odpowiednio teoretyczną zmianę częstości oraz postaci drgań własnych, gdy wystąpiły uszkodzenia o rozmiarze i położeniu określonym przez macierz δD_i . Natomiast $\Delta\omega$ oraz $\Delta\phi$ określają faktyczną zmianę częstości oraz postaci drgań własnych. Ilość uszkodzeń oraz ich rozmiar otrzymuje się zatem minimalizując funkcję celu J w zależności od współczynników macierzy δD .

Skuteczność działania metod modelowych zależy przede wszystkim od dokładności modelu. Powoduje to, że dla złożonych struktur implementacja metod tego rodzaju może być bardzo skomplikowana lub wręcz niemożliwa do zrealizowania. Z tego powodu powstał szereg metod detekcji i lokalizacji uszkodzeń, których działanie polega na analizie danych uzyskanych jedynie z badań eksperymentalnych. Metody te zostały omówione w kolejnych punktach.

2.2 Metody względne

Kolejne podejście wykorzystywane w wibracyjnych metodach detekcji uszkodzeń polega na porównaniu wyników z dwóch eksperymentów przeprowadzonych dla konstrukcji w różnym okresie jej eksploatacji. Pojawienie się rozbieżności w uzyskanych danych pomiarowych może świadczyć o zmianie stanu technicznego, a więc i występowaniu uszkodzenia.

2.2.1 Kryterium MAC i COMAC

Doebing i inni [34] oraz West [35] jako pierwsi pokazali możliwość wykorzystania postaci drgań własnych do detekcji uszkodzeń bez konieczności modelowania badanej struktury. West [36] wykorzystał współczynnik MAC do określenia korelacji pomiędzy wynikami uzyskanymi z pomiarów elementów konstrukcji nieuszkodzonego wahadłowca orbitalnego, a postaciami drgań własnych tych samych elementów po tym jak zostały poddane obciążeniu akustycznemu.

Współczynnik MAC pierwotnie został zaproponowany przez Allemang'a i Brown'a [37] i daje informację o tym, czy uszkodzenie wystąpiło, nie pozwalając określić jego lokalizacji:

$$MAC_{mn} = \frac{\left| \sum_{i=1}^{N_i} (\phi_{i,m} \phi_{i,n}^*) \right|^2}{\left(\sum_{i=1}^{N_i} |\phi_{i,m}|^2 \right) \left(\sum_{i=1}^{N_i} |\phi_{i,n}^*|^2 \right)}, \quad (2.9)$$

gdzie $\phi_{i,m}$ i $\phi_{i,n}^*$ to wartość w i 'tym punkcie m 'tej i n 'tej postaci drgań własnych badanej struktury odpowiednio w stanie referencyjnym i w stanie aktualnym.

Wartości na przekątnej macierzy MAC przyjmują wartości z zakresu od 0 do 1 wskazując korelację pomiędzy parą postaci drgań własnych obiektu w stanie aktualnym i w stanie referencyjnym. Wartość 0 wskazuje na zupełny brak korelacji, a wartość 1 na korelację całkowitą.

Naturalnym rozwinięciem współczynnika MAC jest współczynnik COMAC zaprezentowany przez Liven'a i Ewins'a [38]. W przeciwieństwie do MAC nie wskazuje on, które z postaci drgań własnych uległy zmianie lecz miejsce, gdzie te zmiany są największe. Współczynnik COMAC można wyznaczyć z zależności:

$$COMAC_i = \frac{\left(\sum_{m=1}^{N_m} |\phi_{i,m} \phi_{i,m}^*| \right)^2}{\left(\sum_{m=1}^{N_m} |\phi_{i,m}|^2 \right) \left(\sum_{m=1}^{N_m} |\phi_{i,m}^*|^2 \right)}, \quad (2.10)$$

gdzie $\phi_{i,m}$ i $\phi_{i,m}^*$ to wartość w i 'tym punkcie m 'tej postaci drgań własnych badanej struktury odpowiednio w stanie referencyjny i aktualnym.

Maksymalną wartością współczynnika COMAC jest 1, co oznacza, że para postaci drgań własnych w punkcie i jest identyczna. Im ta wartość jest mniejsza, tym większa rozbieżność pomiędzy postaciami drgań własnych w rozpatrywanym punkcie. Z uwagi na to, że w większości pozostałych metod lokalizację uszkodzenia wyznacza się poszukując maksymalnej wartości współczynnika, często stosuje się współczynnik 1-MAC oraz 1-COMAC [39].

Podsumowując można stwierdzić, że współczynnik MAC ma charakter globalny i wskazuje, która z postaci drgań własnych uległa największej zmianie. Współczynnik COMAC natomiast ma charakter lokalny i może być wykorzystany jako wskaźnik lokalizacji uszkodzenia.

2.2.2 Zmiany krzywizny postaci drgań własnych.

Pandey i inni [40] w 1991 jako pierwsi zaproponowali użycie krzywizny postaci drgań własnych (z ang. *Mode Shape Curvature*, w skrócie MSC) jako narzędzia do detekcji uszkodzeń. Udowodnili, że uszkodzenie konstrukcji powoduje zmiany w krzywiznie postaci drgań własnych, co może zostać wykorzystane jako dobry wskaźnik detekcji i lokalizacji uszkodzenia. Jeżeli znane są postacie drgań własnych dla badanego obiektu zarówno przed jak i po wystąpieniu uszkodzenia, krzywizna postaci drgań własnych w każdym z punktów pomiarowych może zostać obliczona numerycznie metodą przybliżonej różnicy centralnej opisanej zależnością:

$$\phi_i'' = \frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{h^2}, \quad (2.11)$$

gdzie ϕ'' jest krzywizną postaci drgań własnych, h jest odległością pomiędzy kolejnymi punktami pomiarowymi postaci drgań własnych oznaczonych symbolem ϕ .

Qiao i inni [41] zaproponowali, by do wyznaczenia krzywizny postaci drgań własnych użyć różnicy centralnej czwartego rzędu:

$$\phi_i'' = \frac{-\phi_{i+2} + 16\phi_{i+1} - 30\phi_i + 16\phi_{i-1} - \phi_{i-2}}{12h^2}. \quad (2.12)$$

Największe prawdopodobieństwo wystąpienia uszkodzenia istnieje w punkcie, w którym wartość absolutna wyliczonej różnicy krzywizny postaci drgań własnych obiektu uszkodzonego i w stanie referencyjnym jest największa:

$$\Delta\phi_{i,m}'' = |\phi_{i,m}''^* - \phi_{i,m}''|, \quad (2.13)$$

gdzie $\phi_{i,m}''$ i $\phi_{i,m}''^*$ to wartości krzywizny m 'tych postaci drgań własnych w punkcie i 'tym odpowiednio stanu referencyjnego i aktualnego.

W przypadku wykorzystania wielu postaci drgań własnych, wskaźnik uszkodzenia bazujący na zmianie krzywizny postaci drgań własnych MSC wylicza się sumując wskaźniki dla każdej pary postaci drgań własnych:

$$MSC_i = \sum_{m=1}^{N_m} \Delta\phi_{i,m}'' \quad (2.14)$$

Ten sam wskaźnik może być wyprowadzony dla obiektów dwuwymiarowych i trójwymiarowych, w których pomiary wykonywane są w punktach rozmieszczonych po powierzchni. Krzywizna postaci drgań własnych otrzymywana jest wówczas jako suma drugich pochodnych postaci w obu kierunkach ϕ_i i ϕ_j :

$$\phi_{ij}'' = \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j-1} - 4\phi_{ij} + \phi_{i+1,j} + \phi_{i,j+1}. \quad (2.15)$$

Wskaźnik uszkodzenia przyjmuje wówczas postać:

$$MSC_{-2D_{ij}} = \sum_{m=1}^{N_m} \left| \phi_{ij,m}^{n*} - \phi_{ij,m}'' \right|, \quad (2.16)$$

gdzie $\phi_{ij,m}''$ oraz $\phi_{ij,m}^{n*}$ oznaczają wartości krzywizny m 'tej postaci drgań własnych w punkcie określonym współrzędnymi (i, j) obiektu odpowiednio w stanie referencyjnym oraz w stanie aktualnym.

Według Maia i innych [42], Ho i Ewins [43], bazując na metodzie Pandey'a [40], zaproponowali użycie wartości kwadratowej krzywizny postaci drgań własnych (z ang. *Mode Shape Curvature Squared*, w skrócie MSCS) do wyliczenia wskaźnika miejsca uszkodzenia w następujący sposób:

$$\Delta\phi_{i,m}^{n2} = \left| \left(\phi_{i,m}^{n*} \right)^2 - \left(\phi_{i,m}'' \right)^2 \right|, \quad (2.17)$$

gdzie $\phi_{i,m}''$ i $\phi_{i,m}^{n*}$ to wartości krzywizny m 'tych postaci drgań własnych w punkcie i 'tym odpowiednio stanu referencyjnego i aktualnego.

W przypadku wykorzystania więcej niż jednej postaci drgań własnych, wskaźnik MSCS wylicza się sumując wskaźniki dla każdej z pary postaci drgań własnych:

$$MSCS_i = \sum_{m=1}^{N_m} \Delta\phi_{i,m}^{n2}. \quad (2.18)$$

Lestari i inni [44] poza lokalizacją uszkodzenia przy użyciu metody MSC (w pracy zwaną *Curvature Damage Factor*, w skrócie CDF) przedstawili algorytm wyznaczania rozmiaru uszkodzenia. Wyniki potwierdzono badając belki kompozytowe [45].

W sposób analogiczny do metod MSC i MSC_{2D}, metodę tę można zastosować dla obiektów dwuwymiarowych:

$$MSCS_{-2D_{ij}} = \sum_{m=1}^{N_m} \left| \left(\phi_{ij,m}^{n*} \right)^2 - \left(\phi_{ij,m}'' \right)^2 \right|, \quad (2.19)$$

gdzie $\phi_{ij,m}''$ oraz $\phi_{ij,m}^{n*}$ oznaczają wartości krzywizny m 'tej postaci drgań własnych w punkcie określonym współrzędnymi (i, j) obiektu odpowiednio w stanie referencyjnym oraz w stanie aktualnym.

Maia i inni [42] porównali skuteczność przedstawionych w rozprawie metod lokalizacji uszkodzenia polegających na wyznaczeniu różnicy postaci drgań własnych (z ang. *Mode Shape* - MS), nachyleniu postaci drgań własnych (z ang. *mode shape slope* - MSS), krzywizny postaci drgań własnych - MSC, wartości kwadratowej krzywizny postaci drgań własnych - MSCS oraz współczynnika uszkodzenia DI (z ang. *Damage Index*), który zostanie omówiony w dalszej części pracy.

2.2.3 Zmiany energii odkształcenia sprężystego

Cronwell [46] zasugerował, aby podzielić konstrukcję na niewielkie fragmenty. Jeśli w jednym z nich wystąpi uszkodzenie, to zmiana jego sztywności może zostać wykorzystana jak wskaźnik uszkodzenia.

Rozpatrując model belki Eulera-Bernoulliego, zgromadzona w układzie energia odkształcenia (z ang. *Strain Energy*, w skrócie SE) wyrażona jest zależnością:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx, \quad (2.20)$$

gdzie E jest modułem Younga materiału, L długością belki, I momentem bezwładności jej przekroju poprzecznego, a w w odkształceniu. Energia odkształcenia związana z m 'tą postacią drgań własnych (z ang. *Modal Strain Energy*, w skrócie MSE) jest definiowana jako:

$$U_m = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx. \quad (2.21)$$

Dzieląc belkę na N_i fragmentów, modalna energia odkształcenia związana z i 'tym fragmentem dla m 'tej postaci drgań własnych przyjmuje postać:

$$U_{i,m} = \frac{1}{2} \int_{a_i}^{a_{i+1}} (EI)_i \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx. \quad (2.22)$$

Zatem energia cząstkowa $F_{i,m}$ jest określona jako:

$$F_{i,m} = \frac{U_{i,m}}{U_m} \quad \text{oraz} \quad \sum_{i=1}^{N_i} F_{i,m} = 1. \quad (2.23)$$

Jeśli założyć dostatecznie dużą liczbę fragmentów, na które podzieli się belkę, można przyjąć, że sztywność zginania określona iloczynem $(EI)_i$, dla każdego z fragmentów jest stała w jego obszarze. Zatem $F_{i,m}$ przyjmuje postać:

$$F_{i,m} = \frac{\frac{1}{2}(EI)_i \int_{a_i}^{a_{i+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx}{U_m}. \quad (2.24)$$

Wyprowadzając w analogiczny sposób wyrażenie na energię cząstkową dla belki uszkodzonej oraz zakładając, że uszkodzenie znajduje się jedynie we fragmencie, dla którego $i = p$, otrzymamy zależność:

$$\frac{\frac{1}{2}(EI)_p \int_{a_p}^{a_{p+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx}{U_m} = \frac{\frac{1}{2}(EI)_p^* \int_{a_p}^{a_{p+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx}{U_m^*}. \quad (2.25)$$

Jeśli wartość sztywności na zginanie jest stała na całej długości belki nieuszkodzonej i uszkodzonej, można przyjąć, że $(EI)_i$ oraz $(EI)_i^*$ odpowiednio dla U_m oraz U_m^* są w przybliżeniu takie same. Tak więc, równanie (2.25) może zostać przekształcone tak, by określało zmianę sztywności elementu spowodowaną wystąpieniem uszkodzenia:

$$\frac{(EI)_i}{(EI)_i^*} = \frac{\int_{a_p}^{a_{p+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx / \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx}{\int_{a_i}^{a_{i+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx / \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx} \equiv \frac{f_{i,m}^*}{f_{i,m}}. \quad (2.26)$$

Uwzględniając wszystkie mierzone postacie drgań własnych N_m współczynnik uszkodzenia bazujący na zmianie energii modalnej odkształcenia MSE_i przyjmuje postać:

$$MSE_i = \frac{\sum_{m=1}^{N_m} \int_{a_i}^{a_{i+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx}{\sum_{m=1}^{N_m} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx} / \frac{\sum_{m=1}^{N_m} \int_{a_i}^{a_{i+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx}{\sum_{m=1}^{N_m} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx}. \quad (2.27)$$

Analogiczne rozwiązanie można przeprowadzić dla obiektów dwuwymiarowych (np. płyty). W tym przypadku, energia odkształcenia sprężystego związana z m 'tą posta-

cią drgań własnych zdefiniowana przez Younga [47] jest wyrażona następującym równaniem:

$$U_m = \frac{D}{2} \int_0^H \int_0^W \left[\left(\frac{\partial^2 w_m}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w_m}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 w_m}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w_m}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w_m}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy, \quad (2.28)$$

gdzie $D = Eh^3 / 12(1-\nu^2)$ to sztywność na zginanie płyty, h to grubość płyty, ν liczba Poisson'a, H i W to odpowiednio wysokość i szerokość płyty. Energia odkształcenia związana z postacią drgań własnych $\phi_m(x, y)$ może być wyrażona następującym równaniem:

$$U_m = \frac{D}{2} \int_0^H \int_0^W \left[\left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy. \quad (2.29)$$

Dzieląc płytę na $N_i \times N_j$ fragmentów odpowiednio w osi x i y , dla pojedynczego fragmentu (i, j) otrzymujemy energię odkształcenia związaną z m 'tą postacią drgań własnych określoną zależnością:

$$U_{ij,m} = \frac{D_{ij}}{2} \int_{b_j}^{b_{j+1}} \int_{a_i}^{a_{i+1}} \left[\left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy. \quad (2.30)$$

Tak więc całkowita energia odkształcenia dla m 'tej postaci drgań własnych wynosi:

$$U_m = \sum_i^{N_i} \sum_j^{N_j} U_{ij,m}. \quad (2.31)$$

Energia cząstkowa względna związana z m 'tą postacią drgań własnych dla fragmentu określonego numerem kolumny i wiersza (i, j) jest definiowana jako:

$$F_{ij,m} = \frac{U_{ij,m}}{U_m} \quad \text{oraz} \quad \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} F_{ij,m} = 1. \quad (2.32)$$

Przyjmując założenia takie jak w przypadku belki, zmiana sztywności konstrukcji może być wyrażona poprzez równanie:

$$\frac{D_{ij}}{D_{ij}^*} = \frac{f_{ij,m}^*}{f_{ij,m}}, \quad (2.33)$$

gdzie:

$$f_{ij,m} = \frac{\int_{b_j}^{b_{j+1}} \int_{a_i}^{a_{i+1}} \left[\left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy}{\int_0^H \int_0^W \left[\left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy}, \quad (2.34)$$

gdzie ν to liczba Poisson'a, H i W to odpowiednio wysokość i szerokość płyty, a_i i b_j to współrzędne początku segmentu (i, j) , a ϕ_m to m 'ta postać drgań własnych.

Współczynnik $f_{ij,m}^*$ jest wyznaczany analogicznie jak we wzorze (2.34) podstawiając postać drgań własnych obiektu uszkodzonego ϕ^* zamiast postaci drgań własnych ϕ obiektu w stanie referencyjnym. Uwzględniając większą liczbę analizowanych postaci drgań własnych, współczynnik uszkodzenia przyjmuje ostateczną postać:

$$MSE_{-2D_{ij}} = \frac{\sum_{m=1}^{N_m} f_{ij,m}^*}{\sum_{m=1}^{N_m} f_{ij,m}}. \quad (2.35)$$

Hu i Wang'a [48] sprawdzili skuteczność działania metody MSE do wykrywania pęknięć powierzchniowych w płycie kompozytowej. Autorzy sprawdzili skuteczność metody dla trzech różnych numerycznych modeli płyty oraz wykonując badania eksperymentalne. Autorzy potwierdzili możliwość lokalizacji uszkodzenia metodą MSE w sensie globalnym, gdzie były analizowane dane z całej badanej struktury oraz lokalnym, gdzie badany obszar ograniczał się do fragmentu struktury zawierającego pęknięcie.

Huiwen i Chengbo [49] zaproponowali własny współczynnik uszkodzenia dla obiektów typu płyta, bazujący na metodzie MSE. Podejście to zakładało wyznaczenie współczynnika SE dla wybranego fragmentu rozpatrywanej struktury, używając metody kwadratur różniczkowych. W następnej kolejności obszar ten był przesuwany o odległość jednego punktu pomiarowego, a wskaźnik MSE wyznaczany ponownie. Operacja ta powtarzana jest do momentu pokrycia powierzchni całej płyty przesuwany oknem. Wyznaczone wskaźniki lokalne sumowane są w jeden wskaźnik globalny nazwany SDIM (z ang. *Scanning Damage Index Method*). Metoda ta z powodzeniem zweryfikowana zosta-

ła podczas badań eksperymentalnych na płycie wykonanej ze stopu aluminium, w której znajdowało się powierzchniowe pęknięcie.

2.2.4 Wskaźnik uszkodzenia DI

Stubbs i inni [50] zaproponowali przesunięcie osi referencyjnej iloczynu $f_{i,m}^*/f_{i,m}$ tak, aby uniknąć możliwości wystąpienia problemów związanych z jego osobliwością. Użyto następującego przybliżonego wyrażenia, gdzie początek układu współrzędnych (punkt odniesienia) jest przesuwany z $f_{i,m}=0$ na $f_{i,m}=-1$ dla stanu nieuszkodzonego:

$$f_{i,m} \rightarrow 1 + f_{i,m}, \quad (2.36)$$

oraz analogicznie dla stanu uszkodzonego z $f_{i,m}^*=0$ na $f_{i,m}^*=-1$:

$$f_{i,m}^* \rightarrow 1 + f_{i,m}^*. \quad (2.37)$$

Zatem wskaźnik uszkodzenia, jest zdefiniowany następująco [51,52]:

$$\beta_{i,m} = \frac{1 + f_{i,m}^*}{1 + f_{i,m}} = \frac{\left[\int_{a_i}^{a_{i+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx \right] \cdot \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx}{\left[\int_{a_i}^{a_{i+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx \right] \cdot \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx}, \quad (2.38)$$

gdzie L jest długością struktury, a_i i a_{i+1} to granice rozpatrywanego fragmentu wyznaczone przez punkty pomiarowe oznaczone odpowiednio jako i oraz $i+1$. Symbolami ϕ_m i ϕ_m^* oznaczono m 'te postacie drgań własnych w stanie referencyjnym i aktualnym.

Rozpatrując wszystkie dostępne postacie drgań własnych N_m wskaźnik uszkodzenia nazwany Damage Index (w skrócie DI) jest wyrażony jako:

$$DI_i = \sum_{m=1}^{N_m} \frac{\left[\int_{a_i}^{a_{i+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx \right] \cdot \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx}{\left[\int_{a_i}^{a_{i+1}} \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 dx \right] \cdot \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx}. \quad (2.39)$$

Upraszczając wzór do postaci, w której dla każdego segmentu mierzonego obiektu przyjmujemy jedną wartość krzywizny postaci drgań własnych, wskaźnik uszkodzenia można zapisać jako [52]:

$$DI_i = \sum_{m=1}^{N_m} \frac{\left((\phi_{i,m}^{n*})^2 + \sum_{i=1}^{N_i} (\phi_{i,m}^{n*})^2 \right) \cdot \sum_{i=1}^{N_i} (\phi_{i,m}^{n*})^2}{\left((\phi_{i,m}^n)^2 + \sum_{i=1}^{N_i} (\phi_{i,m}^n)^2 \right) \cdot \sum_{i=1}^{N_i} (\phi_{i,m}^{n*})^2}, \quad (2.40)$$

gdzie $\phi_{i,m}^n$ i $\phi_{i,m}^{n*}$ to wartości krzywizny m 'tych postaci drgań własnych w punkcie i 'tym odpowiednio dla stanu referencyjnego i aktualnego.

Choi i inni [53] zaproponowali użycie dodatkowej operacji normalizowania wartości krzywizny postaci drgań własnych w zależności od maksymalnej wartości odpowiedniej postaci drgań własnych. Metodę tę nazwali zmodyfikowanym współczynnikiem uszkodzenia (ang. *Modified Damage Index*, w skrócie MDI), który wyznacza się następująco:

$$MDI_i = \sum_{m=1}^{N_m} \frac{\left[\int_{a_i}^{a_{i+1}} \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx \right] \cdot \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx}{\left[\int_{a_i}^{a_{i+1}} \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}_m}{\partial x^2} \right)^2 dx + \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}_m}{\partial x^2} \right)^2 dx \right] \cdot \int_0^L \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}_m^*}{\partial x^2} \right)^2 dx}, \quad (2.41)$$

gdzie $\bar{\phi}_m^n$ oraz $\bar{\phi}_m^{n*}$ to znormalizowane względem wartości maksymalnej krzywizny m 'tych postaci drgań własnych odpowiednio dla stanu referencyjnego i aktualnego. Upraszczając wzór (2.41) do postaci, w której dla każdego segmentu rozpatrywanego obiektu przyjmujemy jedną wartość krzywizny otrzymamy:

$$MDI_i = \sum_{m=1}^{N_m} \frac{\left((\bar{\phi}_{i,m}^{n*})^2 + \sum_{i=1}^{N_i} (\bar{\phi}_{i,m}^{n*})^2 \right) \cdot \sum_{i=1}^{N_i} (\bar{\phi}_{i,m}^n)^2}{\left((\bar{\phi}_{i,m}^n)^2 + \sum_{i=1}^{N_i} (\bar{\phi}_{i,m}^n)^2 \right) \cdot \sum_{i=1}^{N_i} (\bar{\phi}_{i,m}^{n*})^2}. \quad (2.42)$$

Zmiana ta umożliwia bardziej skuteczne stosowanie metody do detekcji wielokrotnych uszkodzeń. Potwierdzono to eksperymentalnie na przykładzie pomiarów drewnianych belek z nacięciami [53].

Dla obiektów typu płyta wyprowadzenie współczynnika DI_{2D} na podstawie współczynnika SE_{2D} przebiega analogicznie jak w przypadku wyprowadzania współczynnika DI , tzn. przesuując punkt odniesienia zgodnie z zależnością:

$$\beta_{ij,m} = \frac{1 + f_{ij,m}^*}{1 + f_{ij,m}}. \quad (2.43)$$

Po uwzględnieniu wszystkich dostępnych postaci drgań własnych:

$$DI_{2D_{ij}} = \sum_{m=1}^{N_m} \frac{\left(\int_{b_j}^{b_{j+1}} \int_{a_i}^{a_{i+1}} \varphi_m^*(x,y) dx dy + \int_0^H \int_0^W \varphi_m^*(x,y) dx dy \right) \cdot \int_0^H \int_0^W \varphi_m(x,y) dx dy}{\left(\int_{b_j}^{b_{j+1}} \int_{a_i}^{a_{i+1}} \varphi_m(x,y) dx dy + \int_0^H \int_0^W \varphi_m(x,y) dx dy \right) \cdot \int_0^H \int_0^W \varphi_m^*(x,y) dx dy}, \quad (2.44)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \varphi_m(x,y) &= \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 \phi_m}{\partial x \partial y} \right)^2, \\ \varphi_m^*(x,y) &= \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial y^2} \right) + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 \phi_m^*}{\partial x \partial y} \right)^2, \end{aligned} \quad (2.45)$$

a_i i b_j to współrzędne początku segmentu (i, j) .

Upraszczając wyrażenie (2.44) do sytuacji, w której krzywiznę pola segmentu (i, j) zastępujemy jedną wartością, otrzymamy:

$$DI_{2D_{ij}} = \sum_{m=1}^{N_m} \frac{\left[\left(\phi_{ij,m}^{n*} \right)^2 + \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{i=1}^{N_i} \left(\phi_{ij,m}^{n*} \right)^2 \right] \cdot \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{i=1}^{N_i} \left(\phi_{ij,m}^n \right)^2}{\left[\left(\phi_{ij,m}^n \right)^2 + \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{i=1}^{N_i} \left(\phi_{ij,m}^n \right)^2 \right] \cdot \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{i=1}^{N_i} \left(\phi_{ij,m}^{n*} \right)^2}, \quad (2.46)$$

gdzie $\phi_{ij,m}^n$ i $\phi_{ij,m}^{n*}$ to wartości krzywizny m 'tej postaci drgań własnych w punkcie (i, j) odpowiednio dla stanu referencyjnego i aktualnego, oraz przyjmując:

$$MDI - 2D_{ij} = \sum_{m=1}^{N_m} \frac{\left((\bar{\phi}_{ij,m}^{n*})^2 + \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{i=1}^{N_i} (\bar{\phi}_{ij,m}^{n*})^2 \right) \cdot \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{i=1}^{N_i} (\bar{\phi}_{ij,m}^n)^2}{\left((\bar{\phi}_{ij,m}^n)^2 + \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{i=1}^{N_i} (\bar{\phi}_{ij,m}^n)^2 \right) \cdot \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{i=1}^{N_i} (\bar{\phi}_{ij,m}^{n*})^2}, \quad (2.47)$$

gdzie $\bar{\phi}_{ij,m}^n$ i $\bar{\phi}_{ij,m}^{n*}$ to wartości znormalizowanej względem wartości maksymalnej krzywizny m 'tej postaci drgań własnych w punkcie (i, j) odpowiednio dla stanu referencyjnego i aktualnego, N_i to liczba mierzonych punktów w osi x, N_j to liczba mierzonych punktów w osi y, a N_m to liczba mierzonych postaci drgań własnych.

Sampaio i inni [52] zaproponowali, aby zamiast postaci drgań własnych wykorzystać wartości ugięcia eksploatacyjnego (z ang. *Operational Deflection Shape* - ODS) uzyskanego z funkcji odpowiedzi częstotliwościowej FRF. Potwierdzeniem skuteczności metody opartej na takim podejściu było porównanie wyników uzyskanych dla modelu belki oraz pomiarów z mostu I-40 metodami DI oraz MSC z wykorzystaniem postaci drgań własnych oraz ugięcia eksploatacyjnego. Maia i inni [42] wykorzystując to samo podejście do lokalizacji uszkodzenia zdefiniowali odpowiednio metody takie jak FRF-based Mode Shape, FRF-based Mode Shape Slope, FRF-based Mode Shape Curvature, FRF-based Mode Shape Curvature Square FRF-based Damage Index. Z tego porównania wynika, że metody oparte na krzywiznie postaci drgań własnych dają najlepsze rezultaty w lokalizacji uszkodzeń. Jednak już w tej pracy zauważono, że zwiększanie informacji poprzez gęstsze pomiary zarówno jeśli chodzi o częstotliwość jak i rozmieszczenie punktów pomiarowych może prowadzić do pogorszenia wyników zamiast ich polepszenia, jak może podpowiadać intuicja. Zagadnienie to zostało dokładnie przestudiowane przez Sazanov'a [54]. Wyprowadził on zależności na optymalną gęstość rozmieszczania punktów pomiarowych do identyfikacji postaci drgań własnych dla metod MSC oraz SE, gdy nie wykorzystuje się technik usuwania zakłóceń. Praca ta pokazuje, że zarówno zbyt mała rozdzielczość jak i zbyt duża wpływają na pogorszenie skuteczności działania tych metod.

2.2.5 Zmiany podatności

Kolejnym rodzajem metody lokalizacji uszkodzenia na podstawie pomiarów dynamiki konstrukcji jest metoda wykorzystująca macierze podatności, w celu oszacowania zmian w zachowaniu konstrukcji pod obciążeniem statycznym [55]. Ponieważ macierz podatności $[F]$ może być zdefiniowana jako macierz odwrotna do macierzy sztywności, możliwe jest określenie odkształcenia konstrukcji u pod wpływem przyłożonej siły statycznej f jako:

$$\{u\} = [F]\{f\}. \quad (2.48)$$

Natomiast macierz podatności można wyznaczyć znając postacie i częstotliwości drgań własnych z zależności:

$$[F] = [\phi][\Omega]^{-1}[\phi]^T = \sum_{m=1}^{N_m} \frac{1}{\omega_m^2} \{\phi_m\}\{\phi_m\}^T, \quad (2.49)$$

gdzie $[\phi] = [\{\phi_1\}, \{\phi_2\}, \dots, \{\phi_{N_m}\}]$ to macierz postaci drgań własnych, $\{\phi_m\}$ to m 'ta postać drgań własnych. Wartości znajdujące się na przekątnej macierzy sztywności $[\Omega]$ odpowiadają wartości ω_m^2 , gdzie ω_m jest m 'tą częstotliwością drgań własnych. Każda kolumna macierzy podatności $[F]$ reprezentuje rozkład przemieszczeń konstrukcji pod wpływem jednostkowej siły przyłożonej w punkcie będącym numerem kolumny.

W analogiczny sposób wyznacza się macierz podatności uszkodzonej konstrukcji:

$$[F^*] = [\phi^*][\Omega^*]^{-1}[\phi^*]^T = \sum_{m=1}^{N_m} \frac{1}{\omega_m^{2*}} \{\phi_m^*\}\{\phi_m^*\}^T. \quad (2.50)$$

Jeżeli wyznaczono macierz podatności dla konstrukcji zarówno przed jak i po wystąpieniu uszkodzenia, to macierz zmian $[\Delta]$ określa zależność:

$$[\Delta] = |F^* - F|. \quad (2.51)$$

Dla każdej kolumny macierzy zmian $[\Delta]$ można wyznaczyć maksymalną, bezwzględną wartość jako:

$$\bar{\delta}_i = \max |\delta_{i,m}|, \quad (2.52)$$

gdzie $\delta_{i,m}$ to elementy macierzy $[\Delta]$ odpowiadające zmianom podatności w i 'tym punkcie pomiarowym dla m 'tej postaci drgań własnych.

Największa wartość wskaźnika $\bar{\delta}_i$ określa miejsce, gdzie wystąpiła największa zmiana podatności konstrukcji. Może ona zostać wykorzystana jako wskaźnik lokalizacji uszkodzenia. Metoda ta została przedstawiona przez Pandey'a i Biswas'a [56].

Bazując na metodzie zmian podatności oraz zmianie krzywizny postaci drgań własnych Zhang i Aktan [57] zaproponowali alternatywną metodę lokalizacji uszkodzenia. Głównym założeniem zaproponowanej metody jest to, że miejscowe zmniejszenie sztywności konstrukcji powoduje wzrost krzywizny podatności w tym punkcie.

W metodzie tej aproksymacja macierzy podatności wyliczana jest na podstawie parametrów modalnych osobno dla obiektu przed jak i po uszkodzeniu, w ten sam sposób co w powyższej metodzie (wzory (2.49) i (2.50)). Zmianę krzywizny wylicza się następująco:

$$[\Delta] = \sum_{m=1}^{N_m} \left| \{F_m^*\}'' - \{F_m\}'' \right|. \quad (2.53)$$

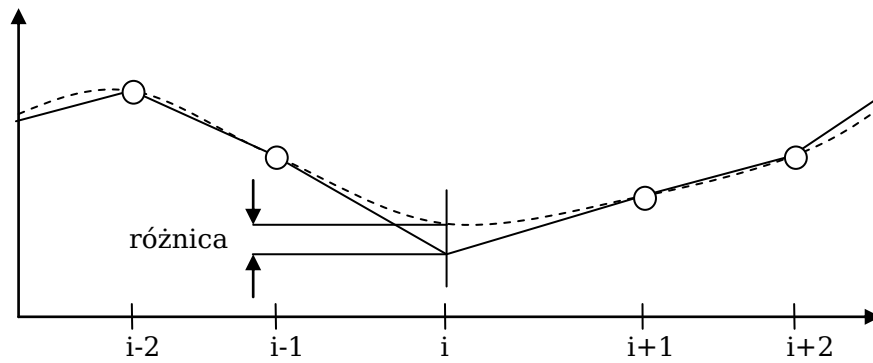
2.3 Metody bezwzględne

W wielu rzeczywistych sytuacjach nie ma możliwości porównania wyników uzyskanych z pomiarów w stanie aktualnym konstrukcji z wynikami wykonanymi dla konstrukcji w stanie pierwotnym. W takim wypadku z pomocą przychodzą metody bezwzględne, które do detekcji uszkodzeń wykorzystują jedynie jedną serię pomiarów. W literaturze nazywane są one również metodami współczesnymi w odróżnieniu od tradycyjnych, jakimi określa się grupę metod względnych.

2.3.1 Zmodyfikowany operator Laplace'a

Metoda ta bazuje na lokalizacji zmian w nachyleniu postaci drgań własnych spowodowanych uszkodzeniem. Ponieważ postacie drgań własnych uzyskane z pomiarów można traktować jak serię punktów pomiarowych rozłożonych w przestrzeni, drugą pochodną takiego sygnału można estymować przy użyciu równania różnicowego Laplace'a. Laplacian jednowymiarowej dyskretnej postaci drgań własnych wyrażony jest wzorem (2.11).

Ratcliffe [51] przedstawił zmodyfikowany operator Laplace'a (z ang. *Modified Laplacian Operator*, w skrócie MLO), który zwiększa czytelność otrzymywanych wyników dla sygnałów jednowymiarowych. Metoda ta polega na wyznaczeniu różnicy pomiędzy Laplacianem a wielomianem aproksymującym Laplacian. Współczynniki wielomianu są wyznaczane dla każdego punktu Laplacianu wykorzystując po dwa sąsiednie punkty znajdujące się po obu stronach punktu rozpatrywanego, co przedstawia rysunek 2.1.



Rysunek 2.1. Wyznaczanie różnicy w punkcie i pomiędzy Laplacianem —, a wielomianem aproksymującym Laplacian ---.

Skuteczność tej metody została potwierdzona przez Ratcliffe'a [51] na podstawie wyników numerycznych, następnie przez Hoerst'a i Ratcliffe'a [58] także na podstawie wyników eksperymentalnych. Qiao i inni [59,60] rozszerzyli tę metodę dla dwuwymiarowych postaci drgań własnych. W literaturze metoda MLO nazywana jest również Gapped Smooth Method (w skrócie GSM), przy czym często bada się wartość kwadratową różnicy Laplacianu i wielomianu aproksymującego.

Cao i Qiao [61] zaproponowali, aby zamiast operatora Laplace'a użyć zmienionego operatora Laplace'a nazwanego *á Trous*. Nazwa ta wzięła się od algorytmu transformacji falkowej *á Trous* zaproponowanej przez Shensa [62]. Nowe podejście umożliwia wyznaczenie krzywizny postaci drgań własnych w ujęciu wielorozdzielczościowym, co zwiększa szanse na wyodrębnienie informacji o uszkodzeniu z sygnału zawierającego zakłócenia. Maska proponowanego Laplacianu przyjmuje postać:

$$l_n = [1, \Theta_n, -2, \Theta_n, 1], \quad n \in N, \quad (2.54)$$

gdzie Θ_n jest wektorem zawierającym $n-1$ zer. Dodatkowo autorzy pracy [61] chcąc zwiększyć odporność metody na zakłócenia, włączyli do algorytmu wyznaczania Laplacianu dolnoprzepustowy filtr Gaussa. Traktując mierzoną postać drgań własnych jako dyskretną funkcję, proponowany zmodyfikowany Laplacian *á Trous* wyznaczany jest jako konwolucja:

$$\phi_{n,\sigma}'' = \phi * l_n * g_\sigma, \quad (2.55)$$

gdzie g_σ jest maską filtru Gaussa o odchyleniu standardowym σ .

2.3.2 Metoda SGSM (z ang. *Simplified Gapped-Smooth Method*)

Wang i Qiao [63] zaproponowali uproszczoną wersję GSM, którą nazwali Simplified Gapped-Smooth Method. Działanie tej metody polega na wyznaczeniu wielomianu aproksymującego funkcję, która opisuje ugięcie konstrukcji pod wpływem jednostkowego obciążenia na całej jej długości (z ang. *Unified Load Surface*, w skrócie ULS). Funkcja ULS definiowana jest jako:

$$ULS = F \cdot L, \quad (2.56)$$

gdzie F to macierz podatności, która może być wyznaczona jak w zależności (2.49), a $L = \{1, \dots, 1\}_{1 \times N_i}^T$ to wektor jednostkowy reprezentujący równomierne obciążenie na całej długości struktury.

Wielomian aproksymujący funkcję ULS można zapisać jako:

$$ULS^{approx}(x) \approx c_0 - c_1x - c_2x^2 - c_3x^3 - c_4x^4. \quad (2.57)$$

Współczynniki c_0 , c_1 , c_2 , c_3 i c_4 wyznaczone są metodą analizy regresji od funkcji ULS uzyskanej na podstawie pomiarów bądź obliczeń numerycznych.

Badanie odchylenia wartości wielomianu ULS^{approx} od funkcji ULS pozwala na określenie miejsca występowania uszkodzenia. Dla wszystkich dostępnych postaci drgań własnych współczynnik SGSM przyjmuje postać:

$$SGSM_i = \sum_{m=1}^{N_m} (ULS_{i,m} - ULS_{i,m}^{approx})^2, \quad (2.58)$$

gdzie i to numer punktu pomiarowego, m numer postaci drgań własnych, a N_m liczba dostępnych postaci drgań własnych.

2.3.3 Uogólniony wymiar fraktalny

Wymiar fraktalny (z ang. *Fractal Dimension*, w skrócie FD) pierwotnie został zaproponowany przez Mandelbrot'a [64]. W 1988 Katz zdefiniował metodę aproksymacji FD dla krzywej przy użyciu sekwencji punktów:

$$FD_M(x) = \frac{\log(n)}{\log(n) + \log\left(\frac{d(x_i, M)}{L(x_i, M)}\right)}, \quad (2.59)$$

gdzie:

$$L(x_i, M) = \sum_{k=1}^M \sqrt{(y(x_{i+k}) - y(x_{i+k-1}))^2 + (x_{i+k} - x_{i+k-1})^2}, \quad (2.60)$$

$$d(x_i, M) = \max_{1 \leq k \leq M} \sqrt{(y(x_{i+k}) - y(x_i))^2 + (x_{i+k} - x_i)^2}, \quad (2.61)$$

M jest rozmiarem okna przesuwanego wzdłuż badanej funkcji (postaci drgań własnych).

Jednakże, ta metoda nie działała poprawnie dla wyższych postaci drgań własnych dając fałszywe piki w lokalnych maksymach i minimach ich pierwszej pochodnej. Aby przezwyciężyć ten problem Wang i Qiao [63,65] zaproponowali skalowalną wersję liczenia wymiaru fraktalnego dodając współczynnik skali s . Metoda ta została nazwana uogólnionym wymiarem fraktalnym (z ang. *Generalized Fractal Dimension*, w skrócie GFD) i może być zdefiniowana w następujący sposób:

$$GFD_M(x) = \frac{\log(n)}{\log(n) + \log\left(\frac{ds(x_i, M)}{Ls(x_i, M)}\right)}, \quad (2.62)$$

gdzie:

$$Ls(x_i, M) = \sum_{k=1}^M \sqrt{(y(x_{i+k}) - y(x_{i+k-1}))^2 + s^2(x_{i+k} - x_{i+k-1})^2}, \quad (2.63)$$

$$ds(x_i, M) = \max_{1 \leq k \leq M} \sqrt{(y(x_{i+k}) - y(x_i))^2 + s^2(x_{i+k} - x_i)^2}. \quad (2.64)$$

Hadjileontiadis i Douka [66] rozszerzyli metodę GFD dla obiektów dwuwymiarowych. Potwierdzili skuteczność jej działania i wysoką odporność na zakłócenia na podstawie wyników uzyskanych z modelu numerycznego. W celu ułatwienia zapisu przyjęto, że wynik otrzymany dla obiektu jednowymiarowego ze wzoru (2.62) będzie określany jako wynik działania operatora \mathfrak{S} na sygnale wejściowym. W konsekwencji dla obiektu dwuwymiarowego operator ten jest stosowany do poziomych, pionowych oraz ukośnych jednowymiarowych plastrów dwuwymiarowej postaci drgań własnych $\phi(x, y)$, dając

w rezultacie odpowiadające im macierze wymiarów fraktalnych FD^H , FD^V oraz FD^D o wymiarach $L \times L$ i składające się z:

$$FD^H(i) = \mathfrak{I}\{\phi(i, 1:L)\}, \quad i = 1, \dots, L, \quad (2.65)$$

$$FD^V(i) = \mathfrak{I}\{\phi(1:L, i)\}, \quad i = 1, \dots, L, \quad (2.66)$$

$$FD^D(i) = \begin{cases} \mathfrak{I}\{\phi(i+1:L, 1:L-i)\}, \\ \mathfrak{I}\{\phi(1:L, 1:L)\}, & i = 1, \dots, L-1 \\ \mathfrak{I}\{\phi(1:L-i, i+1:L)\}, \end{cases} \quad (2.67)$$

Wyznaczone macierze FD^H , FD^V oraz FD^D służą do lokalizacji uszkodzenia w obiekcie typu płyta. W zależności od tego, która z macierzy wskazała wystąpienie uszkodzenia, można wnioskować o orientacji znalezionej uszkodzenia.

2.3.4 Transformacja falkowa

Transformacja falkowa (z ang. *Wavelet Transform*, w skrócie WT) może być rozpatrywana jako rozwinięcie transformacji Fouriera ze zmiennym rozmiarem i położeniem okna. Zaletą WT jest to, że pozwala na analizę lokalną sygnału z różną rozdzielczością czasowo-częstotliwościową (przestrzenno-skalową). Główną ideą stosowania transformacji falkowej w detekcji uszkodzeń jest to, że posiada ona zdolność do wykrywania osobliwości rozpatrywanej funkcji. Ponieważ uszkodzenie konstrukcji wprowadza do układu pewne zaburzenie jego dynamiki, duża wartość współczynnika falkowego może być wykorzystana do identyfikacji położenia i określenia wielkości uszkodzenia.

Falka jest to funkcja używana do dekompozycji sygnału $f(x)$ na szereg komponentów $\psi_{u,s}(x)$ otrzymanych z falki macierzystej (z ang. *Mother Wavelet*) $\psi(x)$ poprzez operację skalowania (parametr s) i translacji (parametr u) wyrażonej zależnością:

$$\psi_{u,s}(x) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{x-u}{s}\right). \quad (2.68)$$

Rozpatrując postać drgań własnych $\varphi(x)$ jako jednowymiarowy sygnał przestrzenny, ciągła transformata falkowa wyznaczana jest następująco [67,68]:

$$W\varphi(u, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) \psi\left(\frac{x-u}{s}\right) dx. \quad (2.69)$$

Nagła zmiana wartości lub impuls we współczynniku falkowym może zostać wykorzystany jako wskaźnik lokalizacji uszkodzenia.

Dla pomiarów wykonanych po powierzchni elementu transformata falkowa przyjmuje postać:

$$W\varphi(u, v, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \iint \varphi(x, y) \psi\left(\frac{x-u}{s}, \frac{y-v}{s}\right) dx dy. \quad (2.70)$$

Metody wykorzystujące transformację falkową stanowią grupę metod najszybciej rozwijających się w ostatnich latach. Ideą stosowania WT jest to, że użycie transformacji falkowej o liczbie n momentów zanikających (z ang. *Vanishing Moments*) jest analogiczne do różniczkowania sygnału n razy [67].

Rucka i Wilde [67] potwierdzili skuteczność ciągłej transformacji falkowej (z ang. *Continuous Wavelet Transform*, w skrócie CWT) w detekcji uszkodzeń przy wykorzystaniu podstawowej postaci drgań własnych dla obiektów typu belka oraz typu płyta, zarówno dla danych numerycznych jak i eksperymentalnych. Reda Taha i inni [69] przedstawili przegląd zastosowań analizy falkowej w systemach monitorowania stanu technicznego. Han i inni [70] zaproponowali, aby wykorzystać pakietową transformację falkową (z ang. *Wavelet Packet Transform*, w skrócie WPT) do analizy sygnałów wibracyjnych, definiując współczynnik uszkodzenia WPERI (z ang. *Wavelet Packet Energy Rate Index*).

2.3.5 Metoda bazująca na nieregularności postaci drgań własnych

Wang [71], a następnie Wang i Qiao [72] odpowiednio przedstawili i rozwinęli metodę detekcji uszkodzeń bazującą na nieregularności w postaciach drgań własnych spowodowanych występowaniem uszkodzenia (z ang. *Irregularity-based Damage Detection Method*). Proponowana metoda zakłada, że zmierzoną postać drgań własnych uszkodzonego elementu można rozłożyć na składową regularną (gładką) oraz na składową nieregularną, na którą składają się szumy pomiarowe oraz nieregularności postaci drgań własnych spowodowane występowaniem uszkodzenia. Tylko część nieregularna zawiera informację o uszkodzeniu, jednak jest ona z reguły niewidoczna w mierzonym sygnale, gdyż część regularna przyjmuje zdecydowanie większe wartości, przez co utrudnia identyfikację uszkodzenia. Aby ominąć ten problem, należy wyodrębnić z badanego sygnału część nieregularną. Proces ten rozpoczyna się od filtracji sygnału:

$$r(x) = (\phi \times h)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x - \tau) \cdot h(\tau) d\tau, \quad (2.71)$$

gdzie $r(x)$ jest wygładzoną postacią drgań własnych, a $h(\tau)$ to funkcja użyta do wygładzania. W dalszej kolejności uzyskana składowa regularna jest odejmowana od pierwotnej postaci drgań własnych, dając w rezultacie składową nieregularną $ir(x)$:

$$ir(x) = \phi(x) - r(x). \quad (2.72)$$

Autorzy [72] posłużyli się dwoma rodzajami filtrów dolnoprzepustowych. Pierwszym z nich był filtr gaussowski, którego funkcję wagową definiuje się:

$$h(\tau) = \frac{1}{\alpha \lambda_c} e^{-\pi \left(\frac{\tau}{\alpha \lambda_c} \right)^2}, \quad (2.73)$$

gdzie $\alpha = \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}$ i λ_c to długość fali odcięcia. Drugim użytym filtrem był filtr trójkątny, którego funkcja wagowa wyrażona jest w następujący sposób:

$$h(\tau) = \frac{1}{B} - \left(\frac{\tau}{B} \right)^2, \quad (2.74)$$

gdzie B jest długością odcięcia filtra.

Skuteczność działania tej metody do detekcji uszkodzeń, została pozytywnie zweryfikowana w pracy [72], w której przedstawiono wyniki uzyskane zarówno dla modelu jak i rzeczywistych pomiarów naciętej belki wspornikowej. Otrzymane rezultaty pozwoliły stwierdzić, że proponowana metoda nadaje się do wykrywania zarówno pojedynczych jak i wielokrotnych uszkodzeń belki.

2.4 Metody bezwzględne jako względne

W poprzednim podrozdziale (2.3) przedstawiono przegląd bezwzględnych metod detekcji uszkodzeń, które bazując na analizie jednej serii pomiarowej, umożliwiają lokalizację ewentualnego uszkodzenia. W przypadku gdy istnieje informacja o stanie referencyjnym badanego obiektu, można wykorzystać te metody do wyznaczenia wskaźnika położenia uszkodzenia osobno dla stanu aktualnego (ADI^*) oraz referencyjnego (ADI). Wyznaczenie bezwzględnej różnicy pomiędzy tymi wskaźnikami bądź wartości kwadra-

towej różnicy wskaźników umożliwia wykorzystanie metod bezwzględnych w ujęciu metod względnych:

$$RDI = |ADI - ADI^*| \quad \text{lub} \quad RDI = (ADI - ADI^*)^2. \quad (2.75)$$

Powyższe podejście zwiększa skuteczność przedstawionych metod eliminując możliwość błędnej lokalizacji uszkodzenia wynikającej z budowy analizowanego elementu, bowiem każda skokowa lokalna zmiana geometrii, sztywności czy masy elementu konstrukcji może być błędnie zidentyfikowana jako uszkodzenie.

2.5 Podsumowanie

W ostatnim czasie wibracyjne metody detekcji uszkodzeń stały się tematem zainteresowania wielu ośrodków badawczych oraz znalazły szerokie zastosowanie w przemyśle. Przegląd wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń można znaleźć w pracy [73]. Także w publikacjach [23,32,34,36,42,55,74,75,76] można znaleźć informacje dotyczące wybranych wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń.

Główną przyczyną popularności metod wibracyjnych jest to, że mogą być stosowane dla konstrukcji o dowolnych gabarytach i nie wymagają wiedzy *a priori* o miejscu, w którym mogło wystąpić uszkodzenie. Dodatkową ich zaletą jest stosunkowo niewielki koszt implementacji oraz możliwość wykonywania pomiarów w trakcie normalnej eksploatacji konstrukcji. Pojawienie się wibrometrów laserowych także przyczyniło się do popularyzacji tych metod w ostatniej dekadzie. Urządzenia te pozwalają na bezkontaktowy i bardzo dokładny pomiar prędkości drgań konstrukcji w szerokim zakresie częstotliwości i amplitudy.

Rozdział 3. Cel, zakres oraz teza pracy

3.1 Cel pracy

Na podstawie przedstawionego przeglądu literatury można stwierdzić, że istniejące wibracyjne metody detekcji uszkodzeń pozwalają na wykrywanie uszkodzeń o dużej i średniej wielkości z różną efektywnością. Pierwszym celem niniejszej pracy jest eksperymentalne zweryfikowanie i poddanie krytycznej analizie znanych z literatury wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń, a także przedstawienie sposobów na zwiększenie ich dokładności dzięki zastosowaniu cyfrowego przetwarzania sygnałów, tak by możliwe stało się wykrywanie uszkodzeń o niewielkich rozmiarach. Drugim celem jest opracowanie własnej efektywnej metody detekcji uszkodzeń bazującej na zmianie częstości drgań własnych i postaci drgań własnych konstrukcji.

3.2 Teza pracy

Badając zmiany częstotliwości i/lub postaci drgań własnych konstrukcji oraz wykorzystując metody cyfrowego przetwarzania sygnałów, można wykrywać uszkodzenia elementów konstrukcyjnych we wczesnej fazie ich rozwoju.

3.3 Zakres pracy

Do realizacji wymienionych celów i potwierdzenia postawionej tezy niezbędne jest wykonanie następujących zadań:

- Wykonanie pomiarów częstości i postaci drgań własnych belek i płyt z uszkodzeniami przy wykorzystaniu bezstykowych pomiarów laserowych.
- Zbadanie skuteczności działania znanych z literatury wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń.
- Sprawdzenie możliwości poprawy skuteczności działania istniejących metod detekcji uszkodzeń poprzez zastosowanie cyfrowego przetwarzania sygnałów.
- Opracowanie własnej metody detekcji uszkodzeń wykorzystującej zmiany częstości drgań własnych konstrukcji.
- Opracowanie metody hybrydowej, wykorzystującej zmiany częstości i postaci drgań własnych do lokalizacji uszkodzenia.

Rozdział 4. Pomiary drgań własnych wybranych elementów konstrukcyjnych

4.1 Badane elementy konstrukcyjne

Aby zweryfikować skuteczność istniejących, wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń wykonano analizy numeryczne i badania eksperymentalne dwóch rodzajów obiektów:

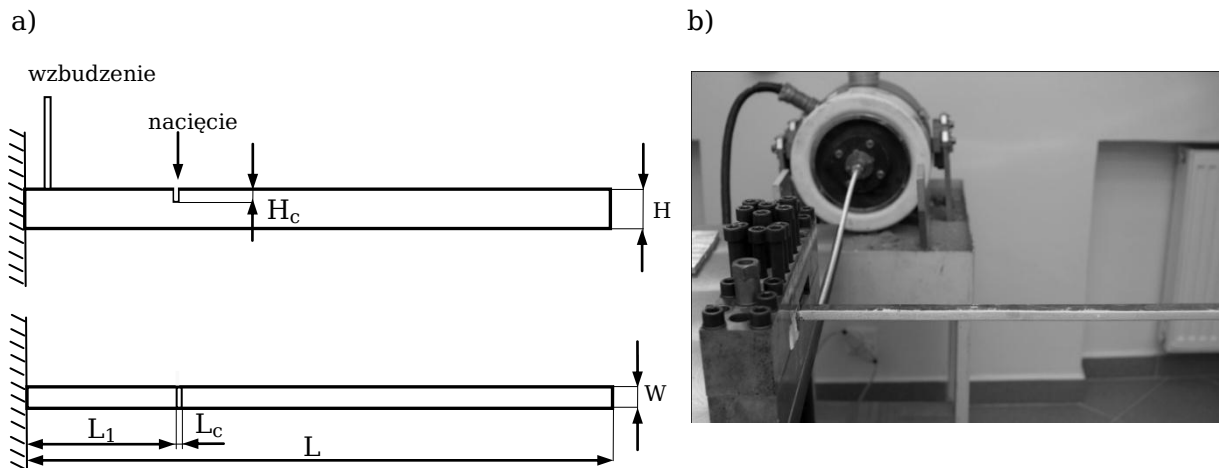
- stalowych belek wspornikowych,
- uźebrowanej płyty wykonanej ze stopu aluminium.

4.1.1 Belki wspornikowe

W przeprowadzonych badaniach wykorzystano stalowe belki wspornikowe o wymiarach 100cm x 2cm x 1cm ($L \times H \times W$), które przedstawione zostały na rysunku 4.1. Uszkodzenia wprowadzane były poprzez wykonanie nacięcia o szerokości $L_c=1$ mm, o głębokości 0.1 oraz 0.2 wysokości belki H umiejscowione w odległościach $L_1=0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ długości belki L mierząc od miejsca utwierdzenia. Dodatkowo, aby zbadać wpływ głębokości nacięcia na dynamikę badanego obiektu dla odległości $L_1=0.1L$, wykonano nacięcia o głębokości $H_c/H=0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45$ oraz 0.5.

Badania przeprowadzono również na belce wspornikowej z trzema nacięciami w odległościach $L_1=0.13L, L_2=0.3L$ oraz $L_3=0.57L$. Głębokość nacięć została ustalona na $H_c/H=0.15$. Uzyskane dane posłużyły do sprawdzenia skuteczności metod detekcji uszkodzeń w przypadku wielokrotnego uszkodzenia. Łącznie zbadano 16 różnych przypadków uszkodzeń. Dla każdego analizowanego obiektu wykonano również pomiar referencyjny.

Wstępne pomiary wykonane zostały dla 251 punktów rozmieszczonych równomiernie wzdłuż osi belki. Na podstawie późniejszej analizy metod detekcji uszkodzeń można było zmniejszyć liczbę punktów pomiarowych bez utraty dokładności lokalizacji uszkodzenia do mniej więcej połowy wstępnie przyjętej liczby punktów. Dalsze zmniejszenie liczby punktów prowadziło już do zmniejszenia dokładności części wskaźników. Ostatecznie pomiary wykonano zatem dla 121 punktów.



Rysunek 4.1. Stalowa belka wspornikowa a) schemat b) obiekt rzeczywisty.

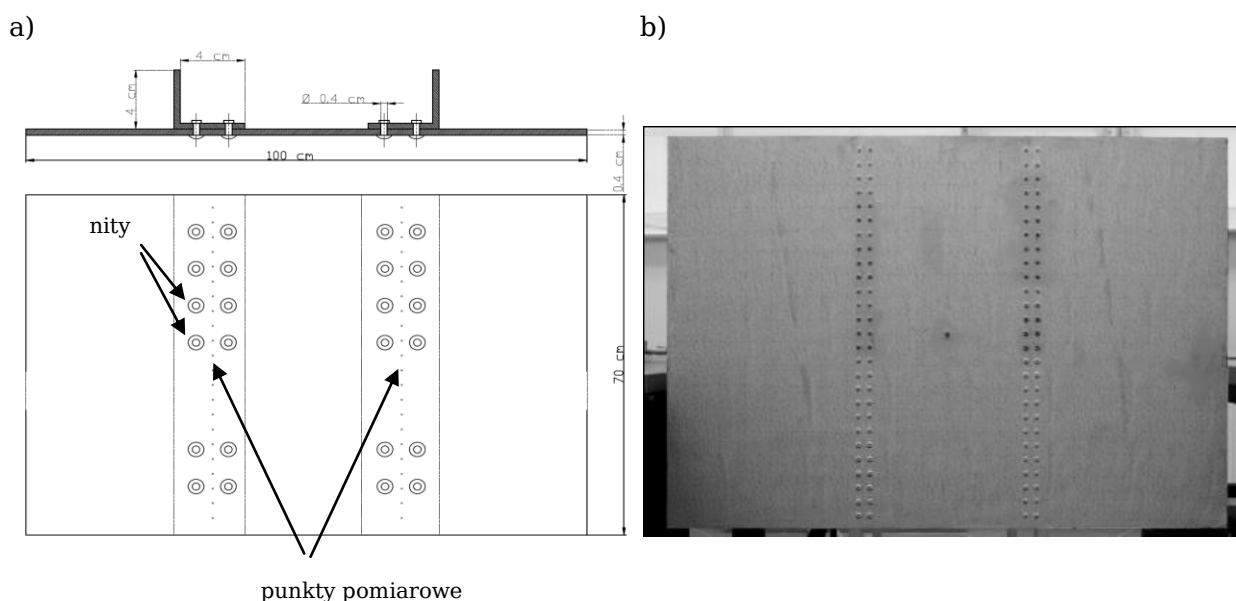
Badana belka wspornikowa została również zamodelowana metodą elementów skończonych. Model został wykonany w środowisku Matlab®, bazując na teorii belki Timoshenko [77,78,79]. Belkę podzielono na 120 elementów skończonych, a uszkodzenie symulowano zmniejszając moduł Younga wybranego pojedynczego elementu. Jest to zgrubne przybliżenie uszkodzenia belki, jednak wystarczające do realizacji postawionych celów. Dane materiałowe przyjęte dla modelu numerycznego przedstawiono w tabeli 4.1.

Tabela 4.1. Dane materiałowe dla stalowej belki.

Moduł Younga E	210 GPa
Gęstość	7860 kg/m ³

4.1.2 Uzębrowana płyta

Drugim elementem konstrukcyjnym, który został poddany badaniom była płyta wykonana ze stopu aluminium o wymiarach 70cm x 100cm x 0.4cm, pokazana na rysunku 4.2. Dwa żebra usztywniające o długości 70cm, wykonane ze tego samego stopu, zostały przynitowane do płyty dwoma rzędami, po 27 nitów każde (łącznie 108 nitów). Płytę zawieszono na dwóch cienkich stalowych linkach przymocowanych do uzębrowania w taki sposób, aby w przybliżeniu uzyskać swobodne warunki brzegowe (rysunek 4.3a).



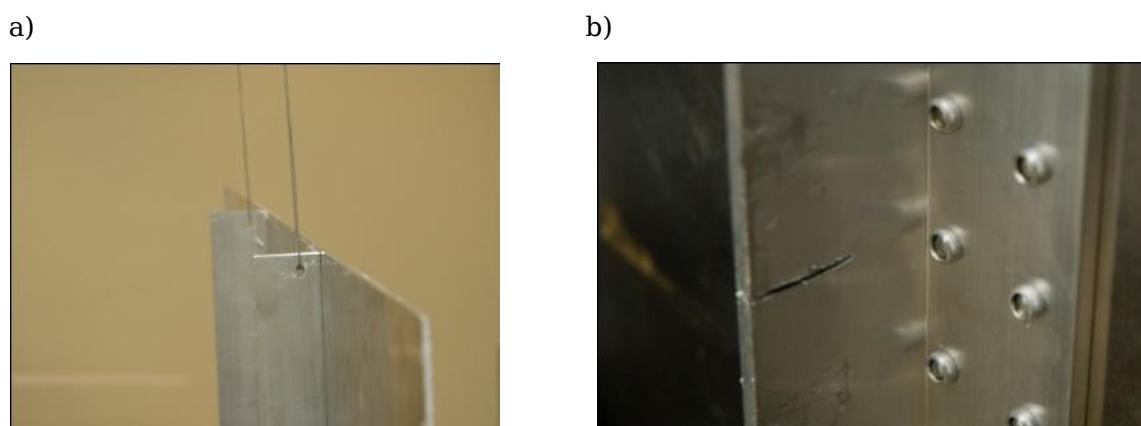
Rysunek 4.2. Uzębrowana płyta wykonana ze stopu aluminium a) schemat, b) obiekt rzeczywisty.

Badano wpływ dwóch rodzajów uszkodzeń na dynamikę badanego obiektu. W pierwszym przypadku uszkodzenie symulowano usuwając grupę 6 lub 12 nitów w jednym oraz w obu usztywnieniach. Drugim rodzajem uszkodzenia było nacięcie żebra usztywniającego o głębokości 0.25 i 0.5 umiejscowione w połowie jego długości, co przedstawia rysunek 4.3b.

Pomiary wykonano w dwóch konfiguracjach punktów pomiarowych. W pierwszej kolejności zmierzono drgania całej powierzchni płyty dla równomiernie rozłożonej siatki o wymiarach 36 na 28 punktów. W drugim przypadku mierzono tylko zachowanie się konstrukcji wzdłuż linii usztywnień dokonując pomiaru wzdłuż linii nitów w 101 punktach pomiarowych.

Drugie podejście miało na celu zarówno zwiększenie gęstości punktów pomiarowych wzdłuż żeber, gdzie wystąpienie uszkodzenia jest najbardziej prawdopodobne, jak i zminimalizowanie całkowitej liczby mierzonych punktów. Istotną zaletą tego podejścia jest możliwość zastosowania metod detekcji uszkodzeń w obiekcie dwuwymiarowym, jak dla obiektów jednowymiarowych. Także symetria obiektu pozwala na zastosowanie metod względnych, tzn. bez znajomości stanu referencyjnego. Stan ten może być zastąpiony pomiarem drugiego z analizowanych żeber. W tym przypadku należy wprowadzić dodatkowo jedną z metod bezwzględnych, aby jednoznacznie określić, które z usztywnień jest uszkodzone.

Ponieważ pomiary w obu przypadkach ilości rejestrowanych punktów wykonano dla tej samej szerokości pasma (taka sama ilość okresów rejestrowana dla pojedynczego punktu), czas pomiaru dla pojedynczych linii wzdłuż nitów był pięciokrotnie krótszy.



Rysunek 4.3. Uzębrowana płyta wykonana ze stopu aluminium a) mocowanie, b) nacięcie.

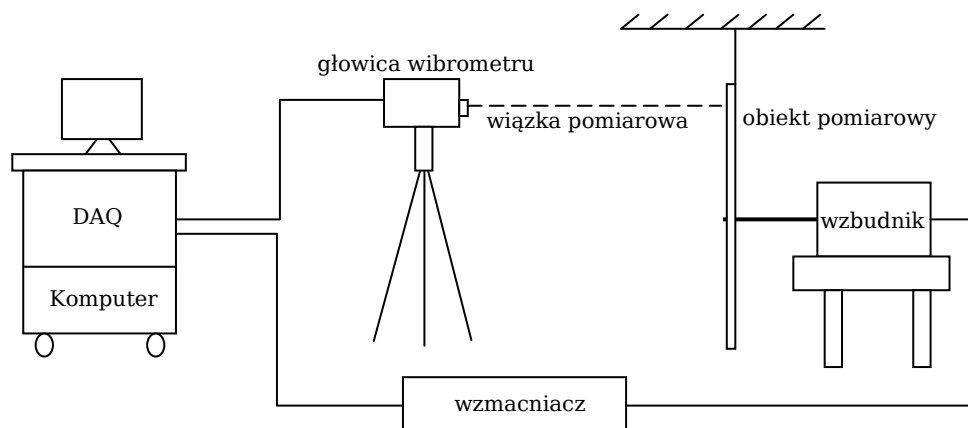
Model płyty wykonano metodą elementów skończonych w środowisku ADINA®.

Tabela 4.2. Dane fizyczne materiału z jakiego wykonana została płyta ze stopu aluminium.

Moduł Younga E	69 GPa
Moduł Kirchhoffa	25.9 GPa
Współczynnik Poissona	0.33
Gęstość D	2700 kg/m ³

4.2 Stanowisko i metoda pomiarowa

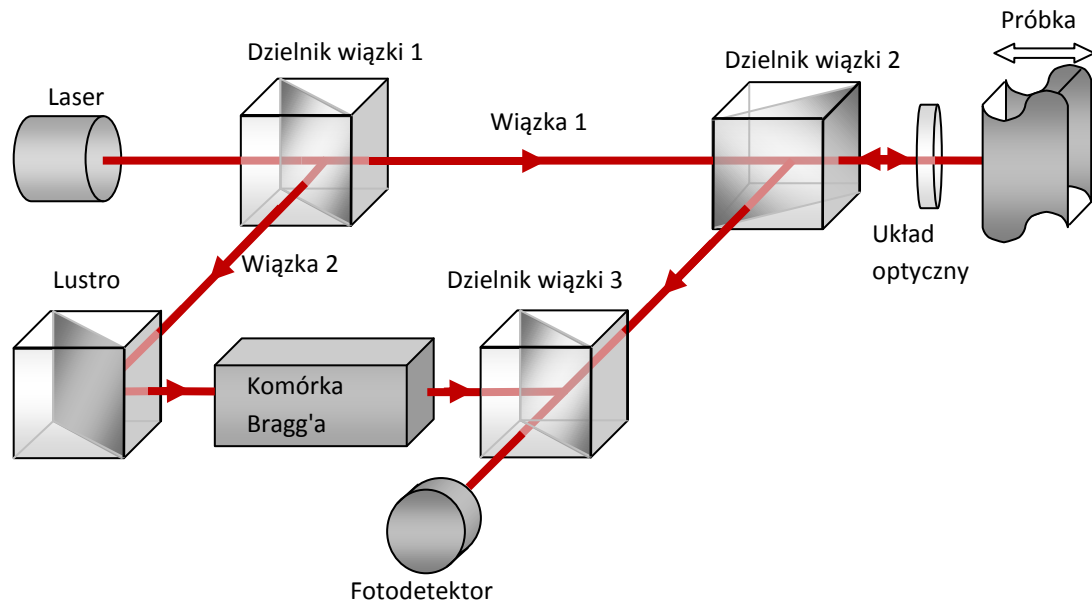
W przeprowadzonych badaniach zastosowano skanujący wibrometr laserowy firmy Polytec® PSV-400, który pozwala na zdalny pomiar prędkości drgań konstrukcji w osi prostopadłej do wiązki lasera w zadanej siatce punktów (szczegółowy opis działania w punkcie 4.2.1). Obiekt pobudzany był do drgań wzbudnikiem elektromechanicznym GWV B100. Na rysunku 4.4 przedstawiono schemat układu pomiarowego.



Rysunek 4.4. Schemat układu pomiarowego.

4.2.1 Wibrometr laserowy

Przedstawiony na rysunku 4.5 schemat pokazuje sposób w jaki wykorzystywany jest efekt Dopplera do bezkontaktowego pomiaru prędkości drgań, przez wibrometr laserowy.



Rysunek 4.5. Podstawowe elementy wibrometru laserowego.

Wiązka z lasera (zwykle helowo-neonowego lub diody laserowej) o częstotliwości f_L jest rozdzielana przez dzielnik wiązki 1 na wiązkę pomiarową (wiązka 1) oraz wiązkę odniesienia (wiązka 2). Pierwsza z nich po przejściu przez dzielnik wiązki 2 jest ogniskowana poprzez układ optyczny na badanym obiekcie. Następuje odbicie wiązki laserowej, a jej częstotliwość ulega zmianie o Δf , wynikającej z efektu Dopplera i jest proporcjonalna do prędkości poruszającego się obiektu pomiarowego. Ta część wiązki trafia z powrotem do układu pomiarowego, gdzie kierowana jest przez dzielnik wiązki 2 w stronę fotodetektora. Wiązka referencyjna skierowana przez lustro przechodzi przez układ podwyższający (lub obniżający) jej częstotliwość o znaną wartość f_b . Obie wiązki przechodzą przez dzielnik wiązki 3, gdzie zostają połączone i trafiają na fotodetektor.

Ponieważ pojawiające się prążki interferencyjne na fotodetektorze byłyby takie same w przypadku poruszania się obiektu zarówno w kierunku wibrometru jak i w przeciwnym, stosuje się zmianę częstotliwości jednej z wiązek o znaną wartość – zazwyczaj 40MHz. Najczęściej w tym celu stosuje się modulator optyczno akustyczny, zwany komórką Bragg'a. Dzięki temu z uzyskanego sygnału można wyznaczyć prędkość poruszania się badanego obiektu na podstawie częstotliwości modulacji sygnału z fotodetektora. W rezultacie na fotodetektorze otrzymuje się sygnał modulowany częstotliwościowo o częstotliwości nośnej odpowiadającej zmianie częstotliwości na układzie komórki

Bragg'a f_b oraz częstotliwości modulacji zależnej od długości i zwrotu wektora prędkości poruszającej się próbki i wynikającej z efektu Dopplera f_D . W końcowym etapie uzyskany sygnał jest demodulowany i otrzymywana jest składowa prędkości poruszania się mierzonego punktu w czasie, o kierunku równoległym do wiązki [80].

Zastosowany w przeprowadzonych badaniach skanujący wibrometr laserowy jest wyposażony w układ lusterek pozwalający na zmianę kąta wiązki pomiarowej. Głowica pomiarowa zawiera również cyfrową kamerę. Dzięki temu możliwe jest określenie siatki punktów pomiarowych wskazując na ekranie monitora wybrany obszar powierzchni do zmierzenia. Zaletą takiego systemu jest możliwość automatycznego wykonania pomiaru w dużej ilości ściśle zdefiniowanych punktów.

4.2.2 Procedura pomiarowa

W badaniach w pierwszej kolejności wykonywano pomiar przy użyciu trybu „Fast Fourier Transform (FFT)” ze wzbudzeniem w postaci sygnału skompresowanego (z ang. *periodic chip*), aby uzyskać funkcję odpowiedzi częstotliwościowej.

Dla stalowych belek pomiar wykonywany był dla 4 przedziałów częstotliwości ze zmienną rozdzielczością:

- 10-1000 Hz, 6400 linii FFT (użytych 6337),
- 1-5 kHz, 6400 linii FFT (użytych 5121),
- 5-10 kHz, 6400 linii FFT (użytych 3201),
- 10-20 kHz, 6400 linii FFT (użytych 3201),

podczas gdy dla płyty pomiar wykonano w dwóch przedziałach:

- 100-1000 Hz, 6400 linii FFT (użytych 5761),
- 1-2 kHz, 6400 linii FFT (użytych 3201).

Przyczyną takiego postępowania była chęć zmierzenia częstości drgań własnych z możliwie dużą dokładnością. Maksymalna rozdzielczość dla pomiaru z wybranego zakresu częstotliwości wynosi 6400 linii FFT, przy czym ograniczając przedział częstotliwości od dołu nie zwiększamy rozdzielczości, a jedynie pomijamy część linii FFT. Rozdzielczości dla poszczególnych przedziałów częstotliwości przedstawiono w tabeli 4.3.

Tabela 4.3. Rozdzielczości pomiaru funkcji FRF.

Zakres częstotliwości [kHz]	Rozdzielczość dla 6400 linii FFT [Hz]
1	0,15625
2	0,31250
5	0,78125
10	1,56250
20	3,12500

Zmierzone charakterystyki FRF, uśrednione po wszystkich punktach pomiarowych, posłużyły do wyznaczenia częstotliwości drgań własnych, jako jej maksima lokalne. Wybrane częstotliwości użyto następnie do wzbudzania obiektu sygnałem sinusoidalnym w trybie „FAST SCAN”, aby zmierzyć związane z nimi postacie drgań własnych.

Stosunek sygnału do szumu (z ang. *Signal to Noise Ratio*, w skrócie SNR) mierzonych postaci drgań własnych jest związany przede wszystkim z użytą szerokością pasma B_w (z ang. *Frequency Bandwidth*) oraz poziomem sygnału pomiarowego. Ponieważ wartość SNR jest proporcjonalna do $\sqrt{B_w}$, natomiast czas pomiaru jest odwrotnie proporcjonalny do B_w , zatem istotne jest aby znaleźć kompromis pomiędzy dokładnością, a czasem trwania pomiaru [81]. Minimalne pasmo B_w możliwe do uzyskania za pomocą użytego wibrometru laserowego wynosi 0.02% częstotliwości wzbudzenia ale nie może być niższe niż 0.02Hz. Powoduje to, że pomiar postaci drgań konstrukcji o częstotliwości poniżej 100Hz nie może być wykonany z równie dużą dokładnością jak postaci związanych z wyższymi częstotliwościami. Ponieważ czas pomiaru jest odwrotnie proporcjonalny do B_w , przy założeniu stałego stosunku B_w / f , czas trwania pomiaru postaci drgań odpowiadających niższym częstotliwościom jest odpowiednio dłuższy od czasu pomiaru postaci związanych z wyższymi częstotliwościami. Stosunek sygnału do szumu można zwiększyć także poprzez zwiększenie ilości światła wiązki pomiarowej wracającej do głowicy wibrometru. Ponieważ punkty pomiarowe zwykle rozmieszczone są na dość dużej powierzchni, kąt padania wiązki w stosunku do powierzchni nie jest stały. Dlatego, aby zwiększyć poziom sygnału stosuje się zabiegi zwiększające rozpraszanie światła odbitego od mierzonej powierzchni. W prezentowanych w pracy pomiarach obiekty zostały pokryte warstwą jasnej akrylowej farby. W tym samym celu można stosować również specjalne naklejki lub proszki „*retro refleksyjne*”, które dają najlepsze rezultaty.

Istotną kwestią wpływającą na dokładność pomiarów jest odległość głowicy wibrometru od mierzonego obiektu. Najlepsze rezultaty otrzymuje się gdy głowica umieszczona jest w takiej odległości od mierzonej struktury aby możliwym było uzyskanie maksimum widzialności VM , które dla zastosowanego urządzenia pomiarowego wyznacza się z zależności:

$$VM_n = 99mm + n \cdot 204mm, \text{ gdzie } n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.1)$$

W przeprowadzonych badaniach głowicę pomiarową ustawiano w takiej odległości od badanej próbki by odległość ta wynosiła (średnio dla wszystkich punktów pomiarowych) 1731mm.

4.3 Wyniki uzyskane z pomiarów

W niniejszej części pracy zostały zaprezentowane tylko przykładowe wyniki pomiarów, w tym pomiar stalowej belki w stanie referencyjnym i po wykonaniu nacięcia w $L_1=0.3L$ na głębokość $H_c/H=0.1$ i 0.2 oraz płyty w stanie referencyjny i po nacięciu prawego usztywnienia na głębokość 0.25 i 0.5 .

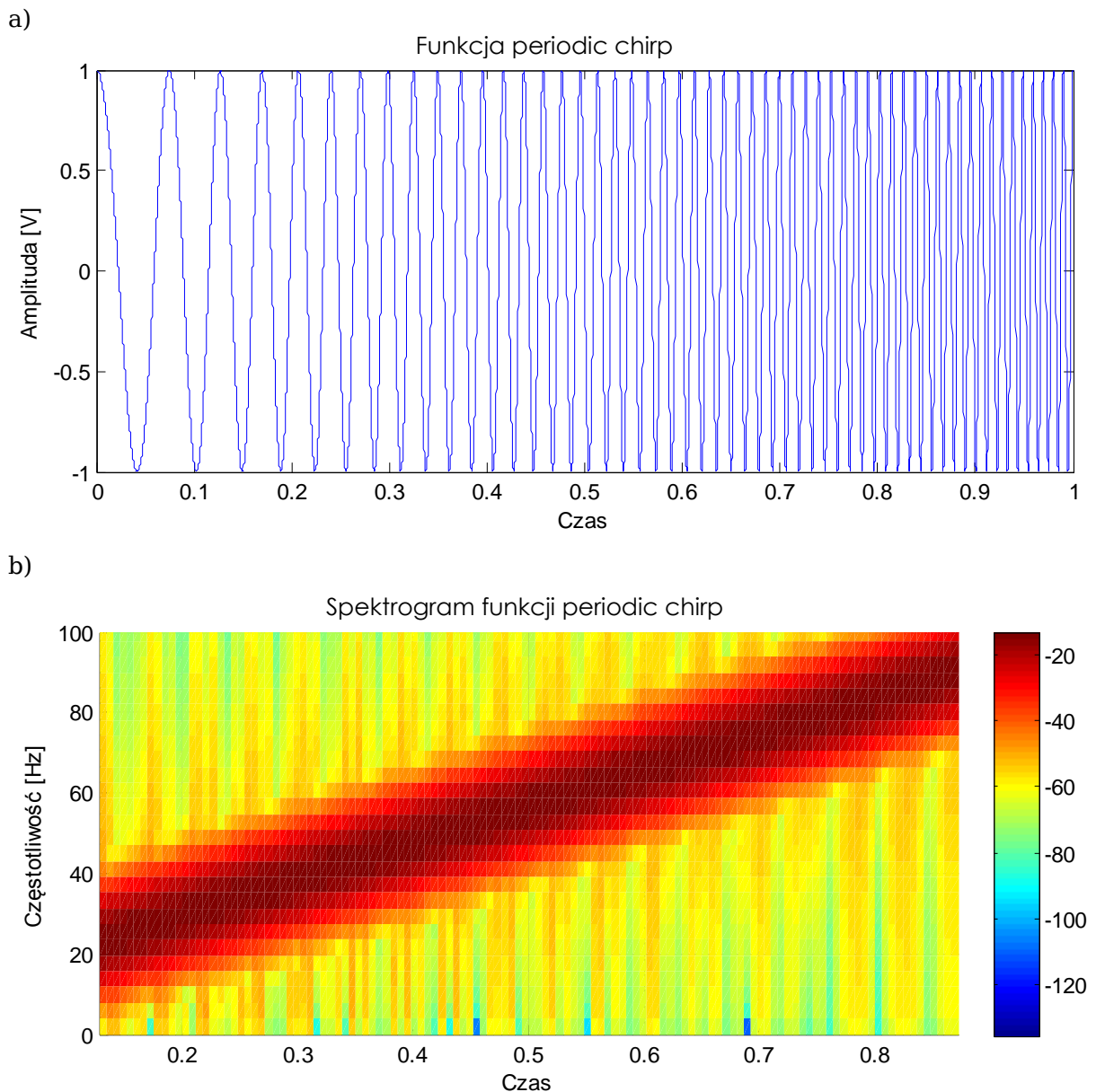
4.3.1 Funkcje odpowiedzi częstotliwościowych FRF

Funkcja FRF opisuje relacje pomiędzy wymuszeniem przyłożonym w jednym punkcie, a odpowiedzią układu w innym punkcie. Z zasady wzajemności Maxwella wynika, że aby zmierzyć zachowanie się układu w wielu punktach, można zmieniać położenie wymuszenia badając odpowiedź w jednym punkcie, bądź zmieniać miejsce pomiaru przy niezmiennym położeniu wymuszenia.

Funkcja odpowiedzi częstotliwościowej może być wyznaczona wzbudzając badany obiekt na przykład:

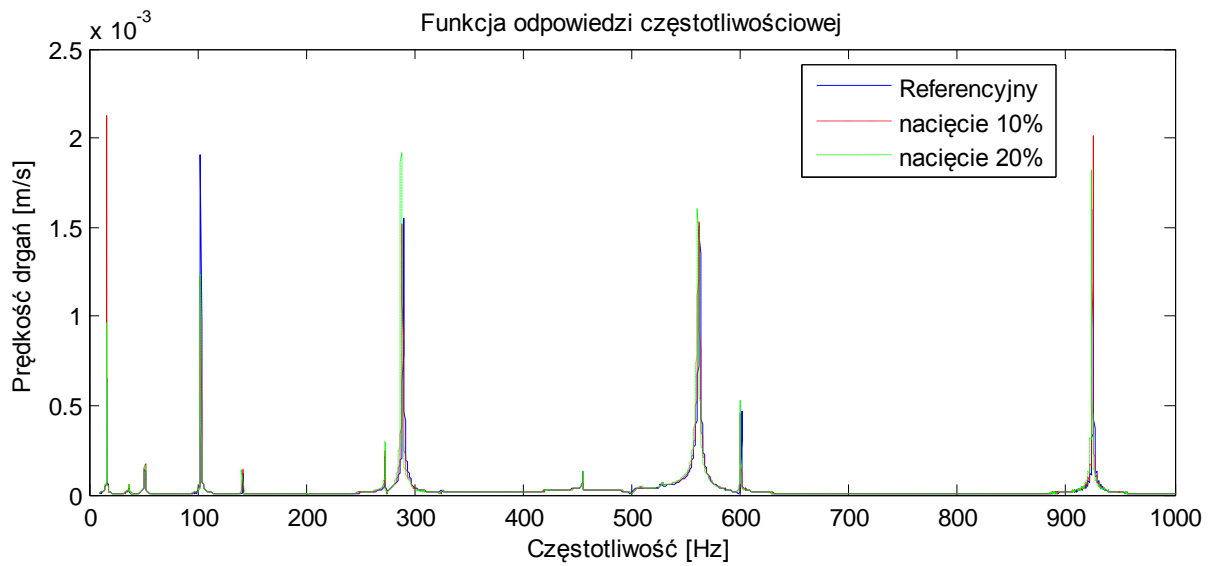
- wymuszeniem impulsowym, mierząc odpowiedź impulsową,
- wymuszeniem o wąskim paśmie, zmiennej częstotliwości (przemiatanie) i stałej amplitudzie mierząc amplitudę i fazę odpowiedzi układu,
- wymuszeniem o jak najszerszym spektrum częstotliwościowym i wyznaczając odpowiedź impulsową poprzez dekonwolucję sygnału wejściowego i wyjściowego.

W przeprowadzonych badaniach do wyznaczenia charakterystyk FRF posłużono się sygnałem skomprimowanym o stałej amplitudzie zmieniającej się częstotliwości. Przykład przebiegu czasowego takiego sygnału o liniowo zmieniającej się częstotliwości od 10Hz do 100Hz przedstawiono na rysunku 4.6a oraz jego spektrogram na rysunku 4.6b.

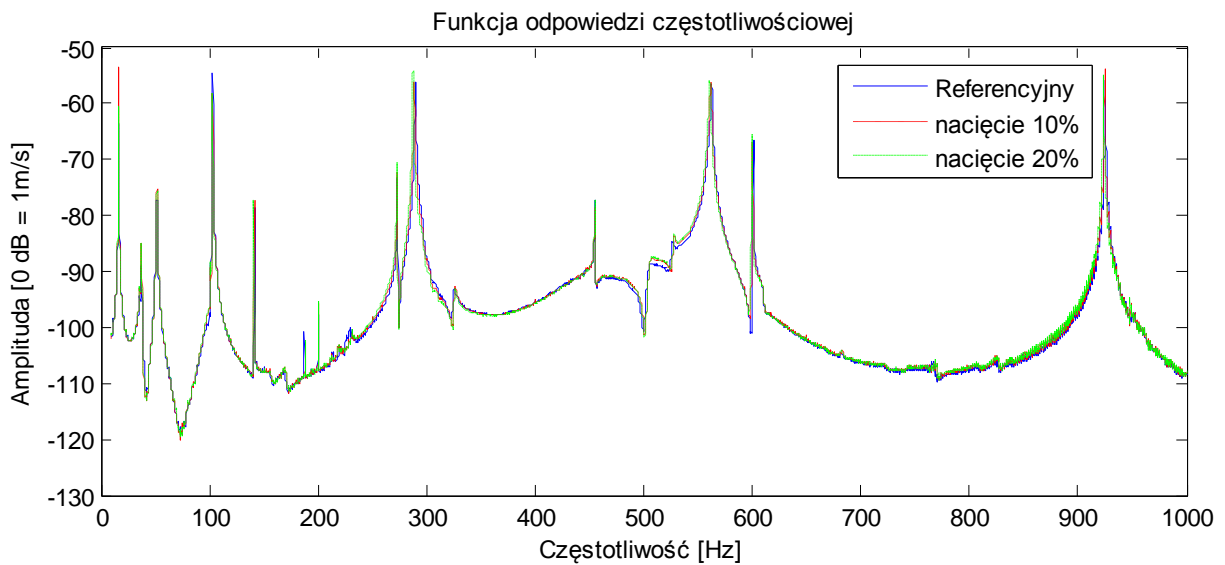


Rysunek 4.6. Funkcja periodic chirp a) przebieg czasowy, b) spektrogram.

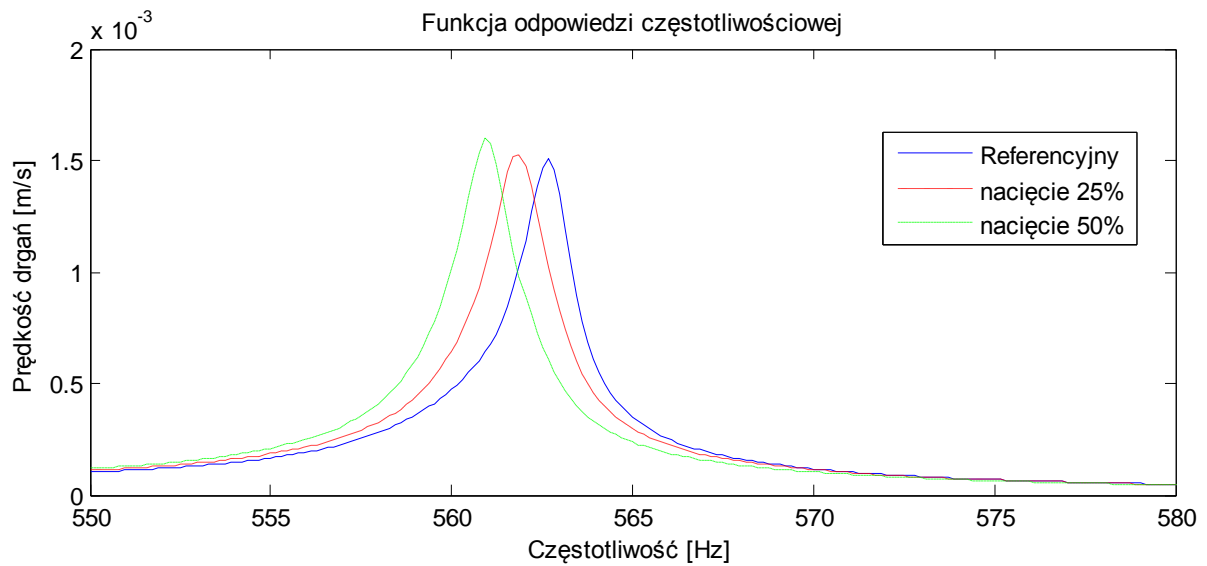
Wyznaczona charakterystyka odpowiedzi częstotliwościowej w przedziale częstotliwości od 10Hz do 1kHz dla belki wspornikowej przedstawiona została na rysunku 4.7. Z uwagi na dużą rozpiętość wartości funkcji FRF, oś rzędnych często przedstawiana jest w skali logarytmicznej jak na rysunku 4.8. Aby pokazać zmianę częstości drgań własnych pod wpływem uszkodzenia na rysunku 4.9. pokazano wybrany fragment charakterystyki.



Rysunek 4.7. Funkcja odpowiedzi częstotliwościowej belki wspornikowej.

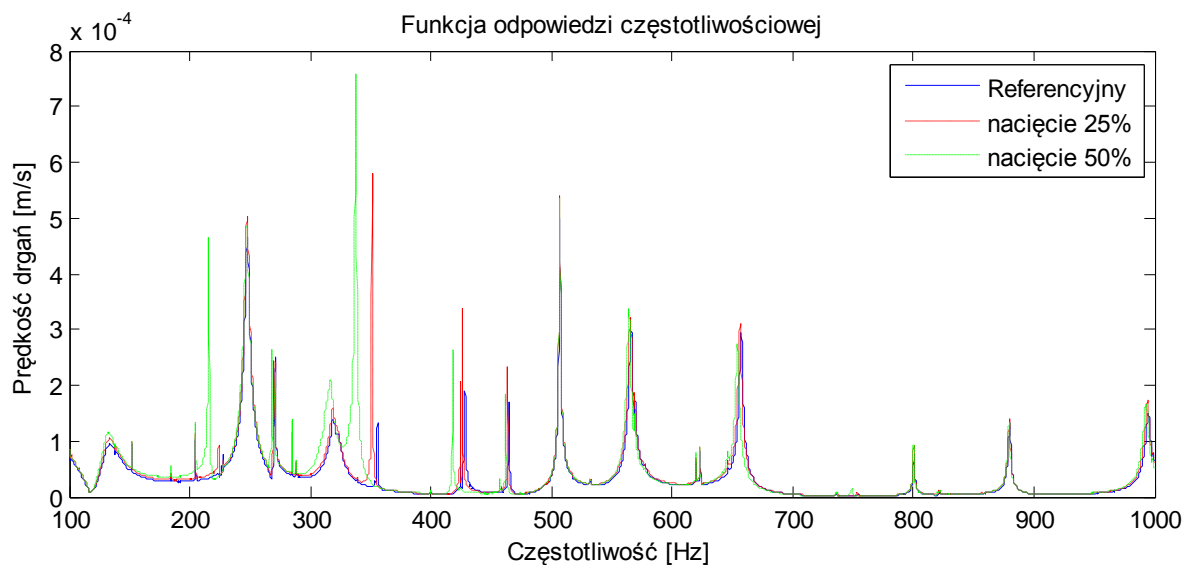


Rysunek 4.8. Funkcja odpowiedzi częstotliwościowej belki wspornikowej w skali logarytmicznej.

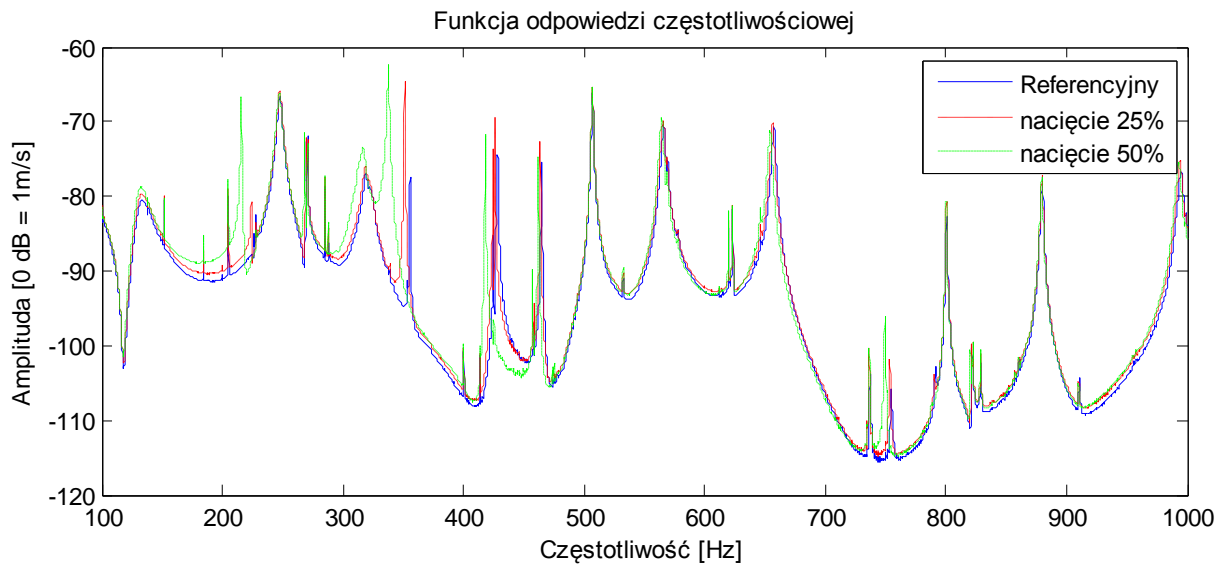


Rysunek 4.9. Funkcja odpowiedzi częstotliwościowej belki wspornikowej w zakresie 550-580Hz.

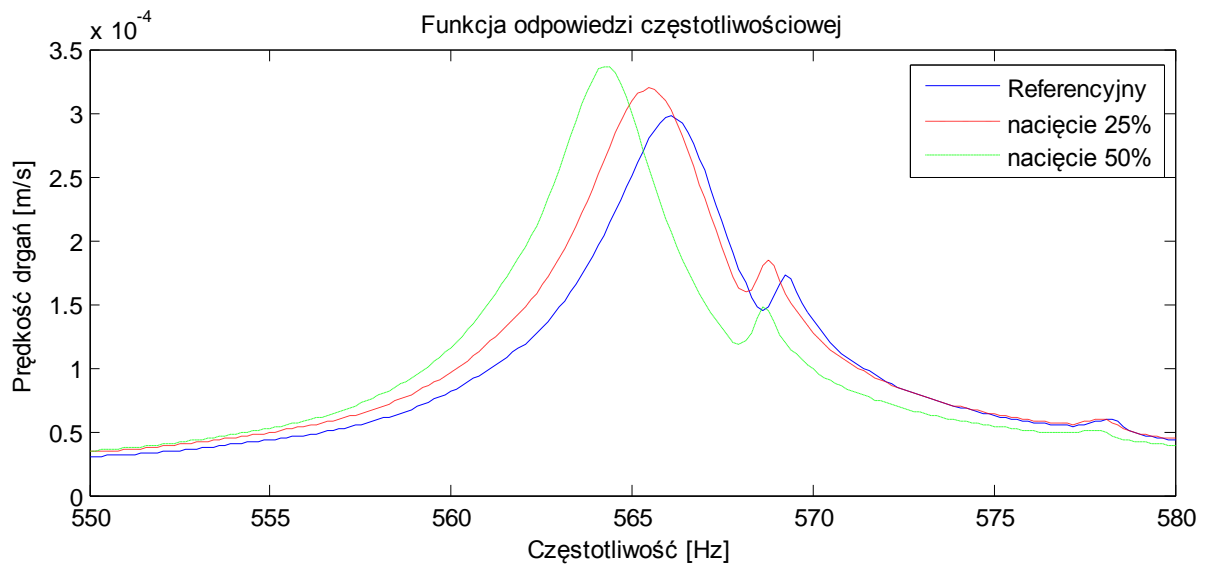
W analogiczny sposób na rysunkach 4.10, 4.11 i 4.12 przedstawiono przykładową charakterystykę częstotliwościową wyznaczoną dla uźebrowanej płyty.



Rysunek 4.10. Funkcja odpowiedzi częstotliwościowej uźebrowanej płyty.



Rysunek 4.11. Funkcja odpowiedzi częstotliwościowej uźebrowanej płyty w skali logarytmicznej.



Rysunek 4.12. Funkcja odpowiedzi częstotliwościowej płyty w zakresie 550-580Hz.

W przypadku obu przedstawionych konstrukcji można zaobserwować, że wraz z pojawieniem się uszkodzenia, częstości drgań własnych przesuwają się w kierunku niższych częstotliwości. Powiększenie się uszkodzenia powoduje nasilenie się tego efektu. Zjawisko to spowodowane jest tym, że wraz z uszkodzeniem zmniejsza się sztywność konstrukcji.

4.3.2 Częstotliwości drgań własnych

Częstotliwości drgań własnych wyznaczono na podstawie lokalnych maksimów zmierzonych charakterystyk częstotliwościowych. Zestawienie tych parametrów dla belki wspornikowej oraz wpływ uszkodzenia na te częstotliwości przedstawiono w tabeli 4.4.

Tabela 4.4. Zmiana częstotliwości drgań własnych belki wspornikowej spowodowana jej nacięciem w odległości $L_1 / L = 0.3$ od strony utwierdzenia.

Postać drgań własnych	$f_{ref.}$ [Hz]	$f_{10\%}$ [Hz]	$\Delta f_{10\%}$ [%]	$f_{20\%}$ [Hz]	$\Delta f_{20\%}$ [%]
1	16,56	16,41	0,94	16,41	0,94
2	103,13	103,13	0,00	102,97	0,15
3	289,84	288,75	0,38	287,50	0,81
4	562,66	561,88	0,14	560,94	0,31
5	925,16	924,53	0,07	923,59	0,17
6	1372,66	1366,41	0,46	1360,94	0,85
7	1903,13	1899,22	0,21	1894,53	0,45
8	2512,50	2513,28	-0,03	2512,50	0,00
9	3139,06	3132,03	0,22	3119,53	0,62
10	3961,72	3950,00	0,30	3935,16	0,67
11	4766,41	4769,53	-0,07	4769,53	-0,07
12	5640,63	5610,94	0,53	5596,88	0,78
13	6607,81	6595,31	0,19	6582,81	0,38
14	7625,00	7625,00	0,00	7623,44	0,02
15	8698,44	8687,50	0,13	8673,64	0,29

Dla badanej płyty częstotliwości drgań własnych oraz ich zmiany pod wpływem uszkodzenia żebra usztywniającego przedstawiono w tabeli 4.5.

Tabela 4.5. Zmiana częstotliwości drgań własnych spowodowana nacięciem prostopadłego ramienia prawego żebra płyty w połowie jej wysokości.

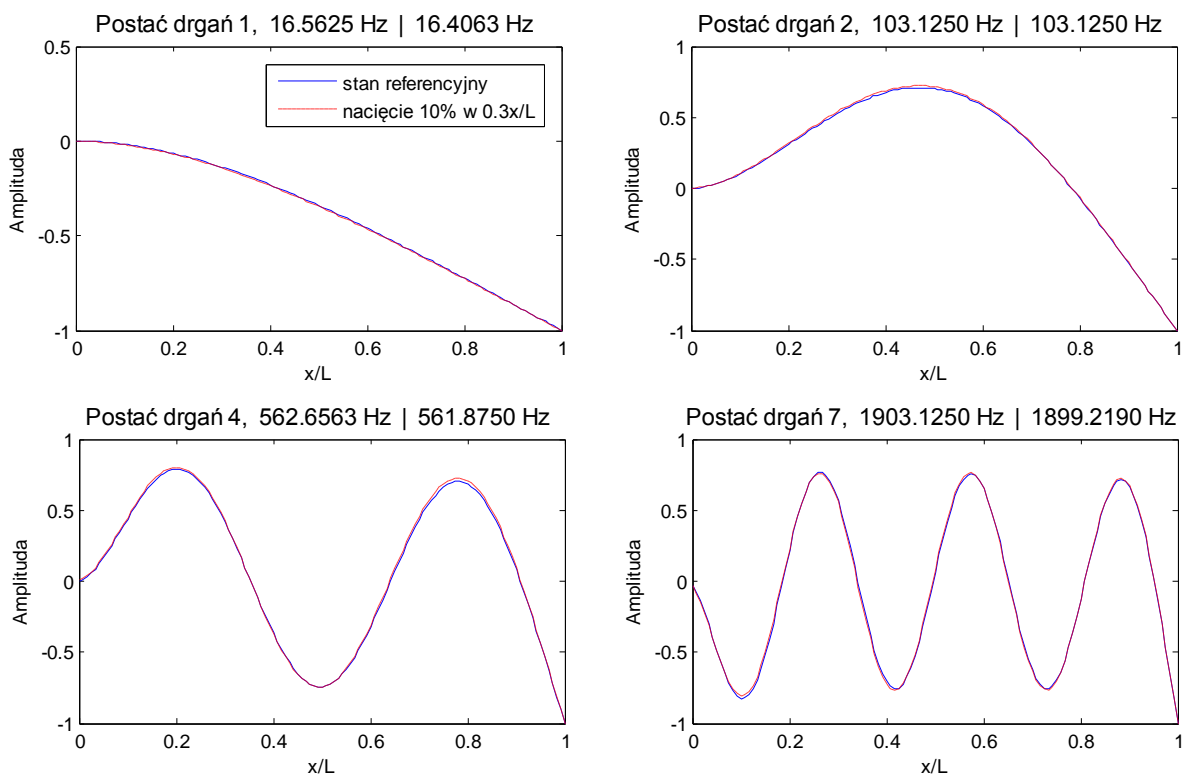
$f_{ref.}$ [Hz]	$f_{25\%}$ [Hz]	$\Delta f_{25\%}$ [%]	$f_{50\%}$ [Hz]	$\Delta f_{50\%}$ [%]
247,66	247,50	0,06	247,19	0,19
318,75	318,59	0,05	316,72	0,64
566,09	565,47	0,11	564,22	0,33
657,34	656,41	0,14	654,22	0,48
994,69	994,06	0,06	992,81	0,19
1177,81	1176,25	0,13	1173,75	0,34
1406,56	1405,00	0,11	1404,69	0,13
1581,88	1581,88	0,00	1581,88	0,00

Przedstawione w tabelach 4.4 i 4.5 wyniki potwierdzają znany z literatury fakt mówiący o niskiej czułości częstotliwości drgań własnych na uszkodzenia pojawiające się w konstrukcji.

4.3.3 Postacie drgań własnych

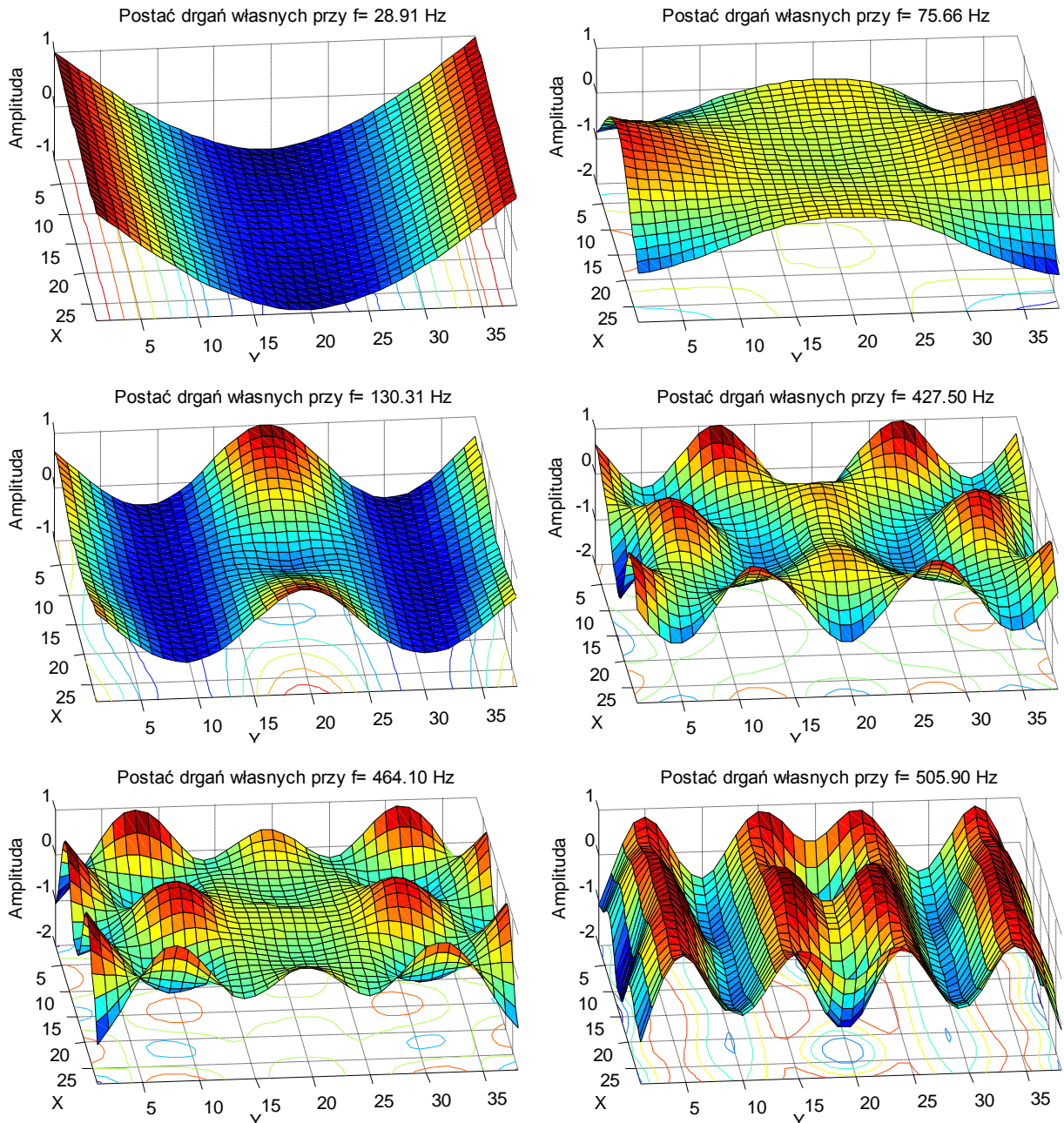
Postacie drgań własnych w jednoznaczny sposób charakteryzują zachowanie obiektów mechanicznych pobudzonych do drgań i są określane jako przestrzenny opis amplitudy drgań rezonansów. Postacie drgań własnych mogą zostać wyznaczone bezpośrednio na podstawie charakterystyk częstotliwościowych lub mogą zostać zmierzone przy wymuszeniu sinusoidalnym o częstotliwości drgań własnych odpowiadających mierzonej postaci drgań własnych. W ten sposób wyznaczone postacie drgań własnych cechują się dużo większą dokładnością, ponieważ w każdym punkcie pomiarowym mierzona jest określona liczba okresów drgań, co pozwala na uśrednienie wyników, a tym samym zwiększenie współczynnika SNR. Wyznaczone w takiej procedurze postacie drgań nazywane są ugięciami eksploatacyjnymi (z ang. *Operation Deflection Shapes*, w skrócie ODS). Jednak ugięciami eksploatacyjnymi nazywa się również funkcje odkształcenia wyznaczone dla częstotliwości innych niż rezonansowe. Stąd w dalszej części pracy przyjęto nazywać funkcje ODS dla częstotliwości rezonansowych postaciami drgań własnych.

Przykładowe zmierzone postacie drgań własnych dla belki wspornikowej przedstawiono na rysunku 4.13. W tytułach wykresów zawarto częstotliwość drgań własnych elementu w stanie referencyjnym oraz elementu uszkodzonego.

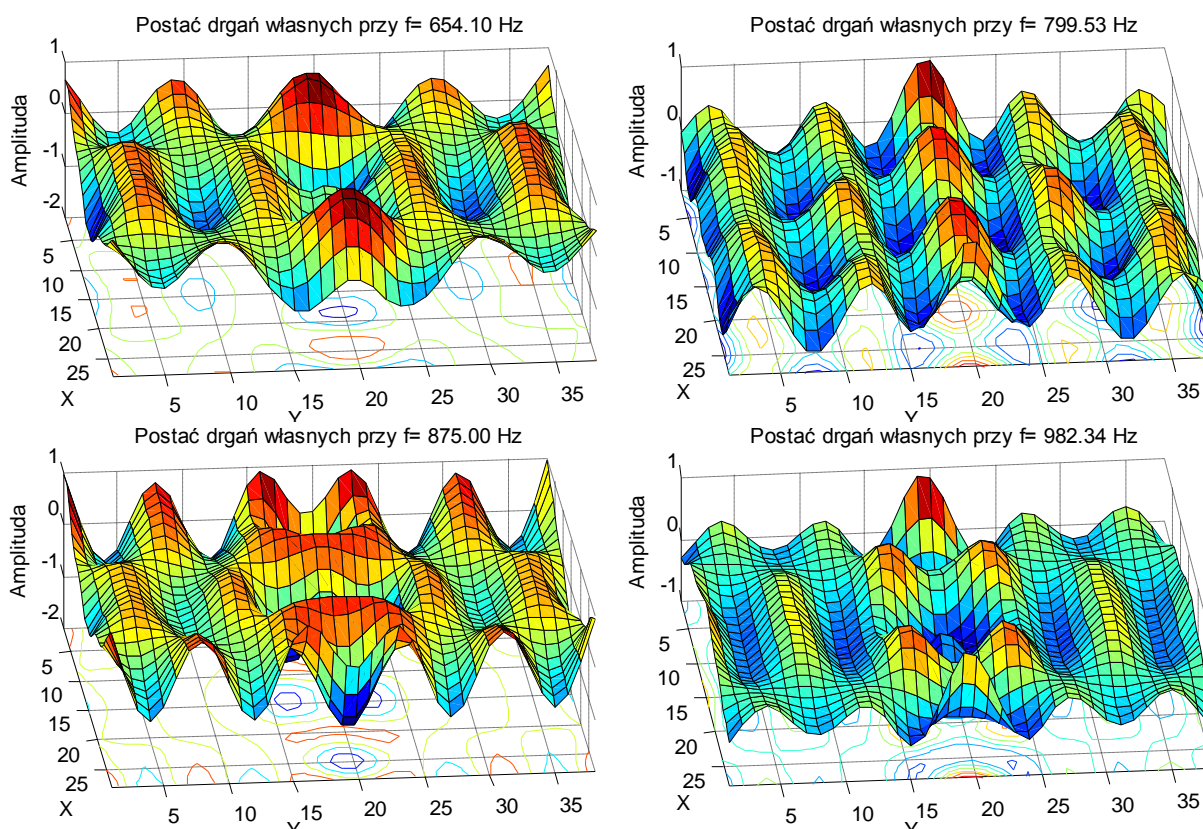


Rysunek 4.13. Postacie drgań własnych belki wspornikowej.

Identyczna procedura posłużyła do wyznaczenia postaci drgań własnych uźbrowanej płyty. Przykładowe uzyskane wyniki przedstawia rysunek 4.14 oraz 4.15.



Rysunek 4.14. Postacie drgań własnych uźbrowanej płyty.



Rysunek 4.15. Postacie drgań własnych uzebrowanej płyty.

Z uwagi na duży rozmiar powierzchni badanej płyty, w celu uzyskania dokładnego pomiaru postaci drgań własnych należało wykonać pomiar w dużej ilości punktów. W prezentowanym przykładzie z rysunku 4.15 zastosowano siatkę 27 x 37 punktów. Skutkiem tego był znaczny czas niezbędny do wykonania dokładnego pomiaru. Okazało się również, że zastosowana gęstość siatki pomiarowej okazała się zbyt mała do lokalizacji wybranych uszkodzeń. Na podstawie pomiarów wykonanych w dwóch liniach oszacowano, że siatka pomiarowa powinna być nie mniejsza niż 100 x 100 punktów. Jednakże pomiar w tak dużej ilości punktów przekroczyłby czas pomiarowy akceptowalny z praktycznego punktu widzenia.

Badany obiekt posiadał dwa nitowane usztywnienia. Są to miejsca narażone na powstanie uszkodzeń takich jak zerwanie nitów mocujących, bądź pęknięcie zmęczeniowe usztywnienia. To właśnie te uszkodzenia były interesujące z punktu widzenia przeprowadzonych eksperymentów. Stąd postanowiono skrócić czas pomiarowy poprzez wykonanie pomiarów jedynie pomiędzy liniami nitów. To z kolei pozwala zastosować metody analizy mierzonych sygnałów analogicznie jak dla belki, gdzie pomiary również wykonywane były w linii punktów. Dodatkową zaletą takiego ujęcia problemu jest to, że pomiary na jednym z usztywnień mogą stanowić odniesienie dla drugiego z uwagi na symetryczność elementu.

Zmniejszenie liczby punktów ograniczyło możliwość detekcji uszkodzeń do wybranych obszarów, a więc usztywnień. Jednak są to rejony, które wymagają badań ponieważ tam spodziewane jest wystąpienie ewentualnego uszkodzenia. Dodatkowo czas niezbędny do wykonania pomiaru został skrócony kilkukrotnie, a ilość punktów w linii została zwiększona poprawiając jednocześnie dokładność badanych metod.

4.4 Porównanie modelu i eksperymentu

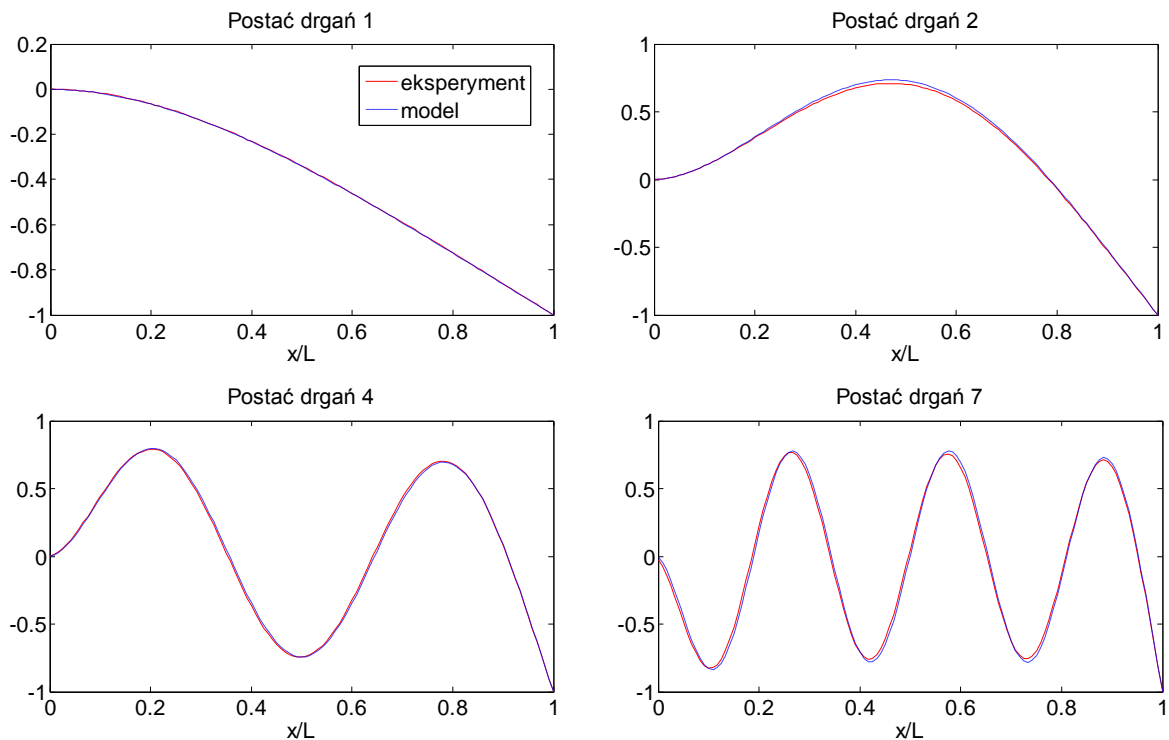
Porównanie uzyskanych wyników z badań numerycznych i eksperymentalnych przedstawiono poniżej. W tabeli 4.6 zestawiono częstotliwości drgań własnych uzyskane z badań eksperymentalnych i numerycznych dla jednej spośród badanych stalowych belek wspornikowych.

Tabela 4.6. Częstotliwości drgań własnych belki wspornikowej.

Postać drgań własnych [-]	Eksperyment [Hz]	Model [Hz]	Względna różnica [%]
1	16,72	16,70	-0,138
2	105,16	104,48	-0,644
3	292,50	291,87	-0,216
4	573,28	570,02	-0,569
5	937,97	938,20	0,025
6	1393,75	1394,12	0,026
7	1930,47	1935,11	0,240
8	2542,19	2558,15	0,628
9	3281,25	3259,90	-0,651
10	4014,06	4036,78	0,566

Na rysunku 4.16 zestawiono wybrane postacie drgań własnych uzyskane z badań eksperymentalnych oraz modelu numerycznego. Amplitudy postaci drgań własnych zostały znormalizowane do wartości 1. Pierwszy punkt pomiarowy na belce wspornikowej znajdował się około 1mm od utwierdzenia. W celu dokładnego porównania postaci drgań własnych, z wyników numerycznych usunięto pierwszy punkt od strony utwierdzenia.

Przedstawione porównanie wyników numerycznych z eksperymentalnymi pokazuje, że przyjęty model pozwala na wyznaczenie częstotliwości oraz postaci drgań własnych zbliżonych do badanych rzeczywistych elementów konstrukcyjnych.



Rysunek 4.16. Postacie drgań własnych belki wspornikowej.

4.5 Podsumowanie

W rozdziale przedstawiono opis badanych elementów konstrukcyjnych (oraz ich uszkodzeń) jakie wykorzystano w badaniach numerycznych i eksperymentalnych. Opisa-
no zastosowaną metodę pomiarową wykorzystującą wibrometr laserowy, którego zasada
działania została również wyjaśniona. Przedstawiono przykładowe wyniki uzyskane
z pomiarów charakterystyk częstotliwościowych oraz postaci drgań własnych belek
wspornikowych i swobodnej płyty. Dynamikę belki wspornikowej zamodelowanej metodą
elementów skończonych zweryfikowano porównując uzyskane wyniki z danymi z pomia-
rów rzeczywistego elementu. Otrzymane dane następnie posłużyły do weryfikacji wybra-
nych metod detekcji uszkodzeń, co przedstawiono w kolejnym rozdziale pracy.

Rozdział 5. **Analiza i poprawa efektywności metod detekcji uszkodzeń znanych z literatury**

W literaturze przedmiotu można znaleźć wiele metod detekcji uszkodzeń bazujących na analizie zmian parametrów modalnych konstrukcji. Wybrane z nich opisano w rozdziale drugim. Jednak na podstawie literatury ciężko stwierdzić, które metody cechują się większą skutecznością w detekcji uszkodzeń oraz jak odporne są na zakłócenia występujące w analizowanych danych. Z tego powodu w tym rozdziale przedstawiono porównanie wyników uzyskanych przy zastosowaniu poszczególnych metod wykorzystując te same dane wejściowe. Dodatkowo, aby zwiększyć skuteczność działania badanych wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń zastosowano wstępne przetwarzanie sygnałów, które zostało omówione w kolejnych trzech podrozdziałach.

5.1 Interpolacja

Interpolacja jest metodą numeryczną polegającą na wyznaczaniu nowych wartości funkcji w zakresie zbiorów dyskretnych danych punktów. Interpolacja jest szczególnym przypadkiem metod aproksymacyjnych, gdzie zakłada się, że funkcja aproksymująca przechodzi przez zadane punkty.

Zastosowana eksperymentalna analiza modalna pozwoliła na wyznaczenie dyskretnej reprezentacji postaci drgań własnych badanych elementów konstrukcyjnych. Liczba punktów pomiarowych jest ograniczona czasem pomiarowym oraz rozdzielczością w dziedzinie przestrzeni metody pomiarowej. W prezentowanych przykładach w przypadku belki wspornikowej pomiar wykonywano w 121 punktach rozmieszczonych w linii na długości 1m. Aby zwiększyć liczbę punktów, co umożliwia dokładniejszą analizę sygnałów zastosowano interpolację postaci drgań własnych.

5.1.1 Interpolacja liniowa

Jedną z najprostszych metod interpolacji jest interpolacja liniowa. Jej działanie polega na wyznaczeniu funkcji interpolującej w postaci równania prostej pomiędzy każdą parą sąsiadujących ze sobą punktów. Nową wartość funkcji y w punkcie x znajdującym się pomiędzy punktami x_n i x_{n+1} można wyznaczyć z następującej zależności:

$$y(x) = y_n + (y_{n+1} - y_n) \frac{(x - x_n)}{(x_{n+1} - x_n)}. \quad (5.1)$$

Jednak interpolacja liniowa obarczona jest dużą niedokładnością. Kolejną wadą tego typu interpolacji jest to, że otrzymana funkcja interpolująca nie jest różniczkowalna w punktach x_n . Z tego względu ta metoda nie nadaje się do interpolacji postaci drgań własnych, w celu wykorzystania ich do detekcji uszkodzeń.

5.1.2 Interpolacja wielomianowa

Interpolacja wielomianowa nazywana również interpolacją Lagrange'a jest ogólnym przypadkiem interpolacji liniowej. Zamiast stosować interpolatory w postaci funkcji liniowej wykorzystuje się interpolator w postaci funkcji wielomianowej. Dla sygnału składającego się n punktów istnieje dokładnie jeden wielomian W rzędu $n-1$, który przechodzi przez wszystkie punkty:

$$W(x_k) = y_k \quad \text{dla } k = 1, 2, \dots, n. \quad (5.2)$$

Taki wielomian można wyznaczyć poprzez zsumowanie wielomianów wyznaczonych osobno dla każdego punktu, tak by każdy z wielomianów przechodził dokładnie przez rozpatrywany punkt oraz zera w pozostałych punktach. Tak uzyskana funkcja interpolująca jest nieskończenie różniczkowalna. Błąd interpolacji jest proporcjonalny do odległości pomiędzy punktami podniesionej do potęgi n .

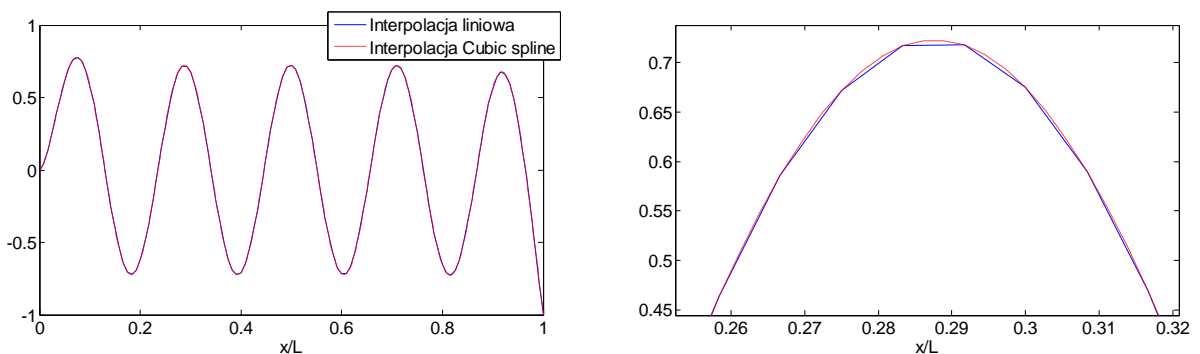
Wadą tego typu interpolacji jest to, że dla funkcji o równo rozłożonych punktach może wystąpić duża oscylacja wielomianu interpolującego zwana efektem Runge'go. Efekt ten występuje głównie na krańcach sygnału i może się nasilać ze zwiększeniem liczby węzłów. Istnieją metody na eliminację tego zjawiska, między innymi poprzez zagęszczenie punktów na krańcach przedziału interpolowanego (np. wykorzystanie węzłów interpolacji w miejscach zerowych wielomianu Czebyszewa n 'tego stopnia). Jednak dla prowadzonych badań takie podejście jest niepraktyczne.

5.1.3 Interpolacja metodą sklejanym wielomianów

Jedną z najczęściej stosowanych metod interpolacji sygnału jest metoda sklejanym wielomianów (z ang. *Spline Interpolation*). Polega ona na podzieleniu interpolowanego przedziału na mniejsze i dla każdego z nich wykonuje się interpolację wielomianem niskiego rzędu. W interpolacji metodą sklejanym wielomianów najczęściej wykorzystywane są wielomiany trzeciego rzędu. W celu uzyskania możliwie dokładnego przybliżenia

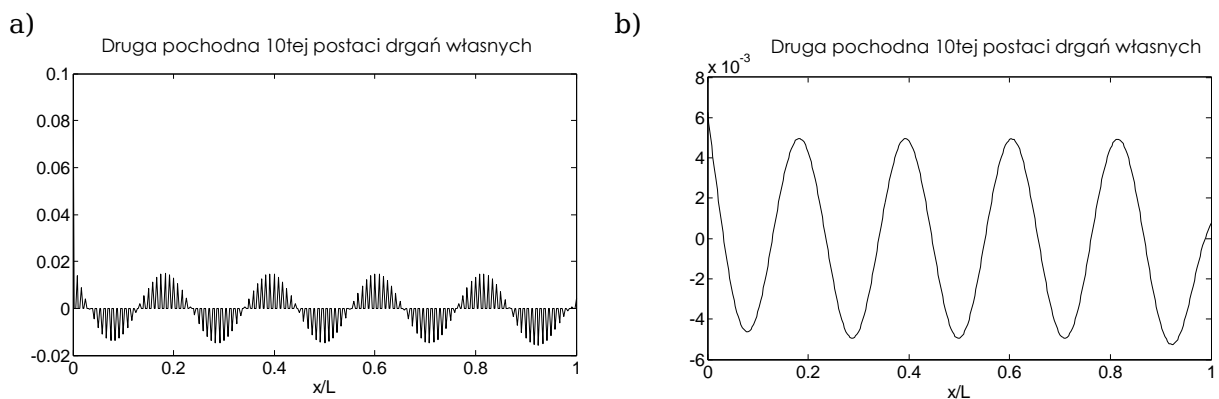
nakłada się również dodatkowe warunki gładkości wyznaczonej funkcji na brzegach przedziałów interpolacji, takie jak ciągłość pierwszej pochodnej czy ciągłość wszystkich pochodnych rzędu niższego od rzędu wielomianu aproksymującego. W literaturze można znaleźć wiele metod interpolacji metodą łączonych wielomianów. Do najczęściej występujących można zaliczyć: Cubic Hermite spline, Bessel spline, Akima spline oraz Cubic spline. Szczegółowy opis można znaleźć w literaturze [82,83,84].

W rozprawie zastosowano metodę sklejanym wielomianów trzeciego stopnia (z ang. *Cubic Spline*), dla których występuje ciągłość pochodnych pierwszego i drugiego rzędu w węzłach interpolacji. Porównanie wyników uzyskanych dla interpolacji liniowej oraz interpolacji metodą sklejanym wielomianów pokazano na rysunku 5.1. Interpolację przeprowadzono tak, by pomiędzy każde dwa istniejące punkty zostały wstawione dwa punkty interpolowane. W rezultacie uzyskano postać drgań własnych składającą się z 361 punktów.



Rysunek 5.1. Porównanie wybranej postaci drgań własnych interpolowanej metodą liniową i łączonych wielomianów trzeciego rzędu.

Na rysunku 5.2 przedstawiono drugą pochodną interpolowanego sygnału. Uzyskany wynik potwierdza, że druga pochodna postaci drgań własnych, interpolowanej metodą łączonych wielomianów, jest funkcją ciągłą.



Rysunek 5.2. Porównanie drugich pochodnych wybranej postaci drgań własnych interpolowanej metodą: a) liniową, b) sklejanym wielomianów trzeciego rzędu.

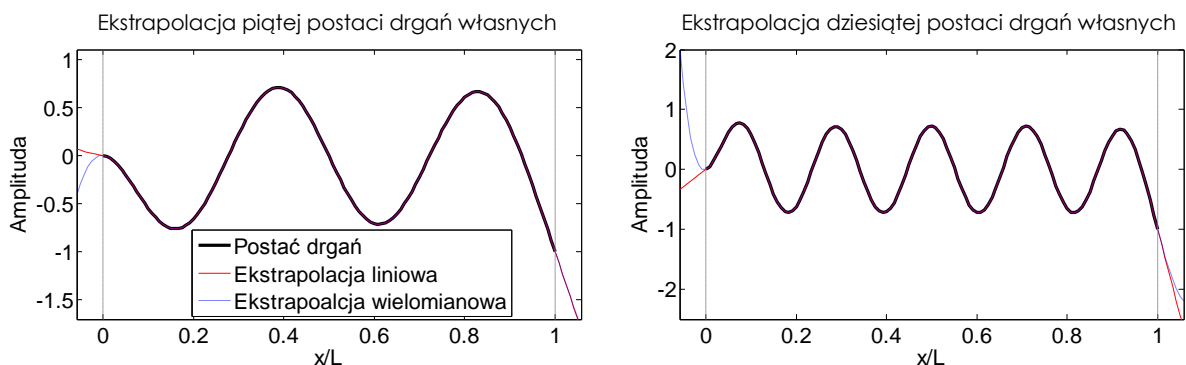
5.2 Ekstrapolacja

Ekstrapolacja jest szczególnym przypadkiem interpolacji, gdzie przy użyciu funkcji ekstrapolującej wyznacza się wartości funkcji poza znanym obszarem. W przeciwieństwie do interpolacji wyniki ekstrapolacji obarczone są dużą niepewnością. Funkcja ekstrapolująca może być wyznaczona metodami zbliżonymi do opisanych w punkcie 5.1. Przykładowo ekstrapolacja metodą liniową polega na wyznaczeniu prostej przechodzącej przez dwa najbliższe punkty badanej funkcji x_{n-1} i x_n . Na podstawie równania tej prostej można wyznaczyć wartość ekstrapolowaną funkcji y w punkcie x_m gdzie $m > n$ w następujący sposób:

$$y(x_m) = y_{n-1} + (y_n - y_{n-1}) \frac{x_m - x_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}. \quad (5.3)$$

Ekstrapolacja metodą wielomianową polega na wyznaczeniu wielomianu interpolującego dla całej badanej funkcji bądź tylko wycinka przy jej krawędziach. Następnie krzywą interpolującą rozpatruje się w zakresie wykraczającym poza zdefiniowany obszar i na jej podstawie wyznacza się wartości ekstrapolowane. Przy ekstrapolacji wielomianem wysokiego rzędu należy zwrócić uwagę na wspomniany problem dużych oscylacji funkcji interpolującej w pobliżu krańców sygnału [85]. Z tego powodu do ekstrapolacji używa się zazwyczaj wielomianów niskiego rzędu lub ekstrapolacji liniowej.

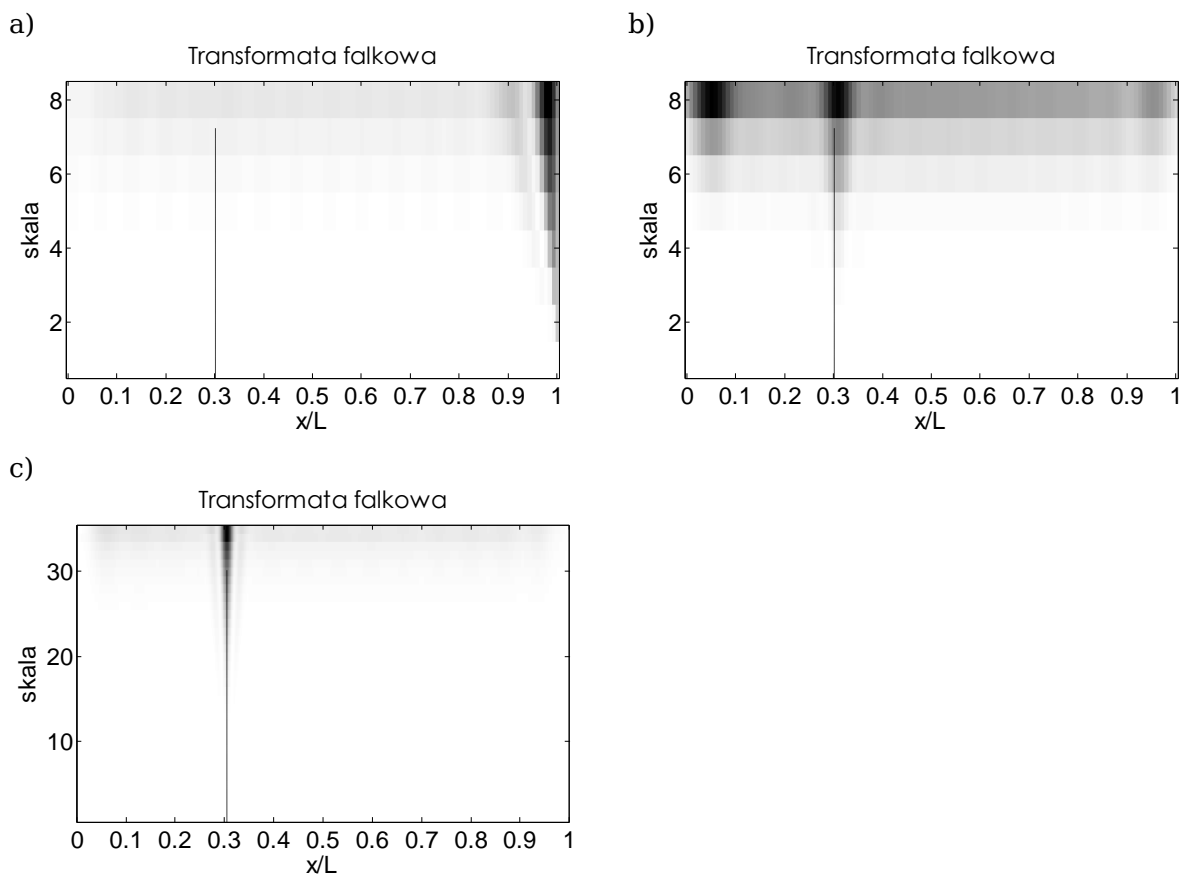
Porównanie wyników uzyskanych dla piątej oraz dziesiątej postaci drgań własnych ekstrapolowanych o siedem punktów po obu stronach metodą liniową oraz metodą sklepanych wielomianów trzeciego rzędu pokazano na rysunku 5.3.



Rysunek 5.3. Ekstrapolacja postaci drgań własnych.

W prezentowanej rozprawie ekstrapolacja ma zastosowanie szczególnie w przypadku zastosowania transformaty falkowej, zarówno do usuwania zakłóceń jak i lokalizacji uszkodzenia. Na przykładzie przedstawionym na rysunku 5.4 można pokazać celowość stosowania interpolacji oraz ekstrapolacji do detekcji uszkodzeń metodą bazującą

na transformacie falkowej. Rysunek 5.4a przedstawia skalogram uzyskany dla modelu belki wspornikowej o zmniejszonym module Younga w punkcie $0.3x/L$. Z uwagi na duże wartości na końcu belki wspornikowej, uszkodzenie nie może zostać poprawnie zlokalizowane. Problem ten wynika z faktu, że do wyznaczenia wartości współczynników falkowych przy brzegach postaci drgań własnych nie jest wykorzystywana pełna liczba próbek. Aby temu zapobiec, postaci drgań własnych zostały ekstrapolowane metodą wielomianową o cztery punkty po każdej ze stron, co odpowiada połowie maksymalnej użytej skali (połowa szerokości falki). Po wyznaczeniu współczynników falkowych nadmiarowe punkty zostały usunięte. W taki sposób uzyskany skalogram przedstawiono na rysunku 5.4b. Analizowane sygnały składają się z niewielkiej liczby próbek, co powoduje, że jedynie dla pierwszych kilku skal transformata ma rozdzielczość w dziedzinie przestrzeni wystarczającą do lokalizacji uszkodzenia. Z tego względu postaci drgań własnych zostały dodatkowo poddane operacji interpolacji metodą wielomianów sklejanym, zwielfokrotniając 12'to krotnie liczbę punktów. Dzięki temu uzyskano znaczną poprawę skuteczności działania metody, co obrazuje rysunek 5.4.c.



Rysunek 5.4. Transformata falowa uzyskana dla piątej postaci drgań własnych modelu belki wspornikowej z symulowanym uszkodzeniem w odległości $0.3x/L$ od utwierdzenia a) bez wstępnego przetwarzania sygnału, b) po zastosowaniu ekstrapolacji, c) po zastosowaniu ekstrapolacji i interpolacji.

5.3 Filtracja postaci drgań własnych metodą dekompozycji falkowej

Każdy pomiar obarczony jest pewnym błędem pomiarowym. W przypadku detekcji uszkodzeń bazujących na analizie postaci drgań własnych zakłócenia mogą mieć znaczący wpływ na efektywność lokalizacji uszkodzenia. W realizowanych badaniach sprawdzono kilka metod odszumiania, spośród których najlepsze rezultaty osiągnięto stosując filtrację metodą dekompozycji falkowej (z ang. *Wavelet Denoising*). Zasadę działania tej metody można przedstawić w trzech następujących krokach [86,87]:

- dekompozycja zaszumionego sygnału,
- wyznaczenie progów filtracji i eliminacja progowa,
- rekonstrukcja przefiltrowanego sygnału.

Zasada działania tej metody bazuje na tym, że energia sygnału po wyznaczeniu jego transformaty falkowej zwiera się w kilku współczynnikach falkowych o dużych wartościach. Natomiast zakłócenia są rozłożone równomiernie po wszystkich współczynnikach falkowych i przyjmują niewielkie wartości. Ideą metody jest wyzerowanie współczynników falkowych o małych wartościach, które uznane zostają za szum, a następnie rekonstrukcja aproksymowanego sygnału.

Opis poszczególnych etapów filtracji sygnału metodą dekompozycji falkowej przedstawiono w czterech kolejnych podpunktach.

5.3.1 Dekompozycja sygnału

Ciągła transformacja falkowa polega na rozłożeniu sygnału na liniową kombinację falek $\psi_{u,s}$, o współczynnikach skali s oraz translacji u (patrz punkt 2.3.4). W dyskretnym przekształceniu falkowym (z ang. *Discrete Wavelet Transform*, w skrócie DWT) współczynniki skali oraz translacji są tak dobierane, aby falka $a_0^k \psi(a_0^{-k} t)$ na poziomie k była wielokrotnością a_0^k długości $\psi(\cdot)$. Stąd parametr skali $\{a = a_0^k : k \in \mathbb{Z}\}$ oraz parametr translacji $\{b = nb_0 a_0^k : k, n \in \mathbb{Z}\}$. Rodzina funkcji bazowych (falek) dana jest zależnością:

$$\psi_{k,n}(t) = a_0^{-k/2} \psi(a_0^{-k} t - nb_0). \quad (5.4)$$

Dyskretne przekształcenie falkowe przyjmuje więc postać:

$$d_{k,n} = a_0^{-k/2} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi(a_0^{-k} t - nb_0) dt. \quad (5.5)$$

Aby spełniać warunek ortogonalności funkcji bazowych w przestrzeni $L^2(R)$ przy dobrej rozdzielczości czasowo-częstotliwościowej, parametry a i b są próbkowane w tzw. siatce diadycznej tak, że $a_0=2$ oraz $b_0=1$. Podstawiając te wartości do równania (5.4) otrzymamy:

$$\psi_{k,n}(t) = 2^{-k/2} \psi(2^{-k}t - n). \quad (5.6)$$

W tym miejscu warto odwołać się do analizy wielorozdzielczościowej (z ang. *Multi-resolution Analysis*, w skrócie MRA), której ideą jest przedstawienie funkcji $f(t)$ w postaci skończonej liczby aproksymacji tej funkcji odpowiadającym różnym rozdzielczościom. Dla wybranej liczby poziomów m , dowolny sygnał $f(t) \in L^2(R)$ może być wyrażony jako [88]:

$$f(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_{k_m, n} \varphi_{m, n}(t) + \sum_{k=k_0}^{k_m} \sum_{n \in \mathbb{Z}} d_{k, n} \psi_{k, n}(t), \quad (5.7)$$

gdzie $d_{k,n}$ to reprezentacja szczegółowa (zwana detałem) i jest definiowana wyrażeniem:

$$d_{k,n} = 2^{-k/2} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{k,n}(2^{-k}t - n) dt \quad (5.8)$$

oraz reprezentacja zgrubna $c_{k,n}$ (zwana aproksymacją), którą wyznacza się z zależności:

$$c_{k,n} = 2^{-k/2} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \varphi_{k,n}(2^{-k}t - n) dt, \quad (5.9)$$

gdzie $\varphi_{k,n}$ to funkcja skalująca.

W praktyce do wyznaczania współczynników $c_{k,n}$ oraz $d_{k,n}$ stosowane są lustrzane filtry kwadraturowe (z ang. *Quadrature Mirror Filters*, w skrócie QMF). Istnieje rekursywna zależność pomiędzy reprezentacją zgrubną i szczegółową na kolejnych poziomach dekompozycji, co opisują następujące równania:

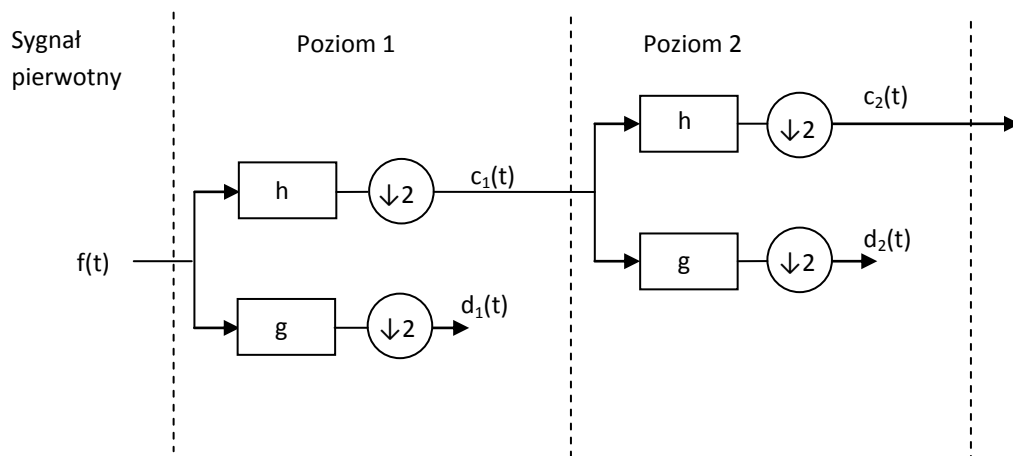
$$c_{k,n} = \sum_{l \in \mathbb{Z}} g_l c_{k-1, 2n-l}, \quad (5.10)$$

$$d_{k,n} = \sum_{l \in \mathbb{Z}} h_l c_{k-1, 2n-l}, \quad (5.11)$$

gdzie g_l to współczynniki filtra dolnoprzepustowego, a h_l to współczynniki filtra górno-przepustowego analizy sygnału.

Równania (5.10) i (5.11) opisują reprezentację zgrubną i szczegółową na poziomie k . Współczynniki $c_{k,n}$ oraz $d_{k,n}$ są wyznaczane w wyniku poszczególnych filtracji sygnału z niższego poziomu dekompozycji ($k-1$) poddanego operacji decymacji drugiego rzędu (z ang. *downsampling*) czyli pominięcia parzystych próbek sygnału.

Podsumowując można powiedzieć, że dekompozycja metodą falkową jest iteracyjnym procesem, w którym analizowany sygnał poddawany jest operacji filtracji górno- i dolnoprzepustowej. W pierwszym poziomie dekompozycji otrzymywana jest reprezentacja zgrubna oraz reprezentacja szczegółowa oznaczone odpowiednio symbolami c_1 i d_1 . W kolejnych etapach proces ten jest powtarzany, a sygnałem wejściowym jest współczynnik c_k z poprzedniego poziomu dekompozycji. W literaturze proces ten nazywany jest algorytmem Mallat'a [88]. Graficzna ilustracja tego procesu przedstawiona została na rysunku 5.5.



Rysunek 5.5. Dekompozycja sygnału.

5.3.2 Wyznaczanie progu filtracji

Kolejnym etapem opisywanej metody filtracji sygnału jest wyznaczenie progu filtracji. W literaturze można znaleźć wiele metod wyznaczania progu filtracji. Do najczęściej stosowanych można zaliczyć metodę uniwersalną, minimax oraz metodę SURE (z ang. *Stein's Unbiased Risk*).

- Metoda uniwersalna (z ang. *Universal*)

Zaproponowana przez Donoho [89] nazywana również *VisuShrink*. W tym podejściu zakłada się, że wartość progu jest funkcją ilości próbek sygnału oraz wartości odchylenia standardowego szumu estymowanego na podstawie współczynników falkowych analizowanego sygnału. Próg filtracji τ wyznacza się z następującej zależności:

$$\tau = \sigma \sqrt{2 \log(n)}, \quad (5.12)$$

gdzie n jest liczbą próbek sygnału. Współczynniki σ wyznaczany jest jako:

$$\sigma \approx \frac{\text{mediana}(\{|S(m-1, b)| : b = 0, 1, \dots, 2^{m-1} - 1\})}{0.6745} \quad (5.13)$$

gdzie $S(a, b)$ współczynniki dyskretnej transformaty falkowej, m to liczba poziomów dekompozycji falkowej sygnału. Parametr σ jest wartością oczekiwaną odchylenia standardowego szumu.

- Metoda minimax

Użycie metody minimax do wyznaczania progu filtracji zostało zaproponowane przez Donoho i Johnstone'a [89]. Funkcja minimax wywodzi się z teorii decyzji i służy do minimalizowania maksymalnych możliwych strat. Zasada działania tej metody jest wykorzystywana w statystycznej teorii decyzji do wyznaczania estymatorów. Odfiltrowany sygnał można traktować jako estymator sygnału o nieznannej regresji. Estymator minimax pozwala na minimalizację największego błędu średniokwadratowego otrzymanego dla najgorszego z spośród rozpatrywanych przypadków.

Próg wyznaczany jest jako funkcja minimalizująca maksymalną wartość błędu średniokwadratowego dla przypadku idealnego i zdefiniowany jest jako wartość τ minimalizująca funkcję:

$$\Lambda_N = \inf_{\tau} \sup_w \left\{ \frac{R_{\tau}(w)}{N^{-1} + (w^2 \wedge 1)} \right\}, \quad (5.14)$$

gdzie R jest funkcją ryzyka wyrażoną jako:

$$R_{\tau}(w) = E \{ \delta_{\tau}(X) - w \}^2, \quad (5.15)$$

$$X \approx N(w, 1), \quad (5.16)$$

a w to wektor współczynników transformaty falkowej.

- Metoda SURE

Działanie metody SURE bazuje na wyznaczeniu parametrycznego estymatora, a następnie doborze jego parametrów w celu minimalizacji ryzyka błędu estymacji. Metoda ta została zaproponowana przez Stein'a [90]. Użycie tej metody do wyznaczenia optymalnego progu eliminacji progowej zaproponował Donoho i Johnstone'a [89]. Wartość wybranego progu τ wyznacza się minimalizując ryzyko estymacji:

$$SURE_{\tau} = \sigma^2 \left(N - 2 \sum_{n=1}^{n_1} I \left\{ |w_{y(k,n)}| \leq \tau \sigma \right\} + \sum_{n=1}^{n_2} \min \left\{ \frac{w_{y(k,n)}}{\sigma^2}, \tau^2 \right\} \right), \quad (5.17)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} I \left\{ |w_{y(k,n)}| \leq \tau \sigma \right\} &= 1 \quad \text{jeżeli } |w_{y(k,n)}| \leq \tau \sigma \\ I \left\{ |w_{y(k,n)}| \leq \tau \sigma \right\} &= 0 \quad \text{w przeciwnym razie.} \end{aligned} \quad (5.18)$$

W praktycznych zastosowaniach często wykorzystuje się tzw. metodę "heursure". Jest ona połączeniem metody uniwersalnej oraz SURE. Wybór jednej z dwóch metod uzależniony jest od wartości poziomu sygnału do szumu. Jeśli ten stosunek jest bardzo mały metoda SURE daje zaszumione wyniki. W takim wypadku używa się stałego progu wyznaczonego metodą uniwersalną.

5.3.3 Eliminacja progowa (z ang. *Thresholding*)

Wyznaczony próg filtracji jest następnie wykorzystywany w operacji eliminacji progowej. Polega to na zastosowaniu nieliniowej funkcji, której zadaniem jest wyzerowanie szczegółowych reprezentacji sygnału na wybranych poziomach, których wartość bezwzględna jest mniejsza od wyznaczonego progu. Wartości pozostałych współczynników są pozostawione bez zmian bądź pomniejszone, tak by skompensować zawartość szumu w tych współczynnikach. Do najczęściej wykorzystywanych metod zalicza się eliminację progową twardą oraz miękką, które wyrażone zostały zależnościami (5.19) oraz (5.20).

- Eliminacja progowa twarda

Działanie eliminacji progowej twardej polega na wyzerowaniu współczynników fal-kowych, których wartość bezwzględna jest mniejsza od wartości zadanego progu. Wyraża to zależność:

$$\delta_{\tau}^{TW}(x) = \begin{cases} x & \text{gdy } |x| > \tau \\ 0 & \text{gdy } |x| \leq \tau \end{cases}, \quad (5.19)$$

gdzie δ_{τ} to funkcja uzyskana w wyniku operacji eliminacji progowej o zadanej wartości progu τ . Indeks górny (dla powyższego przypadku ^{TW}) został dodany w celu rozróżnienia poszczególnych eliminacji progowych.

- Eliminacja progowa miękka

Algorytm eliminacji progowej miękkiej rozszerza sposób działania eliminacji progowej twardej. Poza wyzerowaniem współczynników rozwinięcia falkowego, których wartość bezwzględna jest mniejsza od progu τ , wartości bezwzględne pozostałych współczynników są pomniejszane o wartość progu, co można zapisać:

$$\delta_{\tau}^{MK}(x) = \begin{cases} x - \tau & \text{gdy } x > \tau \\ x + \tau & \text{gdy } x < -\tau \\ 0 & \text{gdy } |x| \leq \tau \end{cases}. \quad (5.20)$$

W literaturze przedmiotu można znaleźć również inne metody eliminacji progowej. Należą do nich między innymi metoda Garrote'a oraz eliminacja progowa "półmiękka" (z ang. *Semisoft*). Obie te metody są połączeniem metody twardej i miękkiej.

- Eliminacja progowa Garrote'a

Algorytm działania metody Garrote'a jest zbliżony do eliminacji progowej miękkiej, przy czym wartości bezwzględne współczynników większych od zadanego progu τ są zmniejszane o różne wartości. Im większa wartość bezwzględna współczynnika falkowego, tym o mniejszą wartość jest on zmniejszany. Proces ten można przedstawić w następującej postaci:

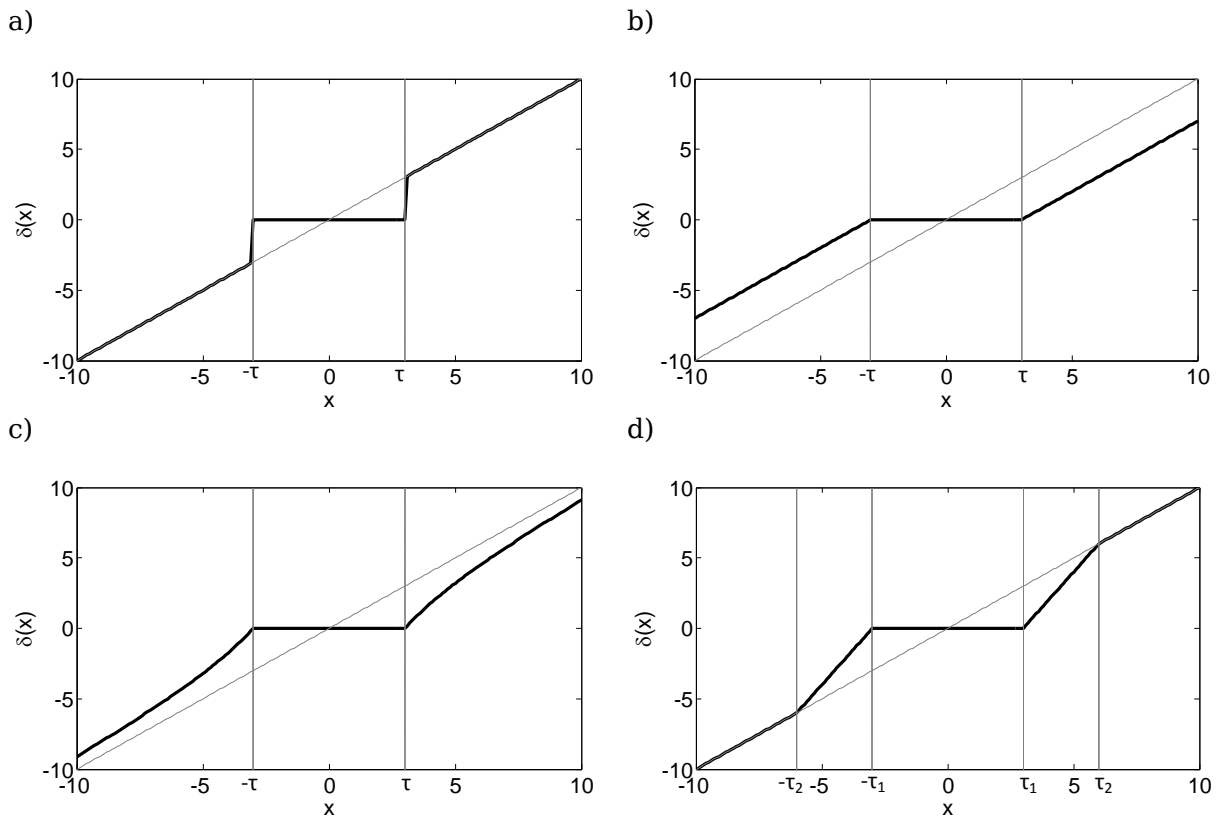
$$\delta_{\tau}^{GR}(x) = \begin{cases} x - \frac{\tau^2}{x} & \text{gdy } |x| > \tau \\ 0 & \text{gdy } |x| \leq \tau \end{cases}. \quad (5.21)$$

- Eliminacja progowa "półmiękka" (z ang. *semisoft*)

Działanie eliminacji progowej "półmiękkiej" wymaga wyznaczenia dwóch dodatnich progów τ_1 oraz τ_2 , przy czym $\tau_1 < \tau_2$. Metoda ta przyjmuje następującą formę:

$$\delta_{\tau_1, \tau_2}^{PM}(x) = \begin{cases} x & \text{gdy } |x| > \tau_2 \\ \frac{\tau_2(x - \tau_1)}{\tau_2 - \tau_1} & \text{gdy } x > 0 \text{ oraz } \tau_1 < x \leq \tau_2 \\ \frac{-\tau_2(|x| - \tau_1)}{\tau_2 - \tau_1} & \text{gdy } x < 0 \text{ oraz } \tau_1 < |x| \leq \tau_2 \\ 0 & \text{gdy } |x| \leq \tau_1 \end{cases} \quad (5.22)$$

Na rysunku 5.6 przedstawiono graficzny zapis działania poszczególnych metod eliminacji progowej.



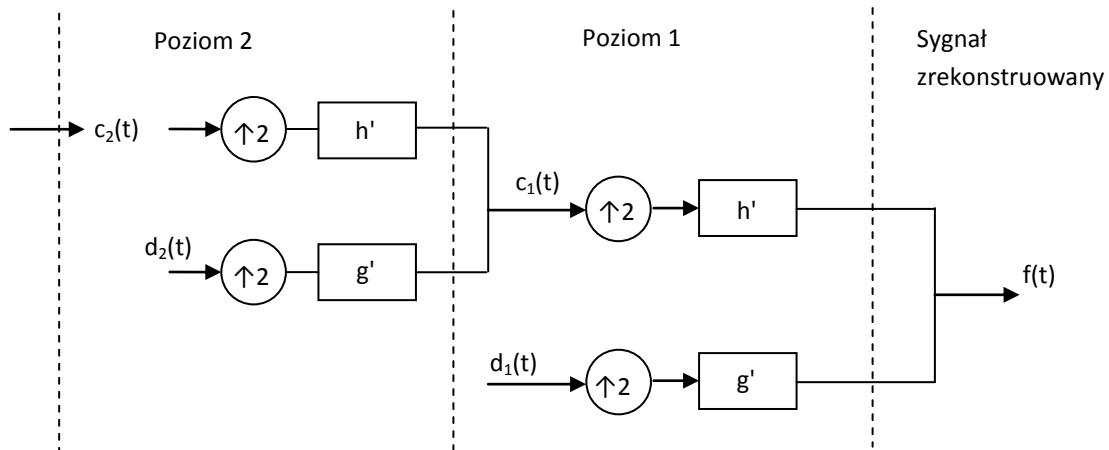
Rysunek 5.6. Eliminacja progowa a) twarda, b) miękka, c) Garrote, d) "półmięka".

5.3.4 Rekonstrukcja sygnału

Ostatnim etapem filtracji sygnału metodą dekompozycji falkowej jest rekonstrukcja sygnału. Jest to proces odwrotny do dekompozycji sygnału. Reprezentacje zgrubne i szczegółowe na poziomie $k-1$ są wyznaczone na podstawie współczynników z poziomu k , według zależności:

$$c_{k-1,n} = \sum_{l \in \mathbb{Z}} h_l' c_{k,l}' + \sum_{l \in \mathbb{Z}} g_l' d_{k,l}' \quad (5.23)$$

W tym procesie wykorzystywane są dwa kwadraturowe filtry syntezy: g' i h' . Współczynniki c'_k i d'_k są wyznaczane poprzez wstawienie zer pomiędzy każde dwie próbki współczynników c_k i d_k (z ang. *upsampling*). Proces syntezy jest powtarzany, aż do momentu uzyskania zrekonstruowanego sygnału $f(t)$. Graficzną ilustrację tego procesu przedstawiono na rysunku 5.7, gdzie symbolem $\uparrow 2$ oznaczono operację dwukrotnego zwiększenia częstotliwości próbkowania.



Rysunek 5.7. Rekonstrukcja sygnału.

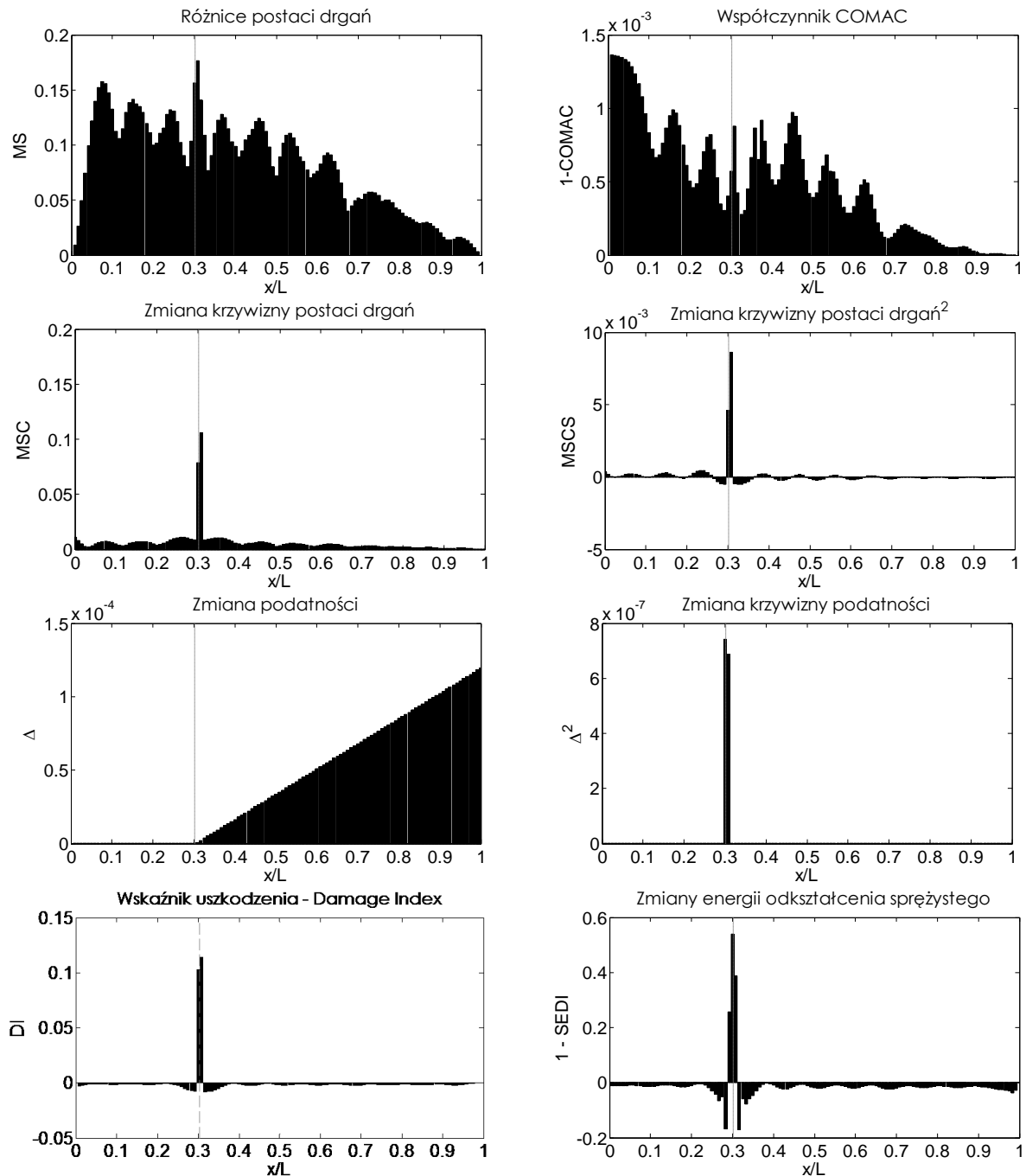
W przeprowadzonych badaniach do filtracji postaci drgań własnych konstrukcji wykorzystano opisaną metodę bazującą na dekompozycji falkowej. Zastosowano falę *Symlet 8* (*sym 8*), dwa poziomy dekompozycji oraz eliminację progową miękką. Próg filtracji wyznaczany był metodą "heusure". Jednak w procesie filtracji sygnałów tą metodą zauważono, że na krawędziach postaci drgań własnych pojawiają się zniekształcenia. Powodowało to, że dla niektórych z badanych przypadków uszkodzenie było błędnie lokalizowane właśnie w tych obszarach. Aby wyeliminować to niekorzystne zjawisko postaci drgań własnych były ekstrapolowane po pięć punktów z każdej ze stron przed dekompozycją sygnału. Te dodatkowe punkty były następnie usuwane po wykonaniu operacji rekonstrukcji sygnału.

5.4 Analiza przydatności metod względnych

W poniższym podrozdziale dokonano analizy przydatności metod detekcji uszkodzeń omówionych w drugim rozdziale pracy. Na wszystkich prezentowanych wykresach miejsce uszkodzenia oznaczono szarą przerywaną linią. Prezentowane wyniki obejmują badania numeryczne i eksperymentalne wykonane zarówno dla belki wspornikowej jak i płyty swobodnej. Z uwagi na ograniczoną objętość pracy przedstawiono jedynie wybrane przykładowe wyniki. Na ich podstawie wyciągnięte zostały wnioski istotne z punktu widzenia możliwości wdrożenia tego typu metod detekcji uszkodzeń w rzeczywistych konstrukcjach.

5.4.1 Wyniki uzyskane dla modelu numerycznego belki wspornikowej

Przydatność opisanych w drugim rozdziale metod detekcji uszkodzeń zbadana na podstawie wyników numerycznych została przedstawiona na rysunku 5.8. Do wyznaczenia odpowiednich współczynników wykorzystano 12 pierwszych postaci drgań własnych wyznaczonych za pomocą metody elementów skończonych (patrz punkt 4.1.1 pracy). Uszkodzenie modelowano zmniejszając moduł Younga pojedynczego elementu o 50%. Położenie uszkodzenia określa punkt o współrzędnej $x/L=0.3$.



Rysunek 5.8. Wyniki uzyskane dla modelu numerycznego belki wspornikowej.

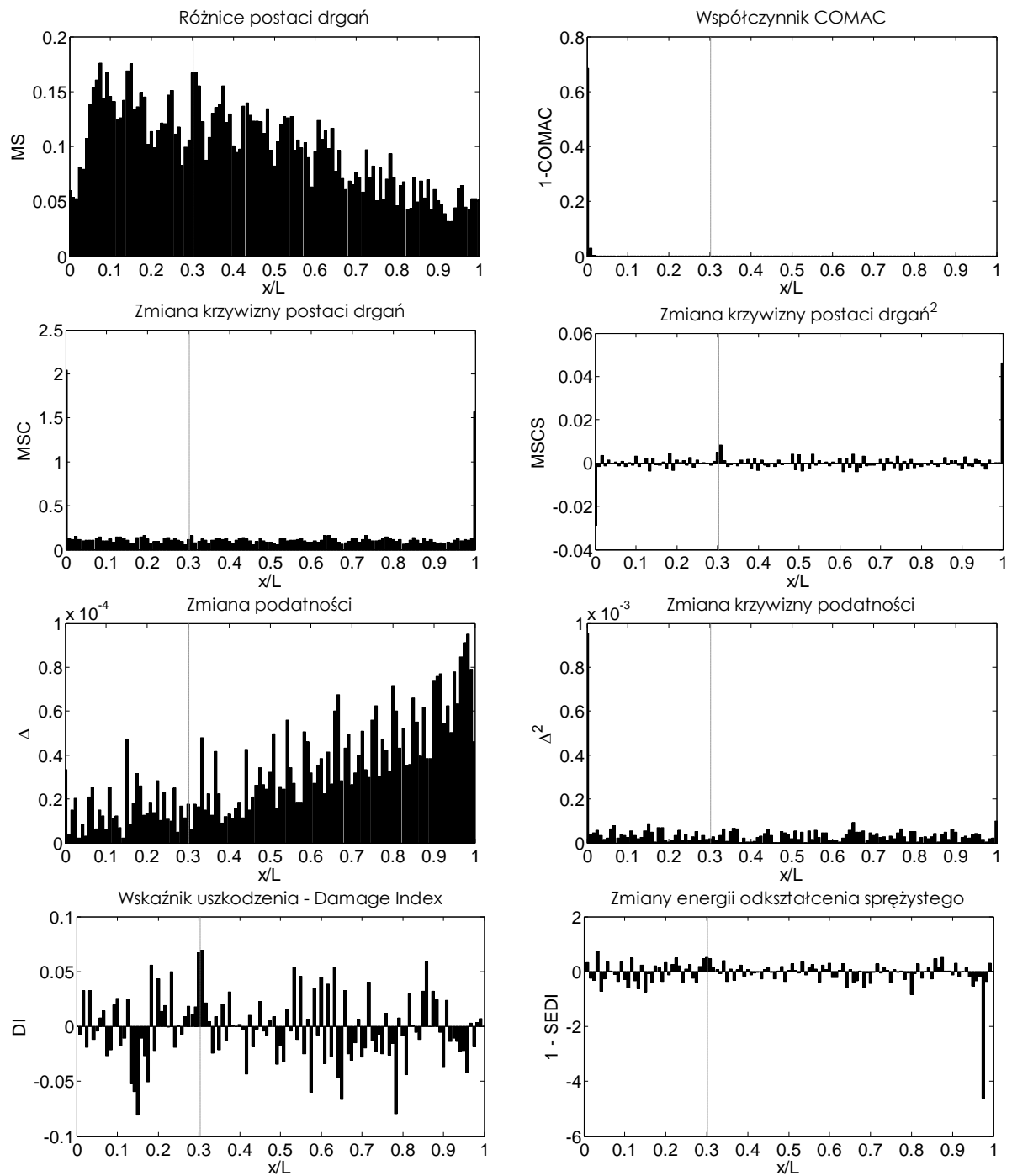
Uzyskane wyniki pozwoliły wstępnie zweryfikować skuteczność metod znanych z literatury. Współczynniki bazujące bezpośrednio na postaci drgań własnych, tj. różnica postaci drgań, współczynnik COMAC oraz zmiana podatności, nie mogą być zastosowane do określenia położenia uszkodzenia. Natomiast pozostałe wskaźniki, które bazują na drugiej pochodnej postaci drgań własnych w sposób jednoznaczny wskazały poprawną lokalizację uszkodzenia w badanej belce.

5.4.2 Wyniki uzyskane dla modelu numerycznego belki wspornikowej z dodanym sygnałem pseudolosowym

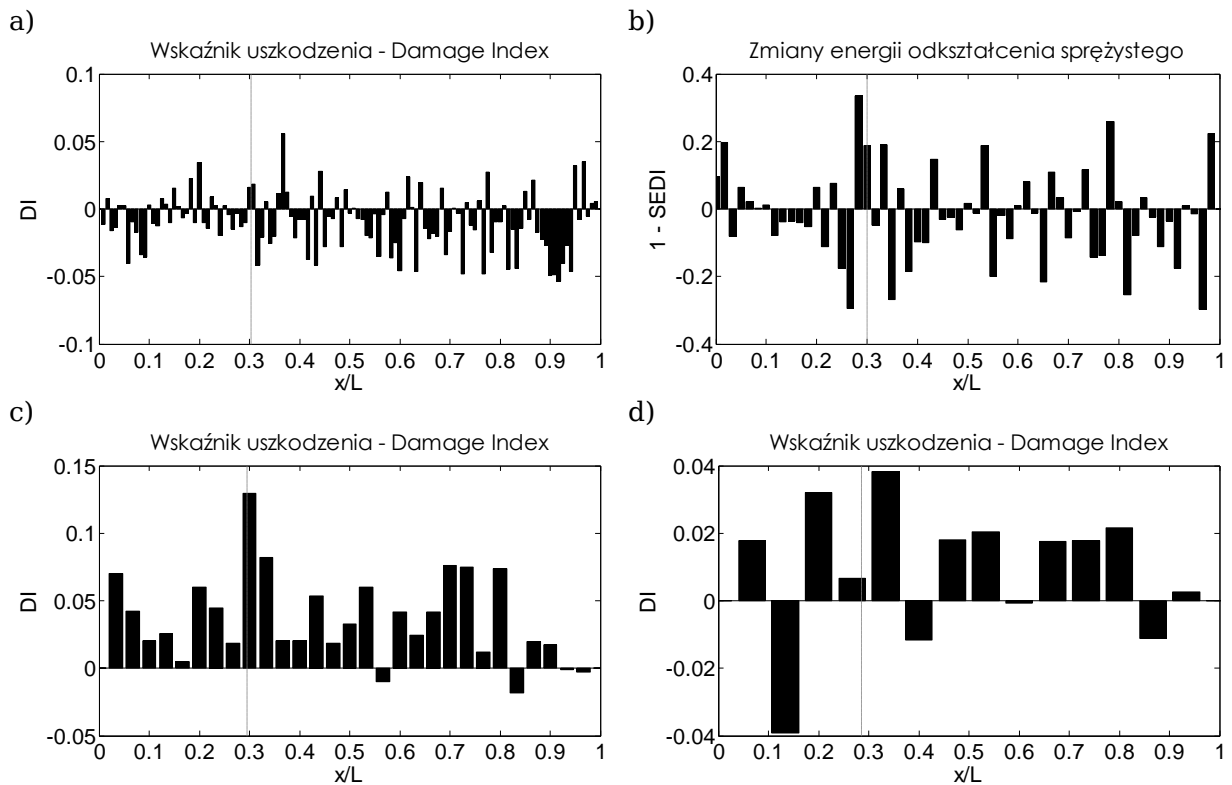
Wyniki eksperymentalne zawsze obarczone są pewnym błędem pomiarowym. Z tego powodu na rysunku 5.9 zaprezentowano zestawienie wyników uzyskane dla przykładu jak w punkcie 5.5.1, lecz z dodanym sygnałem pseudolosowym modelującym szumy pomiarowe. Zakłócenia modelowano dodając do macierzy postaci drgań własnych macierz zawierającą sygnał pseudolosowy o rozkładzie normalnym, o wartości średniej $\mu=0$ oraz odchyleniu standardowym $\sigma=0.33\%$ wartości maksymalnej postaci drgań własnych.

Dodanie zakłócenia nawet o bardzo małej amplitudzie powoduje, że analizowane metody detekcji uszkodzeń przestają być skuteczne. Warto zaznaczyć, że dla metod bazujących na krzywiznie postaci drgań własnych wpływ szumu wzrasta w wyniku obliczania pochodnych tych sygnałów. Jeżeli przyjmiemy równomierny rozkład zakłóceń w postaciach drgań własnych, to wraz ze wzrostem gęstości punktów pomiarowych (węzłów) stosunek sygnału do szumu w wyliczonych krzywiznach postaci drgań własnych będzie się zmniejszał. Analizę optymalnego doboru ilości punktów pomiarowych dla metod Damage Index oraz zmiany energii odkształcenia sprężystego przedstawił Sazanov w pracy [54]. Porównanie wyników uzyskanych dla współczynnika Damage Index dla różnej ilości punktów przedstawiono na rysunku 5.10. Rzadszą siatkę punktów uzyskano wybierając co drugi, co czwarty i co ósmy punkt postaci drgań własnych wyznaczonych numerycznie.

Jak wynika z rysunku 5.10a, wskaźnik DI błędnie wskazuje położenie uszkodzenia. Dwukrotne zmniejszenie ilości punktów powoduje poprawienie uzyskanego wyniku jak na rysunku 5.10b, gdzie współczynnik osiąga maksymalną wartość w pobliżu uszkodzenia. Najlepsze wyniki uzyskano, gdy z postaci drgań własnych modelu belki wspornikowej zawierających sygnał pseudolosowy o rozkładzie normalnym, wybrano co czwarty punkt do wyznaczenia krzywizny postaci drgań własnych- rysunek 5.10c. Jednak dalsze zmniejszenie ilości punktów wykorzystanych do wyznaczenia drugiej pochodnej postaci drgań własnych powoduje zupełne zatracenie informacji o kształcie krzywizny wyższych postaci drgań własnych, a w konsekwencji do pogorszenia uzyskiwanych wyników - rysunek 5.10d.



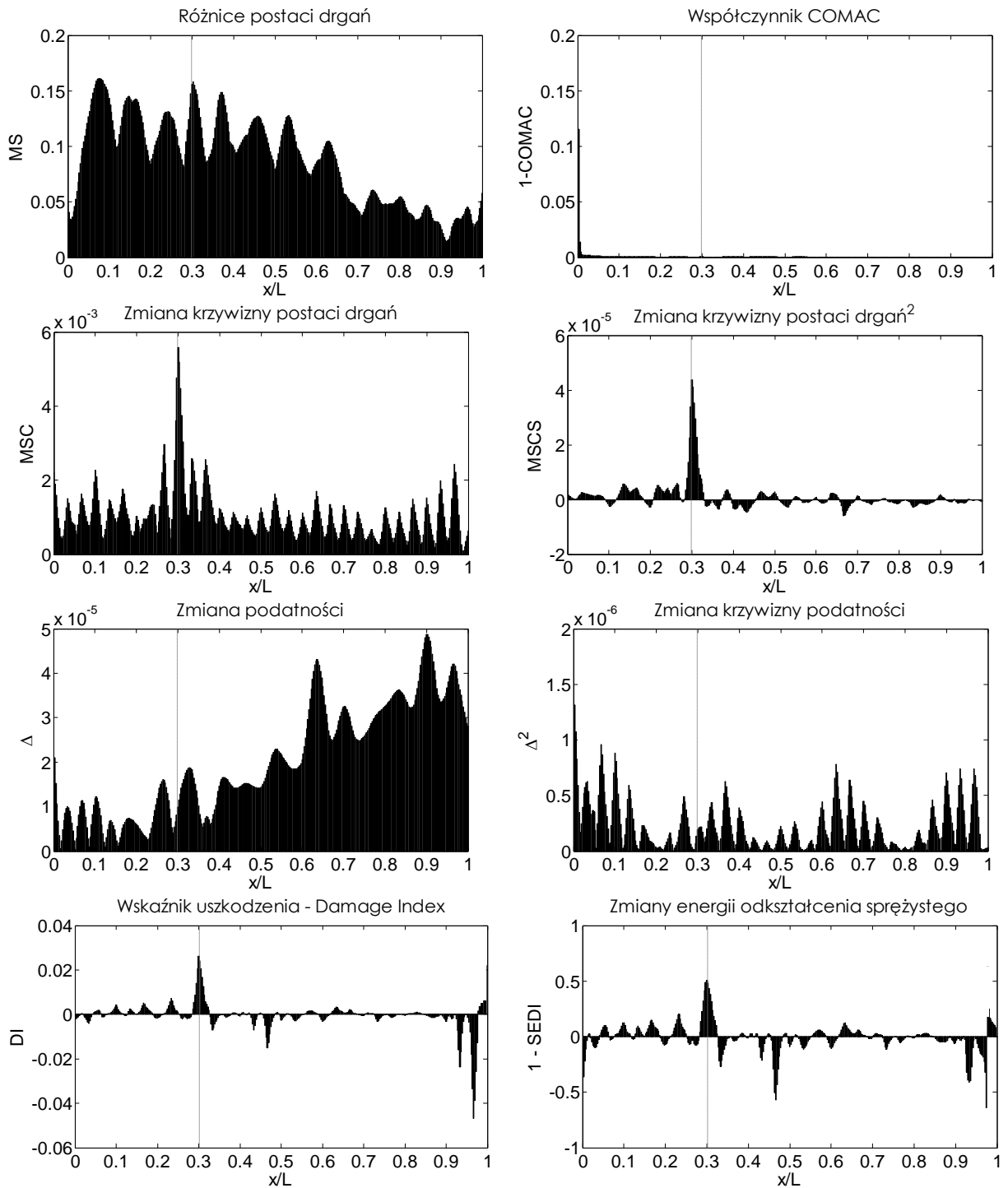
Rysunek. 5.9. Wyniki uzyskane dla modelu numerycznego z szumem.



Rysunek 5.10. Porównanie współczynnika Damage Index dla różnej ilości i punktów wykorzystanych do wyznaczenia krzywizny postaci drgań własnych a) 121 punktów, b) 61 punktów, c) 31 punktów, d) 16 punktów.

5.4.3 Wyniki uzyskane dla modelu numerycznego belki wspornikowej z dodanym szumem oraz zastosowaniem wstępnego przetwarzania sygnałów

Filtracja sygnału pozwala na zwiększenie stosunku sygnału do szumu, a tym samym poprawę efektywności działania metod detekcji uszkodzeń. Najlepsze rezultaty zostały osiągnięte, gdy do redukcji szumów stosowano metodę opartą na dekompozycji falkowej, co zostało omówione w podrozdziale 5.3. Aby zwiększyć rozdzielczość metod detekcji uszkodzeń zastosowano również trzykrotną interpolację sygnału metodą łączonych wielomianów. Uzyskane współczynniki dla sygnału poddanemu wstępnemu przetwarzaniu pokazano na rysunku 5.11.

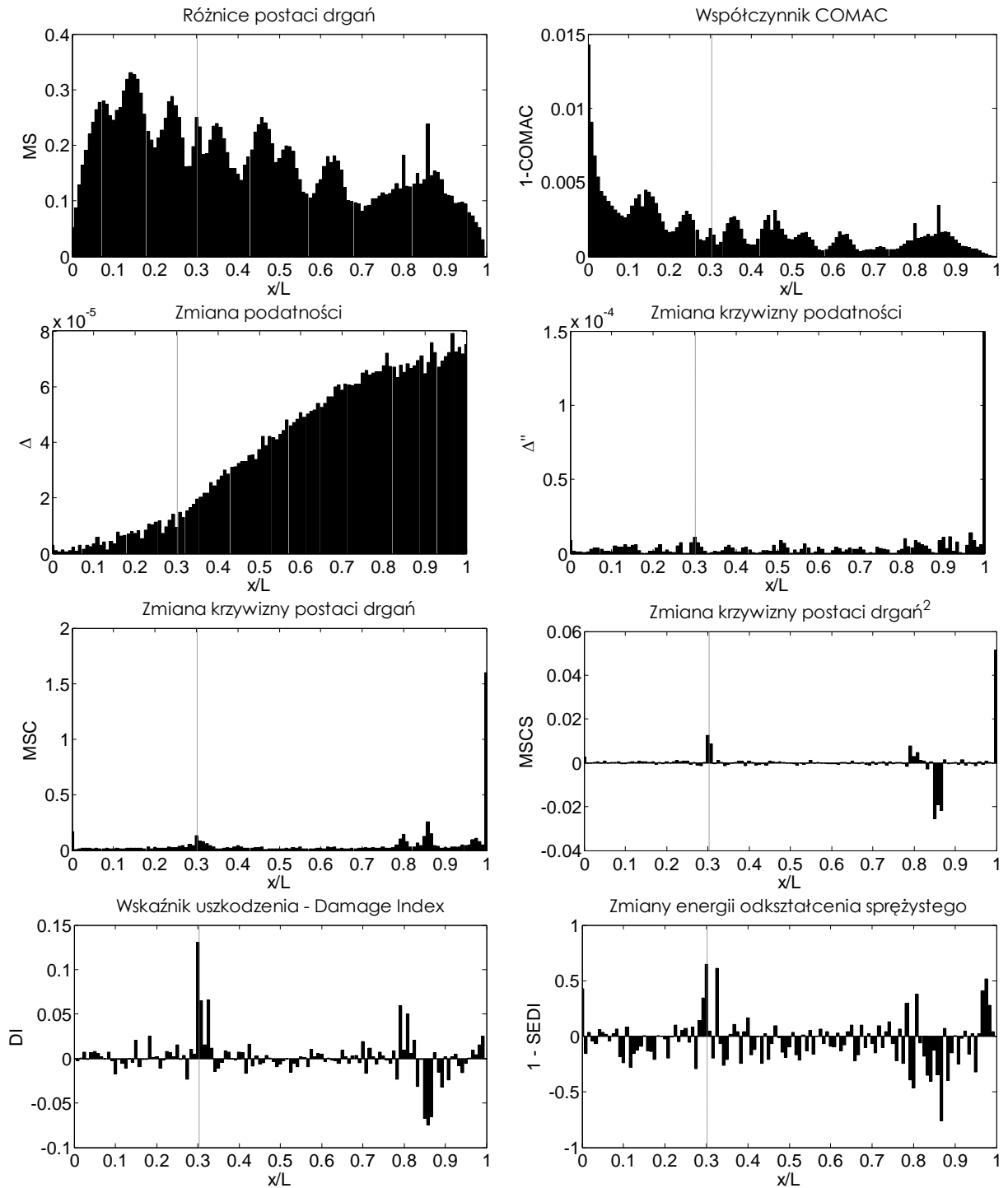


Rysunek 5.11. Wyniki uzyskane dla modelu belki wspornikowej z nałożonym szumem oraz zastosowanym przetwarzaniem sygnałów.

Dzięki zastosowaniu przetwarzania sygnałów możliwe stało się zidentyfikowanie uszkodzenia metodami bazującymi na krzywiznie postaci drgań własnych. Najlepszy wynik został uzyskany dla zmiany kwadratu krzywizny postaci drgań własnych. Poprawna identyfikacja uszkodzenia możliwa jest również dzięki współczynnikom Damage Index oraz zmianom energii odkształcenia sprężystego.

5.4.4 Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej z uszkodzeniem w postaci nacięcia w pozycji $x/L=0,3$ o głębokości 20%

Badania numeryczne zostały zweryfikowane eksperymentalnie poprzez przeprowadzenie analogicznej analizy przydatności metod detekcji uszkodzeń wykorzystując dane pomiarowe. Uzyskane wyniki przedstawiono na rysunku 5.12.



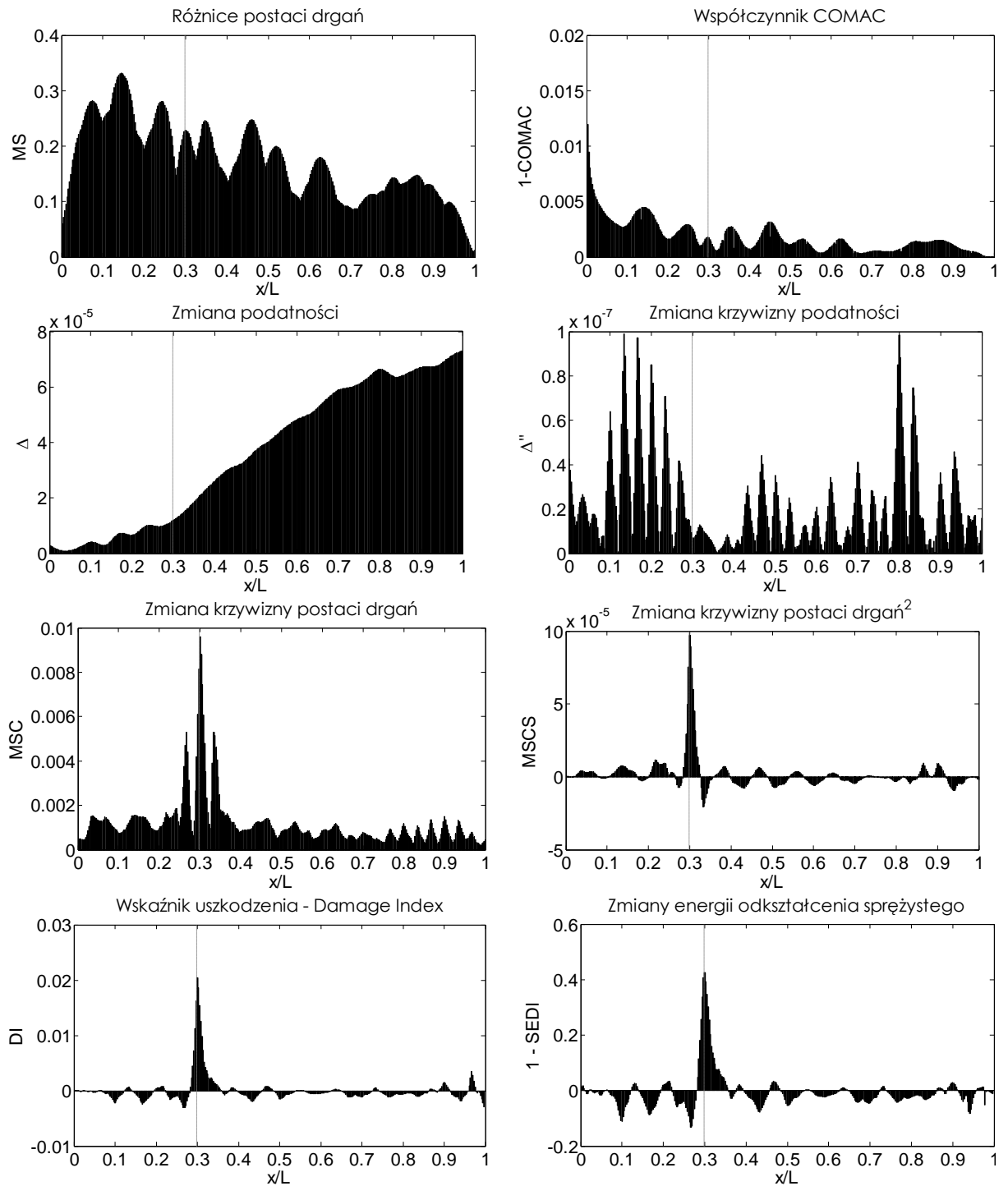
Rysunek 5.12. Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki - nacięcie w miejscu $x/L=0.3$ o głębokości 20%.

Na podstawie wyników przedstawionych na rysunku 5.12 można stwierdzić, że dwie spośród ośmiu wybranych metod poprawnie wskazały lokalizację uszkodzenia - Damage Index oraz zmiany energii odkształcenia sprężystego. Jednak drugi z wymienionych wskaźników przyjmuje także wartości zbliżone do tych w miejscu prawdziwego uszkodzenia w punktach $0.33x/L$, $0.8x/L$ oraz $0.97x/L$. Takie wyniki powinny być rozpoznane jako dodatkowe uszkodzenia, które w badanym obiekcie nie występowały. We wskaźniku DI pozorne mniejsze uszkodzenie może być również zlokalizowane w punkcie $0.8x/L$.

5.4.5 Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej z uszkodzeniem w postaci nacięcia w pozycji $x/L=0,3$ o głębokości 20% z zastosowaniem przetwarzania sygnałów

Zgodnie z procedurą opisaną w punktach 5.1 - 5.3, zastosowano wstępne przetwarzania sygnałów w celu zwiększenia efektywności wykrywania uszkodzeń stosując wybrane metody wibracyjne. Wyniki uzyskane przy wykorzystaniu tych samych danych pomiarowych co w powyższym punkcie (5.4.4), przedstawiono na rysunku 5.13.

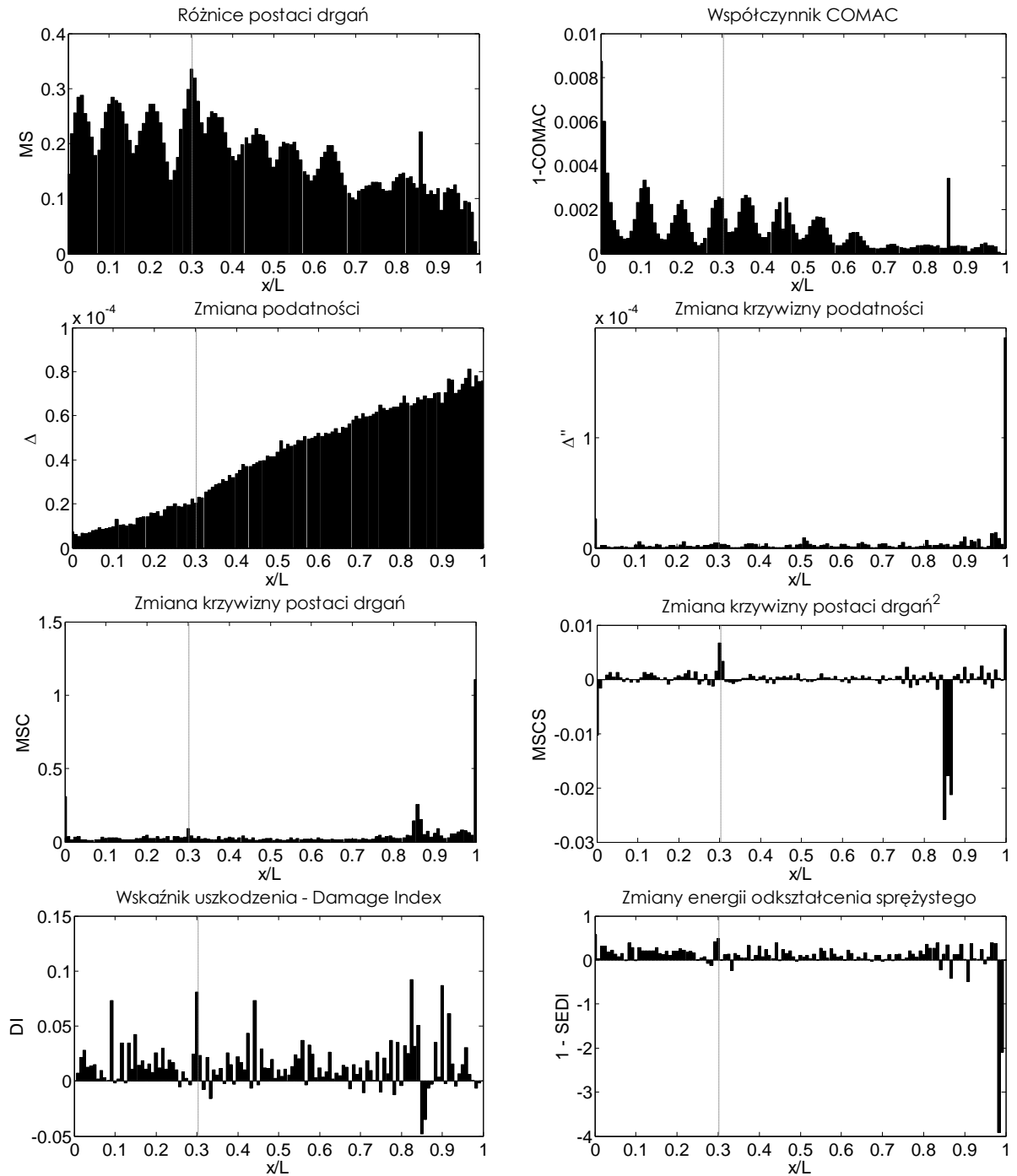
Dzięki zastosowaniu filtracji i interpolacji sygnału, zwiększono efektywność względnych metod detekcji uszkodzeń. Cztery spośród prezentowanych metod jednoznacznie wskazały poprawnie miejsce występowania uszkodzenia. Przy czym należy nadmienić, że trzy spośród użytych metod, to jest: różnice postaci drgań własnych, współczynnik COMAC oraz zmiana podatności nie dawały jednoznacznych wyników nawet dla przypadków numerycznych, gdzie nie występowały zakłócenia. Tym samym uznano te metody za nienadające się do wykrywania niewielkich uszkodzeń w belkach wspornikowych.



Rysunek 5.13. Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki z nacięciem w miejscu $0.3x/L$ o głębokości 20%.

5.4.6 Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej z uszkodzeniem w postaci nacięcia w pozycji $x/L=0,3$ o głębokości 10%

Analogicznie do punktów 5.4.4 oraz 5.4.5 przedstawiono analizę porównawczą skuteczności działania wybranych względnych wskaźników uszkodzeń dla belki wspornikowej o mniejszym uszkodzeniu - nacięcie o głębokości 10% wysokości przekroju poprzecznego belki umiejscowione w punkcie $x/L=0.3$.



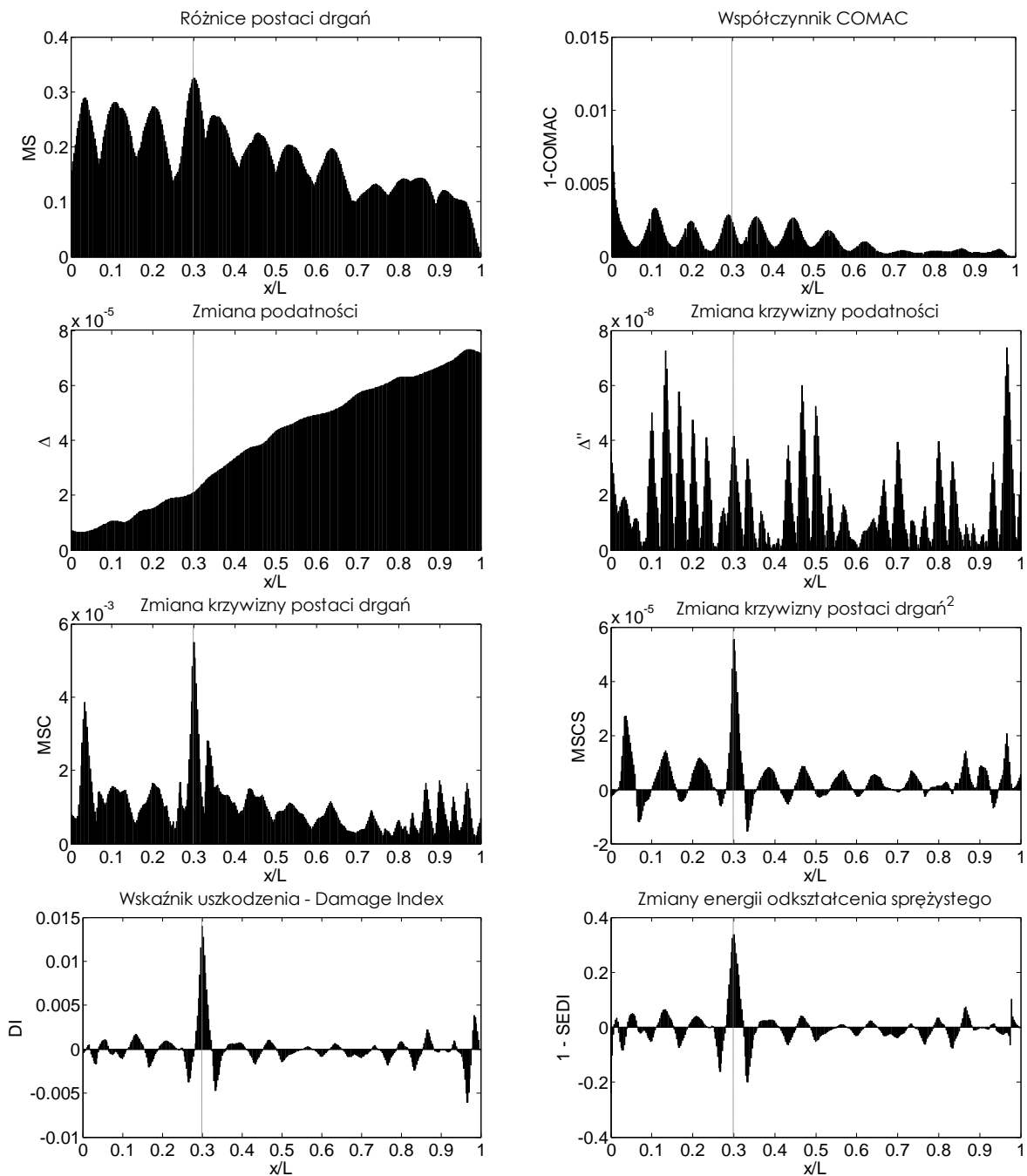
Rysunek 5.14. Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki - nacięcie w miejscu $0.3x/L$ o głębokości 10%.

Dla przedstawionego na rysunku 5.14 przypadku żadna z prezentowanych metod nie wskazała poprawnie rzeczywistego uszkodzenia. Metoda bazująca na zmianie wartości kwadratowej krzywizny postaci drgań własnych jako jedyna przyjmuje duże wartości w miejscu uszkodzenia. Jednak współczynnik ten jeszcze większą wartość przyjmuje w miejscu $x/L=1$.

Aby zweryfikować możliwość detekcji uszkodzenia tej wielkości powtórzono obliczenia stosując wstępne przetwarzanie sygnałów, a wyniki przedstawiono w kolejnym punkcie.

5.4.7 Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej z uszkodzeniem w postaci nacięcia w pozycji $x/L=0,3$ o głębokości 10% z zastosowaniem przetwarzania sygnałów

Podobne jak w przypadku uszkodzenia o głębokości 20%, zastosowanie przetwarzania sygnałów zwiększyło dokładność działania metod detekcji uszkodzeń, których wykresy przedstawiono na rysunku 5.15. Cztery z analizowanych metod, oparte na drugiej pochodnej postaci drgań własnych (zmiana krzywizny postaci drgań własnych, zmiana krzywizny postaci drgań własnych², Damage Index oraz zmiana energii odkształcenia sprężystego) w sposób jednoznaczny wskazały prawidłowe miejsce uszkodzenia. Przykład jest potwierdzeniem tego jak duże znaczenie ma wstępne przetwarzanie sygnałów pomiarowych w wibracyjnych metodach detekcji uszkodzeń.

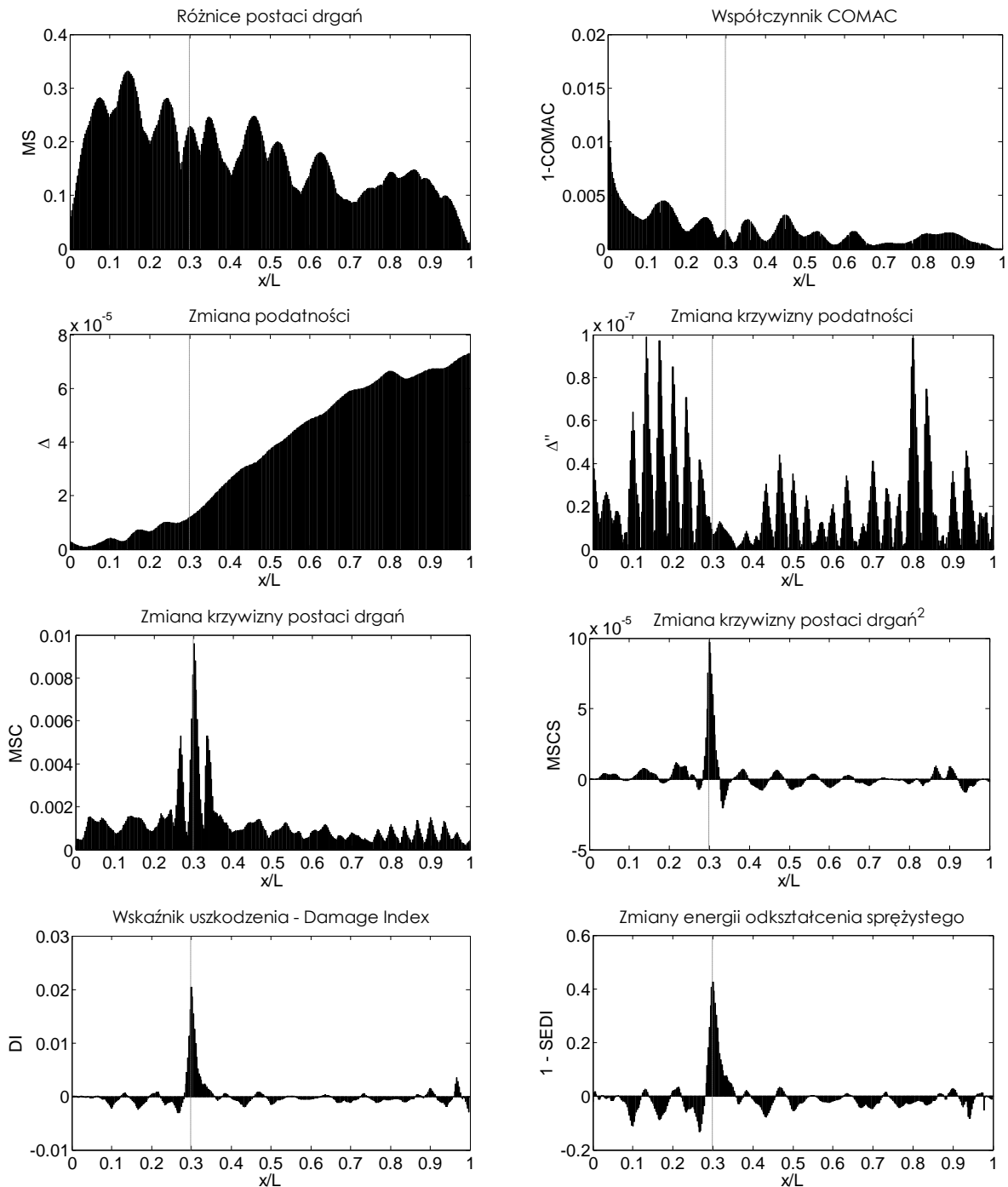


Rysunek 5.15. Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki z nacięciem w miejscu $0.3x/L$ o głębokości 10%.

5.4.8 Wyniki uzyskane dla belki rzeczywistej, gdy sygnałem referencyjnym dla belki z nacięciem o głębokości 20% jest pomiar dla belki z nacięciem o głębokości 10%

Wystąpienie niewielkiego uszkodzenia nie zawsze związane jest z koniecznością natychmiastowego wyłączenia konstrukcji z eksploatacji. Niezbędne jest natomiast dalsze monitorowanie jej stanu technicznego do momentu, w którym uszkodzenie staje się na tyle poważne, że wymagana jest naprawa bądź wymiana wadliwego elementu. Dlatego też ważne jest, aby po wykryciu i ocenie uszkodzenia istniała możliwość dalszego mo-

nitorowania czy stan techniczny konstrukcji nie uległ pogorszeniu. W wibracyjnych metodach detekcji uszkodzeń można to realizować stosując jako dane odniesienia, pomiary dla obiektu ze znanym uszkodzeniem. Na rysunku 5.16 przedstawiono przykładowe wyniki uzyskane, gdy jako sygnał referencyjny dla belki naciętej na głębokość 20% wykorzystano pomiary dla belki z nacięciem o głębokości 10% jej wysokości przekroju poprzecznego.



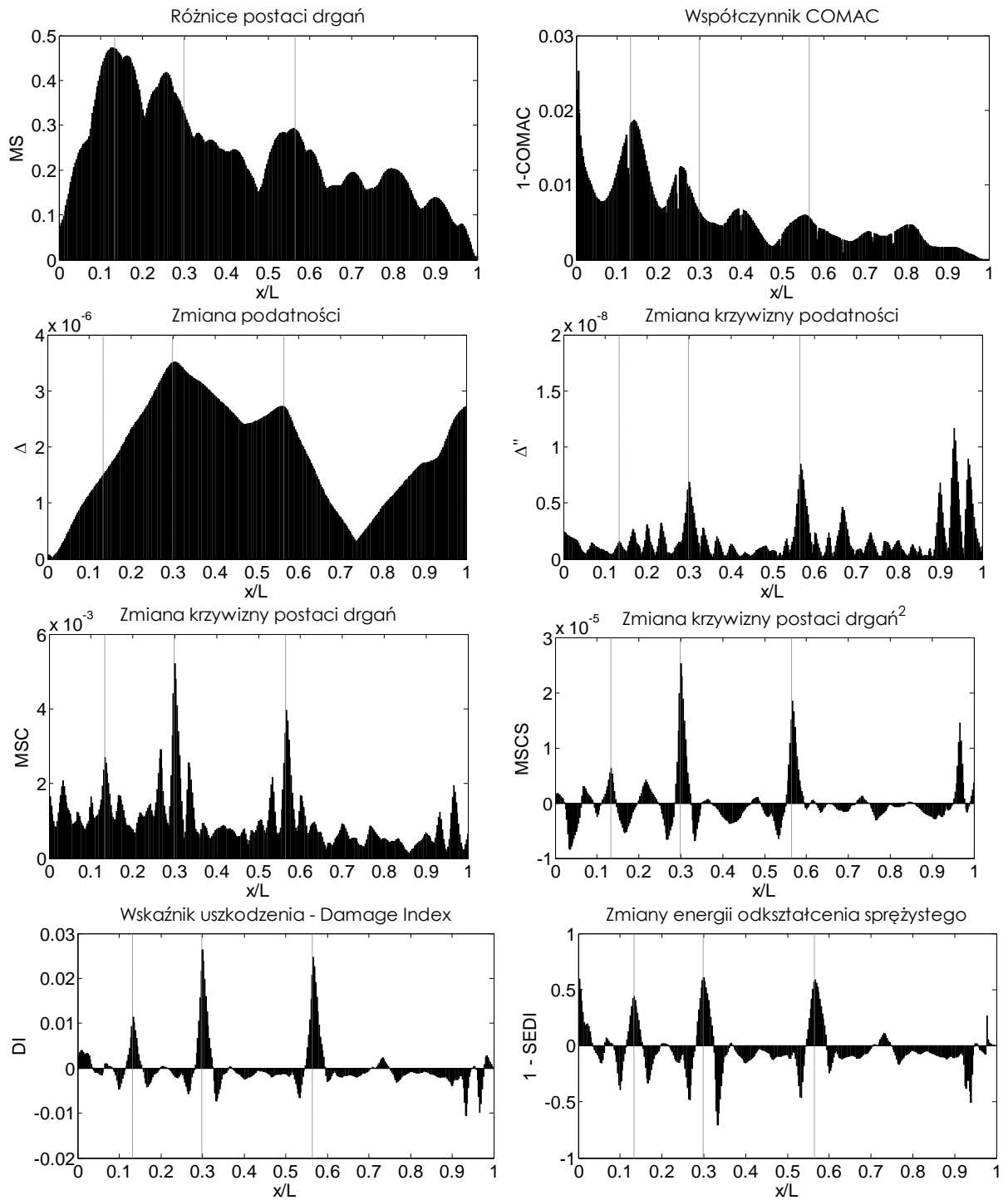
Rysunek 5.16. Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki z 20% nacięciem w miejscu $0.3x/L$, gdy jako stan referencyjny przyjęto nacięcie znajdujące się w tej samej pozycji o głębokość 10%.

Uzyskane wyniki są zbliżone dla tych prezentowanych w punkcie 5.5.7. Te same cztery metody wskazują miejsce, w którym uszkodzenie uległo pogłębieniu. Przedstawiony przykład potwierdza, że istnieje możliwość stosowania metod względnych, (biorąc pod uwagę stan aktualny z uszkodzonego obiektu), do badania rozwoju uszkodzenia bądź określenia wystąpienia nowych uszkodzeń.

5.4.9 Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki z wielokrotnym uszkodzeniem oraz zastosowaniem przetwarzania sygnałów

Poza pojedynczymi pęknięciami, w konstrukcji może wystąpić uszkodzenie w kilku miejscach jednocześnie. Aby sprawdzić skuteczność metod detekcji uszkodzeń w wykrywaniu wielokrotnego uszkodzenia zbadano belkę wspornikową naciętą w trzech różnych miejscach na głębokość 15% wysokości jej przekroju poprzecznego. Współczynniki uszkodzeń dla poszczególnych metod zestawiono na rysunku 5.17.

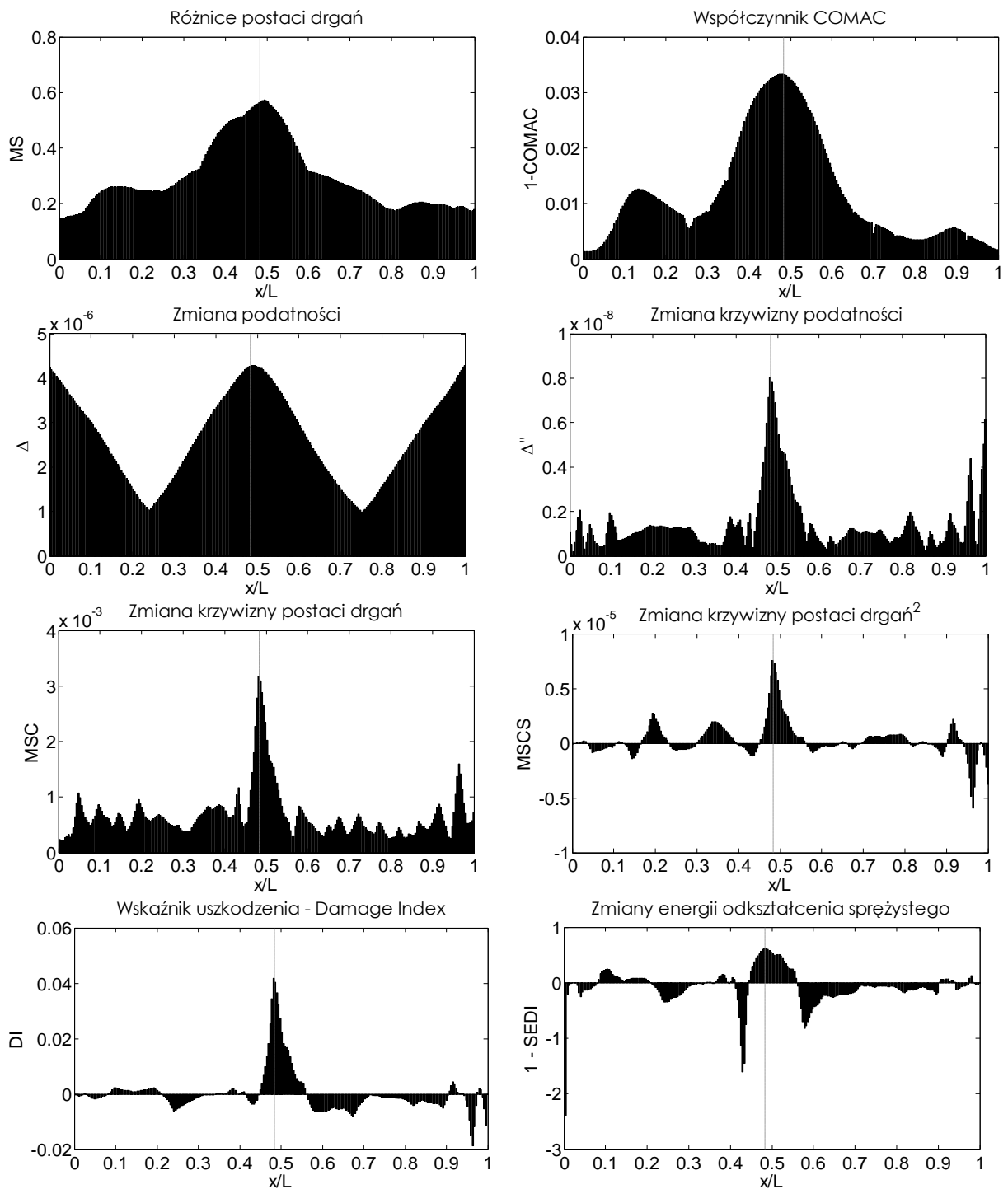
Wszystkie trzy występujące uszkodzenia zostały poprawnie zidentyfikowane przez dwie metody, mianowicie wskaźnik uszkodzenia Damage Index oraz zmianę energii odkształcenia sprężystego, przy czym drugi z wymienionych przyjmuje duże wartości również w pobliżu utwierdzenia belki. Pomimo, że każde z uszkodzeń było tak samo głębokie, w miejscu $0.13x/L$ metody te pokazały mniejsze wartości niż w pozostałych dwóch miejscach uszkodzeń. Jest to spowodowane tym, że uszkodzenie to znajdowało się w pobliżu utwierdzenia, gdzie krzywizna pierwszych kilku postaci drgań własnych przyjmuje mniejsze wartości. Efekt ten można wyeliminować, gdy możliwe jest zmierzenie postaci drgań własnych wysokiego rzędu, a początkowe postaci drgań własnych zostaną pominięte.



Rysunek 5.17. Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki z 3 nacięciami o głębokości 15%.

5.4.10 Wyniki uzyskane dla uźebrowanej płyty – nacięcie żebra

Drugim badanym obiektem była uźebrowana płyta wykonana ze stopu aluminium. Pomiary wykonano wzdłuż dwóch linii nitów. Mierzono osiem pierwszych postaci drgań własnych. Uszkodzenie wykonano w postaci nacięcia prostopadłego do powierzchni płyty ramienia prawego usztywnienia. Nacięcie znajdowało się w połowie wysokości badanej próbki i wykonane zostało na głębokość 50%.



Rysunek 5.18. Wyniki uzyskane dla uźebrowanej płyty - nacięcie żebra usztywniającego w połowie jego długości na głębokość 50%.

W przedstawionym na rysunku 5.18 przykładzie, wszystkie wskaźniki poza zmianą podatności były w stanie poprawnie wskazać lokalizację uszkodzenia. Prowadzi to do wniosku, że z powodzeniem można stosować względne metody detekcji uszkodzeń do wykrywania pęknięć występujących bezpośrednio w mierzonym elemencie jak również w usztywnieniach płyt mierząc ich drgania własne na powierzchni.

5.4.11 Podsumowanie metod względnych

Podsumowując, wstępne przetwarzanie sygnałów wibracyjnych we względnych metodach detekcji uszkodzeń ma duży wpływ na efektywność działania tychże metod. Badania eksperymentalne dowodzą, że część z analizowanych metod umożliwia prawidłowe wykrywanie nacięcia belki od głębokości 10%, a także z powodzeniem mogą być stosowane do wykrywania uszkodzeń elementów usztywniających panele.

Na podstawie analizowanych przykładów można stwierdzić, że metody, które do lokalizacji uszkodzenia wykorzystują drugą pochodną postaci drgań są bardziej skuteczne. Spośród nich wskaźnik DI umożliwił wskazanie uszkodzeń we wszystkich przypadkach, w których zastosowano wstępne przetwarzanie sygnałów wibracyjnych.

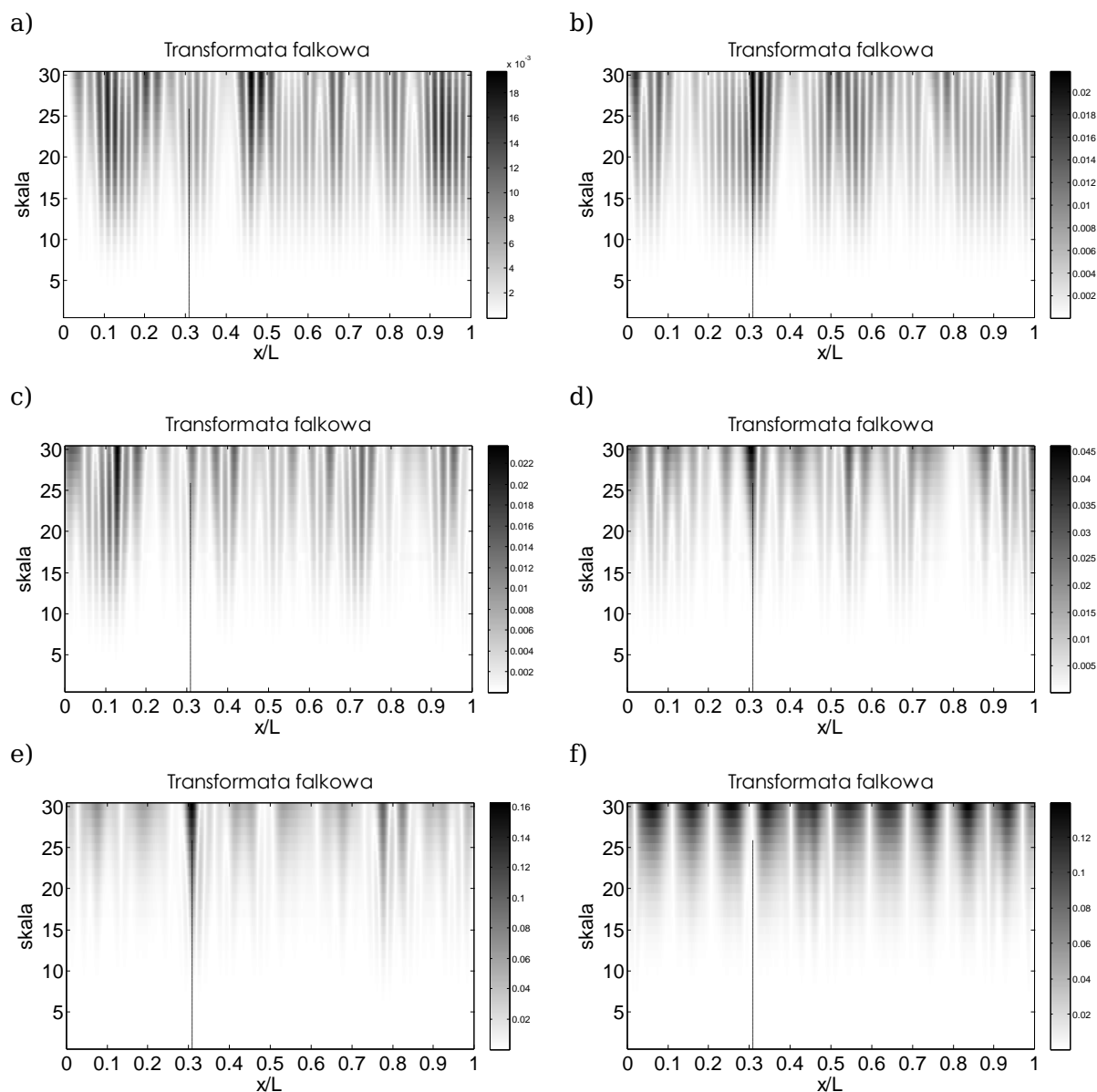
5.5 Analiza przydatności metod bezwzględnych

Dla metod względnych możliwe było przedstawienie porównania wyników lokalizacji uszkodzenia w oparciu o „surowe” dane pomiarowe (lub symulacyjne) oraz dane poddane wstępnemu cyfrowemu przetwarzaniu sygnałów. Dla metod względnych zrezygnowano z takiego rodzaju prezentacji wyników, gdyż zasady działania poszczególnych metod znacznie różnią się od siebie i każda z nich wymaga odrębnego podejścia. Z tego powodu w kolejnych dwóch punktach przedstawione zostały sposoby zwiększenia efektywności dwóch najbardziej obiecujących metod bezwzględnych, a w kolejnych punktach prezentowane są wyniki uzyskane przy zastosowaniu wstępnego przetwarzania danych wejściowych.

5.5.1 Współczynnik bazujący na transformacie falkowej

W literaturze przedmiotu można znaleźć przykłady zastosowań transformaty falkowej jako narzędzia do wykrywania osobliwości postaci drgań własnych w miejscu występowania uszkodzenia [91,92,93,94]. Autorzy analizują wybrane postacie drgań własnych, przy czym głównie skupiają się na pierwszej postaci. Nie proponuje się jednak wyznaczenia współczynnika uszkodzenia, który obejmowałby kilka postaci drgań własnych.

Skalogramy uzyskane za pomocą falki Gaussowskiej o momencie zaniku falki równym cztery (gaus 4) dla wybranych postaci drgań własnych belki wspornikowej naciętej w punkcie $0.3x/L$ na głębokość 20% przedstawiono na rysunku 5.19. Wyraźnie widać, że tylko niektóre z spośród prezentowanych wskazują jednoznacznie miejsce uszkodzenia. Dlatego, aby wyznaczyć jeden współczynnik uwzględniający wszystkie mierzone postacie drgań własnych należy poszczególne skalogramy w odpowiedni sposób zsumować.



Rysunek 5.19. Skalogramy uzyskane dla: a) pierwszej, b) trzeciej, c) piątej, d) siódmej, e) dziewiątej oraz f) jedenastej postaci drgań własnych.

Najprostszym sposobem na wyznaczenie współczynnika uszkodzenia, uwzględniającego wszystkie postaci drgań własnych jest wyznaczenie sumy po wszystkich skalogramach (rysunek 5.20a):

$$S_{us} = \sum_{n=1}^N \psi_{us,n}, \quad (5.24)$$

gdzie $\psi_{us,n}$ to transformata falkowa dla n 'tej postaci drgań własnych, a N to całkowita liczba mierzonych postaci drgań własnych. Parametry u i s określają odpowiednio translację i skalę transformaty falkowej.

Jednak z uwagi na to, że dla wyższych postaci drgań własnych skalogramy przyjmują większe, mają one dominujący wpływ na końcowy współczynnik uszkodzenia. Aby temu zapobiec można zastosować normalizację skalogramów do wartości 1. Suma znormalizowanych skalogramów może być zapisana jako:

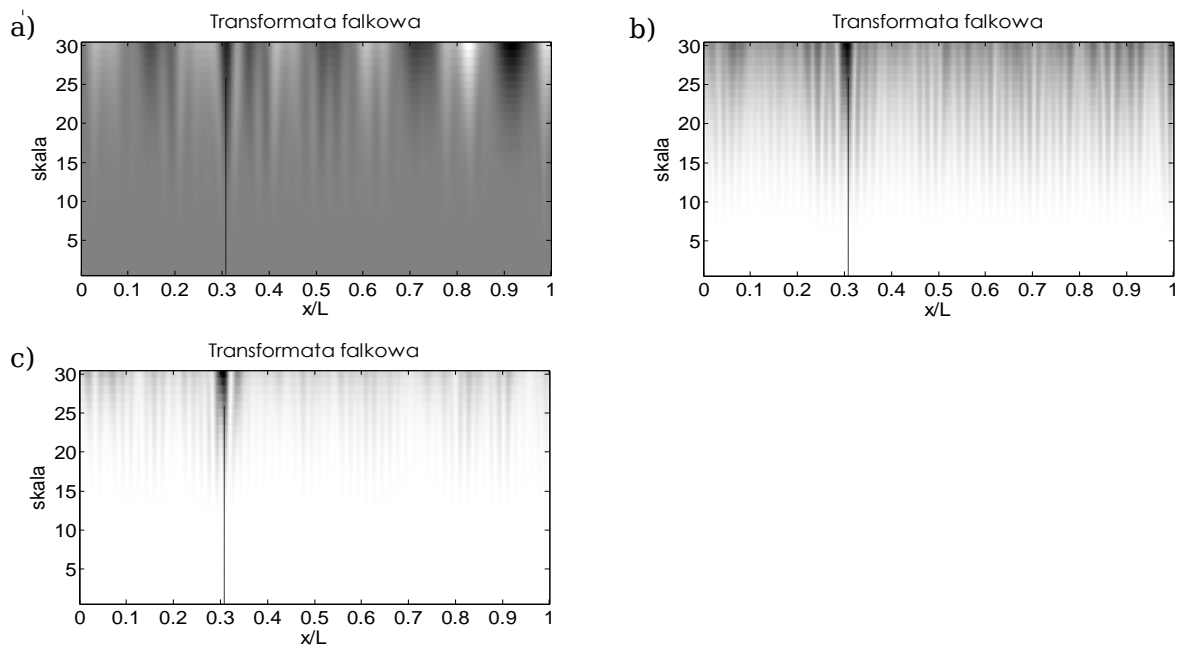
$$S_{us} = \sum_{n=1}^N \left(\frac{\psi_{us,n}}{\max_{u,s}(\psi_{us,n})} \right). \quad (5.25)$$

W ten sposób uzyskany wynik przedstawiono na rysunku 5.20b. Ponieważ, na części postaci uszkodzenie nie jest wcale widoczne (np. rysunek 5.19f) powoduje to zaciemnienie końcowego współczynnika. Zmniejszenie wpływu takich postaci na całościowy wynik osiągnięto poprzez dzielenie skalogramów przez ich wartość średnią. Wskaźnik WDI (z ang. *Wavelet Damage Index*) definiowany jest więc jako:

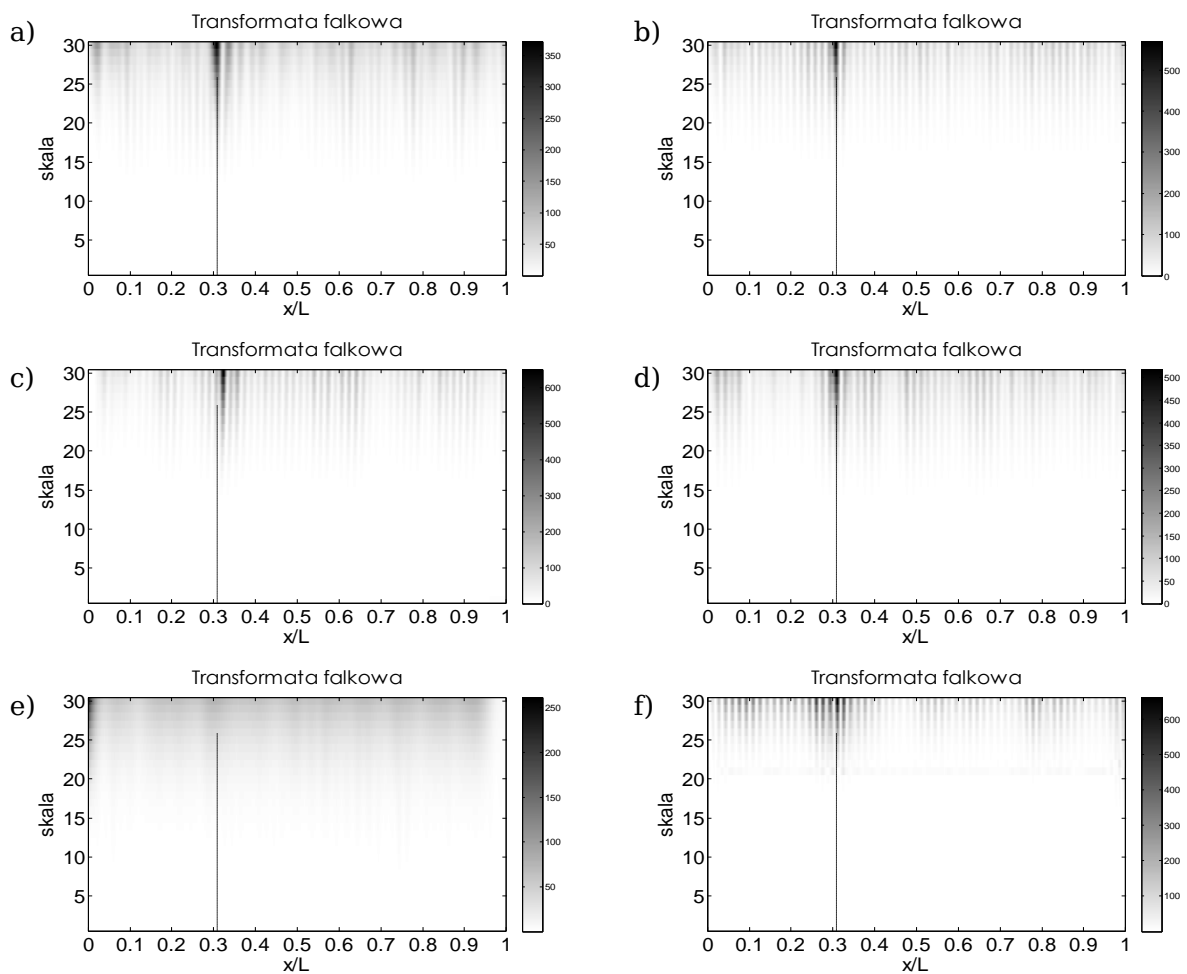
$$WDI_{us} = \sum_{n=1}^N \left(\frac{\psi_{us,n}}{\mu_{\psi_{us,n}}} \right), \quad (5.26)$$

gdzie $\mu_{\psi_{us,n}}$ to wartość średnia współczynników transformaty falkowej dla n 'tej postaci drgań własnych. Takie podejście powoduje, że skalogramy, w których nie ma dominującego piku, przyjmują niewielką wartość maksymalną. Występowanie piku o dużej wartości nie powoduje jednak znaczącego wzrostu wartości średniej całego skalogramu. Dzięki temu, po podzieleniu przez wartość średnią, wartość piku nadal pozostaje duża. Porównanie uzyskanych wyników dla różnych metod sumowania skalogramów postaci drgań własnych przedstawiono na rysunku 5.20.

W literaturze można znaleźć dużą liczbę rodzin falek, które mogą posłużyć do wyznaczenia skalogramów. Na rysunku 5.21 zestawiono współczynniki WDI wyznaczone przy użyciu wybranych falek wykorzystywanych w diagnostyce [67,95,96].

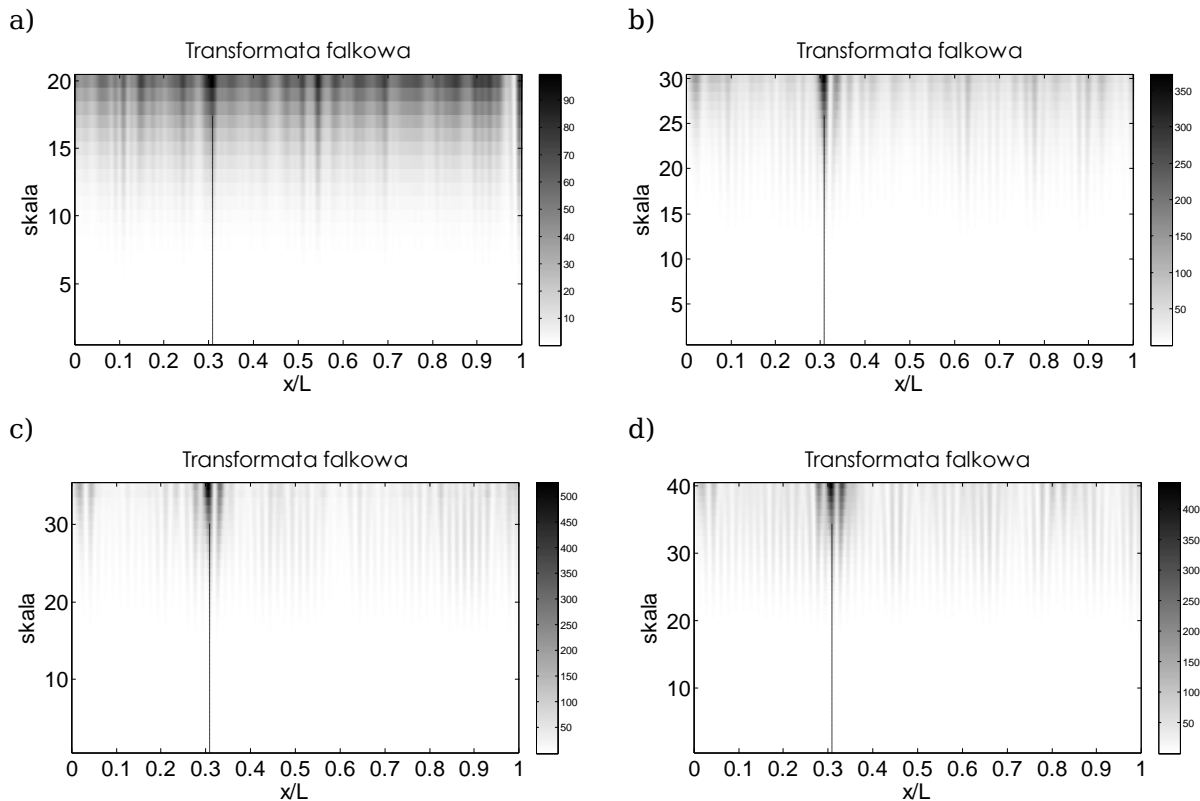


Rysunek 5.20. Współczynniki WDI uzyskane na podstawie: a) sumy, c) sumy skalogramów znormalizowanych do 1, d) sumy skalogramów podzielonych przez ich wartość średnią.



Rysunek 5.21. Porównanie współczynników WDI uzyskanych przy użyciu falki: a) gaussowska 4, b) symlet 4, c) Daubechies 4, d) biortogonalna odwrotna 4.4, e) kapelusz meksykański, f) Morleta.

Spośród prezentowanych falek jednoznacznie poprawną lokalizację uszkodzenia umożliwiły falki: gaussowska 4, symlet 4, Daubechies 4 oraz bioortogonalna odwrotna 4.4. Skalogramy uzyskane za pomocą falek kapeluszek meksykański oraz Morleta nie umożliwiają poprawnej lokalizacji uszkodzenia. Zestawienie skalogramów uzyskanych dla tych samych danych przy użyciu falki gaussowskiej z różnym momentem zaniku falki przedstawione zostało na rysunku 5.22.

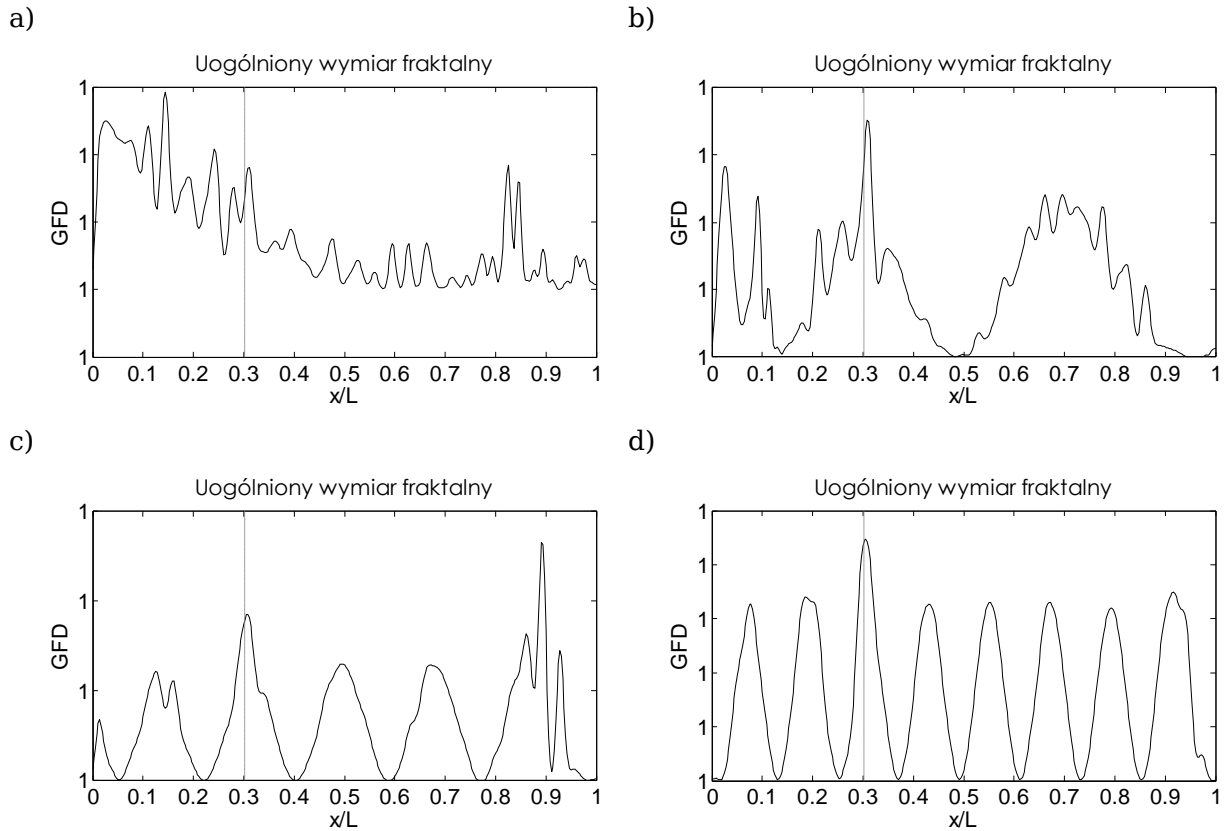


Rysunek 5.22. Skalogramy uzyskane przy użyciu falki Gaussowskiej z momentem zaniku falki różnym: a) 2, b) 4, c) 6, d) 8.

Analizując powyższy przykład można stwierdzić, iż falka Gaussowska z czterema momentami zanikającymi pozwala na uzyskanie najlepszych wyników w metodzie detekcji uszkodzeń bazującej na transformacie falkowej.

5.5.2 Współczynnik bazujący na Generalized Fractal Dimension

Podobnie jak w przypadku zastosowania transformaty falkowej metoda Generalized Fractal Dimension bazuje na poszukiwaniu miejsca osobliwości postaci drgań własnych, co wykorzystuje się do wskazania miejsca ewentualnego uszkodzenia. Również ta metoda w literaturze stosowana jest do analizy każdej z postaci drgań własnych z osobna. Przykładowe wyniki uzyskane dla belki wspornikowej naciętej na głębokość 20% w miejscu $0.3x/L$ przedstawiono na rysunku 5.23.



Rysunek 5.23. Współczynnik GFD uzyskany dla: a) pierwszej, b) trzeciej, c) szóstej, d) dziesiątej postaci drgań własnych.

Dla tego typu uszkodzenia tylko nieliczne współczynniki GFD uzyskane dla pojedynczych postaci drgań własnych wskazują poprawnie miejsce uszkodzenia. Z tego powodu do wyznaczenia jednego wskaźnika uszkodzenia dla wszystkich dostępnych postaci drgań własnych zaproponowano wyznaczanie sumy współczynników GFD oraz sumy kwadratów współczynników GFD. Każdy ze współczynników GFD przed zsumowaniem został poddany operacji normalizacji statystycznej:

$$GFDI_M = \sum_{n=1}^N \overline{GFD}_{M,n}, \quad (5.27)$$

oraz

$$GFDI_M^2 = \sum_{n=1}^N \left(\overline{GFD}_{M,n} \right)^2, \quad (5.28)$$

gdzie $\overline{GFD}_{M,n}$ jest znormalizowanym statystycznie współczynnikiem GFD_M :

$$\overline{GFD}_{M,n} = \frac{GFD_{M,n} - \mu(GFD_{M,n})}{\sigma(GFD_{M,n})}, \quad (5.29)$$

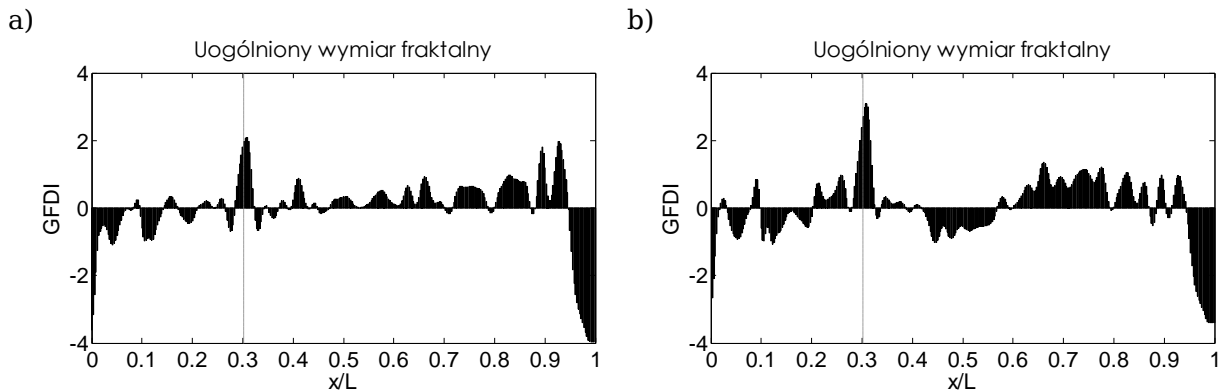
dla okna o rozmiarze M i n 'tej postaci drgań własnych, a $\mu(GFD_{M,n})$ i $\sigma(GFD_{M,n})$ to wartość średnia oraz odchylenie standardowe współczynnika GFD_M .

Wang i Qiao [63,65] w swoich pracach proponując metodę uogólnionego wymiaru fraktalnego wprowadzili współczynnik skalujący s . Jednak dobór wartości tego współczynnika nie został sprecyzowany. Autorzy przyjmują arbitralną wartość $s=100$, jako kompromis pomiędzy dokładnością obliczeń a możliwością wykrywania niewielkich zmian postaci drgań własnych. Z przeprowadzonych badań wynika, że tak dobrany współczynnik działa zgodnie z założeniami metody tylko dla postaci drgań własnych niskiego rzędu. Dlatego, aby możliwe było wykorzystanie również postaci drgań własnych wyższych rzędów, zaproponowano by współczynnik skali był dobierany dla kolejnych postaci drgań własnych osobno. Najlepszym wynikiem jaki udało się uzyskać było zastosowanie tego współczynnika o wartościach wyznaczonych w sposób arbitralny według zależności:

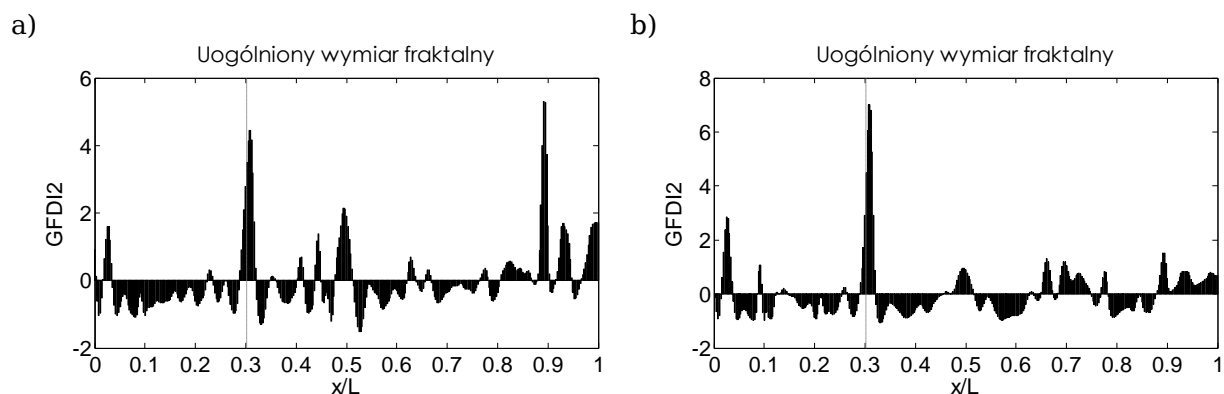
$$s = 10 \cdot n^2, \quad (5.30)$$

gdzie n jest rzędem postaci drgań własnych. Porównanie uzyskanych wyników przedstawiono na rysunku 5.24 oraz 5.25.

Przed wyznaczeniem współczynników $GFDI$ oraz $GFDI^2$ postaci drgań własnych zostały interpolowane metodą sklejanego wielomianów trzeciego stopnia tak, że liczba punktów została potrojona. Do wyznaczenia wymienionych współczynników użyto okna o szerokości $M=9$.



Rysunek 5.24. Współczynnik $GFDI$ dla współczynnika skalowego a) $s = 100$, b) $s = 10 \cdot n^2$.



Rysunek 5.25. Współczynnik $GFDI^2$ dla współczynnika skalowego a) $s = 100$, b) $s = 10 \cdot n^2$.

W obu przypadkach można zaobserwować poprawę uzyskanych wyników, gdy użyto współczynnika s o zmiennej wartości. W końcowym rezultacie możliwe jest poprawne wskazanie miejsca występowania uszkodzenia.

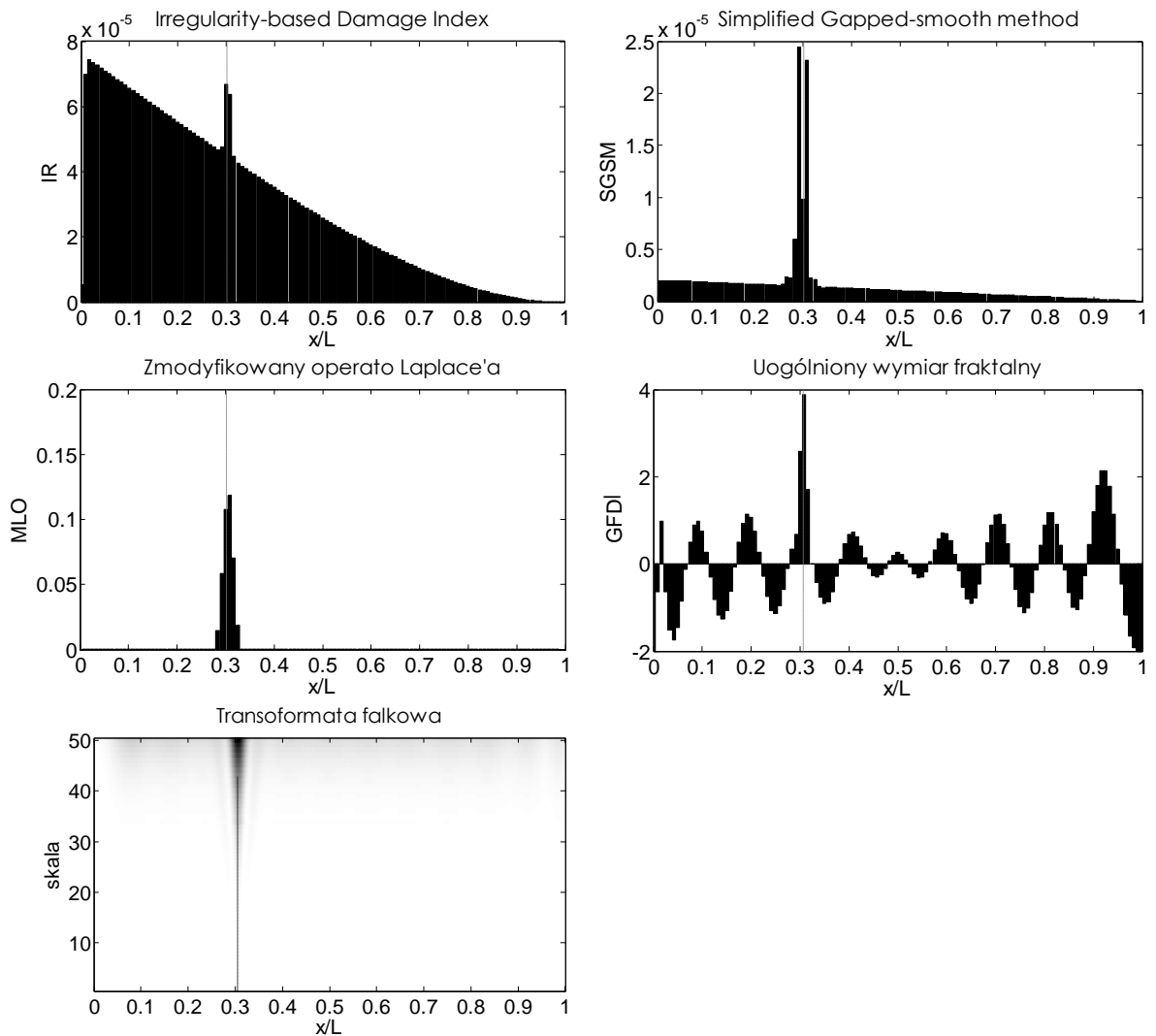
5.5.3 Pozostałe metody względne

Pozostałe metody względne przedstawione w rozdziale 2.3 wyznaczone zostały zgodnie z opisem literaturowym z następującymi wyjątkami:

- Metoda *Irregularity-based damage detection method* została wyznaczona tylko dla pierwszej postaci drgań własnych. Dla wyższych postaci drgań własnych metoda ta wskazuje błędne położenia uszkodzeń.
- Metoda *Simplified Gapped Smooth Method* została wyznaczona dla krzywizny macierzy podatności zamiast macierzy podatności.

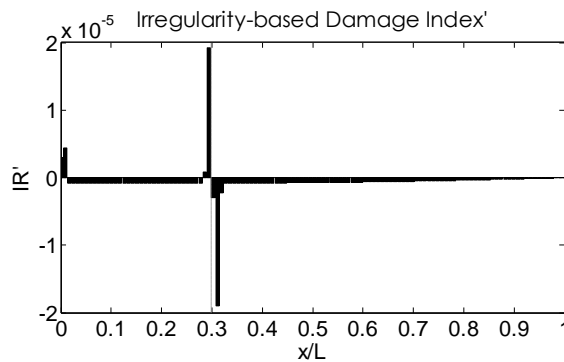
5.5.4 Wyniki uzyskane dla modelu numerycznego belki wspornikowej

Porównanie opisanych w rozdziale 2.3 bezwzględnych metod detekcji uszkodzeń na przykładzie danych uzyskanych z modelu numerycznego zostało przedstawione na rysunku 5.26.



Rysunek 5.26. Wyniki uzyskane dla modelu numerycznego belki wspornikowej.

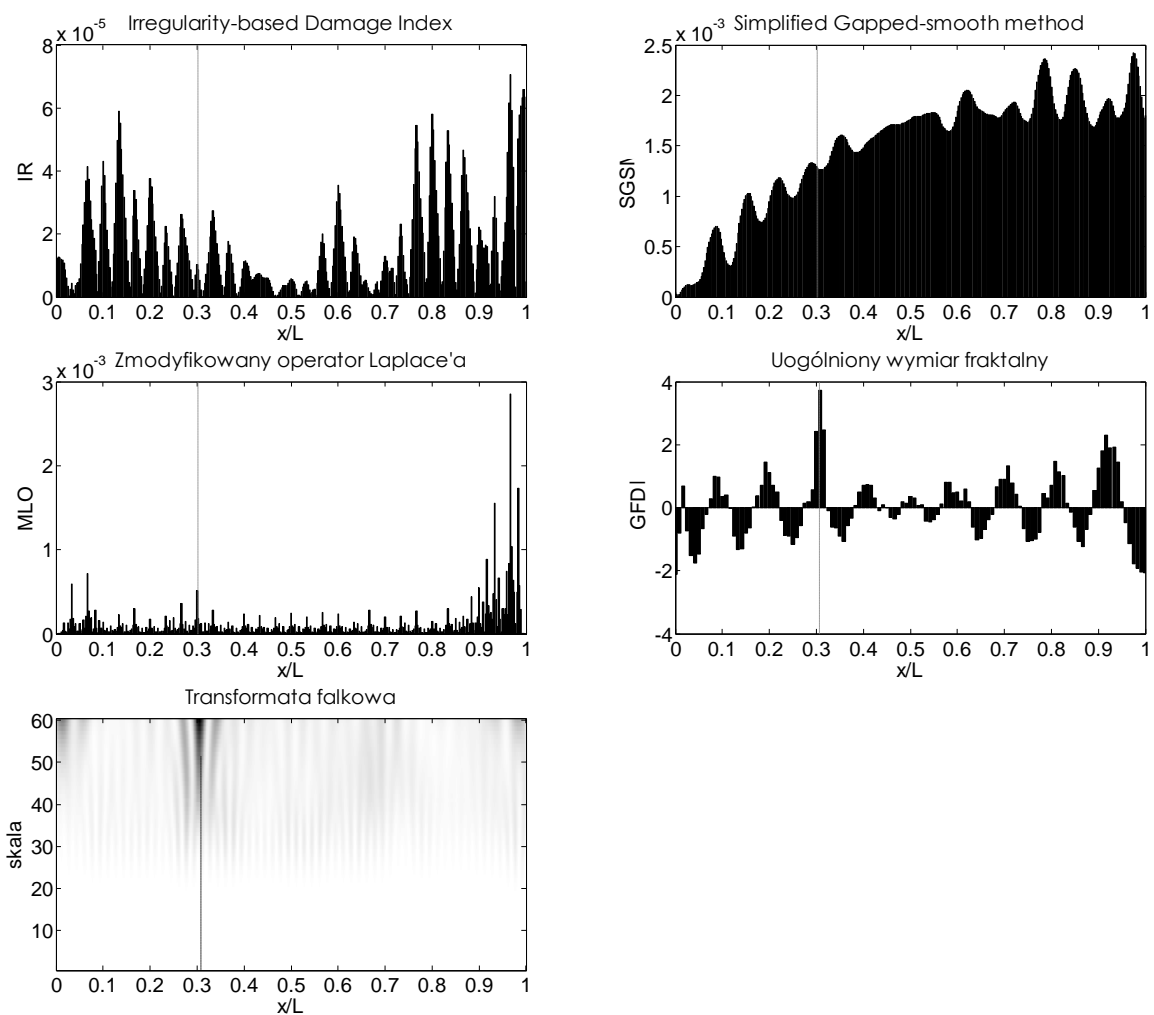
Wszystkie prezentowane metody bezwzględnie umożliwiają lokalizację położenia uszkodzenia w modelu numerycznym, przy czym w metodzie Irregularity-based Damage Index uszkodzenie nie jest wskazywane przez najwyższą wartość współczynnika lecz przez charakterystyczny skok wartości w pozycji $0.3x/L$.



Rysunek 5.27. Pochodna współczynnika Irregularity-based Damage Index.

Interpretacje wyników dla wskaźnika IR można ułatwić poprzez wyznaczenie jego pierwszej pochodnej. To spowoduje, że uszkodzenie będzie rozpoznawane jako najwyższa wartość tak otrzymanej funkcji, co przedstawiono na rysunku 5.27.

Aby zbadać odporność metod na występowanie błędów pomiarowych (zakłóceń) do wyników z modelu numerycznego dodano szum o rozkładzie normalnym i odchyleniu standardowym 0.3% wartości maksymalnej postaci drgań własnych. Uzyskane wyniki dla tak przygotowanych danych z obliczeń symulacyjnych zestawiono na rysunku 5.28.

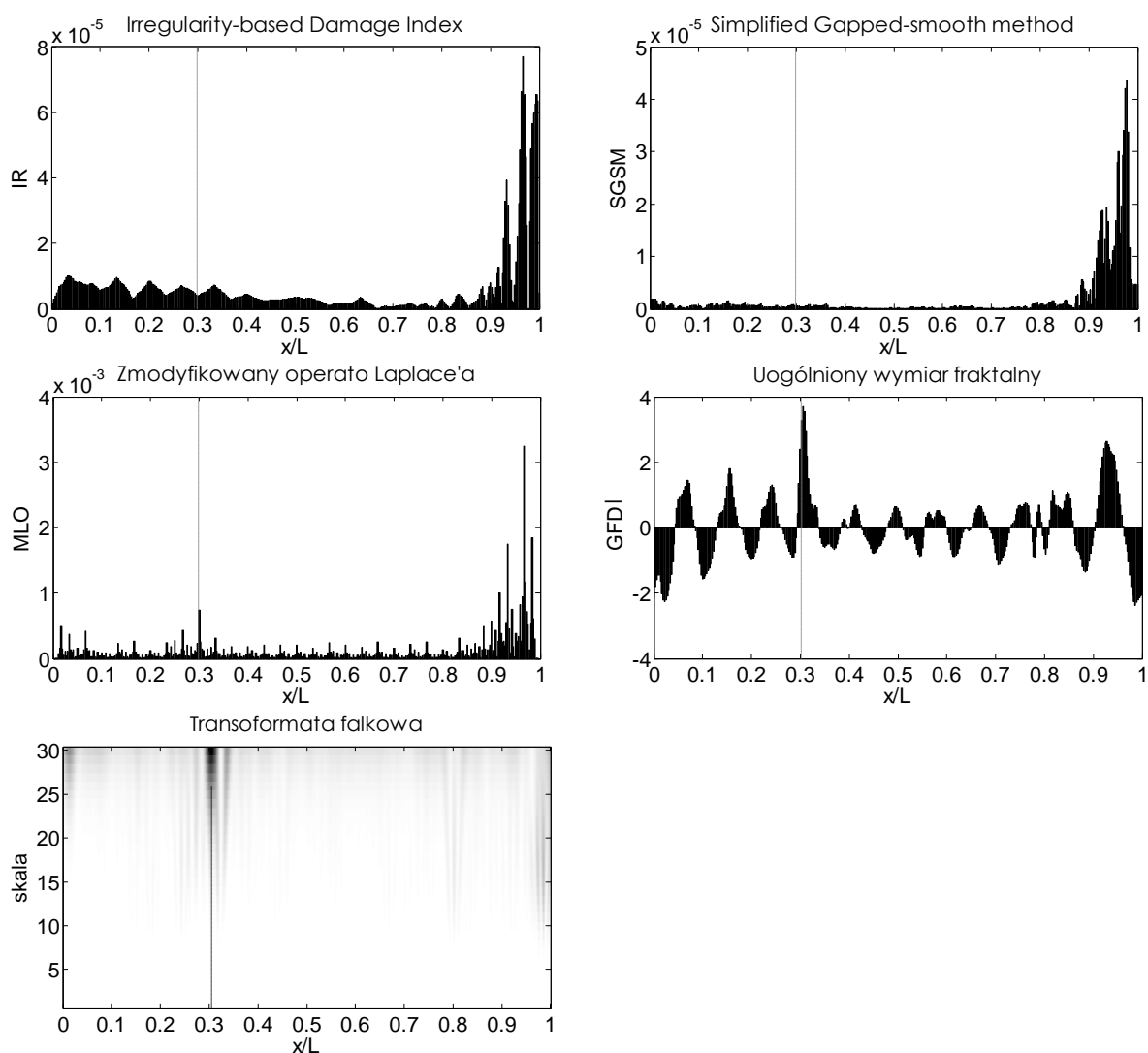


Rysunek 5.28. Wyniki uzyskane dla modelu numerycznego z dodanym szumem.

Niewielkie zakłócenia dodane do danych wejściowych spowodowały znaczną zmianę otrzymanych wyników przez metody: Irregularity-based Damage Index, Simplified Gapped-smooth Method oraz Zmodyfikowany operator Laplace'a. Metody te nie mogą zostać wykorzystane do określenia położenia uszkodzenia w prezentowanym przykładzie. Uogólniony wymiar fraktalny oraz transformata falkowa są metodami tzw. odpornymi, a ich wartości nie uległy dużym zmianom po dodaniu szumu do sygnału wejściowego, tak więc nadal poprawnie wskazują miejsce występowania modelowanego uszkodzenia.

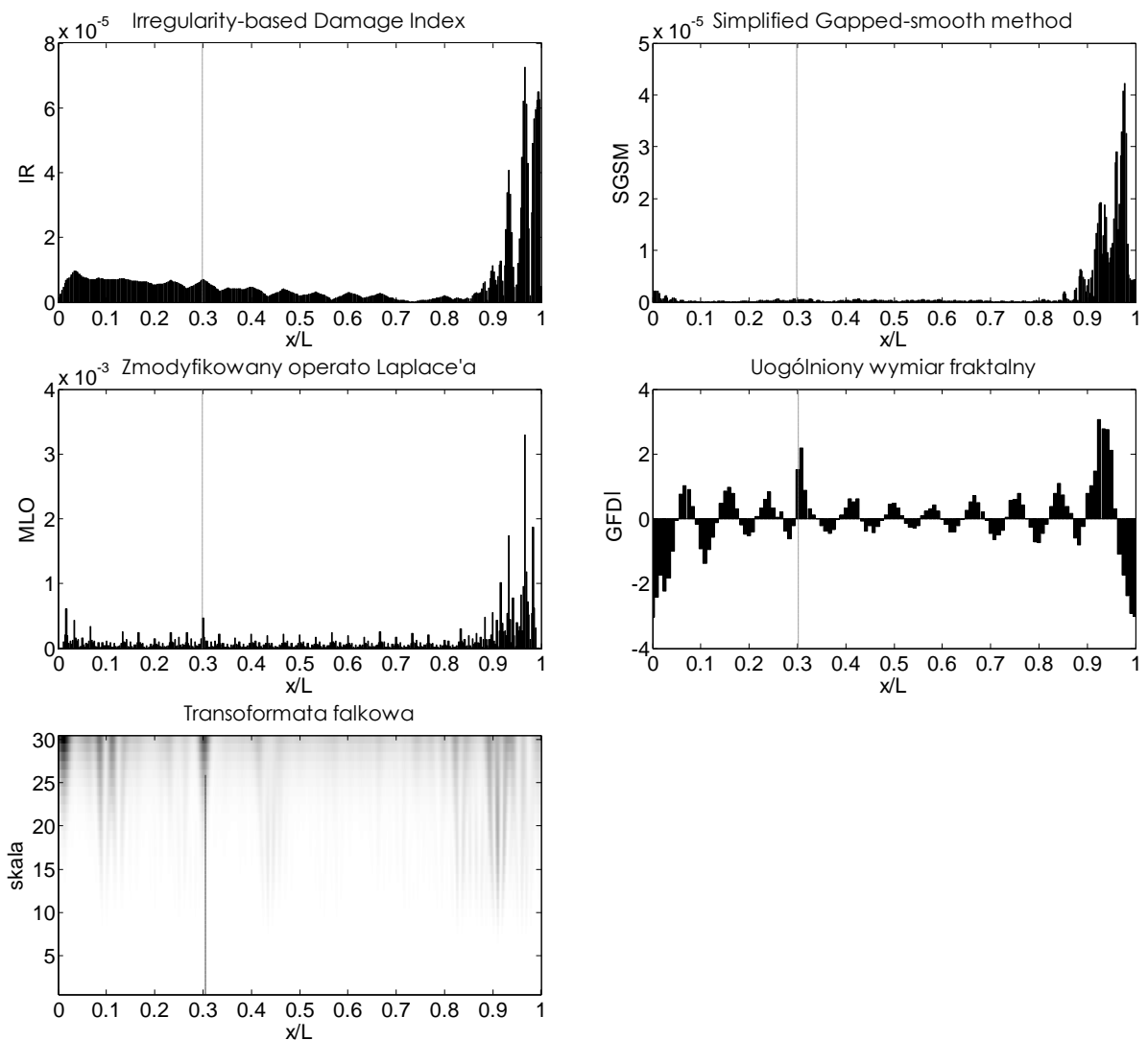
5.5.5 Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej

W tym podpunkcie przedstawiono weryfikację skuteczności działania bezwzględnych metod detekcji uszkodzeń dla danych eksperymentalnych. Na rysunkach 5.29, 5.30 oraz 5.31 pokazano uzyskane wyniki odpowiednio dla nacięcia na głębokość 20%, 10% oraz trzech nacięć na głębokość 15%.



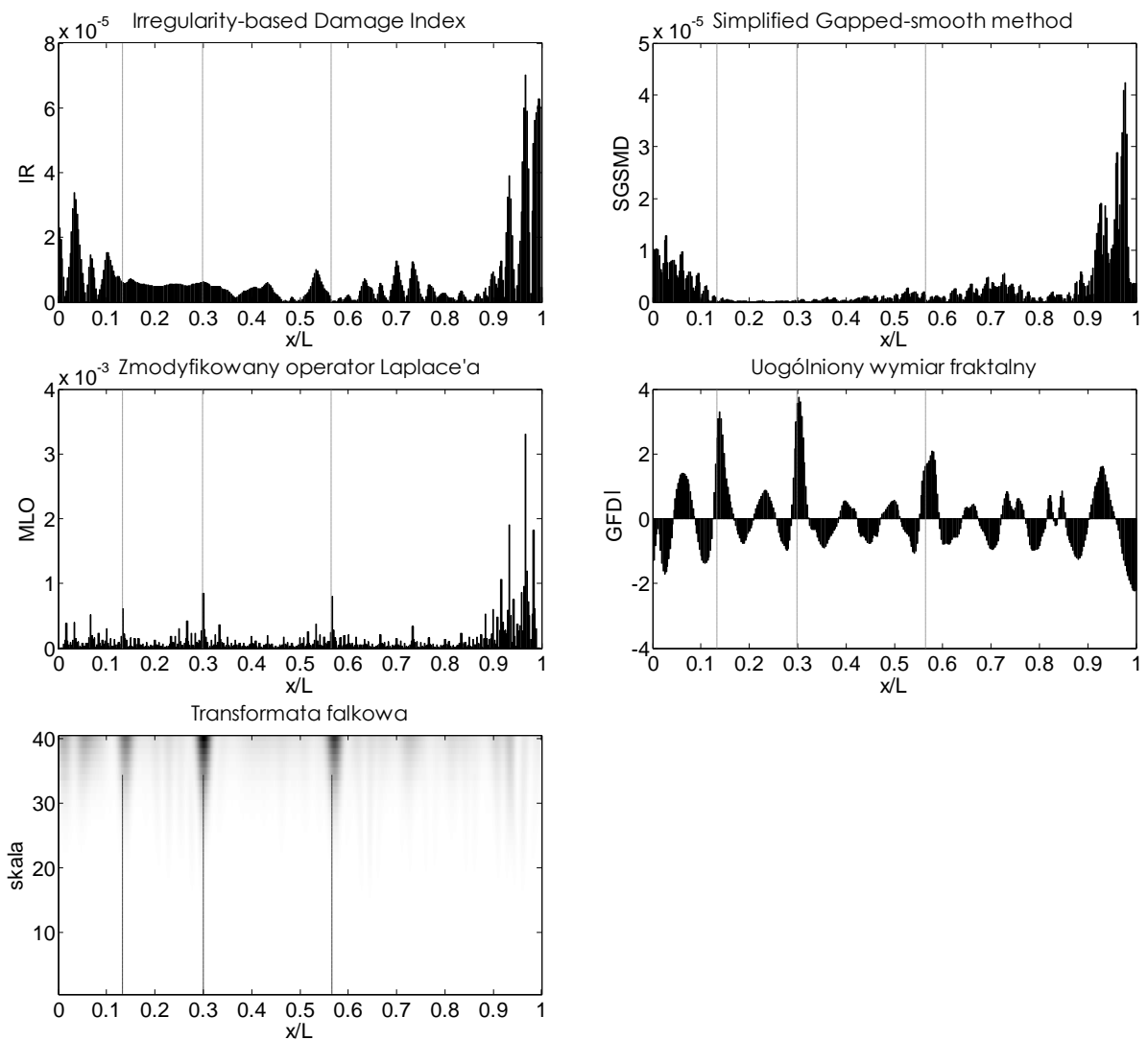
Rysunek 5.29. Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki naciętej na głębokość 20%.

Dla uszkodzenia będącego nacięciem o głębokości 20% dwie metody bezwzględne poprawie wskazały jego położenie. Są to: metoda bazująca na wymiarze fraktalnym (GFDI) oraz metoda bazująca na transformacji falkowej. Wyniki uzyskane dla tych wskaźników są zbliżone do tych uzyskanych z analizy danych numerycznych z nałożonym sygnałem pseudolosowym. Pozostałe trzy spośród prezentowanych metod nie mogą być wykorzystane do lokalizacji położenia rozpatrywanego rodzaju i rozmiaru uszkodzenia.



Rysunek 5.30. Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej naciętej na głębokość 10% w miejscu $0.3x/L$.

W przypadku gdy nacięcie wykonane zostało na głębokość 10%, metody bazujące na wymiarze fraktalnym oraz transformacie falkowej, poza wskazaniem poprawnej pozycji uszkodzenia, przyjęły duże wartości również w innych punktach. Wskazuje to na możliwości występowania drugiego pozornego uszkodzenia. Dla uogólnionego wymiaru fraktalnego pozorne uszkodzenie pojawiło się w miejscu $x/L=0,91$ natomiast dla transformaty falkowej pozorne uszkodzenie pojawiło się w pobliżu utwierdzenia, czyli w punkcie $x/L=0,02$. Na podstawie dwóch powyższych przedstawionych przykładów stwierdzono, że dla wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń, których działanie polega na analizie jedynie stanu aktualnego, nacięcie na głębokość 10% jest wartością graniczną, przy której metody te zaczynają zawodzić. Uszkodzenia mniejsze niż prezentowane nie były możliwe do zlokalizowania.

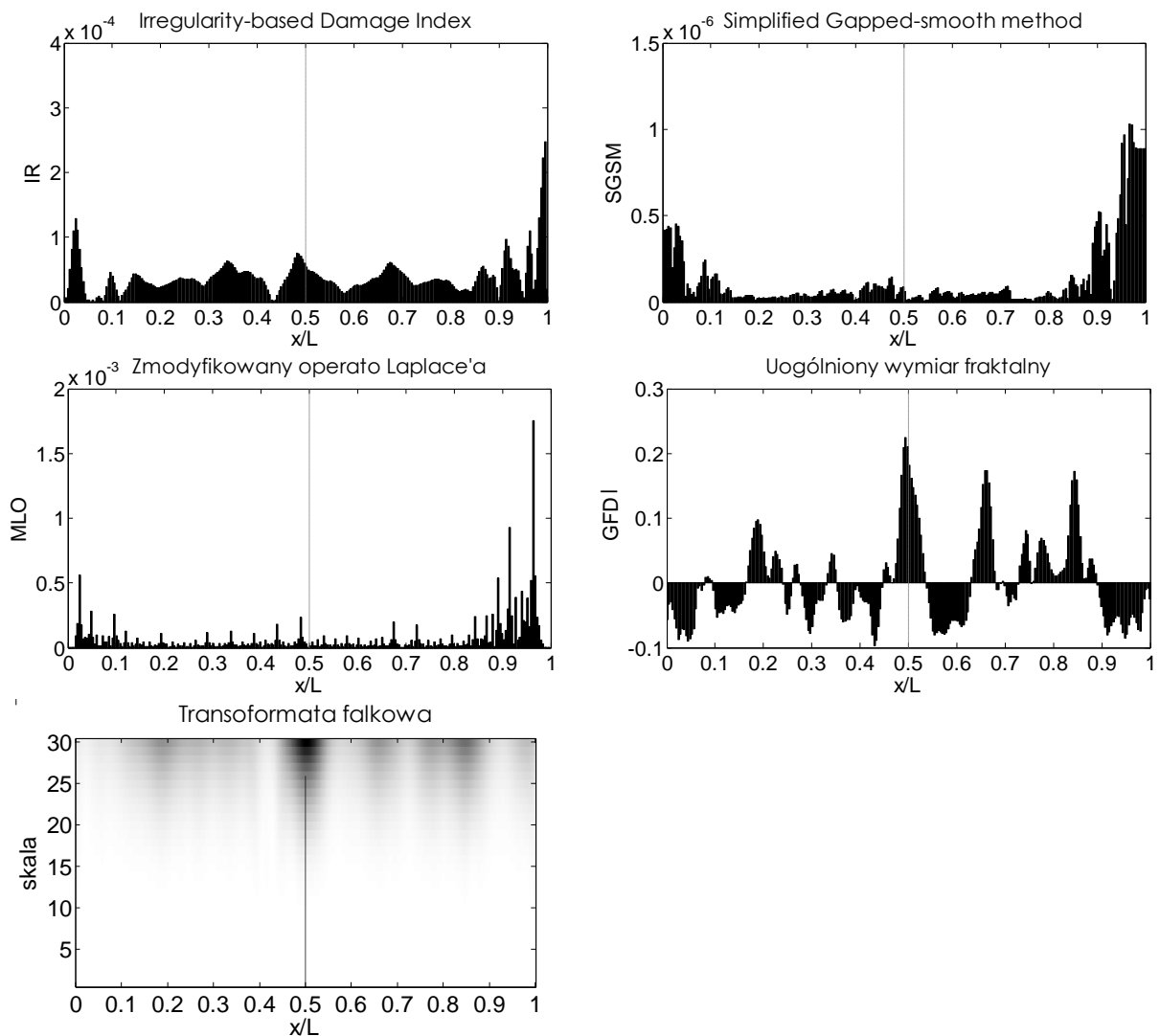


Rysunek 5.31. Wyniki uzyskane dla belki rzeczywistej z wielokrotnym uszkodzeniem.

We wszystkich przedstawionych przykładach dla rzeczywistej belki wspornikowej, dwie metody tj. uogólniony wymiar fraktalny i transformata falkowa poprawnie wskazywały uszkodzenia, przy czym dla przypadku z 10% nacięciem dodatkowo pojawiła się fałszywa druga lokalizacja uszkodzenia. Pozostałe trzy metody w żadnym z przypadków nie wskazywały poprawnie położenia rzeczywistego uszkodzenia.

5.5.6 Wyniki uzyskane dla uźebrowanej płyty

W przeciwieństwie do przedstawionych w poprzednich punktach wyników (gdzie wykorzystywano falkę gaussowską o 4 momentach zanikających), do lokalizacji uszkodzenia metodą transformaty falkowej, najlepsze wyniki uzyskano stosując falkę gaussowską o dwóch momentach zanikających.



Rysunek 5.32. Wyniki uzyskane dla uzebrowane płyty - nacięcie żebra na głębokość 50%.

5.5.7 Podsumowanie metod bezwzględnych

We wszystkich przedstawionych przykładach eksperymentalnych i numerycznych dwie metody tj. uogólniony wymiar fraktalny i transformata falkowa poprawnie wskazywały położenie uszkodzenia. Prowadzi to do wniosku, że z powodzeniem można stosować te dwie metody detekcji uszkodzeń do wykrywania pęknięć występujących nie tylko bezpośrednio w mierzonym elemencie jak również w usztywnieniach płyt mierząc parametry drgań na ich powierzchni.

Pozostałe trzy, prezentowane w tej pracy, bezwzględne metody detekcji uszkodzeń pozwalały na lokalizację uszkodzenia jedynie w przypadku modelu numerycznego. Z tego powodu można stwierdzić, że nie nadają się one do detekcji niewielkich uszkodzeń w rzeczywistych obiektach.

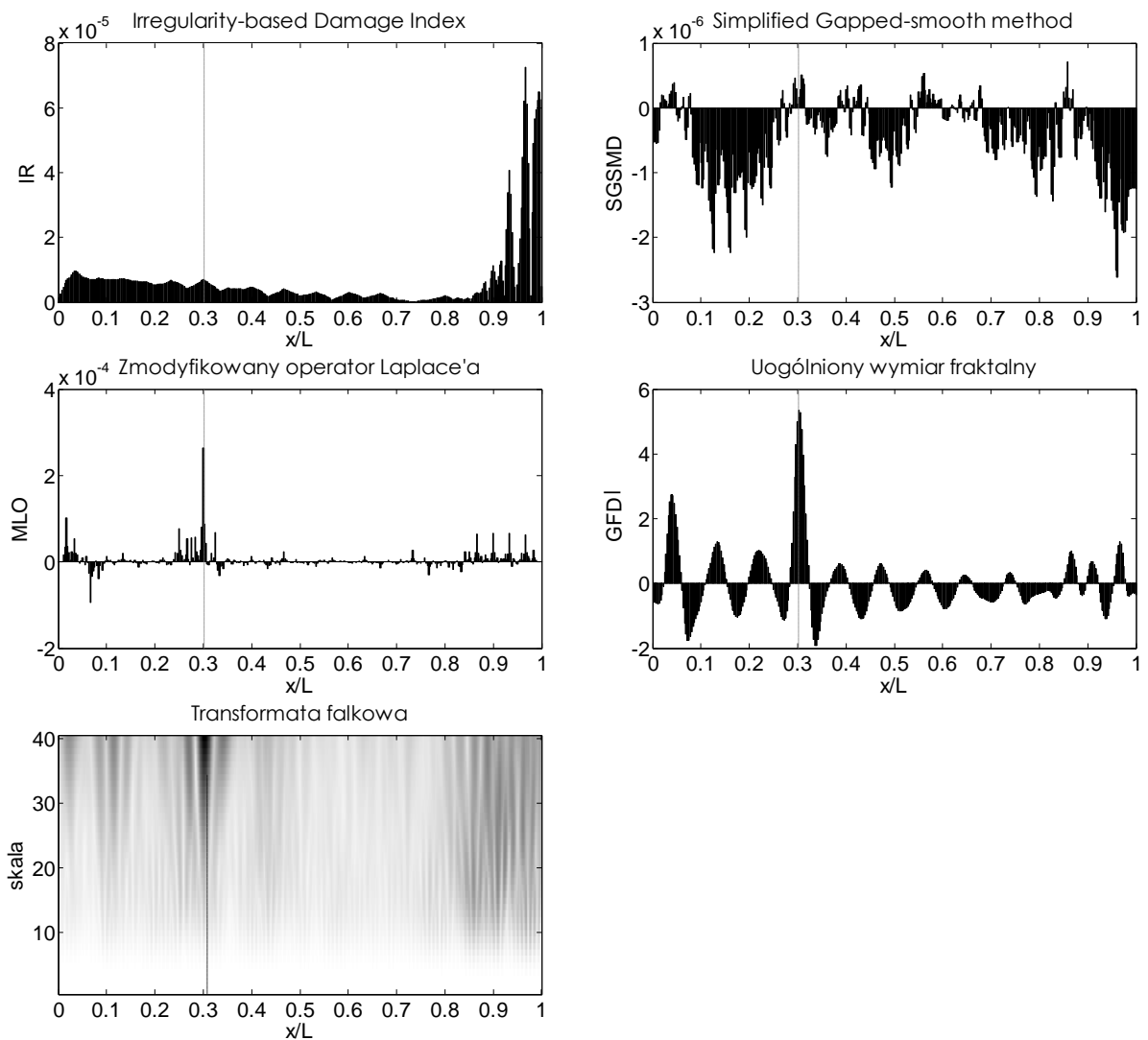
5.6 Analiza metod bezwzględnych jako względnych

Jeśli istnieje informacja o stanie referencyjnym obiektu, to każdą z metod bezwzględnych można wykorzystać do wyznaczenia współczynnika względnego. Ma to o tyle znaczenie, że wykorzystując dodatkowo stan odniesienia metody te dają lepsze wyniki. Sposób postępowania dla wszystkich tych metod jest podobny. Należy od współczynnika wyznaczonego dla stanu aktualnego odjąć współczynnik wyznaczony dla stanu referencyjnego. Przy czym dla metody WDI lepsze wyniki uzyskuje się, gdy w pierwszej kolejności wyznaczana jest różnica skalogramów poszczególnych postaci drgań własnych w stanie aktualnym i referencyjnym. Następnie wykonywana jest operacja wagowania każdego współczynnika (dzielenie przez wartość średnią skalogramu). Ostatecznie wykonuje się operację sumowania wskaźników wyznaczonych dla wszystkich par postaci drgań własnych.

5.6.1 Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej z uszkodzeniem w postaci nacięcia w pozycji $x/L=0,3$ o głębokości 10%

Dla jednego z badanych elementów konstrukcyjnych wyznaczono współczynniki uszkodzeń metodami bezwzględnymi wykorzystując dodatkowo informację o stanie referencyjnym. Uzyskane wyniki przedstawiono na rysunku 5.33.

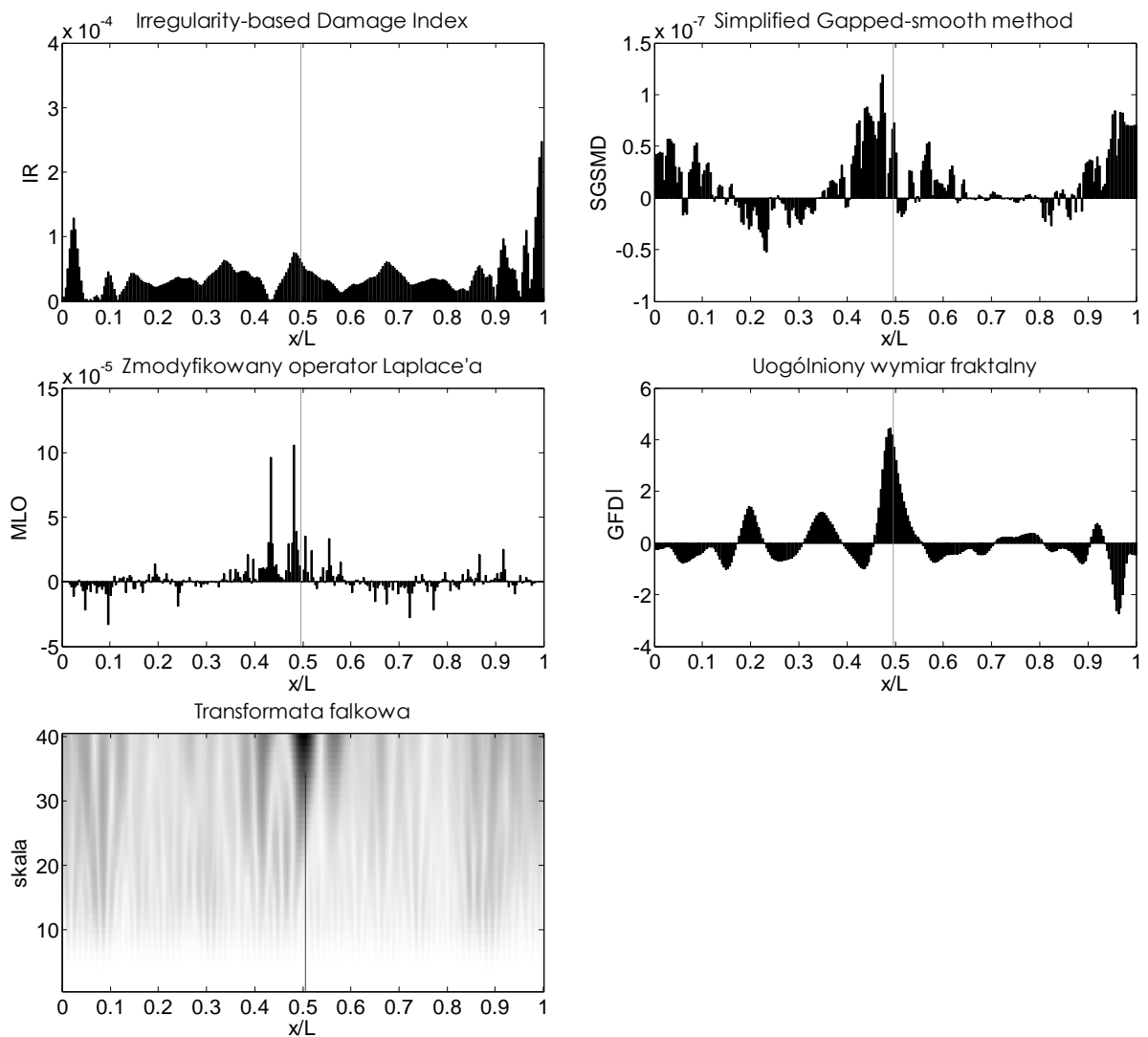
Porównując otrzymane wyniki do wyników uzyskanych bez zastosowania sygnału referencyjnego (rysunek 5.30) można zauważyć ich poprawę. W prezentowanym przykładzie trzy spośród pięciu prezentowanych metod (zmodyfikowany operator Laplace'a, uogólniony wymiar fraktalny oraz transformata falkowa) jednoznacznie wskazały położenie uszkodzenia. W analizowanym przypadku nie wystąpił problem pojawienia się dużych wartości współczynników w miejscu, gdzie uszkodzenie nie występowało. Wskazuje to na znaczną poprawę w porównaniu do sytuacji, gdy nie wykorzystywano danych pomiarowych obiektu w stanie referencyjnym.



Rysunek 5.33. Wyniki uzyskane dla rzeczywistej belki wspornikowej naciętej w pozycji $0.3x/L$ na głębokość 10%.

5.6.2 Wyniki uzyskane dla uźebrowanej płyty - nacięcie o głębokości 50%

Na rysunku 5.34 przedstawiono analogiczne zestawienie wyników uzyskane dla płyty, w której nacięto uźebrowanie. Największą poprawę wyników zaobserwowano dla uogólnionego wymiaru fraktalnego, gdzie wyeliminowany został problem lokalizacji dodatkowych uszkodzeń. Także zmodyfikowany operator Laplace'a przyjął największe wartości w pobliżu uszkodzenia (błąd lokalizacji na poziomie 2%). Jednak ta metoda poza identyfikacją prawdziwego uszkodzenia, wskazuje na występowanie dodatkowego uszkodzenia w miejscu $0.42x/L$.



Rysunek 5.34. Wyniki uzyskane dla a uźebrowanej płyty - nacięcie o głębokości 50%.

5.7 Podsumowanie

W pierwszej części rozdziału opisano metody przetwarzania sygnałów, takich jak interpolacja, ekstrapolacja oraz filtracja z wykorzystaniem dekompozycji falkowej. Te operacje zostały wykorzystane do wstępnego przetwarzania sygnałów wibracyjnych. Przedstawione wyniki dowodzą, że stosując odpowiednie przetwarzanie sygnałów można znacznie zwiększyć skuteczność działania wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń. Dzięki temu możliwe jest wykrywanie mniejszych uszkodzeń oraz zwiększenie pewności wskaźników lokalizujących uszkodzenie.

W dalszej części pracy zestawiono porównanie względnych i bezwzględnych metod detekcji uszkodzeń. Analizowano wyniki numeryczne i pomiarowe uzyskane dla stałowych belek wspornikowych oraz wyniki eksperymentalne dla płyty wykonanej ze stopu aluminium.

Spośród względnych metod detekcji uszkodzeń, największą skutecznością odznaczały się metody bazujące na śledzeniu zmian drugich pochodnych postaci drgań własnych, tj. zmiana krzywizny postaci drgań własnych oraz Damage Index.

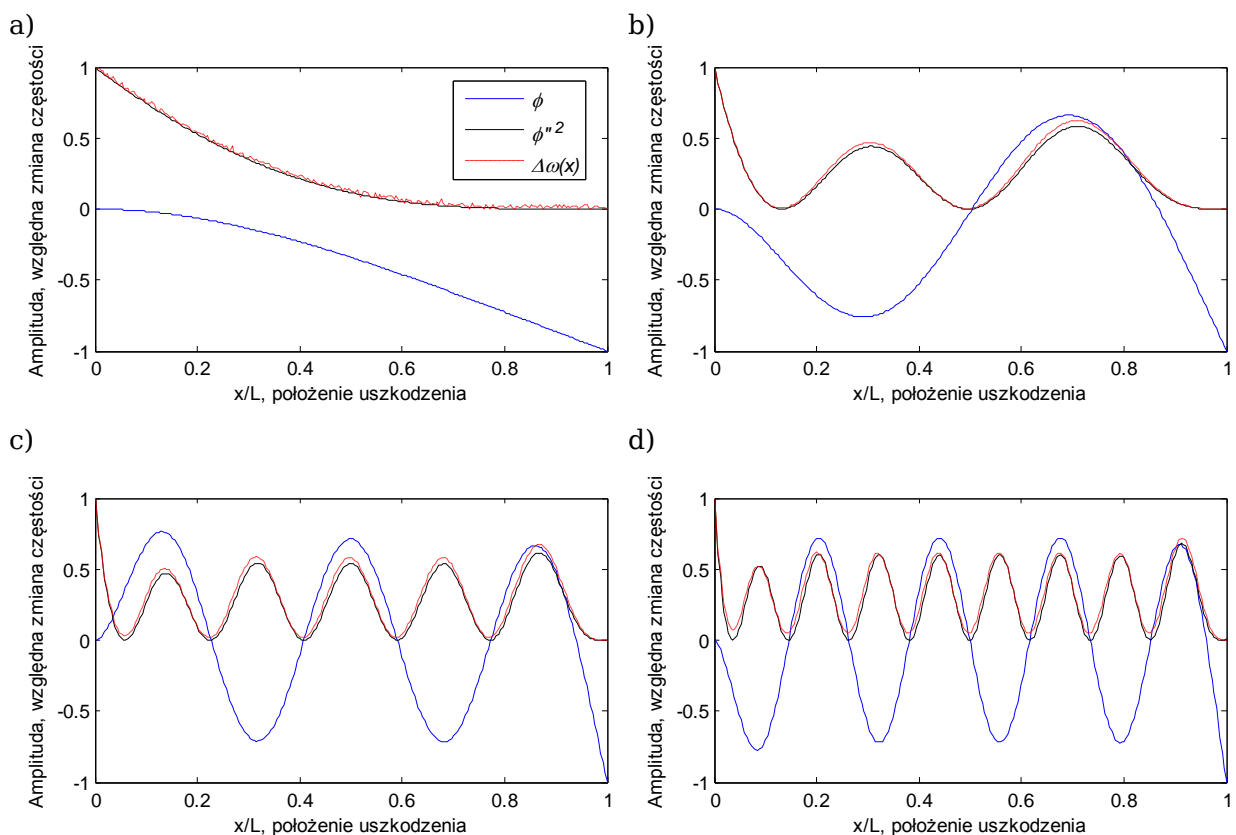
W przypadku bezwzględnych metod detekcji uszkodzeń dwie spośród analizowanych metod umożliwiały poprawne zlokalizowanie uszkodzeń. Są to współczynniki GFDI i WDI. Obie te metody są odporne na zakłócenia. Jednak efektywność ich działania można poprawić stosując wstępną filtrację postaci drgań własnych metodą dekompozycji falkowej. Dzieje się tak z uwagi na to, że przed wyznaczeniem współczynników WDI i GFDI postaci drgań własnych są poddawane interpolacji i ekstrapolacji. Wstępna filtracja postaci drgań własnych wpływa na poprawę działania tych operacji. W tej części pracy zaprezentowano również własne metody wyznaczania współczynników uszkodzeń bazujących na transformacie falkowej, które służą do wyznaczenia wskaźnika położenia uszkodzenia bazując na analizie wielu postaci drgań własnych. Zaproponowano również metodę wyznaczania współczynnika GFDI, który jest sumą znormalizowanych funkcji GFD wyznaczonych ze zmienną wartością współczynnika skali s . Spośród bezwzględnych metod detekcji uszkodzeń najlepsze rezultaty osiągnięto stosując metodę WDI.

W rozdziale pokazano, że metody bezwzględne można wykorzystać do lokalizacji uszkodzenia korzystając z informacji o stanie referencyjnym dla zwiększenia ich dokładności. Biorąc to pod uwagę, stwierdzono, że wskaźnik detekcji uszkodzeń bazujący na transformacie falkowej mierzonych postaci drgań własnych konstrukcji jest jedną z najskuteczniejszych oraz najbardziej uniwersalnych spośród przebadanych wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń. Jest to metoda pozwalająca na lokalizację pojedynczych jak i wielokrotnych uszkodzeń i nie wymaga dodatkowej filtracji sygnału.

Rozdział 6. Metoda własna wykorzystująca zmianę częstości drgań własnych

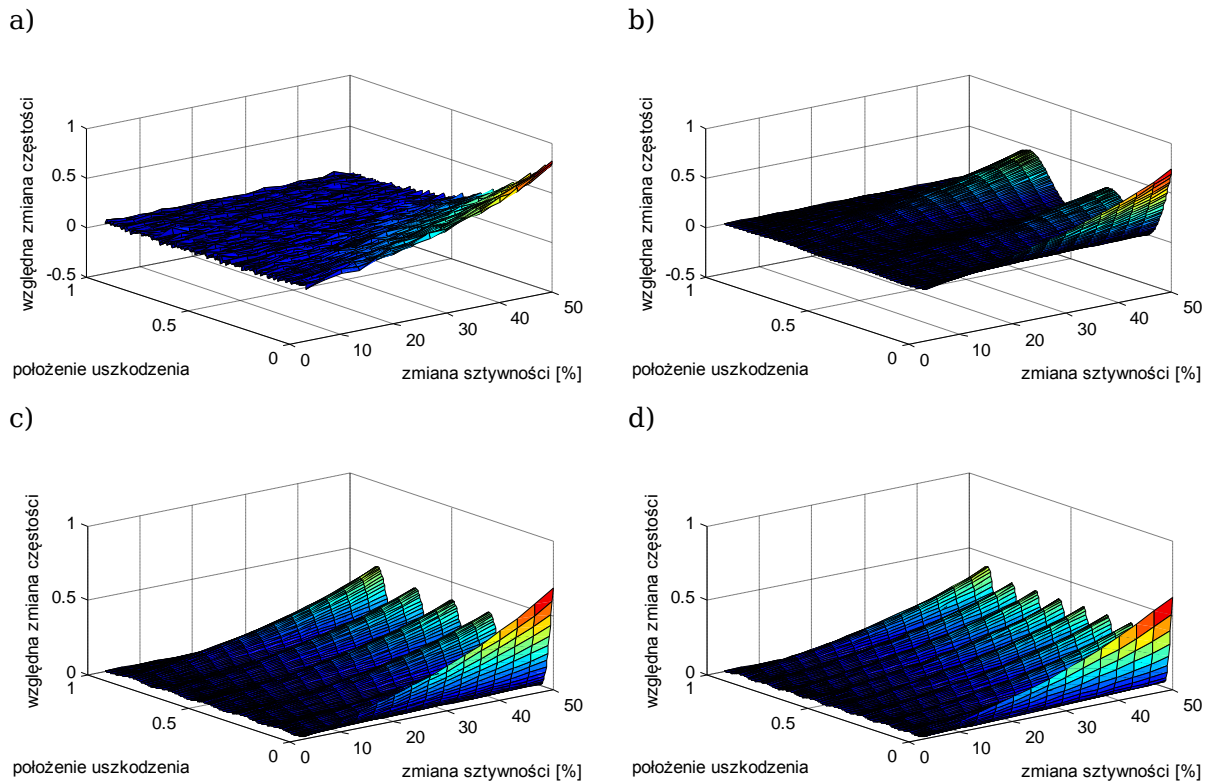
6.1 Wstęp

Sledząc zmiany częstości drgań własnych belki wspornikowej w zależności od miejsca wystąpienia uszkodzenia $\Delta\omega(x)$ można zauważyć, że funkcja ta jest proporcjonalna do kwadratu krzywizny postaci drgań własnych [97]. Potwierdzeniem tego faktu mogą być wyniki numeryczne uzyskane metodą elementów skończonych, gdzie poprzez zmianę sztywności kolejnych elementów belki symulowano uszkodzenie, jednocześnie zapisując wartość zmiany częstości drgań własnych. W ten sposób uzyskana funkcja $\Delta\omega(x)$ została znormalizowana do jedności i porównana ze znormalizowaną funkcją kwadratu krzywizny postaci drgań własnych $(\phi'')^2$, co przedstawia rysunek 6.1.



Rysunek 6.1. Wykres postaci drgań własnych, kwadratu krzywizny postaci drgań własnych oraz funkcji zmian częstości drgań własnych dla: a) pierwszej, b) trzeciej, c) szóstej, d) dziewiątej postaci drgań własnych belki wspornikowej.

Dodatkowo analogiczną symulację przeprowadzono dla różnych wielkości modelowanego uszkodzenia, uzyskując funkcję zmiany częstości drgań własnych w funkcji położenia i wielkości uszkodzenia. Otrzymane wyniki przedstawiono na rysunku 6.2.



Rysunek 6.2. Wykres zmian częstości drgań własnych w zależności od położenia i wielkości uszkodzenia dla postaci drgań własnych a) pierwszej, b) trzeciej, c) szóstej, d) dziewiątej.

Na podstawie analizowanych przypadków można stwierdzić, że funkcja $(\phi^n)^2$ nadaje się do aproksymacji funkcji zmiany częstości drgań własnych w zależności od lokalizacji wystąpienia uszkodzenia, niezależnie od jego wielkości. Wraz ze wzrostem uszkodzenia zmienia się jedynie amplituda uzyskanej funkcji $(\phi^n)^2$, a jej kształt pozostaje bez zmian.

W konsekwencji prowadzi to do wniosku, że śledzenie zmian częstości drgań własnych konstrukcji pozwala nie tylko na stwierdzenie faktu, iż uszkodzenie wystąpiło w sensie globalnym, ale niesie również ze sobą informację o tym, w którym miejscu takie uszkodzenie mogło wystąpić.

Ta prawidłowość umożliwiła stworzenie algorytmu, który dzięki znajomości parametrów modalnych konstrukcji w stanie referencyjnym, pozwala na monitorowanie stanu technicznego obiektu oraz wskazanie ewentualnego uszkodzenia mierząc jedynie zmiany częstości drgań własnych konstrukcji. Taki sposób lokalizacji uszkodzenia jest niezwykle prosty w implementacji, gdyż wymaga jedynie wykonywania pomiarów częstości drgań

własnych belki w jednym, wybranym punkcie, a następnie wykonywanie prostych operacji matematycznych na uzyskanych wynikach. Jak pokazano w dalszej części rozdziału, do prawidłowego działania metody niezbędna jest identyfikacja co najmniej trzech częstości drgań własnych.

6.2 Algorytm działania proponowanej metody

W tym podrozdziale przedstawiono algorytm postępowania w przypadku lokalizacji uszkodzenia za pomocą proponowanej metody. Proces ten rozdzielony został na następujące czynności:

- Wyznaczenie zmiany częstości drgań własnych:

$$\Delta\omega_j = \omega_j - \omega_j^*, \quad (6.1)$$

gdzie ω_j i ω_j^* to odpowiednio częstości j 'tych drgań własnych w stanie nieuszkodzonym i aktualnym.

- Znormalizowanie wartości $\Delta\omega_j$ do przedziału $[0,1]$:

$$\delta\omega_j = \frac{\Delta\omega_j - \min_j(\Delta\omega_j)}{\max_j(\Delta\omega_j) - \min_j(\Delta\omega_j)}. \quad (6.2)$$

W przypadku, gdy $\max_j(\Delta\omega_j) - \min_j(\Delta\omega_j) < 2\varepsilon$, gdzie ε to niepewność pomiarowa (lub ustalony próg), należy przyjąć, że uszkodzenie nie wystąpiło.

W dalszej kolejności należy odfiltrować zakłócenia z postaci drgań własnych, tak by zmaksymalizować stosunek sygnału do szumu, gdyż podczas wyznaczania krzywizny postaci drgań własnych wpływ zakłóceń wzrasta. Istnieje wiele metod filtracji sygnału, jednak do tego celu wystarczy prosta metoda filtracji dolnoprzepustowej tzw. średniej kroczącej. Aby uzyskać możliwie najlepsze wyniki na brzegach sygnału nie zmieniając ilości punktów pomiarowych, przed filtracją dokonuje się ekstrapolacji postaci drgań własnych metodą liniową. Dwa poniższe kroki mogą zostać pominięte w sytuacji, gdy postacie drgań własnych pochodzą z modelu obiektu.

- Ekstrapolacja sygnału metodą liniową o liczbę punktów odpowiadającą połowie szerokości filtra dolnoprzepustowego
- Wygładzenie postaci drgań własnych (filtracja dolnoprzepustowa) przy użyciu średniej kroczącej:

$$\phi_{i,j} = \sum_k \tilde{\phi}_{i-k,j} \cdot F_k, \quad (6.3)$$

gdzie $\tilde{\phi}_{i,j}$ to macierz zmierzonych postaci drgań własnych, $\phi_{i,j}$ to macierz wygładzonych postaci drgań własnych, i to numer punktu pomiarowego, j to numer mierzonej postaci drgań własnych, a F jest maską filtra uśredniającego o k 'tej liczbie elementów o wartości $1/k$.

- Interpolacja wygładzonych postaci drgań własnych metodą łączonych wielomianów trzeciego stopnia.
- Ekstrapolacja (metodą liniową lub wielomianową) postaci drgań własnych o jeden punkt po obu stronach, po to aby liczba punktów drugiej pochodnej obliczonej wzorem (6.4) była taka sama jak liczba punktów pomiarowych dla postaci drgań własnych.
- Obliczenie krzywizny postaci drgań własnych przybliżoną metodą różnicy centralnej:

$$\phi_{i,j}'' = \frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{h^2}, \quad (6.4)$$

gdzie ϕ'' to krzywizna postaci drgań własnych, h jest odległością pomiędzy kolejnymi punktami pomiarowymi i, j 'tej postaci drgań własnych ϕ .

- Znormalizowanie wartości $\phi_{i,j}''$ do przedziału $[0,1]$ dla każdej z postaci drgań własnych:

$$\Phi_{i,j}'' = \frac{\phi_{i,j}'' - \min_j(\phi_{i,j}'')}{\max_j(\phi_{i,j}'') - \min_j(\phi_{i,j}'')}. \quad (6.5)$$

- Wyznaczenie funkcji kształtu naprężeń dla kolejnych postaci drgań własnych. (Funkcja σ_{ij} nie determinuje wartości naprężeń wzdłuż badanego obiektu w sensie bezwzględny lecz określa rozkład naprężeń spowodowany odkształceniem struktury). Naprężenia dla j 'tej postaci drgań w i 'tym punkcie można zdefiniować jako drugą pochodną postaci drgań własnych podniesioną do kwadratu:

$$\sigma_{i,j} = (\Phi_{i,j}'')^2, \quad (6.6)$$

- Obliczenie funkcji prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia $P_{i,j}$ w punkcie i dla postaci drgań własnych j następującą zależnością:

$$P_{i,j} = 1 - |\sigma_{i,j} - \delta\omega_j|. \quad (6.7)$$

- Wyznaczenie sumy funkcji prawdopodobieństwa lokalizacji wystąpienia uszkodzenia:

$$SP_i = \frac{1}{Nm} \sum_{j=1}^{Nm} P_{i,j}, \quad (6.8)$$

gdzie Nm to liczba zmierzonych postaci i częstości drgań własnych.

- Odjęcie wartości średniej od SP (albo normalizacja statystyczna z-score), co w rezultacie daje końcowy wynik nazwany współczynnikiem FCDLI (z ang. *Frequency Change-based Damage Localization Index*):

$$FCDLI_i = SP_i - \mu(SP_i). \quad (6.9)$$

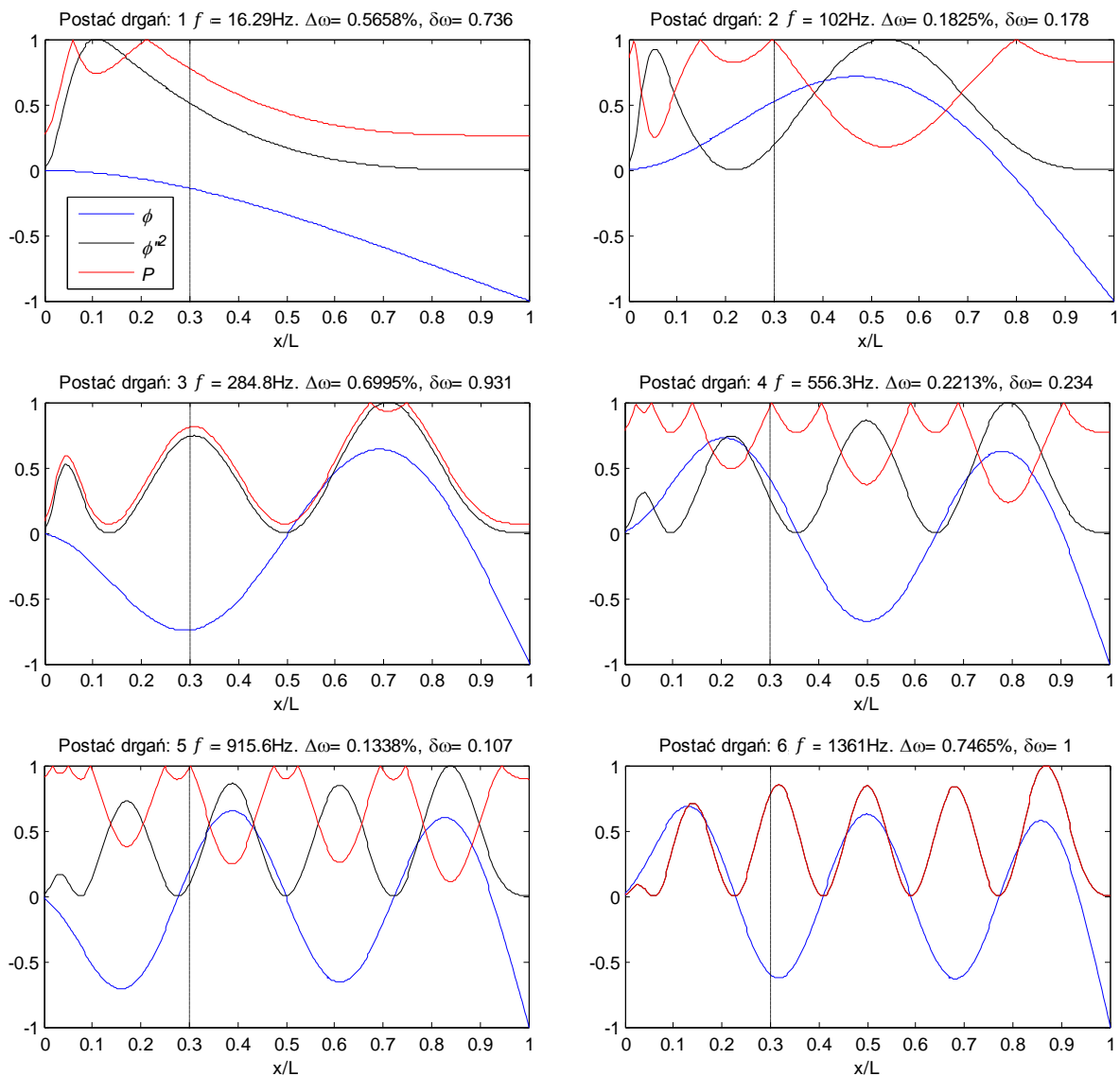
W ten sposób wyznaczony wskaźnik powinien przyjąć największe wartości w punkcie, w którym wystąpiło uszkodzenie.

6.3 Wyniki numeryczne

Aby potwierdzić skuteczność działania proponowanej metody przeprowadzono badania numeryczne metodą elementów skończonych dynamiki belki wspornikowej, symulując uszkodzenie w pozycji $0.3x/L$ i $0.9x/L$ od strony utwierdzenia.

6.3.1 Uszkodzenie w miejscu $0.3x/L$

Uzyskane wyniki dla modelu belki wspornikowej pokazano na rysunku 6.3. W tytułach wykresów zawarto informację o rzędzie postaci drgań własnych, częstotliwości drgań własnych obiektu w stanie referencyjnym f , względnej zmianie częstości drgań własnych $\Delta\omega$ oraz współczynnika zmiany częstości drgań własnych $\delta\omega$. Niebieską linią oznaczono znormalizowaną do jedności postać drgań własnych ϕ , kolorem czarnym znormalizowaną drugą pochodną postaci drgań własnych podniesioną do kwadratu ϕ'^2 oraz kolorem czerwonym wyznaczoną funkcję prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia P . Uszkodzenie symulowano zmniejszając moduł Younga 36-tego z 120 elementów do wartości 95% wartości początkowej.

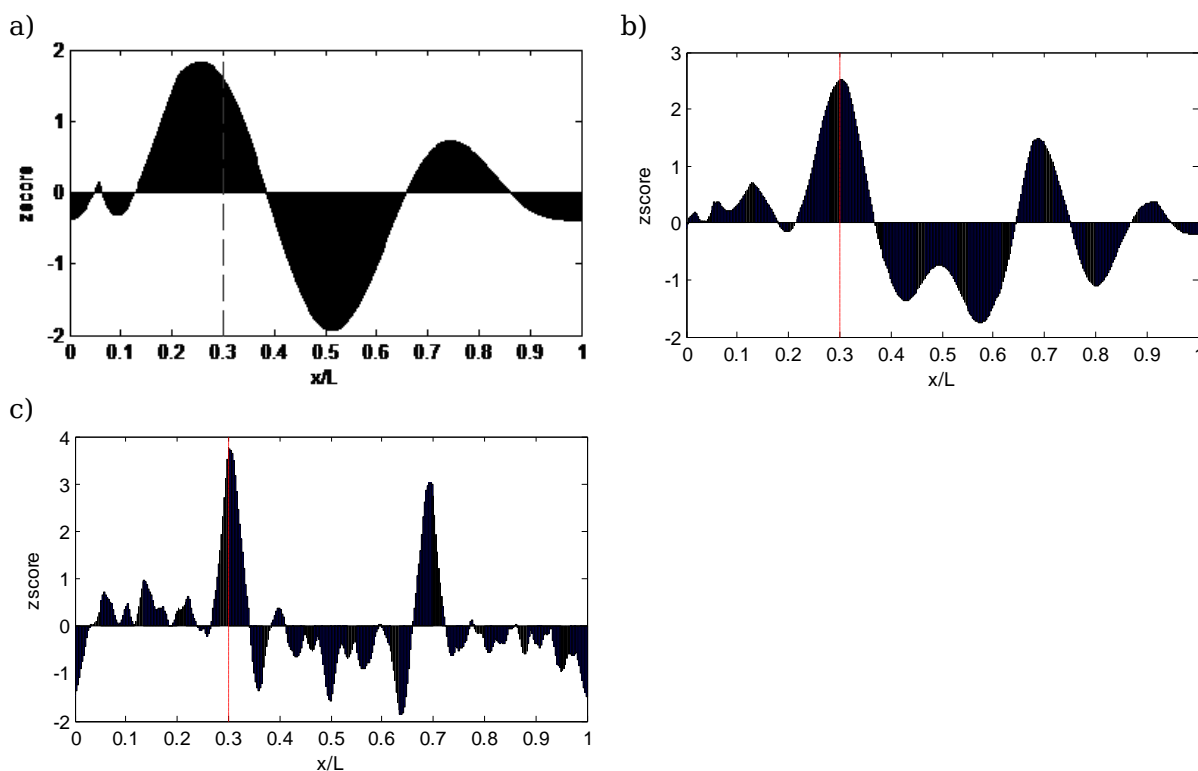


Rysunek 6.3. Wykresy funkcji prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia dla pierwszych sześciu postaci drgań własnych belki wspornikowej naciętej na głębokość 20% w pozycji $0.3x/L$.

Funkcja prawdopodobieństwa P , dla prezentowanego przykładu w punkcie $0.3x/L$ przyjmuje wartości z przedziału 0.75 - 1. Jednak na podstawie poszczególnych funkcji P rozpatrywanych z osobna, nie można wskazać położenia uszkodzenia, gdyż maksymalne wartości tej funkcji występują w wielu punktach. Z tego powodu do określenia pozycji uszkodzenia wykorzystywana jest informacja o zmianach wielu drgań własnych. Końcowy współczynnik uszkodzenia FCBDLI wyznaczony dla pierwszych trzech, sześciu oraz piętnastu postaci drgań własnych przedstawiono na rysunku 6.4.

Prezentowany przykład potwierdza skuteczność działania proponowanej metody. Wykorzystanie zaledwie trzech pierwszych postaci drgań własnych pozwala na ocenę położenia uszkodzenia z dokładnością do 5% długości belki. Zwiększenie liczby do sześciu pierwszych wykorzystywanych postaci drgań własnych spowodowało, że położenie

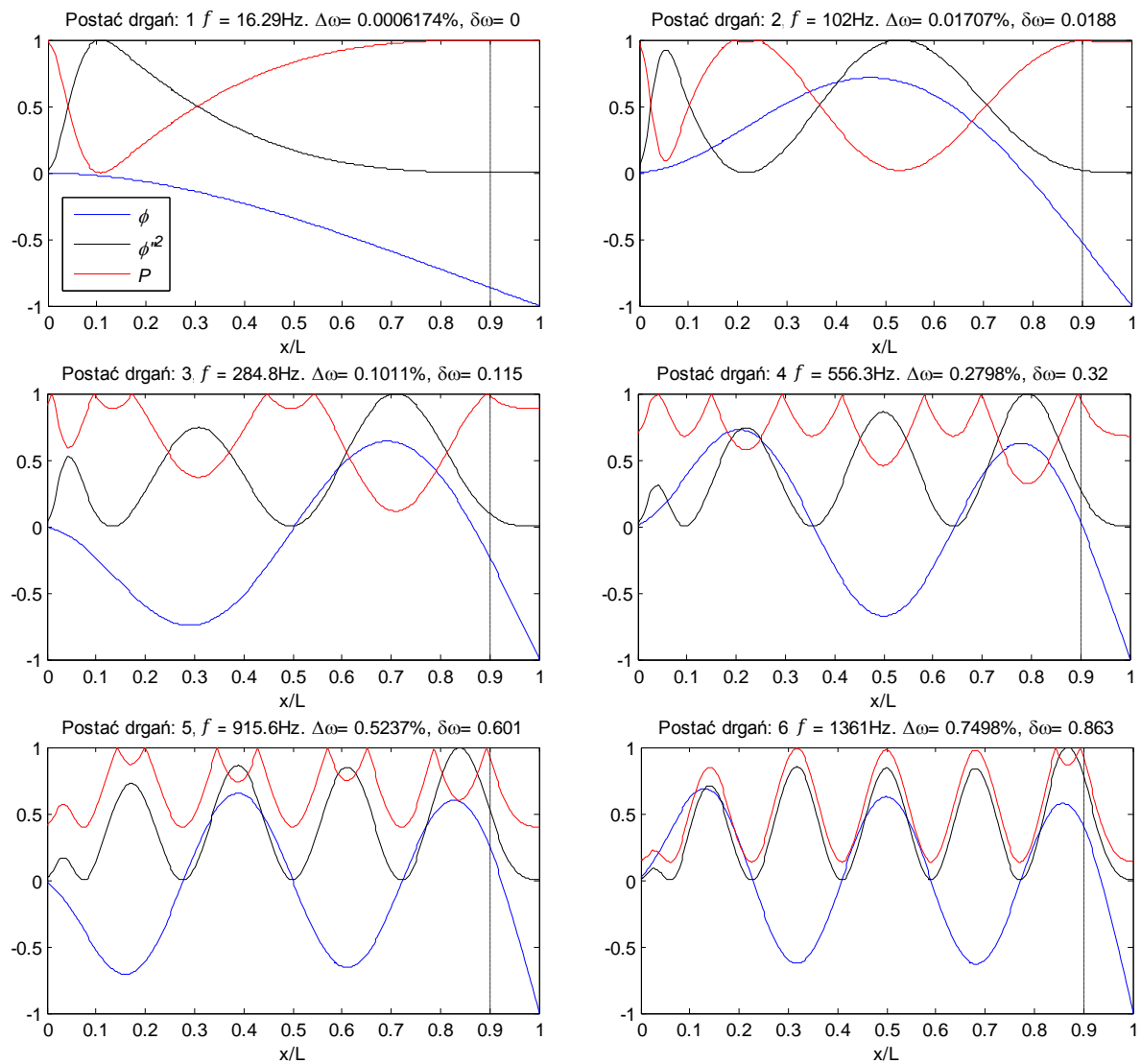
uszkodzenia zostało wskazane dokładnie w miejscu jego występowania. Dalsze zwiększenie liczby uwzględnionych częstości drgań własnych przyczynia się do powstania drugiego piku, umieszonego symetrycznie względem środka belki. Powodem tego zjawiska jest to, że wraz ze wzrostem rzędu postaci drgań własnych belki wspornikowej, obszar, w którym te postaci drgań własnych są symetryczne lub antysymetryczne względem środka belki, ulega powiększeniu.



Rysunek 6.4. Wykresy FCDLI dla a) trzech postaci, b) sześciu postaci, c) piętnastu postaci własnych belki wspornikowej.

6.3.2 Uszkodzenie w miejscu $0.9x/L$

Aby potwierdzić skuteczność proponowanej metody lokalizacji uszkodzenia znajdującego się również w pobliżu wolnego końca belki przeprowadzono analogiczną do poprzedniego punktu analizę modelu belki wspornikowej, w której zasymulowano uszkodzenie zasymulowano w punkcie $0.9x/L$ od strony utwierdzenia. Modelowanie uszkodzenia polegało na zmniejszeniu modułu Younga o 5% dla 108 elementu skończonego. Uzyskane funkcję prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia dla pierwszych sześciu postaci drgań własnych przedstawiono na rysunku 6.5.

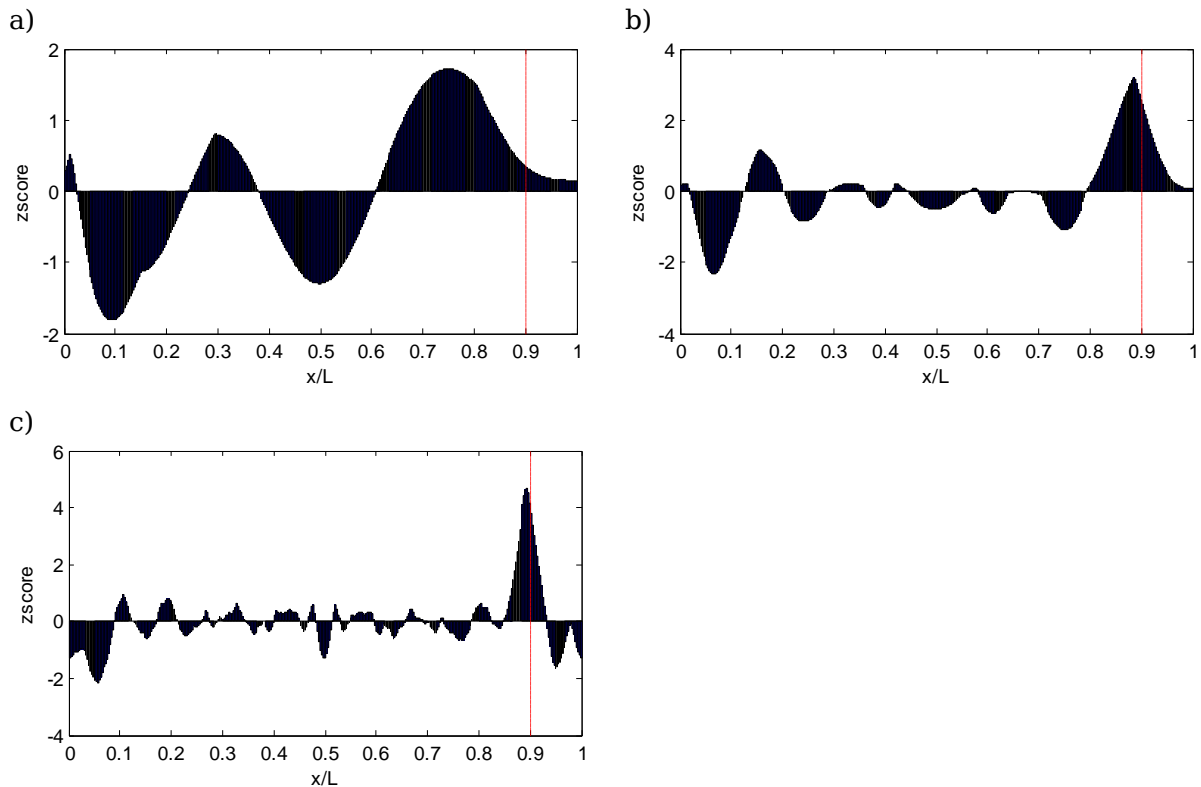


Rysunek 6.5. Wykresy funkcji prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia dla pierwszych sześciu postaci drgań własnych.

Na podstawie uzyskanych funkcji P , wyznaczono współczynnik uszkodzenia FCB-DLI. Zestawienie tego współczynnika dla różnej ilości postaci drgań własnych przedstawiono na rysunku 6.6.

Z uwagi na to, że uszkodzenie wystąpiło blisko brzegu analizowanego obiektu, użycie trzech pierwszych postaci drgań własnych dało gorsze wyniki w porównaniu do przykładów z uszkodzeniem umieszczonym w większej odległości od końca belki. Powodem tego jest fakt, że krzywizna postaci drgań własnych w tym obszarze dla trzech pierwszych postaci drgań własnych jest bliska zeru, a tym samym zmiana częstości drgań własnych spowodowana uszkodzeniem jest bardzo mała. Użycie większej liczby postaci drgań własnych daje lepsze wyniki niż w poprzednim przykładzie, gdyż nie pojawia się drugi pik o niewiele mniejszej wartości. Wynika to z faktu, że obszar, w którym znajdo-

wało się uszkodzenie, nie jest symetryczny względem środka belki do obszaru znajdującego się w pobliżu utwierdzenia dla badanych postaci drgań własnych.



Rysunek 6.6. Wykresy FCDLI dla a) trzech postaci, b) sześciu postaci, c) piętnastu postaci.

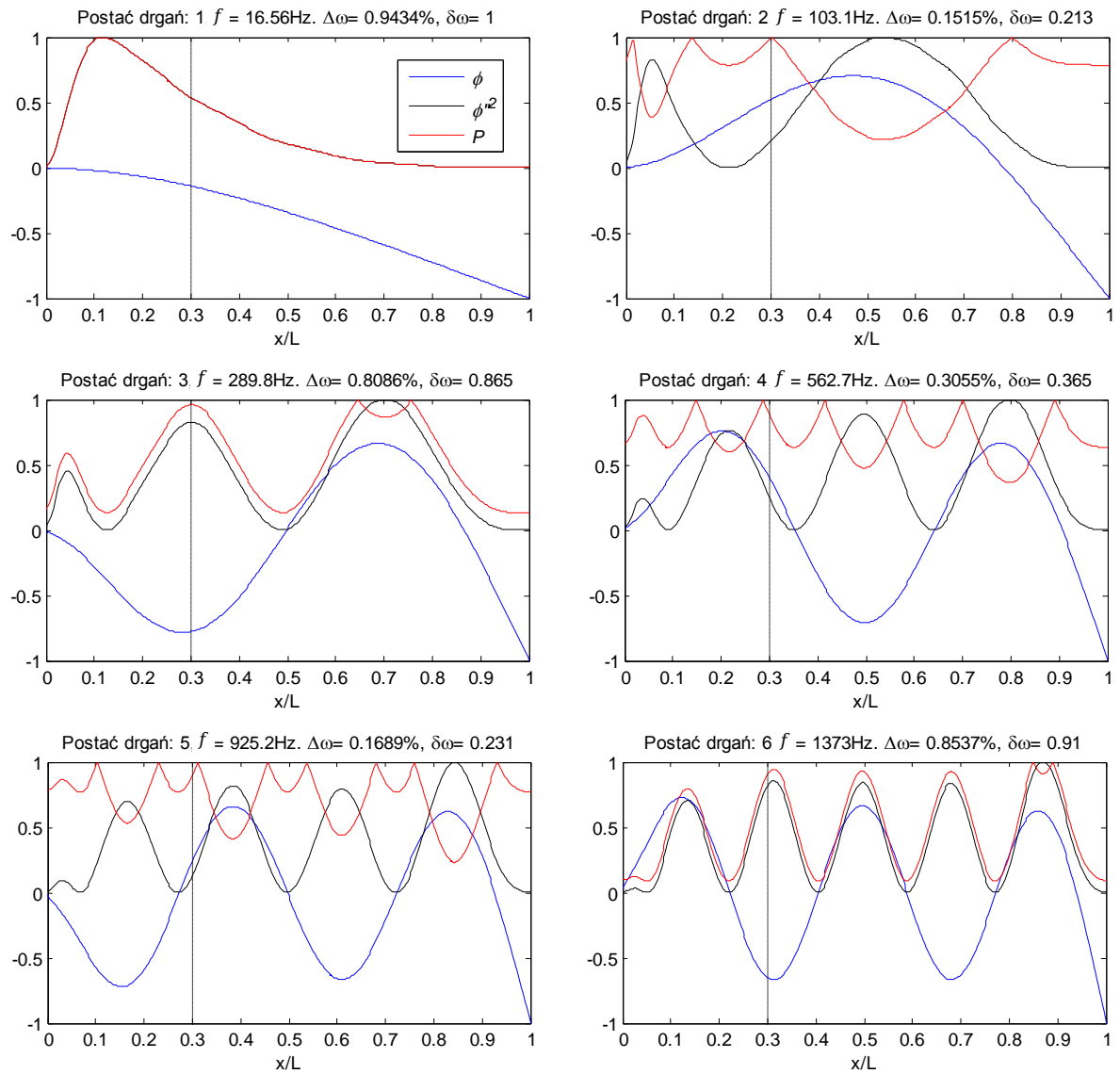
6.4 Wyniki eksperymentalne

W celu weryfikacji eksperymentalnej przydatności proponowanej metody lokalizacji uszkodzenia dokonano analizy jak w podrozdziale 6.3 dla wyników uzyskanych z pomiarów rzeczywistych belek.

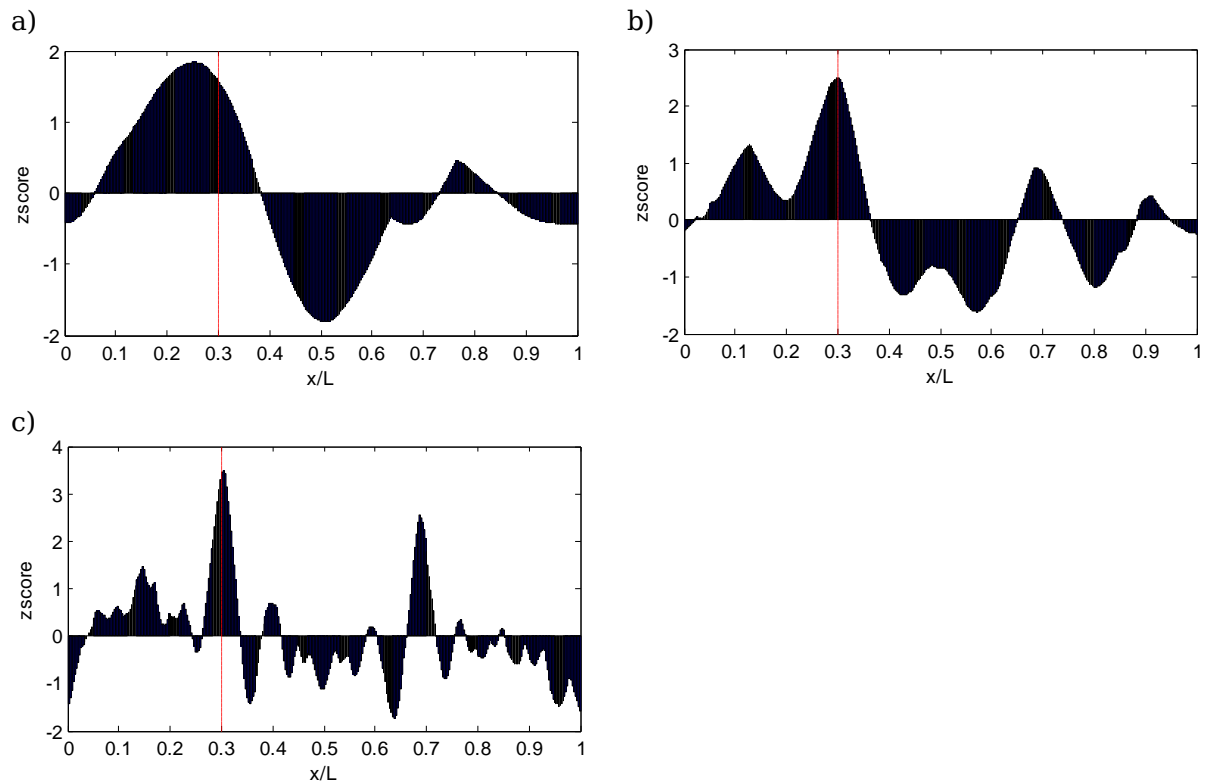
6.4.1 Nacięcie o głębokości 20% w miejscu $0.3x/L$

Pierwszym rozpatrywanym przypadkiem uszkodzenia było nacięcie belki wspornikowej na głębokość 20% w miejscu $0.3x/L$ od strony utwierdzenia. Uzyskane funkcje prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia P dla pierwszych sześciu postaci drgań własnych przedstawiono na rysunku 6.7

Dla pierwszej postaci drgań własnych współczynnik prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia P przyjmuje wartość zaledwie 0.58. Jednak dla kolejnych pięciu postaci drgań własnych współczynniki te znacznie wzrastają i zawierają się w przedziale 0.9-1. Końcowy współczynnik uszkodzenia FCBDLI wyznaczony dla różnej liczby postaci drgań własnych przedstawiono na rysunku 6.8.



Rysunek 6.7. Wykresy funkcji prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia dla pierwszych sześciu postaci drgań własnych.

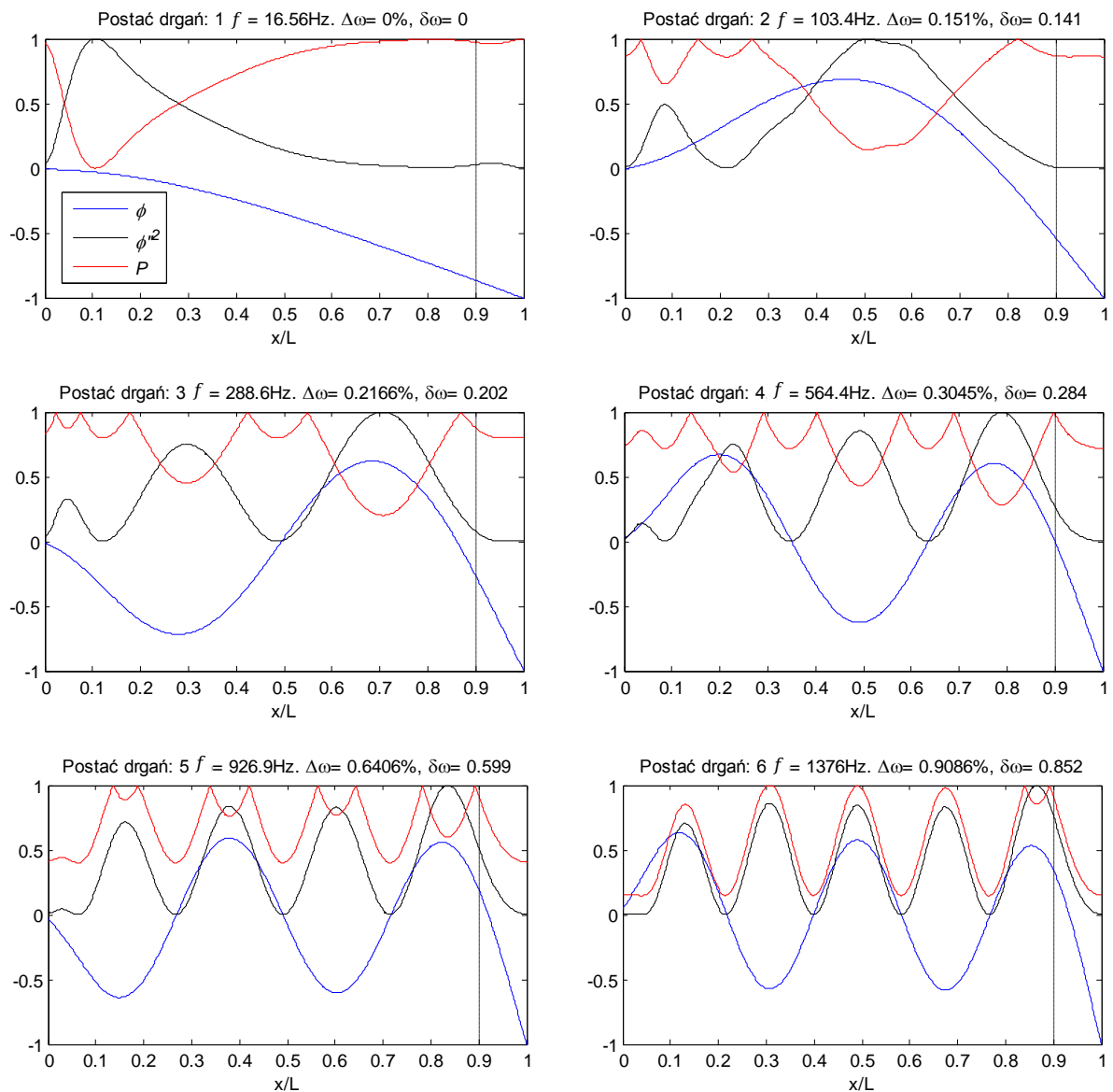


Rysunek 6.8. Wykresy FCDLI uzyskane dla a) trzech, b) sześciu, c) piętnastu postaci drgań własnych.

Wykorzystanie sześciu oraz piętnastu pierwszych częstości drgań własnych pozwoliło na poprawne zlokalizowanie uszkodzenia. Natomiast użycie trzech pierwszych postaci oraz częstości drgań własnych dało w rezultacie współczynnik lokalizujący uszkodzenie w pozycji $0.25x/L$, czyli z 5% błędem.

6.4.2 Nacięcie o głębokości 20% w miejscu $0.9x/L$

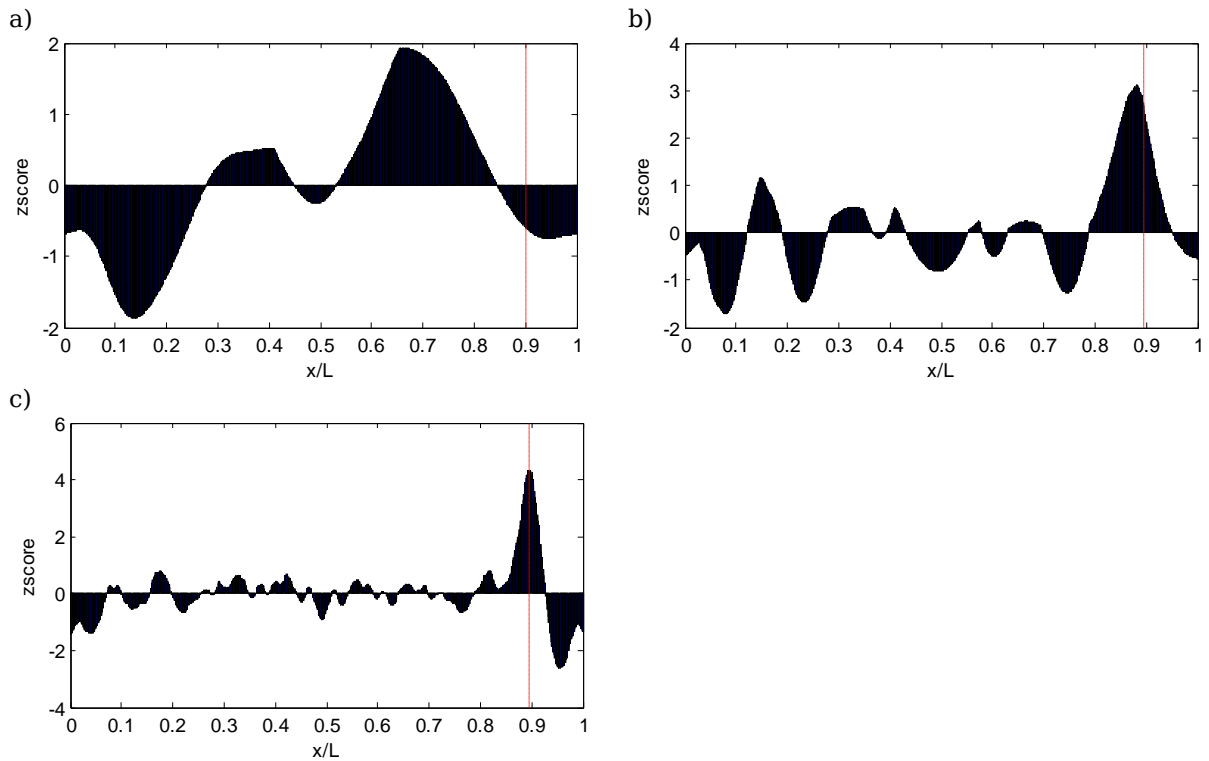
Kolejnym analizowanym przykładem eksperymentalnym jest nacięcie belki wspornikowej na głębokość 20% w odległości 10cm od wolnego końca ($0.9x/L$). Uzyskane funkcje prawdopodobieństwa P wraz z odpowiadającymi im postaciami drgań własnych ϕ oraz wartościami kwadratowymi krzywizny tych postaci $(\phi'')^2$ zestawiono na rysunku 6.9.



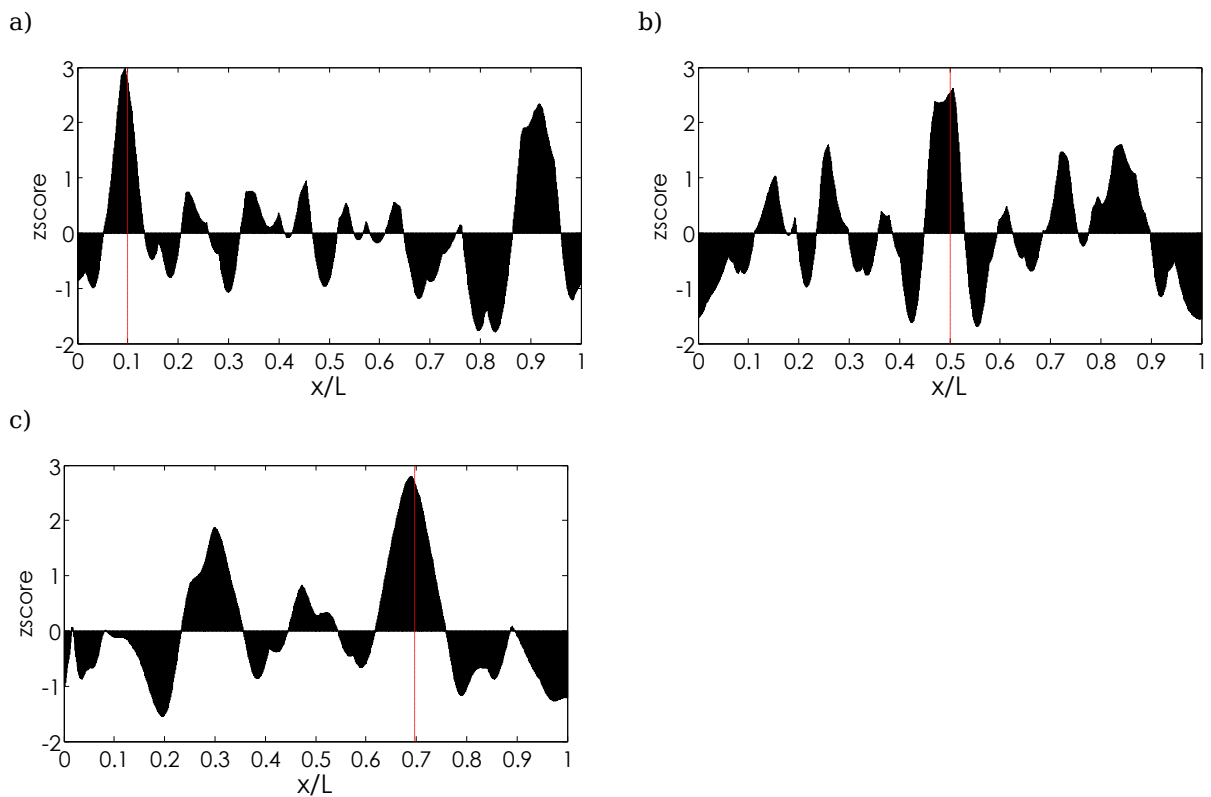
Rysunek 6.9. Wykresy funkcji prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia dla pierwszych sześciu postaci drgań własnych.

W analizowanym przykładzie wartości funkcji prawdopodobieństwa P również oscylują w przedziale 0.9-1, włącznie z funkcją wyznaczoną dla pierwszej postaci drgań własnych. Końcowy współczynnik lokalizacji uszkodzenia FCBDLI wyznaczony, gdy do analizy wykorzystano różną ilość częstości i postaci drgań własnych przedstawiono na rysunku 6.10.

Wyniki uzyskane dla obu pokazanych przypadków eksperymentalnych są bardzo zbliżone do analizy numerycznej. Identyczne obliczenia przeprowadzono również dla pozostałych pozycji występowania nacięcia tj. $0.1x/L$, $0.5x/L$, $0.7x/L$. Końcowy wynik współczynnika FCDLI uzyskany dla pierwszych sześciu postaci drgań własnych przedstawiono na rysunku 6.11.



Rysunek 6.10. Wykresy FCDLI dla a) trzech postaci, b) sześciu postaci, c) piętnastu postaci drgań własnych.



Rysunek 6.11. Wykresy FCDLI dla nacięcia o głębokości 20% znajdującego się w miejscu: a) $0.1x/L$, b) $0.5x/L$, c) $0.7x/L$.

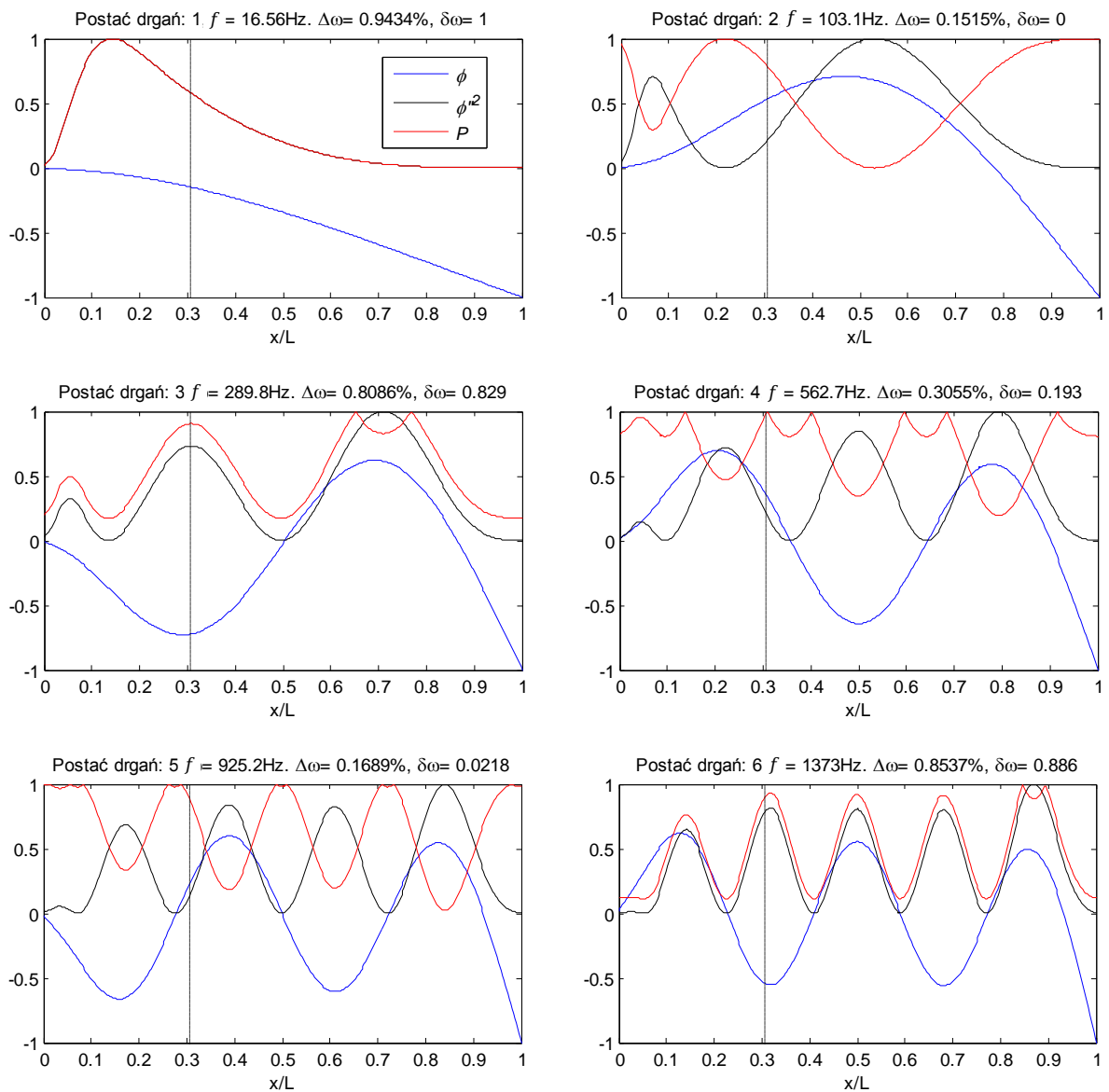
Uzyskane wyniki pozwalają stwierdzić, że proponowana metoda lokalizacji uszkodzeń umożliwia wykrywanie w belce wspornikowej pęknięć o głębokości 20% przekroju poprzecznego belki niezależnie od miejsca jego występowania.

6.5 Wykorzystanie postaci drgań własnych uzyskanych z badań numerycznych

Zaproponowana metoda lokalizacji uszkodzeń wykorzystuje informacje o rozkładzie naprężeń wzdłuż badanego elementu konstrukcyjnego, wyznaczonego na podstawie postaci drgań własnych. W przedstawionych powyżej wynikach uzyskanych z badań eksperymentalnych wykorzystane postacie drgań własnych mierzone były za pomocą wibrometru laserowego. Może jednak zaistnieć sytuacja, w której nie ma możliwości wykonania pomiaru postaci drgań własnych monitorowanego elementu. W takim wypadku można zastosować postacie drgań własnych wyznaczone z modelu (np. MES) badanej konstrukcji. Przypadki tego typu zostały zaprezentowane w dalszej części pracy.

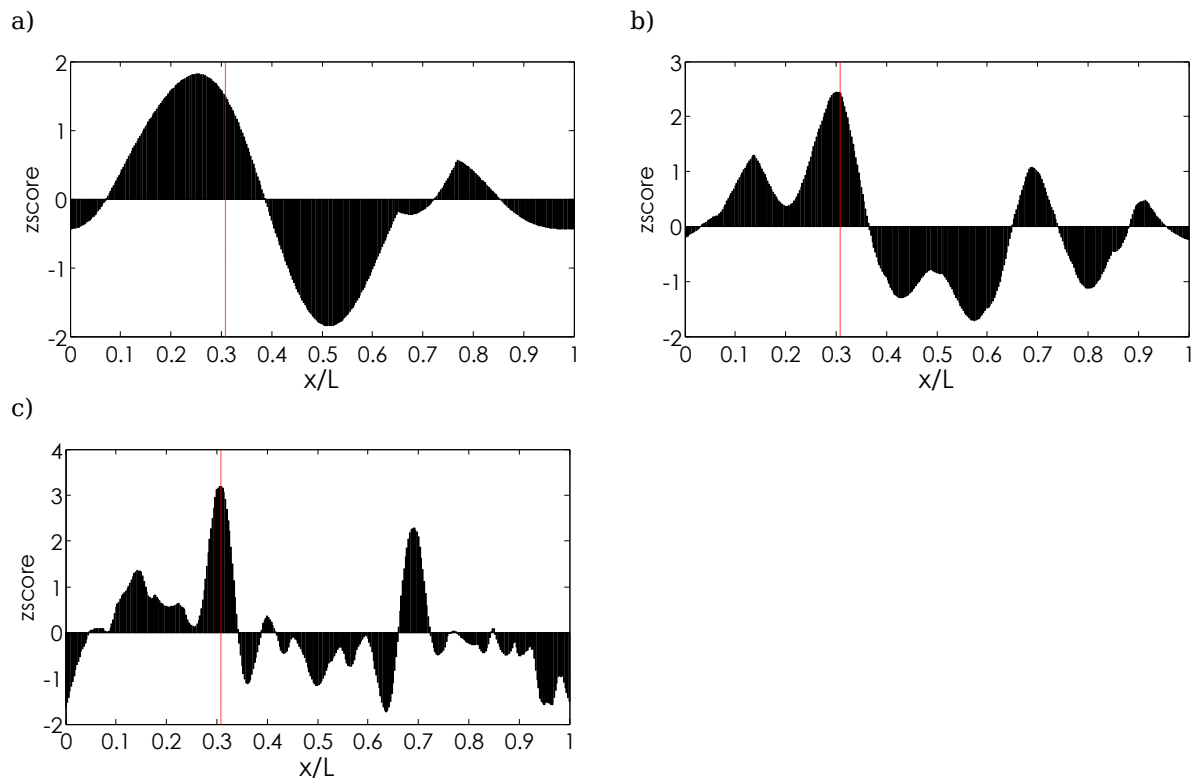
6.5.1 Nacięcie o głębokości 20% w miejscu $0.3x/L$

W prezentowanym przykładzie wykorzystano wyniki pomiaru zmian częstości drgań własnych belki wspornikowej spowodowanych nacięciem elementu na głębokość 20% w pozycji $0.3x/L$. Postacie drgań własnych niezbędne do wyznaczenia funkcji P zostały wyznaczone z modelu numerycznego (opisanego w punkcie 4.1.1) dla nieuszkodzonej belki. Uzyskane funkcje prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia P pokazano na rysunku 6.14.



Rysunek 6.12. Wykresy funkcji prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia dla pierwszych sześciu postaci drgań własnych.

Na podstawie wyznaczonych funkcji prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia P wyznaczono współczynnik FCDLI, biorąc pod uwagę różne ilości początkowych postaci drgań własnych. Uzyskane wyniki przedstawiono na rysunku 6.13. Otrzymane wyniki są zbliżone do tych, w których wykorzystywano postacie drgań własnych uzyskane z pomiarów rzeczywistego elementu konstrukcyjnego.

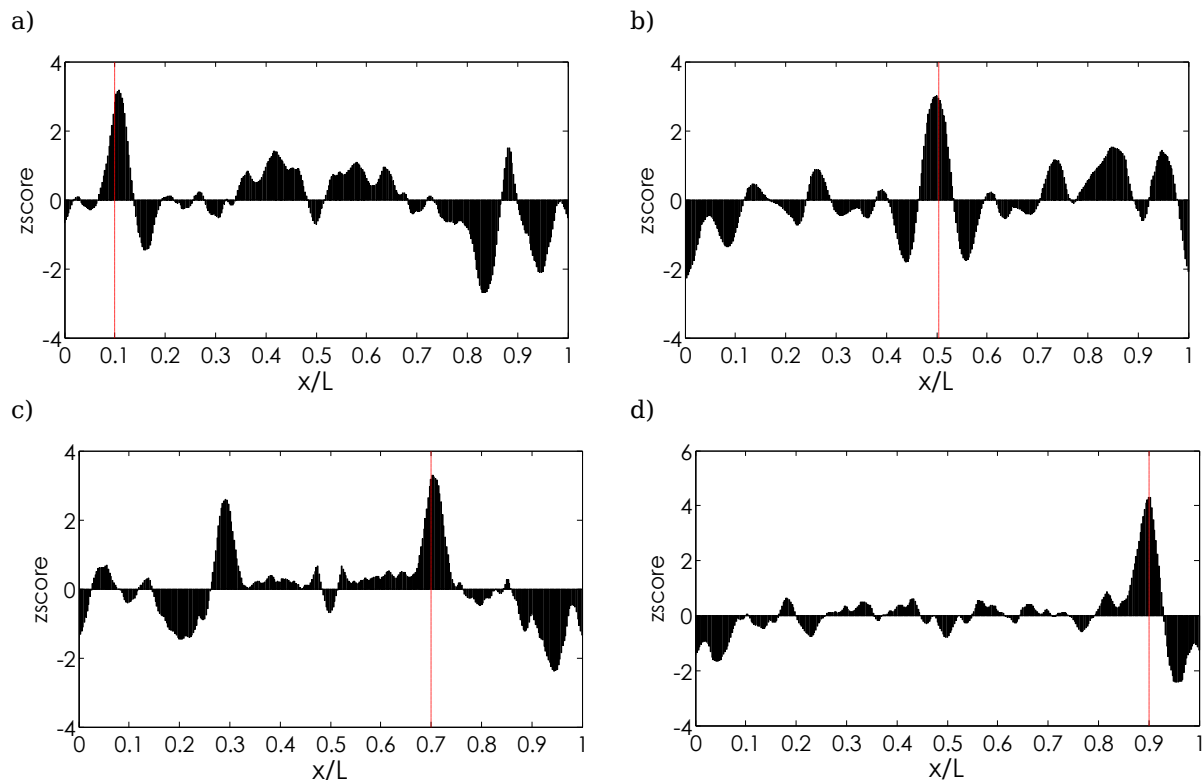


Rysunek 6.13. Wykresy FCDLI dla pierwszych a) trzech, b) sześciu, c) piętnastu postaci drgań własnych.

6.5.2 Nacięcia w pozycjach $0.1x/L$, $0.5x/L$, $0.7x/L$ i $0.9x/L$

Analogiczną do powyższego punktu analizę, przeprowadzono również dla pozostałych zbadanych belek wspornikowych. Zestawienie wyników uzyskanych dla nacięcia na głębokość 20% w położeniach $0.1x/L$, $0.5x/L$, $0.7x/L$ oraz $0.9x/L$ przedstawiono na rysunku 6.15.

Na podstawie uzyskanych wyników stwierdzono, że proponowana metoda nadaje się do lokalizacji uszkodzeń w elementach konstrukcyjnych na podstawie zmierzonych zmian częstości drgań własnych oraz postaci drgań własnych wyznaczonych za pomocą metody elementów skończonych.



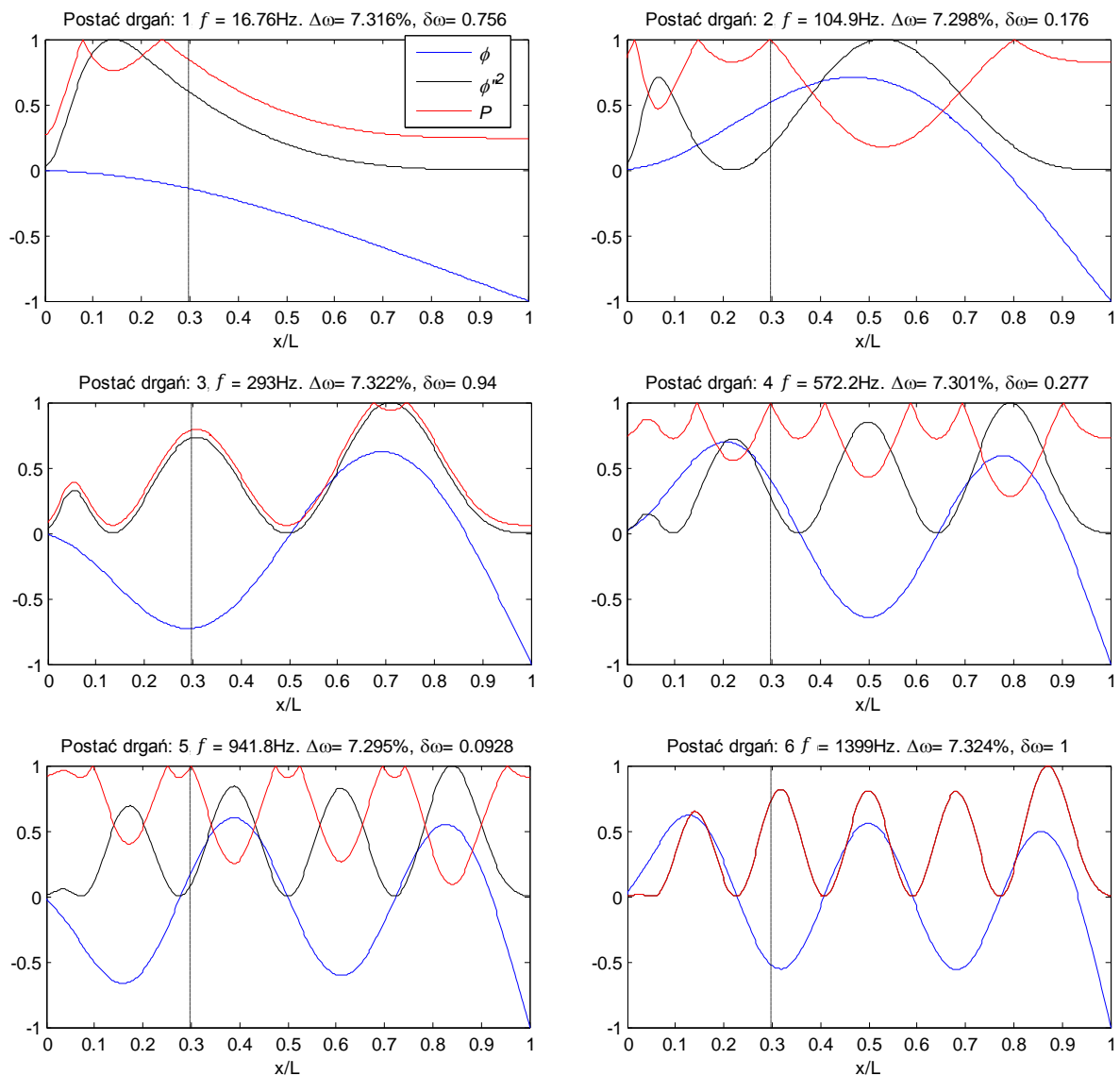
Rysunek 6.14. Wykresy FCDLI dla nacięcia o głębokości 20% w pozycji a) $0.1x/L$, b) $0.5x/L$, c) $0.7x/L$, d) $0.9x/L$.

6.6 Zmiana modułu Younga

Według Sampiao [52], metody bazujące na zmianach częstości drgań własnych są zawodne. Swoją opinię uzasadnia on tym, że zmiana warunków zewnętrznych, w tym przede wszystkim temperatury, może powodować zmianę parametrów materiału. Przekłada się to na zmianę częstości drgań własnych i uniemożliwia poprawne działanie metod bazujących na zmianie tego parametru spowodowanych rozwojem uszkodzenia.

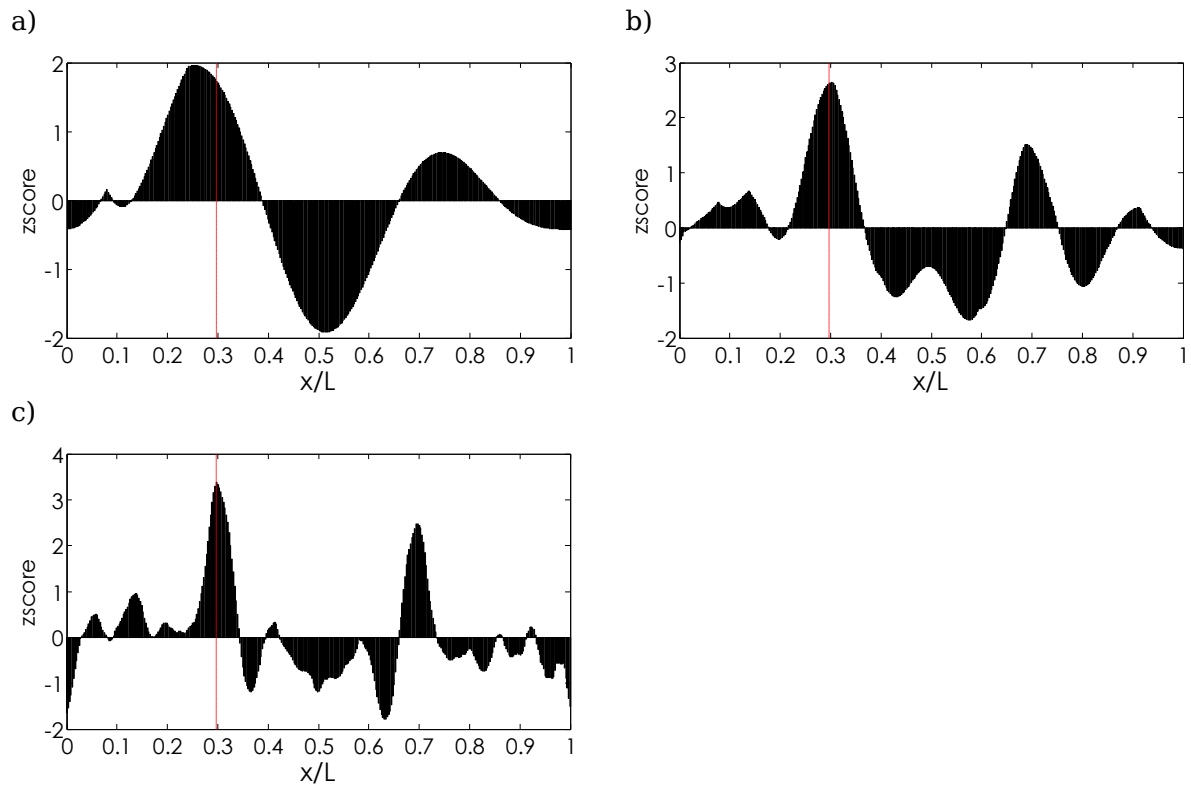
W proponowanej metodzie nie jest analizowana zmiana częstości drgań własnych w sensie bezwzględnym, a jedynie zmiana poszczególnych częstości drgań własnych względem pozostałych. Zmiana globalna parametrów konstrukcji, powoduje zmianę wszystkich częstości drgań własnych w jednakowym stopniu. Nie wpływa to na działanie proponowanej metody.

W celu potwierdzenia skuteczności działania proponowanej metody w zmiennych warunkach temperaturowych, przeprowadzono symulację, w której zmniejszono moduł Younga o 5% dla całej belki. Spowodowało to, że zmniejszeniu o 7.29% uległy wszystkie częstości drgań własnych. Dodatkowo do belki wprowadzono uszkodzenie poprzez zmniejszenie o dodatkowe 5% modułu Younga w jednym elemencie skończonym modelu znajdującym się w pozycji $0.3x/L$. Uzyskane sześć pierwszych postaci drgań własnych ϕ , krzywizny postaci drgań własnych ϕ''^2 oraz funkcję prawdopodobieństwa wystąpienia uszkodzenia P przedstawiono na rysunku 6.15.



Rysunek 6.15. Wykresy funkcji prawdopodobieństwa wystąpienie uszkodzenia dla pierwszych sześciu postaci drgań własnych.

Uzyskane poszczególne funkcje prawdopodobieństwa wystąpienie uszkodzenia P nie różnią się od przykładu przedstawionego w punkcie 6.3.1 (rysunek 6.3). Tym samym końcowy współczynnik lokalizacji uszkodzenia FCBDLI, przedstawiony na rysunku 6.16 także pokrywa się z wynikami z rysunku 6.4. To potwierdza odporność metody lokalizacji uszkodzenia FCDLI na zmianę globalną parametrów konstrukcji wywołaną np. zmianą warunków atmosferycznych.



Rysunek 6.16. Wykresy FCDLI dla a) trzech postaci, b) sześciu postaci, c) piętnastu postaci.

6.7 Podsumowanie

W tym rozdziale przedstawiona została własna metoda lokalizacji uszkodzeń, której zasada działania bazuje na analizie zmian częstości drgań własnych konstrukcji. Znając kształt postaci drgań własnych elementu oraz śledząc zmiany jego częstości drgań własnych zaproponowana metoda umożliwi wskazanie miejsca, w którym uszkodzenie wystąpiło. Weryfikację skuteczności działania tej metody przeprowadzono na podstawie wyników numerycznych i eksperymentalnych stalowej belki wspornikowej. Potwierdzono możliwość lokalizacji uszkodzeń również w sytuacji, gdy poza wystąpieniem uszkodzenia zmianie modułu Younga uległ całego analizowany element.

Rozdział 7. Hybrydowa metoda detekcji uszkodzeń

Opisana metoda lokalizacji uszkodzeń bazująca na zmianie częstości drgań własnych może także posłużyć do stworzenia metod hybrydowych bazujących na zmianach częstości oraz postaci drgań własnych. W tym przypadku, poza parametrami modalnymi konstrukcji w stanie aktualnym, potrzebna jest informacja o częstościach drgań własnych w stanie nieuszkodzonym. Do wyznaczenia funkcji prawdopodobieństwa lokalizacji uszkodzenia P , wykorzystuje się zatem informacje o zmianie częstości drgań własnych oraz postać drgań własnych w stanie aktualnym.

W dalszej części pracy przedstawiono przykłady zastosowania metody FCDLI do poprawy efektywności metody detekcji uszkodzeń bazującej na transformacie falkowej – WDI.

7.1 Algorytm postępowania

Proces lokalizacji uszkodzeń metodą hybrydową można podzielić na następujące czynności:

- Wyznaczenie funkcji prawdopodobieństwa występowania uszkodzenia P jak we wzorze (6.7).
- Normalizacja wartości funkcji P do przedziału $[0 \ 1]$:

$$NP_{i,j} = \frac{P_{i,j} - \min_i(P_{i,j})}{\max_i(P_{i,j}) - \min_i(P_{i,j})}. \quad (6.10)$$

- Podzielenie wartości funkcji NP dla każdej z postaci drgań własnych przez wartość współczynnika $\delta\omega$:

$$FCWV_{i,j} = \frac{NP_{i,j}}{\delta\omega_j}, \quad (6.11)$$

gdzie $FCWV_{i,j}$ (z ang. *Frequency Change-based Weight Vector*) jest macierzą z wartościami wagowymi dla j 'tej postaci drgań własnych w i 'tym punkcie.

Działanie takie jest podyktowane obserwacją, że im większa jest zmiana częstości drgań własnych spowodowana uszkodzeniem, tym większe są zmiany postaci drgań odpowiadającej tej częstości. Umożliwia to łatwiejszą detekcję uszkodzenia, gdyż współczynnik wagi jest wyższy dla postaci drgań własnych, w których uszkodzenie powinno być łatwiejsze do zlokalizowania. Tym samym poza preferowaniem obszarów wynikających z funkcji P , także poszczególne postaci drgań własnych są odpowiednio wagowane całościowo.

- Współczynnik hybrydowy uszkodzenia otrzymuje się dla współczynnika uszkodzenia DI wyznaczonego dla każdej postaci drgań własnych osobno:

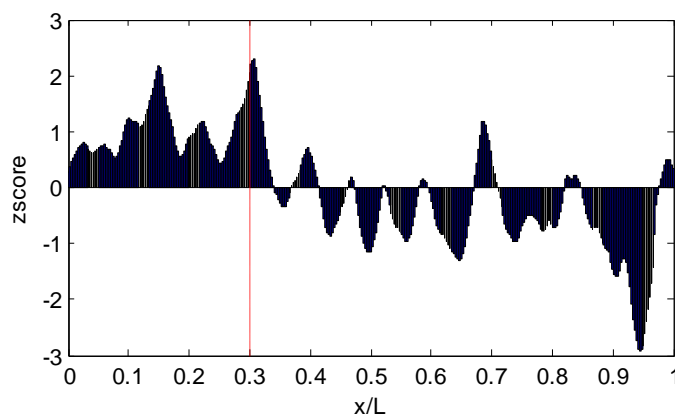
$$HDI_i = \sum_{j=1}^{N_m} FCWV_{i,j} \cdot DI_{i,j}. \quad (6.12)$$

7.2 Przykłady uzyskane dla wyników eksperymentalnych

Poniżej przedstawiono przykłady analizy detekcji uszkodzeń w belce wspornikowej z wykorzystaniem proponowanej metody hybrydowej. W obliczeniach użyto 15 pierwszych częstości i postaci drgań własnych.

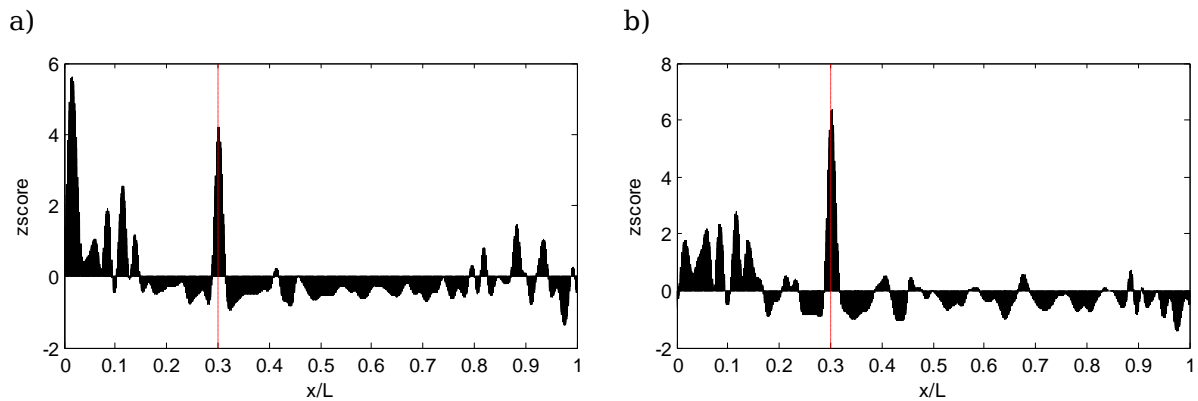
7.2.1 Nacięcie o głębokości 10% w $0.3x/L$

Dla belki wspornikowej naciętej na głębokość 10% wyznaczono współczynnik FCDLI. Na podstawie samego wskaźnika, nie można jednoznacznie określić prawdziwego położenia uszkodzenia (rysunek 7.1).



Rysunek 7.1. Współczynnik FCDLI dla belki wspornikowej naciętej na głębokość 10% w $0.3x/L$.

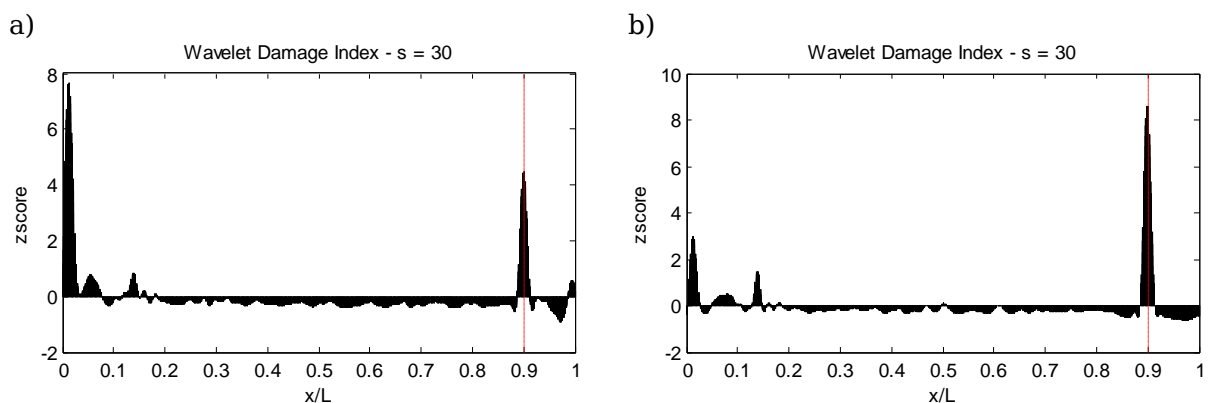
Jednak wykorzystanie tego wskaźnika do wyznaczenia wskaźnika hybrydowego HDI w połączeniu ze wskaźnikiem WDI wyznaczonym dla tej samej próbki (rysunek 7.2a) powoduje wyeliminowanie błędnych wskazań w pobliżu utwierdzenia. Tym samym wskaźnik hybrydowy poprawnie wskazuje uszkodzenie, co przedstawia rysunek 7.2b.



Rysunek 7.2. Porównanie wyników uzyskanych dla Wavelet Damage Index a) bez FCWV, b) z FCWV.

7.2.2 Nacięcie o głębokości 10% w $0.9x/L$

W sposób analogiczny do punktu 7.2.1, dla belki naciętej w pozycji $0.9x/L$ wyznaczono współczynnik WDI wykorzystując proponowaną metodę hybrydową.



Rysunek 7.3. Porównanie wyników uzyskanych dla Wavelet Damage Index a) bez FCWV, b) z FCWV.

W obu prezentowanych przykładach zastosowanie metody hybrydowej pozwoliło na wyeliminowanie błędnych wskazań uszkodzenia. To potwierdza celowość stosowania proponowanej metody hybrydowej.

7.3 Podsumowanie

Zaproponowana metoda hybrydowa pozwala na połączenie informacji o zmianach postaci drgań własnych z informacją o zmianie częstości drgań własnych spowodowanych wystąpieniem uszkodzenia, do jego lokalizacji. Metoda HDI może być zastosowana w połączeniu z każdą analizowaną w pracy metodą detekcji uszkodzeń. Przedstawione wyniki potwierdzają, że proponowany algorytm zwiększa skuteczność poprawnej lokalizacji uszkodzeń przez wibracyjne metody bazujące na analizie zmian postaci drgań własnych elementów konstrukcyjnych.

Rozdział 8. Podsumowanie i wnioski

Tezą niniejszej rozprawy jest możliwość wykrywania uszkodzeń elementów konstrukcji we wczesnej fazie ich rozwoju poprzez stosowanie cyfrowego przetwarzania sygnałów wibracyjnych. W celu poparcia tej tezy w rozdziale drugim pracy wykonano analizę światowego stanu wiedzy z zakresu wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń, których zasada działania polega na śledzeniu zmian parametrów modalnych konstrukcji. Przeprowadzono analizę numeryczną MES oraz badania eksperymentalne dynamiki stalowej belki wspornikowej oraz uźebrowanej płyty wykonanej ze stopu aluminium. Uzyskane dane wykorzystano do krytycznej analizy metod detekcji uszkodzeń znanych z literatury. Metody rozpatrywano w dwóch grupach. Pierwszą z nich stanowiły te, które wymagają informacji o stanie pierwotnym konstrukcji. W drugiej grupie znajdowały się metody detekcji uszkodzeń, których działanie polega na analizie parametrów konstrukcji jedynie w stanie aktualnym. W ramach rozprawy zbadano możliwość zwiększenia skuteczności działania analizowanych metod poprzez zastosowanie wstępnego przetwarzania sygnałów. Uzyskane wyniki, opisane w rozdziale piątym, potwierdzają duże znaczenie tego procesu. Na szczególną uwagę zasługuje filtracja postaci drgań własnych, która realizowana była przy zastosowaniu dekompozycji falkowej oraz ekstrapolacji. Otrzymane rezultaty dowodzą, że uszkodzenia w postaci nacięcia na głębokość 10% przekroju poprzecznego mogą być lokalizowane z dużą dokładnością.

W szóstym rozdziale pracy przedstawiono propozycję własnej metody lokalizacji uszkodzeń, której działanie opiera się na analizie zmian częstości drgań własnych konstrukcji. Metoda ta wymaga znajomości kształtu postaci drgań własnych konstrukcji w stanie referencyjnym bądź aktualnym. Kształt postaci drgań własnych może być wyznaczony numerycznie lub eksperymentalnie. Na podstawie wyników numerycznych potwierdzono możliwość implementacji metody dla konstrukcji poddanych zmiennym warunkom zewnętrznym. Zaproponowano również podejście, pozwalające na połączenie informacji o zmianach postaci drgań własnych oraz informacji o zmianie częstości drgań własnych konstrukcji. To umożliwi lokalizację uszkodzenia ze zwiększoną pewnością. Podsumowując można powiedzieć, że przedstawione w rozdziale 3 cele pracy zostały osiągnięte, a teza pracy została udowodniona.

W kolejnych podrozdziałach przedstawiono elementy zasługujące w opinii autora na wyróżnienie ze względu na swą oryginalność, szczegółowe wnioski z przeprowadzonych doświadczeń oraz perspektywy rozwojowe podejścia przedstawionego w pracy.

8.1 Oryginalne elementy pracy

Odnosząc się do przedstawionej w rozprawie analizy stanu wiedzy oraz wyników przeprowadzonych badań numerycznych i eksperymentalnych można wykazać liczne elementy wskazujące na jej nowatorstwo. W opinii autora można do nich zaliczyć:

- Krytyczną analizę na podstawie badań numerycznych i laboratoryjnych wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń znanych z literatury.
- Zwiększenie skuteczności działania wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń poprzez zastosowanie wstępnego przetwarzania sygnałów.
- Rozwinięcie współczynników Damage Index oraz Modified Damage Index na dwuwymiarową siatkę punktów pomiarowych, co zostało przedstawione w rozdziale drugim poświęconym przeglądowi metod literaturowych.
- Zaproponowanie współczynnika WDI, którego działanie polega na wykorzystaniu transformacji falkowej wielu postaci drgań własnych do wyznaczenia wskaźnika lokalizacji uszkodzenia. Zwiększa to skuteczność działania metody w porównaniu do metod znanych z literatury bazujących na analizie skalogramów pojedynczych postaci drgań własnych,
- Zastosowanie zmiennego współczynnika wagowego dla metody GFD. Pozwala to na wykorzystanie dużej liczby postaci drgań własnych, a tym samym powoduje zwiększenie skuteczności poprawnej lokalizacji uszkodzenia tą metodą.
- Opracowanie metody detekcji i lokalizacji uszkodzeń FCDI, która bazuje na zmianie częstości drgań własnych konstrukcji. W przypadku, gdy dla badanego obiektu znana jest informacja o kształcie postaci drgań własnych (otrzymana z modelu numerycznego lub badań eksperymentalnych), do monitorowania stanu technicznego można zastosować pomiar częstości drgań własnych w pojedynczym punkcie. Takie podejście jest tanie oraz łatwe w implementacji.
- Stworzenie metody hybrydowej (HDI) bazującej na proponowanym współczynniku FCDI. Ta metoda umożliwia połączenie istniejących metod detekcji uszkodzeń bazujących na zmianach kształtu postaci drgań własnych z proponowaną metodą wykorzystującą informację o zmianie częstości drgań własnych. Dzięki takiemu podejściu, zwiększono skuteczność lokalizacji uszkodzeń oraz zmniejszono prawdopodobieństwo wystąpienia nieprawidłowej lokalizacji uszkodzenia.

Na uwagę zasługuje fakt, że badania laboratoryjne z wykorzystaniem wibrometrii laserowej były jednymi z pierwszych tego typu wykonanych na wydziale Elektrotechniki i Automatyki Politechniki Gdańskiej. Wymagało to dokładnej analizy stanu wiedzy w tej dziedzinie, zaprojektowania i skompletowania stanowiska pomiarowego, opracowania

procedur pomiarowych i eksportu uzyskanych danych. Jednocześnie czas potrzebny do wykonania badań eksperymentalnych oraz skala ich trudności, w porównaniu z wcześniej przeprowadzonymi przez autora badaniami numerycznymi, okazały się wielokrotnie większe.

8.2 Wnioski z przeprowadzonych badań

Wyniki uzyskane z przeprowadzonych badań dowodzą możliwości wykorzystania analizy parametrów modalnych konstrukcji do detekcji uszkodzeń oraz celowości wstępnego przetwarzania sygnałów do zwiększenia efektywności tychże metod. Przyczynia się to do rozwinięcia nieniszczących badań elementów konstrukcji oraz metod ich monitorowania. Z uwagi na rozwojowy charakter zaprezentowanego podejścia, bardzo cenne wydają się spostrzeżenia oraz wnioski poczynione w trakcie wykonywanych doświadczeń. Na szczególne wyróżnienie zasługują:

- Spośród sprawdzonych względnych metod detekcji uszkodzeń najlepsze rezultaty osiągnięto dla współczynników bazujących na analizie drugiej pochodnej postaci drgań własnych; współczynnik Damage Index wykazywał się najwyższą skutecznością.
- Spośród sprawdzonych bezwzględnych metod detekcji uszkodzeń najlepsze wyniki uzyskano stosując współczynnik bazujący na transformacie falkowej WDI oraz uogólnionym wymiarze fraktalnym GFDI.
- Dzięki zastosowaniu filtracji sygnału można zwiększyć efektywność detekcji uszkodzeń. Najlepsze wyniki osiągnięto, gdy zastosowano metodę bazującą na dekompozycji falkowej poprzedzonej ekstrapolacją sygnału.
- Zastosowanie ekstrapolacji postaci drgań własnych pozwala wyeliminować problem pojawiających się błędnych wskazań w pobliżu krawędzi badanego elementu.
- Interpolacja postaci drgań własnych metodą sklepanych wielomianów pozwala na dokładniejszą lokalizację potencjalnego uszkodzenia. Interpolacja umożliwia także zmniejszenie liczby punktów pomiarowych niezbędnych do prawidłowego określenia pozycji uszkodzenia. To z kolei przekłada się na zmniejszenie czasu potrzebnego na wykonanie badań.
- Dowiedzenie, że wszystkie badane bezwzględne metody detekcji można stosować w układzie z sygnałem referencyjnym dla zwiększenia ich skuteczności. Ma to szczególne zastosowanie w przypadku proponowanego wskaźnika bazującego na transformacie falkowej WDI.

- Udowodnienie, że dzięki użyciu operacji takich jak interpolacja, ekstrapolacja oraz filtracja sygnałów wibracyjnych możliwe jest wykrywanie pęknięć, gdy ich głębokość jest na poziomie nie mniejszym niż 10% pola przekroju poprzecznego badanego elementu.
- Możliwości lokalizowania uszkodzenia śledząc zmiany częstości drgań własnych.
- Połączenie zmian częstości drgań własnych i postaci drgań własnych może być wykorzystane do zwiększenia skuteczności lokalizacji uszkodzeń.

8.3 Kierunki dalszej pracy

Przeprowadzone w rozprawie badania oraz wykorzystane podejścia nie wyczerpują wszystkich zagadnień, które wymagałyby zbadania w celu dalszego rozwijania wibracyjnych metod detekcji uszkodzeń. Jako kierunki przyszłych prac wskazać można:

- badania i weryfikację przyjętych założeń w odniesieniu do konstrukcji wykonanych z materiałów kompozytowych,
- przeprowadzenie badań lokalizacji uszkodzeń dla konstrukcji dwuwymiarowych (np. płyt),
- implementacja opracowanej metody lokalizacji uszkodzenia konstrukcji na obiektach rzeczywistych.

Bibliografia

- [1] P. E. Mix, *Introduction to nondestructive testing. A training guide*, drugie ed. New Jersey, United States of America: John Wiley & Sons, Inc., 2005.
- [2] B. A. Auld and J. C. Moulder, "Review of Advances in Quantitative Eddy Current Nondestructive Evaluation," *Journal of Nondestructive Evaluation*, vol. 18, no. 1, 1999.
- [3] N. Yusa, L. Janousek, Z. Chen, and K. Miya, "Diagnostics of stress corrosion and fatigue cracks using benchmark signals," *Materials Letters*, no. 59 , p. 3656-3659, 2005.
- [4] M. Göktepe, "Non-destructive crack detection by capturing local flux leakage field," *Sensors and Actuators A*, no. 91, pp. 70-72, 2001.
- [5] R. A. Livingston, "Nondestructive Testing of Historic Structures," *Archives and Museum Informatics*, no. 13, p. 249-271, 1999/2001.
- [6] X. E. Gros, "Current and future in non-destructive testing of composite materials," *Non-destructive testing of composite materials*, no. 25, pp. 539-544, 2000.
- [7] V. A. Barkhatov, "Development of Methods of Ultrasonic Nondestructive Testing of Welded Joints," *Russian Journal of Nondestructive Testing*, no. 1 (39), p. 23-47, 2003.
- [8] N. P. Razygraev, "Ultrasonic Nondestructive Testing by Head Waves: Physical Prerequisites and Practical Use," *Russian Journal of Nondestructive Testing*, no. 9(40), p. 593-601, 2004.
- [9] T. Inagakia, T. Ishiib, and T. Iwamotoa, "On the NDT and E for the diagnosis of defects using infrared thermography," *NDT&E International*, no. 32, p. 247-257, 1999.
- [10] M. R. Clark, D. M. McCann, and M. C. Forde, "Application of infrared thermography to the non-destructive testing of concrete and masonry bridges," *NDT&E International*, no. 36, p. 265-275, 2003.
- [11] N. P. Avdelidis, B. C. Hawtin, and D. P. Almond, "Transient thermography in the assessment of defects of aircraft composites," *NDT&E International*, no. 36, p. 433-439, 2003.

- [12] Y. Y. Hung, et al., "Review and comparison of shearography and active thermography for nondestructive evaluation," *Materials Science and Engineering*, no. 64, p. 73-112, 2009.
- [13] D. J. Titman, "Applications of thermography in non-destructive testing of structures," *NDT&E International*, no. 34, p. 149-154, 2001.
- [14] S. Pickering and A. Darryl, "Matched excitation energy comparison of the pulse and lock-in thermography NDE techniques," *NDT&E International*, no. 41, p. 501-509, 2008.
- [15] T. Sakagami and S. Kubo, "Applications of pulse heating thermography and lock-in thermography to quantitative nondestructive evaluations," *Infrared Physics & Technology*, no. 43, p. 211-218, 2002.
- [16] F. Ansari, "Fieber optic sensors- En emerging diagnostic tool for concrete," *Cement & Concrete Composites*, no. 19, pp. 1-2, 1997.
- [17] K. Kesavan, K. Ravisankar, S. Parivallal, P. Sreeshylam, and S. Sridhar, "Experimental studies on fiber optic sensors embedded in concrete," *Measurement*, no. 43, p. 157-163, 2010.
- [18] Q. Li, G. Li, G. Wang, and L. Yuan, "CTOD measurement for cracks in concrete by fiber optic sensors," *Optics and Lasers in Engineering*, no. 42, p. 377-388, 2004.
- [19] N. Takeda, Y. Okabe, and T. Mizutani, "Damage detection in composites using optic fibers," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, no. 221, pp. 497-508, 2007.
- [20] I. B. Kwon, C. G. Kim, and C. S. Hong, "Simultaneous sensing of the strain and points of failure in composite beams with an embedded fiber optic Michelson sensor," *Composites Science and Technology*, no. 57, pp. 1639-1651, 1997.
- [21] P. Pevzner, T. Weller, and A. Berkovits, "Use of heat emitted by broken optic fibers: A new approach for damage detection in composites," *Engineering Failure Analysis*, no. 12, p. 860-874, 2005.
- [22] J. S. Leng and A. Asundi, "NDE of smart structures using multimode fiber optic vaibration sensor," *NDT&E International*, no. 35, pp. 45-51, 2002.
- [23] Y. J. Yan, L. Cheng, Z. Y. Wu, and L. H. Yam, "Development in vibration-based structural damage detection technique," *Mechanical Systems and Signal Processing*, no. 21, pp. 2198-2211, 2007.

- [24] P. Cawley and R. D. Adams, "The localisation of defects in structures from measurements of natural frequencies," *Journal of Strain Analysis*, no. 14, pp. 49-57, 1979.
- [25] A. Messina, I. A. Jones, and E. J. Williams, "Damage detection and localisation using natural frequency changes," *Proc. conf. identification in engineering systems*, pp. 67-76, 1996.
- [26] A. Messina, E. J. Williams, and T. Contursi, "Structural damage detection by sensitivity and statistical-based method," *Journal of Sound and Vibration*, no. 216(5), pp. 791-808, 1998.
- [27] H. M. Gomes and N. R. S. Silva, "Some comparisons for damage detection on structures using genetic algorithms and modal sensitivity method," *Applied Mathematical Modelling*, no. 32(11), pp. 2216-2232, 2007.
- [28] H. Guo and Z. Li, "A Hybrid Evidence-Genetic Method for the Identification of Multiple Structural Damages," *Third International Conference on Natural Computation (ICNC 2007) IEEE*, pp. 755-759, 2007.
- [29] R.-S. He and S.-F. Hwang, "Damage detection by a hybrid real-parameter genetic algorithm under the assistance of grey relation analysis," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, no. 20, p. 980-992, 2007.
- [30] M. A. Rao, J. Srinivas, and B. S. N. Murthy, "Damage detection in vibrating bodies using genetic algorithms," *Computers and Structures*, no. 82, p. 963-968, 2004.
- [31] S. Chinchalkar, "Determination of crack location in beams using natural frequencies," *Journal of Sound and Vibration*, no. 247(3), pp. 417-429, 2001.
- [32] O. S. Salawu, "Detection of structural damage through changes in frequency: a review," *Engineering Structures*, no. 9(19), pp. 718-723, 1997.
- [33] Z. Y. Shi, S. S. Law, and L. M. Zhang, "Damage localization by directly using incomplete mode shapes," *Journal of Engineering Mechanics*, no. 126(6), pp. 656-660, 2000.
- [34] S. W. Doebling, R. C. Farrar, and M. B. Prime, "A Summary Review of Vibration-Based Damage Identification Methods," *The Shock and Vibration Digest*, no. 2(30), pp. 91-105, Mar. 1998.
- [35] W. M. West, "Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in an orbiter test specimen," *Proceedings of the Air Force Conference on*

- Aircraft Structural Integrity*, pp. 1-6, 1984.
- [36] D. Montalvão, N. M. M. Maia, and A. M. R. Ribeiro, "A Review of Vibration-based Structural Health Monitoring with Special Emphasis on Composite Materials," *The Shock and Vibration Digest*, no. 4(38), p. 295-324, Jul. 2006.
- [37] R. J. Allemang and D. L. Brown, "A correlation coefficient for modal vector analysis," *Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference*, p. 110-116, Orlando 1982.
- [38] N. A. J. Lieven and D. J. Ewins, "Spatial correlation of mode shapes the coordinate modal assurance criterion (COMAC)," *Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference, Kissimmee FL*, p. 690-695, 1988.
- [39] J.-F. Wang, L. C. Chang, and S.-M. Yen, "A story damage index of seismically-excited buildings based on modal frequency and mode shape," *Engineering Structures*, no. 29, pp. 2143-2157, 2007.
- [40] A. K. Pandey, M. Biswas, and M. M. Samman, "Damage detection from changes in curvature mode shapes," *Journal of Sound and Vibration*, no. 145, pp. 321-332, 1991.
- [41] P. Qiao, W. Lestari, M. G. Shah, and J. Wang, "Dynamics-based Damage Detection of Composite Laminated Beams using Contact and Noncontact Measurement Systems," *Journal of composite materials*, no. 10(41), pp. 1217-1252, 2007.
- [42] N. M. M. Maia, J. M. M. Silva, and E. A. M. Almas, "Damage detection in structures: from mode shape to frequency response function methods," *Mechanical Systems and Signal Processing*, no. 17(3), p. 489-498, 2003.
- [43] Y. K. Ho and D. J. Ewins, "On the structural damage identification with mode shapes," *Proceedings of the European COST F3 Conference on System Identification & Structural Health Monitoring*, p. 677-684, 2000.
- [44] W. Lestari, P. Qiao, and S. Hanagud, "Curvature Mode Shape-based Damage Assessment of Carbon/Epoxy Composite Beams," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, no. 18, pp. 189-208, Mar. 2007.
- [45] C. S. Hamey, W. Lestari, P. Qiao, and G. Song, "Experimental Damage Identification of Carbon/Epoxy Composite Beams Using Curvature Mode Shapes," *Structural Health Monitoring*, no. 3(4), pp. 333-353, 2004.
- [46] P. Cornwell, "Application of the strain energy damage detection method to plate-like structures," *Journal of Sound and Vibration*, no. 224(2), pp. 359-374, 1999.

- [47] D. Young, "Vibration of rectangular plates by the Ritz method," *Journal of Applied Mechanics*, pp. 448-453, 1956.
- [48] H. Hu and J. Wang, "Damage detection of a woven fabric composite laminate using a modal strain energy method," *Engineering Structures*, no. 31, pp. 1042-1055, 2009.
- [49] H. Hu and C. Wu, "Development of scanning damage index for the damage detection of plate structures using modal strain energy method," *Mechanical Systems and Signal Processing*, no. 23, p. 274-287, 2009.
- [50] J. T. Stubbs N. Kim and F. C. R., "Field verification of a nondestructive damage localization and severity estimation algorithm," *Proceedings of the XIII International Modal Analysis Conference, Nashville, USA*, pp. 210-218, 1995.
- [51] C. P. Ratcliffe, "Damage detection using modified laplacian operator on mode shape data," *Journal of Sound and Vibration*, no. 204(3), pp. 505-517, 1997.
- [52] R. P. C. Sampaio, N. M. M. Maia, and J. M. M. Silva, "Damage detection using the frequency-response-function curvature method," *Journal of Sound and vibration*, no. 226(5), pp. 1029-1042, 1999.
- [53] F. C. Choi, J. Li, B. Samali, and K. Crews, "Application of the modified damage index method to timber beams," *Engineering Structures*, no. 30, p. 1124-1145, 2008.
- [54] E. Sazonov and P. Klinkhachorn, "Optimal spatial sampling interval for damage detection by curvature or strain energy mode shapes," *Journal of Sound and Vibration*, no. 285, p. 783-801, 2005.
- [55] A. Alvandi and C. Cremona, "Assessment of vibration-based damage identification techniques," *Journal of Sound and Vibration*, no. 292, p. 179-202, 2006.
- [56] A. K. Pandey and M. Biswas, "Damage detection in structures using changes in flexibility," *Journal of Sound and Vibration*, no. 169(1), pp. 3-17, 1994.
- [57] Z. Zhang and A. E. Aktan, "The damage indices for constructed facilities," *Proceedings of the IMAC*, no. 13, p. 1520-1529, 1995.
- [58] B. Hoerst and C. P. Ratcliff, "Damage detection in beams using Laplacian operators on experimental modal data," *Proceedings of International Modal Analysis Conference (IMAC-XV), Orlando, FL*, p. 1305-1311, 1997.
- [59] P. Z. Qiao, K. Lu, and W. Lestari, "A Combined Static/Dynamic Technique for Damage Detection of Laminated Composite Plates," *Experimental Mechanics*, no.

- 48, p. 17-35, 2008.
- [60] P. Qiao, K. Lu, W. Lestari, and J. Wang, "Curvature mode shape-based damage detection in composite laminated plates," *Composite Structures*, no. 80, p. 409-428, 2007.
- [61] M. Cao and P. Qiao, "Novel Laplacian scheme and multiresolution modal curvatures for structural damage identification," *Mechanical Systems and Signal Processing*, no. 23, p. 1223-1242, 2009.
- [62] M. J. Shensa, "The discrete wavelet transform: wedding the a trous and Mallat algorithms," *IEEE Transactions on Signal Processing*, no. 40(10), pp. 2464-2482, 1992.
- [63] J. Wang and P. Qiao, "Improved Damage Detection for Beam-type Structures using a Uniform Load Surface," *Structural Health Monitoring*, no. 6(2), pp. 99-110, 2007.
- [64] B. B. Mandelbrot, "How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension," *Science*, no. 156, pp. 636-638, 1967.
- [65] Q. Wang and X. Deng, "Damage detection with spatial wavelets," *International Journal of Solids and Structures*, no. 25, pp. 2332-2357, 1999.
- [66] L. J. Hadjileontiadis and E. Douka, "Crack detection in plates using fractal dimension," *Engineering Structures*, no. 29, p. 1612-1625, 2007.
- [67] M. Rucka and K. Wilde, "Application of continuous wavelet transform in vibration based damage detection method for beams and plates," *Journal of Sound and Vibration*, no. 297, p. 536-550, 2006.
- [68] J. Morlier, F. Bos, and P. Castera, "Diagnosis of a portal frame using advanced signal processing of laser vibrometer data," *Journal of Sound and Vibration*, no. 297, p. 420-431, 2006.
- [69] M. M. Reda Taha, A. Noureldin, J. L. Lucero, and T. J. Baca, "Wavelet Transform for Structural Health Monitoring: A Compendium of Uses and Features," *Structural Health Monitoring*, no. 5(3), pp. 267-295, 2006.
- [70] J.-G. Han, W.-X. Ren, and Z.-S. Sun, "Wavelet packet based damage identification of beam structures," *International Journal of Solids and Structures*, no. 42, p. 6610-6627, 2005.
- [71] J. Wang, "Damage detection in beams by roughness analysis," *Smart Structures and Materials*, no. 6174, pp. 488-499, 2006.

- [72] J. Wang and P. Qiao, "On irregularity-based damage detection method for cracked beams," *International Journal of Solids and Structures*, no. 45, p. 688-704, 2008.
- [73] H. Sohn, C. R. Farrar, F. M. Hemez, and D. D. Shunk, "A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996-2001," 2003.
- [74] Y. Zou, L. Tong, and G. P. Steven, "Vibration-based model-dependent damage (delamination) identification and health monitoring for composite structures: a review," *Journal of Sound and Vibration*, no. 230(2), pp. 357-378, 2000.
- [75] J. Humar, A. Bagchi, and H. Xu, "Performance of Vibration-based Techniques for the Identification of Structural Damage," *Structural Health Monitoring*, no. 5(3), p. 215-241, 2006.
- [76] E. P. Carden and P. Fanning, "Vibration Based Condition Monitoring: A Review," *Structural Health Monitoring*, no. 3(4), p. 355-377, 2004.
- [77] S. P. Timoshenko, "On the correction factor for shear of the differential equation for transverse vibrations of bars of uniform cross-section," *Philosophical Magazine*, p. 744, 1921.
- [78] S. P. Timoshenko, "On the transverse vibrations of bars of uniform cross-section," *Philosophical Magazine*, p. 125, 1922.
- [79] H. E. Rosinger and I. G. Ritchie, "On Timoshenko's correction for shear in vibrating isotropic beams," *Journal of Physics D: Applied Physics*, no. 10, pp. 1461-1466, 1977.
- [80] Polytec. Polytec - Advanced measuring by light. [Online]. <http://www.polytec.com/>
- [81] S. Jin and P. F. Pai, "Locating Structural Defects Using Operational Deflection Shapes," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, no. 11, pp. 613-630, 2000.
- [82] C. de Boor, *A Practical Guide to Splines*. Springer-Verlag, 1978.
- [83] U. Zolzer, *Digital Audio Signal Processing*. West Sussex: John Wiley & Sons, LTD, 1997.
- [84] S. Vaseghi, *Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction*, Wydanie drugie ed. John Wiley & Sons, LTD, 2000.
- [85] C. Brezinski and M. Redivo Zaglia, *Extrapolation Methods. Theory and Practice*.

- North-Holland, 1991.
- [86] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Wavelet shrinkage: asymptotia?," *Jour. Roy. Stat. Soc*, no. 2(57), p. 301-369, 1995.
- [87] D. L. Donoho, "De-noising by soft-thresholding," *IEEE Trans. on Inf. Theory*, no. 3(42), p. 613-627, 1995.
- [88] S. Mallat, "A Theory of Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, no. 11(7), pp. 674-693, 1989.
- [89] D. Donoho and I. M. Johnstone, "Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage," *Biometrika*, no. 81(3), pp. 425-455, 1994.
- [90] C. M. Stein, "Estimation of the mean of a multivariate normal distribution," *The Annals os Statistics*, no. 9(6), pp. 1135-1151, 1981.
- [91] C.-C. Chang and L.-W. Chen, "Vibration damage detection of a Timoshenko beam by spatial wavelet based approach," *Applied Acoustics*, no. 64, p. 1217-1240, 2003.
- [92] W. L. Bayissa and N. Haritos, "Structural damage identification in plates using spectral strain energy analysis," *Journal of Sound and Vibration*, no. 307, p. 226-249, 2007.
- [93] S. Zhong and S. O. Oyadiji, "Crack detection in simply supported beams without baseline modal parameters by stationary wavelet transform," *Mechanical Systems and Signal Processing*, no. 21, p. 1853-1884, 2007.
- [94] C.-C. Chang and L.-W. Chen, "Detection of the location and size of cracks in the multiple cracked beam by spatial wavelet based approach," *Mechanical Systems and Signal Processing*, no. 19, p. 139-155, 2005.
- [95] R. Bussow, "An algorithm for the continuous Morlet wavelet transform," *Mechanical Systems and Signal Processing*, no. 21, p. 2970-2979, 2007.
- [96] A. Gentile and A. Messina, "On the continuous wavelet transforms applied to discrete vibrational data for detecting open cracks in damaged beams," *International Journal of Solids and Structures*, no. 40 , p. 295-315, 2003.
- [97] M. Radzienski, M. Krawczuk, and M. Palacz, "Improvement of damage detection methods based on experimental modal parameters," *Mechanical Systems and Signal Processing*, no. 25, p. 2169-2190, 2011.