



**POLITECHNIKA  
GDAŃSKA**

Wydział Mechaniczny



Imię i nazwisko autora rozprawy: JERZY KRUKOWSKI  
Dyscyplina naukowa: Budowa i Eksploatacja Maszyn

## **ROZPRAWA DOKTORSKA**

Tytuł rozprawy w języku polskim: **ANALIZA DYNAMICZNA KOLUMNOWEGO ŻURAWIA W  
STANACH NIEUSTALONYCH W WARUNKACH OFFSHORE**

Tytuł rozprawy w języku angielskim: **DYNAMIC ANALYSIS OF THE OFFSHORE PEDESTAL  
CRANE**

Promotor  
dr hab. inż. Andrzej Maczyński, prof. ATH

*podpis*

Gdańsk, rok 2016



**POLITECHNIKA  
GDAŃSKA**

Wydział Mechaniczny



## OŚWIADCZENIE

Autor rozprawy doktorskiej: Jerzy Krukowski

Ja, niżej podpisany, wyrażam zgodę na bezpłatne korzystanie z mojej rozprawy doktorskiej zatytułowanej:

Analiza dynamiczna kolumnowego żurawia w stanach nieustalonych w warunkach offshore do celów naukowych lub dydaktycznych.<sup>1</sup>

Gdańsk, dnia 19.05.2016

.....  
*podpis doktoranta*

Świadomy odpowiedzialności karnej z tytułu naruszenia przepisów ustawy z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (Dz. U. z 2006 r., nr 90, poz. 631) i konsekwencji dyscyplinarnych określonych w ustawie Prawo o szkolnictwie wyższym (Dz. U. z 2012 r., poz. 572 z późn. zm.),<sup>2</sup> a także odpowiedzialności cywilno-prawnej oświadczam, że przedkładana rozprawa doktorska została napisana przeze mnie samodzielnie.

Oświadczam, że treść rozprawy opracowana została na podstawie wyników badań prowadzonych pod kierunkiem i w ścisłej współpracy z promotorem dr hab. inż. Andrzejem Maczyńskim, profesorem Akademii Techniczno – Humanistycznej w Bielsku - Białej

Niniejsza rozprawa doktorska nie była wcześniej podstawą żadnej innej urzędowej procedury związanej z nadaniem stopnia doktora.

Wszystkie informacje umieszczone w ww. rozprawie uzyskane ze źródeł pisanych i elektronicznych, zostały udokumentowane w wykazie literatury odpowiednimi odnośnikami zgodnie z art. 34 ustawy o prawie autorskim i prawach pokrewnych.

Potwierdzam zgodność niniejszej wersji pracy doktorskiej z załączoną wersją elektroniczną.

Gdańsk, dnia 19.05.2016

.....  
*podpis doktoranta*

Ja, niżej podpisany, wyrażam zgodę na umieszczenie ww. rozprawy doktorskiej w wersji elektronicznej w otwartym, cyfrowym repozytorium instytucjonalnym Politechniki Gdańskiej, Pomorskiej Bibliotece Cyfrowej oraz poddawania jej procesom weryfikacji i ochrony przed przywłaszczeniem jej autorstwa.

Gdańsk, dnia 19.05.2016

.....  
*podpis doktoranta*

---

<sup>1</sup> Zarządzenie Rektora Politechniki Gdańskiej nr 34/2009 z 9 listopada 2009 r., załącznik nr 8 do instrukcji archiwalnej PG.

<sup>2</sup> Ustawa z dnia 27 lipca 2005 r. Prawo o szkolnictwie wyższym: Rozdział 7 Odpowiedzialność dyscyplinarna doktorantów, Art. 226.



**POLITECHNIKA  
GDAŃSKA**

Wydział Mechaniczny



## **OPIS ROZPRAWY DOKTORSKIEJ**

**Autor rozprawy doktorskiej:** Jerzy Krukowski

**Tytuł rozprawy doktorskiej w języku polskim:** Analiza dynamiczna kolumnowego żurawia w stanach nieustalonych w warunkach offshore

**Tytuł rozprawy w języku angielskim:** Dynamic analysis of the offshore pedestal crane

**Język rozprawy doktorskiej:** polski

**Promotor rozprawy doktorskiej:** dr hab. inż. Andrzej Maczyński, prof. ATH

**Data obrony:** 15.06.2016

**Słowa kluczowe rozprawy doktorskiej w języku polski:** żuraw offshore, shock absorber, sztywne elementy skończone, optymalizacja, efektywność numeryczna, kolumna żurawia

**Słowa kluczowe rozprawy doktorskiej w języku angielskim:** offshore crane, shock absorber, rigid final element method, optimization, numerical efficiency, pedestal

**Streszczenie rozprawy w języku polskim:** Żurawie offshore instalowane są na obiektach pływających bądź instalacjach lądowych (statki, platformy wiertnicze, wydobywcze). Jedną z głównych cech odróżniających je od urządzeń lądowych są znaczne ruchy unoszenia bazy, wywołane falowaniem morskim. Zjawisko to powoduje, że narażone są one na zdecydowanie większe obciążenia dynamiczne niż ich lądowe odpowiedniki. Jednocześnie, szczególnie w przypadku żurawi, występujące obciążenia mają istotny wpływ na dopuszczalny zakres pracy. W celu zmniejszenia obciążeń dynamicznych w żurawach offshore stosowane są urządzenia zwane shock absorberami. Do analiz numerycznych wykorzystano Metodę Sztywnych Elementów Skończonych w odmianie zmodyfikowanej. Obliczenia prezentowane w dalszej części rozprawy wykonane zostały dla przykładowej konstrukcji żurawia wyprodukowanego przez firmę National Oilwell Varco. W rozprawie zamieszczono wyniki szeregu analiz dynamicznych pracy żurawia z shock absorberem. Zaprezentowano także optymalizację jego charakterystyki, której celem było dalsze ograniczenie obciążeń dynamicznych układu. W pracy opracowany został model matematyczny oraz program komputerowy, umożliwiający przeprowadzenie analiz związanych z różnymi ruchami roboczymi i scenariuszami. Weryfikacja modelu matematycznego przeprowadzona została w oparciu o wyniki pomiarów uzyskane dla żurawia, który jest eksploatowany na Morzu Północnym. Uzyskane wyniki mogą posłużyć, jako odniesienie do weryfikacji innych kolumnowych żurawi offshore, które narażone są na ciężkie warunki pracy.

**Streszczenie rozprawy w języku angielskim:** Pedestal cranes are devices installed on oil platforms or vessels. They often operate in offshore conditions, where the base of a crane or its load is subjected to significant wave motion. These movements cause that offshore cranes are exposed to dynamic loads markedly higher than structures of similar operational parameters but operated on land. Simultaneously, especially in the case the cranes, the applied loads have a significant impact on the allowable operating range. Therefore, they are equipped with special systems for overload reduction. One of them is a shock absorber. Rigid Finite Element Method a modified approach is using for numerical calculations. Mathematical model based on the one of the offshore pedestal crane designed and produced in National Oilwell Varco. In the research included results of the variety dynamic analysis of the offshore pedestal crane equipped with shock absorber. The paper presents the issue of optimizing the characteristic of a shock absorber



**POLITECHNIKA  
GDAŃSKA**

Wydział Mechaniczny



in order to increase its effectiveness and further reduce dynamic loads. As a results of its work mathematical model and a computer program were developed allowing dynamic analysis for various working scenario reflecting offshore environment. Verification of the mathematical model was carried out based on the offshore pedestal operated in the North Sea. Obtained results can be used as a reference to verify the other offshore cranes.

*Autor pragnie podziękować  
dr hab. inż. Andrzejowi Maczyńskiemu, prof. ATH  
za okazaną życzliwość, wsparcie i poświęcony czas.*

## Spis treści

1	Wstęp .....	3
2	Analiza stanu wiedzy i przegląd literatury.....	4
2.1	Rodzaje żurawi offshore.....	4
2.1.1	Żurawie z linowym układem zmiany wysięgu.....	4
2.1.2	Żurawie z siłownikiem hydraulicznym w układzie zmiany wysięgu .....	6
2.2	Modelowanie żurawi offshore.....	7
2.3	Opis ruchu bazy urządzeń offshore .....	12
3	Ochrona żurawia przed przeciążeniem. Zmniejszanie obciążeń dynamicznych w żurawiach offshore.....	15
4	Cel i zakres pracy.....	18
5	Model matematyczny żurawia typu offshore.....	20
5.1	Założenia .....	20
5.2	Numeracja i określanie stopni swobody ciał układu .....	23
5.3	Modele matematyczne podukładów żurawia .....	27
5.3.1	Modelowanie ruchu bazy żurawia.....	27
5.3.2	Kolumna żurawia .....	29
5.3.3	Dolna część ostojnicy .....	34
5.3.4	Górna część ostojnicy.....	36
5.3.5	Wysięgnik.....	40
5.3.6	Shock absorber .....	44
5.3.7	Układ lin podnoszenia .....	47
5.3.8	Układ linowy zmiany wysięgu .....	50
5.3.9	Ładunek .....	54
5.3.10	Układy napędowe żurawia .....	55
5.3.11	Baza ładunku – pokład statku dostawczego .....	56
5.3.12	Agregacja równań ruchu .....	57
5.4	Modyfikacje modelu .....	58
5.4.1	Ruch bazy modelowany z zastosowaniem równań więzów.....	58
5.4.2	Alternatywny sposób modelowania kolumny żurawia .....	67
5.5	Program komputerowy .....	74
5.6	Określenie parametrów, weryfikacja modelu.....	76
5.6.1	Podstawowe parametry geometryczno-masowe żurawia.....	78
5.6.2	Walidacja modelu.....	79
6	Przykładowe symulacje dynamiki żurawia.....	84
6.1	Obrót żurawia przy różnych amplitudach fali.....	85
6.2	Zmiana wysięgu przy różnych amplitudach fali .....	88
6.3	Podnoszenie ładunku z pokładu nieruchomego statku dostawczego przy początkowo zluzowanej linie .....	89
6.4	Podnoszenie ładunku z pokładu ruchomego statku dostawczego dla różnych kątów fazowych.....	91

6.5	Podnoszenie ładunku „przymarznętego” do pokładu statku dostawczego ...	93
7	Analiza dynamiczna pracy żurawia z shock absorberem. Optymalizacja charakterystyki shock absorbera .....	95
7.1	Symulacja pracy żurawia z shock absorberem.....	95
7.2	Optymalizacja charakterystyki shock absorbera .....	96
7.3	Symulacje numeryczne dla shock absorbera ze zoptymalizowanymi charakterystykami .....	99
8	Podsumowanie i wnioski .....	103
	Bibliografia.....	105

# 1 Wstęp

Koniec XX i początek XXI wieku to okres dynamicznego rozwoju techniki offshore. Rosnące znaczenie eksploracji podwodnych złóż surowców naturalnych, przyrost liczby podmorskich rurociągów oraz różnego rodzaju instalacji, w naturalny sposób powoduje wzrost zainteresowania urządzeniami offshore. Angielskie słowo „off” oznacza bez, natomiast „shore” - brzeg, wybrzeże. Urządzenia offshore są to zatem urządzenia montowane poza brzegiem, zazwyczaj na jednostkach pływających lub platformach wiertniczych i wydobywczych. Służą one zarówno do budowy podwodnej (i nie tylko) infrastruktury, jaki i jej bieżącej obsługi. Ważną ich grupę stanowią żurawie. Niniejsza praca dotyczy dynamiki żurawi offshore posadowionych na specjalnej kolumnie.

Jedną z głównych cech odróżniających urządzenia offshore od urządzeń lądowych są znaczne ruchy unoszenia bazy, wywołane falowaniem morskim. Zjawisko to powoduje, że narażone są one na zdecydowanie większe obciążenia dynamiczne niż ich lądowe odpowiedniki. Jednocześnie, szczególnie w przypadku żurawi, występujące obciążenia mają istotny wpływ na dopuszczalny zakres pracy urządzenia. Jednym z celów konstruktorów jest takie zaprojektowanie żurawia offshore, aby mógł on pracować przy możliwie dużym falowaniu. W realizacji tego zadania istotne znaczenie ma poprawne zdefiniowanie występujących w układzie obciążeń dynamicznych. W rozprawie przedstawiono model matematyczny żurawia offshore umożliwiający przeprowadzanie szybkich obliczeń dynamiki żurawia w różnych warunkach pracy. Analizy takie mogą być przydatne w fazie projektowania urządzenia.

W celu zmniejszenia obciążeń dynamicznych w żurawiach offshore stosowane są urządzenia zwane shock absorberami. Są to specjalnie amortyzatory gazowo – olejowe, montowane w układzie podnoszenia ładunku. W rozprawie zamieszczono wyniki szeregu analiz pracy żurawia z shock absorberem. Zaprezentowano także optymalizację jego charakterystyki, której celem było dalsze ograniczenie obciążeń dynamicznych układu.



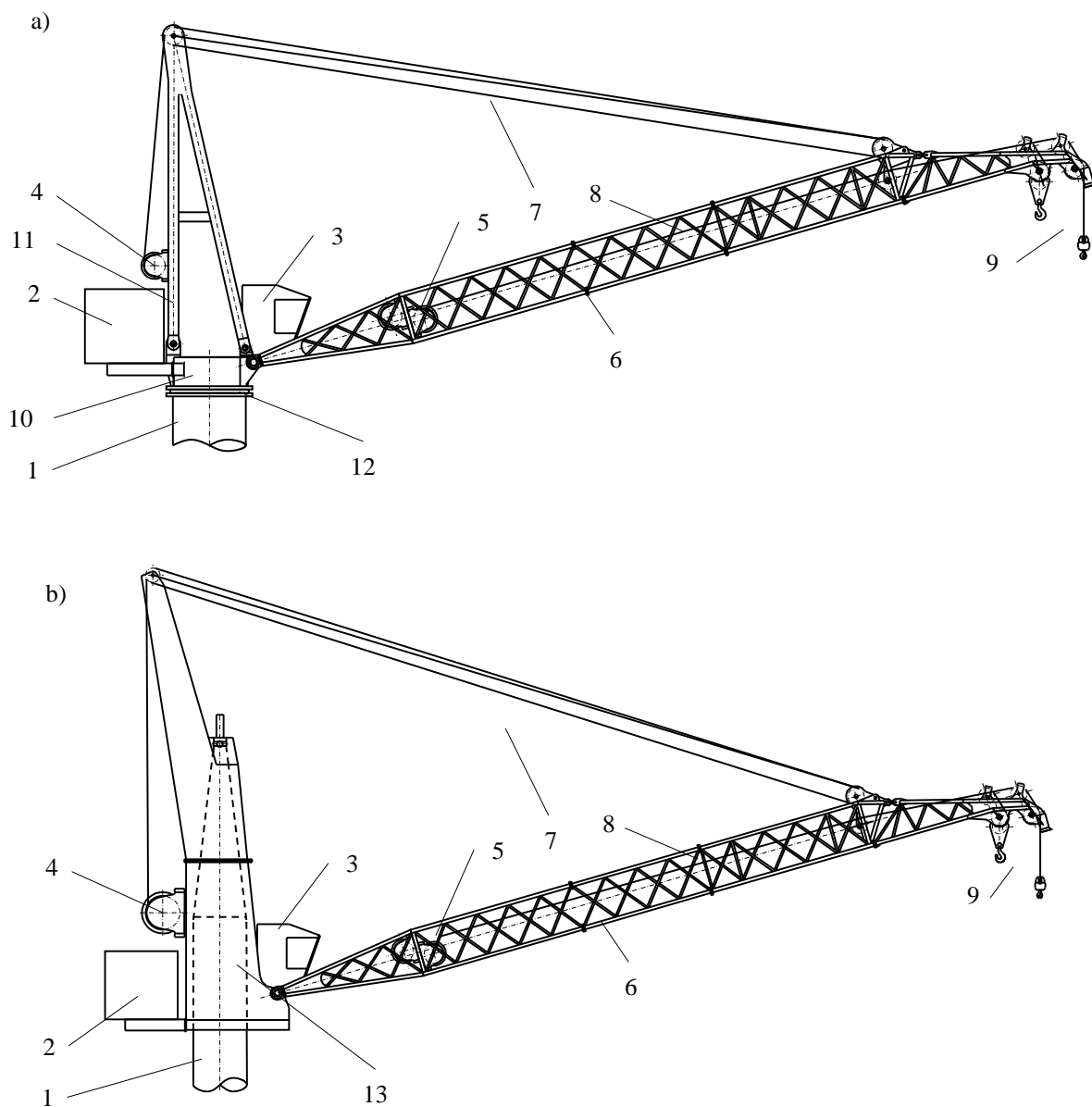
## **2 Analiza stanu wiedzy i przegląd literatury**

### **2.1 Rodzaje żurawi offshore**

Tematyka podjęta w pracy dotyczy zagadnień związanych z żurawiami offshore, czyli urządzeń montowanych na obiektach pływających (statki, platformy wiertnicze, wydobywcze). Z uwagi na falowanie bazy żurawia oraz ewentualnie również bazy ładunku (statku dostawczego) w analizowanych układach występują znaczne prędkości względne. Dodatkowo, dla zapewnienia odpowiedniej efektywności pracy żurawia, stosuje się duże prędkości podnoszenia, które zapewniają poderwanie ładunku pomiędzy „jedną a drugą falą”. Wszystko to powoduje występowanie znacznych obciążeń dynamicznych żurawi offshore. Zgodnie z [Norma EN 13852-1, 2004] oraz [Norma API SPEC 2C, 2012] żurawie offshore montowane na kolumnie można podzielić na kilka typów. Ważniejsze z nich omówiono poniżej.

#### **2.1.1 Żurawie z linowym układem zmiany wysięgu**

W żurawiach z linowym układem zmiany wysięgu wysięg realizowany jest za pomocą układu linowego. Do grupy tej możemy zaliczyć dwa rodzaje żurawi. Pierwszy z nich przedstawiono na rys. 2.1a. Posiada on łożysko wieńcowe, które zapewnia realizację obrotu żurawia wokół głównej osi pionowej oraz równoważenie momentu wywracającego. W drugim rodzaju (rys. 2.1b) obrót żurawia oraz równoważenie momentu wywracającego realizowane są za pomocą ostojnicy słupowej, która pełni rolę łożyska osiowego. Żurawie z tej grupy posiadają zazwyczaj kratownicowy wysięgnik.

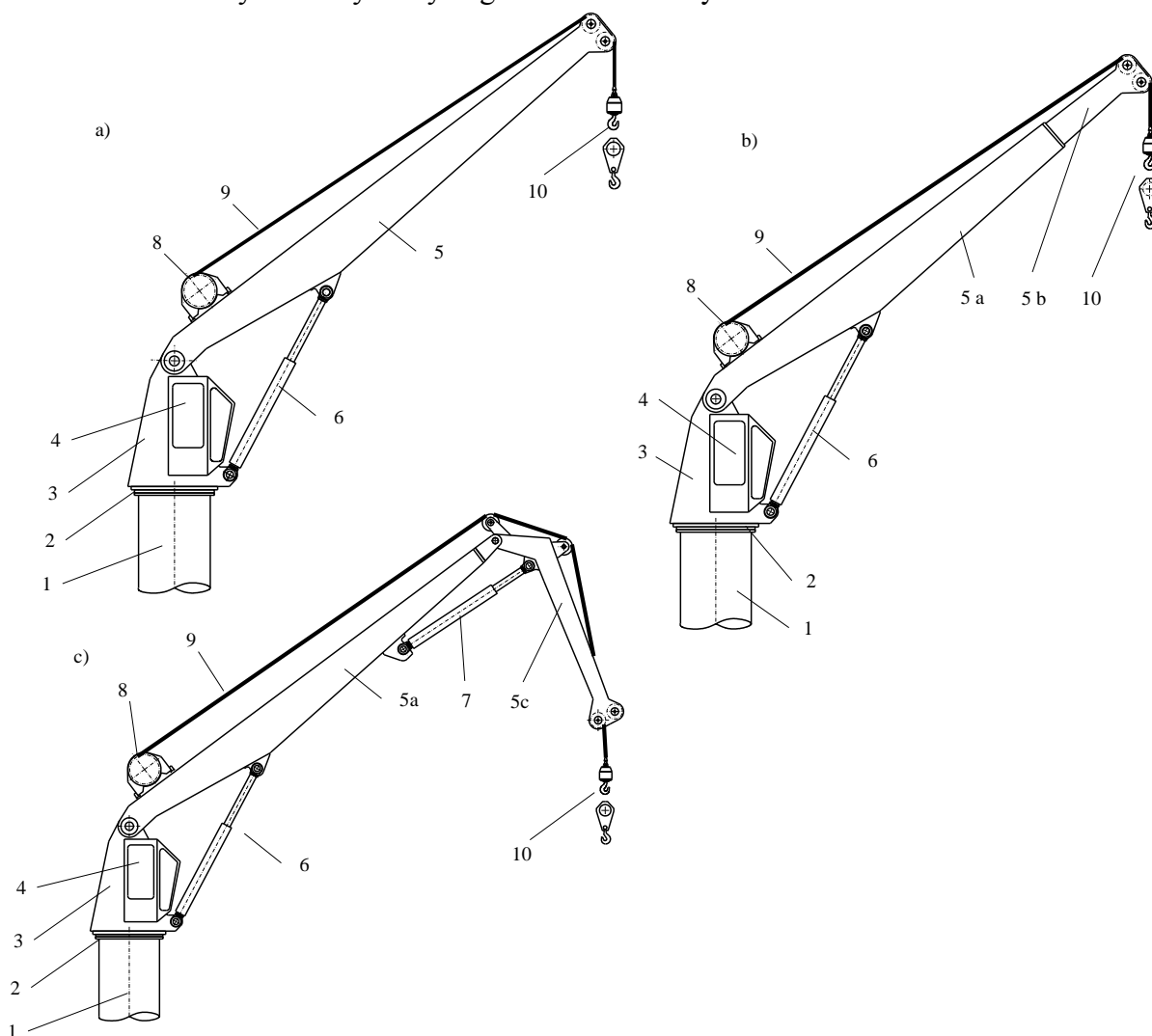


Rys. 2.1 Żurawie offshore z linowym układem zmiany wsięgu a) z łożyskiem wieńcowym, b) z ostojnicą słupową

Główne elementy konstrukcyjne żurawi z linowym układem zmiany wsięgu, to: kolumna/postument (1), maszynownia (2), kabina operatora (3), wciągarka zmiany wsięgu (4), wciągarka podnoszenia (5), wsięgnik (6), układ lin zmiany wsięgu (7), układ lin podnoszenia (8), hak/zbłocze (9), dolna część ostojnicy (10), górna część ostojnicy (11), łożysko wieńcowe (12), ostojnica słupowa (13).

### 2.1.2 Żurawie z siłownikiem hydraulicznym w układzie zmiany wsięgu

Zmiana wsięgu w żurawach z siłownikiem hydraulicznym odbywa się za pomocą siłownika hydraulicznego zamontowanego przegubowo pomiędzy ostojnica a wsięgnikiem. Żurawie z tej grupy występują głównie z tzw. wsięgnikiem skrzynkowym, czyli wsięgnikiem o zamkniętym przekroju poprzecznym. Obrót oraz równoważenie momentu wywracającego odbywa się za pomocą łożyska wieńcowego. Urządzenia te, w przeciwieństwie do grupy z linowym układem zmiany wsięgu, nie posiadają górnej części ostojnicy, dzięki czemu ich wysokość jest mniejsza. Na rys. 2.2a przedstawiono żuraw z siłownikiem hydraulicznym w układzie zmiany wsięgu oraz z wsięgnikiem skrzynkowym, natomiast na rys. 2.2b – żuraw z wsięgnikiem teleskopowym. Konstrukcja teleskopowa pozwala na zwiększenie wsięgu w stosunku do rozwiązania z rys. 2.2a. Kolejnym urządzeniem z tej grupy jest żuraw z wsięgnikiem przegubowym rys. 2.2c. W praktyce możliwe jest występowanie pewnych modyfikacji opisanych urządzeń w zależności od indywidualnych wymagań zleceniodawcy.



Rys. 2.2 Żurawie offshore z cylindrem hydraulicznym w układzie zmiany wsięgu a) z wsięgnikiem skrzynkowym, b) z wsięgnikiem teleskopowym, c) z wsięgnikiem przegubowym

Główne elementy konstrukcyjne żurawia z siłownikiem hydraulicznym w układzie zmiany wysięgu: kolumna/postument (1), łożysko wieńcowe (2), ostojnica (3), kabina operatora (4), wysięgnik (5), siłownik zmiany wysięgu (6), siłownik przegubu wysięgnika (7), wciągarka podnoszenia (8), układ lin podnoszenia (9), hak/zblocze (10).

## 2.2 Modelowanie żurawi offshore

Zagadnienia modelowania, badania dynamiki oraz sterowania urządzeń dźwigowych są przedmiotem publikacji autorów z wielu ośrodków naukowych w kraju i ze świata. Szczególnie wiele publikacji poświęconych jest suwnicom oraz żurawiom obrotowym. W większości dotyczą one urządzeń przeznaczonych do pracy na lądzie. Ze względu na podobieństwa konstrukcyjne urządzeń dźwigowych w odmianie lądowej i offshore, są one także interesujące z punktu widzenia modelowania żurawi offshore. Trudno jednak byłoby przytoczyć tutaj choćby najważniejsze publikacje z tego zakresu. Omówienie bibliografii związanej z lądowymi urządzeniami dźwigowymi znaleźć można między innymi w [Maczyński A., 2000], [Urbaś A., 2010]. W niniejszym przeglądzie ograniczono się do prac dotyczących ściśle żurawi offshore.

Ze względu na istotne znaczenie techniki offshore we współczesnej gospodarce, jej stały szybki rozwój, problematyka offshore jest przedmiotem intensywnych badań naukowych. Tematyka ta jest bardzo obszerna, obejmuje między innymi: modelowanie falowania i ruchu jednostek pływających, budowy i eksploatacji platform oraz innych zakotwiczonych obiektów pływających, zagadnienia związane z podwodnymi rurociągami, eksploatacją podwodnych złóż ropy i gazu, bezpieczeństwem czy logistyką w technice offshore itd. Literatura dotycząca żurawi offshore jest na tym tle stosunkowo uboga.

Na świecie odbywa się szereg konferencji związanych z omawianymi zagadnieniami. Często są to jednak bardziej spotkania producentów i użytkowników żurawi offshore połączone z wystawami niż konferencje naukowe. Między innymi, w kwietniu 2013 roku odbyła się w Stavanger 18 coroczna North Sea Offshore Cranes and Lifting Conference, organizowana przez The Norwegian Society of Lifting Technology (NSLT) & The Offshore Mechanical Handling Equipment Committee (OMHEC). W USA The American Petroleum Institute jest patronem Offshore Safe Lifting Conference & Expo (organizowane co dwa lata w Houston w Texasie, ostatnia w lipcu 2013 roku). Tematyka ta pojawia się także na konferencjach dotyczących ogólnych zagadnień związanych z techniką offshore. Warto w tym miejscu przytoczyć odbywającą się rokrocznie od 1969 The Offshore Technology Conference (OTC). W ostatnich latach odbywają się one w Houston w Teksasie.

W latach 1998–2001, na Virginia Polytechnic Institute and State University, w ramach programu MURI on Nonlinear Active Control of Dynamical Systems odbywały się cykliczne (co pół roku) seminaria naukowe. Jeden z pięciu głównych bloków problemowych dotyczył żurawi montowanych na statkach – Shipboard Crane Operation. Większość wygłoszonych referatów była dostępnych na stronach internetowych. Na seminariach tych prezentowano między innymi tezy rozprawy doktorskiej Z. N. Masouda [Masoud Z. N., 2000], która była sponsorowana przez Office of Naval Research.

Model żurawia (jak i każdego innego obiektu) zdeterminowany jest zazwyczaj przez zagadnienie, jakie ma być analizowane przy jego użyciu. Stąd autorzy opracowują modele o różnym stopniu szczegółowości, płaskie (2D) lub przestrzenne (3D), z członami sztywnymi lub uwzględniające podatność wybranych podukładów.

W przypadku żurawi typu offshore niezwykle istotnym czynnikiem wpływającym na dynamikę układu jest falowanie morza. Jego oddziaływaniu podlegać może sam żuraw zainstalowany na pokładzie statku (platformy), ładunek podejmowany ze statku dostawczego przez żuraw lub żuraw i ładunek jednocześnie. Stąd jednym z istotnych zagadnień jest sterowanie pracą wciągarki układu podnoszenia tak, aby minimalizować obciążenia dynamiczne i jednocześnie ograniczyć pionowe ruchy ładunku wywołane falowaniem. Tematyka ta była przedmiotem artykułów: [Osiński M., Wojciech S., 1993], [Osiński M., Wojciech S., 1995]. W obu przypadkach analizowano płaski model żurawia, przy czym w [Osiński M., Wojciech S., 1995] dyskretyzowano wyciąg za pomocą metody sztywnych elementów skończonych uwzględniając tym samym jego podatność. Wykonane analizy wykazały, że wpływ podatności wyciągu na dynamikę układu podnoszenia, w stosunku do wpływu podatności układów linowych żurawia, jest stosunkowo niewielki. Zatem w zadaniu optymalizacji dotyczącym sterowania pracą wciągarki, w obu publikacjach, stosowano model ze sztywnym wyciągiem. Podejście to pozwoliło na uzyskanie relatywnie prostego, a dzięki temu efektywnego numerycznie modelu, co w rozwiązywaniu zadań optymalizacji ma duże znaczenie. W artykule [Osiński M., Wojciech S., 1994] ładunek, który do tej pory był traktowany jak punkt materialny, przedstawiony został w postaci bryły sztywnej. Temat był kontynuowany w [Osiński M., Wojciech S., 1996] oraz [Osiński M., Wojciech S., 1998]. Ze względu na specyfikę zagadnienia, w dalszym ciągu stosowano model 2D, jednakże do modelowania podatności wyciągu użyto metody modalnej. Pozwala ona zachować podstawowe cechy dynamiczne układu (podstawowe częstotliwości i postacie drgań) przy przyjęciu stosunkowo niewielkiej liczby stopni swobody. Podobne zagadnienia podjęto w pracy [Pedrazzi C., Barbieri G., 1998] dotyczącej żurawia służącego do wodowania ze statku małych, zdalnie sterowanych pojazdów podwodnych (ROV – Remotely Operated Vehicles). Stabilizacja położenia ładunku za pomocą wciągarki A-ramy była natomiast przedmiotem prac: [Fałat P., Polański A., 2001], [Fałat P., Wojciech S., 2003]. Podsumowaniem tych badań była rozprawa doktorska [Fałat P., 2004]. Stosowane modele A – ramy były modelami przestrzennymi, przy czym w optymalizacji stosowano model zbudowany przy założeniu sztywnej ramy. W pozostałych analizach dynamicznych uwzględniano podatność ramy poprzez zamodelowanie jej metodą sztywnych elementów skończonych. Na bazie modelu ze sztywną ramą przedstawiono referat [Fałat P. i inni, 2005], w którym do sterowania pracą wciągarki zaproponowano zastosowanie sztucznej sieci neuronowej. W [Adamiec-Wójcik I. i inni, 2009] zmodyfikowano model ramy w ten sposób, że zamodelowano ją jako jedną krzywoliniową belkę. W poprzednich pracach ramę traktowano jako trzy oddzielne belki połączone więzami. Warto zwrócić uwagę, że układy sterujące pracą wciągarek (pod kątem minimalizacji wpływu falowania) występują już w niektórych konstrukcjach żurawi offshore. Oferowane są one pod nazwą Active Heave Compensation (AHC). Wymagają one oczywiście stosowania czujników do pomiaru ruchu

nurzenia jednostki pływającej. Dostarczane są między innymi przez następujących producentów żurawi offshore: National Oilwell Varco, AXTech AS, MacGregor, TTS Group ASA, Huisman-Itrec, Liebherr.

Płaski model układu statek dostawczy – ładunek – żuraw – statek, przeznaczony do symulacji ruchu oraz analizy dynamicznej krytycznych faz operacji przeładunku ładunku, to jest jego podnoszenia lub posadawiania na ruchomym pokładzie jednostki dostawczej, przedstawiono w [Osiński M. i inni, 2004]. Analizowany żuraw posiadał hydrauliczny układ zmiany wysięgu, który podobnie jak wysięgnik dyskretyzowano metodą sztywnych elementów skończonych. Także płaski model z wysięgnikiem dyskretyzowanym metodą elementów skończonych rozpatrywano w [Ren H. L. i inni, 2008]. Analizowano duże wahania ładunku (traktowanego jako punkt materialny) przy okresie falowania bliskim okresowi drgań własnych wahadła, które tworzy lina z ładunkiem.

Nieliniowa odpowiedź dynamiczna żurawia posadowionego na statku na regularne falowanie była rozważana w [Ellermann K. i inni, 2002], [Ellermann K. i inni, 2003] oraz [Ellermann K., Kreuzer E. J., 2003]. Przeprowadzono zarówno symulacje numeryczne jak i badania eksperymentalne. Ponieważ rozważano ruch statku i żurawia w płaszczyźnie pionowej więc opracowany model był modelem płaskim. Podukłady żurawia łącznie z liną nośną traktowane były jako sztywne. Jako przykład nieliniowego układu występującego w technice offshore był on rozważany w [Kreuzer E. J., Sichermann W. M., 2005]. W [Ellermann K., 2005] został on uproszczony do modelu o dwóch stopniach swobody i posłużył do analiz jako przykład nieliniowego oscylatora poddanego wymuszeniu o dwóch składowych: harmonicznym i niezdeterminowanej.

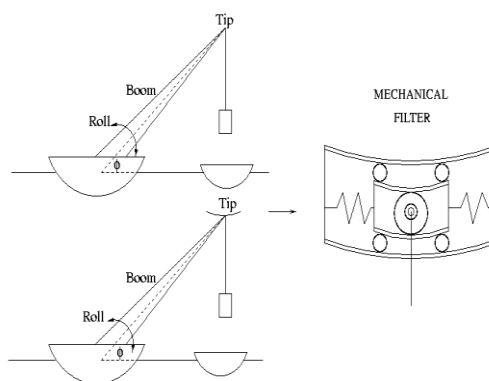
Model przestrzennego żurawia offshore przedstawiono w [Kościelny R., Wojciech S., 1994]. Wysięgnik dyskretyzowano z wykorzystaniem metody sztywnych elementów skończonych. Stosunkowo prosty model przestrzenny żurawia wysięgnikowego o 9 stopniach swobody (6 żuraw, 3 ładunek) stosowany był w [Witz J. A., 1995]. Służył on do analizy możliwości wystąpienia drgań parametrycznych w układzie pod wpływem umiarkowanego falowania.

Przedmiotem rozważań prezentowanych w pracach [Urbaś A., Wojciech S., 2008], [Urbaś A., Wojciech S., 2009] była suwnica montowana na platformach wiertniczych, a przeznaczona do transportu zespołu zaworów BOP (Blowout Preventor). Jej charakterystyczne cechy to mała prędkość jazdy wynosząca 3 m/min oraz znaczne gabaryty i waga ładunku dochodząca do 500 ton. Konstrukcja suwnicy potraktowana została jako sztywna, uwzględniono natomiast podatność lin oraz podparcia suwnicy, a także luzy w układzie podporowym i pomiędzy ładunkiem a prowadnicami. Analiza dynamiki tego urządzenia stanowi istotną część rozprawy doktorskiej [Urbaś A., 2010].

Analiza żurawia offshore ze skrzynkowym wysięgnikiem przedstawiona została w pracy [Han D. S. i inni, 2011]. Autorzy prezentują jak za pomocą komercyjnych programów wykorzystujących metodę elementów skończonych można przeprowadzić obliczenia strukturalne żurawia offshore.



W trakcie eksploatacji żurawi typu offshore szczególnie ważne jest zagadnienie wahań ładunku. Wahania te, wywołane głównie falowaniem morza, nie tylko utrudniają prace przeładunkowo-montażowe, ale stwarzają realne zagrożenie dla członków obsługi. W krańcowym przypadku ładunek może uderzyć o burtę (konstrukcję) jednostki pływającej, na której posadowiony jest żuraw, lub jednostki dostawczej. Dlatego czołowe firmy podejmują próby wyposażania swoich konstrukcji w specjalne systemy antywahaniowe. System taki, pod nazwą SmartCrane™ Anti-Sway Crane Control for Rotating Boom Cranes, proponuje firma SmartCrane. Istota jego działania polega na przemieszczaniu punktu zawieszenia liny na szczycie wysięgnika (rys. 2.3). Była ona prezentowana przez Li Y. i Balachandrana B. z University of Maryland na wspomnianych sympozjach MURI, a także w publikacjach [Balachandran B. i inni, 1999], [Li Y. Y., Balachandran B., 2001]. Rozwiązanie to może być uzupełnione o sterowanie w układzie zamkniętym. We wspomnianych publikacjach były stosowane modele, w których pomijano podatność struktury nośnej żurawia. Na sympozjach MURI sygnalizowano także inną możliwość rozwiązania zagadnienia wahań ładunku. Polegała ona na sterowaniu (także w układzie zamkniętym) sprzężonymi ruchami obrotu i podnoszenia wysięgnika, dzięki czemu można było uzyskać efekt minimalizacji wahań ładunku. Metoda była weryfikowana numerycznie i doświadczalnie na stanowisku badawczym. Jej idea i otrzymane wyniki były przedstawione między innymi w [Masoud Z. N., 2000], [Nayfeh A. H., Masoud Z. N., 2001], [Masoud Z. N. i inni, 2004], [Nayfeh A. H. i inni, 2005a]. Analizowane zagadnienie wymagało oczywiście opracowania przestrzennego modelu żurawia. Pominięto w nim jednak podatności układu. Warto zwrócić uwagę, że dodatkowo, w celu zmniejszenia ruchu statków spowodowanych falowaniem morza, zaproponowano układ stabilizujący statki: dostawczy i odbiorczy. Polega on na odpowiednim ich wzajemnym ustawieniu względem fal, połączeniu linami i ich poruszaniu się z określoną prędkością. Metoda ta dokładniej omówiona została w [Nayfeh A. H., i inni, 2005b]. Inna koncepcja stabilizacji położenia ładunku żurawia offshore była przedmiotem między innymi następujących prac: [Maczyński A., 2005], [Maczyński A., 2006], [Maczyński A., Wojciech S., 2007] oraz [Maczyński A., Wojciech S., 2012]. Zakłada ona zastosowanie dodatkowego członu podwieszonego pod szczytem wysięgnika, prowadzącego na pewnym odcinku linę nośną



Rys. 2.3 Idea mechanicznego filtra stosowanego w SmartCrane™ – źródło [ Li, Bal. 2001]

wysięgnikiem. Opracowano dwa przestrzenne modele, przy czym jeden, wykorzystywany do poszukiwania odpowiednich funkcji sterujących napędami, zakładał, że jedynym elementem podatnym jest lina. Drugi model, służący do wszechstronnych analiz dynamicznych, uwzględniał podatności i tłumienia w wybranych podukładach żurawia. Do modelowania wysięgnika zastosowano metodę modalną. Podobne rozwiązanie było prezentowana także w [Spathopoulos M. P., Fragopoulos D., 2001]. W artykule tym rozpatrywano jednak zagadnienie płaskie bazując na uproszczonym modelu żurawia, pomijającym podatność układu. Do sterowania stosowano zarówno metody przeznaczone dla liniowych, jak i nieliniowych obiektów. Dwa różne algorytmy sterowania minimalizujące wahania ładunku omówiono także w [Schaub H., 2008]. Jeden bazował wyłącznie na aktualnych danych pomiarowych, drugi dodatkowo wykonywał obliczenia na modelu układu. Ponieważ system musi działać w czasie rzeczywistym, więc model żurawia powinien być w tym przypadku jak najprostszy. Wysięgnik był zatem modelowany jako człon sztywny, ładunek jako punkt materialny, natomiast odległość między szczytem wysięgnika a ładunkiem była stała, co oznacza, że pominięto podatność liny nośnej.

W pracy [Cozijn J. L. i inni, 2008] przedstawiono analizy mającą określić dopuszczalne warunki eksploatacyjne dla instalacji offshore, w skład której wchodził żuraw S7000. Analizy bazowały na badaniach eksperymentalnych modelu wykonanego w skali 1:50, obliczeniach numerycznych i obserwacjach rzeczywistego obiektu. Symulacje numeryczne przeprowadzono przy użyciu komercyjnego pakietu LIFSİM opracowanego w 1990 roku przez The Maritime Research Institute Netherlands, firmę Shell i HMC. Program ten stosowano także do analizy zagadnienia przeładunku dużych ładunków z pływających jednostek produkcyjnych na statki [Van Dijk R. R. T. i inni, 2005]. Jednym z modelowanych elementów systemu był żuraw offshore.

Dynamika ciężkiego ładunku żurawia offshore była przedmiotem artykułu [Cha J. H. i inni, 2010a]. Do modelowania zastosowano metody stosowane w multibody system dynamics (dynamice układów wieloczłonowych). Żuraw posiadał 6 stopni swobody, podobnie jak ładunek, który modelowany był jako bryła sztywna o wymiarach 10 x 15 x 30



m. Był więc to model przestrzenny o 12 stopniach swobody. Uwzględniono w nim zarówno siłę osiową w linie jak i przenoszony przez nią moment skręcający.

W pracy [Cha J. H. i inni, 2010b] przy okazji omawiania systemu do modelowania struktur offshore przedstawiono przykłady systemów, w skład których wchodziły żurawie offshore różnych typów. Opracowany system pozwalał na modelowanie różnorodnych struktur i symulację (wizualizację) ich pracy. Warto zwrócić uwagę, że program posiada szereg interesujących opcji, istnieje na przykład możliwość zastosowania jednego z czterech różnych modeli liny nośnej.

Zagadnienie minimalizacji wahań przenoszonego ładunku dla żurawia portowego prezentowane był w [Neupert J. i inni, 2010]. Analiza przeprowadzona została na przykładzie mobilnego żurawia firmy Liebherr LHM 400. Model matematyczny pomija uwzględnienie podatności ostojnicy oraz wysięgnika. System pod nazwą CYCOPTRONIC został wprowadzony do użytku i zainstalowany jak dotąd na ponad 100 żurawiach firmy Liebherr.

## **2.3 Opis ruchu bazy urządzeń offshore**

Zagadnienie oddziaływania falowania na obiekty zanurzone w wodzie i ruch tych obiektów wywołany falowaniem są zjawiskami niezwykle złożonym. Zależą od wielu czynników, do których zaliczają się między innymi: rodzaj i wielkość falowania, kształt i wielkość obiektu, głębokość akwenu, stopień zanurzenia obiektu, stosunek wymiarów obiektu do paramentów fali. Dochodzić do tego może wpływ prądów morskich czy też siły od układów cumowniczych. W związku z tym nie ma jednego obowiązującego w całej technice offshore sposobu opisu tych zjawisk. Inaczej należy podejść do modelowania ruchu wywołanego falowaniem półzanurzalnych jednostek pływających, a inaczej do ruchu podwodnych obiektów, na przykład rurociągów czy riserów. Więcej informacji na ten temat można znaleźć w monografii [Szczotka M., 2011].

W publikacji [Adamiec-Wójcik I. i inni, 2008] można znaleźć krótki przegląd prac związanych z opisem ruchu statku pod wpływem falowania. Najczęściej są to dość skomplikowane modele stosowane na przykład do określania obciążeń działających na kadłub. Ich przydatność do szybkich analiz dynamicznych urządzeń offshore jest natomiast niewielka. Stąd, w wielu pracach związanych z dynamiką tego rodzaju obiektów, przyjmuje się, że ruchy ich bazy mogą być opisane stosunkowo prostymi funkcjami. Często zakłada się także, że ruchy statku odbywają się tylko w płaszczyźnie pionowej płaszczyźnie przechodzącej przez podłużną oś symetrii pokładu. Założenia te wydają się uzasadnione w przypadku większości analiz żurawi typu offshore, które pracują najczęściej na zacumowanych i odpowiednio ustawionych względem fal jednostkach. W niektórych publikacjach, zamiast zakładać ruch bazy, określa się działające na nią siły.

Najczęściej przyjmuje się, że ruch jednostki pływającej lub ważnego węzła żurawia, jest ruchem harmonicznym bądź pseudoharmonicznym. Sinusoidalne fale o częstości kołowej 0,56 i 0,74 rad/s i wysokości 1 m, skierowane wzdłuż osi podłużnej statku przyjęto w [Das S. N., Das S. K., 2005]. W pracach [Balachandran B. i inni, 1999] i [Li Y. Y., Balachandran B., 2001] zastosowano dwa rodzaje funkcji opisujących ruch końcówki wysięgnika żurawia zamocowanego na statku. Są to funkcje:

– harmoniczne

$$x_e = (F \sin \omega t) \cos \psi \quad ; \quad y_e = (F \sin \omega t) \sin \psi , \quad (2.1)$$

– okresowe

$$\begin{aligned} x_e &= F \left( \sin \omega t + \frac{1}{4} \sin 2\omega t + \frac{1}{9} \sin 3\omega t \right) \cos \psi , \\ y_e &= F \left( \sin \omega t + \frac{1}{4} \sin 2\omega t + \frac{1}{9} \sin 3\omega t \right) \sin \psi , \end{aligned} \quad (2.2)$$

gdzie:

- $F$  – amplituda wzbudzenia,
- $\omega$  – częstość kołowa wzbudzenia,
- $\psi$  – kąt pochylenia wysięgnika.

W publikacjach [Osiński M., Wojciech S., 1995], [Osiński M., Wojciech S., 1998] i [Osiński M. i inni, 2004] rozważano płaskie zagadnienie podnoszenia ładunku z pokładu statku, przy czym ruch pokładu opisano funkcją harmoniczną:

$$y_d = F \sin(\omega t + \beta) , \quad (2.3)$$

gdzie  $\beta$  oznacza kąt fazowy.

Ogólny ruch bazy (3 przemieszczenia i 3 obroty) zdefiniowany funkcjami pseudoharmonicznymi (przy założeniu jednej składowej – funkcjami harmonicznymi) można definiować dla modelu żurawia przedstawionego w [Maczyński A., 2005], [Maczyński A., Wojciech S., 2012]. Podobnie jest w przypadku modelu A-ramy (funkcje harmoniczne) [Fałat P., 2004], [Adamiec-Wojcik I. i inni, 2009] czy suwnicy do transportu BOP [Urbaś A., 2010], [Urbaś A. i inni, 2010].

W [Ellermann K. i inni, 2002] i [Ellermann K. i inni, 2003] w siłach oddziaływania fal wydzielono składniki: okresowo zmienny i stały (związany z unoszeniem, dryfowaniem). Siły te wyznaczono z następujących związków:

$$\mathbf{F}_w(t) = \begin{bmatrix} aer_x \cos(\omega t) - ae i_x \sin(\omega t) + a^2 p_{drag} \\ aer_\theta \cos(\omega t) - ae i_\theta \sin(\omega t) \\ aer_z \cos(\omega t) - ae i_z \sin(\omega t) \\ 0 \end{bmatrix} , \quad (2.4)$$

gdzie:

- $a$  – amplituda fali,
- $er_j, ei_j$  – współczynniki wyznaczone doświadczalnie dla konkretnego typu statku, przy czym  $j \in \{x, \theta, z\}$ ,
- $\omega$  – częstość kołowa fali,
- $x, \theta, z$  – współrzędne uogólnione kadłuba,
- $p_{drag}$  – doświadczalnie wyznaczona siła dryfowania.

W artykule [Cha J. H. i inni, 2010a] przyjęto, że wśród sił działających na bazę żurawia są siły hydrodynamiczne: radiacyjna i pochodząca od wymuszenia falą. Ten drugi składnik

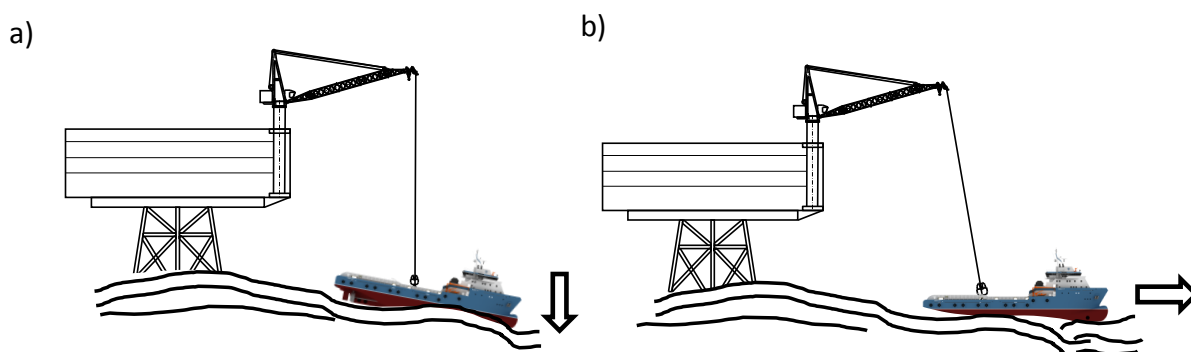
uzyskano z komercyjnego pakietu komputerowego. Siły działające na statek, na którym posadowiony jest żuraw, wywołane przez falowanie morza, określono na podstawie spectrum fali w [Witz. J. A., 1995].

Niekiedy ruch bazy opisuje się na podstawie wykonanych wcześniej, w warunkach rzeczywistych, pomiarów. W [Masoud Z. N., 2000] założono, że statek z zamontowanym na pokładzie żurawiem wykonuje oscylacje poprzeczne i podłużne oraz ruchy nurzania, kiwania i kołysania. Obliczenia przeprowadzono na podstawie zmierzonych doświadczalnie danych [Fossen T. I., 1994] dotyczących oscylacji poprzecznych, podłużnych oraz ruchu nurzania wybranego punktu statku (punktu odniesienia). Także w [Driscoll F. R. i inni, 2000] wykorzystano zmierzone przemieszczenia pionowe A-ramy do badań modelu klatki zawieszonej na dużych głębokościach (1730 m). W pracy [Pedrazzi C., Barbieri G., 1998] do analizy dynamiki statku z żurawiem wykorzystano pakiet ADAMS. Morze modelowano jako bezmasowy obiekt, który przemieszcza się w pionie w stosunku do podłoża. Jego ruch może być zdefiniowany na dwa sposoby: jako funkcja czasu, opisana przy zastosowaniu funkcji sklepanych a zbudowana na podstawie rzeczywistych pomiarów falowania morza, oraz jako analityczna funkcja zdefiniowana przy użyciu pseudostochastycznego modelu fali.

W opracowanym, na potrzeby niniejszej pracy, programie komputerowym przyjęto możliwość definiowania ogólnego ruchu bazy żurawia oraz statku dostawczego w postaci funkcji pseudoharmonicznych o dowolnej liczbie składowych. Dodatkowo ruch statku dostawczego może być zdefiniowany przy użyciu funkcji sklepanych 3-go stopnia (splajnów).

### 3 Ochrona żurawia przed przeciążeniem. Zmniejszanie obciążeń dynamicznych w żurawiach offshore

Każdy żuraw projektowany zgodnie z europejskimi normami musi być zaopatrzony w systemy, które chronią go przed przeciążeniem. Przeciążenie jest bardzo niebezpiecznym i niepożądanym zjawiskiem. Prowadzić może nawet do zniszczenia urządzenia, a w konsekwencji może być przyczyną poważnych wypadków, w tym także śmiertelnych. Ze względu na zjawiska dynamiczne zachodzące przy przeładunku na pełnym morzu istnieje znaczne prawdopodobieństwo, że taka sytuacja awaryjna (przeciążenie układu) może wystąpić. Przez przeciążenie rozumie się tutaj sytuację, kiedy obciążenie na haku przekroczy maksymalną wartość obciążenia projektowego.



Rys. 3.1 Przeciążenie w żurawiach offshore; a) pionowy ruch statku dostawczego, b) poziomy ruch statku dostawczego

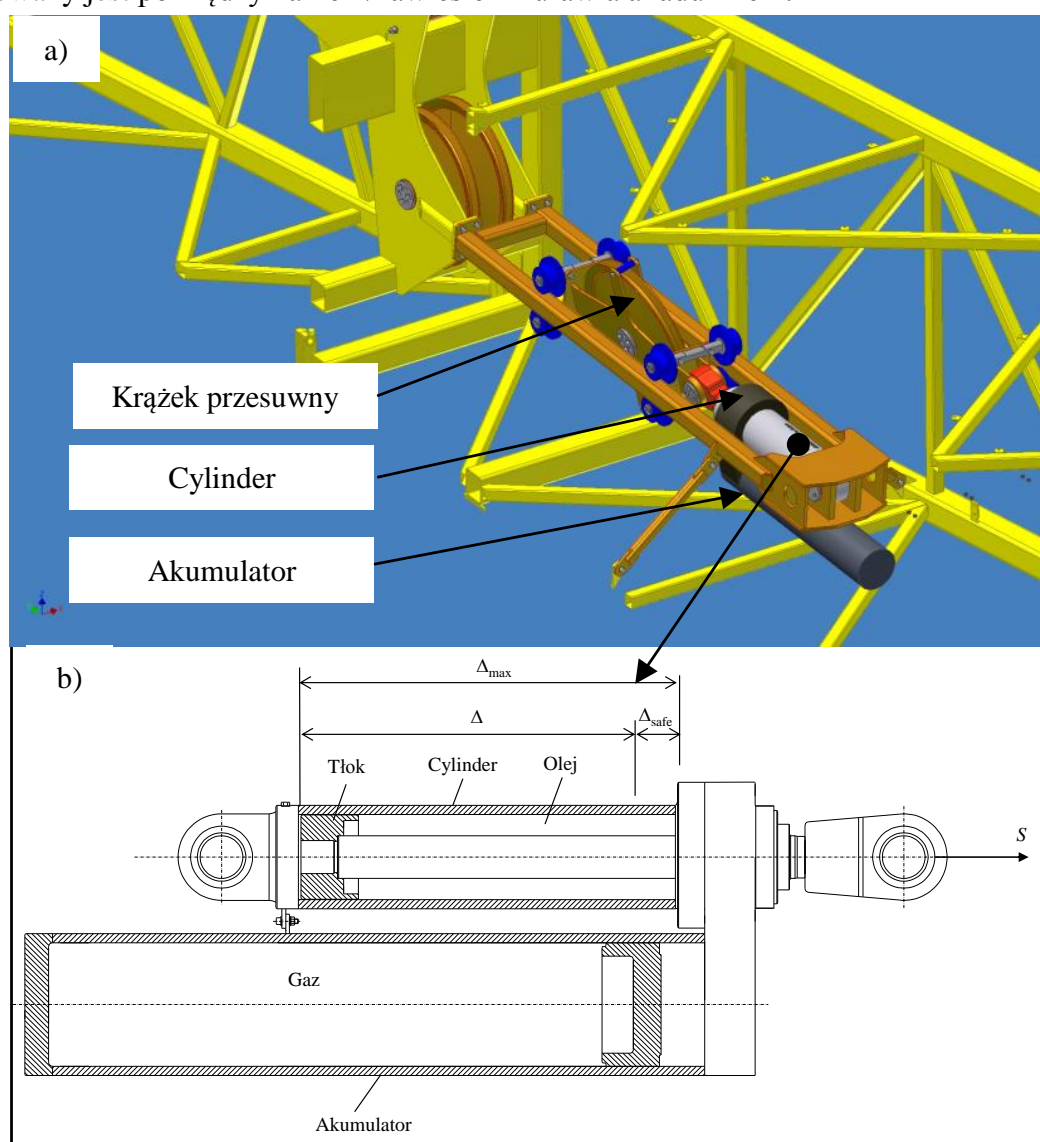
Zgodnie z obowiązującymi przepisami żuraw musi być wyposażony w system automatycznej oraz manualnej ochrony przed przeciążeniem. W europejskich żurawiach offshore rolę taką pełnią dwa systemy ochronne: Automatyczny system ochronny żurawia przed przeciążeniem (AOPS) oraz Manualny system ochrony żurawia przed przeciążeniem (MOPS). Pierwszy z nich aktywowany jest automatycznie bez udziału człowieka, drugi manualnie przez operatora stanowiąc dodatkowe uzupełnienie układu automatycznego. Typową sytuacją, w której może pojawić się przeciążenie jest „przymarznienie” ładunku do pokładu statku dostawczego (rys. 3.1). System ochrony przed przeciążeniem powinien wówczas zadziałać tak, aby wciągarka podnoszenia zapewniła odpowiednie odwiniecie liny.

System AOPS zawiera programowalny sterownik logiczny (PLC), który monitoruje obciążenie żurawia. Dostarczane są do niego informacje o ciśnieniu w układzie hydraulicznym, siłach w linach podnoszenia oraz zmiany wysięgu, aktualnej pozycji haka, kącie obrotu żurawia w stosunku do platformy/burty, na której żuraw jest zainstalowany. Przeciążenie określone jest przez pewną kombinację warunków, które muszą być jednocześnie spełnione. Następuje wówczas automatyczne przełączenie pracy żurawia w tryb „zwalniania awaryjnego”. Jeżeli system AOPS nie zadziała prawidłowo operator musi podjąć decyzję o uruchomieniu manualnego systemu MOPS. Decyzja powinna być podjęta na tyle

szybko, aby nie doszło do zniszczenia żurawia. Po zaniknięciu warunków przeciążenia, żuraw powinien być przesterowany w tryb normalnej pracy.

Jak już wspomniano wcześniej żurawie offshore narażone są na duże obciążenia dynamiczne, które należy uwzględnić podczas projektowania. Jednym ze sposobów, w jaki konstruktorzy starają się je ograniczyć jest zastosowanie specjalnych olejowo-gazowych amortyzatorów, zwanych shock absorberami. Ich zadaniem jest pochłonięcie energii krótkotrwałego obciążenia dynamicznego.

W praktyce stosowane są dwa podstawowe rodzaje shock absorbera. Pierwszy montowany jest na wysięgniku żurawia. Minimalizację obciążeń dynamicznych uzyskuje się w nim poprzez przeprowadzenie liny nośnej przez dodatkowy przesuwany krążek połączony z układem hydraulicznym. Drugi rodzaj, stanowiący układ akumulatorów hydraulicznych, montowany jest pomiędzy hakiem/zawiesiem żurawia a ładunkiem.

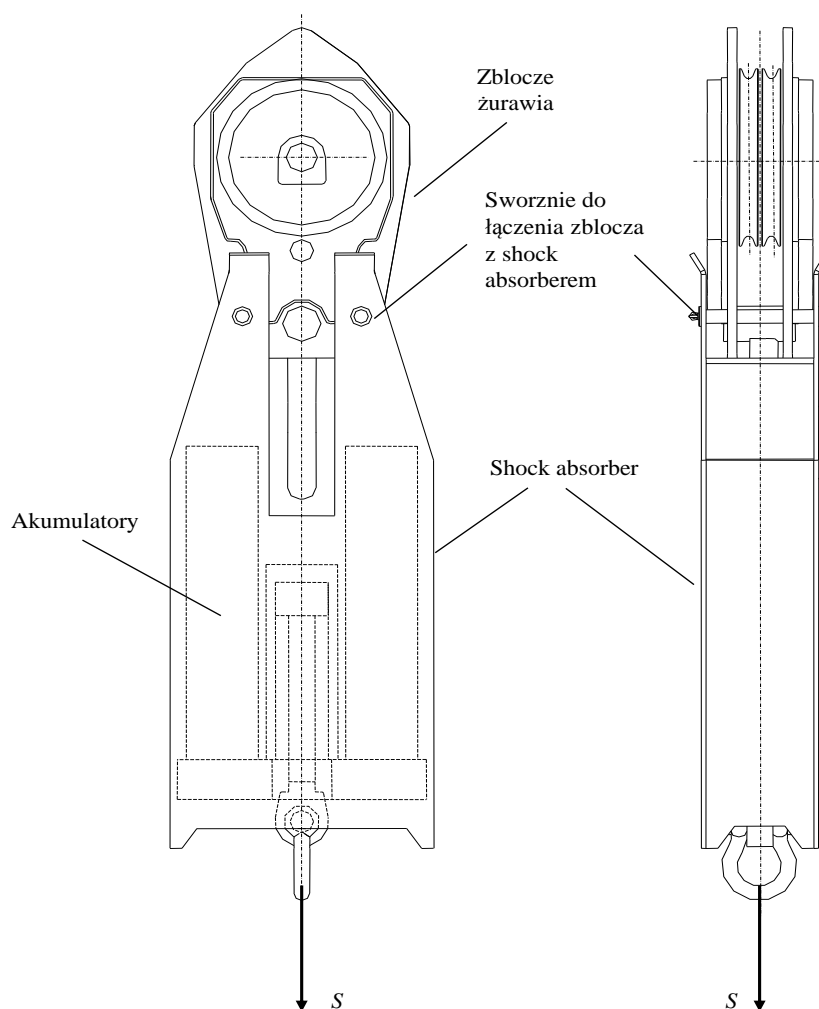


Rys. 3.2 Shock absorber montowany na wysięgniku żurawia; a) zestawienie shock absorbera wraz z krążkiem przesuwającym, b) schemat budowy shock absorbera

Na rys. 3.2 pokazano pierwszy rodzaj shock absorbera. Ze względu na efektywność działania, prostą oraz zwartą konstrukcję, jest on najczęściej stosowany. Jest to układ

składający się z akumulatora wypełnionego gazem oraz siłownika hydraulicznego. Gdy siła  $S$  przyłożona do tłoczyska wzrośnie do wartości granicznej (zwykle przyjmuje się obciążenie statyczne plus opory przepływu w siłowniku) zaczyna ono przesuwać się, a olej przepływać z cylindra do akumulatora. Roboczy skok tłoka  $\Delta$  osiągany jest dla maksymalnej wartości siły dynamicznej. Skok ten jest mniejszy niż skok maksymalny  $\Delta_{\max}$ , gdyż należy zachować bezpieczny margines skoku tłoczyska  $\Delta_{\text{safe}}$ , który nie powinien być mniejszy niż 50 mm. Siła  $S$  równoważona jest poprzez ciśnienie panujące w akumulatorze. Ten rodzaj shock absorbera jest szczególnie polecany przy jednokrotnym przełożeniu układu podnoszenia ze względu na efektywność działania.

Na rys. 3.3 zaprezentowano schematycznie drugi rodzaj shock absorbera. Jest to układ akumulatorów gazowych, który jest dołączany do zblocza. Zasada działania jest analogiczna do konstrukcji opisanej powyżej z tą różnicą, że akumulatory hydrauliczne pochłaniające energię umieszczone są w zbloczu. Ten typ shock absorbera jest efektywny podczas wielokrotnych przełożeń w układzie podnoszenia. Jest on jednak rzadziej stosowany niż pierwszy typ.



Rys. 3.3 Shock absorber jako układ akumulatorów zamontowanych w zbloczu



## 4 Cel i zakres pracy

Jak wspomiano we wstępie, występujące w konstrukcji żurawia offshore obciążenia dynamiczne mają istotny wpływ na dopuszczalny zakres eksploatacji urządzenia. Ich zmniejszenie umożliwia pracę żurawia przy większym falowaniu, co poprawia jego efektywność i zwiększa konkurencyjność na rynku. Ważne jest przy tym prawidłowe określenie pojawiających się w danych warunkach obciążeń dynamicznych, które mogą prowadzić do przeciążenia urządzenia. Dlatego firmy produkujące żurawie offshore poszukują metod i modeli umożliwiających przeprowadzenie prostych i szybkich analiz dynamicznych. Takie proste narzędzie (zweryfikowane modele komputerowe) szczególnie przydatne są na etapie wczesnego projektowania i ofertowania. Jest to o tyle istotne, że w wielu przypadkach żurawie wykonywane są na specjalne, jednostkowe zamówienia. Także podczas odbioru żurawia przez odpowiednie towarzystwa klasyfikacyjne, wymagane jest przedstawienie odpowiednich obliczeń. Producent bierze pełną odpowiedzialność za wyprodukowane urządzenie i w jego gestii leży dobór odpowiedniej metody obliczeniowej.

Głównym celem niniejszej pracy było opracowanie modelu żurawia offshore, uwzględniającego występowanie shock absorbera w układzie. Model ten przeznaczony jest do analizy dynamicznej pracy urządzenia, szczególnie w warunkach znacznych obciążeń dynamicznych. Jak wynika z przeglądu konstrukcji (rozdział 2.1) żurawie offshore występują w bardzo wielu odmianach. Różnią się one między sobą strukturą nośną i przeznaczeniem. Opracowany w ramach pracy model dotyczy żurawia posadowionego na kolumnie, z wysięgnikiem o stałej długości i linowym układzie zmiany wysięgu. Założono, że model powinien umożliwiać analizę możliwie szerokiego spektrum konstrukcji – chodzi tu zarówno o różne gabaryty, jak i zróżnicowane rozmieszczenie poszczególnych elementów żurawia. Równocześnie powinien zapewnić możliwość badania wpływu podatności najważniejszych podukładów na dynamikę ładunku. Zatem kolumna, ostojnica i wysięgnik są, w zależności od potrzeby, traktowane jako sztywne lub podatne. W konsekwencji model posiada różną liczbę stopni swobody, zdeteterminowaną stopniem uwzględnienia podatności wyżej wymienionych członów. Do ich dyskretyzacji stosowano metodę sztywnych elementów skończonych. Założono także, że powstały na bazie modelu program komputerowy powinien posiadać przejrzysty interfejs użytkownika.

Ważnym elementem modelu i programu komputerowego było uwzględnienie ruchów bazy żurawia i statku dostawczego wywołanych falowaniem morza. Model umożliwia także badanie skuteczności zastosowania shock absorbera. Zagadnienia związane z określeniem wpływu shock absorbera na obciążenia dynamiczne były inspiracją do podjęcia próby wyznaczenia takiej jego charakterystyki, która umożliwiłaby lepszą minimalizację obciążeń dynamicznych. Do rozwiązania tego zadania zaproponowano zastosowanie metody optymalizacji dynamicznej.

W zakres pracy wchodziło między innymi:

- wykonanie przeglądu literatury i analiza stanu wiedzy związanego z żurawiami offshore oraz metodami ich modelowania,

- opracowanie założeń dla matematycznego modelu żurawia,
- wyprowadzenie równań ruchu modelu,
- wyznaczenie parametrów geometryczno-masowych konstrukcji będącej przedmiotem analiz,
- wykonanie programu numerycznego i obliczeń testowych,
- weryfikacja/walidacja modelu w oparciu o wyniki pomiarów,
- przeprowadzenie analiz dynamicznych pracy żurawia dla różnych ruchów roboczych,
- analiza pracy shock absorbera wraz z optymalizacją jego charakterystyki,
- sformułowanie wniosków.

Praca, poza krótkim wstępem, składa się z siedmiu rozdziałów. W rozdziale drugim przedstawiono podział i metody modelowania żurawi offshore oraz sposoby uwzględniania ruchów bazy urządzeń offshore wywołanych falowaniem morza. W rozdziale trzecim omówiono wybrane rozwiązania konstrukcyjne służące ograniczeniu obciążeń dynamicznych w układzie nośnym żurawia oraz stosowane systemy ochronne żurawi. Cel i zakres pracy omówiono w niniejszym rozdziale. Rozdział piąty związany jest z budową matematycznego modelu żurawia. W szczególności pokazano w nim sposób wyprowadzenia równań ruchu układu. Znajduje się w nim także opis interfejsu użytkownika programu numerycznego powstałego na bazie otrzymanych równań ruchu. Ponadto zawiera on omówienie podstawowych parametrów żurawia, który był przedmiotem późniejszych analiz, oraz wyników walidacji. Symulacje i analizy dynamiki pracy żurawia dla różnych ruchów roboczych zamieszczono w rozdziale szóstym. Rozdział siódmy poświęcono zagadnieniom związanym z shock absorberem, w tym optymalizacji jego charakterystyki. Podsumowanie pracy i wnioski końcowe znajdują się w rozdziale ósmym. Pracę uzupełnia spis bibliografii zawierający 66 pozycji.

Autor niniejszej pracy, powstałej w dużej części z inspiracji firmy National Oilwell Varco, ma nadzieję, że opracowane modele i program komputerowy przyczynią się do usprawnienia pracy konstruktorów żurawi offshore. Pozwolą one nie tylko na przeprowadzenie szybkich, rutynowych analiz, ale również na poszerzenie ich zakresu, w tym szczególności dotyczących dynamiki i obciążeń żurawia w warunkach przeciążenia.

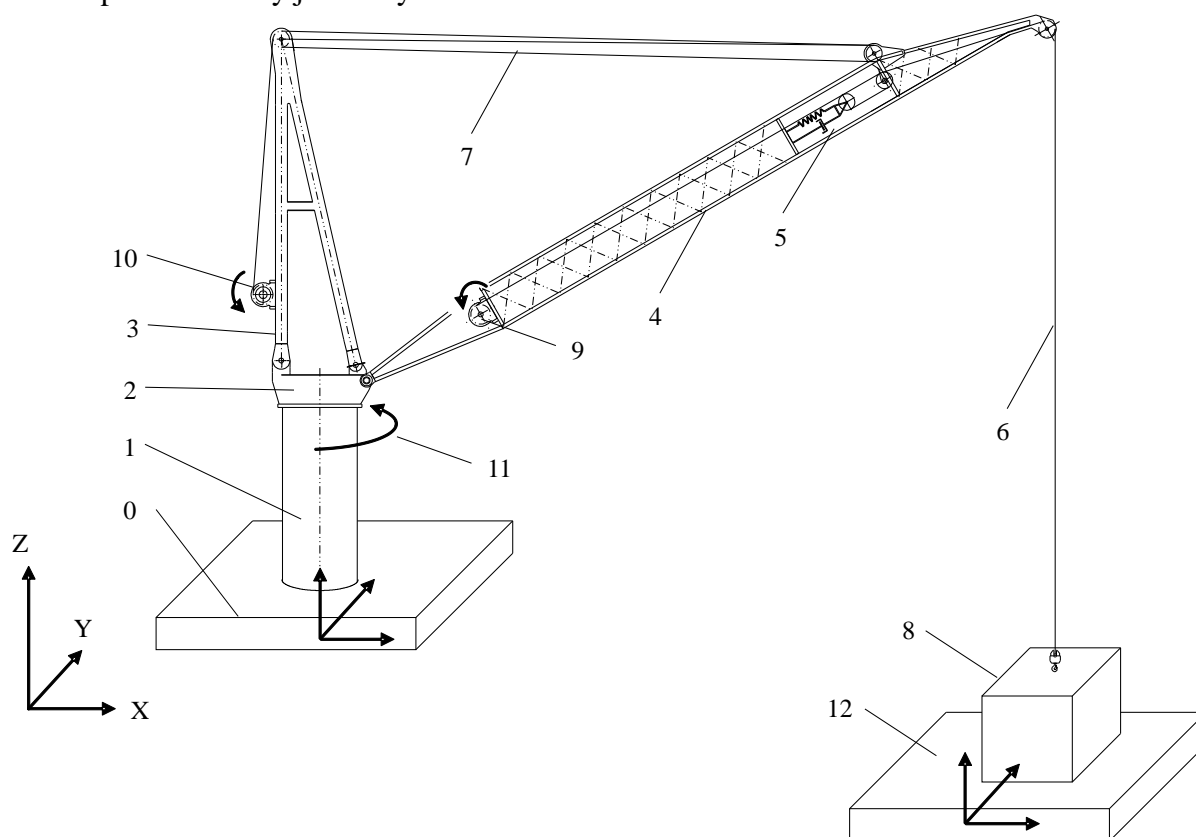


## 5 Model matematyczny żurawia typu offshore

Jak już wspomniano, przedmiotem niniejszej pracy jest żuraw offshore z linowym układem zmiany wsięgu, posadowiony na specjalnej kolumnie, wyposażony w usytuowany na wsięgniku shock absorber redukujący obciążenia dynamiczne. Poniżej przedstawione zostaną podstawowe założenia przyjęte na etapie modelowania żurawia oraz omówione najważniejsze związki stosowane podczas wyprowadzania równań ruchu. Do opisu układu użyto współrzędne złączowe oraz przekształcenia jednorodne bazując na notacji Denavita - Hartenberga [Craig J. J., 1993]. Równania ruchu otrzymano stosując metodę sztywnych elementów skończonych oraz równania Lagrange'a II rodzaju.

### 5.1 Założenia

Opracowany model żurawia powinien umożliwić przeprowadzenie szybkich analiz dynamicznych układu, w szczególności w warunkach znacznych obciążeń. Schemat ideowy modelu przedstawiony jest na rys. 5.1.



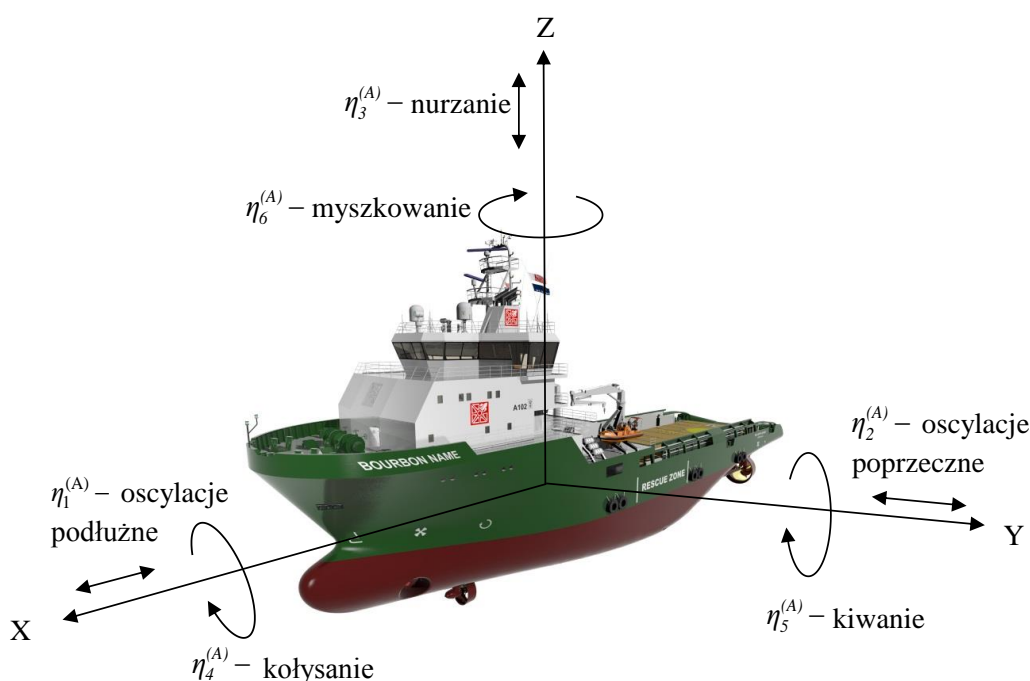
Rys. 5.1 Model żurawia

W modelu wyodrębniono następujące podukłady:

0. baza żurawia,
1. kolumna,
2. dolna część ostojnicy,

3. górna część ostojnicy,
4. wysięgnik,
5. shock absorber,
6. układ lin podnoszenia,
7. układ lin zmiany wysięgu,
8. ładunek,
9. wciągarka układu podnoszenia,
10. wciągarka układu zmiany wysięgu,
11. mechanizm obrotu,
12. baza ładunku.

Ad 0) Baza żurawia (platforma lub statek) to bryła sztywna o 6 stopniach swobody. Na rys. 5.2 zdefiniowano składowe ruchy bazy.

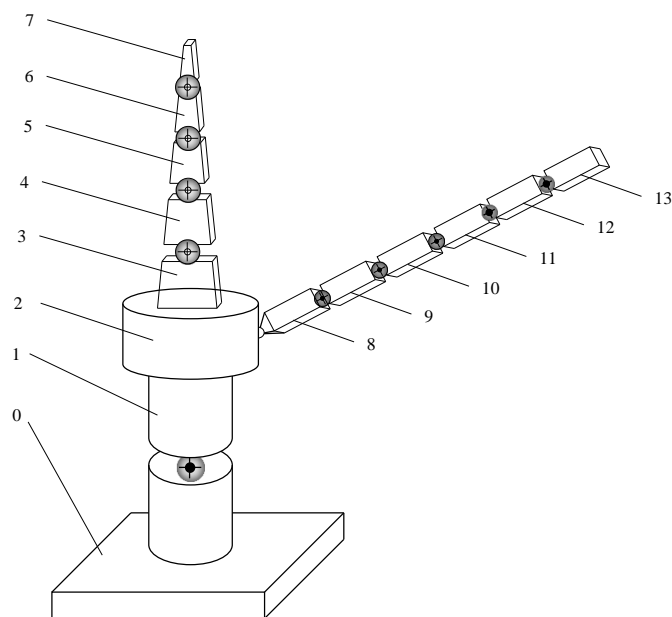


Rys. 5.2 Składowe ruchu bazy

Ad 1) Kolumna modelowana jest przy użyciu metody sztywnych elementów skończonych (ses) w odmianie zmodyfikowanej [Wojciech S., 1984], [Wojciech S., 1990]. Dzięki temu można uwzględnić podatność kolumny, ale także potraktować ją jako człon sztywny. Zmodyfikowana metoda ses pozwala na uwzględnienia drgań giętnych i skrętnych układu, pomija natomiast drgania wzdłużne i poprzeczne (ściananie). W rozdziale 5.4.2 przedstawiona została inna propozycja modelowania kolumny. Wychodzi ona z założenia, że z uwagi na dynamikę całego układu, szczególne znaczenie ma pochylenie górnej płaszczyzny kolumny, na której posadowiona jest część obrotowa żurawia. Metoda polega na podziale kolumny na dwa ses połączone jednym elementem sprężysto-tłumiącym (est). W zależności od pochylenia górnej płaszczyzny kolumny zmieniają się długość ses oraz parametry est. Ten nowy sposób modelowania miał, poprzez ograniczenie liczby stopni

- swobody układu, zapewnić zwiększenie efektywności obliczeniowej modelu (niezbędną na przykład w obliczeniach optymalizacyjnych), zachowując jednocześnie najistotniejsze cechy podatnościowe kolumny.
- Ad 2) Dolna część ostojnicy (człon obrotowy) traktowana jest jako człon sztywny, posiadający jeden stopień swobody względem kolumny – kąt obrotu.
- Ad 3) Wysokość górnej części ostojnicy tzw. A-ramy często wynosi kilkanaście metrów, a ugięcie jej górnej części w kierunku prostopadłym do płaszczyzny ramy dochodzi do 0,15 m. Dlatego zdecydowano się zamodelować ostojnicę metodą sztywnych elementów skończonych jako prosty układ jednobelkowy i uwzględnić wyłącznie podatność giętą w kierunku prostopadłym do płaszczyzny ramy. Podobnie jak w przypadku kolumny łatwo uzyskać model górnej części ostojnicy traktowanej jako człon sztywny.
- Ad 4) Wysięgnik także modelowany był jako układ ciągły przy użyciu zmodyfikowanej metody sztywnych elementów skończonych. Uwzględniono drgania giętne w dwóch prostopadłych płaszczyznach oraz drgania skrętne. W uzasadnionych przypadkach, w trakcie obliczeń łatwo można pominąć analizę, na przykład drgań skrętnych lub drgań w poziomej płaszczyźnie wysięgnika, zwiększając tym samym efektywność numeryczną całego modelu. W skrajnym przypadku może być zamodelowany jako człon sztywny.
- Ad 5) Podstawowym elementem shock absorbera jest siłownik hydrauliczny, który zamodelowano jako masę skupioną (uwzględnia ona dodatkowo masę krążka linowego) połączoną z wysięgnikiem za pomocą układu sprężyna-tłumik. Ruch masy skupionej może odbywać się wyłącznie wzdłuż osi podłużnej wysięgnika. Przyjęto, że charakterystyka sprężyny jest nieliniowa.
- Ad 6) Lina nośna modelowana jest jako bezmasowy element o skończonej podatności wzdłużnej i zerowej sztywności w kierunkach prostopadłych do osi liny. Uwzględniono tłumienie, przy czym założono, że jest ono wiskotyczne, a współczynnik tłumienia ma stałą wartość. Z uwagi na potencjalnie znaczne zmiany długości liny w trakcie pracy żurawia, wartość współczynnika sztywności liny uzależniono od jej bieżącej długości.
- Ad 7) Lina układu zmiany wysięgu jest modelowana analogicznie do liny nośnej. Ponieważ zmiana długości liny w trakcie pracy nie jest duża, przyjęto że współczynnik jej sztywności jest stały.
- Ad 8) Ładunek potraktowano jako punkt materialny. Uwzględniono możliwość analizy kontaktu ładunku z pokładem statku dostawczego oraz fazy jego podrywania/posadawiania.
- Ad 9) Napęd bębna wciągarki układu podnoszenia ładunku może być realizowany na dwa sposoby: jako wymuszenia kinematyczne lub jako wymuszenie siłowe momentem napędowym.
- Ad 10-11) Napędy bębna wciągarki układu zmiany wysięgu i obrotu platformy przyjęto jako wymuszenia kinematyczne.
- Ad 12) Baza ładunku (statek dostawczy) traktowana jest analogicznie do bazy żurawia.

## 5.2 Numeracja i określanie stopni swobody ciał układu



Rys. 5.3 Przykład numeracji ses podczas dyskretyzacji żurawia

Omawiany model żurawia jest przykładem układu wieloczołowego składającego się z szeregu ciał sztywnych. Jest to konsekwencja przyjętej metody dyskretyzowania członów (metody elementów skończonych). Poszczególne sztywne elementy skończone są traktowane jako kolejne ciała w łańcuchu. Ponieważ układ wieloczołowy może składać się z kilku łańcuchów kinematycznych, zaproponowano specjalny sposób opisu (indeksowania) poszczególnych ciał układu. Stosowano go w programie komputerowym, wykonanym na potrzeby niniejszej pracy.

Na rys. 5.3 przedstawiono przykładowy podział żurawia na ciała sztywne. Przyjęto, że kolumna, górna część ostojnicy oraz wysięgnik traktowane są jako człony podatne, a więc zastąpiono je układem sztywnych elementów skończonych. Założono, że kolumna dyskretyzowana jest za pomocą dwóch, górna część ostojnicy pięciu, a wysięgnik sześciu sztywnych elementów skończonych. Ostateczny podział układu na sztywne elementy skończone zależy oczywiście od celu obliczeń i decyzje tą podejmuje osoba je przeprowadzająca. W przykładzie z rys. 5.3 górna część ostojnicy uwzględniana jest jako pierwsza w stosunku do wysięgnika (numer jej początkowego sztywnego elementu wynosi 3, a dla wysięgnika 8). Poniżej przedstawiono uogólniony matematyczny sposób indeksowania, niezwiązany z konkretnym podziałem na elementy skończone czy też kolejnością uwzględniania łańcuchów kinematycznych.

Niech  $k$  oznacza numer aktualnie rozważanego ciała. Wprowadźmy następujące oznaczenia:

$\text{pred}k[k]$  – numer ciała poprzedzającego rozpatrywane ciało  $k$ ,

$\text{dim}kl[k]$  – liczba stopni swobody ciała  $k$  względem ciała poprzedzającego (określonego przez  $\text{pred}k[k]$ ),

$\text{dim}kg[k]$  – liczba współrzędnych uogólnionych opisujących ruch ciała  $k$  (globalnie).

Aby opisać stopnie swobody ciała względem jego poprzednika, przyjęto następujący sposób ich numeracji:

- 1 – przesunięcie wzdłuż osi X,
- 2 – przesunięcie wzdłuż osi Y,
- 3 – przesunięcie wzdłuż osi Z,
- 4 – obrót wokół osi X,
- 5 – obrót wokół osi Y,
- 6 – obrót wokół osi Z.

Numeracje tę stosuje się wówczas, gdy kolejne układy współrzędnych (przed odkształceniem) mają jednakową orientację – na przykład są to sztywne elementy modelujące jeden człon. Gdy ich orientacja jest niezgodna należy wprowadzić numer 0. Zakłada się przy tym, że rozważane ciało ma jeden stopień swobody względem poprzednika – obrót wokół osi Z. Wówczas właściwa macierz przekształcenia jednorodnego (związana z obrotem wokół osi Z) zostanie pomnożona lewostronnie przez macierz uwzględniającą początkową orientację układów. W analizowanym modelu żurawia przyjęto, że układy te obracane względem osi X, zatem całkowite przekształcenie dla ciała  $k$  względem jego poprzednika może, być dla przypadku „0”, zapisane jako:

$${}^{k-1}\mathbf{T} = \mathbf{T}(\alpha_k) \mathbf{T}(\theta_k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_k & -s\alpha_k & 0 \\ 0 & s\alpha_k & c\alpha_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_k & -s\theta_k & 0 & 0 \\ s\theta_k & c\theta_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta_k & -s\theta_k & 0 & 0 \\ s\theta_k c\alpha_k & c\theta_k c\alpha_k & -s\alpha_k & 0 \\ s\theta_k s\alpha_k & c\theta_k s\alpha_k & c\alpha_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

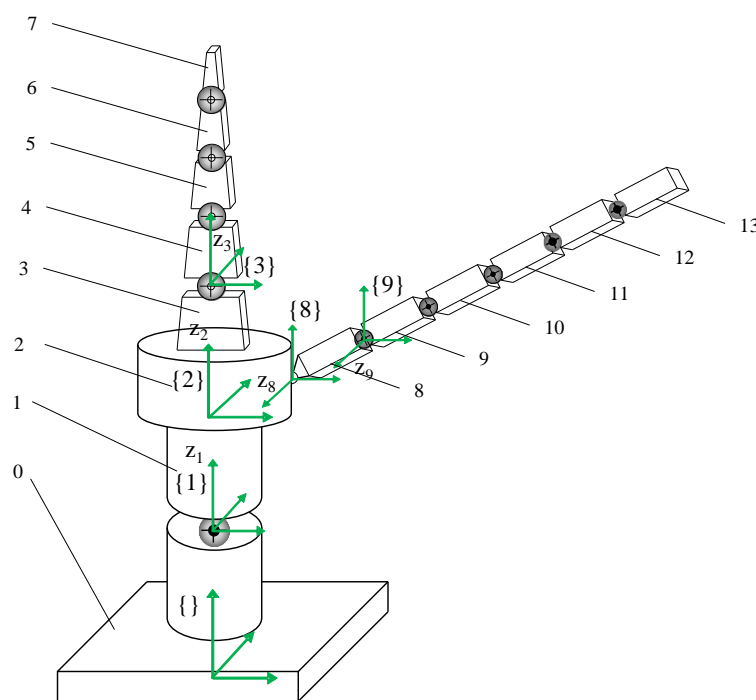
gdzie:

$\alpha_k$  – kąt obrotu wokół osi X określający początkową orientację układów,

$\theta_k$  – kąt obrotu ciała  $k$  względem osi Z.

Informacja o stopniach swobody ciała  $k$  względem poprzednika zostaje zapisana w  $\text{degkl}[k][i]$ , przy czym parametr  $k$  oznacza nr ciała, a  $i$  – numer stopnia swobody ciała  $k$  względem jego poprzednika ( $i$  zmienia się od 1 do  $\dim kl[k]$ ). Ponadto wprowadzono wielkość  $\text{degkl}[k][i]$  określającą numer stopnia swobody opisującego globalnie ruch ciała  $k$  ( $i$  zmienia się od 1 do  $\dim kg[k]$ ).

Aby określić na jaką liczbę elementów skończonych dyskretyzuje się dany człon układu (np. kolumna lub wysięgnik) należy podać liczbę elementów sprężysto-tłumiących, która zostanie zastosowana. W programie informacja ta zapisana zostanie w  $nFl[k]$ .



Rys. 5.4 Układy współrzędne w modelu

Założmy, że zgodnie z rys. 5.4, kolumna zdyskretyzowana została przy użyciu 2-óch elementów sztywnych, górna część ostojnicy 5-ciu, a wysięgnik – 6-ciu. Na rys. 5.4 przedstawiono najważniejsze układy współrzędne, przy czym dla przejrzystości szkicu pominięto układy {4}-{7} oraz {10}-{13} jako, że są one równoległe odpowiednio do układów {3} oraz {9}. Ponieważ stosowane są prawoskrętne układy kartezjańskie, stąd na rysunku zaznaczono wyłącznie ich osie Z.

Przy podziale kolumny na sztywne elementy skończone, pierwszy ses został dołączony do podstawy (do bazy „0”). Podobnie pierwszy sztywny element modelujący górną część ostojnicy połączono z poprzednim członem, czyli dolną częścią ostojnicy – ciałem 2. Założono bowiem, że elementy te nie mają żadnego stopnia swobody względem ciała poprzedzającego – są sztywno z nim związane. Inaczej przyjęto w przypadku modelowania wysięgnika. Pierwszy sztywny element dyskretyzujący wysięgnik ma jeden stopień swobody względem platformy – obrót wokół osi Z, przy czym układy {2} i {7} były początkowo obrócone względem siebie wokół osi X (czyli jest to przypadek oznaczany symbolem „0” przy definiowaniu rodzaju stopnia swobody). Założono, że ciało 1 (drugi element sztywny modelujący kolumnę) posiada 3 stopnie swobody względem poprzednika (3 obroty), ciała 3-6 (modelujące górną część ostojnicy) posiadają 1 stopień swobody – obrót wokół osi Y, natomiast ciała 8-12 (modelujące wysięgnik) posiadają po 3 stopnie swobody względem poprzednika – trzy obroty.

Rozpatrując przykładowo ciało nr 7 z rys. 5.4 (pierwszy element skończony modelujący wysięgnik), wspomniane wcześniej wielkości związane z numeracją i określanie stopni swobody ciał układu przyjmują, dla powyższych założeń, następujące wartości:

$$nFl[4]=5$$

$$k=7,$$

$\text{pred} k[7] = 2$  – poprzednikiem jest dolna część ostojnicy,  
 $\dim kl[7] = 1$  – względem dolnej części ostojnicy posiada jeden stopień swobody – obrót wokół osi Z,  
 $\dim kg[7] = 5$  – globalnie posiada 5 stopni swobody (3 od ciała 1, 1 od dolnej części ostojnicy i 1 własny),  
 $\deg kl[7][1] = 0$ ,  
 $\deg kg[7][1] = 1$ ,  
 $\deg kg[7][2] = 2$ ,  
 $\deg kg[7][3] = 3$ ,  
 $\deg kg[7][4] = 4$ ,  
 $\deg kg[7][5] = 9$ .

Ten przypadek wymaga dodatkowo zdefiniowania wartości kąta  $\alpha_8$  - odpowiada on kątowi pochylenia wysięgnika.

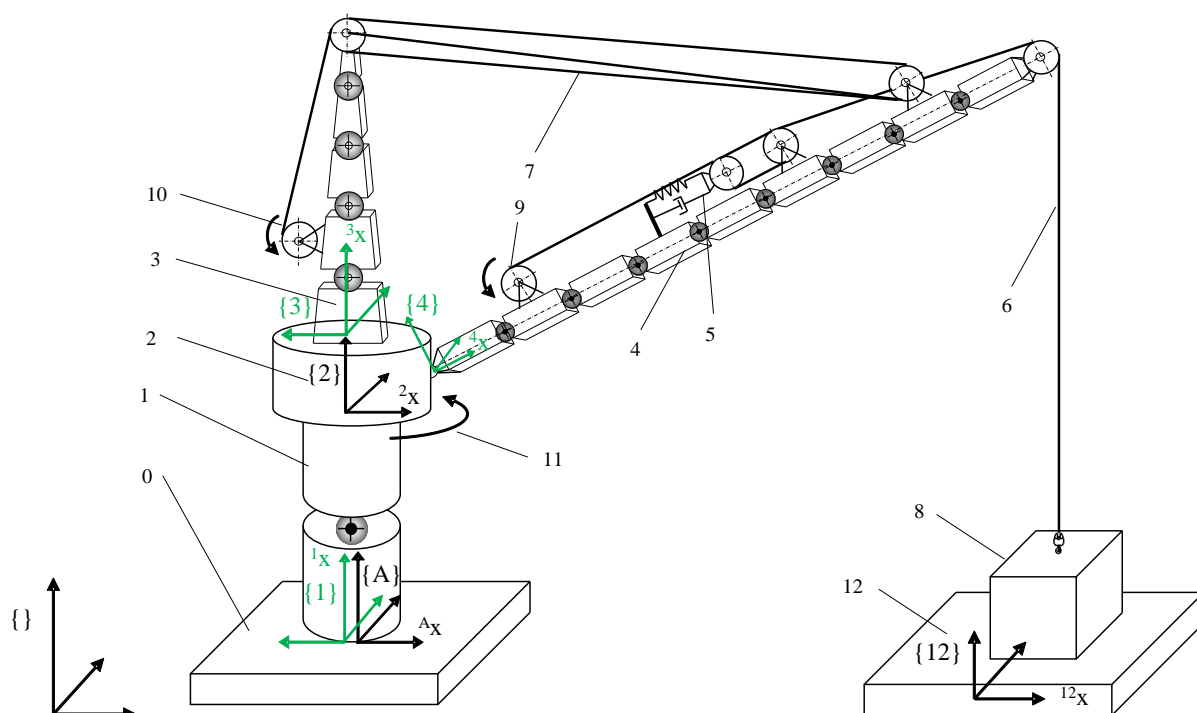
Rozpatrując ciało 8 otrzymujemy:

$k=8$ ,  
 $\text{pred} k[8] = 7$ ,  
 $\dim kl[8] = 3$ ,  
 $\dim kg[8] = 8$ ,  
 $\deg kl[8][1] = 4$ ,  
 $\deg kl[8][2] = 5$   
 $\deg kl[8][3] = 6$   
 $\deg kg[8][1] = 1$ ,  
 $\deg kg[8][2] = 2$ ,  
 $\deg kg[8][3] = 3$ ,  
 $\deg kg[8][4] = 4$ ,  
 $\deg kg[8][5] = 9$ ,  
 $\deg kg[8][6] = 10$ ,  
 $\deg kg[8][7] = 11$ ,  
 $\deg kg[8][8] = 12$ .

Po opisanu zasadniczej struktury układu może zająć potrzeba zdefiniowania położenia bębnow wciągarek lub/i krążków linowych. Zakłada się, że bęben wciągarki obraca się wokół osi Z, a liczba jego lokalnych stopni swobody wynosi 1. Stąd dla bębnow podaje się następujące wartości:

$\dim kl[k] = 1$ ,  
 $\deg kl[k][1] = 0$ , przy czym  $k$  oznacza nr ciała modelującego bęben.

## 5.3 Modele matematyczne podukładów żurawia



Rys. 5.5 Podział na podukłady żurawia

Podstawowe układy współrzędnych, związane z podukładami omawianego modelu, przedstawiono na rys. 5.5. Stosowany w niniejszej pracy sposób wyprowadzania równań ruchu bazuje na metodologii omówionej w [Adamiec-Wójcik I. i inni, 2008].

Jak wspomniano wcześniej, równania ruchu modelu będą formułowane z użyciem równania Lagrange'a II rodzaju:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial E}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = Q_k \quad \text{dla } k = 1, \dots, n, \quad (5.2)$$

gdzie:

$\mathbf{q} = [q_1 \quad \dots \quad q_k \quad \dots \quad q_n]^T$  – wektor współrzędnych uogólnionych układu,

$\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1 \quad \dots \quad \dot{q}_k \quad \dots \quad \dot{q}_n]^T$  – wektor prędkości uogólnionych,

$E$  – energia kinetyczna układu,

$V$  – energia potencjalna układu,

$D$  – funkcja dysypacji energii,

$Q_k$  – niepotencjalna siła uogólniona odpowiadająca  $k$ -tej współrzędnej uogólnionej,

$n$  – liczba współrzędnych uogólnionych układu.

### 5.3.1 Modelowanie ruchu bazy żurawia

Przyjęto, że ruch bazy żurawia – ruch statku, a zatem ruch układu  $\{A\}$  względem układu  $\{0\}$ , jest znany i określony funkcjami:

$$\eta_i^{(A)} = \sum_{j=1}^{n_i^{(A)}} A_{ij}^{(A)} \sin(\omega_{ij}^{(A)} t + \varphi_{i,j}^{(A)}); \quad i = 1, \dots, 6, \quad (5.3)$$



gdzie:

$\eta_i^{(A)}$  – odpowiednio, przemieszczenie lub obrót bazy – patrz rys. 5.2,

$A_{i,j}^{(A)}, \omega_{i,j}^{(A)}, \varphi_{i,j}^{(A)}$  – odpowiednio, amplituda, częstość i kąt fazowy wymuszenia,

$n_i^{(A)}$  – liczba harmoniczných szeregu.

W dalszych rozważaniach, układ współrzędnych  $\{0\}$  utożsamiany będzie z układem inercyjnym  $\{ \}$  i stosowany będzie następujący zapis macierzy przekształcenia jednorodnego z układu  $\{p\}$  do układu  $\{0\}$ :

$${}^0_p\mathbf{T} = \mathbf{T}^{(p)}, \quad (5.4)$$

gdzie  $p$  oznacza numer członu w łańcuchu kinematycznym.

Wprowadzono także następujące oznaczenia:

$$x_{org}^{(p)}, y_{org}^{(p)}, z_{org}^{(p)}, \quad (5.5.1)$$

na współrzędne początku układu  $\{p\}$  w układzie współrzędnych członu poprzedzającego oraz:

$$\varphi_x^{(p)}, \varphi_y^{(p)}, \varphi_z^{(p)}, \quad (5.5.2)$$

na oznaczenia kątów Eulera ZYX określających orientację osi układu  $\{p\}$  względem osi układu poprzedzającego.

Macierz przekształcenia jednorodnego  ${}^0_A\mathbf{T}$ , uwzględniająca ruch układu  $\{A\}$  względem układu  $\{ \}$ , może być przedstawiona, jako iloczyn sześciu macierzy, z których każda jest funkcją tylko jednej zmiennej zależnej od czasu:

$${}^0_A\mathbf{T}(t) = {}^0_A\mathbf{T}_1 {}^0_A\mathbf{T}_2 {}^0_A\mathbf{T}_3 {}^0_A\mathbf{T}_6 {}^0_A\mathbf{T}_5 {}^0_A\mathbf{T}_4, \quad (5.6)$$

gdzie:

$$\begin{aligned}
{}^0_A \mathbf{T}_1 = {}^0_A \mathbf{T}_1(x_{org}^{(A)}) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{org}^{(A)} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, & {}^0_A \mathbf{T}_4 = {}^0_A \mathbf{T}_4(\varphi_x^{(A)}) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\varphi_x^{(A)} & -s\varphi_x^{(A)} & 0 \\ 0 & s\varphi_x^{(A)} & c\varphi_x^{(A)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
{}^0_A \mathbf{T}_2 = {}^0_A \mathbf{T}_2(y_{org}^{(A)}) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y_{org}^{(A)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, & {}^0_A \mathbf{T}_5 = {}^0_A \mathbf{T}_5(\varphi_y^{(A)}) &= \begin{bmatrix} c\varphi_y^{(A)} & 0 & s\varphi_y^{(A)} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s\varphi_y^{(A)} & 0 & c\varphi_y^{(A)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
{}^0_A \mathbf{T}_3 = {}^0_A \mathbf{T}_3(z_{org}^{(A)}) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_{org}^{(A)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, & {}^0_A \mathbf{T}_6 = {}^0_A \mathbf{T}_6(\varphi_z^{(A)}) &= \begin{bmatrix} c\varphi_z^{(A)} & -s\varphi_z^{(A)} & 0 & 0 \\ s\varphi_z^{(A)} & c\varphi_z^{(A)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
x_{org}^{(A)} = x_{org}^{(A)}(t) = \eta_1^{(A)}, & y_{org}^{(A)} = y_{org}^{(A)}(t) = \eta_2^{(A)}, & z_{org}^{(A)} = z_{org}^{(A)}(t) = \eta_3^{(A)}, \\
\varphi_x^{(A)} = \varphi_x^{(A)}(t) = \eta_4^{(A)}, & \varphi_y^{(A)} = \varphi_y^{(A)}(t) = \eta_5^{(A)}, & \varphi_z^{(A)} = \varphi_z^{(A)}(t) = \eta_6^{(A)}, \\
s\varphi^{(A)} = \sin \varphi^{(A)}, & c\varphi^{(A)} = \cos \varphi^{(A)}.
\end{aligned}$$

Kolejność obrotów uwzględniona w macierzy  ${}^0_A \mathbf{T}$  jest zgodna z konwencją kątów Eulera ZYX [Craig J. J., 1993].

Zauważmy, że jeśli  $\tilde{\mathbf{r}} = [\tilde{x} \ \tilde{y} \ \tilde{z} \ 1]^T$  jest wektorem określającym współrzędne masy  $dm$  (punktu) w układzie lokalnym  $\{\tilde{\cdot}\}$ , związanym z dowolnym ciałem układu, to współrzędne tej masy w układzie  $\{\cdot\}$  mogą być określone wzorem:

$$\mathbf{r} = {}^0_A \mathbf{T}(t) \bar{\mathbf{T}}(\mathbf{q}) \mathbf{r}' = \mathbf{T} \mathbf{r}', \quad (5.7)$$

gdzie:

$\bar{\mathbf{T}}(\mathbf{q}) = {}^A_{\tilde{\cdot}} \mathbf{T}(q_1, \dots, q_n)$  – macierz transformacji współrzędnych z układu lokalnego  $\{\tilde{\cdot}\}$  do układu  $\{A\}$ , zależna od współrzędnych uogólnionych  $(q_1, \dots, q_n)$  ciała,

$$\mathbf{T} = {}^0_A \mathbf{T}(t) \bar{\mathbf{T}}(\mathbf{q}).$$

### 5.3.2 Kolumna żurawia

Jak wspomniano wcześniej, kolumna została zdyskretyzowana za pomocą zmodyfikowanej metody sztywnych elementów skończonych. Na podstawie rys. 5.6 można zdefiniować następujące macierze transformacji:

– macierz transformacji z układu  $\{1,0\}$  związanego z ses(1,0) kolumny do układu  $\{A\}$ :

$${}^A_1\mathbf{T} = \tilde{\mathbf{T}}^{(1,0)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.8)$$

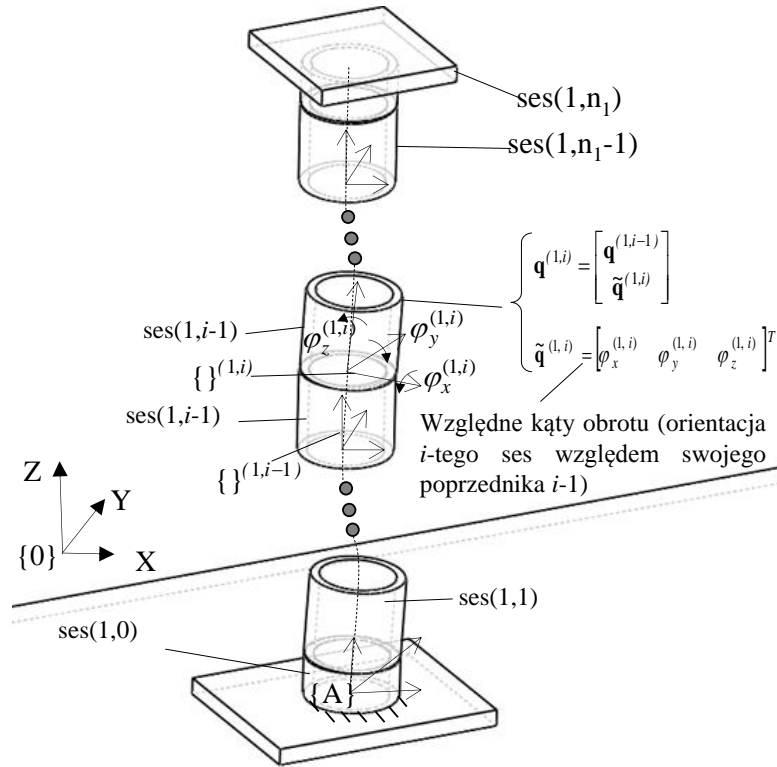
– macierz transformacji z układu  $\{1,i\}$  do układu  $\{1,i-1\}$ :

$$\tilde{\mathbf{T}}^{(1,i)} = \begin{bmatrix} c\varphi_z^{(1,i)}c\varphi_y^{(1,i)} & c\varphi_z^{(1,i)}s\varphi_y^{(1,i)}s\varphi_x^{(1,i)} - s\varphi_z^{(1,i)}c\varphi_x^{(1,i)} & c\varphi_z^{(1,i)}s\varphi_y^{(1,i)}c\varphi_x^{(1,i)} + s\varphi_z^{(1,i)}s\varphi_x^{(1,i)} & l^{(1,i-1)} \\ s\varphi_z^{(1,i)}c\varphi_y^{(1,i)} & s\varphi_z^{(1,i)}s\varphi_y^{(1,i)}s\varphi_x^{(1,i)} + c\varphi_z^{(1,i)}c\varphi_x^{(1,i)} & s\varphi_z^{(1,i)}s\varphi_y^{(1,i)}c\varphi_x^{(1,i)} - c\varphi_z^{(1,i)}s\varphi_x^{(1,i)} & 0 \\ -s\varphi_y^{(1,i)} & c\varphi_y^{(1,i)}s\varphi_x^{(1,i)} & c\varphi_y^{(1,i)}c\varphi_x^{(1,i)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.9)$$

gdzie:

$\{1,i\}$  – układ współrzędnych związany z ses  $i$  kolumny,

$l^{(1,i-1)}$  – długość elementu ses(1,i-1) kolumny.



Rys. 5.6 Podział kolumny na sztywne elementy skończone

Przy dodatkowym założeniu, że kąty  $\varphi_x^{(1,i)}, \varphi_y^{(1,i)}, \varphi_z^{(1,i)}$  są małe, przekształcenie jednorodne (5.9) może zostać zlinearyzowane do postaci:

$$\tilde{\mathbf{T}}^{(1,i)} = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_z^{(1,i)} & \varphi_y^{(1,i)} & l^{(1,i-1)} \\ \varphi_z^{(1,i)} & 1 & -\varphi_x^{(1,i)} & 0 \\ -\varphi_y^{(1,i)} & \varphi_x^{(1,i)} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.10)$$

Nawiązując do rozdziału 5.2 można zauważyć, że w powyższych wzorach  $i = 1, \dots, nFl[1]$ .

Nim przystąpi się do wyznaczania składników Lagrange'a pochodzących od kolumny żurawia należy zdefiniować wektor jej współrzędnych uogólnionych. Jak wspomniano wcześniej, pierwszy sztywny elementu kolumny (ses(1,0)) jest dodawany do bazy żurawia, w związku z czym nie posiada własnych współrzędnych uogólnionych. Jego ruch jest bezpośrednio określony związkami (5.3).

Wektory współrzędnych uogólnionych opisujących położenie drugiego i kolejnych sztywnych elementów modelujących kolumnę względem swojego poprzednika (współrzędne określające wzajemne położenie kolejnych elementów sztywnych nazywane są niekiedy współrzędnymi podatnymi lub elastycznymi) można przedstawić jako<sup>1</sup>:

$$\tilde{\mathbf{q}}^{(1,i)} = [\varphi_x^{(1,i)} \quad \varphi_y^{(1,i)} \quad \varphi_z^{(1,i)}]^T = [\tilde{q}_x^{(1,i)} \quad \tilde{q}_y^{(1,i)} \quad \tilde{q}_z^{(1,i)}]^T, \quad (5.11)$$

a wektor wszystkich współrzędnych poszczególnych ses:

$$\mathbf{q}^{(1,1)} = \tilde{\mathbf{q}}^{(1,1)} = [q_1^{(1,1)} \quad q_2^{(1,1)} \quad q_3^{(1,1)}]^T, \quad (5.12.1)$$

$$\mathbf{q}^{(1,i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(1,i-1)} \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(1,i)} \end{bmatrix} = [q_1^{(1,i)} \quad q_2^{(1,i)} \quad \dots \quad q_{3i}^{(1,i)}]^T \quad \text{dla } i = 2, \dots, nFl[1]. \quad (5.12.2)$$

Na postawie wzorów zamieszczonych między innymi w [Wittbrodt E. i inni, 2006], [Wittbrodt E. i inni, 2013] energię kinetyczną członu, dyskretyzowanego metodą sztywnych elementów skończonych, można zapisać jako:

$$E_1 = \sum_{i=1}^{nFl[1]} E_{(1,i)}, \quad (5.13)$$

gdzie:

$$E_{(1,i)} = \frac{1}{2} tr \left\{ \dot{\mathbf{T}}^{(1,i)} \mathbf{H}^{(1,i)} \dot{\mathbf{T}}^{(1,i)T} \right\},$$

$$\mathbf{H}^{(1,i)} = \begin{bmatrix} J_{\tilde{Y}\tilde{Z}}^{(1,i)} & J_{\tilde{X}\tilde{Y}}^{(1,i)} & J_{\tilde{X}\tilde{Z}}^{(1,i)} & J_{\tilde{X}}^{(1,i)} \\ J_{\tilde{X}\tilde{Y}}^{(1,i)} & J_{\tilde{X}\tilde{Z}}^{(1,i)} & J_{\tilde{Y}\tilde{Z}}^{(1,i)} & J_{\tilde{Y}}^{(1,i)} \\ J_{\tilde{X}\tilde{Z}}^{(1,i)} & J_{\tilde{Y}\tilde{Z}}^{(1,i)} & J_{\tilde{X}\tilde{Y}}^{(1,i)} & J_{\tilde{Z}}^{(1,i)} \\ J_{\tilde{X}}^{(1,i)} & J_{\tilde{Y}}^{(1,i)} & J_{\tilde{Z}}^{(1,i)} & m^{(1,i)} \end{bmatrix} - \text{macierz bezwładności sztywnego elementu } (1,i) \text{ określona w jego własnym układzie współrzędnych,}$$

$$J_{\tilde{Y}\tilde{Z}}^{(1,i)} = \int_{m^{(1,i)}} \tilde{x}^2 dm^{(1,i)}, \quad J_{\tilde{X}\tilde{Z}}^{(1,i)} = \int_{m^{(1,i)}} \tilde{y}^2 dm^{(1,i)}, \quad J_{\tilde{X}\tilde{Y}}^{(1,i)} = \int_{m^{(1,i)}} \tilde{z}^2 dm^{(1,i)} - \text{momenty}$$

bezwładności odpowiednio względem płaszczyzn  $(\tilde{Y}\tilde{Z})$ ,  $(\tilde{X}\tilde{Z})$  oraz  $(\tilde{X}\tilde{Y})$  w układzie współrzędnych  $\{1,i\}$ ,

$$J_{\tilde{X}\tilde{Y}}^{(1,i)} = \int_{m^{(1,i)}} \tilde{x}\tilde{y} dm^{(1,i)}, \quad J_{\tilde{X}\tilde{Z}}^{(1,i)} = \int_{m^{(1,i)}} \tilde{x}\tilde{z} dm^{(1,i)}, \quad J_{\tilde{Y}\tilde{Z}}^{(1,i)} = \int_{m^{(1,i)}} \tilde{y}\tilde{z} dm^{(1,i)} - \text{odśrodkowe}$$

(dewiacyjne) momenty bezwładności w układzie współrzędnych  $\{1,i\}$ ,

<sup>1</sup> W programie komputerowym można zdefiniować liczbę współrzędnych lokalnych ses podając wartość parametru dimkl[2], przy czym  $1 \leq \text{dimkl}[2] \leq 3$ . Rozważania przedstawione w pracy dotyczą najbardziej ogólnego przypadku czyli  $\text{dimkl}[2] = 3$ .

$$J_{\tilde{X}}^{(1,i)} = \int_{m^{(1,i)}} \tilde{x} dm^{(1,i)}, \quad J_{\tilde{Y}}^{(1,i)} = \int_{m^{(1,i)}} \tilde{y} dm^{(1,i)}, \quad J_{\tilde{Z}}^{(1,i)} = \int_{m^{(1,i)}} \tilde{z} dm^{(1,i)} - \text{statyczne momenty}$$

bezwładności członu w układzie współrzędnych  $\{1, i\}$ ,

$m^{(1,i)}$  – masa sztywnego elementu  $(1, i)$ ,

$$\mathbf{T}^{(1,i)} = \mathbf{T}^{(1,i-1)} \tilde{\mathbf{T}}^{(1,i)} = {}^0\mathbf{T} \tilde{\mathbf{T}}^{(1,0)} \tilde{\mathbf{T}}^{(1,1)} \dots \tilde{\mathbf{T}}^{(1,i-1)} \tilde{\mathbf{T}}^{(1,i)} \text{ dla } i = 1, \dots, nFl[1],$$

${}^0\mathbf{T}$  – zdefiniowane w (5.6),

$\tilde{\mathbf{T}}^{(1,0)}$  – zdefiniowane w (5.8),

$\tilde{\mathbf{T}}^{(1,i)}$  – zdefiniowane w (5.9) lub (5.10).

Momenty bezwładności względem płaszczyzn można wyliczyć ze związków:

$$J_{(\tilde{Y}\tilde{Z})} = \frac{1}{2}(\bar{J}_{\tilde{Y}} + \bar{J}_{\tilde{Z}} - \bar{J}_{\tilde{X}}), \quad (5.14.1)$$

$$J_{(\tilde{X}\tilde{Z})} = \frac{1}{2}(\bar{J}_{\tilde{X}} + \bar{J}_{\tilde{Z}} - \bar{J}_{\tilde{Y}}), \quad (5.14.2)$$

$$J_{(\tilde{X}\tilde{Y})} = \frac{1}{2}(\bar{J}_{\tilde{X}} + \bar{J}_{\tilde{Y}} - \bar{J}_{\tilde{Z}}), \quad (5.14.3)$$

gdzie  $\bar{J}_{\tilde{X}} = \int_m (\tilde{y}^2 + \tilde{z}^2) dm$ ,  $\bar{J}_{\tilde{Y}} = \int_m (\tilde{x}^2 + \tilde{z}^2) dm$ ,  $\bar{J}_{\tilde{Z}} = \int_m (\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2) dm$  są masowymi momentami

bezwładności członu odpowiednio względem osi  $\tilde{X}$ ,  $\tilde{Y}$ ,  $\tilde{Z}$ .

Dla równań Lagrange'a II rodzaju (5.2) wprowadza się często pojęcie operatorów Lagrange'a:

$$\varepsilon_i(E) = \frac{d}{dt} \frac{\partial E}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial E}{\partial q_i} \quad (5.15)$$

Operatory te, dla kolejnych ses(1,i) ( $i = 1, \dots, nFl[1]$ ) kolumny, można zapisać w postaci wektorowej:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{q}^{(1,i)}}(E_{(1,i)}) = \mathbf{A}^{(1,i)} \ddot{\mathbf{q}}^{(1,i)} + \mathbf{e}^{(1,i)}, \quad (5.16)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{(1,i)} &= (a_{k,j}^{(1,i)})_{k,j=1,\dots,3nFl[1]} = \text{tr} \left\{ \mathbf{T}_k^{(1,i)} \mathbf{H}^{(1,i)} \mathbf{T}_j^{(1,i)T} \right\}, \\ \mathbf{e}^{(1,i)} &= (e_k^{(1,i)})_{k=1,\dots,3nFl[1]} = \sum_{j=1}^{3nFl[1]} \sum_{l=1}^{3nFl[1]} \text{tr} \left\{ \mathbf{T}_k^{(1,i)} \mathbf{H}^{(1,i)} \mathbf{T}_{j,l}^{(1,i)} \right\} \dot{q}_j^{(1,i)} \dot{q}_l^{(1,i)} \\ &\quad + \text{tr} \left\{ \mathbf{T}_k^{(1,i)} \mathbf{H}^{(1,i)} \left[ {}^0\ddot{\mathbf{T}} \tilde{\mathbf{T}}^{(1,i)} + 2 {}^0\dot{\mathbf{T}} \dot{\tilde{\mathbf{T}}}^{(1,i)} \right]^T \right\}, \\ \bar{\mathbf{T}}^{(1,i)} &= \prod_{j=0}^i \tilde{\mathbf{T}}^{(1,j)}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{T}_k^{(1,i)} = \frac{\partial \mathbf{T}^{(1,i)}}{\partial q_k^{(1,i)}},$$

$$\mathbf{T}_{j,l}^{(1,i)} = \frac{\partial}{\partial q_j^{(1,i)}} \left( \frac{\partial \mathbf{T}^{(1,i)}}{\partial q_l^{(1,i)}} \right).$$

Energia potencjalna sił ciężkości elementów kolumny określona jest za pomocą związków:

$$V_{(1,i)}^g = m^{(1,i)} g \boldsymbol{\theta}_3 \mathbf{T}^{(1,i)} \tilde{\mathbf{r}}_C^{(1,i)}, \quad \text{dla } i=1,2,\dots, nFl[1] \quad (5.17)$$

gdzie:

$g$  – przyspieszenie ziemskie,

$$\boldsymbol{\theta}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$\mathbf{T}^{(1,i)}$  – zdefiniowane w (5.13),

$\tilde{\mathbf{r}}_C^{(1,i)}$  – wektor pozycji środka masy elementu  $(1,i)$  wyrażony w jego własnym układzie współrzędnych, tj. układzie  $\{1,i\}$ .

Odpowiednie pochodne, będące elementami równań Lagrange'a, wynoszą:

$$\frac{\partial V_{(1,i)}^g}{\partial \mathbf{q}^{(1,i)}} = \mathbf{G}^{(1,i)}, \quad (5.18)$$

gdzie:

$$\mathbf{G}^{(1,i)} = \left( g_k^{(1,i)} \right)_{k=1,\dots,3 \cdot nFl[1]},$$

$$g_k^{(1,i)} = m^{(1,i)} g \boldsymbol{\theta}_3 \mathbf{T}_k^{(1,i)} \tilde{\mathbf{r}}_C^{(1,i)}.$$

Energia potencjalna odkształcenia sprężystego est(1,i) jest zdefiniowana następująco:

$$V_{(1,i)}^s = \frac{1}{2} \left( c_{i,x}^{(1)} [\varphi_x^{(1,i)}]^2 + c_{i,y}^{(1)} [\varphi_y^{(1,i)}]^2 + c_{i,z}^{(1)} [\varphi_z^{(1,i)}]^2 \right) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 c_{i,j}^{(1)} [\tilde{q}_j^{(1,i)}]^2, \quad (5.19)$$

gdzie  $c_{i,x}^{(1)}, c_{i,y}^{(1)}, c_{i,z}^{(1)}$  to odpowiednie współczynniki sztywności rotacyjnej est(1,i).

Wzór (5.19) można przedstawić w postaci:

$$V_{(1,i)}^s = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}^{(1,i)T} \mathbf{C}^{(1,i)} \tilde{\mathbf{q}}^{(1,i)}, \quad (5.20)$$

$$\text{gdzie } \mathbf{C}^{(1,i)} = \begin{bmatrix} c_{i,x}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & c_{i,y}^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & c_{i,z}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{i,1}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & c_{i,2}^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & c_{i,3}^{(1)} \end{bmatrix}.$$

Występujące we wzorze (5.2) pochodne energii potencjalnej odkształcenia sprężystego względem współrzędnych uogólnionych  $\tilde{\mathbf{q}}^{(1,i)}$  mają zatem prostą postać:

$$\frac{\partial V_{(1,i)}^s}{\partial \tilde{\mathbf{q}}^{(1,i)}} = \mathbf{C}^{(1,i)} \tilde{\mathbf{q}}^{(1,i)}. \quad (5.21)$$

Dodatkowo można przyjąć, że w  $\text{est}(1,i)$  występuje dysypacja energii, która jest wyrażona wzorem:

$$D_{(1,i)} = \frac{1}{2} \left( b_{i,x}^{(1)} [\dot{\varphi}_x^{(1,i)}]^2 + b_{i,y}^{(1)} [\dot{\varphi}_y^{(1,i)}]^2 + b_{i,z}^{(1)} [\dot{\varphi}_z^{(1,i)}]^2 \right) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 b_{1,j}^{(1)} [\dot{\tilde{q}}_j^{(1,i)}]^2, \quad (5.22)$$

gdzie  $b_{i,x}^{(1)}, b_{i,y}^{(1)}, b_{i,z}^{(1)}$  to odpowiednie współczynniki tłumienia  $\text{est}(1,i)$ .

Wzór (5.22) można zapisać jako:

$$D_{(1,i)} = \frac{1}{2} \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(1,i)T} \mathbf{B}^{(1,i)} \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(1,i)}, \quad (5.23)$$

$$\text{gdzie } \mathbf{B}^{(1,i)} = \begin{bmatrix} b_{i,x}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & b_{i,y}^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & b_{i,z}^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{i,1}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & b_{i,2}^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & b_{i,3}^{(1)} \end{bmatrix},$$

a stosowne pochodne:

$$\frac{\partial D_{(1,i)}}{\partial \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(1,i)}} = \mathbf{B}^{(1,i)} \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(1,i)}. \quad (5.24)$$

### 5.3.3 Dolna część ostojnicy

Podobnie jak w przypadku kolumny, także tutaj następuje zmiana orientacji układów tzn. osie  $^{(1,i)}Z$  oraz  $^2Z$  są do siebie prostopadłe (rys. 5.7). Wprowadzono układ pomocniczy  $\{2'\}$ , związany sztywno z elementem  $(1, nFl[1])$ , to znaczy ostatnim ses modelującym kolumnę, i pokrywający się z układem  $\{2\}$  gdy kąt obrotu  $\varphi_z^{(2)} = 0$ . Wówczas:

$${}^{(1,nFl[1])}_2 \mathbf{T} = {}^{(1,nFl[1])}_2 \mathbf{T}_2' \mathbf{T}, \quad (5.25)$$

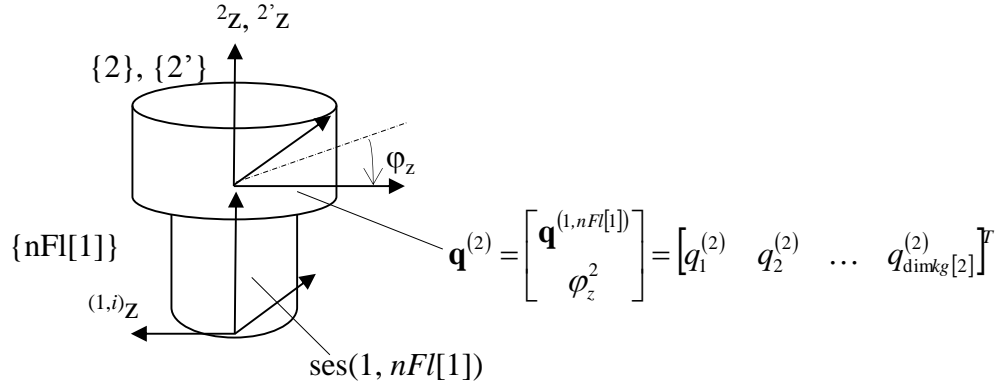
gdzie:

$${}^{(1,nFl[1])}_2 \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & x_{org}^{(2)} \\ 0 & 1 & 0 & y_{org}^{(2)} \\ -1 & 0 & 0 & z_{org}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$${}^{2'}_2 \mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\varphi_z^{(2)} & -s\varphi_z^{(2)} & 0 & 0 \\ s\varphi_z^{(2)} & c\varphi_z^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

i ostatecznie:

$${}^{(1,nFl[1])}_2 \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & x_{org}^{(2)} \\ s\varphi_z^{(2)} & c\varphi_z^{(2)} & 0 & y_{org}^{(2)} \\ -c\varphi_z^{(2)} & s\varphi_z^{(2)} & 0 & z_{org}^{(2)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.26)$$



Rys. 5.7 Modelowanie dolnej części ostojnicy

Dla dolnej części ostojnicy (części obrotowej) zdefiniujemy następujący wektor współrzędnych uogólnionych:

$$\mathbf{q}^{(2)} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(1,nFl[1])} \\ \varphi_z^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1^{(2)} & q_2^{(2)} & \dots & q_{\dim kg[2]}^{(2)} \end{bmatrix}^T. \quad (5.27)$$

Energię kinetyczną dolnej części ostojnicy (części obrotowej) można zapisać jako:

$$E_2 = \frac{1}{2} tr \left\{ \dot{\mathbf{T}}^{(2)} \mathbf{H}^{(2)} \dot{\mathbf{T}}^{(2)^T} \right\}, \quad (5.28)$$

gdzie:

$$\mathbf{H}^{(2)} = \begin{bmatrix} J_{\tilde{y}\tilde{z}}^{(2)} & J_{\tilde{x}\tilde{y}}^{(2)} & J_{\tilde{x}\tilde{z}}^{(2)} & J_{\tilde{x}}^{(2)} \\ J_{\tilde{x}\tilde{y}}^{(2)} & J_{\tilde{x}\tilde{z}}^{(2)} & J_{\tilde{y}\tilde{z}}^{(2)} & J_{\tilde{y}}^{(2)} \\ J_{\tilde{x}\tilde{z}}^{(2)} & J_{\tilde{y}\tilde{z}}^{(2)} & J_{\tilde{x}\tilde{y}}^{(2)} & J_{\tilde{z}}^{(2)} \\ J_{\tilde{x}}^{(2)} & J_{\tilde{y}}^{(2)} & J_{\tilde{z}}^{(2)} & m^{(2)} \end{bmatrix} - \text{macierz bezwładności dolnej części ostojnicy},$$

$$\mathbf{T}^{(2)} = \mathbf{T}^{(1,nFl[1])} \cdot {}^{(1,nFl[1])}_2 \mathbf{T},$$

$\mathbf{T}^{(1,nFl[1])}$  – określone w (5.13),

${}^{(1,nFl[1])}_2 \mathbf{T}$  – określone w (5.26).

Operatory Lagrange'a dla dolnej części ostojnicy można przedstawić w postaci wektorowej:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{q}^{(2)}}(E_2) = \mathbf{A}^{(2)} \ddot{\mathbf{q}}^{(2)} + \mathbf{e}^{(2)}, \quad (5.29)$$



gdzie:

$$\begin{aligned}\mathbf{A}^{(2)} &= (a_{i,l}^{(2)})_{i,l=1,\dots,\dim_{kg}[2]} = \text{tr} \left\{ \mathbf{T}_i^{(2)} \mathbf{H}^{(2)} \mathbf{T}_l^{(2)T} \right\}, \\ \mathbf{e}^{(2)} &= (e_i^{(2)})_{i=1,\dots,\dim_{kg}[2]} = \text{tr} \left\{ \mathbf{T}_i^{(2)} \mathbf{H}^{(2)} \left[ {}^0_A \ddot{\mathbf{T}}^{(2)} \overline{\mathbf{T}}^{(2)} + 2 {}^0_A \dot{\mathbf{T}} \dot{\overline{\mathbf{T}}}^{(2)} + \sum_{l=1}^{\dim_{kg}[2]} \sum_{j=1}^{\dim_{kg}[2]} \mathbf{T}_{l,j}^{(2)} \dot{q}_l^{(2)} \dot{q}_j^{(2)} \right]^T \right\} = \\ &= \text{tr} \left\{ \mathbf{T}_i^{(2)} \mathbf{H}^{(2)} \left[ {}^0_A \ddot{\mathbf{T}} \overline{\mathbf{T}}^{(2)} + 2 {}^0_A \dot{\mathbf{T}} \sum_{j=1}^{\dim_{kg}[2]} \overline{\mathbf{T}}_j^{(2)} \dot{q}_j^{(2)} + \sum_{l=1}^{\dim_{kg}[2]} \sum_{j=l}^{\dim_{kg}[2]} \delta_{l,j} \mathbf{T}_{l,j}^{(2)} \dot{q}_l^{(2)} \dot{q}_j^{(2)} \right]^T \right\}, \\ \delta_{l,j} &= \begin{cases} 1 & \text{gdy } l = j \\ 2 & \text{gdy } l \neq j \end{cases}, \\ \overline{\mathbf{T}}^{(2)} &= \tilde{\mathbf{T}}^{(1,0)} \tilde{\mathbf{T}}^{(1,1)} \dots \tilde{\mathbf{T}}^{(1,nFl[1])} \cdot (1,nFl[1])_2 \mathbf{T}.\end{aligned}$$

Energia potencjalna sił ciężkości dolnej części ostojnicy określona jest wzorem:

$$V_2^g = m^{(2)} g \boldsymbol{\theta}_3 \mathbf{T}^{(2)} \tilde{\mathbf{r}}_C^{(2)}, \quad (5.30)$$

gdzie:

$m^{(2)}$  – masa dolnej części ostojnicy,

$\tilde{\mathbf{r}}_C^{(2)}$  – wektor pozycji środka masy dolnej części ostojnicy wyrażony w układzie  $\{2\}$ .

Zatem pochodne wynoszą:

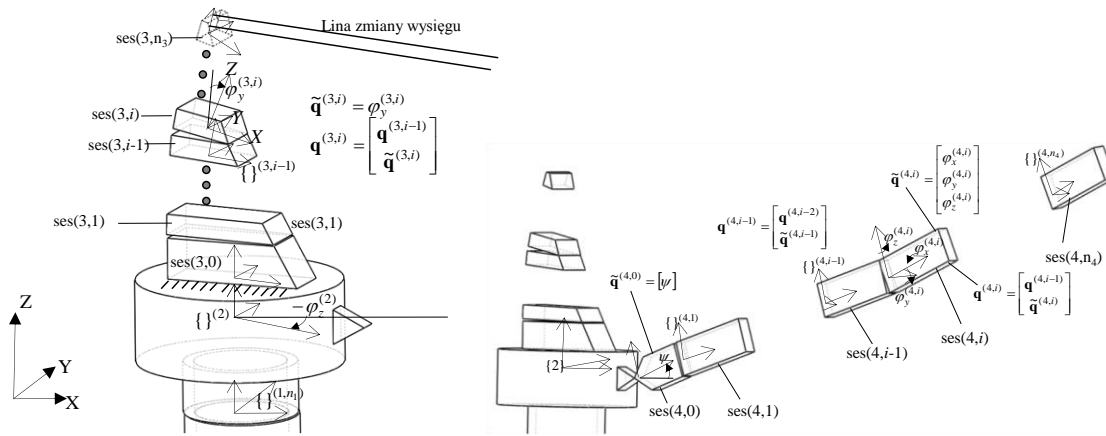
$$\frac{\partial V_2^g}{\partial \mathbf{q}^{(2)}} = \mathbf{G}^{(2)}, \quad (5.31)$$

gdzie:

$$\begin{aligned}\mathbf{G}^{(2)} &= (g_k^{(2)})_{k=1,\dots,\dim_{kg}[2]}, \\ g_k^{(2)} &= m^{(2)} g \boldsymbol{\theta}_3 \mathbf{T}_k^{(2)} \tilde{\mathbf{r}}_C^{(2)}.\end{aligned}$$

### 5.3.4 Górna część ostojnicy

Jak wspomniano wcześniej, górna część ostojnicy tzw. A-rama modelowana jest metodą sztywnych elementów skończonych przy uwzględnieniu jedynie podatności giętej w kierunku prostym do płaszczyzny ramy. Dodatkowo, analogicznie jak w przypadku kolumny, ses(3,0) dodawany jest do dolnej części ostojnicy, w związku z czym nie posiada on własnych współrzędnych uogólnionych – rys. 5.8.



Rys. 5.8 Model górnej części ostojnicy i wysięgnika

Z uwagi na zmianę orientacji układów dolnej i górnej części ostojnicy przekształcenie jednorodne z układu  $\{3,0\}$  do układu  $\{2\}$  ma postać:

$${}_{(3,0)}^2 \mathbf{T} = \tilde{\mathbf{T}}^{(3,0)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & x_{org}^{(3,0)} \\ 0 & 1 & 0 & y_{org}^{(3,0)} \\ 1 & 0 & 0 & z_{org}^{(3,0)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.32)$$

Macierze przekształceń jednorodnych, dla kolejnych sztywnych elementów podukładu 3, przy założeniu małych odkształceń, można zapisać następująco:

$$\tilde{\mathbf{T}}^{(3,i)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varphi_y^{(3,i)} & l^{(3,i-1)} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\varphi_y^{(3,i)} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{dla } i=1, \dots, nFl[3] \quad (5.33)$$

gdzie  $nFl[3]$  oznacza liczbę elementów sprężysto-tłumiących występujących w modelu górnej części ostojnicy.

Z uwagi na sposób modelowania górnej części ostojnicy i uwzględnienie jedynie podatności giętej w jednym kierunku, można zdefiniować następujące wektory współrzędnych uogólnionych dla poszczególnych ses:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\mathbf{q}}^{(3,1)} = [\varphi_y^{(3,1)}]^T \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(3,i)} = [\varphi_y^{(3,i)}]^T \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(3,nFl[3])} = [\varphi_y^{(3,nFl[3])}]^T \end{array} \right. \quad - \text{ jednoelementowe wektory współrzędnych podatnych,}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{q}^{(3,1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(2)} \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(3,1)} \end{bmatrix} = [q_1^{(3,1)} \quad \dots \quad q_{\dim kg[2]+1}^{(3,1)}]^T \\ \vdots \\ \mathbf{q}^{(3,i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(2)} \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(3,i)} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(3,i)} \end{bmatrix} = [q_1^{(3,i)} \quad \dots \quad q_{\dim kg[2]+i}^{(3,i)}]^T \\ \vdots \\ \mathbf{q}^{(3,nFl[3])} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(2)} \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(3,1)} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(3,nFl[3])} \end{bmatrix} = [q_1^{(3,m_3)} \quad \dots \quad q_{\dim kg[2]+nFl[3]}^{(3,nFl[3])}]^T \end{array} \right. \quad \text{– wektory współrzędnych określających} \\ \text{położenie sztywnych elementów} \\ \text{względem układu bazowego.}$$

Przypomnijmy, że  $\dim kg[2]$  oznacza liczbę współrzędnych uogólnionych globalnych dolnej części ostojnicy, a więc członu bezpośrednio poprzedzającego w łańcuchu kinematycznym górną część ostojnicy.  $\mathbf{q}^{(2)}$  zostało zdefiniowane w (5.27).

Energia kinetyczna górnej części ostojnicy wynosi:

$$E_3 = \sum_{i=1}^{nFl[3]} E_{(3,i)}, \quad (5.34)$$

gdzie:

$$E_{(3,i)} = \frac{1}{2} \text{tr} \left\{ \dot{\mathbf{T}}^{(3,i)} \mathbf{H}^{(3,i)} \dot{\mathbf{T}}^{(3,i)T} \right\},$$

$$\mathbf{H}^{(3,i)} = \begin{bmatrix} J_{\tilde{Y}\tilde{Z}}^{(3,i)} & J_{\tilde{X}\tilde{Y}}^{(3,i)} & J_{\tilde{X}\tilde{Z}}^{(3,i)} & J_{\tilde{X}}^{(3,i)} \\ J_{\tilde{X}\tilde{Y}}^{(3,i)} & J_{\tilde{X}\tilde{Z}}^{(3,i)} & J_{\tilde{Y}\tilde{Z}}^{(3,i)} & J_{\tilde{Y}}^{(3,i)} \\ J_{\tilde{X}\tilde{Z}}^{(3,i)} & J_{\tilde{Y}\tilde{Z}}^{(3,i)} & J_{\tilde{X}\tilde{Y}}^{(3,i)} & J_{\tilde{Z}}^{(3,i)} \\ J_{\tilde{X}}^{(3,i)} & J_{\tilde{Y}}^{(3,i)} & J_{\tilde{Z}}^{(3,i)} & m^{(3,i)} \end{bmatrix} \quad \text{macierz bezwładności sztywnego elementu (3,i)} \\ \text{określona w jego własnym układzie} \\ \text{współrzędnych – elementy macierzy określone} \\ \text{analogicznie jak w (5.13),}$$

$$\mathbf{T}^{(3,0)} = \mathbf{T}^{(2)} \tilde{\mathbf{T}}^{(3,0)},$$

$$\mathbf{T}^{(3,i)} = \mathbf{T}^{(3,i-1)} \tilde{\mathbf{T}}^{(3,i)} \quad \text{dla } i=1, \dots, nFl[3],$$

$$\mathbf{T}^{(2)} \quad \text{– określone w (5.28),}$$

$$\tilde{\mathbf{T}}^{(3,0)} \quad \text{– określone w (5.32),}$$

$$\tilde{\mathbf{T}}^{(3,i)} \quad \text{– określone w (5.33).}$$

Operatory Lagrange’a związane z górną częścią ostojnicy można zapisać w postaci:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{q}^{(3,i)}}(E_{3,i}) = \mathbf{A}^{(3,i)} \ddot{\mathbf{q}}^{(3,i)} + \mathbf{e}^{(3,i)}, \quad (5.35)$$

gdzie:

$$\mathbf{A}^{(3,i)} = (a_{k,j}^{(3,i)})_{k,j=1,\dots,n_3} = \text{tr} \left\{ \mathbf{T}_k^{(3,i)} \mathbf{H}^{(3,i)} \mathbf{T}_j^{(3,i)T} \right\},$$

$$\mathbf{e}^{(3,i)} = \left( e_k^{(3,i)} \right)_{k=1, \dots, n_3} = \sum_{j=1}^{n_3} \sum_{l=1}^{n_3} \text{tr} \left\{ \mathbf{T}_k^{(3,i)} \mathbf{H}^{(3,i)} \mathbf{T}_{j,l}^{(3,i)} \right\} \dot{q}_j^{(3,i)} \dot{q}_l^{(3,i)} + \\ + \text{tr} \left\{ \mathbf{T}_k^{(3,i)} \mathbf{H}^{(3,i)} \left[ {}^0_A \ddot{\mathbf{T}} \bar{\mathbf{T}}^{(3,i)} + 2 {}^0_A \dot{\mathbf{T}} \dot{\bar{\mathbf{T}}}^{(3,i)} \right]^T \right\},$$

$$\bar{\mathbf{T}}^{(3,i)} = \bar{\mathbf{T}}^{(2)} \prod_{j=0}^i \tilde{\mathbf{T}}^{(3,j)} \quad \text{dla } i=0, \dots, nFl[3],$$

$$n_3 = \dim kg[2] + nFl[3],$$

$\bar{\mathbf{T}}^{(2)}$  – określone w (5.29),

$$\mathbf{T}_k^{(3,i)} = \frac{\partial \mathbf{T}^{(3,i)}}{\partial q_k^{(3,i)}},$$

$$\mathbf{T}_{j,l}^{(3,i)} = \frac{\partial}{\partial q_j^{(3,i)}} \left( \frac{\partial \mathbf{T}^{(3,i)}}{\partial q_l^{(3,i)}} \right).$$

Energia potencjalna sił ciężkości sztywnych elementów górnej części ostojnicy określona jest za pomocą związków:

$$V_{(3,i)}^g = m^{(3,i)} g \boldsymbol{\theta}_3 \mathbf{T}^{(3,i)} \tilde{\mathbf{r}}_C^{(3,i)} \quad \text{dla } i=1, \dots, nFl[3], \quad (5.36)$$

gdzie:

$m^{(3,i)}$  – masa sztywnego elementu (3,i),

$\mathbf{T}^{(3,i)}$  – zdefiniowane w (5.34),

$\tilde{\mathbf{r}}_C^{(3,i)}$  – wektor pozycji środka masy elementu (3,i) wyrażony w jego własnym układzie współrzędnych, tj. układzie  $\{3,i\}$ .

Pochodne energii potencjalnej sił ciężkości można zapisać w postaci wektorowej:

$$\frac{\partial V_{(3,i)}^g}{\partial \mathbf{q}^{(3,i)}} = \mathbf{G}^{(3,i)}, \quad (5.37)$$

gdzie:

$$\mathbf{G}^{(3,i)} = \left( g_k^{(3,i)} \right)_{k=1, \dots, n_3},$$

$$g_k^{(3,i)} = m^{(3,i)} g \boldsymbol{\theta}_3 \mathbf{T}_k^{(3,i)} \tilde{\mathbf{r}}_C^{(3,i)}.$$

Energia potencjalna odkształcenia est(3,i) (z uwagi na założenie, że rozpatrywana jest podatność górnej części ostojnicy tylko w jednym kierunku) wynosi:

$$V_{(3,i)}^s = \frac{1}{2} c_{i,y}^{(3)} [\varphi_y^{(3,i)}]^2 = \frac{1}{2} c_i^{(3)} [\tilde{q}^{(3,i)}]^2 \quad \text{dla } i=1, \dots, nFl[3], \quad (5.38)$$

gdzie  $c_i^{(3)}$  to współczynnik sztywności rotacyjnej est(3,i),

co można zapisać w postaci wektorowej (w tym przypadku wektory występujące w równaniu są wektorami jednoelementowymi):

$$V_{(3,i)}^s = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}^{(3,i)T} \mathbf{C}^{(3,i)} \tilde{\mathbf{q}}^{(3,i)}, \quad (5.39)$$

gdzie  $\mathbf{C}^{(3,i)} = c_i^{(3)}$ .

Pochodne energii potencjalnej odkształcenia sprężystego względem współrzędnych uogólnionych  $\tilde{\mathbf{q}}^{(3,i)}$  mają zatem postać:

$$\frac{\partial V_{(3,i)}^s}{\partial \tilde{\mathbf{q}}^{(3,i)}} = \mathbf{C}^{(3,i)} \tilde{\mathbf{q}}^{(3,i)} = c_i^{(3)} \phi_y^{(3,i)}. \quad (5.40)$$

Jeśli w est(3,i) uwzględnimy dysypację energii to:

$$D_{(3,i)} = \frac{1}{2} b_{i,y}^{(3)} [\dot{\phi}_y^{(3,i)}]^2 = \frac{1}{2} b_i^{(3)} [\dot{\tilde{q}}^{(3,i)}]^2, \quad (5.41)$$

gdzie  $b_i^{(3)}$  to współczynnik tłumienia est<sup>(3,i)</sup>.

Dalej otrzymujemy:

$$D_{(3,i)} = \frac{1}{2} \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(3,i)T} \mathbf{B}^{(3,i)} \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(3,i)}, \quad (5.42)$$

gdzie  $\mathbf{B}^{(3,i)} = b_i^{(3)}$ ,

a następnie:

$$\frac{\partial D_{(3,i)}}{\partial \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(3,i)}} = \mathbf{B}^{(3,i)} \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(3,i)} = b_i^{(3)} \dot{\phi}_y^{(3,i)}. \quad (5.43)$$

### 5.3.5 Wysięgnik

Przy modelowaniu wysięgnika zmodyfikowaną metodą sztywnych elementów skończonych uwzględniono drgania giętne w dwóch prostopadłych płaszczyznach oraz drgania skrętne układu. W przeciwieństwie do kolumny i górnej części ostojnicy założono, że pomiędzy dolną częścią ostojnicy {2} a ses(4,0) występuje połączenie obrotowe (rys. 5.8). Zatem, oznaczając kąt pochylenia wysięgnika przez  $\psi$ , otrzymuje się następującą postać macierz przekształcenia jednorodnego:

$${}_{(4,0)}^2 \mathbf{T} = \tilde{\mathbf{T}}^{(4,0)} = \begin{bmatrix} c\psi & 0 & s\psi & x_{org}^{(4)} \\ 0 & 1 & 0 & y_{org}^{(4)} \\ -s\psi & 0 & c\psi & z_{org}^{(4)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.44)$$

Macierze przekształceń jednorodnych, dla kolejnych sztywnych elementów podukładu 4 (wysięgніка) można zapisać:

$$\tilde{\mathbf{T}}^{(4,i)} = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_z^{(4,i)} & \varphi_y^{(4,i)} & l^{(4,i-1)} \\ \varphi_z^{(4,i)} & 1 & -\varphi_x^{(4,i)} & 0 \\ -\varphi_y^{(4,i)} & \varphi_x^{(4,i)} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i=1, \dots, nFl[4], \quad (5.45)$$

gdzie  $nFl[4]+1$  oznacza liczbę sztywnych elementów, na którą podzielono wysięgnik.

Dla wysięgnika zdefiniowano następujące wektory współrzędnych uogólnionych:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\mathbf{q}}^{(4,0)} = [\psi] = [\varphi_y^{(4,0)}] \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(4,i)} = [\varphi_x^{(4,i)} \quad \varphi_y^{(4,i)} \quad \varphi_z^{(4,i)}]^T \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(4,nFl[4])} = [\varphi_x^{(4,nFl[4])} \quad \varphi_y^{(4,nFl[4])} \quad \varphi_z^{(4,nFl[4])}]^T \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \text{-- wektory współrzędnych} \\ \text{podatnych,} \\ \\ \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{q}^{(4,0)} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(2)} \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(4,0)} \end{bmatrix} = [q_1^{(4,0)} \quad \dots \quad q_{\dim kg[2]+1}^{(4,0)}]^T \\ \vdots \\ \mathbf{q}^{(4,i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(2)} \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(4,0)} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(4,i)} \end{bmatrix} = [q_1^{(4,i)} \quad \dots \quad q_{3i+\dim kg[2]+1}^{(4,i)}]^T \\ \vdots \\ \mathbf{q}^{(4,nFl[4])} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(2)} \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(4,0)} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(4,nFl[4])} \end{bmatrix} = [q_1^{(4,nFl[4])} \quad \dots \quad q_{3nFl[4]+\dim kg[2]+1}^{(4,nFl[4])}]^T \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \\ \\ \text{-- wektory współrzędnych} \\ \text{określających położenie} \\ \text{sztywnych elementów} \\ \text{względem układu bazowego.} \end{array}$$

Energia kinetyczna wysięgnika wynosi:

$$E_4 = \sum_{i=0}^{nFl[4]} E_{4,i}, \quad (5.46)$$

gdzie:

$$E_{4,i} = \frac{1}{2} tr \left\{ \dot{\mathbf{T}}^{(4,i)} \mathbf{H}^{(4,i)} \dot{\mathbf{T}}^{(4,i)T} \right\},$$

$$\mathbf{H}^{(4,i)} = \begin{bmatrix} J_{\tilde{Y}\tilde{Z}}^{(4,i)} & J_{\tilde{X}\tilde{Y}}^{(4,i)} & J_{\tilde{X}\tilde{Z}}^{(4,i)} & J_{\tilde{X}}^{(4,i)} \\ J_{\tilde{X}\tilde{Y}}^{(4,i)} & J_{\tilde{X}\tilde{Z}}^{(4,i)} & J_{\tilde{Y}\tilde{Z}}^{(4,i)} & J_{\tilde{Y}}^{(4,i)} \\ J_{\tilde{X}\tilde{Z}}^{(4,i)} & J_{\tilde{Y}\tilde{Z}}^{(4,i)} & J_{\tilde{X}\tilde{Y}}^{(4,i)} & J_{\tilde{Z}}^{(4,i)} \\ J_{\tilde{X}}^{(4,i)} & J_{\tilde{Y}}^{(4,i)} & J_{\tilde{Z}}^{(4,i)} & m^{(4,i)} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{macierz bezwładności sztywnego elementu} \\ (4,i) \text{ określona w jego własnym układzie} \\ \text{współrzędnych -- elementy macierzy} \\ \text{analogiczne do (5.13),} \end{array}$$

$$\mathbf{T}^{(4,0)} = \mathbf{T}^{(2)} \tilde{\mathbf{T}}^{(4,0)},$$

$$\mathbf{T}^{(4,i)} = \mathbf{T}^{(4,i-1)} \tilde{\mathbf{T}}^{(4,i)} \quad \text{dla } i=1, \dots, nFl[4],$$

$$\mathbf{T}^{(2)} \text{ -- określone w (5.28),}$$

$\tilde{\mathbf{T}}^{(4,0)}$  – określone w (5.44),

$\tilde{\mathbf{T}}^{(4,i)}$  – określone w (5.45).

Operatory Lagrange’a można przedstawić jako:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{q}^{(4,i)}}(E_{4,i}) = \mathbf{A}^{(4,i)} \ddot{\mathbf{q}}^{(4,i)} + \mathbf{e}^{(4,i)}, \quad (5.47)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{(4,i)} &= \left( a_{k,j}^{(4,i)} \right)_{k,j=1..n_4} = \text{tr} \left\{ \mathbf{T}_k^{(4,i)} \mathbf{H}^{(4,i)} \mathbf{T}_j^{(4,i)T} \right\}, \\ \mathbf{e}^{(4,i)} &= \left( e_k^{(4,i)} \right)_{k=1..n_4} = \sum_{j=1}^{n_4} \sum_{l=1}^{n_4} \text{tr} \left\{ \mathbf{T}_k^{(4,i)} \mathbf{H}^{(4,i)} \mathbf{T}_{j,l}^{(4,i)} \right\} \dot{q}_j^{(4,i)} \dot{q}_l^{(4,i)} + \\ &\quad + \text{tr} \left\{ \mathbf{T}_k^{(4,i)} \mathbf{H}^{(4,i)} \left[ {}^0_A \ddot{\mathbf{T}} \bar{\mathbf{T}}^{(4,i)} + 2 {}^0_A \dot{\mathbf{T}} \dot{\bar{\mathbf{T}}}^{(4,i)} \right]^T \right\}, \end{aligned}$$

$$\bar{\mathbf{T}}^{(4,i)} = \bar{\mathbf{T}}^{(2)} \prod_{j=0}^i \tilde{\mathbf{T}}^{(4,j)} \quad \text{dla } i=0, \dots, nFl[4],$$

$$n_4 = \dim kg[2] + 3nFl[4] + 1$$

$$\mathbf{T}_k^{(4,i)} = \frac{\partial \mathbf{T}^{(4,i)}}{\partial q_k^{(4,i)}},$$

$$\mathbf{T}_{j,l}^{(4,i)} = \frac{\partial}{\partial q_j^{(4,i)}} \left( \frac{\partial \mathbf{T}^{(4,i)}}{\partial q_l^{(4,i)}} \right).$$

Energia potencjalna sił ciężkości sztywnych elementów wysięgnika określona jest za pomocą związków:

$$V_{(4,i)}^g = m^{(4,i)} g \boldsymbol{\theta}_3 \mathbf{T}^{(4,i)} \tilde{\mathbf{r}}_C^{(4,i)}, \quad \text{dla } i=0, \dots, nFl[4] \quad (5.48)$$

gdzie:

$m^{(4,i)}$  – masa sztywnego elementu (4,i),

$\mathbf{T}^{(4,i)}$  – zdefiniowane w (5.46),

$\tilde{\mathbf{r}}_C^{(4,i)}$  – wektor pozycji środka masy elementu (4,i) wyrażony w jego własnym układzie współrzędnych, tj. układzie {4,i}.

Pochodne energii potencjalnej sił ciężkości można zapisać w postaci wektorowej:

$$\frac{\partial V_{(4,i)}^g}{\partial \mathbf{q}^{(4,i)}} = \mathbf{G}^{(4,i)}, \quad (5.49)$$

gdzie:

$$\mathbf{G}^{(4,i)} = \left( g_k^{(4,i)} \right)_{k=1..n_4},$$

$$g_k^{(4,i)} = m^{(4,i)} g \boldsymbol{\theta}_3 \mathbf{T}_k^{(4,i)} \tilde{\mathbf{r}}_C^{(4,i)}.$$



Energia potencjalna odkształcenia sprężystego  $est(4,i)$  wynosi:

$$V_{(4,i)}^s = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 c_{i,j}^{(4)} [\tilde{q}_j^{(4,i)}]^T \quad \text{dla } i=1, \dots, nFl[4], \quad (5.50)$$

gdzie  $c_{i,j}^{(4)}$  to współczynniki sztywności rotacyjnej  $est(4,i)$ , odpowiednio dla obrotu wokół osi  ${}^{(4,i)}X, {}^{(4,i)}Y, {}^{(4,i)}Z$ .

co można zapisać w postaci wektorowej:

$$V_{(4,i)}^s = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}^{(4,i)T} \mathbf{C}^{(4,i)} \tilde{\mathbf{q}}^{(4,i)}, \quad (5.51)$$

$$\text{gdzie } \mathbf{C}^{(4,i)} = \begin{bmatrix} c_{i,1}^{(4)} & 0 & 0 \\ 0 & c_{i,2}^{(4)} & 0 \\ 0 & 0 & c_{i,3}^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{i,x}^{(4)} & 0 & 0 \\ 0 & c_{i,y}^{(4)} & 0 \\ 0 & 0 & c_{i,z}^{(4)} \end{bmatrix}.$$

Pochodne energii potencjalnej odkształcenia sprężystego względem współrzędnych uogólnionych  $\tilde{\mathbf{q}}^{(4,i)}$  mają zatem postać:

$$\frac{\partial V_{(4,i)}^s}{\partial \tilde{\mathbf{q}}^{(4,i)}} = \mathbf{C}^{(4,i)} \tilde{\mathbf{q}}^{(4,i)}. \quad (5.52)$$

Jeśli w  $est^{(4,i)}$  występuje dysypacja energii to:

$$D_{(4,i)} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 b_{i,j}^{(4)} [\dot{\tilde{q}}_j^{(4,i)}]^2 \quad \text{dla } i=1, \dots, nFl[4], \quad (5.53)$$

gdzie  $b_{i,j}^{(4)}$  to współczynniki tłumienia  $est^{(4,i)}$ , odpowiednio dla obrotu wokół osi  ${}^{(4,i)}X, {}^{(4,i)}Y, {}^{(4,i)}Z$ .

Stąd otrzymujemy:

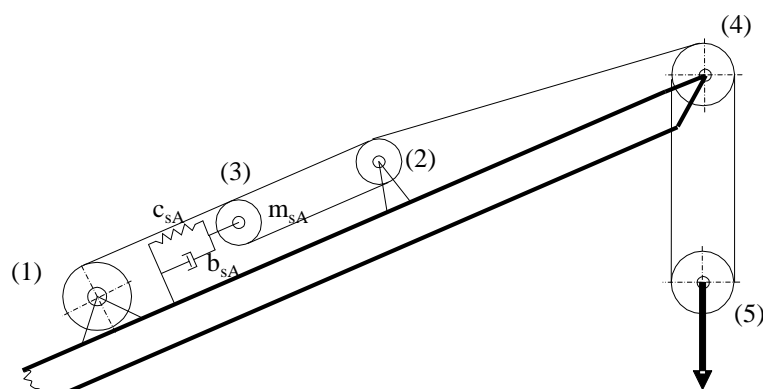
$$D_{(4,i)} = \frac{1}{2} \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(4,i)T} \mathbf{B}^{(4,i)} \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(4,i)}, \quad (5.54)$$

$$\text{gdzie } \mathbf{B}^{(4,i)} = \begin{bmatrix} b_{i,x}^{(4)} & 0 & 0 \\ 0 & b_{i,y}^{(4)} & 0 \\ 0 & 0 & b_{i,z}^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{i,1}^{(4)} & 0 & 0 \\ 0 & b_{i,2}^{(4)} & 0 \\ 0 & 0 & b_{i,3}^{(4)} \end{bmatrix},$$

a następnie:

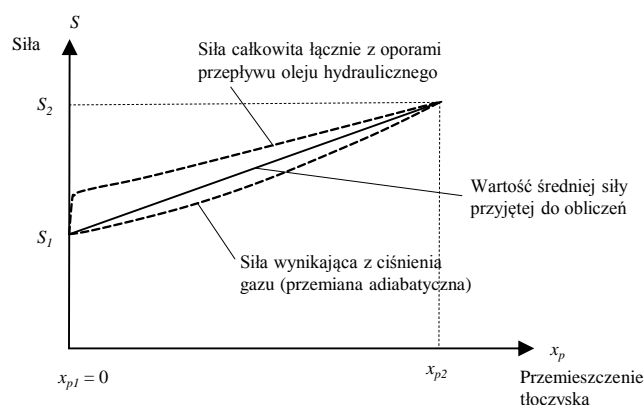
$$\frac{\partial D_{(4,i)}}{\partial \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(4,i)}} = \mathbf{B}^{(4,i)} \dot{\tilde{\mathbf{q}}}^{(4,i)}. \quad (5.55)$$

### 5.3.6 Shock absorber



Rys. 5.9 Model shock absorbera

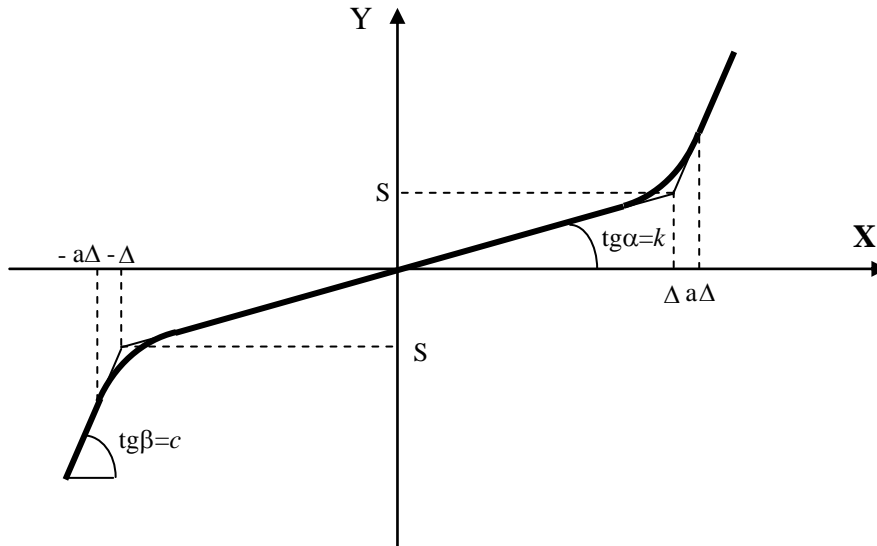
Z uwagi na planowane analizy, shock absorber stanowi bardzo istotny element modelu żurawia. Jego schemat przedstawiono na rys. 5.9. Zasadniczym elementem modelu shock absorbera jest krążek (3) o masie  $m_{SA}$  zamocowany do wysięgnika poprzez równoległy układ sprężyna-tłumik. Ruch postępowy krążka (3) możliwy jest tylko wzdłuż podłużnej osi wysięgnika. Masa krążka (3) jest powiększona o ruchome części siłownika hydraulicznego, będącego elementem shock absorbera.



Rys. 5.10 Charakterystyka typowego shock absorbera

Przybliżona charakterystyka typowego shock absorbera jest przedstawiona na wykresie z rys. 5.10. Posiada ona nieciągłą pierwszą pochodną dla  $x_p=0$  oraz  $x_p=x_{p2}$  co jest niekorzystne z punktu widzenia obliczeń numerycznych. Dlatego też w prezentowanym modelu przewidziano możliwość zastosowania także innej charakterystyki, którą nazwano charakterystyką typu N i przedstawiono na rys. 5.11. Charakterystyka elementu sprężystego  $c_{SA} = c_{SA}(x)$  z rys. 5.11 nie uwzględnienia warunków jego zamocowania, które zostaną uwzględnione później. Może ona zostać opisana związkami:

$$y = \begin{cases} S + c(x - \Delta) & \text{dla } x \geq a\Delta \\ kx + \alpha x^2 e^{\beta x} & \text{dla } 0 \leq x < a\Delta \\ -S + c(x - \Delta) & \text{dla } x \leq -a\Delta \\ kx - \alpha x^2 e^{-\beta x} & \text{dla } -a\Delta < x < 0 \end{cases} \quad (5.60)$$



Rys. 5.11 Charakterystyka typu „N” elementu sprężystego  $c_{SA}=c_{SA}(x)$

Dobierając odpowiednio wartości parametrów  $\alpha$  i  $\beta$  uzyskuje się gładkie przejście krzywych w punkcie  $x=a\Delta$  (oraz  $x=-a\Delta$ ). Muszą być przy tym spełnione warunki:

$$k \cdot a\Delta + \alpha \cdot (a\Delta)^2 e^{\beta a\Delta} = S + c(a\Delta - \Delta) = k\Delta + c(a-1)\Delta, \quad (5.61.1)$$

$$k + 2\alpha a\Delta e^{\beta a\Delta} + \alpha a^2 \Delta^2 \beta e^{\beta a\Delta} = c. \quad (5.61.2)$$

Drugi warunek dotyczy oczywiście równości pierwszej pochodnej na granicy przedziałów. Z równania (5.61.1) otrzymujemy:

$$\alpha^2 e^{\beta a\Delta} = \frac{(a-1)(c-k)}{a^2 \Delta} \quad (5.62)$$

i wówczas z (5.61.2):

$$\beta = \frac{2-a}{a\Delta(a-1)} \quad (5.63)$$

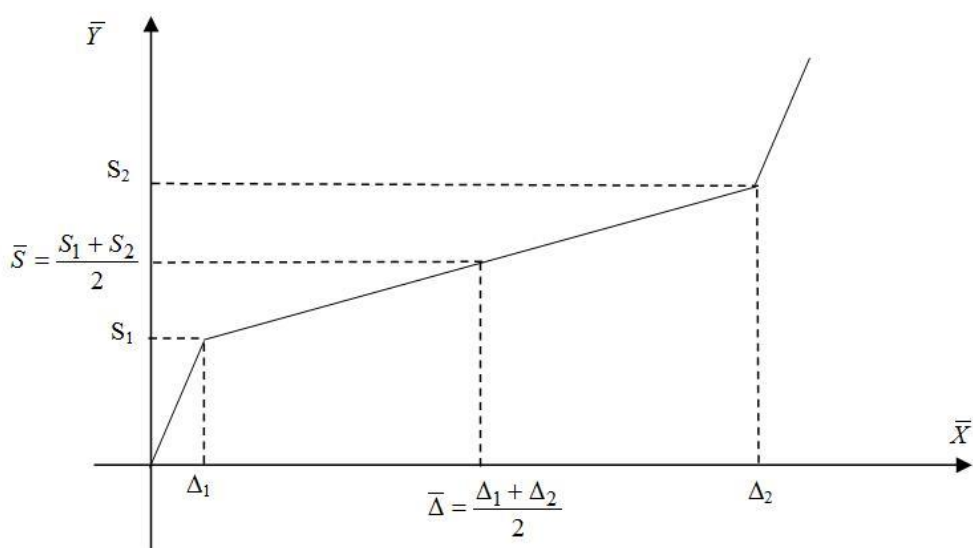
Parametr  $\alpha$  obliczyć można z zależności:

$$\alpha = \sqrt{\frac{(a-1)(c-k)}{a^2 \Delta e^{\beta a\Delta}}}. \quad (5.64)$$

Shock absorber jest tak skonstruowany, że działa tylko w jednym kierunku. Do wartości siły w linii  $S_1$  jest elementem o bardzo dużej sztywności, w granicach sił  $S_1$  do  $S_2$  jego sztywność maleje (shock absorber jest „czynny”), natomiast po przekroczeniu siły  $S_2$  jego sztywność znów znacznie wzrasta. Jeśli siła w linii jest zerowa to siła w shock absorberze także wynosi zero, podobnie jak przemieszczenie krążka shock absorbera (przemieszczenie to nie może być ujemne). W związku z tym charakterystyka elementu sprężystego z poprzedniego rysunku musi być odpowiednio przeskalowana do postaci przedstawionej na rys. 5.12.

Działanie shock absorbera jest więc zdefiniowane poprzez następujące wielkości:

- $S_1$  – minimalna siła, przy której zaczyna pracować shock absorber (jego część hydrauliczna),  
 $S_2$  – maksymalna siła, do której pracuje shock absorber (część hydrauliczna),  
 $\Delta_1$  – przemieszczenie krążka shock absorbera odpowiadające sile  $S_1$ ,  
 $\Delta_2$  – przemieszczenie krążka shock absorbera odpowiadające sile  $S_2$ ,  
 $a$  – parametr określający, w którym punkcie część krzywoliniowa charakterystyki przechodzi w część prostoliniową, przy czym  $a > 1$  (rys. 5.11),  
 $\alpha, \beta$  – parametry definiujące kształt charakterystyki opisanej związkami (5.60),  
 $b_{SA}$  – współczynnik tłumienia wiskotycznego.



Rys. 5.12 Charakterystyka shock absorbera

Z rys. 5.12 łatwo odczytać, że stałe  $c$  i  $k$  z (5.60) są określone poprzez:

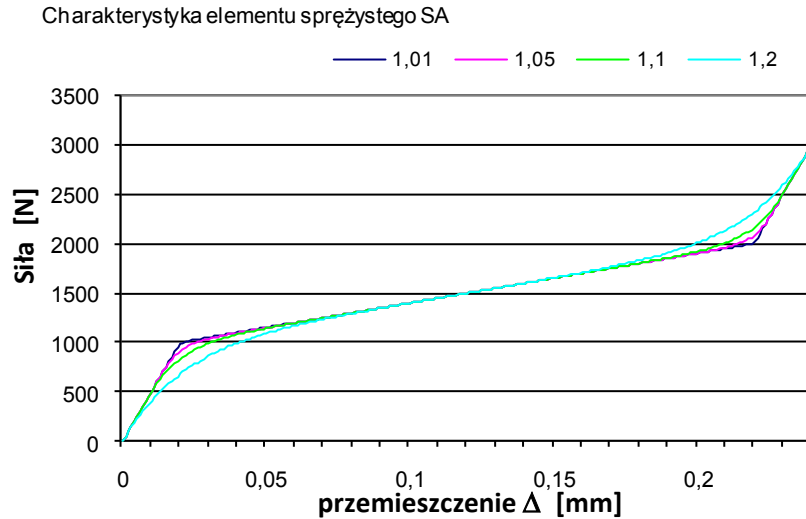
$$c = \frac{S_1}{\Delta_1}, \quad (5.65.1)$$

$$k = \frac{S_2 - S_1}{\Delta_2 - \Delta_1}, \quad (5.65.2)$$

a wartości  $x$  i  $y$ , które należy przyjąć we wcześniejszych wzorach (5.60), zawiązanych z elementem sprężystym, są wyznaczane jako:

$$\begin{cases} y = \bar{y} - \bar{S} \\ x = \bar{x} - \bar{\Delta} \end{cases} \quad (5.66)$$

Na rys. 5.13 przedstawiono przykładowe charakterystyki elementu sprężystego, określonego powyższymi zależnościami, dla różnych wartości parametru  $a$ .



Rys. 5.13 Charakterystyki elementu sprężystego dla różnych wartości parametru  $a$

Przy układaniu równań ruchu shock absorbera pominięto człon  $m_{SA} g$  pochodzący od sił ciężkości, otrzymując:

$$m_{SA} \ddot{\bar{x}} + b_{SA} \dot{\bar{x}} + c_{SA}(x) \bar{x} = 2S_L, \quad (5.67)$$

gdzie:

$b_{SA}$  – współczynnik tłumienia shock absorbera,

$S_L$  – siła w linie podnoszenia.

### 5.3.7 Układ lin podnoszenia

Schemat układu lin podnoszenia przedstawiono na rys. 5.9. Założono, że ładunek i zblocze modelowane są w postaci jednego punktu materialnego (5). Wyznaczenie energii odkształcenia sprężystego układu linowego i ewentualnej dysypacji energii wymaga wyznaczenia zmiany długości liny oraz jej prędkości. Niezbędne jest, zatem określenie położenia i prędkości charakterystycznych punktów układu linowego. Aby obliczyć względną zmianę wzajemnego położenia tych punktów należy wyrazić je w jednym układzie współrzędnych. Nie musi to być układ  $\{0\}$ . Ponieważ jednak punkty (1), (2), (3) i (4) związane są z wysięgnikiem, natomiast punkt (5) wyrażony jest bezpośrednio w układzie globalnym, więc w tym układzie będziemy przeprowadzać obliczenia. Wprowadźmy zatem następujące wektory pozycji:

$\tilde{\mathbf{r}}_{(i)}^{(4,j)}$  – wektor pozycji punktu  $(i)$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) określony w układzie współrzędnych  $\{4,j\}$  ( $j$  numer ses wysięgnika, z którym związany jest punkty  $(i)$ ),

$\mathbf{r}_{(i)}$  – wektor pozycji punktu  $(i)$  ( $i = 1, \dots, 5$ ) układu linowego określony w układzie współrzędnych  $\{0\}$ .

Czteroelementowym wektorom pozycji  $\tilde{\mathbf{r}}_{(i)}^{(4,j)}$  oraz  $\mathbf{r}_{(i)}$  odpowiadają trójelementowe wektory współrzędnych  $\tilde{\mathbf{q}}_{(i)}^{(4,j)} = [x_{(i)}^{(4,j)} \quad y_{(i)}^{(4,j)} \quad z_{(i)}^{(4,j)}]^T$  i  $\mathbf{q}_{(i)} = [x_{(i)} \quad y_{(i)} \quad z_{(i)}]^T = [q_{(i),1} \quad q_{(i),2} \quad q_{(i),3}]^T$ .

Dla punktu  $(i)$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) zachodzi:

$$\mathbf{r}_{(i)} = \mathbf{T}^{(4,j)} \tilde{\mathbf{r}}_{(i)}^{(4,j)}. \quad (5.68)$$

Energię potencjalną odkształcenia sprężystego i funkcję dysypacji energii liny nośnej można przedstawić za pomocą związków:

$$V_6^s = \frac{1}{2} \delta^{(6)} c^{(6)} \Delta_6^2, \quad (5.69.1)$$

$$D_6 = \frac{1}{2} \delta^{(6)} b^{(6)} \dot{\Delta}_6^2, \quad (5.69.2)$$

gdzie:

$$\delta^{(6)} = \begin{cases} 0 & \text{gdy } \Delta_6 \leq 0 \\ 1 & \text{gdy } \Delta_6 > 0 \end{cases},$$

$\Delta_6$  – wydłużenie liny nośnej (podukładu 6 żurawia),

$c^{(6)}, b^{(6)}$  – odpowiednio, współczynnik sztywności i tłumienia liny układu zmiany wysięgu.

Z uwagi na możliwość znacznej zmiany czynnej długości liny nośnej w trakcie pracy żurawia współczynnik sztywności liny wyliczany jest jako:

$$c^{(6)} = \frac{E_6 F_6}{L_{6,0} - \alpha_{(6)} r_{(6)}}, \quad (5.70)$$

gdzie:

$L_{6,0} = L_{1-2,0} + L_{2-3,0} + L_{3-4,0} + i_6 L_{4-5,0}$  – początkowa długości liny podnoszenia,

$L_{kj,0}$  – początkowe długości odcinków  $k$ -j liny,

$i_6$  – przełożenie układu podnoszenia,

$E_6$  – moduł Younga materiału liny,

$F_6$  – przekrój poprzeczny liny,

$\alpha_{(6)}$  – kąt obrotu bębna wciągarki układu podnoszenia,

$r_{(6)}$  – promień bębna wciągarki układu podnoszenia.

Wydłużenie liny podnoszenia wyznaczyć można z zależności:

$$\Delta_6 = L_{1-2} + L_{2-3} + L_{3-4} + i_6 \cdot L_{4-5} - L_{6,0} + \alpha_{(6)} r_{(6)}. \quad (5.71)$$

Długości poszczególnych odcinków liny określa ogólny związek:

$$L_{i-j}^2 = (\mathbf{r}_{(j)} - \mathbf{r}_{(i)})^T (\mathbf{r}_{(j)} - \mathbf{r}_{(i)}). \quad (5.72)$$

Przy wyznaczaniu pochodnych związku (5.69.1) należy uwzględnić zarówno współrzędne  $\mathbf{q}^{(4,k)}$ , współrzędne  $\mathbf{q}^{(L)} = [x^{(L)} \ y^{(L)} \ z^{(L)}]^T = [q_1^{(L)} \ q_2^{(L)} \ q_3^{(L)}]^T$  ładunku określone w układzie inercyjnym  $\{0\}$ , jak i kąt obrotu bębna wciągarki  $\alpha_{(6)}$ :

– pochodne względem współrzędnych  $\mathbf{q}^{(4,k)}$

$$\frac{\partial V_6^s}{\partial q_i^{(4,j)}} = \delta^{(6)} c^{(6)} \Delta_6 \left( \frac{\partial L_{1-2}}{\partial q_i^{(4,j)}} + \frac{\partial L_{1-3}}{\partial q_i^{(4,j)}} + \frac{\partial L_{3-4}}{\partial q_i^{(4,j)}} + i_6 \frac{\partial L_{4-5}}{\partial q_i^{(4,j)}} \right), \quad i = 1, \dots, 3j + \dim kg[2] + 1, \quad (5.73)$$

gdzie  $j$  oznacza nr ses wysięgnika, z którym związany jest krążek (4).  $j$  nie może zatem przekraczać wartości  $n_4$  zdefiniowanej w (5.47);

– pochodne względem współrzędnych  $\mathbf{q}^{(L)}$

$$\frac{\partial V_6^s}{\partial q_i^{(L)}} = \delta^{(6)} c^{(6)} \Delta_6 i_6 \frac{\partial L_{4-5}}{\partial q_i^{(L)}}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (5.74)$$

– pochodne względem współrzędnej określającej obrót bębna wciągarki liny nośnej

$$\frac{\partial V_6^s}{\partial \alpha_{(6)}} = \delta^{(6)} c^{(6)} \Delta_6 r_{(6)}. \quad (5.75)$$

W równaniach (5.73) i (5.74) występują pochodne postaci  $\frac{\partial L_{i-j}}{\partial q_k}$ . Przy ich wyliczaniu można skorzystać z zależności:

$$\frac{\partial L_{i-j}^2}{\partial q_k} = 2L_{i-j} \frac{\partial L_{i-j}}{\partial q_k} \Rightarrow \frac{\partial L_{i-j}}{\partial q_k} = \frac{1}{2L_{i-j}} \frac{\partial L_{i-j}^2}{\partial q_k}. \quad (5.76)$$

Z (5.72) wynika, że:

$$\frac{\partial L_{i-j}^2}{\partial q_k} = 2(\mathbf{r}_{(j)} - \mathbf{r}_{(i)})^T \frac{\partial}{\partial q_k} (\mathbf{r}_{(j)} - \mathbf{r}_{(i)}). \quad (5.77)$$

Na tej podstawie otrzymuje się:

$$\frac{\partial L_{i-j}}{\partial q_k} = \frac{1}{L_{i-j}} (\mathbf{r}_{(j)} - \mathbf{r}_{(i)})^T \frac{\partial}{\partial q_k} [\mathbf{r}_{(j)} - \mathbf{r}_{(i)}]. \quad (5.78)$$

Wyznaczenie funkcji dysypacji energii (5.69.2) oraz jej pochodnych wymaga wcześniejszego wyznaczenia prędkości wzdłużnego odkształcania się liny  $\dot{\Delta}_6$ . Z (5.71) wynika:

$$\dot{\Delta}_6 = \dot{L}_{1-2} + \dot{L}_{2-3} + \dot{L}_{3-4} + i_6 \dot{L}_{4-5} + \dot{\alpha}_{(6)} r_{(6)}. \quad (5.79)$$



Różniczkując (5.72) względem czasu otrzymuje się:

$$2 L_{i-j} \dot{L}_{i-j} = 2(\mathbf{v}_{(j)} - \mathbf{v}_{(i)})^T (\mathbf{r}_{(j)} - \mathbf{r}_{(i)}), \quad (5.80)$$

gdzie  $\mathbf{v}_{(i)}$  oznacza prędkość liniową punktu  $(i)$ .

Stąd:

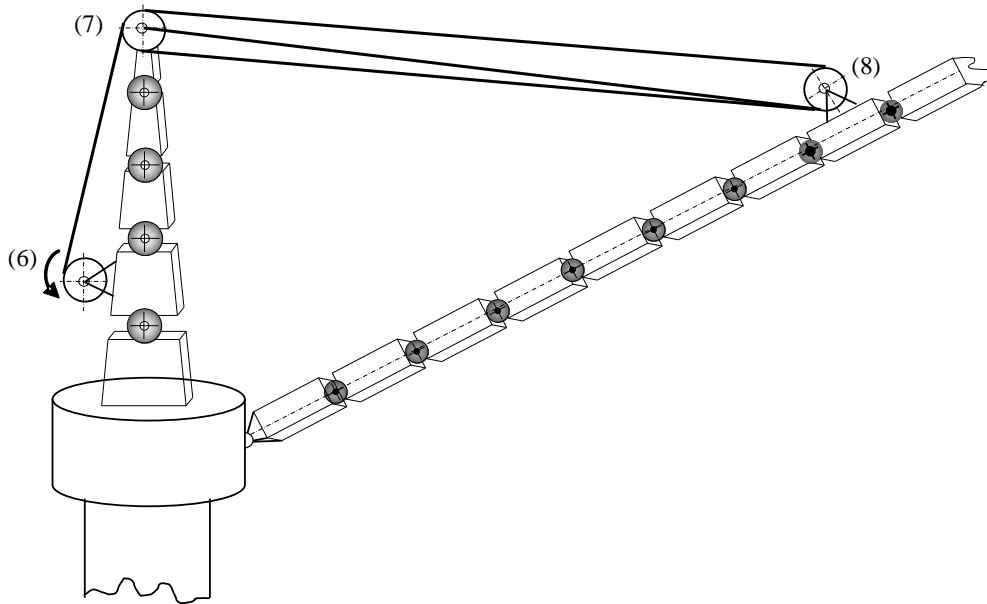
$$\dot{L}_{i-j} = \frac{1}{L_{i-j}} (\mathbf{v}_{(j)} - \mathbf{v}_{(i)})^T (\mathbf{r}_{(j)} - \mathbf{r}_{(i)}). \quad (5.81)$$

Potrzebne pochodne wyrażenia (5.68.2) można zapisać jako:

$$\frac{\partial D_6}{\partial q} = \delta^{(6)} b^{(6)} \dot{\Delta}_6 \frac{\partial \dot{\Delta}_6}{\partial q}. \quad (5.82)$$

Także w tym przypadku przy wyznaczaniu stosownych pochodnych należy uwzględnić pochodne cząstkowe względem współrzędnych  $\mathbf{q}^{(4k)}$ ,  $\mathbf{q}^{(L)}$  oraz kąta obrotu bębna wciągarki  $\alpha_{(6)}$ .

### 5.3.8 Układ linowy zmiany wysięgu



Rys. 5.14 Układ linowy zmiany wysięgu

Schemat linowy układu zmiany wysięgu przedstawiono na rys. 5.14. W modelu przyjęto, że miejsce mocowania wciągarki (punkt (6)) oraz pierwszego układu wielokrążków (7) znajdują się na górnej części ostojnicy, natomiast drugi układ wielokrążków na wysięgniku (8). Podobnie jak w przypadku układu lin nośnych, współrzędne tych punktów należy wyrazić we wspólnym układzie współrzędnych. Ze względów numerycznych wygodnie jest przyjąć układ  $\{2\}$ , co uwolni nas od wyznaczania pochodnych cząstkowych

związanych ze współrzędnymi będącymi elementami wektora  $\mathbf{q}^{(2)}$ , a które wynoszą 0. Wprowadźmy więc następujące wektory współrzędnych:

$$\left\{ \begin{array}{l} {}^{(2)}\mathbf{q}^{(3,1)} = [\tilde{\mathbf{q}}^{(3,0)}] \\ \vdots \\ {}^{(2)}\mathbf{q}^{(3,i)} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}^{(3,0)} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(3,i)} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ {}^{(2)}\mathbf{q}^{(3,nFI[3])} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}^{(3,1)} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(3,nFI[3])} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{– wektory współrzędnych ses-ów górnej części} \\ \text{ostojnicy wyrażonych w układzie} \\ \text{współrzędnych } \{2\}, \end{array}$$
  

$$\left\{ \begin{array}{l} {}^{(2)}\mathbf{q}^{(4,0)} = [\tilde{\mathbf{q}}^{(4,0)}] \\ \vdots \\ {}^{(2)}\mathbf{q}^{(4,i)} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}^{(4,0)} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(4,i)} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ {}^{(2)}\mathbf{q}^{(3,nFI[4])} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{q}}^{(4,0)} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{q}}^{(4,nFI[4])} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{– wektory współrzędnych ses-ów wysięgnika} \\ \text{wyrażonych w układzie współrzędnych } \{2\}. \end{array}$$

Odpowiednie wektory pozycji punktów można wyznaczyć jako:

$$\mathbf{r}_{(i)}^{(2)} = \prod_{k=0}^j \tilde{\mathbf{T}}^{(3,k)} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{(i)}^{(3,j)}, \quad i=6,7, \quad (5.83.1)$$

$$\mathbf{r}_{(8)}^{(2)} = \prod_{k=0}^n \tilde{\mathbf{T}}^{(4,k)} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{(8)}^{(4,n)}, \quad (5.83.2)$$

gdzie:

- $j$  – numer ses górnej części ostojnicy, na którym zamocowany jest odpowiednio punkt (6) lub (7),
- $n$  – numer ses wysięgnika, na którym zamocowana jest punkt (8),
- $\tilde{\mathbf{r}}_{(i)}^{(3,j)}$  – wektor pozycji punktu ( $i$ ) ( $i = 6,7$ ) określony w układzie współrzędnych ses(3, $j$ ),
- $\tilde{\mathbf{r}}_{(8)}^{(4,n)}$  – wektor pozycji punktu (8) określony w układzie współrzędnych ses(4, $n$ ),
- $\mathbf{r}_{(i)}^{(2)}$  – wektor pozycji punktu ( $i$ ) ( $i = 6,7,8$ ) określony w układzie współrzędnych  $\{2\}$ .

Energię potencjalną odkształcenia sprężystego i funkcję dysypacji energii lin układu zmiany wysięgu można przedstawić za pomocą związków:

$$V_7^s = \frac{1}{2} \delta^{(7)} c^{(7)} \Delta_7^2, \quad (5.84.1)$$

$$D_7 = \frac{1}{2} \delta^{(7)} b^{(7)} \dot{\Delta}_7^2, \quad (5.84.2)$$

gdzie:

$$\delta^{(7)} = \begin{cases} 0 & \text{gdy } \Delta_7 \leq 0 \\ 1 & \text{gdy } \Delta_7 > 0 \end{cases},$$

$\Delta_7$  – wydłużenie liny układu zmiany wysięgu,

$c^{(7)}, b^{(7)}$  – odpowiednio, współczynnik sztywności i tłumienia liny układu zmiany wysięgu.

W przeciwieństwie do liny nośnej, w przypadku liny układu zmiany wysięgu można założyć  $c^{(7)} = \text{const}$ . Potencjalna zmiana długości liny tego układu w trakcie pracy żurawia jest bowiem zdecydowanie mniejsza niż potencjalna zmiana długości liny nośnej. Oczywiście możliwe jest także uzależnienie  $c^{(5)}$  od długości liny.

Dalsze obliczenia związane z układem linowym zmiany wysięgu są analogiczne jak w rozdziale 5.3.7. Wydłużenie liny można zatem wyznaczyć z zależności:

$$\Delta_7 = L_{6-7} + L_{7-8} - L_{7,0} + \alpha_{(7)} r_{(7)} \quad (5.85)$$

gdzie:

$L_{7,0} = L_{6-7,0} + L_{7-8,0}$  – początkowa długości liny układu zmiany wysięgu,

$L_{k-j,0}$  – początkowe długości odcinków  $k-j$  liny,

$\alpha_{(7)}$  – kąt obrotu bębna wciągarki układu zmiany wysięgu,

$r_{(7)}$  – promień bębna wciągarki układu zmiany wysięgu,

$$L_{i-j}^2 = (\mathbf{r}_{(j)}^{(2)} - \mathbf{r}_{(i)}^{(2)})^T (\mathbf{r}_{(j)}^{(2)} - \mathbf{r}_{(i)}^{(2)}).$$

Tym razem, przy wyznaczaniu pochodnych związku (5.84.1) należy uwzględnić współrzędne  $^{(2)}\mathbf{q}^{(3,j)}$  ( $j$  to numer ses związanego z punktem (7)),  $^{(2)}\mathbf{q}^{(4,n)}$  oraz kąt obrotu bębna wciągarki  $\alpha_{(7)}$  otrzymując:

- pochodne względem współrzędnych  $^{(2)}\mathbf{q}^{(3,j)}$

$$\frac{\partial V_7^s}{\partial ^{(2)}q_i^{(3,j)}} = \delta^{(7)} c^{(7)} \Delta_7 \left( \frac{\partial L_{6-7}}{\partial ^{(2)}q_i^{(3,j)}} + \frac{\partial L_{7-8}}{\partial ^{(2)}q_i^{(3,j)}} \right) \quad i = 1, \dots, j, \quad (5.86)$$

gdzie  $j$  oznacza nr ses górnej części ostojnicy, z którym związany jest krążek (7).  $j$  nie może zatem przekraczać wartości  $n_3$  zdefiniowanej w (5.35).

- pochodne względem współrzędnych  ${}^{(2)}\mathbf{q}^{(4,n)}$

$$\frac{\partial V_7^s}{\partial {}^{(2)}q_i^{(4,n)}} = \delta^{(7)} c^{(7)} \Delta_7 \left( \frac{\partial L_{6-7}}{\partial {}^{(2)}q_i^{(4,n)}} + \frac{\partial L_{7-8}}{\partial {}^{(2)}q_i^{(4,n)}} \right), \quad i=0,1,\dots,n, \quad (5.87)$$

gdzie  $n$  oznacza nr ses wysięgnika, z którym związany jest krążek (8).  $n$  nie może zatem przekraczać wartości  $n_4$  zdefiniowanej w (5.47).

- pochodne względem współrzędnej określającej obrót bębna wciągarki układu zmiany wysięgu:

$$\frac{\partial V_7^s}{\partial \alpha_{(7)}} = \delta^{(7)} c^{(7)} \Delta_7 r_{(7)}, \quad (5.88)$$

Także tutaj słuszny jest związek (5.78), który można zapisać:

$$\frac{\partial L_{i-j}}{\partial {}^{(2)}q_k} = \frac{1}{L_{i-j}} \left( {}^{(2)}\mathbf{r}_{(j)} - {}^{(2)}\mathbf{r}_{(i)} \right)^T \frac{\partial}{\partial {}^{(2)}q_k} \left[ {}^{(2)}\mathbf{r}_{(j)} - \mathbf{r}^{(2)}_{(i)} \right] \quad (5.89)$$

Potrzebne pochodne wyrażenia (5.84.2) można zapisać jako:

$$\frac{\partial D_7}{\partial q} = \delta^7 b^{(7)} \dot{\Delta}_7 \frac{\partial \dot{\Delta}_7}{\partial q}, \quad (5.90)$$

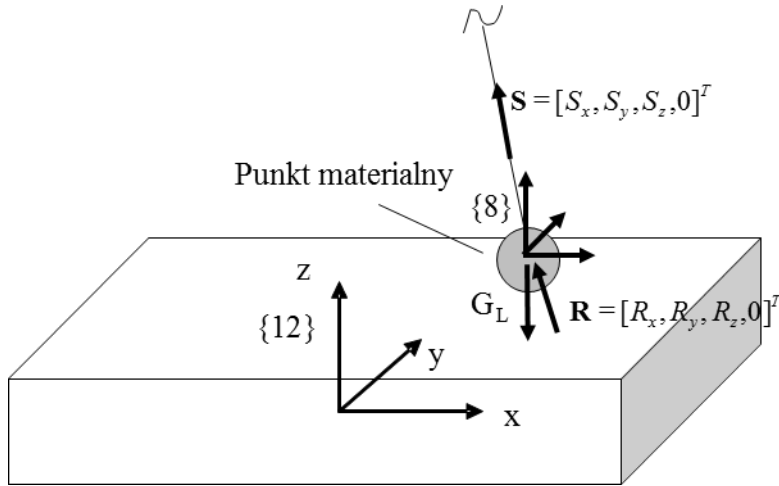
przy czym w trakcie ich wyznaczania należy uwzględnić współrzędne  ${}^{(2)}\mathbf{q}^{(3,j)}$  ( $j$  to numer ses związanego z punktem (7)),  ${}^{(2)}\mathbf{q}^{(4,n)}$  oraz kąt obrotu bębna wciągarki  $\alpha_{(7)}$ .

Prędkości wzdłużnego odkształcania się liny  $\dot{\Delta}_7$  określa związek:

$$\dot{\Delta}_7 = \dot{L}_{6-7} + \dot{L}_{7-8} + \dot{\alpha}_{(7)} r_{(7)}. \quad (5.91)$$

Równocześnie słuszna jest także zależność (5.81).

### 5.3.9 Ładunek



Rys. 5.15 Ładunek

Ładunek został zamodelowany jako punkt materialny, przy czym masa zbloca została dodana do masy ładunku. Wektor jego współrzędnych został już wcześniej zdefiniowany jako:

$$\mathbf{q}^{(L)} = [x^{(L)} \quad y^{(L)} \quad z^{(L)}]^T = [q_1^{(L)} \quad q_2^{(L)} \quad q_3^{(L)}]^T. \quad (5.92)$$

Energię kinetyczną i potencjalną ładunku określają zależności:

$$E_L = \frac{1}{2} m^{(L)} (\dot{x}_L^2 + \dot{y}_L^2 + \dot{z}_L^2), \quad (5.93)$$

$$V_L^g = m^{(L)} g z_L, \quad (5.94)$$

gdzie  $m^{(L)}$  oznacza masę ładunku.

Na tej podstawie można napisać:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{q}^{(L)}} = \mathbf{A}^{(L)} \cdot \ddot{\mathbf{q}}^{(L)}, \quad (5.95)$$

$$\frac{\partial V_L^g}{\partial \mathbf{q}^{(L)}} = [0 \quad 0 \quad m^{(L)} g]^T, \quad (5.96)$$

gdzie  $\mathbf{A}^{(L)} = \text{diag}[m^{(L)} \quad m^{(L)} \quad m^{(L)}]$ .

Na rys. (5.15)  $\mathbf{S} = [S_x \quad S_y \quad S_z \quad 0]^T$  oznacza siłę w linie,  $\mathbf{G}_L$  siłę ciężkości ładunku, a  $\mathbf{R} = [R_x \quad R_y \quad R_z \quad 0]^T$  siłę reakcji (układ współrzędnych związany jest z pokładem statku dostawczego). Rozpatrzono następujące przypadki:

1. ładunek znajduje się w powietrzu (wodzie) – nie pozostaje w kontakcie z pokładem statku dostawczego

$R_z \leq 0$  ładunek posiada trzy stopnie swobody, a równanie jego ruchu można zapisać w postaci:

$$\mathbf{A}^{(L)} \cdot \ddot{\mathbf{q}}^{(L)} + \frac{\partial V_L^g}{\partial \mathbf{q}^{(L)}} + \frac{\partial V_6^s}{\partial \mathbf{q}^{(L)}} + \frac{\partial D_6}{\partial \dot{\mathbf{q}}^{(L)}} = \mathbf{0}, \quad (5.97)$$

gdzie:

$\mathbf{A}^{(L)}$  – zdefiniowane w (5.95),

$\frac{\partial V_L^g}{\partial \mathbf{q}^{(L)}}$  – zdefiniowane w (5.96),

$\frac{\partial D_6}{\partial \dot{\mathbf{q}}^{(L)}}$  – zdefiniowane w (5.74),

$\frac{\partial D_6}{\partial \dot{\mathbf{q}}^{(L)}}$  – określone w (5.82).

- ładunek pozostaje nieruchomy na pokładzie statku dostawczego – przypadek ten dotyczy sytuacji gdy wypadkowa pozioma (równoległa do pokładu) reakcji działająca na ładunek jest mniejsza od siły tarcia. Jego współrzędne określone są przez ruch pokładu statku dostawczego (rozdział 5.3.11).

$$R_z > 0 \text{ i } \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \leq \mu R_z$$

- na skutek przymarznięcia, lub innej przyczyny, ładunek jest na stałe związany z pokładem statku dostawczego, także wtedy gdy  $R_z \leq 0$ . Jego współrzędne określone są stałe przez ruch pokładu statku dostawczego.

### 5.3.10 Układy napędowe żurawia

Z punktu widzenia planowanych analiz, układ napędowy bębna wciągarki układu podnoszenia ładunku jest najistotniejszy. Jego modelowanie przeprowadzono dwoma sposobami, to jest jako:

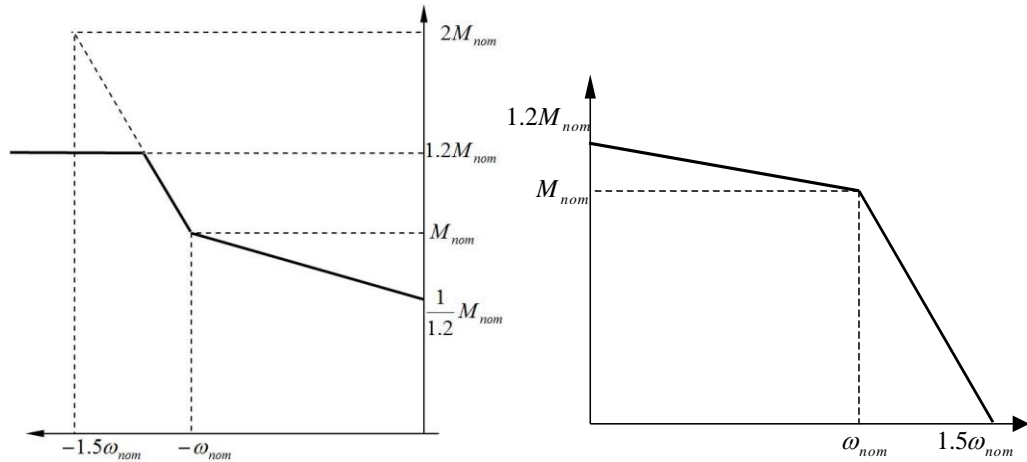
- Wymuszenia kinematyczne.

Zakłada się wówczas znajomość funkcji:

$$\alpha_{(6)} = \alpha_{(6)}(t) \quad (5.98)$$

- Wymuszenie siłowe realizowane momentem siły.

Wprowadzenie wymuszenia siłowego do równań ruchu sprowadza się do dodania po prawej stronie równania związanego z daną współrzędną uogólnioną siły lub momentu wymuszającego. Z uwagi na odpowiednie odwzorowanie cech rzeczywistego napędu ważny jest sposób zdefiniowania przebiegu siły (momentu) wymuszającej. Na podstawie analizy literatury [Osiński M. i inni, 2004] oraz doświadczenia pracowników firmy National Oilwell Varco przyjęto charakterystykę tego napędu jak na rys. 5.16.



Rys. 5.16 Charakterystyka wciągarki

Układy napędowe obrotu żurawia oraz bębna wciągarki układu zmiany wysięgu modelowane są jako wymuszenia kinematyczne. Zakłada się zatem znajomość funkcji:

$$\phi_z^{(2)} = \phi_z^{(2)}(t), \quad (5.99)$$

$$\alpha_{(7)} = \alpha_{(7)}(t) \quad (5.100)$$

i ich pochodnych.

W implementacji komputerowej przyjęto, że funkcje określające wymuszenie kinematyczne mogą być definiowane jako:

- w przedziałach liniowe,
- funkcje sklejane 3-go stopnia,
- funkcje sklejane 5-go stopnia (umożliwia to definiowanie żądanych prędkości i przyspieszeń na granicach przedziałów).

W przypadku wymuszenia ruchu bębna wciągarki podnoszenia momentem, formułowane jest dodatkowe równanie ruchu w postaci:

$$J_{(7)}\ddot{\alpha}_{(7)} = S_{(7)}r_{(7)}, \quad (5.101)$$

gdzie, odpowiednio:

$$\ddot{\alpha}_{(i)} = \ddot{\alpha}_{(i)}(t) \quad i = 6, 7,$$

$J_{(i)}$  – moment bezwładności bębna wciągarki układu podnoszenia,

$S_{(i)}$  – siła w układzie podnoszenia,

$r_{(i)}$  – promień bębna wciągarki układu podnoszenia.

### 5.3.11 Baza ładunku – pokład statku dostawczego

Ruch pokładu statku dostawczego stanowi bazę dla ładunku, na której ładunek może spoczywać, lub po której może się przesuwać (patrz rozdział 5.3.9), oczywiście w przypadku gdy znajduje się w fazie kontaktu z pokładem. Sposób modelowania ruchu bazy ładunku jest



przy tym analogiczny do przedstawionego w rozdziale 5.3.1 modelowania ruchu bazy żurawia. Przyjęto, że ruch ten, a zatem ruch układu {13} względem układu {0}, jest znany i określony funkcjami pseudoharmonicznymi:

$$\eta_i^{(13)} = \sum_{j=1}^{n_i^{(13)}} A_{i,j}^{(13)} \sin(\omega_{i,j}^{(13)} t + \varphi_{i,j}^{(13)}); \quad i=1,...,6, \quad (5.102.1)$$

gdzie:

$A_{i,j}^{(13)}, \omega_{i,j}^{(13)}, \varphi_{i,j}^{(13)}$  – odpowiednio, amplituda, częstość i kąt fazowy wymuszenia ruchu statku dostawczego,

$n_i^{(13)}$  – liczba harmoniczných szeregu,

lub funkcjami sklejanymi 3-go stopnia:

$$\eta_{ij}^{(13)} = \eta_{ij}^{(13)}(t) \Big|_{t \in \langle t_{j-1}, t_j \rangle} = a_j (t - t_{j-1})^3 + b_j (t - t_{j-1})^2 + c_j (t - t_{j-1}) + d_j; \quad i=1,...,6, \quad (5.102.2)$$

gdzie:

$$t_j = \frac{T}{n_\varphi} j, \quad j=0,1,...,n_\varphi,$$

$T$  – podstawowy czas ruchu bazy,

$n_\varphi$  – liczba przedziałów, na które podzielono czas  $T$ ,

$a_j, b_j, c_j, d_j$  – współczynniki

Stosując oznaczenia jak poprzednio, macierz przekształcenia jednorodnego z układu {13} do układu inercyjnego przyjmuje postać:

$$\mathbf{T}^{(13)} = \begin{bmatrix} c\varphi_z^{(13)}c\varphi_y^{(13)} & c\varphi_z^{(13)}s\varphi_y^{(13)}s\varphi_x^{(13)} - s\varphi_z^{(13)}c\varphi_x^{(13)} & c\varphi_z^{(13)}s\varphi_y^{(13)}c\varphi_x^{(13)} + s\varphi_z^{(13)}s\varphi_x^{(13)} & x_{org}^{(13)} \\ s\varphi_z^{(13)}c\varphi_y^{(13)} & s\varphi_z^{(13)}s\varphi_y^{(13)}s\varphi_x^{(13)} + c\varphi_z^{(13)}c\varphi_x^{(13)} & s\varphi_z^{(13)}s\varphi_y^{(13)}c\varphi_x^{(13)} - c\varphi_z^{(13)}s\varphi_x^{(13)} & y_{org}^{(13)} \\ -s\varphi_y^{(13)} & c\varphi_y^{(13)}s\varphi_x^{(13)} & c\varphi_y^{(13)}c\varphi_x^{(13)} & z_{org}^{(13)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.103)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} x_{org}^{(13)} &= x_{org}^{(13)}(t) = \eta_1^{(13)}, & y_{org}^{(13)} &= y_{org}^{(13)}(t) = \eta_2^{(13)}, & z_{org}^{(13)} &= z_{org}^{(13)}(t) = \eta_3^{(13)}, \\ \varphi_x^{(13)} &= \varphi_x^{(13)}(t) = \eta_4^{(13)}, & \varphi_y^{(13)} &= \varphi_y^{(13)}(t) = \eta_5^{(13)}, & \varphi_z^{(13)} &= \varphi_z^{(13)}(t) = \eta_6^{(13)}, \\ s\varphi^{(13)} &= \sin \varphi^{(13)}, & c\varphi^{(13)} &= \cos \varphi^{(13)}. \end{aligned}$$

### 5.3.12 Agregacja równań ruchu

Podstawiając do równań Lagrange'a (5.2) wyznaczone w poprzednich podrozdziałach pochodne, równanie ruchu całego żurawia można zapisać w postaci:

$$\mathbf{A} \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F} \quad (5.104)$$

gdzie:

$\mathbf{A}$  – macierz mas, której elementami są macierze określone w (5.16), (5.29), (5.35), (5.47) oraz (5.95),

- $\ddot{\mathbf{q}}$  – wektor przyspieszeń współrzędnych uogólnionych,
- $\mathbf{F}$  – wektor prawych stron, którego elementami są wyznaczone w poprzednich rozdziałach pochodne cząstkowe energii kinetycznej, potencjalnej sił ciężkości i sprężystości, pochodne cząstkowe funkcji dysypacji energii oraz człony pochodzące od wymuszeń.

Układ równań (5.104) rozwiązywany był w programie komputerowym metodą Newmarka ze stałym krokiem całkowania. Wcześniej jednak, w celu zdefiniowania warunków początkowych, należało rozwiązać powyższy układ przy założeniu, że  $\ddot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$ . Uzyskany układ równań algebraicznych rozwiązano metodą Newtona.

## 5.4 Modyfikacje modelu

Przedstawiony w poprzednich rozdziałach model żurawia offshore służyć ma do przeprowadzenia szybkich symulacji pracy urządzenia w różnych warunkach. Dzięki temu, konstruktor otrzyma narzędzie, które przydatne będzie na etapie ofertowania i prototypowania. Ponieważ, jednym z wymagań stawianych przed programem komputerowym, opracowanym na bazie wspomnianego modelu, jest jego efektywność numeryczna, poszukiwano dodatkowo innych metod modelowania podukładów żurawia, pozwalających na poprawę właściwości modelu w tym zakresie. Poniżej przedstawiono alternatywne metody modelowania ruchów bazy urządzeń offshore oraz dyskretyzacji kolumny.

### 5.4.1 Ruch bazy modelowany z zastosowaniem równań więzów

Przedstawiony w rozdziale 5.3.1 sposób modelowania ruchu bazy żurawia offshore zakłada wymuszenie kinematyczne czyli, że znana jest macierz transformacji:

$$\mathbf{T}^A = {}^0_A \mathbf{T} = {}^0_A \mathbf{T}(t). \quad (5.105)$$

Można jednak przyjąć, że położenie bazy żurawia określają współrzędne uogólnione, a zgodność z wymuszeniem kinematycznym zapewniają równania więzów. Wówczas układ będzie posiadał 6 stopni swobody więcej. Wydaje się więc, że takie podejście powinno spowodować wzrost czasu obliczeń. Nie jest to jednak wcale takie oczywiste. Wystarczy bowiem spojrzeć na przykład na definicję wektorów  $\mathbf{e}^{(1,i)}$ ,  $\mathbf{e}^{(2)}$  z (5.16), (5.29) aby zauważyć, że w pierwszej metodzie występuje konieczność wielokrotnego wyznaczania i mnożenia macierzy  ${}^0_A \dot{\mathbf{T}}$  oraz  ${}^0_A \ddot{\mathbf{T}}$ . Liczba tych iloczynów rośnie wraz z całkowitą liczbą stopni swobody układu, co powoduje wzrost czasu obliczeń. Zasadne wydaje się więc pytanie, czy w typowych zastosowaniach omawianego modelu, istnieje możliwość, że liczba stopni swobody układu będzie na tyle duża, że bardziej efektywna obliczeniowo będzie druga metoda modelowania ruchu bazy.

Analizy związane z efektywnością numeryczną modelowania ruchów bazy przeprowadzono dla uproszczonego modelu żurawia, w którym kolumna i górna część ostojnicy traktowane były jako człony sztywne. Sprowadzało się to w praktyce do przyjęcia

$nFl[1]=nFl[3]=0$ . Parametry masowe górnej części ostożnicy dodano przy tym do dolnej części ostożnicy. Ponadto założono, że ładunek pozostaje cały czas w powietrzu, w związku z czym nie było potrzeby definiowania ruchu statku dostawczego. Zmiana liczby stopni swobody układu wynika ze zmiany liczby ses dyskretyzujących wysięgnik. Przypomnijmy, że liczba ta jest zdefiniowana przez parametr  $nFl[4]$  i wynosi  $nFl[4]+1$ . Ses(4,0) posiada jeden lokalny stopień swobody, natomiast pozostałe ses-y posiadają po trzy lokalne stopnie swobody.

Stosując dotychczasowe oznaczenia, w pierwszym przypadku modelowania ruchu bazy jako wymuszenie kinematyczne, uzyskuje się następujący wektor współrzędnych uogólnionych układu:

$$\mathbf{q}^{(I)} = \left[ q^{(2)}, \tilde{\mathbf{q}}^{(4,0)}, \tilde{\mathbf{q}}^{(4,1)^T}, \dots, \tilde{\mathbf{q}}^{(4,nFl[4])^T}, \alpha_{(6)}, \alpha_{(7)}, \mathbf{q}_L^T \right]^T \quad (5.106)$$

o liczbie składowych równej:

$$n_I = 1 + 1 + nFl[4] \cdot 3 + 2 + 3 = 7 + 3 \cdot nFl[4]. \quad (5.107)$$

Równania ruchu układu są przy tym zgodne z (5.104) i mają postać:

$$\mathbf{A}^{(I)} \ddot{\mathbf{q}}^{(I)} = \mathbf{F}^{(I)} \quad (5.108)$$

Aby rozróżnić wyraźnie oba rozważane przypadki, w drugim podejściu oznaczmy układ współrzędnych związany z bazą jako  $\{D\}$ . Można wówczas wprowadzić następujące oznaczenia na współrzędne uogólnione bazy urządzenia offshore:

$$\mathbf{q}^{(D)} = \left[ x_D, y_D, z_D, \varphi_D^x, \varphi_D^y, \varphi_D^z \right]^T, \quad (5.109)$$

Zgodność ruchu z założonym wymuszeniem kinematycznym zapewnia spełnienie równań więzów:

$$q_i^{(D)} = y_i^{(A)}(t) \quad \text{dla } i=1, \dots, 6, \quad (5.110)$$

gdzie  $\eta_i^{(A)}(t)$  określone są w (5.3).

Wektor współrzędnych uogólnionych całego układu ma w tym przypadku postać:

$$\mathbf{q}^{(II)} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^{(D)} \\ \mathbf{q}^{(I)} \end{bmatrix}, \quad (5.111)$$

a macierze transformacji z układu członu do układu bezwładnościowego  $\{\}$  przyjmują postacie:

$$\mathbf{T}^{(s)} = \begin{cases} \mathbf{T}^{(D)} & \text{gdzie } s = D \\ \mathbf{T}^{(D)} \bar{\mathbf{T}}^s & \text{gdzie } s \in \{2, (4,0), (4,1), \dots, (4, nFl[4])\} \end{cases} \quad (5.112)$$

gdzie macierz  $\mathbf{T}^{(D)}$  ma, przy założeniu małych kątów  $\varphi_D^x, \varphi_D^y, \varphi_D^z$ , postać:

$$\mathbf{T}^{(D)} = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_D^z & \varphi_D^y & x_D \\ \varphi_D^z & 1 & -\varphi_D^x & y_D \\ -\varphi_D^y & \varphi_D^x & 1 & z_D \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.113)$$

Warto zaznaczyć, że w tym przypadku układ ma:

$$n_{II} = 6 + n_I \quad (5.114)$$

stopni swobody. Ponadto, nieznane są wartości sił  $F_D^x, F_D^y, F_D^z$  oraz momentów  $M_D^x, M_D^y, M_D^z$  będących składowymi wektora reakcji więzów:

$$\mathbf{R} = [F_D^x \ F_D^y \ F_D^z \ M_D^x \ M_D^y \ M_D^z]^T, \quad (5.115)$$

wywołujących zadany ruch bazy.

Podczas wyprowadzania równań ruchu żurawia wygodnie jest wprowadzić następujące oznaczenia:

$$\begin{cases} \mathbf{q}_1 = \mathbf{q}^{(D)} \\ \mathbf{q}_2 = \varphi_z^2 \\ \mathbf{q}_k = \tilde{\mathbf{q}}_{k-1}^{(4,k-3)} \quad k = 3, \dots, nFl[4] + 3 \end{cases}, \quad (5.116)$$

oraz:

$$\begin{cases} \mathbf{T}_1 = \mathbf{T}^{(D)} \\ \mathbf{T}_2 = \mathbf{T}^{(D)} \overline{\mathbf{T}}^{(2)} \\ \mathbf{T}_k = \mathbf{T}^{(D)} \overline{\mathbf{T}}^{(4,k-3)} \quad k = 3, \dots, nFl[4] + 3 \end{cases}. \quad (5.117)$$

Wówczas transformacji z układu współrzędnych związanych z ciałem  $k$  do układu bezwładnościowego dokonuje się zgodnie ze wzorem:

$$\mathbf{r} = \mathbf{T}_k \tilde{\mathbf{r}}_k. \quad (5.118)$$

Warto zwrócić uwagę, że macierze  $\mathbf{T}_k$  nie zależą w sposób jawny od  $t$ . Tym samym, wobec tego, że energia kinetyczna członu  $k$  jest określone zależnością:

$$E_k = \frac{1}{2} tr \{ \dot{\mathbf{T}}_k \mathbf{H}_k \dot{\mathbf{T}}_k^T \}, \quad (5.117)$$

operatory Lagrange'a można wyrazić wzorem [Adamiec-Wójcik I. i inni, 2008]:

$$\varepsilon_i(E_k) = tr \{ \mathbf{T}_{k,i} \mathbf{H}_k \ddot{\mathbf{T}}_k^T \}. \quad (5.119)$$

Równocześnie prostą postać otrzymują wzory na pierwszą i drugą pochodną macierzy  $\mathbf{T}_k$  względem czasu:

$$\dot{\mathbf{T}}_k = \sum_{i=1}^{n^{(k)}} \mathbf{T}_{k,i} \dot{q}_{k,i}, \quad (5.120)$$

$$\ddot{\mathbf{T}}_k = \sum_{i=1}^{n^{(k)}} \mathbf{T}_{k,i} \ddot{q}_{k,i} + \sum_{i=1}^{n^{(k)}} \sum_{j=1}^{n^{(k)}} \mathbf{T}_{k,i,j} \dot{q}_{k,i} \dot{q}_{k,j}, \quad (5.121)$$

gdzie:

$n^{(k)}$  – liczba elementów wektora  $\mathbf{q}_k$ ,

$$\mathbf{T}_{k,i} = \frac{\partial \mathbf{T}_k}{\partial q_{k,i}},$$

$$\mathbf{T}_{k,i,j} = \frac{\partial \mathbf{T}_{k,i}}{\partial q_{k,j}} = \frac{\partial^2 \mathbf{T}_k}{\partial q_{k,i} \partial q_{k,j}}.$$

W konsekwencji operatory Lagrange’a można przedstawić w postaci:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{q}_k} = \mathbf{A}_k \ddot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{e}_k, \quad (5.122)$$

gdzie:

$$\mathbf{A}_k = (a_{k,i,j})_{i,j=1,\dots,n^{(k)}}; \quad a_{k,i,j} = \text{tr}\{\mathbf{T}_{k,i} \mathbf{H}_k \mathbf{T}_{k,j}^T\},$$

$$\mathbf{e}_k = (e_{k,i})_{i=1,\dots,n^{(k)}}; \quad e_{k,i} = \sum_{j=1}^{n^{(k)}} \sum_{l=1}^{n^{(k)}} \mathbf{T}_{k,j,l} \dot{q}_{k,j} \dot{q}_{k,l}.$$

Stosując dalej postępowanie analogiczne do przedstawionego w poprzednich rozdziałach można równania ruchu żurawia przedstawić w postaci:

$$\mathbf{A}^{(II)} \ddot{\mathbf{q}}^{(II)} - \mathbf{UR} = \mathbf{F}^{(II)}, \quad (5.123)$$

gdzie:

$$\mathbf{A}^{(II)} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(D)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}^{(I)} \end{bmatrix} - \text{macierz mas},$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}^{(D)} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} - \text{macierz współczynników reakcji},$$

$$\mathbf{R} = [F_D^x \quad F_D^y \quad F_D^z \quad M_D^x \quad M_D^y \quad M_D^z]^T - \text{wektor reakcji więzów},$$

$$\mathbf{F}^{(II)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{F}^{(I)} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}^{(D)} = \begin{bmatrix} m^{(D)} & & & & \\ & m^{(D)} & & & \\ & & m^{(D)} & & \\ & & & J_x^{(D)} & \\ & 0 & & & J_y^{(D)} \\ & & & & & J_z^{(D)} \end{bmatrix} \quad - \text{macierz mas bazy},$$

$\mathbf{U}^{(D)} = \mathbf{I}_{6 \times 6}$       - macierz jednostkowa,  
 $m^{(D)}$       - masa bazy żurawia,  
 $J_x^{(D)}, J_y^{(D)}, J_z^{(D)}$       - masowe momenty bezwładności bazy odpowiednio względem osi X, Y oraz Z.

Należy zwrócić uwagę, że macierz mas bazy  $\mathbf{A}^{(D)}$  została określona przy założeniu, że osie układu  $\{D\}$  są głównymi, centralnymi osiami bezwładności. Obliczenie składowych wektora  $\mathbf{F}^{(I)}$  wymaga nieznacznej modyfikacji formuł użytych do definiowania tego wektora w układzie równań (5.108).

Równania (5.122) stanowią układ  $n_H = 6 + n_I$  równań o  $n_H + 6$  niewiadomych (składowych wektorów  $\mathbf{q}$  i  $\mathbf{R}$ ). Równania te należy uzupełnić o odpowiednie równania więzów, które zdefiniowano w (5.110). Po dwukrotnym zróżniczkowaniu równań więzów względem czasu można je przedstawić w postaci macierzowej:

$$-\mathbf{U}^{(D)} \ddot{\mathbf{q}}^{(D)} = -\ddot{\mathbf{y}}^{(A)}, \quad (5.124)$$

gdzie  $\ddot{\mathbf{y}}^{(A)} = [\ddot{y}_1^{(A)} \quad \ddot{y}_2^{(A)} \quad \ddot{y}_3^{(A)} \quad \ddot{y}_4^{(A)} \quad \ddot{y}_5^{(A)} \quad \ddot{y}_6^{(A)}]^T$ .

Ostatecznie równania ruchu układu w tym przypadku przyjmują postać:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(II)} & -\mathbf{U} \\ -\mathbf{U} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}^{(II)} \\ \mathbf{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^{(I)I} \\ -\ddot{\mathbf{y}} \end{bmatrix}. \quad (5.125)$$

Oznacza to, że w każdym kroku obliczeniowym należy wyznaczać wektor  $[\ddot{\mathbf{q}} \quad \mathbf{R}]^T$  rozwiązując układ  $n_H + 6 = n_I + 12$  równań algebraicznych liniowych.

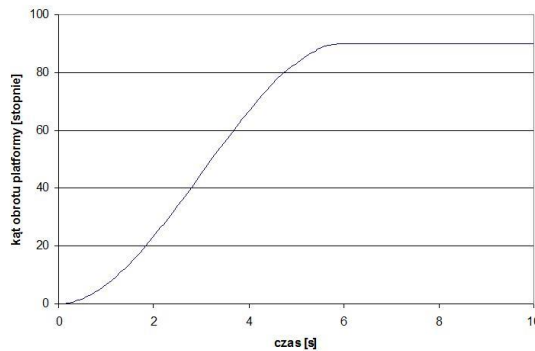
Obliczenia numeryczne mające wskazać czy drugi sposób modelowania ruchu bazy urządzeń offshore może być, dla pewnej rozsądnej liczby stopni swobody całego układu, konkurencyjny obliczeniowo w stosunku do sposobu pierwszego, przeprowadzono dla przykładowego żurawia. Czas obliczeń nie zależy od parametrów geometryczno-masowych układu, stąd obliczenia wykonano dla żurawia, którego wymiary odbiegają od tych przedstawionych w rozdziale 6.6. Spowodowane zostało to tym, że analizy prezentowane w niniejszym rozdziale przeprowadzane były na wstępnym etapie pracy, gdy nie był jeszcze wybrany ostateczny obiekt badań, a jedynie poszukiwano efektywnych obliczeniowo sposobów modelowania podukładów żurawia. Podstawowe wymiary analizowanego tutaj żurawia to: wysokość kolumny 5 m, górnej części ostojnicy 2 m, długość wysięgnika 6 m, przekrój poprzeczny wysięgnika kołowy, średnica zewnątrz 0,1 m, średnica wewnątrz 0,08 m,

masa ładunku 200 kg. Wysięgnik ustawiony był poziomo, a w chwili początkowej (w chwili startu obliczeń) ładunek znajdował się na wysokości około 1 m. Pewne zmniejszenie tej wartości spowodowane jest statycznym ugięciem konstrukcji (wysięgnika). Przyjęto, że ruch unoszenia bazy żurawia jest ruchem ogólnym:

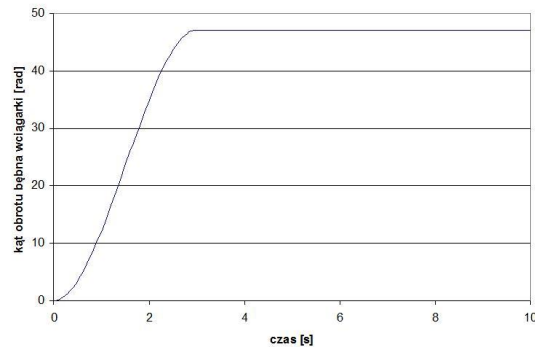
$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_1^{(A)}(t) = x_D(t) = 0,5 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t\right) [\text{m}] \\ \eta_2^{(A)}(t) = y_D(t) = 0,5 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t\right) [\text{m}] \\ \eta_3^{(A)}(t) = z_D(t) = 1,5 \sin\left(\frac{2\pi}{4}t\right) [\text{m}] \\ \eta_4^{(A)}(t) = \varphi_D^x(t) = 0,06 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t\right) [\text{rad}] \\ \eta_5^{(A)}(t) = \varphi_D^y(t) = 0,075 \sin\left(\frac{2\pi}{4}t\right) [\text{rad}] \\ \eta_6^{(A)}(t) = \varphi_D^z(t) = 0,06 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t\right) [\text{rad}] \end{array} \right. , \quad (5.126)$$

a zatem poszczególne jego składowe opisano funkcjami harmonicznymi. Założono, że żuraw wykonuje dwa ruchy robocze równocześnie tj.:

- obrót w ciągu 6 s o kąt  $90^\circ$  – rys. 5.17,
- podnoszenie ładunku przy wykorzystaniu wciągarki podnoszenia. Bęben wciągarki obraca się o  $15\pi$  radianów w ciągu 3 sekund (rys. 5.18.), co powoduje podniesienie ładunku o około 2,35 m.



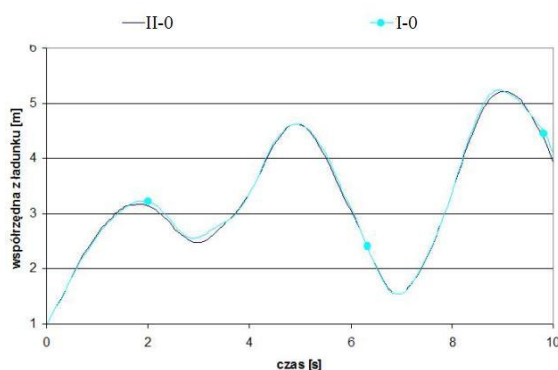
Rys. 5.17 Przebieg czasowy kąta obrotu żurawia



Rys. 5.18 Przebieg czasowy kąta obrotu bębna wciągarki

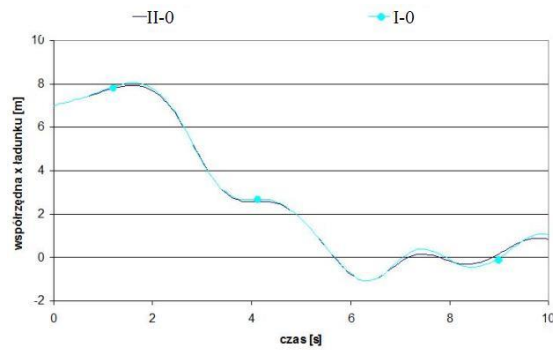
Funkcje napędowe zostały zdefiniowane z zastosowaniem splajnów trzeciego stopnia, dzięki czemu uzyskano ciągły przebieg zarówno samych funkcji jak i ich pierwszych oraz drugich pochodnych. Czas analiz wynosił 10 s. Równania ruchu całkowano metodą Newmarka z ustalonym krokiem całkowania  $\Delta t=h$ .

Prezentowane poniżej obliczenia przeprowadzano przy przyjęciu różnej liczby sztywnych elementów skończonych  $nFl[4]+1$  modelujących wysięgnik. Dzięki temu możliwe było określenie efektywności obu sposobów modelowania ruchu bazy żurawia dla układów o zróżnicowanej liczbie stopni swobody. Zakładając  $nFl[4]=0$  otrzymuje się sztywny model wysięgnika, a całkowita liczba stopni swobody całego układu wynosi 7 dla pierwszego sposobu modelowania ruchu bazy oraz 13 dla sposobu drugiego. Symulacje przeprowadzono ponadto dla  $nFl[4]=2,3,6,8$ . Gdy  $nFl[4]=8$  to liczba stopni swobody wynosi odpowiednio 31 dla pierwszego i 37 dla drugiego przypadku. Układy o większej liczbie stopni swobody wymagają mniejszego kroku całkowania. Najpierw przeprowadzono więc wstępne obliczenia testowe dla  $nFl[4]=8$ , na podstawie których przyjęto krok całkowania równy 0,0005 s. Aby zachować te same warunki obliczeń, krok ten zastosowano także w pozostałych przypadkach. Warto zauważyć, że dla mniejszych  $nFl[4]$  krok ten mógłby być większy, co dodatkowo zmniejszyłoby czasy obliczeń. Symulacje przeprowadzono na standardowym komputerze personalnym wyposażonym w procesor Intel(R) Core™2 Duo CPU P8600 @ 2,40GHz, 4,0GB pamięci RAM i 32-bitowy system operacyjny. Na prezentowanych dalej wykresach pierwszy przypadek modelowania ruchu bazy, to jest przypadek gdy ruch ten jest dany wprost jako wymuszenie kinematyczne będzie oznaczany jako I, natomiast drugi – w którym ruch bazy określają dodatkowe współrzędne uogólnione – jako II. Liczba po „-” określa liczbę  $nFl[4]$  elementów sprężysto-tłumiących przyjętych w modelu wysięgnika.

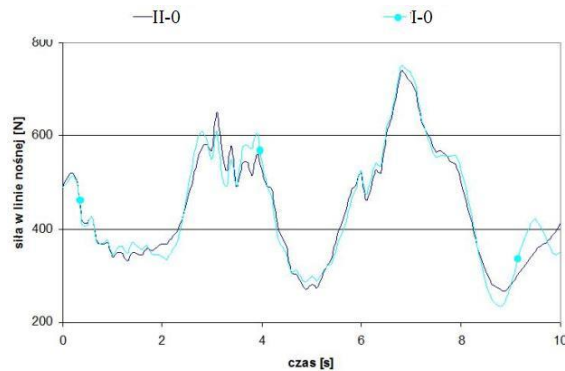


Rys. 5.19 Przebieg czasowy współrzędnej z ładunku



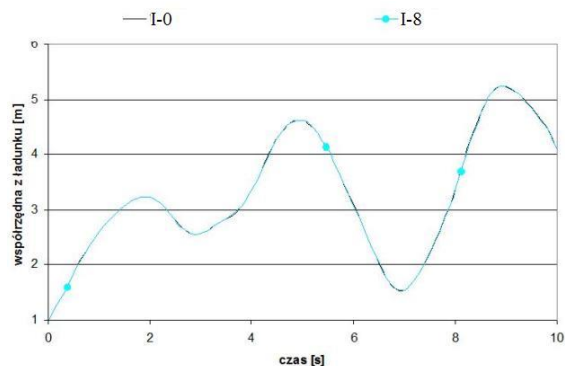


Rys. 5.20 Przebieg czasowy współrzędnej x ładunku

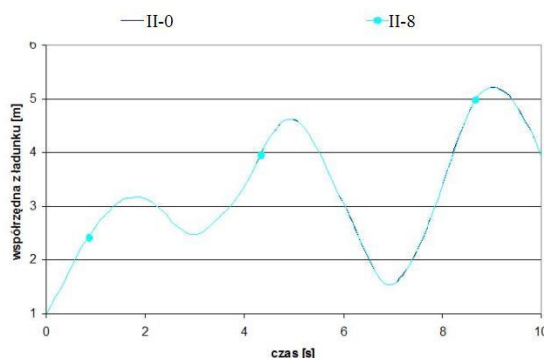


Rys. 5.21 Przebieg czasowy siły w linie podnoszenia

Na wykresach z rys. 5.19 – 5.21 porównano przebiegi czasowe wybranych parametrów dla obu sposobów modelowania ruchu bazy urządzenia offshore, przy czym  $nFI[4]$  było równe 0, to znaczy, że założono sztywny wysięgnik. Pewne niewielkie różnice między przebiegami wynikają z innej postaci macierzy transformacji z układu  $\{D\}$  do układu bazowego  $\{0\}$  przyjętej dla obu sposobów modelowania. Ponieważ można założyć, że kąty  $\varphi_D^x$ ,  $\varphi_D^y$ ,  $\varphi_D^z$  są małe więc przy drugim sposobie modelowania przyjęto liniową postać tej macierzy. W pierwszym przypadku nie dokonano linearyzacji macierzy, gdyż podczas wyprowadzania równań ruchu układu wielokrotnie stosowana jest jej pierwsza i druga pochodna.



Rys. 5.22 Przebieg czasowy współrzędnej z ładunku dla pierwszego przypadku modelowania i różnych wartości  $nFI[4]$



Rys. 5.23 Przebieg czasowy współrzędnej z ładunku dla drugiego przypadku modelowania i różnych wartości  $nFl[4]$

Analizując wykresy z rys. 5.22 i 5.23, przedstawiające wpływ przyjętej do modelowania liczby elementów sprężysto-tłumiących  $nFl[4]$ , łatwo zauważyć, że podatność wysięgnika żurawia ma niewielki wpływ na uzyskane przebiegi czasowe współrzędnej z ładunku. Podobne wyniki uzyskano dla innych współrzędnych i wielkości charakteryzujących dynamikę układu.

W celu porównania efektywności obliczeniowej obu sposobów modelowania ruchu bazy zmierzono czasy potrzebne na przeprowadzenie obliczeń numerycznych związanych z dynamiką układu. Dla każdego przypadku przeprowadzono obliczenia kilkakrotnie, a w Tabeli 5.1 zestawiono czasy średnie.

Tabela. 5.1. Średni czas obliczeń dla obu przypadków modelowania i różnych wartości  $nFl[4]$

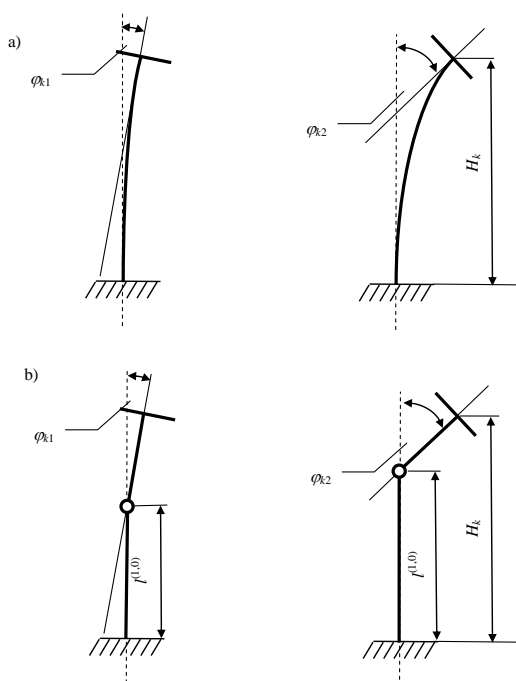
Liczba $nFl[4]$	Średni czas obliczeń [g:mm:ss]	
	I	II
0	0:02:39	0:06:45
2	0:07:16	0:29:33
4	0:23:15	0:38:54
6	0:58:30	1:23:44
8	2:06:37	2:47:23

Na podstawie przedstawionych w Tabeli 5.1 czasów można stwierdzić, że modelowanie ruchów bazy żurawia offshore wprost jako wymuszenie kinematyczne jest, zgodnie z przewidywaniami, efektywniejsze obliczeniowo. W przypadku modeli o najmniejszych liczbach stopni swobody ( $nFl[4]=0$ ) czas obliczeń dla tego sposobu modelowania jest ponad dwa i półkrotnie krótszy niż gdy wprowadzono do modelu dodatkowe stopnie swobody związane z bazą. Wraz ze wzrostem liczby stopni swobody układu (wzrostem  $nFl[4]$ ) różnica ta malała, jednakże dla  $nFl[4]=8$  dalej czas obliczeń w przypadku II był ponad 32% dłuższy niż w przypadku I. Uprawniony wydaje się więc wniosek, że dla obliczeń przeprowadzanych w niniejszej pracy, bardziej efektywny jest pierwszy sposób modelowania ruchów bazy. Są to bowiem z założenia szybkie obliczenia dynamiki układu, co wymaga stosowania modelu o stosunkowo niewielkiej liczbie stopni swobody. Jednak gdyby przedmiotem analiz miały być obliczenia wytrzymałościowe, wówczas należałoby ponownie rozważyć sprawę efektywności obu omawianych metod. Zagadnienia omawiane w niniejszym rozdziale były prezentowane między innymi

w [Krukowski J., Maczyński A., 2010b]. Wyniki obliczeń dla ruchu płaskiego można znaleźć w [Maczyński A., Wojciech S., 2009b] oraz [Maczyński A., Wojciech S., 2009c].

#### 5.4.2 Alternatywny sposób modelowania kolumny żurawia

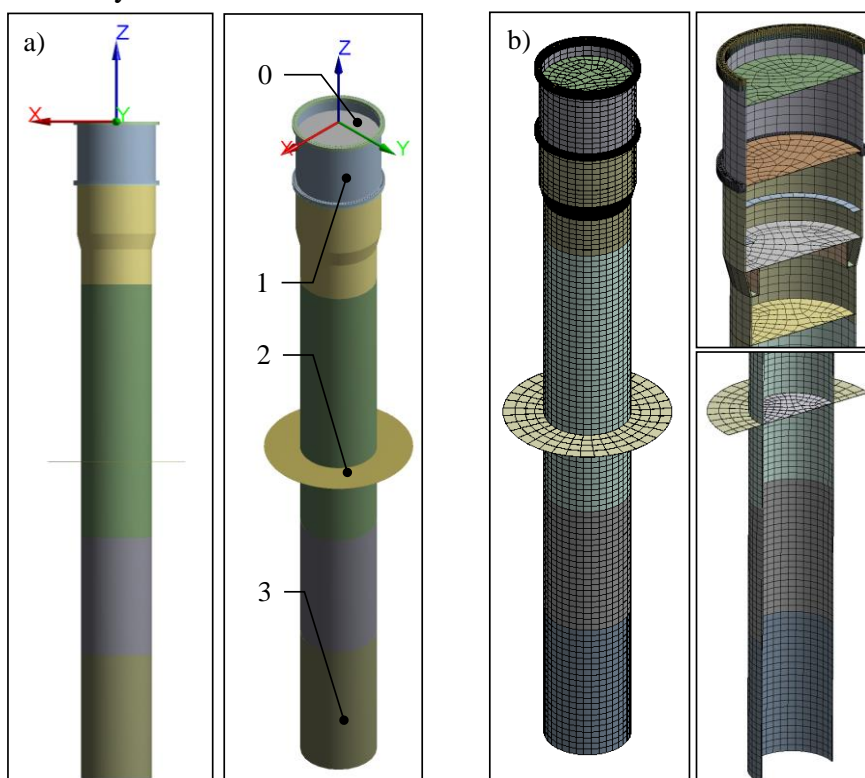
Kolumna ma zwykle istotny wpływ na pracę żurawia offshore, ponieważ jej wysokość wynosi nawet kilkadziesiąt metrów, natomiast przemieszczenie jej górnej części wynosi około 0,15 m. Stąd ważne jest jej poprawne zamodelowanie. Z uwagi na dynamikę całego układu szczególne znaczenie ma pochylenie górnej płaszczyzny kolumny, na której posadowiona jest część obrotowa żurawia. Pochylenie to można uwzględnić modelując kolumnę metodą sztywnych elementów skończonych (SES) lub zmodyfikowaną metodą SES. Takie podejście powoduje jednak znaczny wzrost liczby stopni swobody układu, a zatem także czasu obliczeń. W niniejszym rozdziale zaproponowano zastosowanie innego rozwiązania, w którym liczba stopni swobody podatnej kolumny wynosi 3. Przyjmując dodatkowe założenie, że można pominąć drgania skrętne kolumny, liczba stopni może być ograniczona do 2. Idea rozwiązania dla zagadnienia płaskiego została przedstawiona na rys. 5.24. Na rys. 5.24a) przedstawiono dwa przypadki odkształcenia kolumny modelowanej jako układ ciągły. Dla położenia dolnej części ostojnicy żurawia, posadowionej na kolumnie, istotny jest kąt  $\varphi_k$ . Proponowany model (rys. 5.24b) składa się z dwóch sztywnych elementów połączonych elementem sprężysto-tłumiącym. Długości sztywnych elementów (w szczególności długość  $l^{(1,0)}$  pierwszego z elementów, sztywno zamocowanego do ruchomej bazy) ulegają zmianie wraz ze zmianą kąta  $\varphi_k$ . Są one dobierane w ten sposób, aby zachowana została całkowita wysokość  $H_k$ , oraz aby kąt między elementami wynosił  $\varphi_k$ .



Rys. 5.24 Zastępcze modele kolumny

W celu wyznaczenia parametrów zastępczych uproszczonego modelu kolumny opracowano jej model z zastosowaniem MES. Analiza MES umożliwiła wyznaczenie kąta

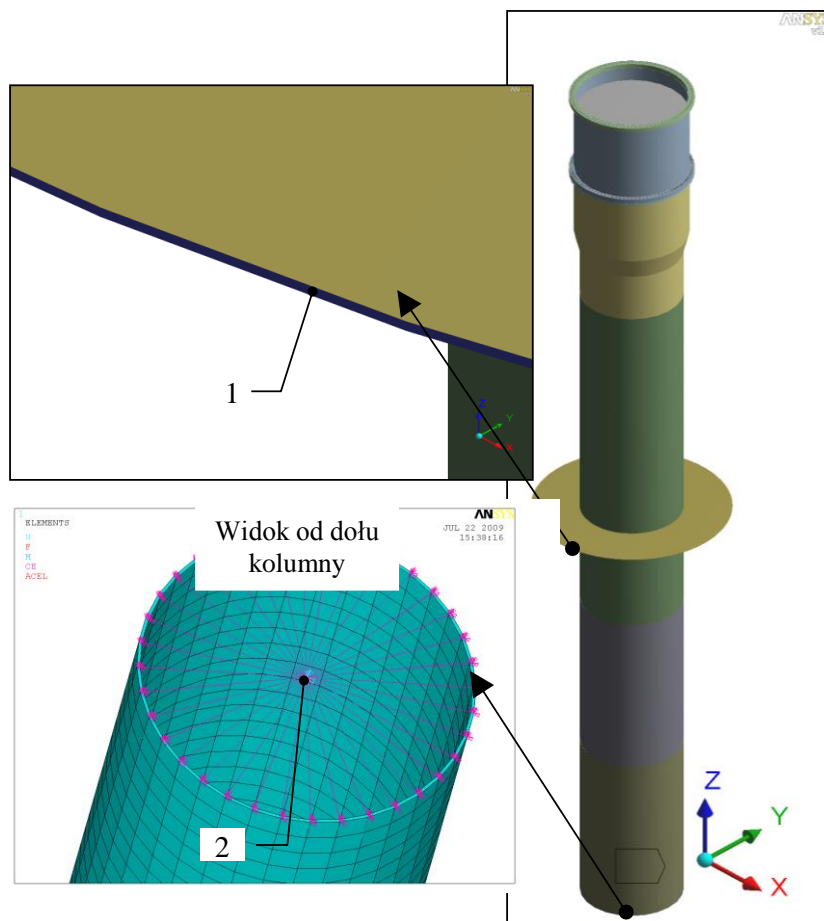
pochylenia górnej powierzchni kolumny  $\varphi_k$  oraz jej przemieszczenie poziome  $\Delta U_y$  w zależności od obciążenia. W efekcie możliwe jest wyznaczenie parametrów zastępczych modelu kolumny.



Rys. 5.25 Kolumna żurawia, model geometryczny i model MES

Obliczenie przeprowadzono dla kolumny, której model przedstawiono na rys. 5.25. Geometria układu została wykonana przy użyciu programu Autodesk Inventor 2008, a następnie zaimportowana do środowiska programu Ansys Workbench 11. Na rys. 5.25a zaznaczono: 0 – globalny kartezjański układ odniesienia, 1 – adapter kolumny żurawia, 2 – model części pokładu, podparcie promieniowe kolumny, 3 – kolumna żurawia. Na rys. 5.25b przedstawiono model MES kolumny. Składa się on z 45 970 elementów bryłowych 8 węzłowych (solid 185) oraz 72 930 węzłów. Dla opracowanego modelu sformułowano następujące warunki brzegowe (rys. 5.26):

1. odebranie trzech stopni swobody translacyjnych węzłom na powierzchni czołowej modelu pokładu, podparcie w kierunku radialnym kolumny,
2. odebranie fikcyjnemu węzłowi trzech translacyjnych stopni swobody.



Rys. 5.26 Kolumna żurawia - warunki brzegowe

Analizę statyczną kolumny przeprowadzono dla przypadku obciążenia jej momentem gnącym  $M_k = 40\,000$  kNm (wokół globalnej osi X). W obliczeniach żurawi obciążenie to definiuje się jako moment wywracający. W Tabeli 5.2 przedstawiono wyniki obliczeń MES. Obliczenia zostały podzielone na dwadzieścia podkroków obliczeniowych. W wyniku analizy uzyskano następujące przemieszczenia wywołane działaniem momentu gnącego  $M_k$ :

- $\Delta U_y$  – przemieszczenie poziome środka górnego kołnierza kolumny,
- $\Delta U_z$  – przemieszczeni pionowe górnego kołnierza kolumny.

Wyznaczone w analizie MES wartości przemieszczeń posłużyły do obliczenia parametrów zastępczych modelu kolumny – rys. 5.24b. Kąt jaki tworzy styczna do osi kolumny wystawiona w jej górnej płaszczyźnie do osi pionowej, określony jest zależnością:

$$\varphi_k = \arcsin\left(\frac{\Delta U_z}{r}\right). \quad (5.127)$$

Długość elementu sztywnego  $l^{(1,0)}$  zmienia się w zależności od kąta  $\varphi_k$  (rys. 5.27):

$$l^{(1,0)} = H_k - \frac{\Delta U_y}{\tan(\varphi_k)}, \quad (5.128)$$

gdzie:

$r = 1,945 \text{ m}$  – promień zewnętrzny górnego kołnierza kolumny,

$H_k = 31,900 \text{ m}$  – wysokość całkowita kolumny.

Współczynnik sztywności est-u wyznacza się z zależności:

$$c^{(1)} = \frac{M_k}{\varphi_k}, \quad (5.129)$$

gdzie:

$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$  – moduł Young materiału,

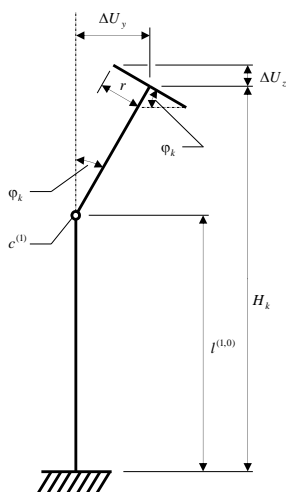
$A = \pi \cdot (R_1^2 - R_2^2)$  – pole powierzchni przekroju poprzecznego belki zastępczej,

$\Delta l = H_k - l^{(1,0)}$  – długość ses,

$R_1 = 1,605 \text{ m}$  – promień zewnętrzny belki zastępczej,

$R_2 = 1,565 \text{ m}$  – promień wewnętrzny belki zastępczej,

Wyznaczone w ten sposób parametry zastępcze modelu zostały zestawione w Tabeli 5.2.



Rys. 5.27 Kolumna żurawia, model obliczeniowy

Tabela. 5.2. Wyniki analizy MES i wartości parametrów zastępczych

Lp	% wartości maks. [%]	$M_k$ [Nm]	$\Delta U_y$ [m]	$\Delta U_z$ [m]	$\varphi_k$ [deg]	$l^{(1,0)}$ [m]	$c^{(1,0)}$ [Nm/deg]
1	5	$2 \cdot 10^6$	$4,25 \cdot 10^{-3}$	$0,52 \cdot 10^{-3}$	0,02	16,124	1,00E+08
2	10	$4 \cdot 10^6$	$8,50 \cdot 10^{-3}$	$1,32 \cdot 10^{-3}$	0,04	19,420	1,00E+08
3	15	$6 \cdot 10^6$	$12,75 \cdot 10^{-3}$	$2,13 \cdot 10^{-3}$	0,06	20,232	1,00E+08
4	20	$8 \cdot 10^6$	$17,00 \cdot 10^{-3}$	$2,93 \cdot 10^{-3}$	0,09	20,600	8,89E+07
5	25	$10 \cdot 10^6$	$21,25 \cdot 10^{-3}$	$3,73 \cdot 10^{-3}$	0,11	20,811	9,09E+07
6	30	$12 \cdot 10^6$	$25,50 \cdot 10^{-3}$	$4,53 \cdot 10^{-3}$	0,13	20,946	9,23E+07
7	35	$14 \cdot 10^6$	$29,74 \cdot 10^{-3}$	$5,33 \cdot 10^{-3}$	0,16	21,041	8,75E+07
8	40	$16 \cdot 10^6$	$33,99 \cdot 10^{-3}$	$6,13 \cdot 10^{-3}$	0,18	21,111	8,89E+07
9	45	$18 \cdot 10^6$	$38,24 \cdot 10^{-3}$	$6,93 \cdot 10^{-3}$	0,20	21,165	9,00E+07
10	50	$20 \cdot 10^6$	$42,49 \cdot 10^{-3}$	$7,73 \cdot 10^{-3}$	0,23	21,208	8,70E+07
11	55	$22 \cdot 10^6$	$46,74 \cdot 10^{-3}$	$8,53 \cdot 10^{-3}$	0,25	21,242	8,80E+07
12	60	$24 \cdot 10^6$	$50,99 \cdot 10^{-3}$	$9,33 \cdot 10^{-3}$	0,27	21,271	8,89E+07
13	65	$26 \cdot 10^6$	$55,24 \cdot 10^{-3}$	$10,13 \cdot 10^{-3}$	0,30	21,295	8,67E+07
14	70	$28 \cdot 10^6$	$59,49 \cdot 10^{-3}$	$10,93 \cdot 10^{-3}$	0,32	21,316	8,75E+07
15	75	$30 \cdot 10^6$	$63,74 \cdot 10^{-3}$	$11,73 \cdot 10^{-3}$	0,35	21,333	8,57E+07

Lp	% wartości maks. [%]	$M_k$ [Nm]	$\Delta U_y$ [m]	$\Delta U_z$ [m]	$\varphi_k$ [deg]	$l^{(1,0)}$ [m]	$c^{(1,0)}$ [Nm/deg]
16	80	$32 \cdot 10^6$	$67,99 \cdot 10^{-3}$	$12,53 \cdot 10^{-3}$	0,37	21,349	8,65E+07
17	85	$34 \cdot 10^6$	$72,24 \cdot 10^{-3}$	$13,33 \cdot 10^{-3}$	0,39	21,363	8,72E+07
18	90	$36 \cdot 10^6$	$76,49 \cdot 10^{-3}$	$14,13 \cdot 10^{-3}$	0,42	21,375	8,57E+07
19	95	$38 \cdot 10^6$	$80,73 \cdot 10^{-3}$	$14,94 \cdot 10^{-3}$	0,44	21,386	8,64E+07
20	100	$40 \cdot 10^6$	$84,98 \cdot 10^{-3}$	$15,74 \cdot 10^{-3}$	0,46	21,396	8,70E+07

Zagadnienie wyznaczenia modelu zastępczego kolumny omawiane w niniejszym rozdziale były prezentowane w [Krukowski J., Maczyński A., 2010a].

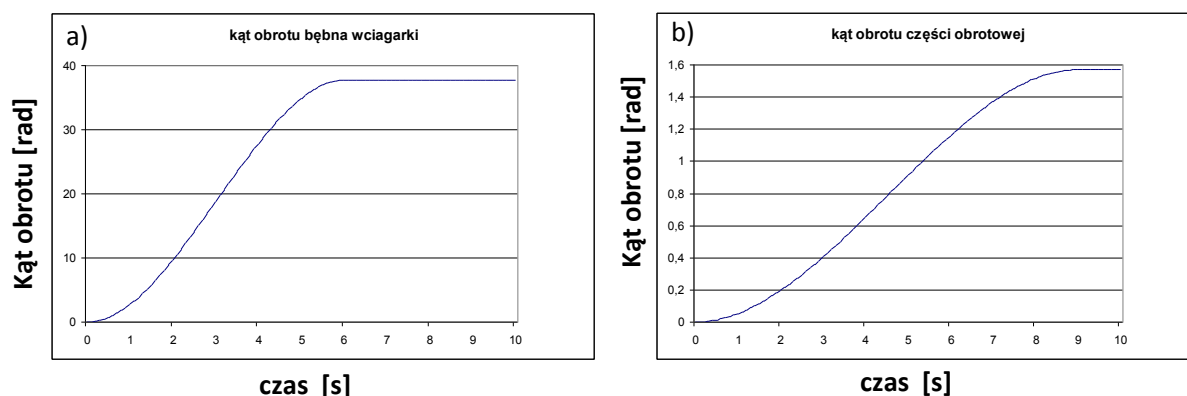
Przedstawiony model uproszczony kolumny został zaimplementowany do głównego programu komputerowego, dzięki czemu możliwe było porównanie zarówno wyników otrzymywanych dla obu sposobów modelowania jak i czasów obliczeń. Poniżej zaprezentowano wybrane wyniki symulacji numerycznych i sformułowano wnioski związane z przydatnością modelu zastępczego kolumny.

Analizowano trzy przypadki:

1. żuraw poddany wyłącznie falowaniu (bez wykonywania ruchów roboczych), przy czym uwzględniono wyłącznie ruch nurzania, który zdefiniowano jako:

$$y_3^{(A)} = 1,5 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t\right) [\text{m}], \quad (5.130)$$

2. baza żurawia pozostawała nieruchomo, a ładunek podnoszony był za pomocą wciągarki podnoszenia, przy czym przebieg czasowy kąta obrotu bębna przedstawiono na rys. 5.28a,
3. obrót żurawia o kąt  $90^\circ$  w ciągu 9 s (rys. 5.28b), baza żurawia nieruchoma.



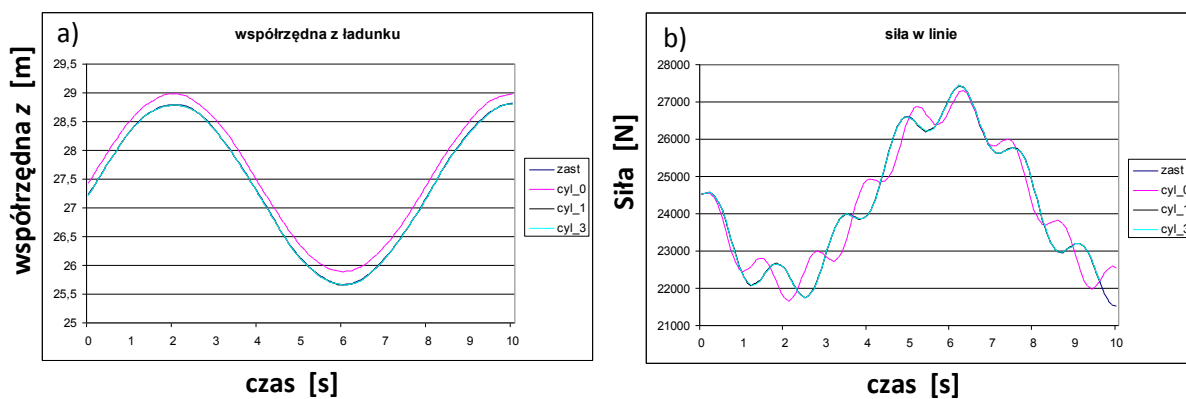
Rys. 5.28 Kąt obrotu a) bębna wciągarki układu podnoszenia, b) żurawia

Masa ładunku przyjęta w symulacjach wynosiła 10 000 kg. Wysięgnik ustawiony był poziomo. Obliczenia przeprowadzano przy założeniu, że górna część ostojnicy i wysięgnik traktowane są jako człony sztywne. Shock absorber był wyłączony. Na wykresach stosowane są oznaczenia:

- zast – obliczenia według modelu zastępczego kolumny, przedstawionego w niniejszym rozdziale,  
cyl\_0 – kolumna traktowana jako człon sztywny,

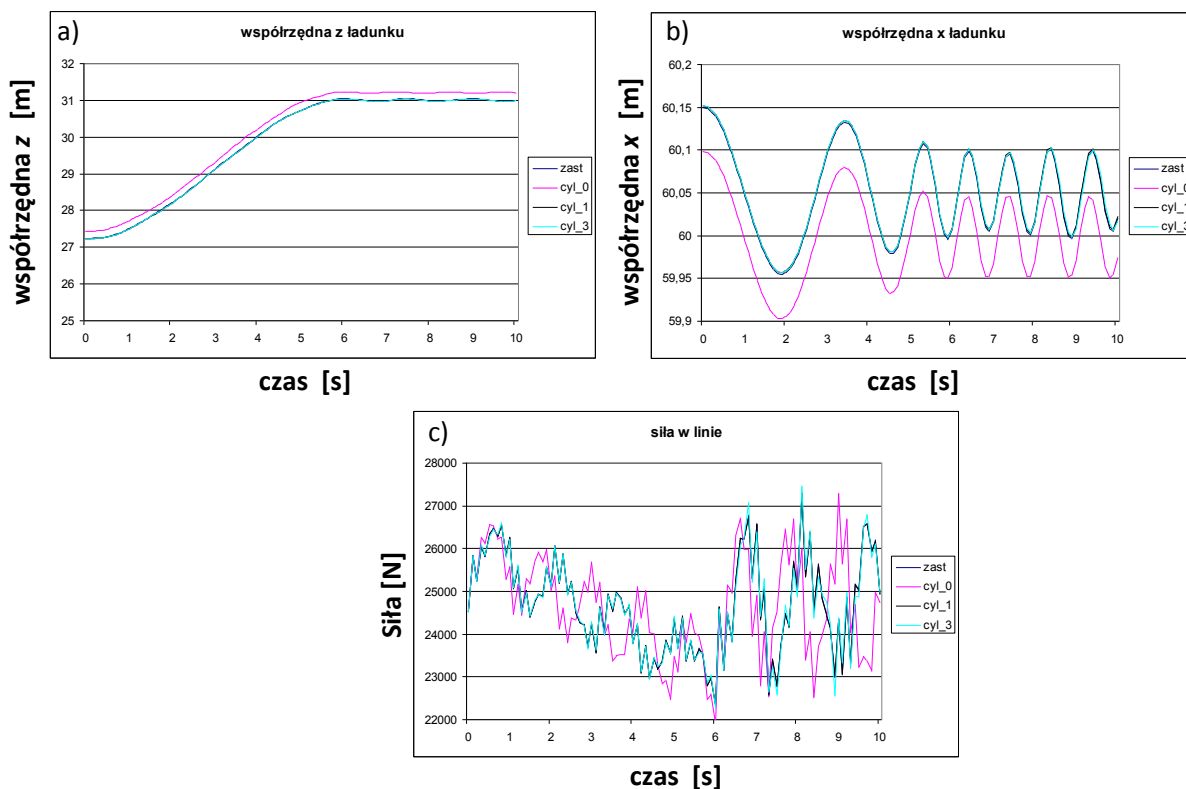
cyl\_1 – kolumna dyskretyzowana za pomocą dwóch sztywnych elementów skończonych ( $nFl[1]=1$ ),  
 cyl\_3 – kolumna dyskretyzowana za pomocą czterech sztywnych elementów skończonych ( $nFl[1]=3$ ).

Ad 1)



Rys. 5.29 Przypadek I – przebieg czasowy a) współrzędnej  $z$  ładunku, b) siły w linie podnoszenia

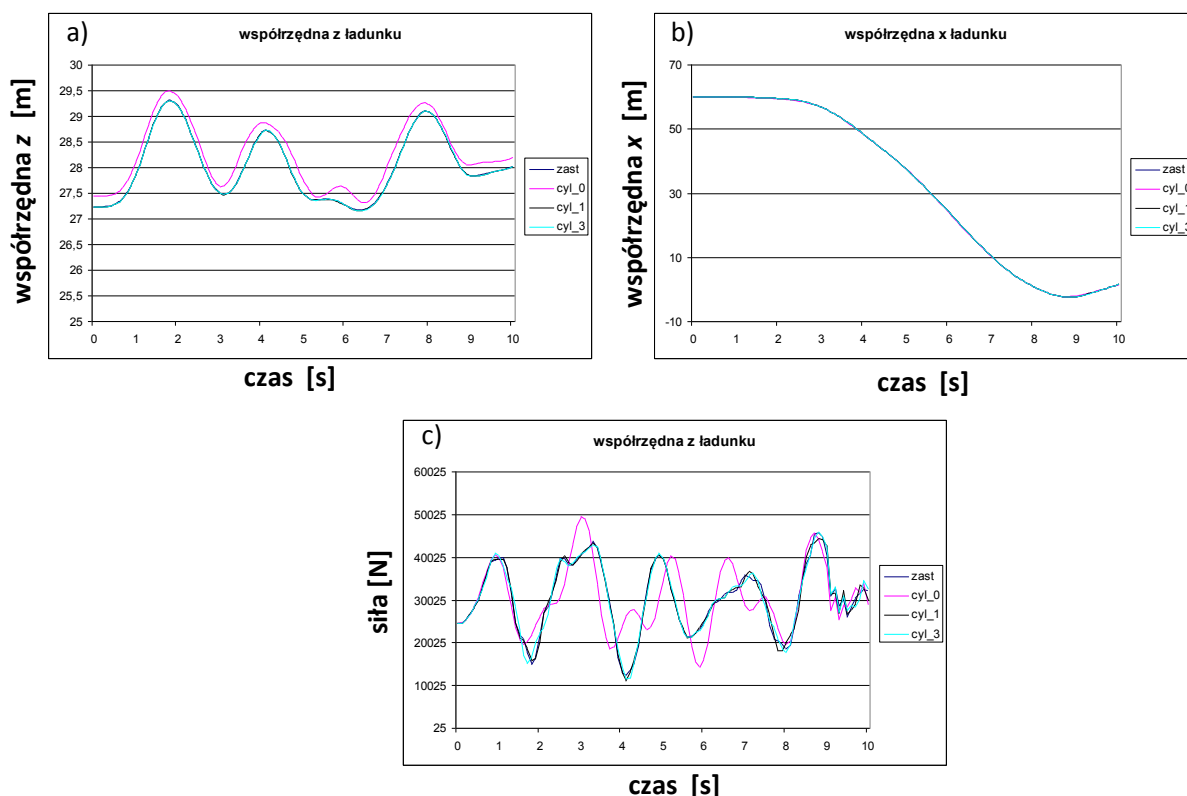
Ad 2)



Rys. 5.30 Przypadek II – przebieg czasowy a) współrzędnej  $z$  ładunku b) współrzędnej  $x$  ładunku c) siły w linie podnoszenia



Ad 3)



Rys. 5.31 Przypadek III – przebieg czasowy a) współrzędnej  $z$  ładunku b) współrzędnej  $x$  ładunku c) siły w linii podnoszenia

Przedstawione na rys. 5.29–5.31 wykresy wskazują, że wpływ podatności kolumny na dynamikę całego żurawia jest zauważalny. Przypadki, w których traktowano kolumnę jako człon sztywny dają nieco inne wyniki, niż gdy podatność kolumny była uwzględniona. Szczególnie znaczne różnice występują dla siły w linii podnoszenia. Nie ma natomiast prawie żadnej różnicy w zależności od sposobu zamodelowania podatności czy liczby sztywnych elementów skończonych dyskretyzujących kolumnę. Jednocześnie otrzymane wyniki potwierdzają poprawność zmodyfikowanej metody modelowania kolumny. Aby stwierdzić, czy jest ona bardziej efektywna obliczeniowo porównano czasy obliczeń dla poszczególnych przypadków, przy czym analizowano obrót żurawia. Obliczenia przeprowadzano na komputerze o identycznych parametrach jak w rozdziale 5.4.1. Uzyskano następujące czasy [min : sec]:

zast – 1:23,  
 cyl\_0 – 0:51,  
 cyl\_1 – 1:25,  
 cyl\_3 – 3:57.

Najciekawsze jest porównanie czasów dla „zast” i „cyl\_1”, które okazały się niemal takie same. Ponieważ uzyskiwane wyniki są także niemal identyczne wydaje się, że stosowanie zmodyfikowanej metody modelowania kolumny nie przynosi spodziewanych rezultatów w postaci znacznego wzrostu efektywności numerycznej modelu. Należy także

pamiętać, że wyznaczenie parametrów zastępczych modelu jest pracochłonne, co dodatkowo przemawia za zwykłą metodą sztywnych elementów skończonych.

Analizując przedstawione wykresy można wysunąć wniosek, że dla większości obliczeń prezentowanych w dalszej części pracy wystarczy przyjęcie dwóch sztywnych elementów skończonych do modelowania kolumny żurawia. Zwiększanie ich liczby nie powoduje, bowiem znaczących różnic w otrzymywanych wynikach.

Wnioski sformułowane powyżej dotyczą jednej, ściśle określonej konstrukcji kolumny. Dla kolumn o innych parametrach geometryczno-masowych warto zawsze sprawdzić, jaką liczbę ses należy przyjąć do jej dyskretyzacji, aby uzyskać zadowalające wyniki. Gdyby analizy wymagały większej liczby ses, wówczas metoda zmodyfikowana może okazać się jednak konkurencyjna.

## 5.5 Program komputerowy

Na bazie modelu opisanego w rozdziale 5.3 i jego modyfikacji (rozdział 5.4) napisano, w środowisku DELPHI 7, program komputerowy. Starano się pozostawić użytkownikowi programu jak największą swobodę w doborze konstrukcji żurawia i zakresu uwzględnianych zjawisk. Poza wyborem wynikającym z podstawowych parametrów geometryczno-masowych modelu (długości i przekrojów poszczególnych podukładów, położeniu wciągarek i krążków, przełożeniu układów linowych itd.) oraz ustawieniami programu numerycznego (czas obliczeń, krok całkowania) decyduje on między innymi o:

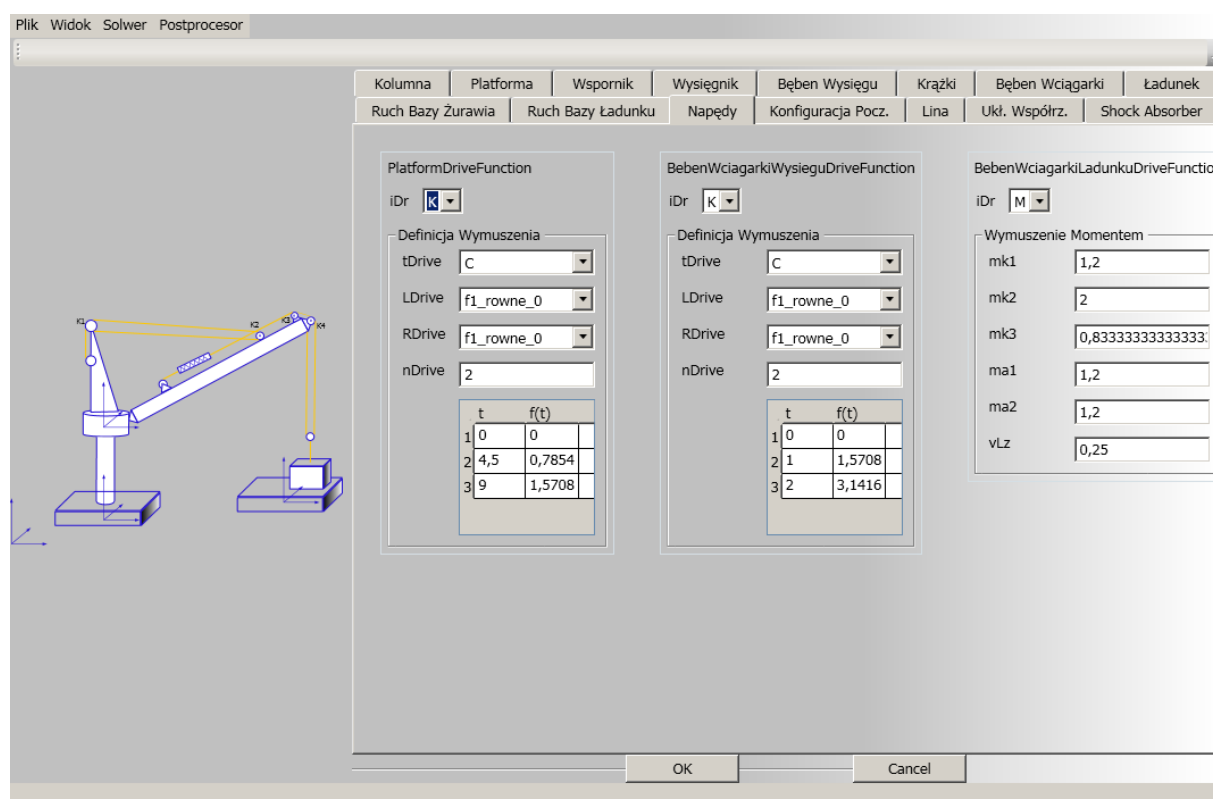
- uwzględnieniu lub pominięciu podatności kolumny, górnej części ostojnicy i wysięgnika (poprzez podanie liczby est-ów dla każdego podukładu),
- zastosowaniu zmodyfikowanej metody sztywnych elementów skończonych do modelowania kolumny bądź przyjęcia rozwiązania wg rozdziału 5.4.2,
- wymuszeniu ruchu bazy żurawia – dla każdego z 6 stopni swobody wymuszenie pseudo-harmoniczne,
- wymuszeniu ruchu statku dostawczego – dla każdego z 6 stopni swobody wymuszenie pseudo-harmoniczne lub splajny 3-go stopnia,
- przebiegu czasowym funkcji napędowych obrotu żurawia, bębna zmiany wysięgu oraz bębna podnoszenia; mogą one przy tym być definiowane jako:
  - liniowe w przedziałach,
  - funkcje sklepane 3-go stopnia (splajny),
  - funkcje sklepane 5-go stopnia (istnieje wówczas możliwość zdefiniowania nie tylko wartości kąta dla danego napędu, ale także żądanej prędkości i przyspieszenia),
- ewentualnym przyjęciu wymuszenia momentem ruchu bębna wciągarki układu podnoszenia,
- realizowanym scenariuszu, w tym położeniu początkowym ładunku:
  - ładunek w powietrzu,
  - ładunek na pokładzie statku dostawczego,
  - ładunek na pokładzie statku dostawczego i zluzowana lina,

- ładunek „przymarznęty” do pokładu statku dostawczego,
- opisie charakterystyki shock absorbera (przedziałami liniowa, związkiem (5.60), splajnami 3-go stopnia).

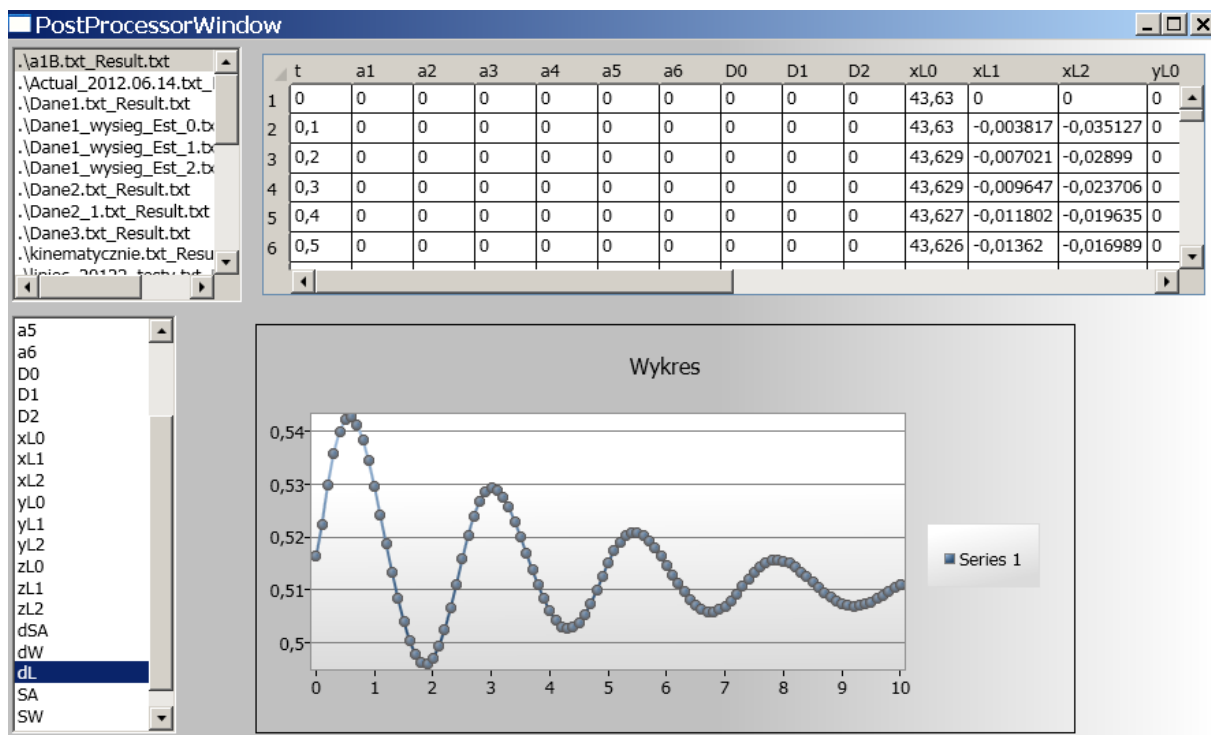
Dodatkowo opracowano interfejs użytkownika pozwalający na:

- wygodne wprowadzanie danych do obliczeń,
- zapisanie danych modelu i wyników obliczeń do pliku,
- odczytanie danych z pliku,
- dobór parametrów związanych z przebiegiem obliczeń i prezentowaniem wyników,
- przeprowadzenie obliczeń dynamicznych,
- wyświetlanie wykresów przedstawiających przebiegi czasowe wybranych wielkości.

Na rys. 5.32 przedstawiono widok przykładowego okna interfejsu do wprowadzania danych, a na rys. 5.33 widok postprocesora.



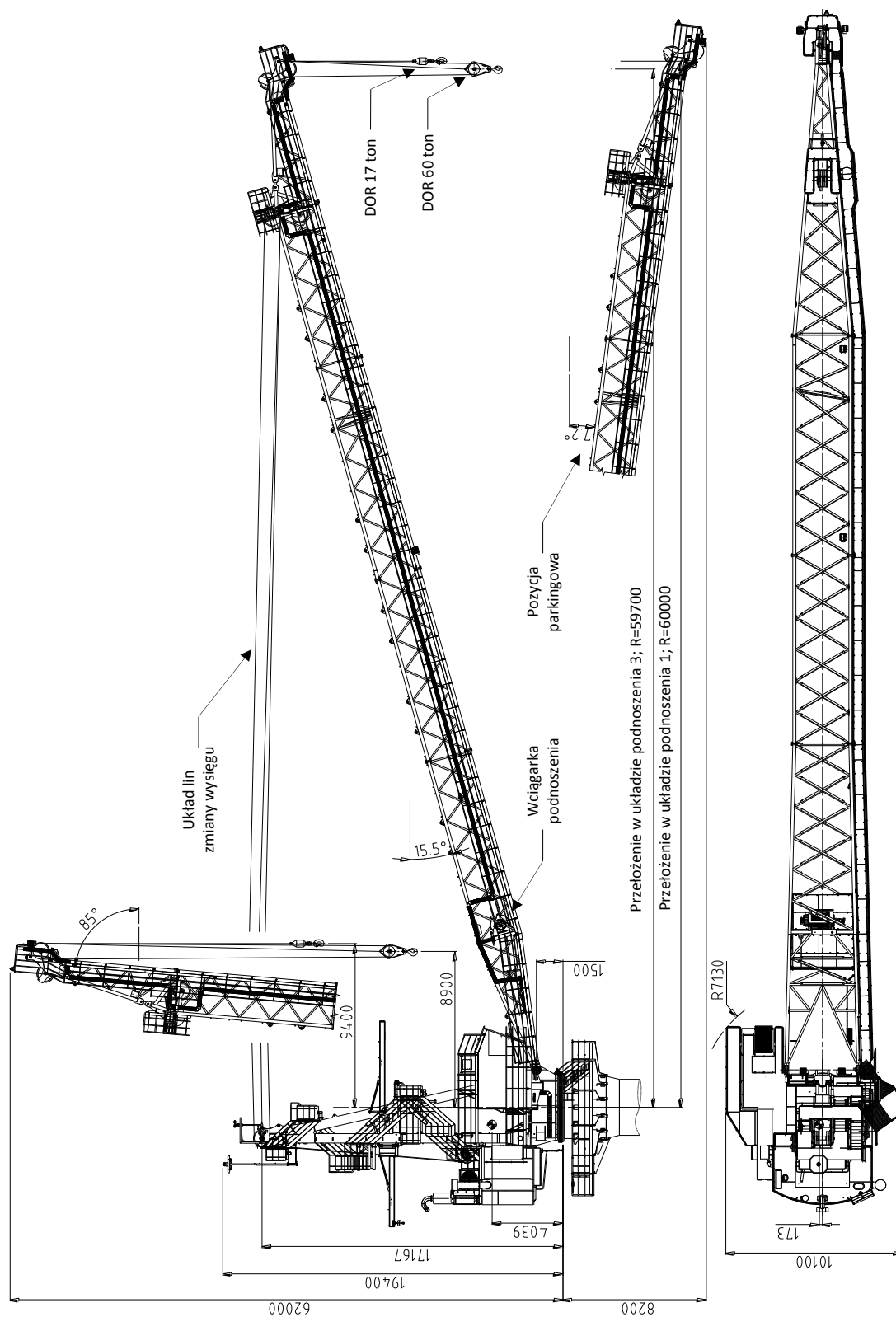
Rys. 5.32 Przykład okna interfejsu do wprowadzania danych modelu



Rys. 5.33 Przykładowy widok postprocesora

## 5.6 Określenie parametrów, weryfikacja modelu

Przy obliczaniu rzeczywistych konstrukcji bardzo istotnym etapem jest identyfikacja parametrów geometryczno-masowych oraz określenie współczynników sztywności i tłumienia występujących w podukładach modelu. Obliczenia prezentowane w dalszej części rozprawy wykonane zostały dla przykładowej konstrukcji żurawia wyprodukowanego przez firmę National Oilwell Varco. Dane geometryczno-masowe przyjęte zostały na bazie modelu żurawia OC3500LD, który pracuje na Morzu Północnym. Żuraw ten posiada kratownicowy wysięgnik z linowym układem zmiany wysięgu. Jego budowa jest zgodna z opisem z rozdziału 2.2.1. Ruchy robocze wykonywana są za pomocą hydrauliki siłowej, która zasilana jest silnikiem diesla o mocy maksymalnej 600 kW. Moment wywracający równoważony jest na dwurzędowym łożysku wałeczkowym o średnicy tocznej 3,5 m. Maksymalny statyczny moment przy największym chwilowym obciążeniu dynamicznym wynosi 31 380 kNm. Główne wymiary konstrukcji oraz jej cechy charakterystyczne przedstawiono na rys. 5.34.



Rys. 5.34 Kolumnowy żuraw offshore z kratownicowym wysięgnikiem  
Źródło: Natona Oilwell Varco

Udźwig żurawia zależy od:

- aktualnej konfiguracji, czyli od przełożenia w układzie podnoszenia,
- aktualnego wysięgu,
- parametru, który definiuje wysokość fali morskiej, tzw. Znacząca Wysokość Fali  $H_{1/3}$ ,
- trybu pracy żurawia, podnoszenie z platformy, na której zainstalowany jest żuraw, bądź podnoszenie z innej jednostki dostawczej, tzw. podnoszenie ładunku z morza.

Nominalny udźwig dla analizowanego żurawia wynosi: 17 t, 36 t oraz 60 t, odpowiednio dla przełożenia w układzie podnoszenia równego 1, 2 lub 3.

### 5.6.1 Podstawowe parametry geometryczno-masowe żurawia

Podstawowe parametry geometryczno-masowe żurawia przyjęto (ewentualnie wyliczono) na podstawie dokumentacji technicznej. Do najważniejszych z nich należą:

- kolumna – o przekroju kołowym, wykonana z blachy o grubości 35/40 mm, średnicy 3,5 m; całkowita wysokość tej części żurawia wynosi 21 m, natomiast masa ok. 75 000 kg,
- dolna część ostojnicy żurawia – również o przekroju kołowym, wykonana z blachy o grubości 30 mm, średnicy 3,5 m; całkowita wysokość wynosi 1,5 m, natomiast masa ok. 21 500 kg,
- górna część ostojnicy żurawia tzw. A-rama – konstrukcja skrzynkowa w układzie litery A; całkowita wysokość 14,75 m, całkowita masa bez wciągarki zmiany wysięgu wynosi ok. 27 000 kg,
- wysięgnik – układ kratownicowy wykonany z profili głównych SHS150x12,5, całkowita długość (od stopy wysięgnika do krążka na szczycie) 59,1 m, szerokość 3,2 m, wysokość 2,4 m, całkowita masa wysięgnika bez osprzętu (wciągarka podnoszenia, shock absorber) wynosi ok. 29 500 kg,
- shock absorber – układ hydrauliczno-gazowego tłumika, osadzony w specjalnie projektowanej ramie stalowej, całkowita masa wraz z ramą wynosi ok. 865 kg,
- lina podnoszenia – typ liny Bridon Dyform 34 LR, średnica 32 mm, minimalna siła zrywająca linę (MBL) wynosi 940 kN; pole przekroju rdzenia  $595 \text{ mm}^2$ ; całkowita długość nawiniętej liny wynosi 470 m,
- lina zmiany wysięgu – typ liny Teufelberger, Perfekt QS 816 V, średnica 32 mm, minimalna siła zrywająca linę (MBL) wynosi 940 kN; pole przekroju rdzenia  $547 \text{ mm}^2$ ; całkowita długość nawiniętej liny na wciągarkę wynosi 502 m,
- wciągarka podnoszenia – napędzana dwoma silnikami hydraulicznymi o zmiennej chłonności, całkowita maksymalna chłonność wynosi  $400 \text{ cm}^3$ ; wciągarka posiada przekładnię planetarną spełniającą rolę reduktora o przełożeniu 76,45:1. Szerokość nawojowa wciągarki wynosi 1,008 m; nominalna średnica pierwszej warstwy nawojowej 0,8 m; całkowita masa wciągarki wraz z liną podnoszenia to ok. 6 300 kg; maksymalny uciąg na ostatniej piątej warstwie jest na poziomie 240 kN,

- wciągarka zmiany wysięgu – napędzana podobnie jak wciągarka podnoszenia dwoma silnikami hydraulicznymi o zmiennej chłonności, całkowita maksymalna chłonność wynosi  $400 \text{ cm}^3$ ; wciągarka posiada przekładnię planetarną spełniającą rolę reduktora o przełożeniu 76,45:1. Szerokość nawojowa wciągarki wynosi 0,605 m; nominalna średnica pierwszej warstwy nawojowej 0,8 m; całkowita masa wciągarki wraz z liną zmiany wysięgu to ok. 6 000 kg. Maksymalny uciąg na ostatniej czwartej warstwie jest na poziomie 250 kN,
- mechanizm obrotu – składa się z trzech zębników, które napędzają wieniec zębaty; prędkość obrotu żurawia w warunkach roboczych wynosi 0,88 obr/min.

### 5.6.2 Walidacja modelu

Najlepszą, najbardziej wiarygodną metodą walidacji modelu, to znaczy sprawdzenia jego poprawności, poprawności algorytmu i programu obliczeniowego, jest porównanie wyników symulacji numerycznych z wynikami pomiarów przeprowadzonych na rzeczywistej konstrukcji. Porównanie wyników z pomiarami pozwala także na wykonanie strojenia modelu, czyli skorygowania pewnych, trudno mierzalnych, parametrów np. współczynników tłumienia.

Ocena obciążenia dynamicznego konstrukcji żurawia będzie w dalszych rozdziałach przeprowadzona za pomocą porównania sił występujących w linie podnoszenia. Wprowadzono pojęcie współczynnika dynamicznego  $\eta_L$  siły w linie podnoszenia, przy czym współczynnik ten określa stosunek występującego obciążenia dynamicznego do obciążenia statycznego, czyli jest wyznaczany z wzoru:

$$\eta_L = \frac{S_L}{m_L \cdot g}, \quad (5.131)$$

gdzie:

$S_L$  – siła w linie podnoszenia,

$m_L$  – masa ładunku,

$g$  – przyspieszenie ziemskie.

Każde doświadczenie fizyczne, analiza numeryczna wymaga oszacowania błędu, którym obarczony jest wynik. Dla potrzeby prowadzonych badań zdecydowano się na wprowadzenie procentowego błędu względnego, który zdefiniowany jest jako:

$$\delta_{wC} = \frac{\int_0^t \sqrt{(S_{Lp} - S_{Lt})^2} dt}{\int_0^t S_{Lp} dt} \cdot 100\%, \quad (5.132)$$

gdzie  $S_{Lp}$ ,  $S_{Lt}$  to odpowiednio, siła w linie podnoszenia uzyskana z pomiarów oraz symulacji.

Pomiary zostały wykonane na żurawiu podczas jego normalnej pracy. Jednostka jak już wspomniano zainstalowana jest na platformie wydobywczej na Morzu Północnym. Nad

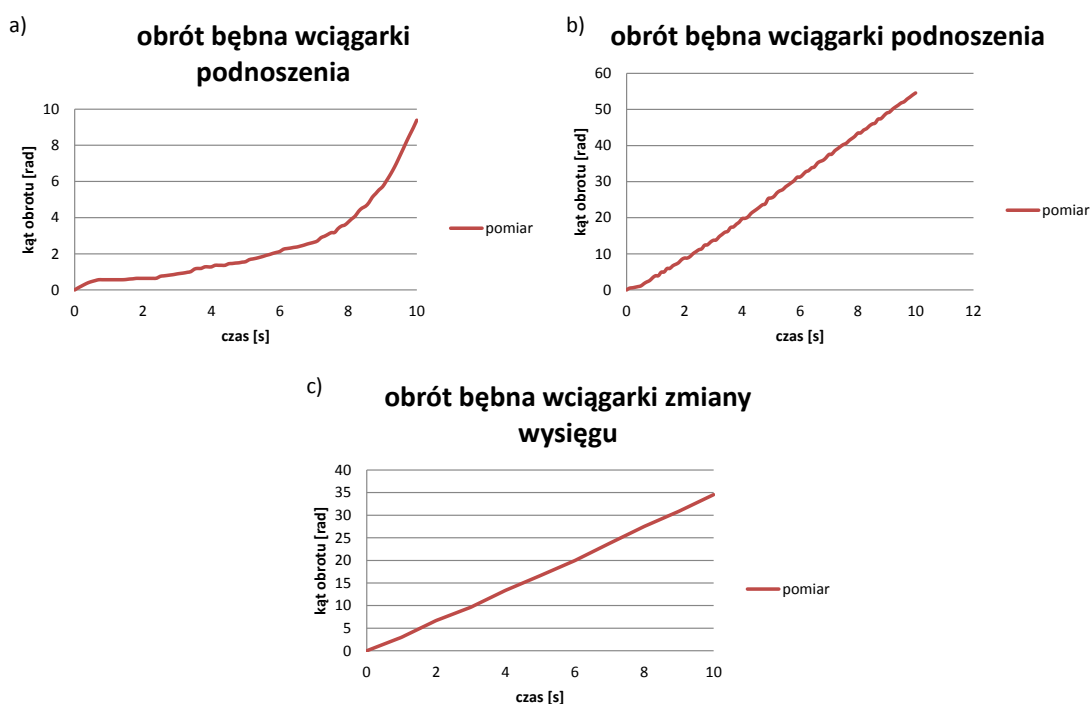


głównymi parametrami pracy czuwa komputer, a wszystkie parametry zapisywane są w programowalnym sterowniku logicznym PLC (Programmable Logic Controller). Do parametrów tych należą: siły w linach podnoszenia i zmiany wsięgu, prędkość obrotu bębnow wciągarek podnoszenia i zmiany wsięgu, ciśnienie w układzie hydraulicznym, promień wsięgu, położenie joysticka, czas aktywacji/zwolnienia hamulców, ilość wydawanej przez wciągarkę liny, oraz wiele innych. Każdy parametr zapisywany jest z częstotliwością 1/10 s.

W niniejszym rozdziale przedstawiono wyniki walidacji modelu dla dwóch przypadków ruchu:

1. podrywanie ładunku z pokładu (przy zastosowaniu układu podnoszenia),
2. podnoszenia ładunku z powietrza (przy zastosowaniu układu podnoszenia) oraz równoczesnej zmianie wsięgu.

W obu przypadkach masa podnoszonego ładunku wynosiła 8 000 kg. Dla ruchu 1 kąt wsięgnika (odchylenie od położenia poziomego) wynosił  $66,4^\circ$  (co odpowiada wsięgowi około 27,3 m), natomiast w ruchu 2 początkowy kąt wsięgnika to  $41,9^\circ$  (co odpowiada wsięgowi około 47,7 m). Końcowy kąt wsięgnika wyniósł  $49,1^\circ$  (wsięg około 42,5 m). Na rys. 5.35 zaprezentowano wykresy, zmierzonych w wyniku pomiarów, obrotów bębnow wciągarek: układu podnoszenia (dla ruchu 1 i 2) i układu zmiany wsięgu (dla ruchu 2) w funkcji czasu. W obu przypadkach przełożenie w układzie podnoszenia było równe 1. Podrywanie było przeprowadzone dla przypadku tzw. podnoszenia z platformy, czyli ładunek spoczywał na tej samej bazie, co żuraw.

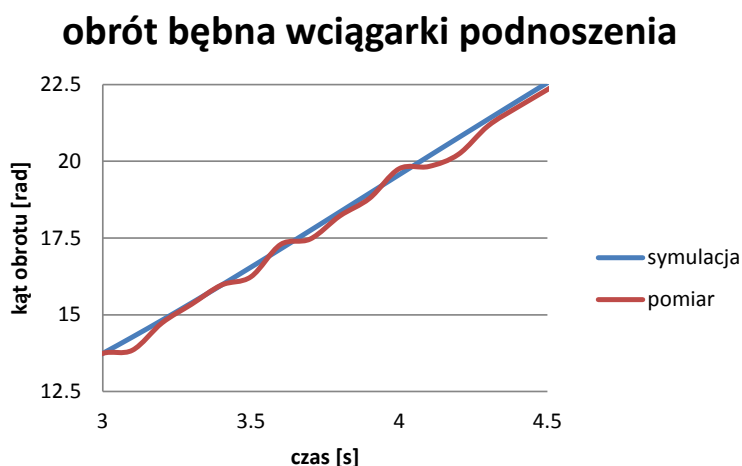


Rys. 5.35 Zmierzone na żurawiu kąty obrotu bębna a) wciągarki układu podnoszenia – ruch 1 b) wciągarki układu podnoszenia – ruch 2 c) zmiany wsięgu – ruch 2

W trakcie wykonywania symulacji związanych z walidacją modelu zauważono wyraźny wpływ nawet stosunkowo niewielkich wahań prędkości obrotu bębna wciągarki układu podnoszenia na siłę dynamiczną w linie nośnej. Wynika to z istotnych zmian

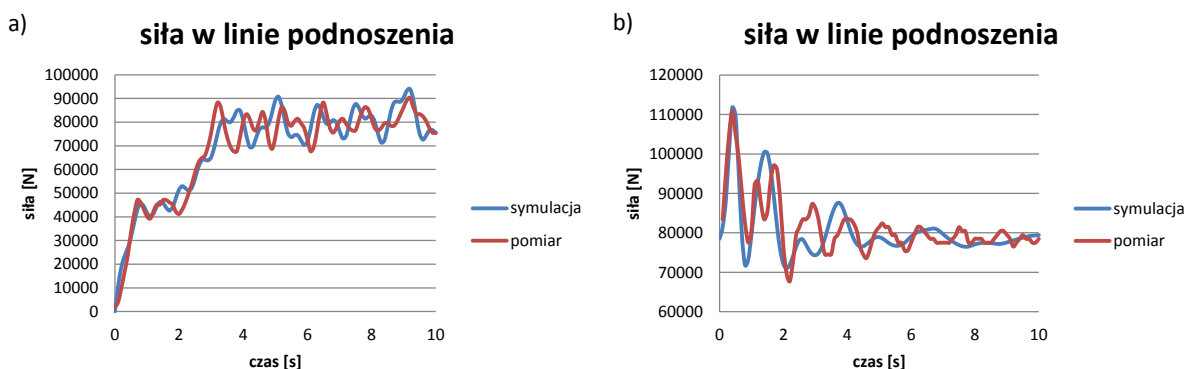


przyspieszeń, jakie są wówczas generowane w układzie. Nie wydaje się przy tym ani celowe ani możliwe dokładne odzwierciedlenie w symulacjach komputerowych przebiegu czasowego kątów obrotu bębnow wciągarek. Dotyczy to w szczególności bębna wciągarki układu podnoszenia. Na rys. 5.36 przedstawiono fragment wykresu, na którym porównano przebieg obrotu bębna tej wciągarki zmierzony doświadczalnie z przebiegiem przyjętym w obliczeniach dla ruchu 2. Widać na nim wyraźnie nierównomierność pracy rzeczywistego bębna wciągarki.

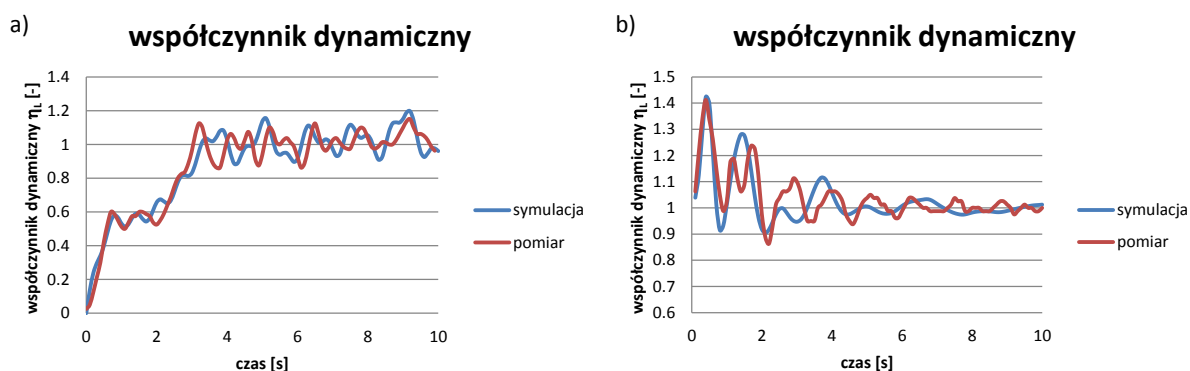


Rys. 5.36 Porównanie kąta obrotu bębna wciągarki uzyskanego z pomiarów z przyjętym do obliczeń

Po dostrojeniu modelu przeprowadzono obliczenia numeryczne, które posłużyły do oceny zgodności modelu z pomiarami. Jako, że siła w linie jest tą wielkością, która z punktu widzenia obciążeń w układzie i bezpieczeństwa pracy żurawia jest bardzo istotna, więc posłużyła ona do analizy zgodności otrzymanych wyników. Z uwagi na przedmiot dalszych rozważań, w tym analizy dynamicznej pracy żurawia z shock absorberem, jest to wybór tym bardziej uzasadniony. Na rys. 5.37 przedstawiono porównanie przebiegów czasowych siły w linie odpowiednio: rys. 5.37a – ruch 1, rys. 5.37b – ruch 2.



Rys. 5.37 Porównanie przebiegu czasowego siły w linie podnoszenia otrzymanych w wyniku pomiaru i symulacji numerycznej dla a) ruchu 1, b) ruchu 2



Rys. 5.38 Porównanie przebiegu czasowego współczynnika dynamicznego siły w linie podnoszenia  $\eta_L$  otrzymanego w wyniku pomiaru i symulacji numerycznej dla a) ruchu 1 b) ruchu 2

Uzyskano przy tym następujące wartości współczynnika dynamicznego (rys. 5.38):

$\eta_{Lp1} = 1,15$ ,  $\eta_{Ls1} = 1,17$  – odpowiednio pomiar oraz symulacja dla ruchu 1,  
 $\eta_{Lp2} = 1,42$ ,  $\eta_{Ls2} = 1,41$  – odpowiednio pomiar oraz symulacja dla ruchu 2.

Łatwo zauważyć, że przebieg siły w linie podnoszenia oraz współczynnika dynamicznego siły w linie podnoszenia są identyczne, różnią się jedynie wartościami. Jest to oczywiste, gdy uwzględnić postać wzoru (5.131). W dalszej pracy zdecydowano się na prezentowanie wyników za pomocą bezwymiarowego współczynnika dynamicznego siły w linie podnoszenia, który w sposób bardziej przejrzysty (uogólniony) pokazuje przebieg obciążeń w układzie.

Obserwując powyższe przebiegi współczynnika dynamicznego siły w układzie podnoszenia można stwierdzić dość dobrą zgodność otrzymywanych wyników z analizy numerycznej w porównaniu z przeprowadzonymi pomiarami. Warto zauważyć, że dla ruchu roboczego 1 w początkowym stadium podrywania ładunku przez ok 2,5 sek. następuję kasowanie luzów w układzie podnoszenia, a następnie poderwanie ładunku. Powodują to zmniejszenie obciążeń dynamicznych, oraz łagodniejszy ruch roboczy bez narażania konstrukcji na niekorzystne chwilowe przeciążenia.

Dla ruchu roboczego 1 oraz 2 charakter oraz przebieg wykresu siły w linie podnoszenia uzyskany w wyniku symulacji został zachowany w stosunku do wykresu wykonanego na bazie pomiarów. Weryfikacja została przeprowadzona dla modelu żurawia bez uwzględnienia podatności wysięgnika, czyli dla sztywnego modelu. Stąd obserwujemy nieznaczne przesunięcie w czasie oraz „bardziej płynny – mniej zaburzony” przebieg wykresów otrzymanych z symulacji w stosunku do pomiarów. Wpływ uwzględnienia podatności na otrzymywane wyniki badano w dalszej części tej pracy. W modelach o większej liczbie stopni swobody można zauważyć pojawienie się wyższych częstotliwości w przebiegach czasowych siły w układzie podnoszenia.

Jak już wspomniano, do oceny jakości otrzymywanych wyników posłużył wcześniej zdefiniowany błąd względny. Po przyjęciu czasu tak jak na rys. 5.34, czyli  $t=10$  s otrzymano następujące wartości błędu względnego:

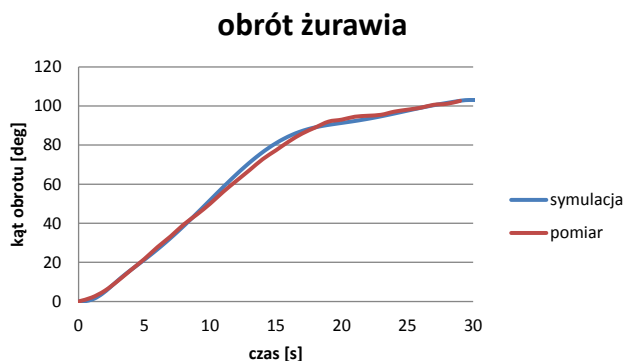
$\delta_{wC1} = 7,92\%$  – dla ruchu 1,

$\delta_{wC2} = 4,43\%$  – dla ruchu 2.

Uzyskane wyniki z przeprowadzonych symulacji numerycznych w stosunku do pomiarów są zadowalające. Przeprowadzona weryfikacja pokazała dobrą zgodność uzyskiwanych wyników, szczególnie w odniesieniu do maksymalnego współczynnika dynamicznego, który jest istotnym parametrem wykorzystywanym podczas projektowania oraz eksploatacji żurawia.

## 6 Przykładowe symulacje dynamiki żurawia

Opracowany model pozwala na przeprowadzenie wszechstronnych analiz dynamicznych żurawia offshore. Umożliwia zmianę parametrów eksploatacyjnych (masa ładunku, pochylenie wysięgnika), rozpatrywanie różnych ruchów roboczych (także ich kombinacji i sekwencji), uwzględnianie ruchu bazy żurawia i/lub ładunku (gdy spoczywa na pokładzie statku dostawczego). W niniejszym rozdziale przedstawiono przykładowe wyniki symulacji dla różnych warunków pracy żurawia. Wszystkie obliczenia przeprowadzano dla parametrów geometryczno-masowych określonych w rozdziale 5.6.2 dla ruchu 2. Jeżeli analizowano ruch podnoszenia lub zmiany wysięgu (modelowany jako wymuszenie kinematyczne) to przebieg czasowy funkcji napędowej przyjmowano zgodnie z rys. 5.35b i 5.35c. Przebieg funkcji obrotu platformy także wyznaczono na podstawie zmierzonego doświadczalnie przebiegu. Porównanie funkcji zmierzonej i przyjmowanej w dalszych symulacjach przedstawiono na rys. 6.1. Dzięki temu przebiegi funkcji napędowych odpowiadały przebiegom, które są realizowane w rzeczywistości.



Rys. 6.1 Porównanie przebiegu czasowego obrotu żurawia, otrzymanych w wyniku pomiaru i przyjętego w symulacjach

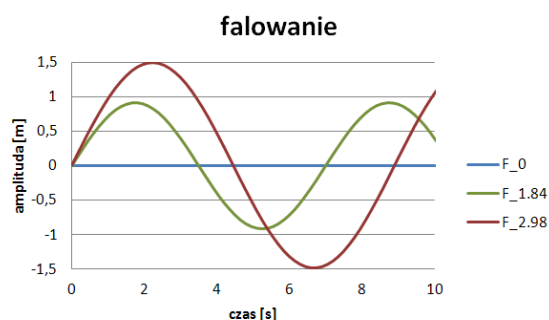
Analizowano następujące przypadki:

1. obrót żurawia przy różnych amplitudach fali,
2. zmiana wysięgu przy różnych amplitudach fali,
3. podnoszenie ładunku z pokładu nieruchomego statku dostawczego przy początkowo zluzowanej linie (rozpatrywano różne wielkości luzu),
4. podnoszenie ładunku z pokładu ruchomego statku dostawczego dla różnych kątów fazowych – patrz (5.102.1),
5. podnoszenie ładunku „przymarzniętego” do pokładu statku dostawczego.

Wychodząc z założenia, że zazwyczaj baza żurawia jest odpowiednio ustawiona względem kierunku fal, rozpatrywano jedynie ruch nurzania. Założono trzy rodzaje falowania, które zestawiono w Tabeli 6.1. Przy doborze parametrów fali kierowano się informacjami zawartymi w literaturze [Titov L. F., 1969], a dotyczącymi średniej wysokości fali oraz okresu falowania dla różnych stanów morza. Na kolejnych wykresach obliczenia wykonane dla poszczególnych rodzajów falowania będą oznaczane zgodnie z kolumną 1 z Tabeli 6.1. Porównanie przyjętych rodzajów falowania przedstawiono na rys. 6.2.

Tabela 6.1 Rodzaje założonego falowania

Oznaczenie	Średnia wysokość fali [m]	Okres falowania [s]	Równanie	Stan morza
F_0	0	0	$y_3^{(A)} = 0$	0
F_1.84	1,84	7,0	$y_3^{(A)} = 0,92 \sin\left(\frac{2\pi}{7}t\right)$	VI
F_2.98	2,98	8,9	$y_3^{(A)} = 1,49 \sin\left(\frac{2\pi}{8,7}t\right)$	VII



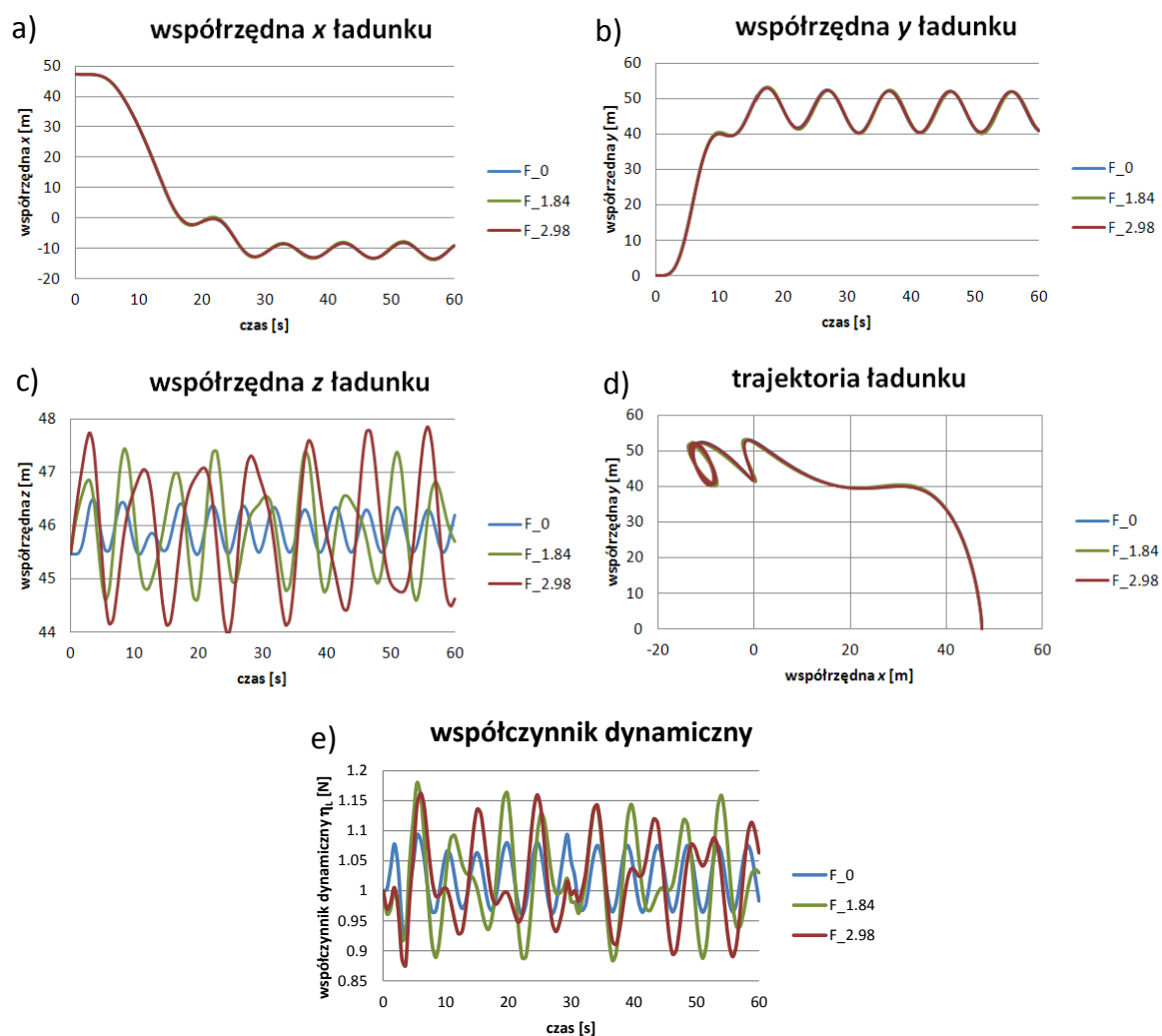
Rys. 6.2 Rodzaje falowania przyjmowane w symulacjach

Należy zauważyć, że w normalnych warunkach falowanie morza nie odpowiada dokładnie ruchowi bazy żurawia (ładunku). Ruch bazy uzależniony jest w znacznym stopniu od wielkości jednostki pływającej, a także od miejsca posadowienia żurawia. Zagadnienie związku falowania morza z ruchem bazy żurawia nie jest jednak tematem niniejszej pracy, a prezentowane dalej analizy mają charakter ogólny.

## 6.1 Obrót żurawia przy różnych amplitudach fali

Pierwszym analizowanym przypadkiem ruchu roboczego był obrót żurawia realizowany zgodnie z rys. 6.1, przy czym uwzględniano różne rodzaje falowanie morza (Tabela 6.1). Kąt obrotu wynosił  $103^\circ$  i był realizowany w ciągu 30 s. Czas ruchu wynosił 60 s. Na wykresach z rys. 6.3 przedstawiono wybrane wyniki obliczeń symulacji.

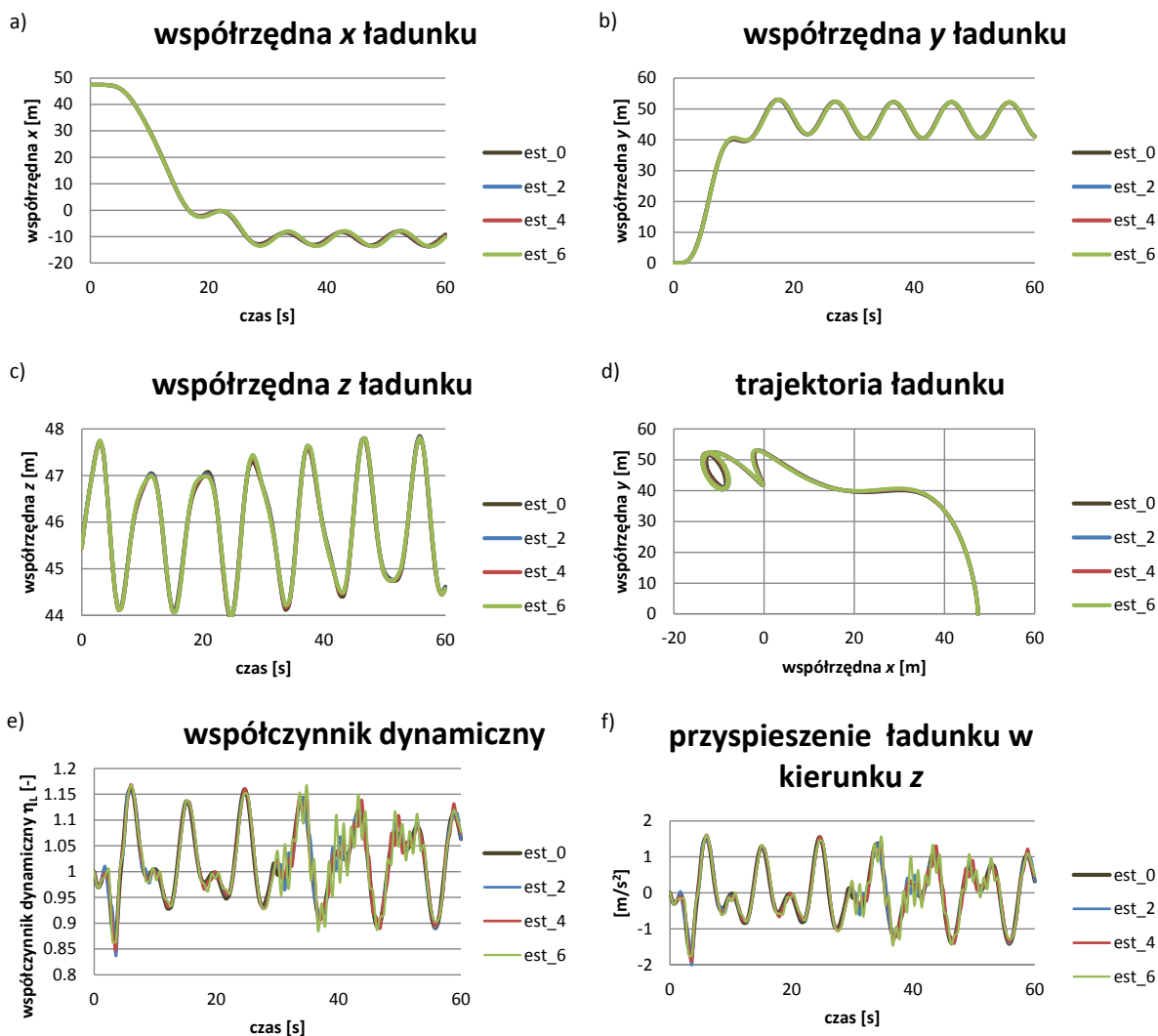
Analizując zaprezentowane wykresy można zauważyć, że wpływ falowania na współrzędne  $x$  i  $y$  ładunku jest nieznaczny, co potwierdza rys. 6.3d przedstawiający trajektorie ładunku w płaszczyźnie  $XY$ . Jest zrozumiałe, że współrzędna  $z$  ładunku, podobnie jak i siła w linie, jest znacznie bardziej uzależniona od rodzaju falowania. Pewnym zaskoczeniem jest natomiast fakt, że maksymalna wartość siły w linie nie jest związana bezpośrednio z wysokością fali. Współczynnik dynamiczny siły w linie podnoszenia dla przypadku F\_1.84 wynosi  $\eta_{Lp}=1,18$ , natomiast dla F\_2.98  $\eta_{Lp}=1,16$ . Związane jest to ze zjawiskiem rezonansu, częstotliwość falowania dla przypadku F\_1.84 jest bliska częstotliwości drgań własnych układu.



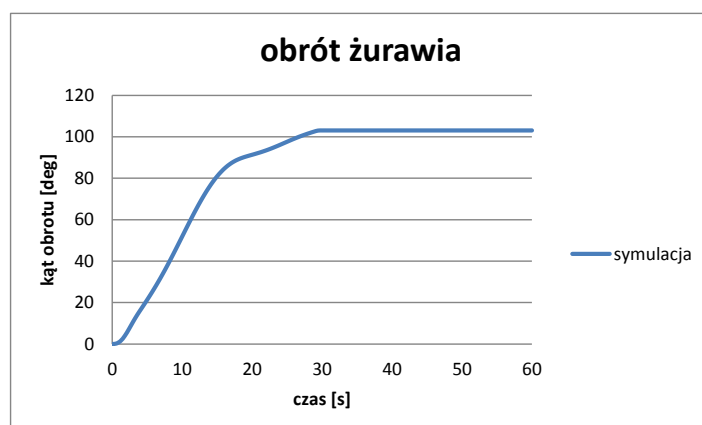
Rys. 6.3 Porównanie przebiegów czasowych a) współrzędnej  $x$  b) współrzędnej  $y$  c) współrzędnej  $z$  ładunku d) rzutu trajektorii ładunku na płaszczyznę  $XY$  e) współczynnika dynamicznego siły w linie podnoszenia dla różnych typów falowania podczas obrotu platformy

Interesujące są rozważania związane z wpływem uwzględnienia podatności wybranych podukładów żurawia na uzyskiwane wyniki symulacji. Ponieważ we wcześniejszych pracach autora [Krukowski J., Maczyński A., 2012] wykazano, że w większości przypadków najistotniejszy jest wpływ podatności wysięgnika, dlatego też w niniejszej rozprawie ograniczono się do tego przypadku. Na rys. 6.4 zaprezentowane wyniki uzyskane dla falowania  $F_{2.98}$  przy różnej liczbie est w modelu wysięgnika.

Jak wynika z wykresów zamieszczonych na rys. 6.4 wpływ podatności wysięgnika na przebiegi czasowe współrzędnych ładunku jest pomijalny. Większe różnice występują w przypadku siły w linie i przyspieszeniu ładunku w kierunku współrzędnej  $z$ . Wraz ze zwiększaniem liczby est w modelu wysięgnika, na wykresach pojawiają się dodatkowe oscylacje. W szczególności pojawiają się one około 30 s od rozpoczęcia ruchu. Jest to związane z faktem, że w przeciwieństwie do rozpędzania, hamowanie zostało zdefiniowane jako dość gwałtowne – rys. 6.5.



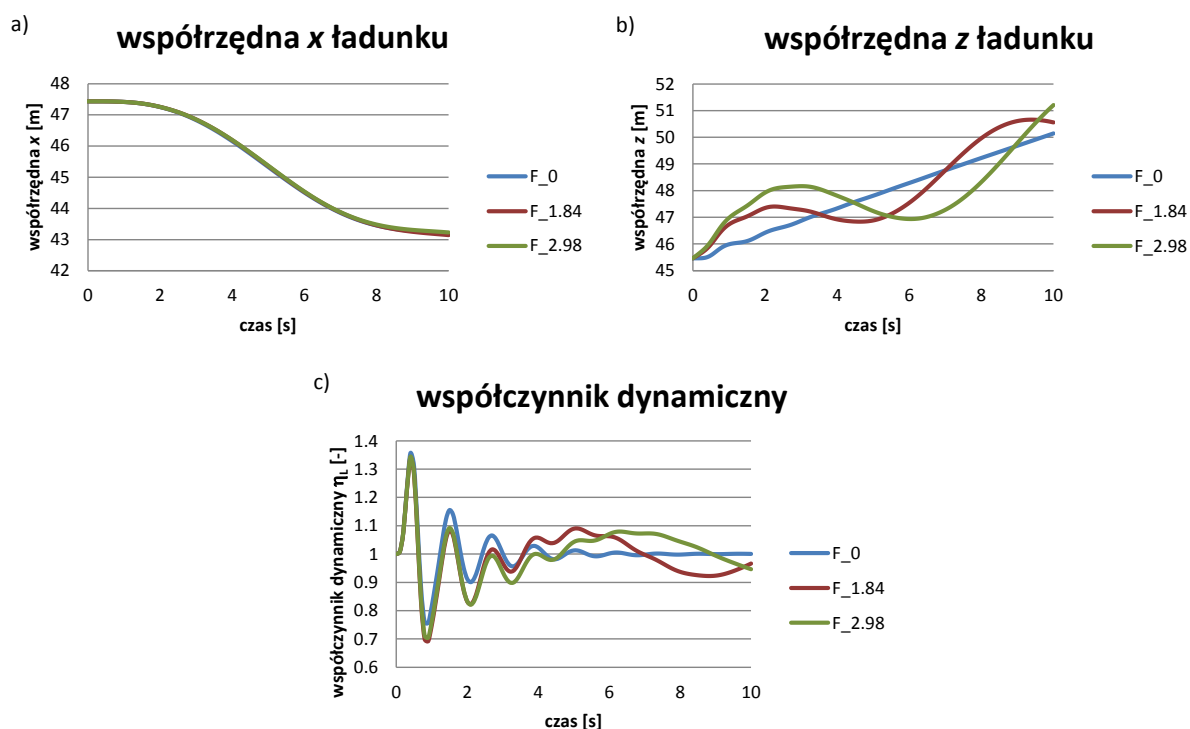
Rys. 6.4 Porównanie przebiegów czasowych a) współrzędnej  $x$  b) współrzędnej  $y$  c) współrzędnej  $z$  ładunku d) rzutu trajektorii ładunku na płaszczyznę  $xy$  e) współczynnika dynamicznego siły w linie podnoszenia e) przyspieszenia ładunku w kierunku  $z$  podczas obrotu żurawia dla różnej liczby est wysięgnika i falowania  $F_{2.98}$



Rys. 6.5 Przebieg obrotu żurawia w całym analizowanym okresie

## 6.2 Zmiana wysięgu przy różnych amplitudach fali

Kolejnym rozpatrywanym ruchem roboczym była zmiana wysięgu, przy czym ruch wciągarki zmiany wysięgu realizowany był zgodnie z przebiegiem czasowym z rys. 5.35c, natomiast falowanie opisano w Tabeli 6.1. Wybrane wyniki obliczeń numerycznych przedstawiono na rys. 6.6, czas obserwacji wynosił 10 s.

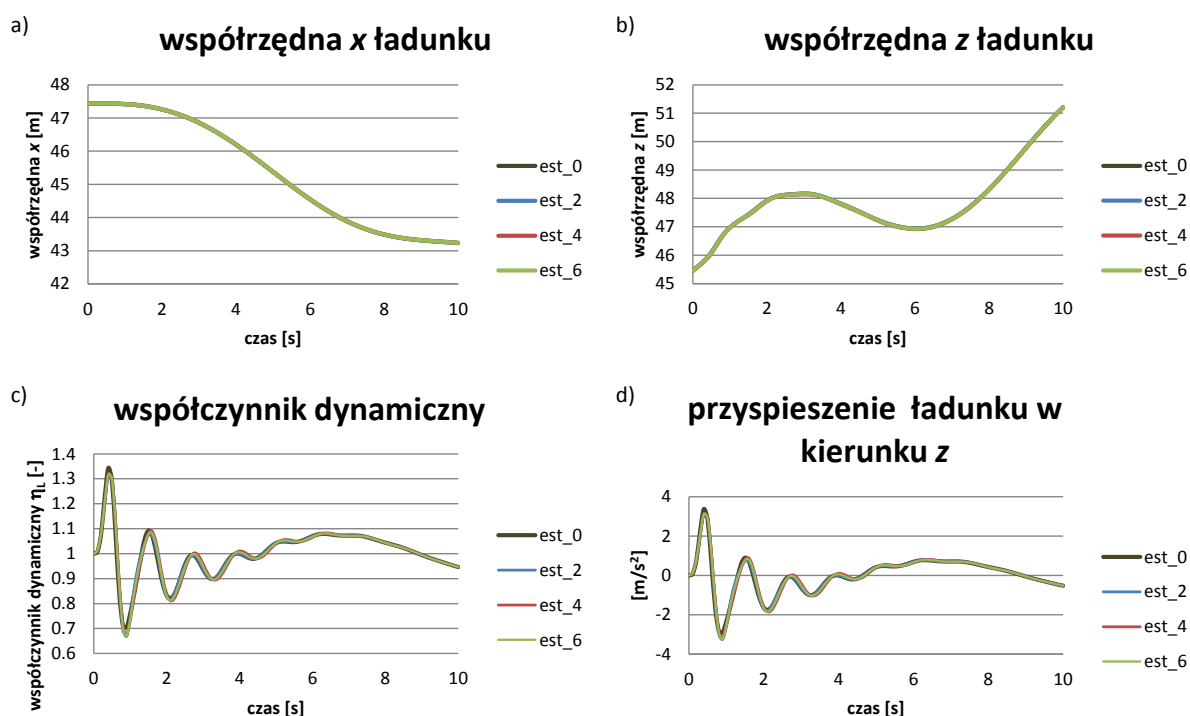


Rys. 6.6 Porównanie przebiegów czasowych a) współrzędnej x b) współrzędnej z ładunku c) siły w linie dla różnych typów falowania podczas ruchu zmiany wysięgu

Z wykresów zaprezentowanych powyżej wynika, że wysokość fali nie ma większego wpływu na współczynnik dynamiczny siły w linie podnoszenia podczas zmiany wysięgu. Na uwagę zasługuje fakt, że ten ruch roboczy wpływa znacząco na dynamikę układu, niezależnie od wysokości fali. Maksymalny współczynnik dynamiczny dla opisywanego przypadku wynosi  $\eta_L=1,34$ , natomiast dla ruchu roboczego 2 (podnoszenie ładunku z powietrza oraz równoczesnej zmiany wysięgu – rozdział 5.6.2) analizowanego podczas walidacji modelu  $\eta_L=1,42$ . Wartości te zależą oczywiście od prędkości zmiany wysięgu. Żurawie offshore ze względu za bardzo rygorystyczne normy muszą posiadać możliwość bardzo szybkiej realizacji ruchu zmiany wysięgu, co wpływa znacząco na przeciążenie konstrukcji. Podczas projektowania żurawia offshore należy więc rozpatrywać także ten ruch.



Podobnie jak w poprzednim przypadku przeanalizowano wpływ uwzględnienia podatności wysięgnika na dynamikę układu podczas zmiany wysięgu i falowaniu typu F\_2.98. Stosowne wykresy zamieszczono na rys. 6.7.



Rys. 6.7 Porównanie przebiegów czasowych a) współrzędnej x b) współrzędnej z ładunku c) współczynnika dynamicznego siły w linie podnoszenia d) przyspieszenia ładunku w kierunku z podczas zmiany wysięgu dla różnej liczby est wysięgnika i falowania F\_2.98

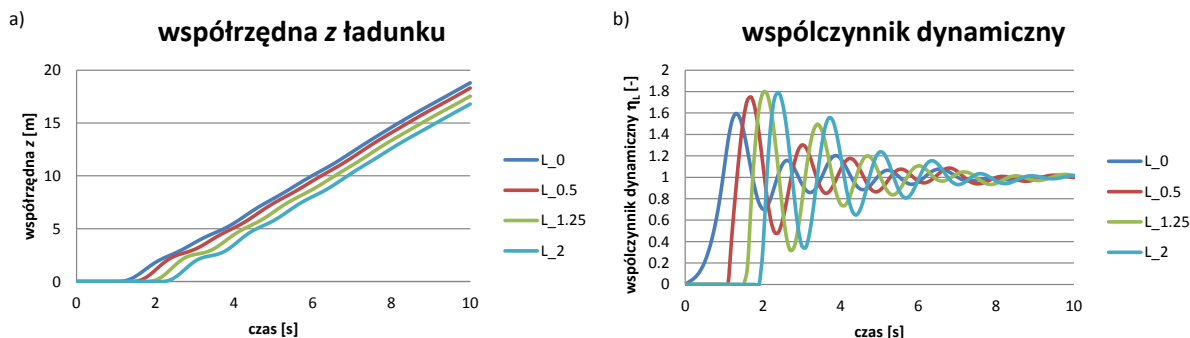
Jak wynika z wykresów zamieszczonych na rys. 6.7 wpływ podatności wysięgnika na przebiegi czasowe współrzędnych ładunku oraz siły w linie podnoszenia jest pomijalny. Jest to dość istotny wniosek, który mówi, iż do analizowania ruchu roboczego zmiany wysięgu np. na potrzeby obliczeń ofertowych nie jest konieczne uwzględnianie podatności, co wpływa znacząco na czas obliczeń.

### 6.3 Podnoszenie ładunku z pokładu nieruchomego statku dostawczego przy początkowo zluzowanej linie

W niniejszym rozdziale przedstawiono wyniki analiz związanych z podnoszeniem ładunku z pokładu nieruchomego statku dostawczego przy początkowo zluzowanej linie. Rozważano przy tym następujące wielkości luzu: 0 m ( $L_0$ ), 0,5 m ( $L_{0.5}$ ), 1,25 m ( $L_{1.25}$ ) oraz 2 m ( $L_2$ ). Analizowany czas wynosił 10 s. Otrzymane wykresy zamieszczono na rys. 6.8.

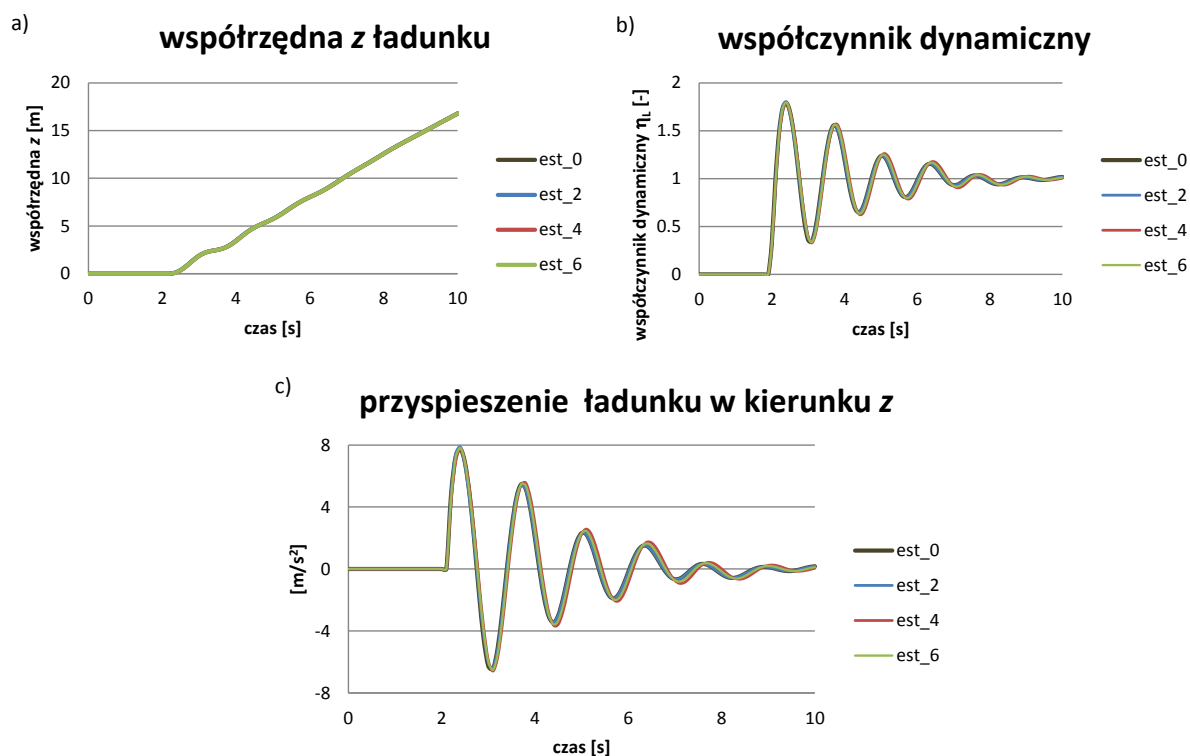
Wynikiem analizy numerycznej są następujące wartości maksymalnego współczynnika dynamicznego siły w linie podnoszenia dla kolejnych przypadków:  $\eta_{L_0}=1,59$ ,  $\eta_{L_{0.5}}=1,75$ ,  $\eta_{L_{1.25}}=1,79$ ,  $\eta_{L_2}=1,79$ . Wraz ze wzrostem luzu w linie podnoszenia następuje spodziewane zwiększenie współczynnika dynamicznego aż do wartości 1,79, przy czym jest

on identyczny dla dwóch ostatnich przypadków L\_1.25 oraz L\_2. Operator żurawia zawsze powinien dążyć do podrywania ładunku przy jak najmniejszym luzie początkowym liny podnoszenia, co powodują znaczne zmniejszenie obciążeń dynamicznych.



Rys. 6.8 Porównanie przebiegów czasowych a) współrzędnej z ładunku b) współczynnika dynamicznego siły w linie podnoszenia przy podrywaniu ładunku dla różnych długości zluzowanej liny

Na rys. 6.9 przedstawiono wpływ uwzględnienia podatności wysięgnika na dynamikę żurawia podczas podrywania ładunku z nieruchomego pokładu przy luzie L\_2.



Rys. 6.9 Porównanie przebiegów czasowych a) współrzędnej z ładunku b) współczynnika dynamicznego siły w linie podnoszenia c) przyspieszenia ładunku w kierunku z przy podrywaniu ładunku dla różnej liczby est wysięgnika i luzu L\_2

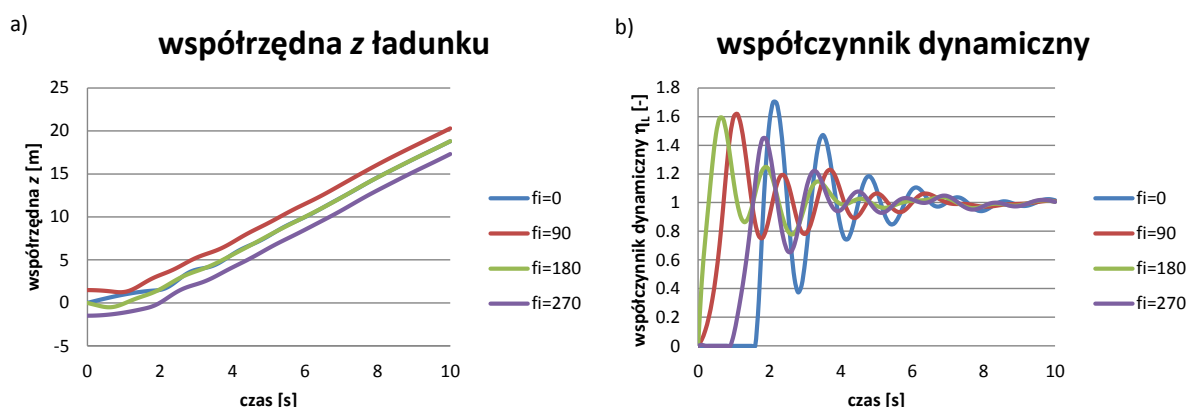
Jak wynika z wykresów zamieszczonych na rys. 6.9 wpływ podatności wysięgnika na przebiegi czasowe współrzędnych ładunku, siły w linie podnoszenia oraz przyspieszenia jest pomijalny. Podobnie jak wcześniej, możemy stwierdzić, że i w tym przypadku nie jest konieczne uwzględnienie podatności wysięgnika np. w szybkich analizach ofertowych lub związanych z zagadnieniami sterowania, co oczywiście wpływa na efektywność numeryczną symulacji.

## 6.4 Podnoszenie ładunku z pokładu ruchomego statku dostawczego dla różnych kątów fazowych

Kolejnym rozpatrywanym przypadkiem było podnoszenie ładunku z pokładu statku dostawczego, przy jednocześnie nieruchomej bazie, na której posadowione jest urządzenie. Baza statku dostawczego (baza ładunku) podlegała falowaniu:

$$\eta_3^{(13)} = 1,49 \sin\left(\frac{2\pi}{8,9} t + \varphi\right) [\text{m}], \quad (6.1)$$

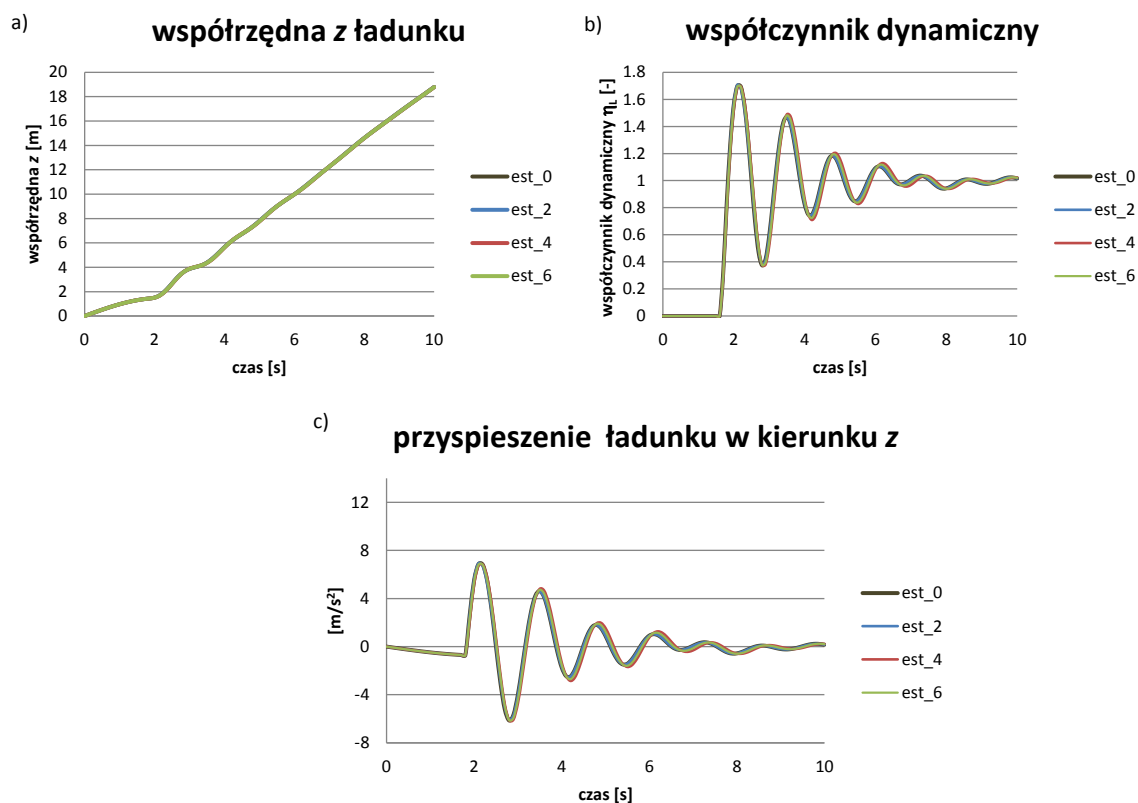
W symulacjach przyjęto następujące wartości przesunięcia fazowego  $\varphi$ :  $0^\circ$  ( $\text{fi}=0$ ),  $90^\circ$  ( $\text{fi}=90$ ),  $180^\circ$  ( $\text{fi}=180$ ) oraz  $270^\circ$  ( $\text{fi}=270$ ). Czas obserwacji ponownie wynosił 10 s. Część uzyskanych wyników przedstawiono na rys. 6.10.



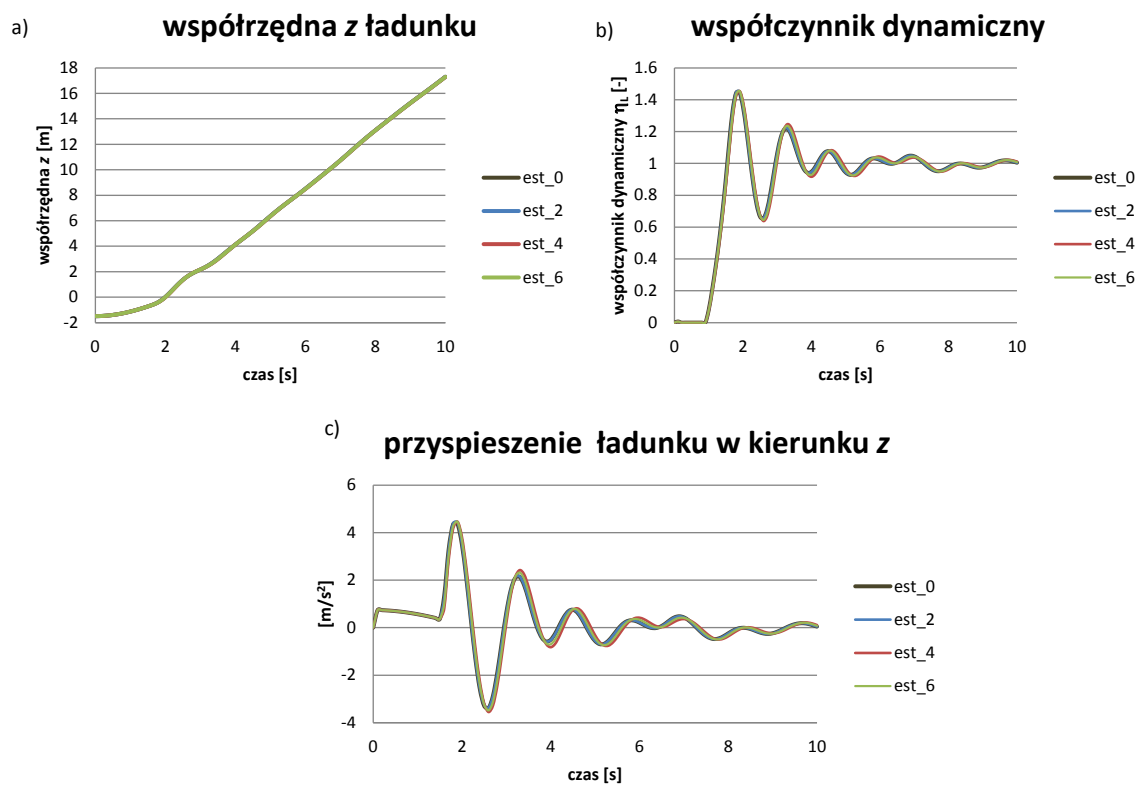
Rys. 6.10 Porównanie przebiegów czasowych a) współrzędnej z ładunku b) współczynnika dynamicznego siły w linii podnoszenia przy podrywaniu ładunku z pokładu ruchomego statku dostawczego dla różnych kątów fazowych

Największa wartość współczynnika dynamicznego występuje dla przypadku „fi=0” ( $\eta_L=1,70$ ), natomiast przypadek „fi=270” generuje najniższe obciążenia dynamiczne żurawia ( $\eta_L=1,44$ ). Przypadek kiedy wartość przesunięcia fazowego jest równa 0, powoduje największą prędkość względną pomiędzy wysięgnikiem żurawia a bazą statku dostawczego, z którego podrywany jest ładunek. Ma to istotny wpływ na zwiększenie obciążeń dynamicznych podczas pracy żurawia. Z punktu widzenia obciążenia żurawia dobrze, żeby ładunek był podrywany na „dole” fali, jednak nie jest to stosowane w praktyce przez operatorów żurawii offshore, z powodu limitu maksymalnej możliwej prędkości podnoszenia. Podrywanie ładunku odbywa się gdy baza ładunku znajduje się na „szczycie” fali. Redukuje się wówczas niebezpieczeństwo „podbijania” ładunku przez pokład statku dostawczego. Należy ten fakt uwzględnić podczas projektowania i eksploatacji urządzeń.

Analizę wpływu podatności wysięgnika przeprowadzono dla przypadków „fi=0” oraz „fi=270”. Są to kąty fazowe, dla których uzyskano odpowiednio: maksymalną i minimalną siłę w linii nośnej. Wykresy z rys. 6.11 dotyczą kąta „fi=0”, natomiast z rys. 6.12 kąta „fi=270”.



Rys. 6.11 Porównanie przebiegów czasowych a) współrzędnej  $z$  ładunku b) współczynnika dynamicznego siły w linii podnoszenia c) przyspieszenia ładunku w kierunku  $z$  przy podrywaniu ładunku z pokładu ruchomego statku dostawczego dla różnej liczby est wysięgnika oraz dla „ $f_i=0$ ”

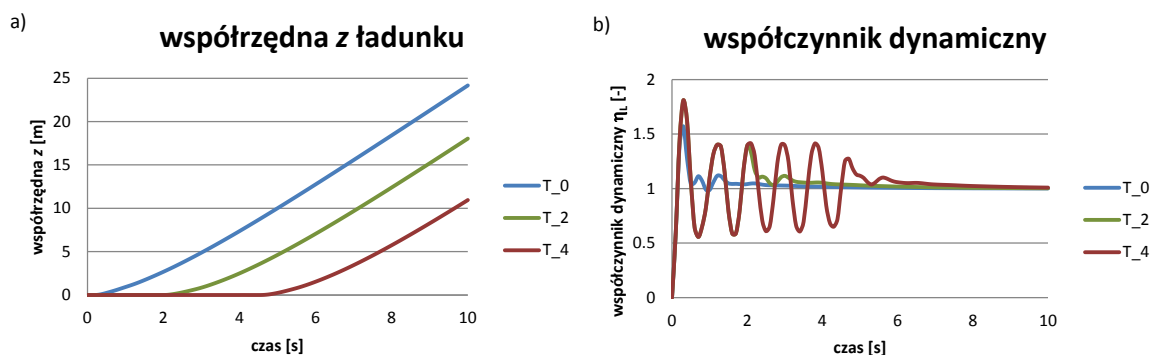


Rys. 6.12 Porównanie przebiegów czasowych a) współrzędnej  $z$  ładunku b) współczynnika dynamicznego siły w linii podnoszenia c) przyspieszenia ładunku w kierunku  $z$  przy podrywaniu ładunku z pokładu ruchomego statku dostawczego dla różnej liczby est wysięgnika i dla „ $f_i=270$ ”

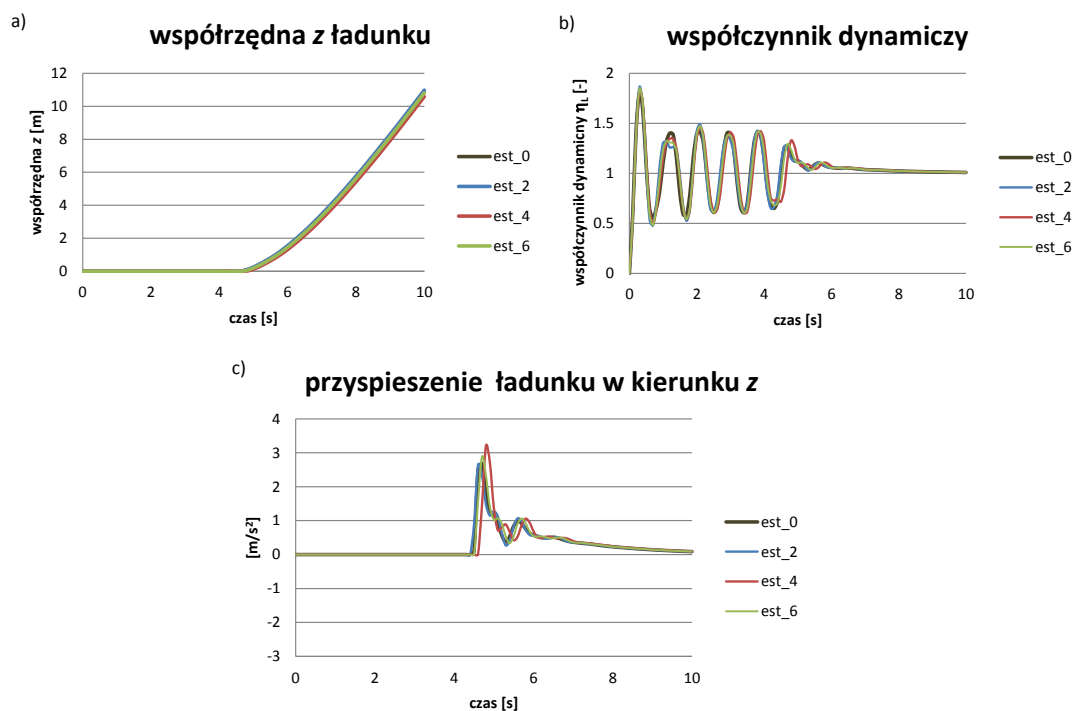
Podobnie jak w poprzednim przypadku wpływ uwzględnienia podatności wysięgnika na otrzymywane przebiegi czasowe jest pomijalnie mały.

## 6.5 Podnoszenie ładunku „przymarznętego” do pokładu statku dostawczego

W przypadku podnoszenia ładunku „przymarznętego” do pokładu statku dostawczego, czyli chwilowo na stałe związanego z bazą ładunku założono, że ruch bębna wciągarki układu podnoszenia będzie wymuszany momentem zgodnie z rys. 5.15. Analizowano następujące czasy przymarznienia: 0 s ( $T_0$ ), 2 s ( $T_2$ ) oraz 4 s ( $T_4$ ). Na rys. 6.13 przedstawiono porównanie przebiegów czasowych współrzędnej  $z$  ładunku oraz współczynnika dynamicznego dla analizowanych czasów, natomiast na wykresach z rys. 6.14 przedstawiono wyniki związane z uwzględnieniem podatności wysięgnika dla  $T_4$ .



Rys. 6.13 Porównanie przebiegów czasowych a) współrzędnej  $z$  ładunku b) siły w linii podnoszenia przy podrywaniu ładunku przymarznętego dla różnych czasów przymarznienia



Rys. 6.14 Porównanie przebiegów czasowych a) współrzędnej  $z$  ładunku b) siły w linii podnoszenia c) przyspieszenia ładunku w kierunku  $z$  przy podrywaniu ładunku przymarznętego do pokładu ( $T_4$ ) dla różnej liczby  $est$  wysięgnika.

Z zamieszczonych na rys. 6.13 wykresów wynika, że największy współczynnik dynamiczny występuje dla przypadku T\_4 i wynosi  $\eta_L=1,81$ . Uwzględnienie podatności wysięgnika nie wpływa znacząco na otrzymane przebiegi czasowe współrzędnej z ładunku oraz współczynnika dynamicznego. Zauważalne różnice pojawiają się przy analizie przyspieszenia w kierunku osi z, która osiąga największą wartość dla przypadku est\_4.

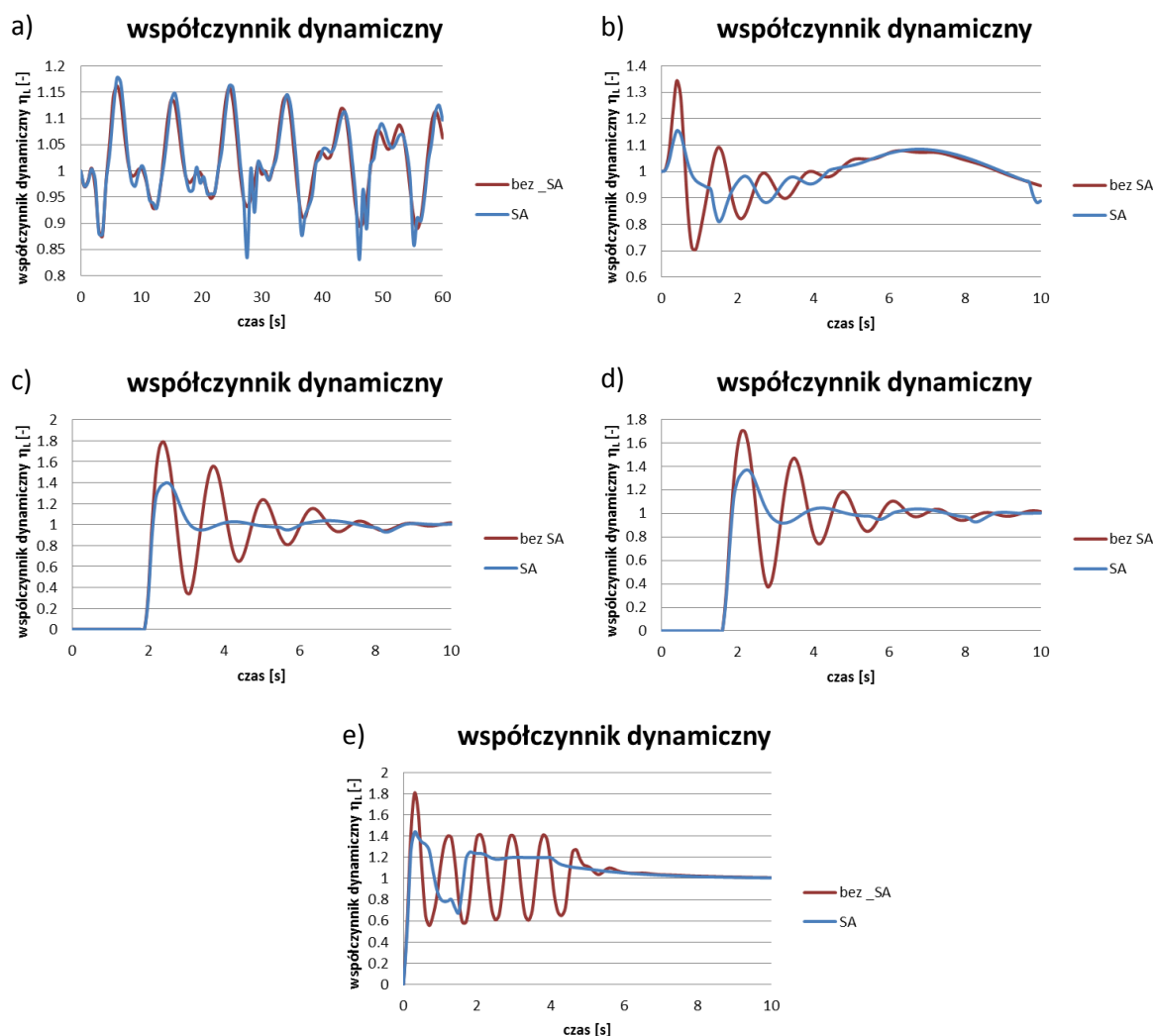
## **7 Analiza dynamiczna pracy żurawia z shock absorberem. Optymalizacja charakterystyki shock absorbera**

Jak wspomniano wcześniej, żurawie offshore są wyposażane w urządzenia, których zadaniem jest zmniejszenie przeciążeń dynamicznych występujących podczas jego pracy. Niniejszy rozdział został poświęcony analizie dynamicznej pracy żurawia wyposażonego w taki układ.

### **7.1 Symulacja pracy żurawia z shock absorberem**

Założenia przyjęte przy modelowaniu shock absorbera zostały przedstawione w rozdziale 5.3.6. Poniżej zaprezentowano wyniki symulacji dynamiki żurawia z shock absorberem podczas realizacji ruchów będących przedmiotem rozważań w rozdziale 6, przy czym wybrano te przypadki, dla których uzyskiwane siły w linie (współczynnik dynamiczny siły w linie) były największe. Na wykresach z rys. 7.1 przedstawiono przebiegi czasowe współczynnika dynamicznego siły w linie podnoszenia – oznaczenia „bez\_SA” wskazują, że w modelu pominięto shock absorber, natomiast „SA” – że został on uwzględniony.

Uzyskane wyniki wskazują, że zastosowanie shock absorbera w przypadkach b), c), d) oraz e) znacząco zmniejsza maksymalną wartość siły w linie podnoszenia oraz powoduje zmniejszenie i szybsze wygaszenie oscylacji. Należy zauważyć, że są to ruchy robocze żurawia związane bezpośrednio z podnoszeniem ładunku (c-d) lub zmianą współrzędnej z ładunku w wyniku zmiany wysięgu (b). W ruchu obrotowym wpływ shock absorbera jest pomijalny. Warto jednak podkreślić, że w tym przypadku obciążenia w układzie są najmniejsze i maksymalny współczynnik dynamiczny siły w linie nie przekracza 1,2. W dalszych rozważaniach ruch obrotowy nie będzie więcej rozpatrywany.



Rys. 7.1 Porównanie przebiegów czasowych współczynnika dynamicznego siły w linii podnoszenia w żurawiu bez i z shock absorberem dla: a) obrotu platformy ( $F_{2.98}$ ) b) zmiany wysokości ( $F_{2.98}$ ) c) podrywania ładunku z luzem ( $L_2$ ) d) podrywania z ruchomego statku dostawczego ( $\dot{f}_i=0$ ) e) podrywanie ładunku przymarzniałego ( $T_4$ )

## 7.2 Optymalizacja charakterystyki shock absorbera

Współczesna technika pozwala na znaczną dowolność kształtowania charakterystyk elementów hydraulicznych. Rozwiązania takie stosowane są na przykład w aktywnych amortyzatorach zawiesznień pojazdów samochodowych [Christopher A.,P., 1998] oraz [Praca zbiorowa, 2011] sterowaniu zmiennymi fazami rozrządu silnika spalinowego – system MultiAir firmy FIAT [66]. Istnieje zatem potencjalna możliwość zastosowania shock absorbera o innej charakterystyce niż charakterystyka liniowa przedstawiona na rys. 5.11. Być może zmieniona charakterystyka umożliwiłaby jeszcze skuteczniejszą jego pracę. Aby odpowiedzieć na to pytanie postanowiono rozwiązać zadanie optymalizacji doboru jego charakterystyki.



Rozpatrywany problem doboru charakterystyki shock absorbera to zadanie optymalizacji dynamicznej, które można ogólnie zdefiniować następująco:

– znaleźć minimum funkcjonału:

$$F = F(w, \dot{w}, s), \quad (7.1)$$

gdzie:

$w, \dot{w}$  – wektory współrzędnych i prędkości uogólnionych,

$s$  – wektor zmiennych decyzyjnych określających optymalizowaną charakterystykę,

– zapewniając spełnienie ograniczeń:

$$q_j(w, \dot{w}, s) \leq 0 \quad j=1, \dots, n_g, \quad (7.2)$$

$$h_j(w, \dot{w}, s) = 0 \quad j=1, \dots, n_h, \quad (7.3)$$

podczas gdy wektory  $w, \dot{w}, s$  powiązane są równaniami ruchu postaci:

$$M\ddot{w} = P(w, \dot{w}, s) \quad \text{dla } t \in \langle t_0, t_k \rangle. \quad (7.4)$$

Przyjęto, że funkcja  $S(t)$ , określająca charakterystykę shock absorbera, przybliżona jest funkcjami sklejanymi 3-go stopnia, przy czym zakres charakterystyki dzielony jest na  $n+1$  przedziałów. Jako zmienne decyzyjne w zadaniu optymalizacji występują zatem składowe wektora (wartości  $S_0$  i  $S_{n+1}$  są założone z góry):

$$S = [s_1, s_2, \dots, s_n]^T, \quad (7.5)$$

gdzie  $s_i$  to wartości siły w shock absorberze w punkcie  $x_i \in \langle x_0, x_n \rangle$ .

Funkcjonał  $F$  występujący w (7.1) zdefiniowano następująco:

$$F = \int_0^{t_k} (\eta_L - 1)^2 dt, \quad (7.6)$$

gdzie:

$\eta_L = \frac{S_L}{m_L g}$  – współczynnik dynamiczny siły w linie podnoszenia,

$S_L$  – siła w linie podnoszenia,

$t_k$  – czas analizy.

Dodatkowo wprowadzono ograniczenie na elementy wektora  $S$ :

$$\begin{cases} s_i \geq a_1 S_1 \\ s_i \leq a_2 S_2 \end{cases} \quad \text{dla } i = 1, \dots, n-1, \quad (7.7)$$

gdzie:

$S_1, S_2$  – zdefiniowane na rys. 5.12

$a_1, a_2$  – odpowiednio dobrane współczynniki.

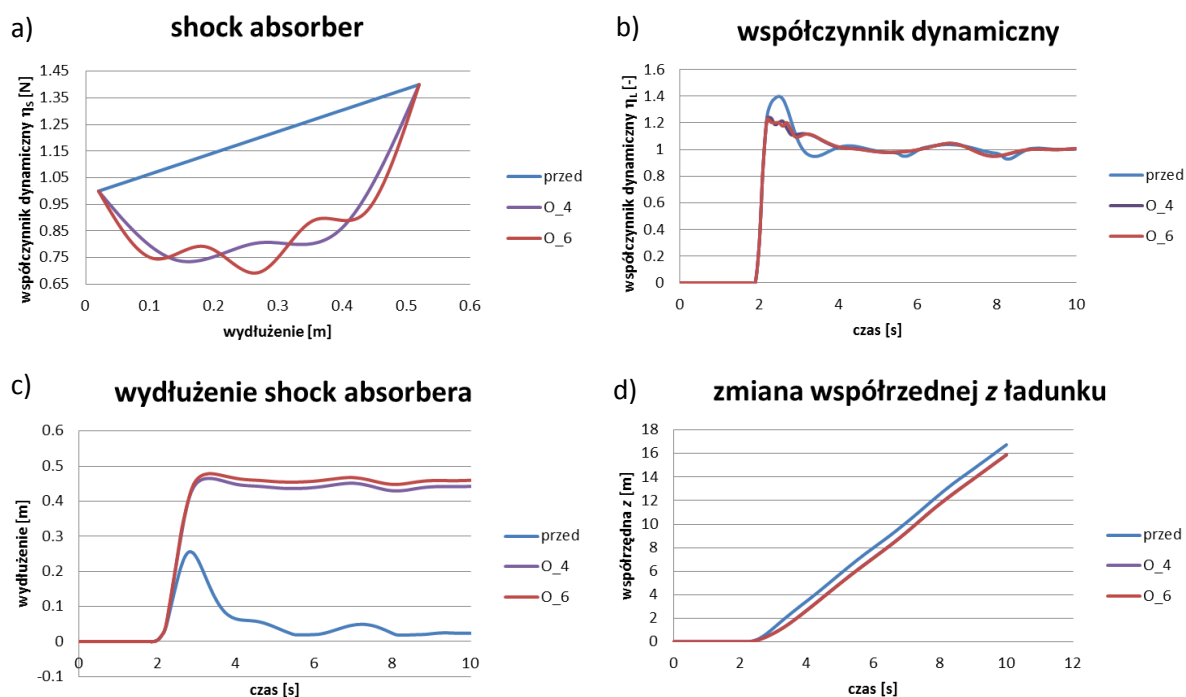
Do rozwiązania zadania zastosowano metodę pełzającego simpleksu. Tak jak większość metod optymalizacyjnych, również ta metoda jest wrażliwa na wybór przybliżenia początkowego. W prezentowanych analizach przyjęto, że początkowe przybliżenie wektora  $S$  odpowiada liniowej charakterystyce shock absorbera (rys. 5.12).

Obliczenia optymalizacyjne przeprowadzono dla podrywania ładunku z nieruchomego podłoża przy zluźnionej linii ( $L_2$ ). Jest to bowiem ten z analizowanych wcześniej przypadków ruchu, dla którego otrzymano największe przeciążenia w linii nośnej. Przyjęto, że współczynnik  $a_1=0,5$ , natomiast  $a_2=1,25$ . Z szeregu wykonanych obliczeń do dalszych rozważań wybrano dwa, które będą oznaczane:

- O\_4 – charakterystyka shock absorbera zdefiniowana przez wektor czteroelementowy,
- O\_6 – charakterystyka zdefiniowana przez wektor sześćelementowy.

Na rys. 7.2 przedstawiono charakterystyki shock absorbera (w zakresie jego pracy, czyli w przedziale  $\langle \Delta_1, \Delta_2 \rangle$  – patrz rys. 5.12), wykres przebiegu czasowego siły w linii nośnej, wydłużenia shock absorbera oraz współrzędnej  $z$  ładunku dla rozpatrywanego ruchu roboczego i różnych charakterystyk. Uwzględniono charakterystykę według początkowego przybliżenia (oznaczenie „przed”) oraz dwie charakterystyki zoptymalizowane.

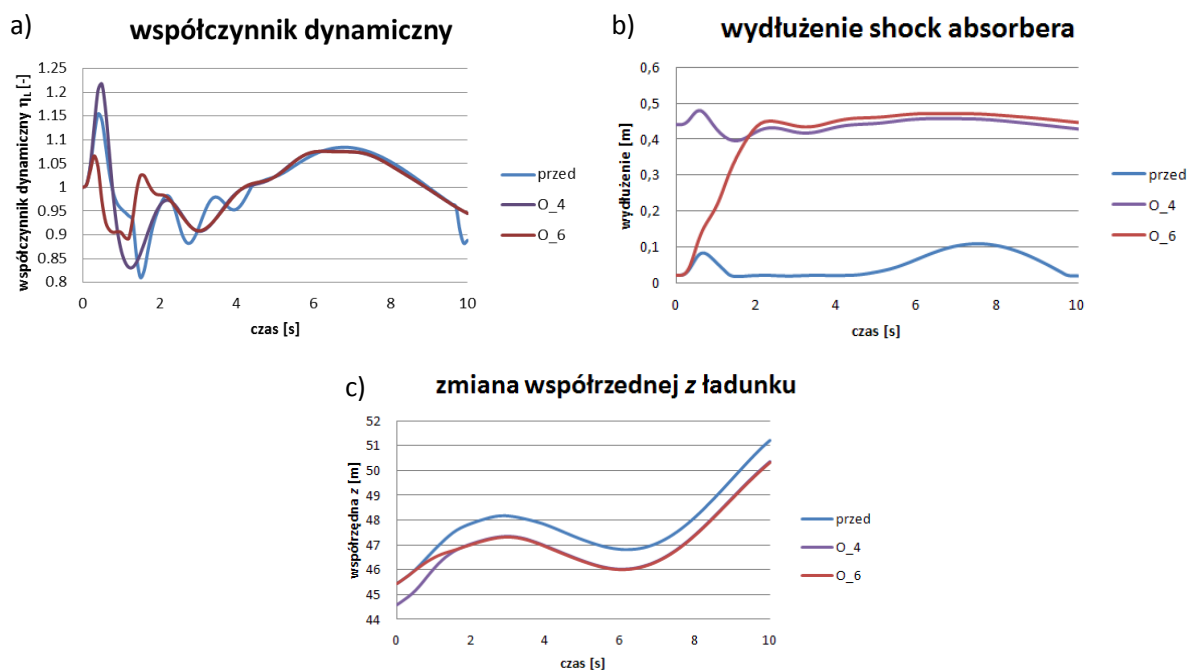
Analizując rys. 7.2b, można stwierdzić, że shock absorbery o zoptymalizowanych charakterystykach wpływają w istotny sposób na dodatkowe ograniczenie maksymalnej wartości siły w linii podnoszenia. Jednocześnie nie widać istotnych różnic w przebiegu siły dla przypadku O\_4 i O\_6. Warto przy tym zauważyć, że przy zoptymalizowanych charakterystykach shock absorbery nie „wracają” do mniejszych wydłużeń – jest to spowodowane tym, że na początku ich charakterystyka jest opadająca. Może to spowodować, że ewentualna ich kolejna reakcja w tym samym cyklu roboczym może być mniej skuteczna (np. w przypadku gdy po poderwaniu ładunku z pokładu statku dostawczego podnoszenie zostanie na chwile zatrzymane i później nastąpi wznowienie podnoszenia ładunku, ale już z powietrza). W sumie jednak wstępne wnioski uznać należy za obiecujące.



Rys. 7.2 Porównanie a) charakterystyk shock absorbera oraz przebiegów czasowych b) współczynnika dynamicznego siły w linie podnoszenia c) wydłużenia shock absorbera d) współrzędnej z ładunku dla podrywania ładunku z luzem (L\_2) dla różnych charakterystyk shock absorbera

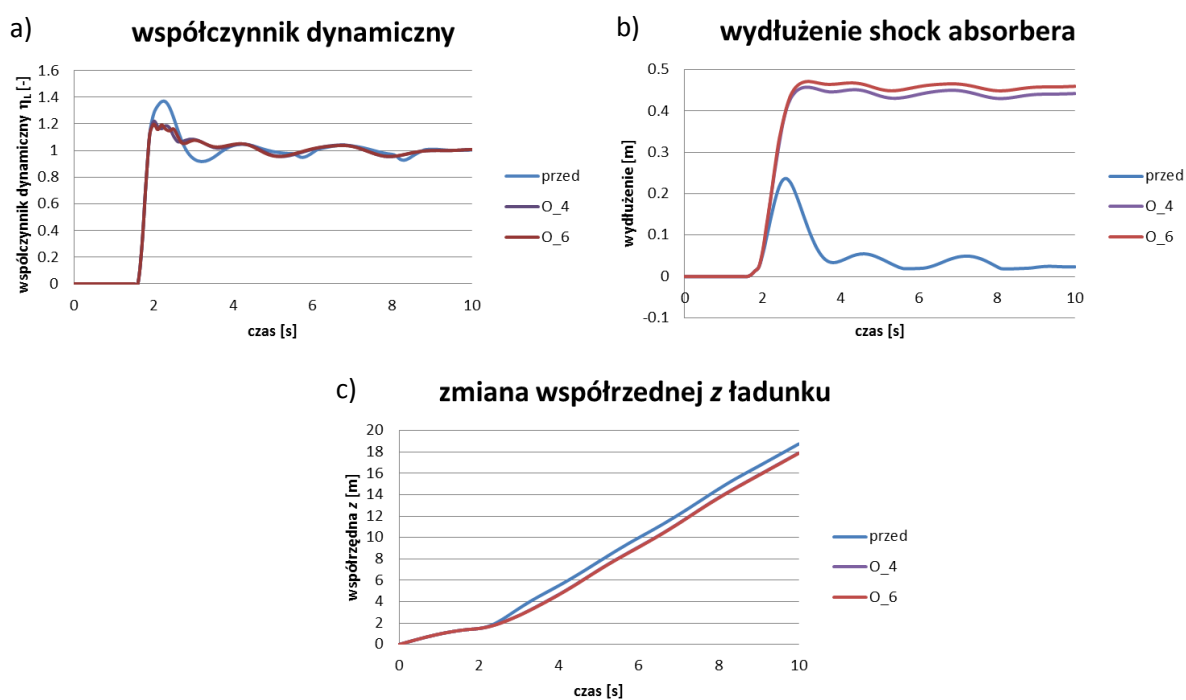
## 7.3 Symulacje numeryczne dla shock absorbera ze zoptymalizowanymi charakterystykami

W związku z pozytywnymi wnioskami wynikającymi z analiz przedstawionych w rozdziale 7.2 zdecydowano o przeprowadzeniu symulacji wskazujących, czy tak zoptymalizowane shock absorbery będą miały także korzystny wpływ na dynamikę żurawia dla pozostałych ruchów roboczych rozpatrywanych w rozdziale 6 (poza obrotem platformy). Na wykresach z rys. 7.3–7.5 zamieszczono przebiegi czasowe współczynnika dynamicznego siły w linie podnoszenia, wydłużenia shock absorbera oraz współrzędnej z ładunku uzyskane dla wspomnianych ruchów roboczych i analogicznych jak w rozdziale 7.2 charakterystyk shock absorbera.



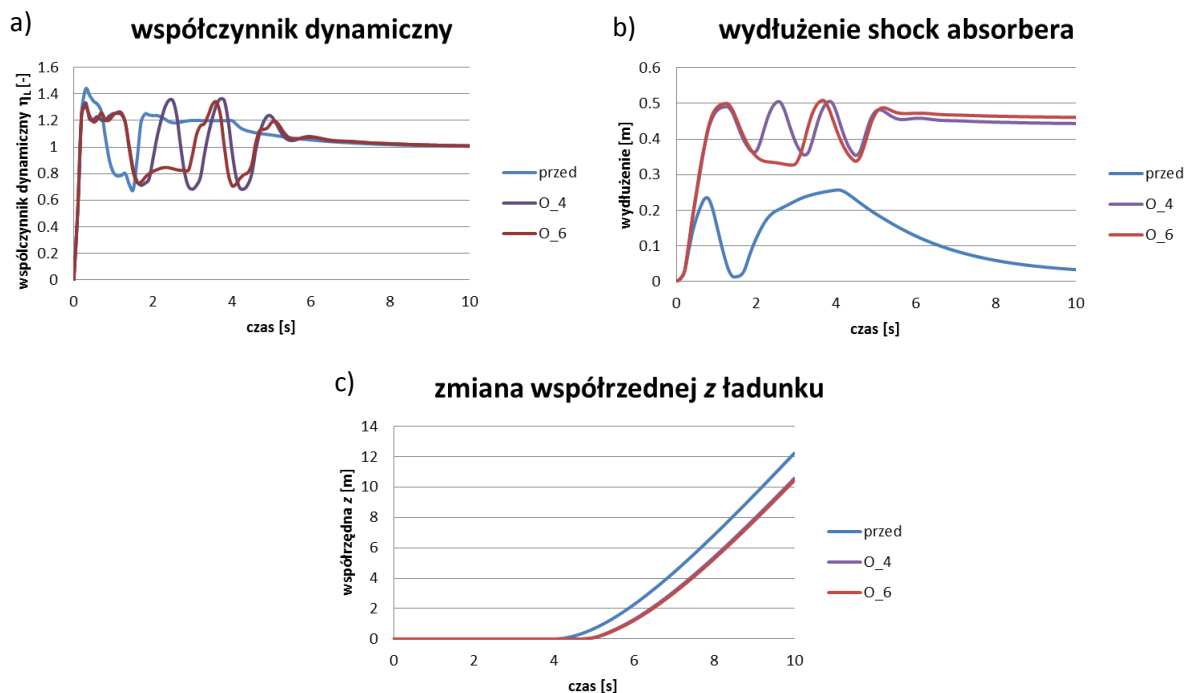
Rys. 7.3 Porównanie przebiegów czasowych a) współczynnika dynamicznego siły w linii podnoszenia b) wydłużenia shock absorbera c) współrzędnej z ładunku dla zmiany wysięgu dla różnych charakterystyk shock absorbera

Dla ruchu roboczego zmiany wysięgu żurawia (rys. 7.3), największe zmniejszenie obciążeń dynamicznych występuje dla przypadku O\_6. Przypadek O\_4 dał gorsze rezultaty w odniesieniu do charakterystyki przed optymalizacją (zwiększenie siły w linii podnoszenia, rys. 7.3a).



Rys. 7.4 Porównanie przebiegów czasowych a) współczynnika dynamicznego siły w linii podnoszenia b) wydłużenia shock absorbera c) współrzędnej z ładunku dla podrywania z ruchomego statku dostawczego dla różnych charakterystyk shock absorbera

Jak wynika z wykresów na zamieszczonych na rys. 7.4 dla podrywania ładunku ze statku dostawczego, shock absorbery o zoptymalizowanej charakterystyce wpływają w istotny sposób na zmniejszenie obciążeń w układzie podnoszenia. Współczynnik dynamiczny siły w linie podnoszenia dla przypadku O\_4 oraz O\_6 jest na poziomie  $\eta_L=1,20$  natomiast dla przypadku przed optymalizacją  $\eta_L=1,38$ . Wprowadzenie zoptymalizowanych charakterystyk dało 15% zmniejszenie obciążenia żurawia.

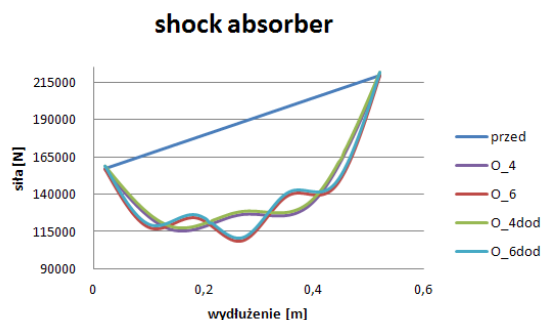


Rys. 7.5 Porównanie przebiegów czasowych a) współczynnika dynamicznego siły w linie podnoszenia b) wydłużenia shock absorbera c) współrzędnej z ładunku dla podrywania przymarzniałego ładunku (T\_4)

Wyniki symulacji optymalizacji dla przypadku podrywania przymarzniałego ładunku, również wykazały, że zastosowanie zoptymalizowanych charakterystyk O\_4 oraz O\_6 wpływa na zmniejszenia obciążeń dynamicznych konstrukcji żurawia.

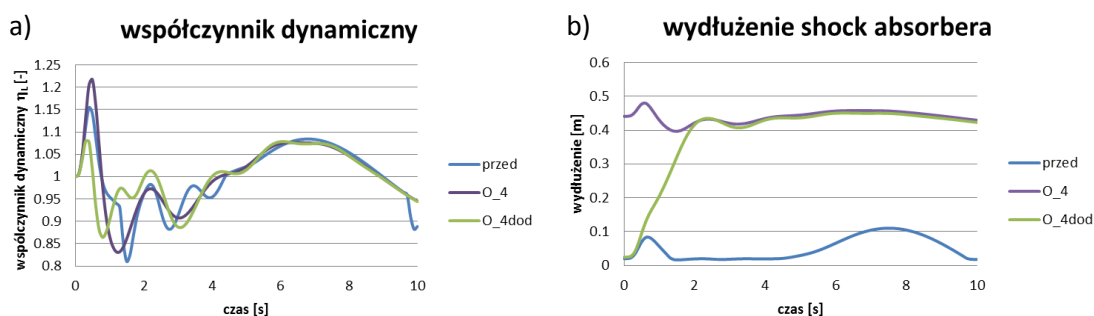
Sygnalizowane problemy związane z niepowracaniem shock absorbera ze zoptymalizowaną charakterystyką do położenia początkowego wynikają z opadającej charakterystyki jej w początkowym zakresie. W przypadku operacji wykonywanych z powietrza, gdy siła w linie jest teoretycznie równa sile  $S_1$  zapoczątkowującej aktywność shock absorbera, wystarczy niewielkie zwiększenie tej siły (np. w wyniku niedoszacowania masy ładunku, obciążenia wiatrem itp.) i shock absorber może „przeskoczyć” do innego położenia (patrz wykres O\_4 na rys. 7.3b). Aby zapobiec temu niekorzystnemu zjawisku można narzucić taką charakterystykę shock absorbera, aby w początkowym swoim zakresie miała charakter wznoszący lub zastosować nieco przewymiarowany shock absorber, to znaczy wyznaczony dla ładunku o nieco większej masie. Innym, zdecydowanie najprostszym rozwiązaniem jest „podniesienie” nieco uzyskanych wcześniej charakterystyk poprzez dodanie pewnej stałej siły. Na rys. 7.6 przedstawiono porównanie wyjściowych

charakterystyk z charakterystykami „podniesionymi” – założono wzrost masy ładunku o 50 kg.

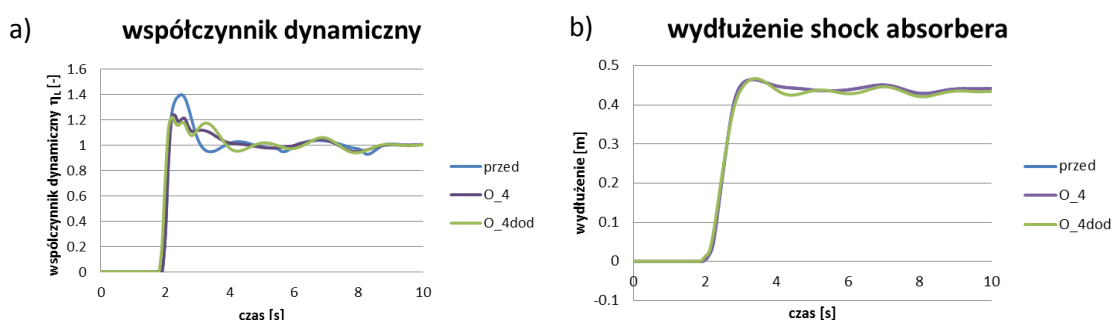


Rys. 7.6 Porównanie wyjściowych i „podniesionych” charakterystyk shock absorbera

Na kolejnych wykresach (rys. 7.7) porównano przebiegi czasowe współczynnika dynamicznego siły w linii podnoszenia i przemieszczenie shock absorbera uzyskane dla wyjściowych i „podniesionych” charakterystyk shock absorbera oraz ruchu zmiany wysięgu. Na rys. 7.8 przeprowadzono takie porównanie dla podrywania ładunku przy zluźnionej linii – jest to ten przypadek, dla którego przeprowadzono optymalizację shock absorbera. Aby zapewnić czytelność wykresów ograniczono się do charakterystyk O\_4.



Rys. 7.7 Porównanie przebiegów czasowych a) współczynnika dynamicznego siły w linii podnoszenia b) wydłużenia shock absorbera dla zmiany wysięgu i wyjściowej oraz „podniesionej” charakterystyki shock absorbera



Rys. 7.8 Porównanie przebiegów czasowych a) współczynnika dynamicznego siły w linii podnoszenia b) wydłużenia shock absorbera dla podrywania ładunku z luzem (L\_2) i wyjściowej oraz „podniesionej” charakterystyki shock absorbera

Wykresy z rys. 7.7 wskazują na spodziewaną poprawę zachowania shock absorbera w sytuacji zmiany wysięgu. Jednocześnie z rys. 7.8 wynika, że „podniesienie” charakterystyki nie wywołało jakiegось gwałtownego pogorszenia skuteczności shock absorber dla przypadku, w którym był optymalizowany.

## 8 Podsumowanie i wnioski

W wyniku realizacji pracy opracowano model matematyczny wraz z programem komputerowym pozwalającym na przeprowadzanie wszechstronnych analiz dynamicznych pracy kolumnowego żurawia offshore, w tym w warunkach przeciążeń dynamicznych. Model uwzględnia podatności podstawowych podukładów żurawia, to jest kolumny, ostojnicy i wysięgnika. Do dyskretyzacji zastosowano zmodyfikowaną metodę sztywnych elementów skończonych. Przy modelowaniu kolumny zaprezentowano także autorskie podejście bazujące na sztywnych elementach skończonych o zmiennej długości. Dzięki możliwości potraktowania wymienionych podukładów jako człony sztywne, można uzyskać model o stosunkowo niewielkiej liczbie stopni swobody, ale za to efektywny numerycznie. Pozwala to na stosowanie go do szybkich obliczeń pomocniczych podczas ofertowania i prac dotyczących sterowania lub optymalizacji.

Opracowane narzędzia, to jest model oraz program komputerowy, umożliwiają przeprowadzanie analiz związanych z różnymi ruchami roboczymi i scenariuszami. Można rozpatrywać ruchy: podnoszenia (opuszczania), zmiany wysięgu i obrotu platformy, a także dowolne ich kombinacje. W chwili rozpoczęcia obliczeń ładunek może znajdować się w powietrzu lub spoczywać na pokładzie statku dostawczego. Zarówno baza żurawia jak i statek dostawczy mogą podlegać ruchom unoszenia wywołanym falowaniem morza. Ruch ten definiowany jest dla każdej z 6 współrzędnych niezależnie. Można analizować także zjawisko „przymarznienia” ładunku do pokładu.

Weryfikacja modelu matematycznego przeprowadzona została w oparciu o wyniki pomiarów uzyskane dla żurawia, który jest eksploatowany na Morzu Północnym. Pozwoliła ona na dostrojenie parametrów modelu oraz ocenę zgodności otrzymywanych wyników z symulacji i pomiarów. Pozytywny wynik weryfikacji sprawia, że model może być wykorzystywany podczas projektowania żurawi offshore. Walidacja modelu wykazała, że uzyskiwane wyniki z analizy numerycznej są obarczone niewielkim błędem na poziomie kilku procent. Natomiast jeżeli porównać maksymalne wartości współczynnika dynamicznego siły w linii podnoszenia  $\eta_L$ , to różnią się one o niecałe 2 %. Maksymalne wartości współczynnika dynamicznego są bardzo istotnym wskaźnikiem, który musi być uwzględniony podczas obliczeń i projektowania konstrukcji żurawia.

Badaniom symulacyjnym poddano różne ruchy robocze, przy czym były one realizowane także w warunkach znacznych obciążeń dynamicznych. Przeprowadzona została analiza wpływu wysokości fali na obciążenie dynamiczne konstrukcji podczas obrotu żurawia oraz zmiany wysięgu. Zauważono, że podczas wykonywania obrotu żurawia wysokość fali nie przekłada się bezpośrednio na zwiększenie współczynnika dynamicznego siły w linii podnoszenia. Wyniki otrzymane podczas symulacji zmiany wysięgu pokazały, że w niektórych przypadkach mogą wystąpić większe siły dynamiczne w układzie niż podczas podrywania ładunku. Jest to fakt często ignorowany podczas projektowania żurawi offshore, co może prowadzić do niekontrolowanego zniszczenia konstrukcji.

Badano również wpływ luzu początkowego liny podnoszenia oraz moment podrywania falującego ładunku. Wyniki tych symulacji mogą posłużyć jako baza do dalszych

analiz optymalizacji operacji podnoszenia ładunku przez operatorów żurawi oraz układów wspomagających podnoszenie takich jak: układ ciągłego napięcia liny podnoszenia (constant tension) czy też układ kompensowania falowania (active heave compensation).

Z punktu widzenia projektowania żurawia interesująca jest możliwość przeprowadzenie analiz, w których ładunek „przymarza” do falującego pokładu statku dostawczego. Jest to bardzo groźna sytuacja, która prowadzić może do znacznego przeciążenia konstrukcji. Na podstawie analizy może być przeprowadzana weryfikacja systemów ochronnych żurawia oraz sposobu sterowania wciągarką podnoszenia podczas podrywania ładunku.

Analiza pracy żurawia z shock absorberem potwierdziła znany efekt zmniejszenia obciążeń dynamicznych układu w różnych warunkach eksploatacyjnych układu. Odpowiedni dobór parametrów shock absorbera jest bardzo istotny z punktu widzenia poprawności pracy żurawia. Dodatkowo zaproponowano optymalizację charakterystyki shock absorbera, która spowodowała dalsze zmniejszenie obciążeń dynamicznych. Minimalizowanie obciążeń dynamicznych żurawia oraz poznanie ich wpływu na inne parametry urządzenia roboczego, pozwala na projektowanie bardziej wydajnych oraz bezpiecznych konstrukcji.

Uzyskane wyniki mogą posłużyć jako odniesienie do weryfikacji innych kolumnowych żurawi offshore, które narażone są na ciężkie warunki pracy. Konstrukcję dla morskiego przemysłu wydobywczego produkowane są zwykle na specjalne zamówienie w ilościach jednostkowych. Powoduję to, że wymagane jest indywidualne podejście do konstrukcji i obliczeń inżynierskich każdego z nich. W tym kontekście bardzo przydatne podczas wstępnych faz projektowych są narzędzia obliczeniowe, które powstały w ramach tej pracy, w szczególności program komputerowy. Pomocny jest on przede wszystkim przy wstępnych analizach na etapie ofertowym, kiedy to szacowana jest cena urządzenia oraz analizowana jest możliwość spełnienia wymogów stawianych przez zamawiającego.

Planowane jest stopniowe wdrażanie opracowanego w ramach niniejszej pracy modelu oraz programu komputerowy do procesu projektowania żurawi w firmie National Oilwell Varco Poland w Gdańsku.



## Bibliografia

- [1] **Adamiec-Wójcik I., Maczyński A., Wojciech S.**, Zastosowanie metody przekształceń jednorodnych w modelowaniu dynamiki offshore, WKŁ, 2008
- [2] **Adamiec-Wójcik I., Falat P., Maczyński A., Wojciech S.**, Load stabilisation an A-frame – a type of an offshore crane, The Archive of Mechanical Engineering, Vol. 56, nr 1, 2009, pp. 37-59
- [3] **Balachandran B., Li YY., Fang CC.**, A mechanical filter concept for control of non-linear crane-load oscillations, Journal of Sound & Vibrations, 228, 1999, pp. 651-682
- [4] **Cha J. H., Roh M. I., Lee K. Y.**, Dynamic response simulation of a heavy cargo suspended by a floating crane based on multibody system dynamics, Ocean Engineering, 2010, doi:10.1016/oceaneng.2010.06.008
- [5] **Cha J. H., Roh M., I., Lee K. Y.**, Integrated simulation framework for the process planning of ships and offshore structures, Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 26, 2010, pp. 430–453
- [6] **Christopher A.,P.**, Experimental Evaluation of Semiactive Magneto-Rheological Suspensions for Passanger Vehicles. Praca magisterska, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998
- [7] **Cozijn J. L. van der Wal R. J., Dunlop C.**, Model testing and complex numerical simulations for offshore installation, Proceeding of the 8<sup>th</sup> International Offshore and Polar Engineering Conference, Vancouver, 2008, Vol. I, pp. 137-147
- [8] **Craig J. J.**, Wprowadzenie do robotyki. Mechanika i sterowanie, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1993
- [9] **Das S. N., Das S. K.**, Mathematical model for coupled roll and yaw motions of a floating body in regular waves under resonant and non-resonant conditions, Applied Mathematical Modelling, 29, 2005, pp. 19-34
- [10] **Driscoll F. R., Lueck R. G., Nahon M.**, Development and validation of a lumped-mass dynamics model of a deep-sea ROV system, Applied Ocean Research, 22, 2000, pp. 169-182
- [11] **Ellermann K., Kreuzer E., Markiewicz M.**, Nonlinear dynamics of floating cranes, Nonlinear Dynamics, 27 (2), 2002, pp. 107-183
- [12] **Ellermann K., Kreuzer E., Markiewicz M.**, Nonlinear primary resonances of a floating crane, Meccanica, 38, 2003, pp. 5-18
- [13] **Ellermann K., Kreuzer E.**, Nonlinear dynamics in the motion of floating cranes, Multibody System Dynamics, 9, 2003, pp. 377–387
- [14] **Ellermann K.**, On the determination of nonlinear response distributions for oscillators with combined harmonic and random excitation, Nonlinear Dynamics 42, 2005, pp. 305–318
- [15] **Falat P.**, Analiza dynamiczna żurawia okrętowego typu A-rama, Praca doktorska, Bielsko-Biała, 2004
- [16] **Falat P., Brzozowska L., Brzozowski K.**, Application of neural network to control the load motion of an offshore crane, Proceeding of IEEE Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems; Technology and Applications, Sofia, 2005, pp. 129-132
- [17] **Falat P., Polański A.**, Stabilization of the motion of a sea probe, 6<sup>th</sup> Conference on Dynamical Systems - Theory and Applications, Łódź, 2001, pp. 249-256
- [18] **Falat P., Wojciech S.**, Application of non-linear optimisation methods to stabilise motion of a sea probe, Zeszyty Naukowe, Budowa i Eksploatacja Maszyn, Akademia Techniczno-Humanistyczna w Bielsku-Białej, 2003, Ser. 4 Publikacje z.6., str. 29-40
- [19] **Fossen T. I.**, Guidance and control of ocean vehicles, John Wiley and sons, Chichester, England, 1994
- [20] **Han D. S., Yoo S. W., Yoo H. S., Kim M. H., Kim S. H., Lee J. M.**, Coupling analysis of finite element and finite volume method for the design and construction of FPSO crane, Automation in construction 20, 2011, pp. 368-379
- [21] **Kościelny R., Wojciech S.**, Nonlinear vibration of the sybsystem in various media conditions, Proceedings 17th Annual Energy-Sources Technology Conference:, New Orlean, 1994, ASME. Vol.63, Structural Dynamics and Vibration, New York, 1994, pp. 47-52

- [22] **Kreuzer E. J., Sichermann W. M.**, Nonlinear dynamics in ocean engineering, Mechanics of the 21st Century, Springer, 2005, pp. 173–185
- [23] **Krukowski J., Maczyński A.**, Wyznaczanie parametrów zastępczych uproszczonego modelu kolumny żurawia typu offshore, XXIII Konferencji Naukowej “Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych”, Zakopane, 2010, materiały wydane w wersji elektronicznej
- [24] **Krukowski J., Maczyński A.**, Efektywność obliczeniowa różnych sposobów modelowania ruchu ogólnego bazy urządzeń offshore, Acta Mechanica et Automatica, vol.4, no.2, 2010, pp. 93-98
- [25] **Krukowski J., Maczyński A.**, Model żurawia offshore do obliczeń ofertowych a uwzględnienie podatności głównych elementów konstrukcji, XXIV Konferencji Naukowej “Problemy Rozwoju Maszyn Roboczych”, Zakopane, 2012, materiały wydane w wersji elektronicznej
- [26] **Li Y. Y., Balachandran B.**, Analytical study of a system with a mechanical filter, Journal of Sound and Vibration, 247, 2001, pp. 633-653
- [27] **Maczyński A.**, Dynamika żurawia samojezdnego w aspekcie sterowania jego napędami, Praca doktorska, Bielsko-Biała, 2000
- [28] **Maczyński A.**, Pozycjonowanie i stabilizacja położenia ładunku żurawi wysięgnikowych, Wydawnictwo ATH, Seria Rozprawy Naukowe, Nr 14, Bielsko-Biała, 2005
- [29] **Maczyński A.**, Stabilizacja położenia ładunku żurawia typu offshore z wykorzystaniem specjalnego układu pomocniczego, Czasopismo Techniczne. Mechanika, Politechnika Krakowska 2006 z.1-M, s.247-254
- [30] **Maczyński A., Wojciech S.**, Stabilization of load position for offshore cranes, Twelfth World Congress in Mechanism and Machine Science, Besancon, France, 2007, [Dokument elektroniczny] s. 1-6 [Dostępne również on-line (03.04.2008) [http://130.15.85.212/proceedings/WorldCongress07/articles/article\\_cd.htm](http://130.15.85.212/proceedings/WorldCongress07/articles/article_cd.htm)]
- [31] **Maczyński A., Wojciech S.**, Stabilization of load's position in offshore cranes, Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Vol. 13, pp. 2012, 1-10
- [32] **Maczyński A., Wojciech S.**, The influence of stabilization of load positioning in an offshore crane on taut-slack phenomenon in a rope, The Archive of Mechanical Engineering, Vol. LVI, 3, 2009, pp. 279-290
- [33] **Maczyński A., Wojciech S.**, Wpływ sposobu modelowania ruchów bazowych na efektywność numeryczną obliczeń – część I, Zeszyty Naukowe OBR SM BOSMAL, Zeszyt 43, Bielsko-Biała, 2009, str. 21-36
- [34] **Maczyński A., Wojciech S.**, Wpływ sposobu modelowania ruchów bazowych na efektywność numeryczną obliczeń – część II, Zeszyty Naukowe OBR SM BOSMAL, Zeszyt 44, Bielsko-Biała, 2009, str. 7-17
- [35] **Masoud Z. N.**, A control system for the reduction of cargo pendulation of ship-mounted cranes, Virginia Polytechnic Institute and State University, Doctoral Thesis, Blacksburg, Virginia, USA, 2000
- [36] **Masoud Z. N., Nayfeh A. H., Mook D. T.**, Cargo pendulation reduction of ship-mounted cranes, Nonlinear Dynamics, Vol. 35, No. 3, 2004, pp. 299-311
- [37] **Nayfeh A. H., Masoud Z. N., Nayfeh N. A.**, A delayed-position feedback controller for cranes, IUTAM Symposium on Chaotic Dynamics and Control of Systems and Processes in Mechanics, 2005, 385–395
- [38] **Nayfeh A. H., Masoud Z. N., Nayfeh N. A., Abdel-Rahman E.**, Control of ship-mounted cranes, IUTAM Symposium on Vibration Control of Nonlinear Mechanisms and Structures, 2005, pp. 21–35.
- [39] **Nayfeh A., Masoud Z.**, Delayed position-feedback controller for the reduction of payload pendulations of rotary cranes, ASME 2001 Design Engineering Technical Conference and Computers and Engineering Conference, Pittsburgh, 2001
- [40] **Neupert J., Arnold E., Schneider K., Sawodny O.**, Tracking and anti-sway control for boom cranes, Control Engineering Practice 18, 2010, pp. 31-44
- [41] **Norma EN 13852-1**, Cranes – Offshore cranes – Part 1; General – purpose offshore cranes, Maj 2004
- [42] **Norma API SPEC 2C**, Specification for Offshore Pedestal Mounted Cranes, November 1 2003

- [43] **Osiński M., Maczyński A., Wojciech S.**, The influence of ship's motion in regular wave on dynamics of an offshore crane, *The Archive of Mechanical Engineering*, Vol. 51, No. 2, 2004, pp. 131-163
- [44] **Osiński M., Wojciech S.**, Application of nonlinear optimisation methods to input shaping of the hoist drive of an off-shore crane, *Nonlinear Dynamics*, 17, 1998, pp. 369-386
- [45] **Osiński M., Wojciech S.**, Dynamic of hoisting appliances in marine conditions, *Machine Vibration*, 3, 1994, pp. 76-84
- [46] **Osiński M., Wojciech S.**, Optymalizacja dynamiczna ruchu wciągarki żurawia podczas przeładunku na fali, VIII Sympozjum Dynamiki Konstrukcji, Rzeszów-Jawor 1993, str. 221-228
- [47] **Osiński M., Wojciech S.**, Optymalne sterowanie wciągarką żurawia, *Dozór Techniczny*, 157, nr 1, 1995, str. 1-5
- [48] **Osiński M., Wojciech S.**, Same problems of dynamic analysis and control of an off-shore crane, *Proceedings of 5<sup>th</sup> International Conference of Cranes and Textile Machines*, Gdańsk, 1996, Section II, pp. 114-125
- [49] **Pedrazzi C., Barbieri G.**, LARSC: Launch and recovery smart crane for naval ROV handling, 13<sup>th</sup> European ADAMS Users' Conference, Paris, 1998
- [50] **Ren H. L., Wang X. L., Hu Y. J., Li C. G.**, Dynamic response analysis of a moored crane-ship with a flexible boom, *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, 9 (1), 2008, pp. 26-31
- [51] **Schaub H.**, Rate-based ship-mounted crane payload pendulation control system, *Control Engineering Practice*, 16, 2008, pp. 132-145
- [52] **Spathopoulos M. P., Fragopoulos D.**, Control design of a crane for offshore lifting operations, *Nonlinear control in the year 2000*, vol 2. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 259 (2). Springer, 2001, 469-486
- [53] **Szczotka M.**, Metoda sztywnych elementów skończonych w modelowaniu nieliniowych układów w technice morskiej, Politechnika Gdańska, Monografie, 107, 2011
- [54] **Titov L.F.**, *Vetrovye volny. Gidrometeoizdat*, Leningrad, 1969
- [55] **Urbaś A.**, Rozprawa doktorska, Akademia Techniczno-Humanistyczna, Bielsko-Biała, 2010
- [56] **Urbaś A., Wojciech S.**, Analiza dynamiczna suwnicy bramowej przeznaczonej do transportu BOP, *Problemy Transportu*, T. 3, Z. 4, 2008, str. 85-100
- [57] **Urbaś A., Wojciech S.**, Dynamic analysis of the gantry crane used for transporting BOP, *Modeling, simulation and control of nonlinear engineering dynamical systems: state-of-the-art, perspectives and applications*, Springer, 2009, str. 49-59
- [58] **Urbaś A., Szczotka M., Maczyński A.**, Analysis of movement of the bop crane under sea weaving conditions, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 48, 3, 2010, pp. 677-701
- [59] **Van Dijk R. R. T., Hendriks A. A., Friisk L.**, A dynamic model for lifting heavy modules between two floating offshore structures, *EuroDyn Conference*, Paper no EuroDyn 2005, Paris, 2005, 6p
- [60] **Wittbrodt E., Adamiec-Wójcik I., Wojciech S.**, *Dynamics of flexible multibody systems. Rigid finite element method*, Berlin-Heidelberg-New York, Springer, 2006
- [61] **Wittbrodt E., Szczotka M., Maczyński A., Wojciech S.**, *Rigid finite element method in analysis of dynamics of offshore structures*, Springer, 2013
- [62] **Witz J. A.**, Parametric excitation of crane loads in moderate sea states, *Ocean Engineering*, Vol. 22, No. 4, 1995, pp. 411-420
- [63] **Wojciech S.**, Dynamic analysis of manipulators with flexible links, *Archiwum Budowy Maszyn*, T. XXXVII, Z. 3, 1990, pp. 169-188
- [64] **Wojciech S.**, *Dynamika płaskich mechanizmów dźwigniowych z uwzględnieniem podatności ogniów oraz tarcia i luzów w węzłach*, Wydawnictwa Politechniki Łódzkiej, Rozprawy Naukowe, Nr 66, Łódź, 1984
- [65] **Praca zbiorowa**, *Automotive handbook*, John Wiley and Sons, p. 703, 2011
- [66] <http://www.caranddriver.com/features/fiats-multi-air-valve-lift-system-explained> (10.10.2013)