

# in die Kristalloptik

**ischen** 

ing

Von

## Dr. Eberhard Buchwald

Mit 124 Abbildungen



1958 GRU 9 2 28.KOPCZENOWA E. 13 .DZIANKOWEZI X9. ALEINENV V.N. 86. Kolicestvenny Moskva 1954. Chemia techni Związki aroma W-wa 1955. W-Wa 1955. Analiza miner 5 DXZYXO 9 a a

## Sammlung Göschen

## Einführung

## in die

## Kristalloptik

### Von

## Dr. Eberhard Buchwald

Privatdozent der Physik an der Universität Breslau

Mit 124 Abbildungen

Neudruck



Berlin und Leipzig Vereinigung wissenschaftlicher Verleger Walter de Gruyter & Co. vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung · J. Guttentag, Verlagsbuchhandlung · Georg Reimer · Karl J. Trübner · Veit & Comp. 1920





Alle Rechte, insbesondere das Übersetzungsrecht, von der Verlagshandlung vorbehalten.





Druck der Spamerschen Buchdruckerei in Leipzig.

## Inhalt.

Soito

Einleitung	Selle 5
§ 1. Optischer Teil	5
§ 2. Kristallographischer Teil	10
I. Teil. Einachsige Kristalle ohne Drehver.	10
mögen	16
§ 3. Grundtatsachen am Kalkspat	16
§ 4. Die Strahlenfläche einachsiger Kristalle	18
§ 5. Konstruktionen mit Hilfe der Strahlen-	10
fläche	21
§ 6. Doppelbrechung und Polarisation	28
§ 7. Huygens' Versuch mit zwei Kalkspaten	33
§ 8. Einachsige Kristalle im parallelen polari-	00
sierten Lichte	37
§ 9. Gangunterschied und Interferenzfarben	46
§ 10. Einachsige Kristalle im konvergenten	10
polarisierten Lichte	51
§ 11. Hilfsflächen bei einachsigen Kristallen	61
II. Teil. Zweiachsige Kristalle ohne Drehver-	01
mögen	70
§ 12. Hilfsflächen bei zweiachsigen Kristallen.	70
§ 13. Äußere und innere konische Refraktion.	81
§ 14. Optik und Kristallsysteme	85
§ 15. Zweiachsige Kristalle im parallelen polari-	
sierten Lichte	91
§ 16. Zweiachsige Kristalle im konvergenten	
polarisierten Lichte	94
III. Teil. Kristalle mit Drehvermögen	102
§ 17. Reuschs Glimmerkombinationen	102
§ 18. Drehende Kristalle im parallelen polari-	
sierten Lichte	104
§ 19. Erklärung des Drehvermögens	108
§ 20. Drehende Kristalle im konvergenten polari-	
sierten Lichte	112
IV. Teil. Absorption, Einfluß von Tempera-	
tur usw	114
§ 21. Absorption	114
§ 22. Einfluß von Temperatur, Druck, Elektri-	
zität, Magnetismus	118

## Literatur.

Zu weiterem Studium seien empfohlen:

Pockels, Lehrbuch der Kristalloptik. Leipzig und Berlin 1906.

Ferner die Darstellungen der Kristalloptik in den größeren Lehrbüchern der Physik oder Kristallographie:

Chwolson, Lehrbuch der Physik. II. Bd. Braunschweig 1904.

Winkelmann, Handbuch der Physik. VI. Bd. Leipzig 1906. Müller - Pouillet, Lehrbuch der Physik. II. Bd. (bearbeitet von Lummer). Braunschweig 1907/1909.

Liebisch, Grundriß der physikalischen Kristallographie. Leipzig 1896.

Groth, Physikalische Kristallographie. Leipzig 1905.

## Einleitung.

Die Kristalloptik entlehnt ihre Grundbegriffe zwei verschiedenen naturwissenschaftlichen Gebieten: der Kristallographie und der Optik. Jeder soll ein einleitendes Kapitel gewidmet sein.

## § 1. Optischer Teil<sup>1</sup>).

Zuerst sei an einige Tatsachen aus der Optik isotroper Körper erinnert:

1. "Isotrope" Medien verhalten sich nach allen Richtungen gleich (Gase, Flüssigkeiten, Glas), "anisotrope" (wie die meisten Kristalle) nicht. Die Fläche z. B., bis zu der sich die von einem Punkte ausgehende Lichterregung in einer bestimmten Zeit fortgepflanzt

hat, die "Strahlen-oderWellenfläche", ist in einemisotropenMedium eine Kugel, in einem anisotropen eine andere geschlossene Oberfläche, etwa ein Ellipsoid.

2. Mit

der Strahlenfläche

kann man nach

Hilfe





Huygens zu einem Strahle, der auf die Grenze zweier Medien auffällt, den gebrochenen konstruieren in der Weise, wie Fig. 1 es für zwei isotrope Körper I und II

<sup>1</sup>) Vgl. hierzu Jaeger, Theoretische Physik II: Licht und Wärme (Sammlung Göschen).

#### Einleitung.

angibt. G ist die Grenzfläche, AB ein Stück der als eben angenommenen Strahlenfläche (die "Wellenfront") des auffallenden Lichts. Während sich B bis C fortpflanzt, hat sich um A im Medium II eine Elementarwelle mit dem Radius AD ausgebreitet, und um E, den Mittelpunkt von AC, eine mit dem Radius  $EF = \frac{AD}{2}$ . Die gemeinsame Tangente DFC ist die neue Strahlenfläche, AD die Richtung der gebrochenen Strahlen.

BC verhält sich zu AD wie die Lichtgeschwindigkeit im Medium I zu der im Medium II. Wählen wir als Medium I das Vakuum, so bezeichnen wir das Verhältnis  $\frac{BC}{AO} = n$  als "absoluten Brechungsquotienten" des Mediums II. Bei Einführung des Einfallswinkels  $\varphi$  und des Reflexionswinkels  $\psi$  folgt

$$BC = AC\sin\varphi,$$
  

$$AD = AC\sin\psi,$$
  

$$n = \frac{AC\sin\varphi}{AC\sin\psi} = \frac{\sin\varphi}{\sin\psi}.$$

also

Daß sich der Brechungsquotient hier als Sinusverhältnis darstellt, rührt durchaus von dem Auftreten

> der beiden rechten Winkel bei B und D her. In der Kristalloptik begegnen wir dem Falle, daß wir um A an Stelle

> des Kreises eine



Fig. 2. Brechung im anisotropen Medium.

Ellipse als Strahlenfläche zu beschreiben haben (Fig. 2). Da bei ihr im allgemeinen die Tangente auf dem Radiusvektor nicht senkrecht steht, wird im allgemeinen

#### Optischer Teil.

bei *D* kein rechter Winkel auftreten, und der Brechungsquotient ist dann nicht gleich dem Verhältnis der Sinus von Einfalls- und Brechungswinkel.

3. Zur Konstruktion der gebrochenen Strahlen wendet man statt der Strahlenfläche noch eine andere Fläche an, die "Indexfläche". Trägt man von einem Punkte aus nach jeder Richtung eine Strecke gleich dem Brechungsquotienten auf, der den in dieser Richtung fortschreitenden Lichtwellen zukommt, so bestimmen die Endpunkte aller dieser Strecken die Indexfläche.

Im Vakuum ist mithin die Indexfläche eine Kugel vom Radius 1, in einem substantiellen Medium je nach der Farbe des angewandten Lichts eine Kugel vom Radius  $n_r$  oder  $n_g$  oder  $n_v$ , wenn dies die Brechungsguotienten für Rot.



Fig. 3. Darstellung der Brechung mit Hilfe der Indexfläche.

Grün oder Violett sind. Fig. 3 zeigt, wie zu dem im Punkte A der Grenzfläche G einfallenden Strahl der gebrochene konstruiert wird. Trennt G beispielsweise Luft und Wasser, so zeichnen wir um A die Indexfläche I für Luft, die wir mit der vom Vakuum identifizieren, d. h. eine Kugel vom Radius 1, und die II für Wasser, d. h. eine Kugel vom Radius n = 1,3335, wenn wir es mit D-Licht zu tun haben. Wir verlängern den einfallenden Strahl, bis er in B die Fläche I zum zweiten Male schneidet, und ziehen durch B eine Parallele zum Einfallslot. Diese schneidet I oberhalb der Grenzfläche

#### Einleitung.

in  $C_1$  und II unterhalb der Grenzfläche in  $C_2$ .  $A C_1$  und  $A C_2$  geben dann die Richtungen des gespiegelten und des gebrochenen Strahles an. Ersteres übersieht man sofort, letzteres, wenn man aus  $\triangle ABD$  die Beziehung

$$\sin\varphi = \frac{DB}{1}$$

und aus  $\triangle AC_2E$  die Beziehung

$$\sin\psi = \frac{EC_2}{n} = \frac{DB}{n}$$

entnimmt und diese beiden Sinus durcheinander dividiert. Es ergibt sich dann in der Tat

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = n \; .$$

4. Die Figur lehrt ferner, daß immer ein Punkt  $C_2$ , also ein gebrochener Strahl  $A C_2$  existiert, wenn das



Fig. 4. Totalreflexion.

Licht vom dünneren zum dichteren Medium geht. Führen wir (Fig. 4) die gleiche Konstruktion für den umgekehrten Fall aus, daß das Licht im dichteren Medium auf ein dünneres auftrifft, so läßt sich für die Einfallsrichtung 1 noch ein gebrochener Strahl 1' finden, für die Ein-

fallsrichtung 2 tritt das Licht im oberen Medium parallel zur Grenzfläche streifend aus. Fällt das

Licht aber noch flacher, etwa in Richtung 3 auf, so wird es vollständig ins untere Medium zurückgeworfen ("Totalreflexion"). Der Einfallswinkel  $\chi$ , dem die streifend austretenden Strahlen entsprechen, der "Grenzwinkel der Totalreflexion", bestimmt sich aus der Relation

$$n = \frac{\sin 90^{\circ}}{\sin \chi}$$
$$= \frac{1}{\sin \chi}.$$

Die Erscheinung der Totalreflexion liefert in der Messung von  $\chi$  also eine Methode zur Bestimmung von n.

5. Wie sich zwei Wasserwellen vernichten können, wenn Wasserberg auf -tal fällt und umgekehrt, ebenso kann Licht zu Licht gefügt Dunkelheit ergeben, dann nämlich, wenn ein "Ätherteilchen" von zwei Lichtstrahlen getroffen wird, die es gleich stark nach entgegengesetzten Seiten zu treiben suchen, so daß es tatsächlich in Ruhe bleibt (Prinzip der "Interferenz").

Eine derartige Vernichtung zweier in der gleichen Bahn laufenden Lichtstrahlen tritt ein, wenn der eine dem anderen um eine halbe Wellenlänge,  $\frac{\lambda}{2}$ , oder ein ungrades Vielfaches davon,  $3\frac{\lambda}{2}$ ,  $5\frac{\lambda}{2}$ ... voraus ist Beide Lichtstrahlen verstärken sich dagegen, wenn ihr "Gangunterschied", ihre "Phase", 0,  $2\frac{\lambda}{2}$ ,  $4\frac{\lambda}{2}$ ... beträgt.

6. In einem gewöhnlichen Lichtstrahle schwingen die Ätherteilchen nach allen möglichen Richtungen senkrecht dazu. Es gibt aber Lichtstrahlen, deren Eigen-

#### Einleitung.

schaften sich nur durch die Annahme erklären lassen. daß die Schwingungen der Ätherteilchen in ihnen in einer ganz bestimmten Richtung vor sich gehen ("linear polarisiertes Licht"). Was die Interferenz polarisierter Strahlen betrifft, so sei kurz bemerkt, daß rechtwinklig zueinander schwingende Strahlen sich nie verstärken oder schwächen. Zwei rechtwinklige Schwingungen bewirken vielmehr, wie aus der Mechanik erinnerlich sein dürfte, daß das von ihnen ergriffene Ätherteilchen im allgemeinen eine elliptische Bahn beschreibt. die auch in eine Gerade oder in dem speziellen Falle, daß die eine Schwingung um eine Viertelwellenlänge oder um ein ungrades Vielfaches davon vor der andern voraus ist, in einen Kreis ausarten kann. Man spricht dann von "elliptisch polarisiertem" Lichte und von "zirkular polarisiertem", und zwar von rechtsoder linkszirkularem, je nachdem der Kreis, wenn man dem Strahl entgegen sieht, im Sinne des Uhrzeigers oder entgegengesetzt durchlaufen wird.

Bringen wir zwei rechtwinklig zueinander polarisierte Strahlen auf dieselbe Schwingungsrichtung, so können sie interferieren, jedoch nur in dem Falle, daß sie beide von einem polarisierten Strahle herrühren. Rühren sie dagegen von einem Strahle unpolarisierten Lichtes her, so interferieren sie nicht (Gesetz von Fresnel und Arago).

## § 2. Kristallographischer Teil<sup>1</sup>).

7. Wir definieren einen "Kristall" als einen von natürlichen ebenen Flächen begrenzten Körper, dessen Form mit seinen physikalischen

<sup>1)</sup> Vgl. hierzu Bruhns, Kristallographie (Sammlung Göschen).

Eigenschaften in gesetzmäßigem Zusammenhang steht.

8. Fig. 5 stellt einen Aragonitkristall dar; an ihm machen wir uns die wichtigsten Begriffe klar, mit denen wir im folgenden zu operieren haben. Drei verschiedene Ebenen können wir durch diesen Kristall legen, die ihn in zwei spiegelbildlich gleiche Teile teilen: eine horizontale, die durch die Achsen a und b bestimmt ist,

und zwei vertikale, eine durch a und c, eine durch bund c. Solche Ebenen heißen "Symmetrieebenen".

Drehe ich den Kristall um die Achse c, so brauche ich nicht um 360° zu drehen, bis er wieder mit sich selbst zur Deckung kommt; es genügt eine Drehung um 180°. Dasselbe gilt für die Geraden a und b. Derartige Gerade nennt man "Symmetrieachsen", und zwar nennt man Symmetrieachsen 2-.





man Symmetrieachsen 2-, 3-, 4-, 6-zählig, je nachdem schon eine Drehung um  $\frac{360^{\circ}}{2}$ ,  $\frac{360^{\circ}}{3}$ ,  $\frac{360^{\circ}}{4}$ ,  $\frac{360^{\circ}}{6}$ den Kristall in die Deckstellung bringt. Der Aragonit hat also drei zweizählige Symmetrieachsen, die auf den drei Symmetrieebenen senkrecht stehen. Verallgemeinernd versteht man unter Symmetrieachse keine bestimmte Gerade, sondern nur eine bestimmte Richtung; jede Gerade parallel dieser Richtung führt die Bezeichnung Achse.

#### Einleitung.

Der Kristall hat ferner ein "Zentrum der Symmetrie", d. i. einen Punkt in seinem Innern, in Fig. 5 den Schnittpunkt der drei Achsen, mit der Eigenschaft, daß jede durch ihn gelegte Gerade auf beiden Seiten von ihm in gleicher Entfernung gleichwertige Kristallflächen trifft. Es gehört dann zu jeder Fläche eine parallele Gegenfläche.

Fassen wir Symmetrieebenen, Symmetrieachsen und das Symmetriezentrum unter dem Namen "Symmetrieelemente" zusammen, so können wir sagen: Die Symmetrieelemente des Aragonits sind: drei aufeinander senkrechte Symmetrieebenen, drei sich unter rechten Winkeln schneidende Symmetrieachsen (die Schnittlinien der Symmetrieebenen!) und das Zentrum der Symmetrie. Alle Kristalle mit den genannten Symmetrieelementen gehören zum "rhombischen System". Will man die bei ihnen möglichen Kristallflächen analytisch-geometrisch festlegen, so wählt man die drei Symmetrieachsen zu Koordinatenachsen. Diese drei Achsen sind nicht gleichwertig, nicht vertauschbar; wird z. B. eine von zwei Flächen senkrecht geschnitten, wie die b-Achse in



Fig. 5, so gilt das für die anderen Achsen nicht. 9. Es gibt Kristalle von höherer und solche von geringerer Symmetrie als die des rhombischen Systems. Wir erledigen zunächst die letzteren.

Durch den Gipskristall Fig. 6 kann man nur eine Ebene legen, die ihn in spiegelbildlich gleiche Teile teilt. Sie liegt parallel zur Fläche b. Es ist auch nur eine zweizählige

Fig. 6. Gips. Symmetrieachse vorhanden, die auf der Symmetrieebene senkrecht steht, außerdem das Zentrum der Symmetrie. Kristalle mit diesen Symmetrieelementen gehören zum "monosymmetrischen oder monoklinen System". Erwähnt sei außer dem Gips der optisch wichtige Glimmer (vgl. S. 92).

Das "asymmetrische oder trikline System" endlich besitzt weder eine Symmetrieebene, noch eine Symmetrieachse, sondern nur das Zentrum der Symmetrie.

10. Mehr Symmetrieelemente als das rhombische besitzen das "tetragonale", das "hexagonale" und das "reguläre System"; mit diesen sechs sind dann die Kristallsysteme

erschöpft.

Fig. 7 und 8 stellen tetragonale Kristalltypen dar. Es gibt hier eine horizontale Symmetrieebene und vier vertikale, von denen zwei durch gegenüberliegende Kanten und zwei durch gegen-



Fig. 7. Fig. 8. Tetragonale Kristalltypen.

überliegende Flächenmitten laufen, im ganzen also fünf. Die horizontale Symmetrieebene nimmt eine einzigartige Stellung unter ihnen ein, weil die vier anderen auf ihr senkrecht stehen, und wird daher als "Hauptsymmetrieebene" bezeichnet, die vier anderen als "Neben-(oder Zwischen-)symmetrieebenen". Senkrecht zur Hauptsymmetrieebene steht die (hier also vertikale) "Hauptsymmetrieebene steht die vierzählig ist. Senkrecht zu jeder der vier übrigen Symmetrieebenen steht eine zweizählige "Neben- (oder Zwischen-) achse", so daß es im ganzen fünf Symmetrieachsen

#### Einleitung.

gibt. Außerdem existiert das Zentrum der Symmetrie.

11. Zum hexagonalen System gehören die wichtigsten der uns später beschäftigenden Kristalle, vor



Fig. 9. Hexagonale Pyramide. allem Kalkspat und Quarz. Was die Symmetrieelemente betrifft, die eine gewisse Ähnlichkeit mit denen des tetragonalen Systems aufweisen, so zeigt ein Blick auf den typisch hexagonalen Kristall Fig. 9, daß wieder eine horizontale Hauptsymmetrieebene existiert und diesmal sechs darauf senkrechte Nebensymmetrieebenen, von

denen drei durch gegenüberliegende Kanten, drei durch gegenüberliegende Flächenmitten laufen. Senkrecht zu jeder der sieben Symmetrieebenen steht eine Symmetrieachse: senkrecht zur Hauptsymmetrieebene die sechszählige Hauptachse, senkrecht zu den sechs anderen, also in der Hauptsymmetrieebene liegend, sechs zweizählige Neben- (oder Zwischen-)achsen. Auch das Symmetriezentrum ist vorhanden.

12. Wir reproduzieren in Fig. 10 die Pyramide der vorigen Figur und lassen an ihr die schraffierten Flächen auf Kosten der nicht schraffierten wachsen, bis diese verschwunden sind. Dann entsteht der in Fig. 11 dargestellte Kristall, ein "Rhomboeder", wie es die natürlichen Spaltungsstücke des Kalkspats zeigen. Wir können das Verfahren, durch das wir es gewonnen haben, auch so charakterisieren: wir haben an der Pyramide Fig. 10 die Hauptsymmetrieebene und die drei durch die Pyramidenkanten laufenden Nebensymmetrieebenen wegfallen, unwirksam werden lassen. Das Rhomboeder

14

#### Kristallographischer Teil.

zeigt also eine geringere Symmetrie als die Pyramide; es behält von den Symmetrieebenen noch drei, von den Symmetrieachsen vier, nämlich die vertikale Hauptachse, die die beiden stumpfen Rhomboederecken verbindet, und drei darauf senkrechte Nebenachsen. Dieses Verfahren, gewisse Symmetrieelemente fortfallen zu lassen, kann man bei den Kristallen jedes Systems anwenden. Man erhält dann immer Formen, die weniger Flächen haben als die, aus denen sie hergeleitet sind, und die man im Gegensatze zu diesen, den "Vollflächnern" oder den "Holoedern", "Halbflächner"



Fig. 10. Fig. 11. Entstehung des Rhomboeders aus der hexagonalen Pyramide.

oder "Hemieder" nennt. Wir sagen also: Das Rhomboeder gehört zu einer Hemiedrie des hexagonalen Systems, und da es die wichtigste Form dieser Hemiedrie ist, nennen wir sie nach ihm "rhomboedrische Hemiedrie". In einer ihrer Unterabteilungen kristallisiert der Turmalin.

13. Lassen wir bei hemiedrischen Formen nochmals gewisse Symmetrieelemente fortfallen, so entstehen die sog. "tetartoedrischen". Z. B. gehört der Quarz und der Zinnober zu einer Tetartoedrie des hexagonalen Systems. Fig. 12 und 13 zeigen Formen, wie sie beim Quarz vorkommen. Beide sind "enantiomorph".

#### 16 Einachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

d. h. sie haben zwar dieselben Flächen, eine kann aber durch Drehung nicht in die andere übergeführt werden:



vielmehr verhält sich eine zur anderen wie die rechte Hand zur linken.

14. Die holoedrischen Formen des regulären Systems haben neun Symmetrieebenen, dreizehn Symmetrieachsen und das Zentrum der Symmetrie und wer-

den auf drei senkrecht zueinander stehende gleichwertige Achsen bezogen. Als bekannteste gehören hierher Würfel und Oktaeder. Regulär kristallisieren z. B. Steinsalz, Flußspat, Alaun; doch ist gerade für die Kristalloptik das reguläre System von geringerer Wichtigkeit.

## I. Teil.

## Einachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

## § 3. Grundtatsachen am Kalkspat.

Wir lassen ein schmales Lichtbündel auf einen Kristall auffallen und wählen dazu das in Fig. 11 dargestellte Kalkspatrhomboeder, weil Erasmus Bartholinus an ihm die fundamentale Tatsache der "Doppelbrechung" entdeckt hat (1669), und weil es sich zu den grundlegenden Versuchen gut eignet.

Das Kalkspatrhomboeder hat sechs stumpfe Kanten, wo zwei Flächen unter 105° 5', und sechs spitze, wo zwei Flächen unter 74° 55' zusammenstoßen. Die Hauptachse verbindet bei einem regelmäßig ausgebildeten Rhomboeder die beiden

#### Grundtatsachen am Kalkspat.

Ecken, wo drei stumpfe Kanten zusammenlaufen. Sonst kann man sie als die von der stumpfen Ecke ausgehende Gerade definieren, die mit den drei dort zusammenstoßenden Flächen gleiche Winkel (von 45° 23,5') bildet.

Doppelbrechung heißt: Ein einfallendes Lichtbündel wird doppelt gebrochen, in zwei Teile zerlegt. Lassen wir es beispielsweise (Fig. 14) in Richtung AB senkrecht auf eine Rhomboederfläche auftreffen, so spaltet es sich in zwei, von denen eins, O, unabgelenkt durch den Kristall hindurchgeht, während das andere, E, beim Eintritt in die Richtung BC gebrochen wird und  $\mathbb{H}$  C dem ersten

Bündel parallel austritt. Jedes Bündel hat die halbe Intensität des ursprünglichen. Ich kann den Versuch am einfachsten so anstellen, daß ich senkrecht durch den Kristall nach einer kleinen hellen Öffnung in einem Schirm sehe; dann erblicke ich zwei Bilder der Öffnung. Oder ich suche durch den Kalkspat hindurch



Fig. 14. Doppelbrechung im Kalkspat.

Schrift zu lesen und beobachte Verdopplung der Buchstaben.

Der Strahl O, der bei senkrechtem Einfall ungebrochen weitergeht, verhält sich hier und wie ich sonst den Versuch abändern möge, im Kristall wie in einem isotropen Medium. Wir nennen ihn deshalb den "radius ordinarius", den "gewöhnlichen" oder den "ordentlichen" Strahl. E dagegen folgt offenbar nicht dem Snelliusschen Brechungsgesetze: er wird bei senkrechtem Einfall abgelenkt. Daher der Name "radius extra-

Buchwald, Kristalloptik.

2

ordinarius", "ungewöhnlicher", "außerordentlicher" Strahl.

Um die Frage zu beantworten, nach welcher Seite der außerordentliche Strahl abgelenkt wird, drehen wir den Kristall um ABO als Achse; wir beobachten, daß das an der Lage von O nichts ändert, daß sich aber BCEmit dem Kristall um ABO herumdreht. BC liegt also im Kristall fest, und zwar in der schraffierten Ebene, die die Kristallachse  $K_1K_2$  und das Einfallslot AB enthält. Jede Ebene dusch die Achse wird "Hauptschnitt" genannt, und speziell der zu einem bestimmten Strahl ge-



Fig. 15.

hörige Hauptschnitt ist die Ebene durch die Achse und das Einfallslot dieses Strahls. Ich kann demnach sagen: der außerordentliche Strahl ist im Hauptschnitt abgelenkt, nach der stumpfen Rhomboederkante  $K_1 D$  hin. Im Falle, daß Achse und

Einfallslot koinzidieren (vergl.

z. B. S. 55), soll die Einfallsebene als Hauptschnitt bezeichnet werden.

Legen wir den Hauptschnitt, die schraffierte Ebene der Fig. 14, in die Zeichenebene, so stellt sich der Vorgang so dar, wie es die Fig. 15 angibt.

Um den Strahlengang im Kalkspat für eine beliebige Einfallsrichtung zu bestimmen, wollen wir die Huygenssche Konstruktion anwenden. Dazu müssen wir die Strahlenfläche des Kalkspats kennen.

## § 4. Die Strahlenfläche einachsiger Kristalle.

Nach Huygens lassen sich alle beobachtbaren Erscheinungen durch die Annahme erklären, daß die

#### Die Strahlenfläche einachsiger Kristalle.

Strahlenfläche des Kalkspats, wie in Fig. 16 schematisch angedeutet ist, aus zwei Schalen besteht, einer Kugel (schraffiert) und einem abgeplatteten Rotationsellipsoid (von der Form einer Pomeranze), das die Kugel umhüllt und in der Kristallhauptachse K1 K2 berührt. Im Kristall pflanzen sich also im allgemeinen nach jeder Richtung zwei Strahlen mit verschiedenen Geschwindigkeiten fort: einer — ihm entspricht die Kugel — nach allen Richtungen mit der gleichen; der verhält sich im Kristall wie in einem isotropen Medium, befolgt das Snelliussche Brechungsgesetz und war der, den wir

den ordentlichen Strahl nannten. Der andere, außerordentliche, dem das Ellipsoid entspricht, pflanzt sich nach verschiedenen Richtungen verschieden schnell fort. am langsamsten in Richtung der Achse, und zwar hier ebenso schnell Fig. 16. Strahlenfläche eines negativ wie der ordentliche, nach



einachsigen Kristalls.

9\*

allen anderen Richtungen schneller als dieser, gleich schnell in Richtungen, die mit der Achse einen gleichen Winkel bilden (weil das Ellipsoid ein Rotationsellipsoid ist), am schnellsten senkrecht zur Achse. Die beiden Extremwerte der Geschwindigkeit: den o in Richtung der Achse und den e senkrecht dazu, nennen wir die "Hauptlichtgeschwindigkeiten" des Kristalls.

Hieraus folgt, daß der Brechungsquotient w des ordentlichen Strahls nach allen Richtungen gleich groß, der des außerordentlichen Strahls mit der Richtung veränderlich ist. In Richtung der Achse ist er gleich  $\omega$ , in allen anderen Richtungen kleiner — denn größerer Geschwindigkeit entspricht kleinerer Brechungsquotient. Den kleinsten Wert  $\varepsilon$  hat er in Richtung senkrecht zur Achse.  $\omega$  und  $\varepsilon$  sind also die zu den Hauptlichtgeschwindigkeiten o und  $\varepsilon$  gehörigen Brechungsquotienten und heißen "Hauptbrechungsquotienten". Bisaufeinen Faktor (Lichtgeschwindigkeit im Vakuum) ist



Ist  $\varepsilon$  sehr verschieden von  $\omega$ , so ist die Doppelbrechung stark; wir können die Differenz geradezu als Maß für



Fig. 17. Strahlenfläche eines positiv einachsigen Kristalls. die Stärke der Doppelbrechung ansehen.

Alle Kristalle, die wie der Kalkspat nur eine Richtung aufweisen, in der sich ordentlicher und außerordentlicher Strahl gleich schnell fortpflanzen, heißen "einachsige Kristalle"; mit ihnen beschäftigen wir uns im vorliegenden Abschnitt. Hier können wieder zwei Fälle eintreten: Entweder ist

wie beim Kalkspat der außerordentliche Strahl schneller als der ordentliche; dann umschließt bei der Strahlenfläche das Ellipsoid die Kugel. Solche Kristalle nennen wir "negativ einachsig". Bei den "positiv

#### Konstruktionen mit Hilfe der Strahlenfläche.

einachsigen" dagegen ist der ordentliche Strahl der schnellere; die Kugel umschließt das Rotationsellipsoid, das dann kein abgeplattetes, sondern ein verlängertes ist (Form einer Zitrone), und berührt es in der Achse (Fig. 17).

Die Kristalle des hexagonalen und des tetragonalen Systems sind einachsig, in ihrer Mehrzahl negativ einachsig. Hierher gehören der Kalkspat, Natronsalpeter, Turmalin, Beryll, Smaragd, Korund, Rubin, Saphir, Apatit. Für einige seien, nach der Stärke der Doppelbrechung geordnet, die Hauptbrechungsquotienten für *D*-Licht angegeben:

Kalkspat:	$\omega = 1,6585$
	$\varepsilon = 1,4864$
<i>w</i> –	$-\varepsilon = 0,1721$
Turmalin:	$\omega = 1,6366$
	$\varepsilon = 1,6193$
ω-	$-\varepsilon = 0,0173$
Beryll:	$\omega = 1,58208$
	$\varepsilon = 1,57565$
ω-	$-\varepsilon = 0.00643$

Die Doppelbrechung beim Kalkspat ist stark; ein Grund, warum er sich so gut zu den hierhergehörigen Versuchen eignet. Freilich ist der Geschwindigkeitsunterschied nicht so bedeutend, wie er in Fig. 16 der Deutlichkeit halber angenommen ist.

Einachsig positiv sind unter anderem Eis, Quarz, Zinnober, Zirkon, Rutil, Zinnstein.

## § 5. Konstruktionen mit Hilfe der Strahlenfläche.

Unsere Kenntnis der Strahlenfläche wollen wir dazu benutzen, die Huygenssche Konstruktion am Kalkspat für einige typische Fälle durchzuführen.

#### Einachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

1. Fall. Wir wählen als ersten den in § 3 behandelten, wo das Licht senkrecht auf eine Rhomboederfläche auffiel, und reproduzieren in Fig. 18 den aus Fig. 15 bekannten Hauptschnitt, nur daß wir diesmal die Rhomboederfläche, durch die das Licht eintritt, horizontal gelegt haben. BB ist ein Stück Strahlenfläche des ankommenden Lichts. Jeden Punkt von BB sehen wir mit Huygens als Ausgangspunkt von Elementarwellen an, konstruieren also um jeden Punkt die im



Fig. 18. Das Licht fällt senkrecht auf eine Rhomboederfläche.

vorigen Paragraphen behandelte zweischalige Strahlenfläche des Kalkspats, wobei wir beachten müssen, daß die Achse der Strahlenfläche parallel der Kristallachse  $K_1K_2$ gezeichnetist. Die ordentlichen Elementarstrahlen breiten sich in einer gewissen Zeit bis auf die Oberfläche

aller Kugeln aus; die neue Front des ordentlichen Strahles ist also die Einhüllende aller dieser Kugeln, die Richtung der ordentlichen Strahlen ist durch BO bestimmt. Die außerordentlichen Elementarstrahlen haben sich auf die Oberfläche aller Ellipsoide ausgebreitet; ihre neue Front ist die Einhüllende EE aller dieser Ellipsoide, und die neue Strahlenrichtung BEC wird gefunden, indem das Zentrum B jeder Strahlenfläche mit dem zugehörigen Berührungspunkt E der Einhüllenden ver-

22

bunden wird. Wir kommen also durch diese Konstruktion zu demselben Resultat, das wir früher als Ergebnis des Experimentes hingestellt hatten: der o. Strahl geht ungebrochen weiter, der a.o. wird trotz der senkrechten Inzidenz auf die stumpfe Rhomboederkante  $K_1D$  zu abgelenkt.

Wäre der Kristall weniger dick, ginge er beispielsweise nur bis zu der punktierten Linie, so würde er den o. und den a.o. Strahl weniger weit voneinander trennen.

BE ist die a.o. Strahlenrichtung, EE die a.o. Wellenfront. BE steht nicht senkrecht auf EE. Wir kommen also zu der wichtigen Erkenntnis, daß im Gegensatz zum o. Strahl und den isotropen Körpern beim a.o. Strahl die Richtung des Strahls im allgemeinen

nicht mit der "Wellennormalen" zusammenfällt, wenn wir unter letzterer die Senk-

rechte auf der Wellenfront verstehen. 2. Fall. Wir lassen das Licht nicht senkrecht, sondern

schräg auf die Rhomboederfläche auffallen (Fig. 19). Doch soll die durch einfallenden Strahl und Einfallslot defi-



Doch soll die durch Fig. 19. Das Licht fällt schräg auf eine einfallenden Strahl Rhomboederfläche. (Einfallsebene = Hauptschnitt.)

nierte Einfallsebene immer noch mit dem Hauptschnitt zusammenfallen, so daß wir beide gleichzeitig in die Zeichenebene legen können. Fig. 19 stellt die diesbezügliche Konstruktion dar:

durch B, habe ich Tangenten oder, räumlich gesprochen. durch eine in B, auf der Ebene der Figur senkrecht stehende Gerade habe ich Tangentialebenen an Kugel und Ellipsoid gelegt und damit die neuen Wellenfronten gefunden. Der a.o. Strahl ist diesmal nicht so stark abgelenkt wie bei der senkrechten Inzidenz Fig. 18. Es gibt eine Einfallsrichtung, wo er, ebenso wie der o. bei senkrechter Inzidenz, gar nicht abgelenkt wird.

3. Fall. Der allgemeinste Fall ist der, daß das Licht schräg auf die Rhomboederfläche auftrifft und



24

Fig. 20. Das Licht fällt schräg auf eine Rhomboederfläche. (Einfallsebene  $\pm$  Hauptschnitt.)

mehr mit dem Hauptschnitt zusammenfällt. W.r entscheiden uns dafür, die Einfallsebene in die Zeichenebene zu legen (Fig. 20). Die Kristallachse (die im Hauptschnitt liegt!) tritt dann aus der Zeichenebene heraus: ich kann also auch die Achse der um Punkt  $B_1$ beschriebenen Strahlenfläche in die Figur nicht mehr einzeichnen. Durch eine in  $B_2$  auf der Figur senkrechte Gerade habe ich die Tangentialebenen an Kugel und Ellipsoid zu legen. Die erstere berührt die Kugel in der Zeichenebene; der o. Strahl bleibt also in der Zeichen- = Einfallsebene. Die Tangentialebene ans Ellipsoid aber berührt dieses nicht in der

die Einfallsebene nicht

Zeichenebene. Daher läßt sich weder der Berührungspunkt in der Figur darstellen, noch die a.o. Strahlenrichtung, die B1 mit diesem Berührungspunkt verbindet. Die a.o. Strahlen treten aus der Einfallsebene heraus;

## Konstruktionen mit Hilfe der Strahlenfläche.

sie tun das immer, wenn nicht die Einfallsebene eine Symmetrieebene der Strahlenfläche ist. Dagegen liegt die a.o. Wellennormale in der Zeichenebene, weil die Wellenfront senkrecht auf der Zeichenebene steht, ihr Lot also in diese fallen muß. Man darf auch das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten, den Brechungsquotienten, gleich dem Verhältnis der Sinus von Einfallsund Brechungswinkel setzen, wenn man als Brechungswinkel den zwischen Wellennormale und Einfallslot ansieht; denn dann tritt der rechte Winkel auf (bei R), auf den wir in Nr. 2 der Einleitung hingewiesen haben. Abgesehen von dem Unterschiede, daß der Brechungsquotient mit der Richtung variiert, gilt demnach für die a.o. Wellennormalen das Brechungsgesetz in seiner gewöhnlichen Form (Sinusverhältnis!), für die a.o. Strahlen dagegen im allgemeinen nicht, sondern nur dann, wenn a.o. Strahl und Normale identisch sind.

4. Fall. Wir wählen als Grenzfläche eine senkrecht

zur Achse liegende, wie wir sie etwa durch Abschleifen der stumpfen Rhomboederecken erhalten (Fig. 21), und lassen das Licht senkrecht darauf auffallen, den Kristall also in der Richtung der Achse durchsetzt werden. Dann haben (Fig. 22) alle Elementarkugeln und alle Elementarellip- Fig. 21. Rhomboeder mit absoide die gleiche Einhüllende,



geschliffenen Ecken.

einen Unterschied zwischen a.o. und o. Wellenfront gibt es nicht, es findet keine Doppelbrechung statt. In Richtung der Achse geht also das Licht durch den Kristall

## Einachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

wie durch ein isotropes Medium. Daher der Name "Achse der Isotropie" für diese Richtung.



5. Fall. Auf dieselbe Fläche lassen wir das Licht schräg auffallen und vergleichen dabei mit dem negativen Kalkspat (Fig. 23)

Fig. 22. Das Licht geht in Richtung der Achse dem hindurch. Kollze

einen positiven Kristall (Fig. 24). Beim negativen Kristall wird der a.o. Strahl "repulsiv" behandelt, er wird vom Einfallslot mehr "weggestoßen" als der ordentliche. Beim positiven wird er "attraktiv" behandelt, vom Einfallslote mehr "angezogen" als der



Fig. 23. Repulsiver Kristall.

Fig. 24. Attraktiver Kristall.

ordentliche. Man nennt daher negative Kristalle auch repulsive und positive attraktive.

6. Fall. Schließlich erörtern wir den Fall, daß das Licht den Kristall senkrecht zur Achse der Isotropie durchsetzt. In Fig. 25 ist die Einfallsebene in die Papierebene gelegt, die Achse steht senkrecht darauf. Der Schnitt der Papierebene mit der Strahlen-

#### Konstruktionen mit Hilfe der Strahlenfläche.

fläche besteht in diesem Falle aus zwei Kreisen (das Ellipsoidist ein Rotationsellipsoid!) mit den Hauptlichtgeschwindigkeiten o und e als Radien.

Es ist naheliegend, diesen Fall für die Bestimmung von  $\omega$  und  $\varepsilon$  zugrunde zu legen, also ein Prisma zu benutzen, wie es in Fig. 38 punktiert angegeben ist, bei dem die Prismenkante parallel der Achse liegt. Hier läßt sich für beide Strahlen die bekannte Methode der minimalen Ablenkung anwenden.

7. Fall. Lassen wir auf die gleiche Grenzfläche das Lichtsen krechtauffallen, so pflanzen sich o.

und treten, wenn die Aust parallel ist, auch in gleicher Richtung wieder aus (Fig. 26, wo die Papierebene wieder mit der Einfallsebene zusammenfällt, während derHauptschnitt senkrecht darauf steht). Der a.o. Strahl ist schneller als der ordentliche und gewinnt vor ihm einen um so größeren Vorsprung im Kristall, je dicker die Kristallplatte

ist. Beide Strahlen laufen in derselben Bahn und haben einen Gangunterschied: könnte da nicht der Gedanke auf-



Fig. 25. Das Licht geht senkrecht zur Achse hindurch. Schräge Inzidenz.

und a.o. Strahl unabgelenkt in derselben Richtung fort und treten, wenn die Austrittsfläche der Eintrittsfläche



Fig. 26. Das Licht geht senkrecht zur Achse hindurch. Senkrechte Inzidenz.

tauchen, sie müßten interferieren (vgl. Nr. 5 der Einleitung)? Der Grund, warum sie es nicht tun, liegt darin, daß wir eine Seite der Erscheinung, und gerade die wichtigste, bisher noch gar nicht in Betracht gezogen haben. Mit ihr werden wir uns in den nächsten beiden Paragraphen beschäftigen, um dann auf Grund unserer neuen Erfahrungen wieder zu diesem Fall 7 zurückzukehren und die austretenden Strahlen durch eine Änderung der Versuchsanordnung tatsächlich zur Interferenz zu bringen.

### § 6. Doppelbrechung und Polarisation.

Die beiden aus dem Kalkspat austretenden Strahlen unterscheiden sich dadurch wesentlich von dem einfallenden natürlichen, unpolarisierten Lichte, daß beide linear polarisiert sind und zwar senkrecht zueinander. Die Erfahrung lehrt nämlich, daß für einen eintretenden Strahl im Kristall einzig zwei Schwingungsrichtungen möglich sind, die eine senkrecht zur Ebene seines Hauptschnitts und damit auch senkrecht zur Achse der Isotropie — nach dieser Richtung schwingt der o. Strahl; die andere, die des a.o. Strahls, in der Ebene des Hauptschnitts.

Den Sonderfall wollen wir gleich herausgreifen, daß die Strahlenrichtung mit der Achsenrichtung übereinstimmt (Fall 4 des vorigen Paragraphen). Dann wird unsere Definition des Hauptschnitts unbestimmt; wir können jede Ebene durch die Achse als Hauptschnitt des Strahls bezeichnen. In der Tat ist dann auch jede Schwingungsrichtung senkrecht zur Achse möglich. Das einfallende natürliche Licht kann im Kristall seine vielfach wechselnden Schwingungsrichtungen beibehalten und den Kristall als unpolarisiertes Licht durchsetzen, ein zweiter Grund für die Bezeichnung Achse der Isotropie.

## Doppelbrechung und Polarisation.

In allen anderen Fällen stellt uns jeder doppelbrechende Kristall einen "Polarisator" dar, wenn wir darunter eine Vorrichtung verstehen, die uns geradlinig polarisiertes Licht liefert. Allerdings treten aus der Platte zwei senkrecht zueinander polarisierte Lichtbündel aus, die sich außerdem teilweise überlagern, wenn das einfallende Lichtbündel nicht eng oder der Kristall nicht von beträchtlicher Dicke ist. Diesen Übelstand kann man durch geeignete Prismenkombinationen beheben.

Hierhergehört das Wollastonsche Prisma (Fig. 27).

Es besteht aus zwei Kalkspatprismen I und II, in denen die Achsen die durch Pfeile angedeuteten Lagen haben: in I liegt sie in der Zeichenebene, in II tritt sie senkrecht aus der Zeichenebene heraus, so daß für I die Zeichenebene der Hauptschnitt ist, während bei II der Hauptschnitt auf der Zeichenebene senkrecht steht. Die in der Papierebene verlaufenden Schwingungen, gekennzeichnet durch kleine Quer-



Fig. 27. Wollastonsches Prisma.

striche, liegen bei I im Hauptschnitt, gehören also hier dem a.o., im II aber dem o. Strahle an, weil sie hier senkrecht zum Hauptschnitt liegen. Die Schwingungen senkrecht zur Papierebene, durch Punkte gekennzeichnet, gehören umgekehrt in I zum o., in II zum a.o. Strahle. Bis zur Grenzfläche der Prismen laufen beide Strahlen in derselben Bahn, aber mit verschiedenen Geschwindigkeiten (7. Fall des vorigen Paragraphen).

Dann durchsetzt der in der Zeichenebene schwingende Strahl, in I der a.o., seine Schwingungsebene beibehaltend, II als ordentlicher Strahl. Der o. Brechungs-

#### Einachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

quotient ist größer als der a.o., II ist also für ihn dichter, und er wird an der Grenzfläche dem Einfallslote zu gebrochen. Der Strahl dagegen, der senkrecht zur Zeichenebene schwingt und in I der ordentliche war, geht durch II als a.o. hindurch. Für ihn ist II optisch dünner, er wird an der Grenzfläche vom Einfallslot weggebrochen. Daher die große räumliche Trennung der beiden Strahlen bei dieser Prismenanordnung.

Von den Vorrichtungen, die uns statt zweier nur ein polarisiertes Lichtbündel liefern, steht das Nicolsche Prisma, der "Nicol", an erster Stelle. Es wird aus einem länglich ausgebildeten Kalkspatrhomboeder ge-



Fig. 28. Nicolsches Prisma.

fertigt; ABCD in Fig. 28 stellt im wesentlichen dessen Hauptschnitt dar, wie wir ihn aus Fig. 15 kennen. Die beiden Winkel, deren Größe wir mit 68° eingetragen haben, betrugen beim natürlichen Kalkspat 71° und sind durch geeignetes Schleifen der Flächen AD und BC soweit verkleinert worden. Das Rhomboeder wird zerschnitten; durch SS ist der Schnitt angedeutet, der senkrecht zu AD und BC und senkrecht zur Zeichenebene liegt. Die beiden so entstehenden Kristallstücke werden längs derselben Schnittfläche SS in der alten Lage mit Kanadabalsam wieder aneinander gekittet.

Ein in der Längsrichtung L einfallender Strahl natürlichen Lichts spaltet sich in zwei, einen a.o., der in der

30

#### Doppelbrechung und Polarisation.

Zeichenebene, und einen o., der senkrecht dazu schwingt. Beide treffen auf die Balsamschicht auf, die für den a.o. ein optisch dichteres, für den o. ein optisch dünneres Medium darstellt; die Brechungsquotienten sind nämlich für den

> ao. Strahl n = 1,49Kanadabalsam n = 1,54o. Strahl n = 1,66.

Für den o. Strahl wäre hierdurch die Möglichkeit der Totalreflexion gegeben, und die Abmessungen des Prismas

sind so gewählt, daß tatsächlich für den o. Strahl der Einfallswinkel größer als der der Totalreflexion ist: der o. Strahl wird total reflektiert, gegen die geschwärzte Seitenfläche AB geworfen und dort absorbiert. Der a.o. Strahl aber tritt fast unabgelenkt durch die Balsamschicht und das zweite Kalkspatstück hindurch aus.

Das aus dem Nicol austretende linear polarisierte Licht habe die Schwingungsrichtung  $l_1$  (Fig. 29) und die Amplitude OA. Die Intensität ist gleich dem A Co U2 U2

Fig. 29.

Quadrat der Amplitude, also  $\overline{OA}^2$ . Lasse ich dieses Licht auf einen zweiten Nicol auffallen, dessen Schwingungsrichtung  $l_2$  mit  $l_1$  den Winkel  $\alpha$  bildet, so geht nur die nach  $l_2$  fallende Komponente von OA, d. i.  $OB = OA \cos \alpha$ , durch den zweiten Nicol hindurch. Das aus ihm austretende Licht hat also die Intensität  $O\overline{A}\cos\alpha^2$ . Aus diesem Ausdruck oder aus der Figur erkennt man, daß bei "parallelen Nicols", d. h. wenn  $l_1$  mit  $l_2$  koinzidiert, das Licht den zweiten Nicol ungehindert durchsetzt, abgesehen von den Verlusten durch Reflexion und

## Einachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

Absorption. In allen übrigen Fällen verschluckt der zweite Nicol einen Teil des auffallenden Lichts. Stehen  $l_1$  und  $l_2$  senkrecht aufeinander, sind die Nicols "gekreuzt", so wird OB = 0 und hinter dem zweiten Nicol herrscht völlige Dunkelheit. Ersetze ich den zweiten Nicol durch einen gewöhnlichen Kalkspat, so zerfällt die lineare Schwingung in zwei Komponenten nach den beiden im Kalkspat möglichen Schwingungsrichtungen.

Die zahlreichen anderen Polarisatoren, die man konstruiert hat, wie das Foucaultsche Prisma, das an



Achsenparallele Turmalinplatte.

Stelle der Kanadabalsamschicht eine Luftschicht hat und deswegen kürzer sein kann als das Nicolsche, werden in der Praxis seltener angewandt. Ein paar Worte wollen wir nur noch der Turmalinzange widmen.

Lassen wir auf eine Turmalin platte, die parallel der Achse geschnitten ist, so daß die Achse also in der

Eintrittsfläche liegt (Fig. 30), natürliches Licht auffallen, so wird es in zwei senkrecht zueinander schwingende Bestandteile zerlegt: der a.o. schwingt im Hauptschnitt, parallel zur Achse, der o. senkrecht dazu. Der Turmalin hat die Eigenschaft, den o. Strahl zu absorbieren und nur den a.o. hindurchzulassen. Wir haben somit in der Turmalinplatte einen sehr einfachen Polarisator, müssen dafür allerdings den Nachteil in Kauf nehmen, daß das austretende Licht durch den Kristall gefärbt ist, grünlich, bräunlich, gelblich, rötlich, je nach der angewandten Varietät.

### Huygens' Versuch mit zwei Kalkspaten.

Zwei in drehbaren Fassungen hintereinander angebrachte derartige Turmalinplatten bilden eine "Turmalinzange". Helligkeit beobachten wir beim Hindurchsehen, wenn die Schwingungsrichtungen in beiden parallel sind, Dunkelheit, wenn sie aufeinander senkrecht stehen.

## § 7. Huygens' Versuch mit zwei Kalkspaten.

Wir beschäftigen uns in diesem Paragraphen mit einem schon von Huygens angestellten Versuche, der uns zwar nichts wesentlich Neues lehren, aber unser

Verständnis vertiefen wird.

Wirlassen, wie am Anfang, Licht senkrecht auf eine Kalkspatrhomboederfläche auffallen und stellen den beiden aus-



Fig. 31. Strahlengang durch zwei parallele Kalkspate.

tretenden Strahlen ein zweites, genau gleiches Kalkspatrhomboeder II entgegen, das zunächst dem ersten parallel stehen soll (Fig. 31). Die Wirkung ist dann dieselbe, als ob ich nur die Schichtdicke des ersten Kalkspats verdoppelt hätte: die beiden Strahlen  $O_o$ und  $E_e$  werden hinter II um die Strecke 2 *a* getrennt sein, doppelt so weit wie hinter I. Drehe ich aber II um die Achse  $OO_o$ , während I dauernd unverändert stehen bleiben soll, so wird der Vorgang komplizierter.

Aus I treten immer zwei Strahlen aus: der ordentliche O, der senkrecht zum Hauptschnitt und damit senkrecht zur Papierebene, und der außerordentliche E, der in der Papierebene schwingt und um die Strecke a

Buchwald, Kristalloptik.

gegen den ersteren nach oben verschoben ist. Jeder dieser beiden Strahlen wird im allgemeinen in II nochmals in zwei Strahlen zerlegt, jeder in einen, der senkrecht zum Hauptschnitt von II schwingt, II also als o. Strahl durchsetzt und deshalb nicht weiter abgelenkt wird, und in einen, der im Hauptschnitt von II schwingt, in II also a.o. Strahl ist und deshalb im Hauptschnitt von II nochmals um das Stück a abgelenkt wird. Im allgemeinen werden also aus II schließlich vier Strahlen austreten; doch gibt es gewisse Stellungen von II, in denen nur zwei Strahlen resultieren oder gar nur einer. Um einen Überblick über den Verlauf der Erscheinung zu gewinnen, betrachten wir die Fälle, daß der Hauptschnitt von II mit dem von I einen Winkel von  $0^{\circ}$ .

a a 0

zwischen den Hauptschnitten 0°.

45°, 90°, 135° oder 180° bildet.

0°. Das ist der vorhin herausg egriffene Fall. Denke ich mir das einfallende Lichtbündel durch ein rundes Diaphragma begrenzt und den austretenden Bündeln Oa und  $E_e$  einen Schirm entgegengestellt, so werde ich auf diesem zwei Bilder des Diaphragmas sehen (Fig. 32): das eine  $O_a$ wird durch horizontal schwingendes Licht hervorgerufen (hier und im folgenden durch die Schraffierung angedeutet), das andere  $E_e$  durch vertikal schwingendes, und ist um Fig. 32. Winkel 2 a in Richtung der in diesem Fall koin-

zidierenden Hauptschnitte von I und II gegen  $O_0$  verschoben. H ist in der Figur

die Spur dieser Hauptschnitte. In II konnten sich diesmal nur horizontale und vertikale Schwingungen ausbilden; O konnte ungestört als ordentlicher, E nochmals um a abgelenkt als außerordentlicher Strahl passieren.
#### Huygens' Versuch mit zwei Kalkspaten.

45°. In II sind Schwingungen in Richtung des Hauptschnitts möglich, dessen Spur auf dem Schirme die Gerade  $H_{II}$  (Fig. 33) ist — das vertikale  $H_{I}$  ist wieder

die Spur des Hauptschnitts von I - und in Richtung S senkrecht dazu. Wir werden die Bezeichnungen so wählen. daß O und Edem ordentlichen und außerordentlichen Strahle in I, die Indizes ound e dem o. und a.o. Strahle in II zukommen. Z. B. ist O. ein Strahl, der, von dem o. Strahle in I stammend, II als a.o. durchsetzt hat. Im vorliegenden Falle wird O in zwei Strahlen Oo und Oe ge- Fig. 33. Winkel zwischen spalten:  $O_a$ , der nach S schwingt, geht als o. Strahl unabgelenkt durch II, Oe schwingt nach  $H_{II}$ , wird also in II um *a* in Richtung  $H_{II}$  abgelenkt. Ebenso wird E in zwei Strahlen zerlegt, einen nach S schwingenden, unabgelenkt hindurchgehenden  $E_o$ , und einen nach  $H_{II}$  schwingenden, der in Richtung

 $H_{II}$  um *a* abgelenkt ist. 90° (Fig. 34). Der Hauptschnitt  $H_{II}$  steht senkrecht auf  $H_{I}$ ; in II können sich horizontale außerordentliche und vertikale ordentliche Schwingungen ausbilden. Das horizontal schwingende O geht Fig. 34. Winkel zwischen den Hauptschnitten 90°. als a.o. Strahl durch II hin-

durch, um a in Richtung  $H_{II}$  abgelenkt, und liefert das Bild Oe. E geht weiter vertikal schwingend unbeeinflußt als o. Strahl durch II hindurch im selben Ab-



den Hauptschnitten 45°.

a H,

Einachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

stand a über dem Mittelpunkt, den es schon beim Austritt aus I hatte.

135° (Fig. 35). Der Fall ist analog dem von 45°. *O* wird in  $O_0$  und  $O_e$ , *E* in  $E_0$  und  $E_e$  gespalten.

180° (Fig. 36). O geht ungehindert durch II hindurch, E wird in II um dasselbe Stück nach unten abgelenkt, um das es in I nach oben abgelenkt worden ist.



Fig. 35. Winkel zwischen den Hauptschnitten 135°. Fig. 36. Winkel zwischen den Hauptschnitten 180°. So entsteht ein einziges zentrales Bild.

Die Reihenfolge der Erscheinungen bei kontinuierlicher Drehung von *II* ist mithin die, daß aus zwei Bildern (Fig. 32) vier werden, deren Lage sich nach den angegebenen Regeln sofort konstruieren läßt, dann wieder zwei, aber in anderer Stellung (Fig. 34) wie

anfangs, dann vier, schließlich eins. Dieses eine Bild enthält, wieder abgesehen von den Verlusten durch Reflexion und Absorption, die ganze Intensität des einfallenden Strahlenbündels. Wie sich in den anderen Fällen die Helligkeit auf die einzelnen Bilder verteilt, läßt sich an der Hand von Fig. 37 geometrisch übersehen. Hier sind die Schwingungsrichtungen der beiden Strahlen in beiden Kristallen angegeben, die Spuren der Hauptschnitte  $H_I$  und  $H_{II}$  dabei durch Pfeile gekennzeichnet. Bezeichnen wir jetzt die Amplituden mit den bekannten Buchstaben, so hat O nach den Schwingungsrichtungen

# Einachsige Kristalle im parallelen polarisierten Lichte. 37

in II die Komponenten  $O_o$  und  $O_e$ , E die Komponenten  $E_o$ und  $E_e$ .  $O_o^2$ ,  $O_e^2$ ,  $E_o^2$  und  $E_e^2$  sind gleich den Intensitäten der vier Bilder. Man sieht aus Symmetriegründen: es muß immer

$$\begin{array}{l} O_o = E_e, \\ O_e = E_0 \end{array}$$

sein.



O und E haben die gleiche Größe i, also die Intensität  $i^2$ . Ist  $\alpha$  der Winkel zwischen den Hauptschnitten, so sind die Intensitäten von  $O_0$  und  $E_2$ 

 $i^2 \cos^2 \alpha$ ,

die von  $O_e$  und  $E_o$ 

#### $i^2 \sin^2 \alpha$ .

## § 8. Einachsige Kristalle im parallelen polarisierten Lichte.

Jetzt knüpfen wir wieder an den Versuch an, den wir unter Fall 7 am Schluß des § 5 behandelt haben: Licht ging senkrecht zur Achse durch eine Kristallplatte hindurch, und wir fragten uns, warum die austretenden

#### Einachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

Strahlen nicht interferierten. Wir wissen jetzt den Grund: sie sind senkrecht zueinander polarisiert, und solche Strahlen interferieren nie (vgl. Nr. 6 der Ein-



leitung). Damit sie interferieren, müssen wir sie auf dieselbe Schwingungsrichtung bringen und außerdem nicht aus natürlichem, sondern aus bereits linear polari-



Fig. 39. Orthoskop.

siertem Licht entstehen lassen (ebenda). Das führt uns zu folgender Versuchsanordnung (Fig. 38): Durch den Nicol  $N_1$ , den "Polarisator", wird ein einfallender Strahl natürlichen Lichts in einen linear polarisierten verwandelt. Der wird in der Kristallplatte P im allgemeinen in zwei senkrecht zueinander polarisierte gespalten. die die Platte verschieden schnell in derselben Bahn durchsetzen und mit einem gewissen Gangunterschiede verlassen. Beide werden in Nicol  $N_2$ , dem "Analysator", auf dieselbe Schwingungsrichtung gebracht

und interferieren, wenn sie aus ihm austreten. Die Interferenzerscheinungen, die sie hervorrufen können, untersuchen wir.

Einachsige Kristalle im parallelen polarisierten Lichte. 39

In praxi ist es bei subjektiver Beobachtung üblich, den Strahlengang senkrecht von unten nach oben verlaufen zu lassen. Fig. 39 zeigt ein "Orthoskop", wie man es zu diesen Beobachtungen benützt.

S ist ein Spiegel, der das Licht nach oben wirft,  $N_1$  der Polarisator, eingefügt zwischen zwei Sammellinsen  $L_1$  und  $L_2$ , von denen die erste bewirkt, daß möglichst viele Strahlen den unteren Nicol durchsetzen, während die zweite das austretende Licht wieder parallel macht;  $N_2$  ist der Analysator. Zwischen beiden Nicols liegt die Kristallplatte P auf einem Glastischchen, das ebenso wie die beiden Nicols um eine vertikale Achse drehbar ist. Die Platte wird hier — und das ist das Gemeinsame aller der Fälle, die wir zunächst besprechen — von parallelen Lichtstrahlen rechtwinklig durchsetzt. Daher Orthoskop! Jede Stelle des Gesichtsfelds ist dann gleichwertig und muß in gleicher Helligkeit oder Färbung erscheinen. — Mikroskopisch kleine Kristalle kann man in einem Mikroskop untersuchen, das man durch Hinzufügen zweier Nicols zum Orthoskop umgestaltet hat.

Wir bringen in diesen Apparat eine parallel zur Achse geschnittene Platte eines einachsigen, durchsichtigen Kristalls, wie wir sie in Fig. 30, dort allerdings auf den teilweise undurchsichtigen Turmalin bezogen, vor uns haben. Es kommt darauf an, den Einfluß der verschiedenen Variabeln auf die Interferenzerscheinung herauszuschälen: wir können die Platte drehen, wir können Polarisator und Analysator drehen, wir können die Farbe des angewandten Lichts variieren. Wir beschränken uns auf folgende Fälle: wir stellen zuerst die Nicols parallel und drehen die Platte, wobei wir erstens monochromatisches, zweitens weißes Licht anwenden. Dann machen wir dasselbe bei gekreuzten Nicols. Die Art, wie wir immer verfahren, ist durch Fig. 40 gekennzeichnet. Wir zerlegen die auf die Platte auffallende lineare Schwingung von der Amplitude h in zwei Komponenten  $i_1$  und  $i_2$  nach den beiden in der Einachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

Platte möglichen Schwingungsrichtungen S, parallel



40

zur Achse und  $S_2$ senkrecht dazu. Von  $i_1$  wie von  $i_2$  geht durch den Analysator nur die in dessen Schwingungsrichtung fallende Komponente  $k_1$  bzw.  $k_2$  hindurch. Diese beiden wirken hinter dem Analysator auf ein Ätherteilchen.

## I. Nicols parallel.

1. Monochromatisches Licht.

Wir stellen zuerst (Fig. 41) die Platte so, daß eine ihrer Schwingungsrichtungen mit der gemeinsamen von Polarisator, und Analysator übereinstimmt, und be-Pol An zeichnen das als "Normalstellung" der Platte. In diesem Falle geht die ankommende Schwingung h unzerlegt durch die Platte hindurch. Die Platte hat, wie dick sie auch sei, überhaupt keinen Einfluß auf die Erscheinung. h Nun drehen wir die Platte etwa bis in die Lage Fig. 42 und führen die Zerlegung nach dem Schema von Fig. 40 aus. h hat die Komponenten  $i_1$  und  $i_2$  nach den beiden Fig. 41. Parallele Schwingungsrichtungen der Platte, i1 Nicols. Normalstellung. und  $i_2$  die Komponenten  $k_1$  bzw.  $k_2$  nach dem Analysator. Die Summe  $k_1 + k_2$  ist geometrisch ge-

nommen immer konstant gleich h. Physikalisch summiert

# Einachsige Kristalle im parallelen polarisierten Lichte. 41

sich aber die Einwirkung von  $k_1$  und  $k_2$  auf ein Ätherteilchen nur dann, wenn beide gleichzeitig angreifen,

d. h. bei einem Gangunterschied von  $O, \lambda, 2 \lambda \dots$  (vgl. Nr. 5 der Einleitung). Ist die Platte gerade so dick, daß sie den beiden Komponenten genau einen dieser Gangunterschiede erteilt, so zeigt sie beim Drehen immer dieselbe Helligkeit, die auch ohne die Platte herrschen würde. Beträgt aber der Gangunterschied  $\frac{\lambda}{2}$ ,  $3\frac{\lambda}{2}$ ..., so greifen  $k_1$ 

und  $k_2$  im entgegengesetzten Sinne an: wenn  $k_1$  nach oben zieht, zieht  $k_2$  nach unten. Beide schwächen sich dann, und in der "Diagonalstellung" (Fig. 43), wo die Polarisa-

torrichtung den Winkel zwischen den Schwingungsrichtungen der Platte gerade halbiert und  $k_1$  gleich  $k_2$  wird, heben sie sich ganz auf. Bei einem Gangunterschiede

von  $\frac{\lambda}{2}$ ,  $3\frac{\lambda}{2}$  ... wird also beim Drehen volle Helligkeit (in der Normalstellung) mit völliger Dunkelheit (in der Diagonalstellung) wechseln, und zwar wird bei einer vollen Umdrehung das Gesichtsfeld viermal hell und viermal dunkel. Beträgt der Gangunterschied weder genau ein Vielfaches einer ganzen, noch einer halben Wellenlänge, so wechselt volle Helligkeit (Normalstel-



Fig. 42. Parallele Nicols. Allgemeiner Fall.



Fig. 43. Parallele Nicols. Diagonalstellung.

lung) mit mäßiger Helligkeit (Minimum in der Diagonalstellung).

# Einachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

Verschiedene Gangunterschiede kann man gleichzeitig beobachten, wenn man statt der Platte einen Kristallkeil anwendet, gewissermaßen eine Nebeneinanderstellung von verschieden dicken Platten, bei dem die Achse parallel der Keilkante, die Schwingungsrichtungen parallel und senk-



Fig. 44. Kristallkeil.

recht zur Kante laufen (Fig. 44). In der Normalstellung erscheint der Keil überall gleich hell, in der Diagonalstellung zeigt er dunkle Streifen, die an den Stellen, wo der

Gangunterschied gerade  $\frac{\lambda}{2}$ ,  $3\frac{\lambda}{2}$ ...

beträgt, ganz schwarz sind. In den Zwischenstellungen treten graue Streifen auf.

## 2. Weißes Licht.

In der Normalstellung hat die Platte nie einen Einfluß; in der Diagonalstellung werden diejenigen Farben

ganz ausgelöscht, für die der Gangunterschied  $\frac{\lambda}{2}$ ,  $3\frac{\lambda}{2}$ ... beträgt. Die anderen Farben werden geschwächt, nur

die nicht, für die der Gangunterschied O,  $\lambda$ ,  $2\lambda$ ... ist. Kurz: das Gesichtsfeld erscheint in einer Mischfärbung, die von der Dicke der Platte abhängt und in der die zuletzt genannten Farben überwiegen. Beim Drehen um 360° wechselt viermal Weiß (in den Normalstellungen) mit viermaliger intensiver Färbung (in den Diagonalstellungen). Ein Keil geht von Weiß (Normalstellungen) zu einer Farbenskala über, die in den Diagonalstellungen am intensivsten ist und später näher analysiert werden wird.

# II. Nicols gekreuzt.

1. Monochromatisches Licht.

Wir führen genau dieselben Operationen aus wie vorher und werden finden, daß immer da, wo bei parallelen

#### Einachsige Kristalle im parallelen polarisierten Lichte. 43

Nicols Helligkeit herrschte, jetzt Dunkelheit herrscht, und umgekehrt, und daß an Stelle irgend einer Färbung die komplementäre tritt.

In der Normalstellung (Fig. 45), wo die Schwingungsrichtungen im Plättchen mit denen der Nicols übereinstimmen, geht hunzerlegt durch die Platte und wird vom Analysator vollständig ausgelöscht, genau so, als ob die Platte gar nicht da wäre. Wie auch der in der Platte erreichte Gangunter-



Fig. 45. Gekreuzte Nicols. Normalstellung.

schied sei: das Gesichtsfeld ist völlig dun kel. In den anderen Stellungen bilden wir wieder die beiden Komponenten nach den Schwingungsrichtungen der Platte und





Fig. 46. Gekreuzte Nicols. Allgemeiner Fall. Fig. 47. Gekreuzte Nicols. Diagonalstellung.

führen diese dann auf die Analysatorrichtung zurück. In Fig. 46 und 47 ist dies für eine Zwischenstellung und die Diagonalstellung angedeutet. Geometrisch gesprochen ist

jetzt immer die Differenz der beiden Komponenten k. und  $k_2$  konstant gleich Null. Sie heben sich aber in ihrer Wirkung auf ein Ätherteilchen nur dann gerade auf, wenn sie gleichzeitig angreifen, also mit einem Gangunterschiede von  $O, \lambda, 2\lambda$ ... austreten. Erteilt die Platte einen dieser Gangunterschiede, so bleibt sie beim Drehen in jeder Lage völlig dunkel. Ist aber der Gangunterschied  $\frac{\lambda}{2}$ ,  $3\frac{\lambda}{2}$ ..., so wirken  $k_1$  und  $k_2$  in der gleichen Richtung, verstärken sich also und bewirken eine gewisse Helligkeit, die in der Diagonalstellung, wo  $k_1$  und  $k_2$  ihren maximalen Wert haben, am größten ist, nämlich so, wie sie ohne Platte wäre  $(k_1 + k_2 = h)$ . Beim Drehen eines Plättchens, das einen dieser Gangunterschiede hervorruft, wechselt demnach viermalige völlige Dunkelheit (in den Normalstellungen) mit viermaliger völliger Helligkeit (in den Diagonalstellungen), genau umgekehrt wie bei parallelen Nicols. Bei einem Plättchen, das weder genau den einen noch den anderen Gangunterschied bewirkt, wechselt völlige Dunkelheit (Normalstellungen) mit mäßiger Helligkeit (Maximum in den Diagonalstellungen).

Will man die unbekannten Schwingungsrichtungen eines Plättchens bestimmen, so braucht man es demnach nur zwischen gekreuzte Nicols zu bringen. In den Stellungen, wo es Dunkelheit zeigt, liegen die Schwingungsrichtungen, die man daher auch "Auslöschungsrichtungen" nennt, parallel den beiden Nicolschwingungen.

Der Keil zeigt in der Normalstellung Dunkelheit, in der Diagonalstellung schwarze Streifen an den Stellen, wo bei parallelen Nicols helle waren, und umgekehrt.

## 2. Weißes Licht.

In der Normalstellung bleibt die Platte dunkel. In der Diagonalstellung wird diejenige Farbe ganz ausEinachsige Kristalle im parallelen polarisierten Lichte. 45

gelöscht, bei der der Gangunterschied O,  $\lambda$ ,  $2\lambda$ ... ist, während die voll erhalten bleibt, wo er  $\frac{\lambda}{2}$ ,  $3\frac{\lambda}{2}$ ... beträgt. Genau umgekehrt wie bei parallelen Nicols; denn dort wurden gerade die mit  $\frac{\lambda}{2}$ ,  $3\frac{\lambda}{2}$ ... ausgelöscht und die mit O,  $\lambda$ ,  $2\lambda$ ... am meisten begünstigt. Dementsprechend wird die jetzt entstehende Mischfärbung komplementär zu der vorhin beobachteten sein; bei der Drehung wird das Plättchen zwischen Schwarz und einer (komplementären) Mischfärbung wechseln, die in den Diagonalstellungen am intensivsten ist. Der Keil wird schwarz und eine zur vorhin beobachteten komplementäre Farbenskala zeigen.

Beide Fälle (Nicols parallel und senkrecht) lassen sich gleichzeitig beobachten, wenn man den Analysator durch ein doppelbrechendes Prisma ersetzt, dessen Schwingungsrichtungen man parallel und senkrecht zu denen des Polarisators orientiert.

Zwei Strahlen, die die Platte mit der Phase  $\frac{1}{2}$  verlassen, müßten Dunkelheit ergeben, wenn sie schließlich mit derselben Phase interferierten. Da sie bei gekreuzten Nicols gerade Helligkeit ergeben, bewirkt diese spezielle Analysatorstellung, daß sie mit entgegengesetzter (antiloger) Phase interferieren. Man bezeichnet deshalb die Interferenz bei gekreuzten Nicols als "antiloge Interferenz", die bei parallelen Nicols dagegen als "analoge Interferenz", weil hier die Strahlen mit derselber (mit analoger) Phase interferieren, wie sie sie im Kristall erreichen.

Hierbei sei auf die Bedeutung des unteren Nicols hingewiesen: fiele natürliches Licht mit seinen fortwährend wechselnden Schwingungsrichtungen auf die Kristallplatte, so wäre die Interferenz in einem bestimmten Moment, wo die Schwingung gerade parallel dem Analysator stattfindet, analog, unendlich wenig später, wo sie sich um 90° gedreht hat, antilog. Der Wechsel ist so schnell, daß das Auge keine Interferenz, sondern nur eine mittlere Helligkeit wahrnimmt.

# § 9. Gangunterschied und Interferenzfarben.

Der Gangunterschied, den die beiden Strahlen in der Platte erreichen, ist durch den Ausdruck

$$\delta = \frac{d}{\lambda} (n_2 - n_1)$$

gegeben, wo d die Dicke der Platte,  $\lambda$  die Wellenlänge des auffallenden Lichts und  $n_1$  und  $n_2$  die Brechungsquotienten der beiden interferierenden Strahlen in der Platte bedeuten.

Ist nämlich  $\lambda$  die Wellenlänge des auffallenden Lichts, so sind  $\frac{\lambda}{n_1}$  und  $\frac{\lambda}{n_2}$  die Wellenlängen der beiden Strahlen in der Platte. Die Strecke d enthält  $d: \frac{\lambda}{n_1} = \frac{dn_1}{\lambda}$  Wellenlängen der einen,  $d: \frac{\lambda}{n_2} = \frac{dn_2}{\lambda}$  Wellenlängen der anderen Art. Der Gangunterschied ist gleich der Differenz dieser beiden Zahlen.

Der Gangunterschied ist also um so größer, je kleiner die Wellenlänge des angewandten Lichts und je größer die Dicke und die Differenz der Brechungsquotienten ist. Die letztere ist bei einem gegebenen Kristall am größten in dem betrachteten Falle, daß die Strahlenrichtung senkrecht zur Achse ist, diese in der Oberfläche liegt. Wäre die Platte so geschnitten, daß die Achse geneigt zur Oberfläche läge, so müßte sie dicker sein, um den gleichen Gangunterschied hervorzubringen; läge die Achse senkrecht zur Oberfläche, so träte auch bei noch so großer Dicke kein Gangunterschied ein. Beim Kalkspat ist die Differenz der Brechungsquotienten senkrecht zur Achse so groß, daß die Platte sehr dünn sein muß so dünn, wie man es technisch kaum erreichen kann —,

um nicht einen allzu großen Gangunterschied hervorzubringen. Und allzu groß darf der Gangunterschied nicht sein, höchstens etwa 8 Wellenlängen, damit die Farbenerscheinungen gut hervortreten. Woran liegt das?

Vergleichen wir drei verschieden dicke Plättchen, z. B. aus Quarz, in der Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols, ein ganz dünnes, eins von 0,065 mm und eins von 1 mm Dicke! Bei dem dünnsten Plättchen kommt überhaupt kein merklicher Gangunterschied zustande. Keine Farbe des Spektrums wird ganz ausgelöscht, wozu ein Gangunterschied von  $\lambda$  nötig wäre (vgl. S. 45); jede wird nur geschwächt. Das Plättchen erscheint matt eisen- oder lavendelgrau.

Bei der 0,065 mm dicken Platte ist der Gangunterschied gleich einer Wellenlänge für  $\lambda = 589 \ \mu\mu$ , für *D*-Licht. Dieses wird also völlig ausgelöscht; die übrigen Farben ergeben ein prächtiges Indigo als Mischfarbe, das ein Spektrum mit einem dunklen Streifen bei 589  $\mu\mu$ liefert.

Bei dem 1 mm/dicken Plättchen beträgt der Gangunterschied 23 Wellenlängen für  $\lambda = 413 \ \mu\mu$ , 22 Wellenlängen für 429  $\mu\mu$ , 21 Wellenlängen für 447  $\mu\mu$ , 20 Wellenlängen für 467  $\mu\mu$  usw. Da alle diese Wellenlängen ausgelöscht werden, zeigt das austretende Licht, spektral analysiert, eine Reihe dunkler Streifen im Spektrum, in unserem Falle zwölf zwischen 400 und 768  $\mu\mu$ , und erfahrungsgemäß wird das unzerlegte Licht dann vom Auge als weiß empfunden, als sogen. "Weiß höherer Ordnung", wenn über das Spektrum verteilt neun oder mehr dunkle Streifen auftreten. Dies ist der Grund, warum im allgemeinen nur dünne Platten Färbungen zeigen.

Die überhaupt möglichen Farbentöne stimmen annähernd mit denen der Newtonschen Interferenzfarben in einem Luftkeil überein, bei gekreuzten Nicols mit denen im senkrecht reflektierten, bei parallelen Nicols mit denen im senkrecht durchgehenden Lichte. Abweichungen sind dadurch bedingt, daß bei den Newtonschen Ringen nur die Dicke der Luftschicht, im Kristall außerdem die Differenz der Brechungsquotienten, also die Stärke der Doppelbrechung, in Betracht kommt, die für verschiedene Farben verschieden sein kann. Dadurch ist es von vornherein nicht ausgeschlossen, daß der Gangunterschied bei der gleichen Platte für kurzwelliges Licht kleiner als für langwelliges Licht ist (während doch im allgemeinen der Gangunterschied um so größer ist, je kleiner die Wellenlänge), eine Möglichkeit, für die bei den Newtonschen Interferenzfarben kein Analogon existiert.

Sehen wir von solchen Ausnahmefällen ab, so treten, wenn wir die Dicke der Platte von Null anfangend zunehmen lassen, bei gekreuzten Nicols nacheinander folgende Farbentöne auf, die man nach Analogien in der Farbenfolge in "Ordnungen" einzuteilen pflegt:

1. Ordnung.	Schwarz.	Grau.	Weiß.	Gelb.	Orange.
	Rot.				

 Purpur. Blau. Grün. Orange. Rot. Dunkelviolettrot.
Bläulichviolett

" Graublau. Grünblau. Hellgrün. Fleischrot.

5. " Matt blaugrün. Matt fleischrot.

In den höheren Ordnungen kehren die mattgrünen und mattroten Töne wieder, um schließlich in das Weiß höherer Ordnung überzugehen. An dem Kristallkeil Fig. 44 kann man die ganze Farbenskala nebeneinander beobachten; wohl am schönsten wirken die Farben der 2. Ordnung.

Untersuchen wir nicht eine einzelne Platte, sondern eine Kombination mehrerer, so ergeben sich keine neuen Schwierigkeiten, solange die Schwingungsrichtungen in den einzelnen übereinstimmen. Diesem Falle wollen wir noch einige Worte widmen, die übrigen auf später verschieben (vgl. § 17).

Legen wir zwei Platten aus gleicher Substanz derart übereinander, daß die Schwingungsrichtungen der schnelleren Strahlen parallel liegen, so wirken sie wie eine Platte von der Summe ihrer Dicken; sie wirken dagegen wie eine von der Differenz ihrer Dicken, wenn sie "ge kreuzt" liegen, d. h. wenn die Schwingungsrichtung des schnelleren Strahls in der einen Platte übereinstimmt mit der Schwingungsrichtung des langsameren in der anderen. Denn hier macht die eine Platte den Gangunterschied zum Teil rückgängig (oder wenn beide gleich dick sind, ganz rückgängig), den die andere hervorgerufen hat.

Man kann diese Erscheinung benutzen, um die Farbenordnung eines Kristallplättchens zu bestimmen. Man kombiniert es hierzu in der Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols so mit dem Kristallkeil Fig. 44, daß sich die entsprechenden Schwingungsrichtungen in Platte und Keil kreuzen. An der Stelle, wo der Keil dieselbe Dicke hat wie die Platte, wird dann ein schwarzer Streifen auftreten; denn hier kompensieren sich Plättchen- und Keilwirkung, und es tritt kein Gangunterschied ein. An der Stelle muß der Keil nach Entfernung des Plättchens dieselbe Färbung zeigen, wie dieses allein; und es ist dann ein Leichtes, die Ordnung festzustellen, zu der diese Färbung gehört.

Will man bestimmen, ob ein Kristall positiv oder negativ ist, so kombiniert man ihn mit einer Platte von bekannter Doppelbrechung und wählt dazu oft ein  $,,\frac{\lambda}{4}$ - oder Viertelwellen plättchen". Darunter versteht man eine Kristallplatte, die den beiden Strahlen einen Gangunterschied von einer Viertelwellenlänge erteilt, was genau genommen natürlich nur für eine Farbe gilt, etwa für das Gelb in der Mitte des Spektrums.

Das  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen sei in einer Fassung befestigt, auf der die Schwingungsrichtung der langsameren Welle durch einen Pfeil markiert sei (vgl. § 15, Fig. 100). Die unbekannte Platte bringen wir etwa in der Diagonalstellung zwischen gekreuzte Nicols, wobei wir eine gewisse Interferenzfarbe beob-

Buchwald, Kristalloptik.

achten, und das  $\frac{\lambda}{4}$  - Plättchen legen wir so darauf, daß die Pfeilrichtung mit der einen Schwingungsrichtung  $S_1$  der Platte koinzidiert. Wird dadurch die Ordnung der Interferenzfarbe erhöht, so wirken beide Platten im gleichen Sinne;  $S_1$  ist also (wie die Pfeilrichtung) die Schwingungsrichtung der langsameren Welle; sie ist die der schnelleren, wenn die Ordnung der Interferenzfarben erniedrigt erscheint.

Ist die zu untersuchende Platte so dick oder so stark doppelbrechend, daß sie das Weiß höherer Ordnung zeigt, so genügt die Änderung um  $\frac{\lambda}{4}$  nicht zur Hervorbringung einer Interferenzfarbe. Man ersetzt dann das  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen durch den mehrfach erwähnten Kristallkeil von bekannter Orientierung der Schwingungsrichtungen. Erscheint das Ge-



Fig. 48. Babinetscher Kompensator. sichtsfeld weiter im Weiß höherer Ordnung, so stimmen die Schwingungsrichtungen der schnelleren Wellen in Platte und Keil überein; im anderen Falle treten lebhafte Interferenzfarben in der Nachbarschaft derjenigen Stelle des Keils auf, wo er den Gangunterschied in der Platte gerade kompensiert.

Zur genauen Messung des Gangunterschiedes wird meist der Babinetsche Kompensator benutzt (Fig. 48), eine Zusammenstellung zweier Quarzkeile  $k_1$  und  $k_2$  zu einer planparallelen Platte. Die Lage der Kristallachsen in den Keilen — im ersten parallel zur Keilkante AB, im

zweiten senkrecht dazu — ist in der Figur angedeutet, ebenso die möglichen Schwingungsrichtungen x und y. Der senkrecht zur Achse schwingende ordentliche Strahl ist beim Quarz als positivem Kristall der schnellere. In  $K_1$  eilt also der nach x schwingende Strahl dem nach y schwingenden voraus, in  $K_2$  bleibt er hinter ihm zurück, d. h. die Keile wirken in entgegengesetztem Sinne, und der mittlere in der Figur eingezeichnete Strahl, der in  $K_1$  einen ebenso langen

## Einachsige Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte. 51

Weg wie in  $K_2$  zurücklegt, wird gar keinen Gangunterschied aufweisen. Nach rechts und links nimmt der Gangunterschied seinem absoluten Wert nach stetig zu.

Bringen wir den Kompensator bei einfarbigem Licht in der Diagonalstellung zwischen gekreuzte Nicols, so werden an denjenigen Stellen dunkle Streifen auftreten, wo der Gangunterschied  $O, \lambda \ldots$  beträgt. Ich fasse die Stelle C ins Auge, wo der dem Gangunterschied O entsprechende dunkle Streifen liegt, und verschiebe den Keil  $K_2$  mikrometrisch in der Richtung x um eine an einer Trommel ablesbare Strecke. Dadurch wandern die Streifen mit, und wenn ich  $K_2$  um n Trommelteile verschoben habe, wird der nächste dunkle Streifen, der dem Gangunterschied  $\lambda$  entspricht, an die Stelle C gerückt sein: n Skalenteile entsprechen also einem Gangunterschied  $\lambda$ .

Habe ich auf diese Weise den Kompensator geeicht, so kann ich den Gangunterschied in einer Kristallplatte bestimmen: ich lege die Platte so auf den Kompensator, daß die Schwingungsrichtungen in beiden übereinstimmen. Dadurch rückt der dem Gangunterschied O entsprechende Streifen von C fort, und ich muß  $K_2$  beispielsweise um  $n_1$  Skalenteile verschieben, um ihn wieder nach C zurückzubringen. Nun habe ich den Ansatz:

n Skalenteile entsprechen dem Gangunterschied  $\lambda$ ,  $n_1$  ,, ,, ,, ,,  $\delta$ , woraus das gesuchte

$$\delta = \lambda \frac{n_1}{n}$$

folgt.

## § 10. Einachsige Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte.

Im parallelen Lichte konnten wir nur den in einer bestimmten Richtung erreichten Gangunterschied beobachten und hätten die Platte neigen müssen, wenn wir das Licht in einer anderen Richtung hätten hindurchschicken wollen. Wenden wir aber konvergentes Licht an (Fig. 49), so haben wir gleichzeitig Strahlen,

4\*

#### Einachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

die den Kristall in den verschiedensten Richtungen durchsetzt haben. Zum Beobachten der reizvollen Er-



scheinungen, die sich dann ergeben, dient das in Fig. 50 im Prinzip dargestellte "Konoskop". Es unterscheidet sich von dem aus Fig. 39 her bekannten Orthoskop im wesentlichen nur durch die Hinzufügung eines Linsensystems  $L_1 L_2$ , das das parallele Licht nach einem

Punkte im Platteninnern konvergieren läßt und das aus der Platte austretende divergente Licht wieder parallel macht.



Fig. 50. Konoskop.

Nur die Mitte des Gesichtsfelds entspricht jetzt Strahlen, die die Platte senkrecht zur Oberfläche durchsetzt haben, alle anderen Punkte geneigten Strahlenrichtungen.

Wir gehen von einem speziellen Fall aus: wir stellen im homogenen Lichte die beiden Nicols gekreuzt und untersuchen eine sen krecht zur Achse geschliffene Platte eines einachsigen Kristalls. (Im parallelen Lichte begannen wir mit einer parallel zur Achse geschnittenen!) Ein Blick ins Konoskop zeigt dann eine Erscheinung, wie sie in Fig. 51 dargestellt ist: eine Reihe konzentrischer Ringe, die von einem schwarzen Kreuz durchschnitten sind, dessen Arme

# Einachsige Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte. 53

parallel und senkrecht zur Polarisatorschwingung liegen. Eine Drehung der Platte ändert nichts, da alle Richtungen, die den gleichen Winkel mit der Achse bilden, gleichwertig sind. Ringe und Kreuz sollen gesondert betrachtet werden.



Fig. 51. Senkrecht zur Achse geschnittene Platte im konvergenten Lichte. Nicols gekreuzt.

1. Die Ringe. In der Mitte des Gesichtsfelds treten die Strahlen aus, die die Platte in Richtung der Achse

wie ein isotropes Medium durchsetzt haben; hier herrscht daher bei gekreuzten Nicols Dunkelheit. Dagegen wird ein schräg zur Achse einfallender Strahl in zwei gespalten; wir vernachlässigen, daß diese beiden räumlich getrennt sind und verschieden lange Wege in der Platte zurücklegen; wir nehmen an, sie liefen in derselben Bahn, freilich mit verschiedener Geschwindigkeit, und fragen nach ihrem Gangunterschied. Dieser wächst mit der Neigung gegen die Achse von Null an und hat bei einem gewissen Neigungswinkel den Wert  $\frac{\lambda}{2}$  angenommen. Da Strahlen vom Gangunterschied  $\frac{\lambda}{2}$  (vgl. S. 44) bei gekreuzten Nicols in den Diagonalstellungen Helligkeit ergeben, wird der Kreis im Gesichtsfelde, der diesem Neigungswinkel entspricht, teilweise hell erscheinen: der erste helle Ring um das dunkle Zentrum. Gehen wir zu noch geneigteren Richtungen über, so wächst der Gangunterschied bis zum Werte 2. Strahlen dieser Richtung ergeben bei gekreuzten Nicols Dunkelheit; auf den ersten teilweise hellen Ring folgt also ein ganz dunkler. Und so fort: alle Richtungen, wo der Gangunterschied O,  $\lambda$ ,  $2\lambda$ ... beträgt, ergeben dunkle Ringe, die dazwischenliegenden, mit dem Gangunterschied  $\frac{\lambda}{2}$ ,  $3\frac{\lambda}{2}$ ... Ringe, die zum Teil hell sind.

2. Das Entstehen des schwarzen Kreuzes machen wir uns an den Fig. 52ff. klar. K ist die Kristallplatte, die Schwingungsrichtung des Polarisators soll vertikal, die des Analysators horizontal liegen. Im allgemeinen wird die vertikale Schwingung des einfallenden Strahls L(Fig. 52) in zwei zerlegt: in die a.o., die in dem schraffierten Hauptschnitt von L liegt, und in die dazu senk-

#### Einachsige Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte. 55

rechte ordentliche. Für alle Strahlen, die den Kristall in der Vertikalen AB treffen (Fig. 53), ist die Vertikal-

ebene der Hauptschnitt. Das einfallende, vertikal schwingende Licht geht also ohne Doppelbrechung als außerordentliches hindurch und wird von dem horizontal gestellten Analysator ausgelöscht. So erklärt sich der dunkle Kreuzarm, der parallel der Polarisatorschwingung liegt. Für die längs der Horizontalen A'B' einfallenden Strahlen dagegen (Fig. 54) ist die Horizontalebene der



Hauptschnitt. Das ankommende, senkrecht dazu schwingende Licht geht mithin ungehindert als ordentliches



Fig. 53.



hindurch und wird von dem senkrecht dazu stehenden Analysator vernichtet. So entsteht der parallel zum Analysator liegende Kreuzarm.

Man kann die Interferenzfigur auch so charakterisieren:

es wechseln Ringe, längs deren die Intensität konstant Null ist (Gangunterschied  $O, \lambda \ldots$ ), mit solchen ab, längs deren die Intensität zwischen Null und voller Stärke wechselt (Gangunterschied  $\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}\ldots$ ). Dies erklärt sich sofort aus unseren Beobachtungen im parallelen Lichte. Zwischen gekreuzten Nicols erschien dort eine Platte vom Gangunterschiede  $O, \lambda \ldots$  in jeder Lage dunkel, eine Platte vom Gangunterschied  $\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}\ldots$  dunkel in den Normalstellungen, hell in den Diagonalstellungen. Und die verschiedenen Punkte eine Platte von entsprechender Dicke im parallelen Lichte beim Drehen nacheinander zeigt.

Die Kreuzarme bestehen unabhängig von der Plattendicke, während die Ringe in leicht angebbarer Weise von ihr abhängen: bei einer dünnen Platte ist ein größerer Zuwachs des Neigungswinkels nötig, um den Gangunterschied um  $\lambda$  zu vergrößern; die Ringe werden also weiter auseinander liegen. Und ebenso ersichtlich ist der Einfluß der Stärke der Doppelbrechung: je stärker diese, desto enger die Ringe. An dem Kreuz wird auch nichts geändert, wenn wir mit weißem, anstatt mit einfarbigem Lichte beleuchten; denn das Kreuz ist nur von der Schwingungsrichtung, nicht von der Wellenlänge abhängig. Aber der Ringdurchmesser ändert sich mit der Wellenlänge. Für das kurzwellige Violett wird schon bei geringerer Neigung gegen die Achse der Gangunterschied  $\lambda$  und damit der erste dunkle Ring erreicht sein als für das langwellige Rot. Jeder Farbe entspricht so ein besonderes Ringsystem um den gemeinsamen Mittelpunkt. Im weißen Licht überlagern sich alle, und es entstehen bunte Ringe um ein schwarzes Zentrum, deren Farbenfolge oft eine Ähnlichkeit mit der der Newtonschen Ringe zeigt (vgl. S. 47), bisweilen aber auch wesentlich davon abweicht.

#### Einachsige Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte. 57

Der Grund ist bereits früher angedeutet worden: die Newtonsche Farbenfolge tritt auf, wenn die Doppelbrechung für alle Farben gleich stark ist; die Doppelbrechung kann aber für violettes Licht so viel schwächer als für rotes sein, daß der Unterschied in den Wellenlängen kompensiert oder gar überkompensiert wird. Bei manchen Exemplaren von Apoph vilitist z. B. für rotes Licht der o. Strahl der schnellere, für gelbes sind beide gleich schnell, für blaues ist der ao. der schnellere, und es ergeben sich dann ganz außergewöhnliche Farbenfolgen. Die Kurven aber, auf denen die Färbung konstant ist, die "Isochromaten", sind immer konzentrische Kreise.

Aus §8 wissen wir, daß das Interferenzbild ins Komplementäre übergeht, wenn wir die Nicols parallel stellen. An Stelle des dunklen Kreuzes steht dann ein helles. an Stelle der dunklen Ringe helle und umgekehrt, an Stelle der farbigen Ringe die komplementär gefärbten. Geht man durch Drehen eines Nicols aus der Senkrechtin die Parallelstellung über, so wandert erst das dunkle Kreuz, blasser werdend, mit, um bei 45° zu verschwinden und dann als helles wieder hervorzutreten.

Legt man zwei aus einachsigen Kristallen senkrecht zur Achse geschliffene Platten übereinander, so werden die Ringe enger oder weiter, je nachdem der Charakter der Doppelbrechung in beiden gleich oder verschieden ist. Ist der der einen bekannt, so ist also ein Rückschluß auf den der anderen möglich. Zweckmäßig ist auch hier die Kombination einer

Platte mit einem  $\frac{\lambda}{4}$  - Plättchen.

Neigen wir die Platte, so wandert das durch die Achsenrichtung bestimmte Zentrum der Ringe mitsamt dem dunklen Kreuze seitwärts und verschwindet bei einer gewissen Neigung aus dem Gesichtsfelde. Die Ringe wandern mit, werden aber aus Kreisen zu Ellipsen, bei größerer Neigung zu Parabeln, schließlich zu Hyperbeln. Anstatt die Platte zu neigen, benutzt man besser Platten, die nicht senkrecht, sondern unter

#### 58 Einachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

einem gewissen Winkel zur Achse geschnitten sind. Eine parallel zur Achse geschnittene Platte z. B. zeigt in der Diagonalstellung gleichseitige Hyperbeln (Fig. 55).



Fig. 55. Achsenparallele Platte in Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols.

Einen Überblick darüber, wie sich die Kurven gleichen Gangunterschieds mit der Plattenorientierung ändern, gewinnt man mit Hilfe der "Fläche gleichen Gangunterschieds". Sie entsteht, wenn man von

### Einachsige Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte. 59

einem Punkte O aus nach jeder Richtung diejenige Strecke abträgt, die das Licht in diesen Richtung im Kristall durchlaufen muß, damit der Gangunterschied  $\delta$ einen gegebenen Wert annimmt. Für einen einachsigen Kristall ist sie eine Rotationsfläche etwa von der Form Fig. 56; die für verschiedene  $\delta$  konstruierten Flächen

sind einander ähnlich, Fig. 56 gebe z. B. die für  $\delta = \lambda$  an. *OA* ist die Kristallachse. In dieser Richtung ist die Fläche unendlich weit von *O* entfernt; denn in Richtung der Achse müssen beide Strahlen einen unendlich weiten Weg zurücklegen, um einen Gangunterschied von  $\lambda$  zu erhalten. Senkrecht zur Achse ist der Gangunterschied  $\lambda$  schon nach dem Durchlaufen von *OB* erreicht; hier kommt die Fläche dem Mittelpunkt am nächsten.

In diese Fläche lege ich die Kristallplatte, deren Kurven gleichen Gangunterschieds ich bestimmen will, gewissermaßen hinein, wie dies in der



Fig. 56. Fläche gleichen Gangunterschieds von einachsigen Kristallen.

Figur punktiert angedeutet ist; d. h. ich lege durch die Fläche eine Ebene in einem Abstande von O gleich der Plattendicke d und von einer solchen Neigung, daß die Achsenrichtung in der Platte mit der Richtung OA übereinstimmt. Es läßt sich dann zeigen, daß die Kurven gleichen Gangunterschiedes, die an der Platte auftreten, unter geringen Vernachlässigungen identisch sind mit den Schnittkurven der genannten Ebene mit der Fläche. Eine Ebene I senkrecht zu OA zeigt Kreise wie eine senkrecht zur Achse geschliffene Platte; eine etwas gegen OA geneigte Ebene II Ellipsen, dieselben, wie man sie an einer unter gleicher Neigung gegen die Achse geschnittenen Platte beobachten würde, usw.

Auch die andere Art von Kurven, die neben denen gleichen Gangunterschiedes auftraten und sich in dem zuerst behandelten Falle als zwei dunkle Kreuzarme darstellten. läßt sich von einem allgemeineren Gesichtspunkte aus betrachten. Beide Kreuzarme entsprachen einer gewissen Schwingungsrichtung der aus der Platte austretenden Strahlen, nämlich der vertikalen (vgl. Fig. 53 und 54). Kurven, auf denen die Schwingungsrichtung konstant ist, nennen wir "Isogyren", und es läßt sich zeigen: wie die Kurven gleichen Gangunterschieds sich als Schnittkurven der oberen Plattengrenzfläche mit den Flächen gleichen Gangunterschieds ergaben, ähnlich kann man die Isogyren finden als Schnittkurven der Plattenoberfläche mit einer Schar von "Isogyrenflächen", wobei die Komplikation auftritt, daß nicht ein und dieselbe Schar bei verschiedenen Orientierungen der Platte anwendbar ist. Bei der Beobachtung treten von allen Isogyren nur die beiden "Hauptisogyren" hervor; die erste umfaßt die Kurven, wo die Schwingungsrichtung parallel oder senkrecht zum Analysator, die zweite die, wo sie parallel oder senkrecht zum Polarisator ist. Bei einachsigen, senkrecht zur Achse geschliffenen Kristallen besteht jede Hauptisogyre aus zwei Geraden, die durch die Spur der Achse gehen. Bei der ersten Hauptisogyre liegen sie senkrecht und parallel zur Analysator-, bei der zweiten senkrecht und parallel zur Polarisatorrichtung.

#### Hilfsflächen bei einachsigen Kristallen.

Auf diesen Geraden herrscht dieselbe Intensität wie ohne Zwischenschaltung der Platte; bei gekreuzten oder parallelen Nicols fallen beide Hauptisogyren zusammen und sind ganz dunkel bzw. ganz hell (dunkles bzw. helles Kreuz).

Solcher allgemeiner Hilfsflächen, aus denen wir die Eigentümlichkeiten spezieller Fälle anschaulich herleiten können, kennt die Kristalloptik eine ganze Reihe. Wir erinnern an die Strahlenfläche und die Konstruktionen, bei denen wir sie anwandten, und behandeln, an sie anknüpfend, im nächsten Paragraphen im Zusammenhang einige verwandte Flächen, wobei sich ein bequemer Übergang zu den zweiachsigen Kristallen bieten wird.

#### § 11. Hilfsflächen bei einachsigen Kristallen.

Fig. 57 zeigt ein Stück Strahlenfläche  $S_1$  von der bekannten ellipsoidalen Gestalt. Das von O ausgehende



Fig. 57. Strahl und Normale.



Fig. 58. Fortschreiten ebener Wellen.

Licht soll die Strahlenfläche  $S_1$  nach der Zeit t, eine Zeiteinheit später die Strahlenfläche  $S_2$  erreicht haben. In dieser Zeiteinheit hat sich ein Flächenstück f in der Strahlenrichtung Of parallel mit sich selbst um die Strecke s fortgepflanzt, die wir naturgemäß als die "Strahlengeschwindigkeit" in der Richtung Ofbezeichnen. Die Tangentialebene T, der f angehört, hat sich hierbei um das Stück n in Richtung ihrer Normalen ON fortbewegt. ON ist die zum Strahle Ofgehörige Normale, n also die "Normalengeschwindigkeit". Mit ihr breitet sich eine auf der Richtung ONsenkrechte, ebene Welle aus (vgl. Fig. 58); und da wir in praxi meist mit parallelem Lichte, also ebenen Wellen arbeiten, und bei diesen, abgesehen von der Begrenzung, nur die Normalengeschwindigkeit beobachtbar ist, ist nnoch wichtiger als s.

Wir trugen von einem Punkte aus die jeder Richtung zukommende Strahlengeschwindigkeit s auf und fanden die Strahlenfläche; tragen wir in jeder Richtung die Normalengeschwindigkeit n auf, so entsteht die "Normalenfläche". Den Zusammenhang zwischen beiden machen wir uns an Fig. 59 klar, in der zu zwei Punkten  $S_1$ und  $S_2$  der Strahlenfläche die zugehörigen Punkte  $N_1$ und  $N_2$  der Normalenfläche konstruiert sind, und zwar so, daß wir in  $S_1$  und  $S_2$  Tangenten an die Strahlenfläche gelegt und von O aus Senkrechte darauf gefällt haben.  $ON_1$  und  $ON_2$  stellen dann, wie ein Vergleich mit Fig. 57 zeigt, die Normalengeschwindigkeit in diesen Richtungen dar. Derartig gefundene Flächen nennt der Mathematiker "Fußpunktflächen". Die Normalenfläche ist also die Fußpunktfläche der Strahlenfläche.

Die Strahlenfläche eines einachsigen Kristalls bestand aus zwei Schalen, einer Kugel und einem Ellipsoid. Die Normalenfläche besteht gleichfalls aus zwei Schalen, nämlich den Fußpunktflächen jener beiden. Ihr gehört mithin ebenfalls die Kugel der Strahlenfläche an — denn jede Kugel ist ihre eigene Fußpunktfläche — und zweitens als Fußpunktfläche des Ellipsoids das durch die Kon-

### Hilfsflächen bei einachsigen Kristallen.

struktion von Fig. 59 gefundene "Ovaloid". In Fig. 60 und 61 sind Strahlen- und Normalenfläche eines einachsigen, positiven Kristalls im Durchschnitt neben-

einandergestellt. In Fig. 61 erkennt man die (etwas übertrieben gezeichnete) typische Gestalt des Ovaloids. Punktiert ist darein das Ellipsoid eingezeichnet, aus dem es entstanden ist.

standen ist. Neben Strahlen- und Normalenfläche stellen wir als dritte die schon bekannte Fig. 59. Zusammenhang von Indexfläche, die in jeder Richtung die Größe des Brechungsquotienten darstellt. Diese drei zweischaligen Flächen lassen sich zurückführen auf drei einschalige "Konstruktions-



Fig. 60. Schnitt durch die Strahlenfläche eines einachsig positiven Kristalls.



flächen". Die drei Konstruktionsflächen bergen sozusagen alle Gesetze über Lichtgeschwindigkeiten und, wie wir sehen werden, auch über Schwingungsrichtungen im



#### Einachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

Kristall in sich; auf sie wird man sowohl in der elastischen wie in der elektromagnetischen Lichttheorie geführt, in ersterer von der Annahme ausgehend, daß im Kristall die Elastizität, in letzterer, daß die Dielektrizi-



Fig. 62. Fresnelsches Ellipsoid.

tätskonstante nach verschiedenen Richtungen verschieden sei.

I. Die Strahlenfläche kann man aus dem "Fresnelschen Ellipsoid" herleiten, einem Rotationsellipsoid (Fig. 62), das die Hauptlichtgeschwindigkeiten o und e als Polar- und Äquatorialradius hat, auf Grund der Regel: Die beiden Strahlengeschwindigkeiten in einer Richtung sind gleich den Halbachsen derjenigen Ellipse, in der die zu der Richtung senkrechte

Diametralebene das Fresnelsche Ellipsoid schneidet. Wir werden das sogleich näher ausführen.

II. Die Normalenfläche kann man herleiten:

- 1. aus dem "Polarisationsovaloid", der Fußpunktfläche des Fresnelschen Ellipsoids, auf Grund der Regel: Die zu einer bestimmten Richtung gehörigen Normalengeschwindigkeiten sind gleich den Halbachsen des Ovals, in der die auf der Richtung senkrechte Diametralebene das Polarisationsovaloid schneidet, oder
- 2. aus dem "Indexellipsoid", einem Rotationsellipsoid (Fig. 63), das die Hauptbrechungsquotienten  $\frac{1}{e} = \varepsilon$  und  $\frac{1}{o} = \omega$  zum Polarund Äquatorialradius hat, auf Grund der Regel:

## Hilfsflächen bei einachsigen Kristallen.

Die Geschwindigkeiten der beiden Wellennormalen in einer Richtung sind gleich dem Reziproken der Halbachsen derjenigen Ellipse, in der die auf der Richtung senkrechte Diametralebene das Indexellipsoid schneidet.

III. Die Indexfläche kann gleichfalls aus dem Indexellipsoid hergeleitet werden. Man findetsie, wennmannicht, wie bei der Normalenfläche, die reziproken Halbachsen der Schnittellipse, sondern diese Halbachsen selbst aufträgt.



Fig. 63. Indexellipsoid.

Diese drei Konstruktionsflächen, das Fresnelsche, das Indexellipsoid und das Polarisationsovaloid, denken wir uns in den Kristall hineinkonstruiert in der Lage, daß ihre Rotationsachse mit der Kristallachse übereinstimmt. Jeder Farbe kommt ebenso wie eine eigene Geschwindigkeit und ein eigener Brechungsquotient auch eine eigene Konstruktionsfläche zu; gemeinsam ist allen, daß die Umdrehungsachse in der Kristallachse liegt.

Leider sind die Bezeichnungen für die Flächen alles andere als einheitlich. Das Fresnelsche Ellipsoid wird z. B. auch als erstes Ellipsoid, Ergänzungsellipsoid, direktes Ellipsoid, zweites Ellipsoid; das Indexellipsoid als Polarisationsellipsoid, Elastizitätsellipsoid, inverses Ellipsoid, zweites Ellipsoid, erstes Ellipsoid, Indikatrix usw. bezeichnet.

Es genügt, das Wesen des in allen vier Fällen gleichen Verfahrens an einem Beispiele zu erläutern. Wir wählen als solches den Nachweis, daß wir auf Grund der angegebenen Regel vom Fresnelschen Ellipsoid aus

Buchwald, Kristalloptik.

auf unsere bekannte Strahlenfläche kommen, und fragen zunächst, wie schnell sich Strahlen senkrecht zur Achse fortpflanzen. L (Fig. 64) sei die Fortpflanzungsrichtung; die senkrecht dazu gelegte Diametralebene schneidet das Ellipsoid in der schraffierten Ellipse, deren Halbachsen o und e sind. Das sind in der Tat die beiden Strahlengeschwindigkeiten in Richtung L und, wie wir aus Fig. 64 entnehmen, in jeder Richtung senkrecht zur Achse. Ebenso lassen sich unsere übrigen früheren Resultate verifizieren: die Geschwindigkeit beider Strah-



Fig. 65.

len in Richtung der Achse ist o; denn die zur Achse senkrechte (Horizontal-) Ebene schneidet das Ellipsoid im Kreis mit dem Radius o. Für eine dazwischenliegende Fortpflanzungsrichtung l (Fig. 65) liefert die zugehörige, in der Figur schraffierte Schnittfläche eine Ellipse, deren eine Halbachse wie bei jeder Schnittellipse o ist - die immer gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit des o. Strahles -, während die andere einen Wert m zwischen o und e annimmt. Daß es gerade der ist, den auch unsere bekannte Strahlenfläche (Fig. 16) ergeben würde, schließt man daraus, daß die gleiche

#### Hilfsflächen bei einachsigen Kristallen.

Ellipse mit den Halbachsen o und e dem Ellipsoid wie der Strahlenfläche eigentümlich ist.

d

ır

8-

le

n

n

ir

ır

en

h-

se

n-

lie

ne

t-

n-

en

er

6)

ne

Aber nicht nur, daß das Fresnelsche Ellipsoid eine einfachere Fläche ist als die zweischalige Strahlenfläche; es liefert uns mehr als nur die Strahlengeschwindigkeiten. Wir können nämlich an den beiden letzten Figuren den Satz verifizieren, daß die Halbachsen der Schnittellipse nicht nur ihrer Größe nach die Strahlengeschwindigkeiten, sondern auch ihrer Richtung nach die Schwingungsrichtungen in den beiden Strahlen darstellen. In beiden Figuren ist der durch Strahl und Achse bestimmte Hauptschnitt die Papierebene. In ihr liegen senkrecht zur Strahlenrichtung die Halbachsen e (Fig. 64) und m (Fig. 65), und bekanntlich vollziehen sich auch die Schwingungen des a.o. Strahls in dieser Ebene senkrecht zur Strahlenrichtung. Die Halbachsen o dagegen liegen wie die Schwingungsrichtungen des ordentlichen Strahls senkrecht zum Hauptschnitt.

Dadurch, daß wir diese Betrachtung an die uns vertrautere Strahlenfläche und das Fresnelsche Ellipsoid anknüpfen, lassen wir uns eine Ungenauigkeit zuschulden kommen, die in folgendem besteht: Strahl und Normale sind im allgemeinen nicht identisch, also ist auch die durch Strahl und Achse gelegte Ebene nicht identisch mit der durch Normale und Achse gelegten. Auf welcher von beiden steht die Schwingung der ordentlichen Welle senkrecht? In unserer Darstellung haben wir sie senkrecht zu Strahl und Achse stattfinden lassen; üblich aber ist es, sie als senkrecht zu Normale und Achse zu definieren, übrigens ein Unterschied, der für uns wenig ins Gewicht fällt. Genau genommen jedenfalls bezieht sich der vorhin ausgesprochene Satz über die Schwingungsrichtungen auf Indexellipsoid und Normalen-

67

5\*

fläche: die Halbachsen der Schnittellipse liefern ihrer Größe nach die Normalengeschwindigkeiten, ihrer Richtung nach die Schwingungsrichtungen.

Wenig haben wir uns bisher mit der Indexfläche befaßt. Sie besteht bei einachsigen Kristallen aus zwei Schalen, die sich in der Achse berühren: einer Kugel mit dem Radius w und einem Rotationsellipsoid mit den



Kristall

Halbachsen  $\omega$  und  $\varepsilon$ . Bei ihr umschließt (umgekehrt wie bei der Strahlenfläche) im Falle eines negativen Kristalls. den wir im folgenden zugrunde legen wollen, die Kugel das Ellipsoid, weil der kleineren Geschwindigkeit o der größere Brechungsquotient  $\omega$  entspricht. Wir zeigen zum Schluß dieses Abschnitts. wie man sich mit Hilfe der Fig. 66. Totalreflexion an einem Indexfläche über die Totalreflexion an Kristallen

orientiert, die deswegen von Wichtigkeit ist (vgl.-Nr. 4 der Einleitung), weil sie uns eine viel ange wandte Methode zur Bestimmung von Brechungsquotienten an die Hand gibt. Wir betrachten den Fall, daß Licht in einem isotropen Körper (man wendet z. B. &-Monobromnaphthalin an, das für D-Licht den Brechungsquotienten n = 1,66102 hat) auf einen schwächer brechenden Kristall auftrifft, und wiederholen die Konstruktion von Fig. 4. Wir beschreiben (Fig. 66) um den Einfallspunkt O die kugelförmige Indexfläche  $J_M$ 

#### Hilfsflächen bei einachsigen Kristallen.

des Monobromnaphthalins und die zweischalige  $J_K$  des Kristalls und bestimmen zwei Einfallsrichtungen  $l_o$ und  $l_e$  derart, daß die von ihren Schnittpunkten  $S_o$ und  $S_e$  mit  $J_M$  auf die Grenzfläche gefällten Lote die beiden Schalen der Indexfläche gerade berühren.  $l_o$  und  $l_e$  sind dann, wie wir aus Nr. 4 der Einleitung wissen, die beiden Grenzstrahlen der Totalreflexion, die in der Papierebene liegen.

Im Raume werden sie in Analogie zu Fig. 66 gefunden, indem man senkrecht zur Grenzfläche an die

Kugel und an das Ellipsoid der Indexfläche je einen Tangentenzylinder legt, wie dies in Fig. 67 für die Kugel angedeutet ist, und jeden Punkt der Kurve S, in der ein derartiger Zylinder die Indexfläche  $J_M$  des Monobromnaphthalins schneidet, mit dem Mittelpunkt  $O^{\text{R}}$  verbindet. Man kommt so auf eine zweischalige Kegelfläche, die, Grenzstrahlenkegel"



Fig. 67. Konstruktion eines Grenzstrahlenkegels.

(Fig. 68), deren Beobachtung mit einem Totalreflektometer wie bei den isotropen Körpern zur Bestimmung der Brechungsquotienten führt. Der durch die Konstruktion von Fig. 67 gefundene Kegel der ordentlichen Grenzstrahlen, in Fig. 68 der äußere, ist immer ein Kreiskegel; der innere, der zu den außerordentlichen Brechungsquotienten führt, nur dann, wenn die Achse senkrecht auf der Grenzfläche steht; denn dann ist der Tangentenzylinder an das (Rotations-) Ellipsoid ein Kreiszylinder. Sonst ist er ein elliptischer Kegel, wird

#### 70 Zweiachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

also von einer zur Grenzebene parallelen Ebene in einer Ellipse geschnitten (in Fig. 68 schraffiert), deren lange Achse ihr Maximum erreicht, wenn die Achse der Indexfläche in der Grenzfläche liegt. In diesem Falle koinzidieren, wenn ich die Achse der Indexfläche in die Papierebene lege, die Punkte  $S_a$  und  $S_a$  in Fig. 66, und der in



Fig. 68. Grenzstrahlenkegel.

Fig. 68 schraffierte, innere elliptische Schnitt berührt den vom äußerenKegelherrührenden Kreisschnitt. Strahlen innerhalb des inneren Kegels treten (fast) vollständig ins obere Medium ein, Strahlen außerhalb des äuße-

ren werden vollständig reflektiert. Von den Strahlen zwischen beiden Kegeln kann ein Anteil als ordentlicher Strahl in den Kristall eintreten, der andere wird total reflektiert.

# II. Teil.

# Zweiachsige Kristalle ohne Drehvermögen.

## § 12. Hilfsflächen bei zweiachsigen Kristallen.

Die bisher behandelten Kristalle nannten wir einachsig, weil sie eine Achse der Isotropie besaßen, eine Richtung, in der sich das Licht wie in einem isotropen Medium fortpflanzt. Die zweiachsigen besitzen zwei solche Richtungen. Einachsig oder zweiachsig ist ein Kristall je nach dem Kristallsystem, dem er angehört;
haben wir doch schon früher den nahen gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen Kristallstruktur und physikalischen Eigenschaften betont. Wir schieben eine zusammenfassende Darstellung dieser Beziehungen hinaus (§ 14), bis wir ein anschauliches Bild von den optischen Verhältnissen in zweiachsigen Kristallen gewonnen haben, und wenden uns diesen zu.

Es liegt nahe, die Hilfsflächen zweiachsiger Kristalle durch Verallgemeinerung aus denen der einachsigen herzuleiten. Wir beginnen am besten mit dem Fresnelschen Ellipsoid und sagen verallgemeinernd: das

Fresnelsche Ellipsoid Zweiachsiger ist kein Rotations-, sondern ein dreiachsiges Ellipsoid. DasFresnelsche Ellipsoid Einachsiger konstruierten wir aus den Hauptlichtgeschwindigkeiten o und e. Jetzt gehen wir von



Fig. 69. Fresnelsches Ellipsoid eines zweiachsigen Kristalls.

drei Hauptlichtgeschwindigkeiten aus, einer größten, die wir a nennen, einer mittleren b und einer kleinsten c, und konstruieren über ihnen als Halbachsen ein Ellipsoid (Fig. 69). Die drei Achsen des Ellipsoids nennen wir "optische Symmetrieachsen", eine Ebene durch je zwei Achsen "optische Symmetrieebene". Beim rhombischen System fallen natürlich die drei optischen Symmetrieachsen in die kristallographischen Achsen; in welcher Orientierung wir dagegen beim mono- und asymmetrischen System das

Fresnelsche Ellipsoid in den Kristall einzuzeichnen haben, bleibe vorläufig dahingestellt (vgl. §14).



Fig. 70. Schnitt der Strahlenfläche mit a und b sind demnach der ac-Ebene.

digkeiten in Richtung c und sollen in Fig. 70 in Richtung c abgetragen werden. Zur Strahlenrichtung a gehört als Schnittellipse die (vertikale) mit den Halb-



achsen b und c. b und c werden mithin in Fig. 70 als Strahlengeschwindigkeiten in Richtung a abgetragen. Für eine zwischen a und c in der Papierebene liegende Richtung  $l_1$  ist die Schnitt-

ellipse in Fig. 71 schraffiert. Die eine ihrer Achsen ist wieder b, die andere hat einen Wert  $m_1$  zwischen a und c. b und  $m_1$  tragen wir in Fig. 70 in Richtung  $l_1$  als Strahlen-

Zur Strahlenfläche gelangen wir auf dem vom vorigen Paragraphen her bekannten Wege. Wir beginnen damit, Lichtstrahlen zu betrachten. die in der ac-. der Papierebene verlaufen. Zur vertikalen Strahlenrichtung c gehört als Schnittellipse die horizontale mit den Halbachsen a und b.

die Strahlengeschwin-

geschwindigkeiten ab. Lassen wir  $l_1$  von der Richtung a zur Richtung c übergehen, so ist eine Halbachse der

B'r

Schnittellipse immer gleich b, während die andere ihren Wert  $m_1$ von a bis c ändert. Auf diese Weise finden wir die Strahlengeschwindigkeiten für alle in der a c - Ebene verlaufenden Strahlen; Fig. 70, in der wir sie

Fig. 72. Biradialen.

abtragen, stellt uns also den Schnitt der Strahlenfläche mit der ac-Ebene dar. Er besteht in einem

Kreise mit dem Radius b und einer Ellipse mit den Halbachsen a und c. Zwischen a und  $c muß m_1 den Wert b$ annehmen; das geschehe für die Strahlenrichtung Br. Die Schnittellipse, auf der sie senkrecht steht. ist ein Kreis mit dem Radius b (Fig. 72), und in der Richtung Br pflanzen sich demnach beide Strahlen mit der keit b fort. Dasselbe



gleichen Geschwindigkeit h fort Dosselbe der ab-Ebene.

gilt für die symmetrische Richtung B'r; in Fig. 70 sind es die Richtungen, die nach dem Schnittpunkt von

Kreis und Ellipse hinzielen. In gewissem Sinne können wir also Br und B'r als die Achsen des Kristalls bezeichnen (vgl. aber S. 80). Wir wollen sie "Biradialen" nennen.

Zur Bestimmung des Durchschnitts der Strah-





lenfläche mit der ab-Ebene betrachten wir die Strahlen, die beim Fresnelschen Ellipsoid Fig. 74 in der ab-(Horizontal-) Ebene verlaufen. Zur Richtung agehören, wie bereits besprochen, die Strahlen-

geschwindigkeiten b und c, zur Richtung b die in der Papierebene liegende Ellipse mit den Halbachsen d und c; in Fig. 73, in der wir den gesuchten Schnitt darstellen wollen, tragen wir also in Richtung a die Strecken bund c, in Richtung b die Strecken a und c als Strahlen-



geschwindigkeiten ab. Auf einer zwischen aund b liegenden Richtung  $l_2$  (Fig. 74) steht eine Schnittellipse (schraffiert) senkrecht, deren eine Halbachse wieder c ist, wie für alle Strahlen in der a b-

Ebene, während die andere einen Wert  $m_2$  zwischen a und b annimmt. Variiert man die Richtung  $l_2$  zwischen a und b, so ergibt sich als Schnittfigur der Strahlenfläche mit der a b-Ebene die in Fig. 73 gezeichnete: ein Kreis mit dem Radius c und eine Ellipse mit den Halbachsen a und b.

#### Hilfsflächen bei zweiachsigen Kristallen.

Dieselben Überlegungen stellen wir für die b c-Ebene an. Die Richtungen b und c selbst haben wir schon erörtert: in Rich-

erortert. in Richtung b haben wir a und c, in Richtung c haben wir a und b als Strahlengeschwindigkeiten abzutragen. Eine Zwischenrichtung  $l_3$  (Fig. 75) liefert eine Ellipse, die gleichfalls a zur einen Halbachse, zur anderen einen zwischen b und c liegenden Werthat. So findet man als

Schnittfigur der bonome. Strahlenfläche mit der bc-Ebene (Fig. 76) einen Kreis mit dem Radius a und eine Ellipse mit den Halbachsen b und c.

Stellen wir die drei gefundenen Schnitte zusammen, so erhalten wir (Fig. 77) ein Gerippe der Strahlenfläche, das den in Fig. 16 und 17 dargestellten der einachsigen Kristalle entspricht. Die Strahlenfläche selbst stellt sich als eine Fläche vierter Ordnung dar; sie besteht aus zwei Schalen, die nur in den vier auf den Biradialen liegen-



Fig. 76. Schnitt der Strahlenfläche mit der bc-Ebene.



Fig. 77. Strahlenfläche eines zweiachsigen Kristalls.

den Punkten P zusammenhängen. Für keinen der beiden Strahlen ist die Geschwindigkeit nach allen Richtungen gleich, beide sind außerordentliche. In welcher Weise sie gebrochen werden, ergibt die Huygenssche Konstruktion, die in derselben Weise auszuführen ist wie in § 5 bei den Einachsigen.

Die Normalenfläche ist die Fußpunktfläche der Strahlenfläche. Der Schnitt der Normalenfläche z. B.



Fig. 78. Schnitt der Normalenfläche mit der bc-Ebene.

mit der bc-Ebene wird also gefunden. indem wir von Fig. 76 ausgehend die Fußpunktkurven der beiden hier auftretenden Schnittkurven konstruieren. Der Kreis ist bekanntlich seine eigene Fußpunktkurve, und ebenso wissen wir (S. 63), daß die Ellipse ein Oval ergibt, so daß der Schnitt der Normalenfläche

mit der bc-Ebene die Gestalt von Fig. 78 hat. Besonderes Interesse beansprucht der Schnitt mit der ac-Ebene. In dieser Ebene lagen die beiden Biradialen, und die Konstruktion des Schnitts der Normalenfläche ergibt (Fig. 79), daß in dieser Ebene auch die beiden Richtungen liegen müssen, in denen sich beide Wellennormalen mit der gleichen Geschwindigkeit fortpflanzen. Diese Richtungen Bn und B'n nennen wir "Binormalen". Sie stimmen mit den Biradialen Br und B'r nicht überein, wie man an der Figur erkennt, in die die Ellipse der Strahlenfläche und die Biradialen punktiert eingezeichnet sind, bilden aber nur kleine Winkel mit ihnen.

Wir können zur Normalenfläche auch anders gelangen als durch eine Fußpunktkonstruktion von der

Strahlenfläche aus. Wie wir nämlich früher (S.64) von dem Indexellipsoid aus, das ein Rotationsellipsoid mit den Hauptbrechungsquotienten  $\omega$  und  $\varepsilon$  als Halbachsen war, zur Normalenfläche einachsiger Kristalle gelangten, ebenso kommen wir zur Normalenfläche Zweiachsiger ausgehend von einem Indexellipsoid, das diesmal kein Rotationsellipsoid ist,



Fig. 79. Schnitt der Normalenfläche mit der ac-Ebene.

sondern ein dreiachsiges mit den drei Hauptbre-

chungsquotienten  $\frac{1}{a} = \alpha$ ,  $\frac{1}{b} = \beta$  und  $\frac{1}{c} = \gamma$  als

Halbachsen, nämlich auf Grund der Regel: Die Geschwindigkeiten der beiden Wellennormalen in einer Richtung finde ich, indem ich senkrecht zu dieser Richtung eine Diametralebene durch das Indexellipsoid lege. Sie sind gleich den reziprok genommenen Halbachsen der Schnittellipse. Die beiden Binormalen stehen also senkrecht auf den Kreisschnitten des Indexellipsoids, so wie die beiden Biradialen auf den Kreisschnitten des Fresnelschen Ellipsoids. In Analogie zu den einachsigen Kristallen gilt die weitere Tatsache: Die beiden Halbachsen geben (reziprok genommen) nicht nur ihrer Größe nach die Normalengeschwindigkeiten in der auf der Ellipse senkrechten Richtung l an, sondern auch ihrer Richtung nach die Schwingungsrichtungen der beiden Wellen, die sich nach lfortpflanzen.

Ist eine bestimmte Schwingungsrichtung gegeben, so ist durch den in diese Richtung fallenden Radiusvektor des Indexellipsoids die Geschwindigkeit der Welle bestimmt, die nach der gegebenen Richtung schwingt. Die Lichtgeschwindigkeit ist darnach eindeu-



Fig. 80. Bestimmung der Schwingungsrichtungen.

tig abhängig von der Schwingungsrichtung.

Die Schwingungsrichtungen setzt man auf Grund folgender Überlegung in Beziehung zu den Binormalen. Durch die Normale l(Fig. 80), deren Schwingungsrichtungen ich bestimmen will, und die eine Binormale Bn lege ich eine Ebene E, desgleichen durch l und die andere Binormale B'n eine Ebene E'. Errichte ich im Mittelpunkt auf E ein Lot, so gehört es, da es auf Bn senkrecht steht, dem Kreisschnitte K. der senkrecht

zu Bn liegt, an, hat also die Länge  $\beta$ . Desgleichen hat ein Lot auf E' die Länge  $\beta$ , da es im Kreisschnitt K'senkrecht zu B'n liegt. Diese beiden Lote  $\beta$  stehen aber auch senkrecht auf l, bestimmen also die Ebene des zu l gehörigen elliptischen Schnitts (Fig. 81). Aus Symmetriegründen muß die lange und kurze Achse dieses Schnitts den Winkel zwischen den beiden Loten  $\beta$ 

und den zugehörigen Außenwinkel halbieren: das gleiche gilt für die Schwinøungsrichtungen, die ja in die Richtungen dieser Achsen fallen. Die beiden Schwingungsrichtungen halbieren also die Winkel zwischen den beiden Loten auf E und E' oder, was dasselbe besagt, sie halbieren die Winkel zwischen den Ebenen E und E', die ich durch die gegebene Normalenrichtung und die Binormalen gelegt habe.



Fig. 81.

Für Wellen, die in einer der Binormalenrichtungen fortschreiten, wird die Schnittellipse zum Kreis. Es gibt für sie keine definierten Halbachsen, also keine bestimmten Schwingungsrichtungen; alle Schwingungsrichtungen sind möglich, natürliches Licht geht ungehindert hindurch. Durch diese Beziehung treten die Binormalen in nähere Verwandtschaft zu den optischen Achsen der einachsigen Kristalle als die Biradialen, die nur dadurch ausgezeichnet waren, daß sich beide Strahlen in ihnen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzten; und so meint man, wenn man schlechtweg von den "optischen Achsen zweiachsiger Kristalle" spricht, die Binormalen damit und nicht die Biradialen.

Die Linie, die den spitzen Winkel zwischen den optischen Achsen halbiert, nennt man die "erste Mittellinie", die darauf Senkrechte, den stumpfen Achsenwinkel Halbierende, "die zweite Mittellinie". Es kann erstens der Fall eintreten, daß die erste Mittellinie mit der kleinsten Achse des Fresnelschen Ellipsoids zu-

sammenfällt, längs deren wir c abgetragen hatten; ir diesem Falle (Fig. 82) nennen wir den Kristall "positiv zweiachsig"; fällt dagegen die erste Mittellinie in die







Kristall.

Richtung der größten (a-) Achse des Fresnelschen Ellipsoids, so heißt der Kristall "negativ zweiachsig" (Fig. 83).

Die Bezeichnungsweise erklärt sich so: lassen wir beim positiv zweiachsigen Kristall die Achsen durch Null-Setzen des spitzen Winkels zwischen ihnen zusammenfallen, so entsteht ein einachsig positiver Kristall; denn es werden dann die beiden großen Lichtgeschwindigkeiten a und b gleich und fallen in Richtung der Achse, während die kleine c darauf senkrecht steht. Beim gleichen Verfahren entsteht aus dem negativ zweiachsigen ein negativ einachsiger.

Daß man die Normalenflächen wie bei den Einachsigen auch aus einem Polarisationsovaloid, der Fußpunktfläche des Fresnelschen Ellipsoids, herleiten kann, sei nur erwähnt. Dagegen soll noch mit Hilfe der Indexfläche Zweiachsiger gezeigt werden, wie man alle drei Hauptlichtgeschwindigkeiten an einer einzigen Kristallfläche von bestimmter Orientierung bei der Methode der Totalreflexion ermitteln kann. Die Indexfläche entsteht be-

#### Äußere und innere konische Refraktion

kanntlich aus dem Indexellipsoid, wie die Strahlenfläche aus dem Fresnelschen. Wir schließen aus dieser Analogie, daß auch bei ihr die Schnittkurven mit den drei optischen Symmetrieebenen aus je einem Kreis und einer Ellipse bestehen, z. B. die mit der ac - Ebene (vgl. Fig. 73) aus einem Kreis mit dem Radius y und einer in seinem Innern gelegenen Ellipse mit den Halbachsen  $\alpha$  und  $\beta$ . Betrachten wir nur den einfachsten Fall, daß eine optische Symmetrieebene, z. B. diese a c - Ebene, die Grenzfläche ist, an der die Totalreflexion stattfindet, so ergibt die Zylinderkonstruktion Fig. 67, daß der äußere Grenzstrahlenkegel ein Kreiskegel, der innere ein elliptischer Kegel ist. Der für alle Einfallsebenen gleiche Grenzwinkel des Kreiskegels führt zur Bestimmung von  $\gamma$ ;  $\alpha$  und  $\beta$ finden wir aus dem elliptischen Kegel, wenn wir den der großen und kleinen Achse entsprechenden Maximal- und Minimalwert des Grenzwinkels bestimmen.

#### § 13. Außere und innere konische Refraktion.

Eine besondere Betrachtung verdienen die singulären Fälle, daß sich ein Strahl in der Biradialen- oder eine Wellennormale in der Binormalenrichtung fortpflanzt. Ersterer führt zur Erscheinung der "äußeren konischen", letzterer zu der "inneren konischen Refraktion"

1. Äußere konische Refraktion. Wennich im Punkte S an die Strahlenfläche eine Tangentialebene lege und vom Mittelpunkt O aus das Lot ON darauf fälle (vgl. Fig. 84, die einen Teil von Fig. 57 reproduziert), so ist ON bekanntlich die zum Strahle OS gehörige Normale und ein Maß für die Fortpflanzungs-Fig. 84.

Buchwald, Kristalloptik.

geschwindigkeit der Tangentialebene. Bei einer zweischaligen Strahlenfläche gehören zu einem Strahle Os(Fig. 85) zwei Normalen ON und ON'; denn der Strahl schneidet die Strahlenfläche in zwei Punkten S und S'.



82

Fig. 85. Konstruktion der zu einem Strahle gehörigen Normalen.

S und S' in einen P zusammenfallen, und daß beide Tangentialebenen im gleichen Punkte zu konstruieren sind, eine an den Kreis, eine an die Ellipse, beide auf der Papierebene senkrecht stehend. Eine genauere ana-



Fig. 86. Äußere konische Refraktion.

trichterförmige Einsenkung hat. Die unendlich vielen, auf alle diese Ebenen zu fällenden Normalen gehören zu der einen Strahlenrichtung OP; es läßt sich zeigen, daß sie einen Kegel zweiten Grades erfüllen, in dem auch, wie aus Fig. 86 ersichtlich, die Biradialenrichtung selbst ent-

und in jedem läßt sich eine Tangentialebene an eine Schale der Fläche legen.

Pflanzt sich der Strahl gerade in einer Biradialenrichtung fort (Fig. 86), so scheint das Besondere zunächst nur darin zu liegen, daß beide Punkte

lytische Untersuchung ergibt aber, daß sich in *P* nicht nur zwei, sondern unendlich viele Tangentialebenen an die Strahlenfläche legen lassen, weil diese bei *P* eine

#### Äußere und innere konische Refraktion.

halten ist. Da sie verschiedene Länge haben (Fig. 86:  $OP \neq ON$ ), so pflanzen sich die Tangentialebenen verschieden schnell fort. Einem in der Biradialenrichtung fortschreitenden Strahlenbündel können mithin verschieden geneigte, ebene Wellen zugehören, die beim Austritt aus dem Kristall wegen ihrer verschiedenen Geschwindigkeiten verschieden gebrochen werden und im Außenraum, wo Strahl und Normale identisch sind, einen Strahlenkegel ergeben (Fig. 87). Das ist der "Kegel der äußeren konischen Refraktion", den Hamilton aus der Theorie vorhergesagt und Lloyd (1833) experimentell zuerst nachgewiesen hat.

Man stellt den Versuch so an, daß man zwei dünne, durchlochte Metallfolien derart an den beiden Seiten einer Kristallplatte anbringt (Fig. 88), daß die Ver-

bindungslinie der Öffnungen in die Richtung der Biradialen fällt. In einem Lichtkegel, den man auf die eine Öffnung konzentriert, werden alle die Normalenrichtungen enthalten sein, deren zugehörige Strahlen im Kristall längs der Biradialen laufen und die beim Austreten den Kegel der äußeren konischen Refraktion bilden. Dessen Spitze liegt in der Austrittsöffnung; sein Öffnungswinkel beträgt z. B. beim Gips 0° 18', beim Aragonit 1° 42,2'; einen außerordentlich großen Wert

Fig. 87. Kegel der äußeren konischen Refraktion.



Fig. 88. Äußere konische Refraktion. Versuchsanordnung.

6\*

hat er beim  $\alpha$ -Äthylpyruvat-Hydrazon: 12° 23'. 2. Auch die Entdeckung der inneren konischen Re-

83

fraktion knüpft sich an die Namen Hamilton und Lloyd. An Fig. 84 rufen wir uns nochmals ins Gedächtnis, daß man den zu einer Normalenrichtung ON gehörigen Strahl OS findet, indem man senkrecht zu ON eine Tangentialebene an die Strahlenfläche legt und den Mittelpunkt mit deren Berührungspunkt verbindet. Bei einer zweischaligen Strahlenfläche lassen sich senkrecht zu einer Normalenrichtung im allgemeinen zwei Tangentialebenen an die Strahlenfläche legen (Fig. 89), an jede Schale eine. Ihre Abstände ON und ON' vom Anfangs-



Fig. 89. Konstruktion der zu einer Normale gehörigen Strahlen.

Fig. 90. Innere konische Refraktion.

punkt sind ein Maß für die beiden Normalengeschwindigkeiten in dieser Richtung (vgl. hierzu Fig. 57, 58).

Im Falle, daß die Normalenrichtung in eine Binormale fällt, sind beide Normalengeschwindigkeiten gleich, liegen also beide Berührungspunkte S und S' (Fig. 90) auf der gleichen Tangentialebene, und zwar S auf der Binormalen selbst. Diese Tangentialebene berührt aber die Strahlenfläche nicht nur in zwei Punkten, sondern, wie eine mathematische Untersuchung zeigt, in einem kleinen, die bekannte trichterförmige Einsenkung umgebenden Kreise. Verbinde ich den Mittelpunkt mit allen Punkten dieses Kreises, so ergibt

#### Optik und Kristallsysteme.

sich ein Kegel ("Kegel der inneren konischen Refraktion"); er enthält alle die Strahlenrichtungen die Richtung der Binormalen gehört auch dazu -, die einer in der Binormalenrichtung fortschreitenden ebenen Welle entsprechen. Beim Austritt aus dem Kristall wird aus S diesem Strahlenkegel ein auf der gemeinsamen Wellenfront senkrecht stehender Strahlenzylinder (Fig. 91), von dem in Fig. 90 zwei Strahlen darstellbar sind, welche die durch I und II angegebene Richtung haben, wenn die ebene Welle den Kristall verläßt, ohne gebrochen zu werden, eine Annahme, Refraktion. die auch der Fig. 91 zugrunde gelegt ist.

Die Beobachtung der Erscheinung gestaltet sich etwa so, daß man eine Kristallplatte senkrecht zur Binormalen

schneidet und ein feines Lichtbündel senkrecht auffallen läßt (Fig. 92). Das erfüllt im Kristall die Kegelfläche und tritt als Lichtzylinder, dessen Durchmesser von der Plattendicke abhängt, aus der Kristallplatte aus. Der Öffnungswinkel des Kegels ist bei einem bestimmten Kristall annähernd gleich dem des Kegels der äußeren konischen Refraktion.

#### § 14. Optik und Kristallsysteme.

Jetzt, wo der Begriff der optischen Achsen und der Ebene der optischen Achsen anschaulich geworden ist, wird es ein leichtes sein, die Beziehungen zwischen optischem Verhalten und Kristallsystem zu überschauen.

Fig. 92. Innere konische Refraktion. Versuchsanordnung.



Fig. 91.

Kegel

inneren

schen

Die Erfahrung lehrt, daß alle einachsigen Kristalle zum hexagonalen oder tetragonalen System gehören, die ihrerseits optisch nicht weiter unterscheidbar sind. Das sind Systeme, wo eine Richtung, die der Hauptsymmetrieachse, vor allen anderen ausgezeichnet war; die übrigen Symmetrieachsen standen rechtwinklig auf ihr und waren untereinander, ebenso wie überhaupt alle gegen die Hauptachse gleich geneigten Richtungen, gleichwertig. Daraus folgt für die Optik Isotropie in Richtung der Hauptachse, Gleichwertigkeit in allen Richtungen, die den gleichen Winkel mit der Achse bilden, wie dies vielleicht am deutlichsten aus dem Fresnelschen Ellipsoid als einem Rotationsellipsoid hervorgeht.

Im regulären System waren die drei aufeinander senkrechten Hauptachsen gleichwertig. Das Fresnelsche Ellipsoid artet also zur Kugel aus, woraus folgt, daß auch die Strahlenfläche eine Kugel ist, d. h. die Kristalle des regulären Systems sind isotrop.

Die Kristalle des rhombischen, die des monound asymmetrischen Systems dagegen sind zweiachsig. Das rhombische System hatte drei aufeinander senkrecht stehende, ungleichwertige kristallographische Symmetrieachsen. In diese drei Richtungen fallen naturgemäß auch die optischen Symmetrieachsen (nicht zu verwechseln mit den optischen Achsen!), wie wir die Achsen des Fresnelschen Ellipsoides genannt haben, und zwar für jede Farbe, während die Größe der Ellipsoidhalbachsen selbstverständlich für jede Farbe verschieden ist, weil jede im Kristall andere Lichtgeschwindigkeiten hat.

Die Ebene der optischen Achsen, bestimmt durch die der größten und kleinsten Ellipsoidachse, muß mithin in

#### Optik und Kristallsysteme.

eine der drei kristallographischen Symmetrieebenen fallen, die beiden Mittellinien in die in dieser Ebene liegenden Symmetrieachsen. Beim Aragonit z. B. (Fig. 5) liegen die Achsen in der vertikalen bc-Ebene und die erste

Mittellinie fällt für alle Farben mit der Vertikalachse zusammen. Die optischen Achsen selbst liegen verschieden für verschiedene Farben ("Dis persion der optischen Achsen"), wie dies nach Fig. 79 auch sein muß, wenn die Hauptlichtgeschwindigkeiten verschieden sind; für Rot bilden sie einen Winkel von 18°5′, für Violett einen von 18°40′. Man kennt auch Fälle (Brookit), wo die Ebene der Achsen für Violett mit einer anderen Sym-



metrieebene zusammenfällt als für Rot, vgl. Fig. 93, wo RR die Achsen für Rot, VV die für Violett sind; der

Kristall ist dann für eine bestimmte Farbe einachsig mit der allen Farben gemeinsamen ersten Mittellinie als Achse.

Komplizierter liegen die Verhältnisse beim monosymmetrischen System. Hier ist eine Achsenrichtung ausgezeichnet, die der kristallographischen Sym-



Fig. 94. Dispersion der optischen Symmetrieachsen im monosymmetrischen System.

metrieachse S (Fig. 94), senkrecht dazu stand die einzige Symmetrieebene. In die Richtung der kristallographischen muß auch die eine optische Symmetrieachse fallen, und

zwar für alle Farben. Die beiden anderen optischen Symmetrieachsen, senkrecht auf dieser, liegen in der Symmetrieebene, können aber hier für verschiedene Farben verschiedene Lage haben, die Lage  $r_1$ ,  $r_2$  (Fig. 94) z. B. für rotes, die Lage  $v_1$ ,  $v_2$  für violettes Licht. Hier tritt also sogar eine "Dispersion der optischen Symmetrieachsen" ein, während im rhombischen System nur die optischen Achsen dispergiert waren. S. r., r. sind die Achsenrichtungen des Fresnelschen Ellipsoids für rotes, S, v1, v, die für violettes Licht. Durch je zwei Achsen ist eine optische Symmetrieebene bestimmt. Da die Ebene der optischen Achsen mit einer dieser optischen Symmetrieebenen übereinstimmt, ergeben sich für ihre Lage zwei prinzipiell verschiedene Möglichkeiten: sie liegt entweder in der kristallographischen Symmetrieebene oder senkrecht dazu

1. Fig. 95 zeigt den ersten Fall: die optischen



Fig. 95. Geneigte Dispersion.

Achsen (RR bzw. VV) und die ersten Mittellinien ( $M_r$ und  $M_v$ ) in der Symmetrieebene liegend, für Rot ausgezogen und durch Pfeile markiert, für Violett punktiert. Die Mittellinien wie die Achsenwinkel stimmen für verschiedene Farben nicht überein. Diese Art der Dispersion bezeichnet man als "geneigte"; ein Beispiel ist der Gips.

2. Liegt die Ebene der optischen Achsen senkrecht zur kristallographischen Symmetrieebene, so muß aus Symmetriegründen eine Mittellinie in diese Ebene fallen, eine senkrecht dazu, also in die Kristallachse. Fig. 96 zeigt den Fall, daß die erste Mittellinie in die kristallographische Symmetrieebene fällt, für verschiedene Farben in

schiedene Farben in verschiedene Richtungen.  $M_r$  und  $M_v$ sind wieder die Mittellinien, RR und VV die optischen Achsen für Rot und Violett. Man bezeichnet dies als "horizontale Dispersion". Ein Beispielistder Feldspat.



Fig. 96. Horizontale Dispersion.

Fällt die erste Mittellinie M in die kristallographische Symmetrieachse, was dann für alle Farben gilt (Fig. 97),

die dazu senkrechte zweite Mittellinie also in die kristallographische Symmetrieebene, für verschiedene Farben nach verschiedenen Richtungen, so spricht man von "ge kre uzter Dis persion" (Bora x).

Auch im monosymmetrischen System kann, wie im rhombischen, die Achsenebene für verschiedene Farben verschieden liegen, z. B. für einen Teil des Spektrums in, für einen anderen senkrecht zu der Symmetrieebene. Die



Fig. 97. Gekreuzte Dispersion.

beiden Achsen, z. B. die punktierten in Fig. 95, gehen dann beim Verändern der Farbe zusammen, so daß der Kristall für eine Farbe einachsig wird mit der Achse in der kristallographischen Symmetrieebene, und darauf senkrecht zur Symmetrieebene wieder auseinander. Für den ersten Teil des Spektrums zeigt somit der Kristall geneigte, für den zweiten horizontale Dispersion.

Beim asymmetrischen System endlich gibt es keine kristallographischen Symmetrieen mehr. Für die Lage der optischen Symmetrieachsen gibt es aus der Kristallform keine Anhaltspunkte; sie lassen sich lediglich experimentell bestimmen und haben für jede Farbe eine andere Lage in einer anderen Ebene.

Die Frage, wie viele Konstanten einen Kristall in optischer Hinsicht bestimmen, läuft auf die hinaus, wieviel Konstanten zur Bestimmung einer seiner Konstruktionsflächen, z. B. des Fresnelschen Ellipsoids, nötig sind. Denn jede der Konstruktionsflächen bestimmt das optische Verhalten des Kristalls, soweit wir es bisher ins Auge gefaßt haben, vollständig. Ein Kristall des regulären Systems ist durch eine Konstante bestimmt, den Radius des zur Kugel ausgearteten Fresnelschen Ellipsoids, der die nach allen Seiten gleiche Lichtgeschwindigkeit angibt.

Zur optischen Bestimmung eines einachsigen Kristalls sind zwei Konstanten nötig, die beiden Hauptlichtgeschwindigkeiten, zur Bestimmung eines rhombischen Kristalls drei, die drei Hauptlichtgeschwindigkeiten.

Im monosymmetrischen System sind vier Konstanten erforderlich; denn während in den vorhergehenden Fällen die Achsenlage des Ellipsoids eindeutig durch die Kristallsymmetrie bestimmt war, kommt jetzt zu den drei Hauptlichtgeschwindigkeiten eine vierte Zahl hinzu, die die Lage der optischen Symmetrieachsen in bezug auf die am Kristall auftretenden Kanten oder Zweiachsige Kristalle im parallelen polarisierten Lichte. 91

Flächen charakterisiert. Eine Zahl genügt; denn von vornherein ist die Lage einer Symmetrieachse durch die Kristallachse und die Ebene der zweiten und dritten durch die kristallographische Symmetrieebene bestimmt (vgl. Fig. 94). Durch die Angabe des Winkels, den z. B. die zweite mit irgendeiner Kristallkante bildet, legen wir sie eindeutig fest; und sind einmal zwei optische Symmetrieachsen bestimmt, so ist es damit auch die dritte.

Im asymmetrischen System sind außer den drei Hauptlichtgeschwindigkeiten drei Angaben über die Achsenlage nötig, so daß hier sechs unabhängige optische Konstanten auftreten. Zwei Zahlen, etwa Winkel mit Kristallkanten, bestimmen nämlich die eine optische Symmetrieachse, und ist diese festgelegt, so genügt, wie im rhombischen System, eine weitere Zahl zur Bestimmung der beiden anderen.

#### § 15. Zweiachsige Kristalle im parallelen polarisierten Lichte.

Mit den Erscheinungen, die einachsige Kristalle im parallelen polarisierten Lichte zeigen, haben wir uns eingehend beschäftigt. Hier können wir uns kurz fassen, da wenig neue Gesichtspunkte hinzukommen. Auch bei den zweiachsigen Kristallen wird jeder einfallende Strahl im allgemeinen in zwei zerlegt, die senkrecht zueinander schwingend mit einem Gangunterschied austreten und auf dieselbe Schwingungsrichtung gebracht interferieren. Wie dort hängt der Gangunterschied von der Farbe des angewandten Lichts, von der Stärke der Doppelbrechung und von der Plattendicke ab. Die Analogie geht so weit, daß die meisten der damals beschriebenen Erscheinungen an zweiachsigen Kristallen demonstriert werden, nämlich

an Gips und Glimmer, die dazu geeignet sind, weil sie sich wegen ihrer natürlichen Spaltbarkeit leicht in dünne Plättchen zerlegen lassen.

Wir kennen den monosymmetrischen Gips (Fig. 6) aus Nr. 9 der Einleitung und wissen, daß seine einzige Symmetrieebene parallel der Fläche b liegt. Nach S. 88 liegen in dieser Ebene seine optischen Achsen Bn und B'n,



Fig. 98. Gipsplättchen.

und da er auch nach dieser Ebene vollkommen spaltbar ist, liefert er Spaltungsplättchen, in deren Oberfläche die optischen Achsen liegen (Fig. 98). Senkrecht hin-

durchgehende Strahlen schwingen nach den Richtungen Iund II, den Halbierenden des Achsenwinkels und seines Außenwinkels, und erhalten den größtmöglichen Gangunterschied im Kristall. Man erinnere sich nämlich an das Fresnelsche Ellipsoid; zu dieser Richtung (b in Fig. 69) gehörte die Schnittellipse, deren Halbachsen die denkbar verschiedensten Werte a und c hatten. Der Fall



Fig. 99. Glimmer.

ist also, solange wir monochromatisches Licht anwenden, ganz ähnlich dem einer einachsigen parallel zur Achse geschliffenen Platte, wie wir ihn in Paragraph 8 diskutiert haben.

Der Glimmer ist gleichfalls monosymmetrisch. Bei der in der Fig. 99 dargestellten Form liegt b parallel der Symmetrieebene; vollkommene Spaltbarkeit existiert nach der Fläche d, was in der Figur horizontale Plättchen ergeben würde. Die erste Mittellinie steht nahezu senkrecht auf der Spaltungsfläche; die Ebene der optischen

#### Zweiachsige Kristalle im parallelen polarisierten Lichte. 93

Achsen liegt bei einigen Varietäten senkrecht zur Symmetrieebene (Glimmer erster Art), bei anderen parallel dazu (Glimmer zweiter Art). Fig. 100 führt die optischen Verhältnisse in einem Spaltungsplättchen vor Augen: die erste Mittellinie, annähernd senkrecht auf der Fläche d, die optischen Achsen Bn und B'n, die optischen Symmetrieachsen a, b, c und die Schwingungsrichtungen I und II der beiden Wellen, die die Platte senkrecht durchsetzt haben. Die von S. 49 her bekannten  $\lambda$ 

 $\frac{\lambda}{4}$  - Plättchen bestehen meist aus Glimmer; *I* ist die

Richtung, die wir dort als die Schwingungsrichtung der langsameren Welle durch einen Pfeil markiert hatten.

Man müßte annehmen, daß eine senkrecht zu einer Binormalen geschnittene Platte zwischen gekreuzten Nicols keine Aufhellung des Gesichtsfelds hervorrufen



Fig. 100. Glimmerplättchen.

kann, weil in der Binormalenrichtung keine Doppelbrechung stattfindet. Es tritt jedoch eine Aufhellung ein, die man sich dadurch erklärt, daß das angewandte Licht nicht genau parallel ist, sondern auch den Binormalen benachbarte Richtungen enthält. Und schon bei geringer Abweichung von der Binormalenrichtung tritt merkliche Doppelbrechung auf, weil die beiden Schalen der Normalenfläche sich auf einer Binormalen nicht berühren, wie auf der Achse einachsiger Kristalle, sondern durchdringen.

Wichtiger sind die Unterschiede zwischen Ein- und Zweiachsigen, die von der Dispersion der Binormalen und Symmetrieachsen herrühren. Bekanntlich halbieren die Schwingungsrichtungen die Winkel zwischen den Ebenen, die ich durch je eine optische Achse und die Wellennormale lege. Da für verschiedene Farben die optischen Achsen verschieden liegen, schwingen auch verschiedene Farben im allgemeinen nach verschiedenen Richtungen, und die davon herrührenden Komplikationen fehlen, genau genommen, nur in besonderen Symmetriefällen. Beim rhombischen System spielen sie keine große Rolle; denn hier koinzidieren noch die Mittellinien für alle Farben, und nur die Achsenwinkel variieren, überdies meist nur wenig. Bei den monound asymmetrischen Kristallen dagegen, wo auch die Mittellinien für verschiedene Farben voneinander abweichen können, treten bei starker Dispersion die Folgeerscheinungen bisweilen schon ohne Präzisionsmessungen hervor. Eine optische Orientierung z. B., wie sie Fig. 98 angibt, gilt streng nur für eine bestimmte Farbe; für eine andere liegen die Achsen wie die Schwingungsrichtungen etwas anders. Infolgedessen ist die Normalstellung des Plättchens für jede Farbe eine andere, und es läßt sich im weißen Licht zwischen gekreuzten Nicols nie eine Stellung finden, in der das Gesichtsfeld dunkel bleibt.

# § 16. Zweiachsige Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte.

Überwiegt im parallelen polarisierten Lichte die Ähnlichkeit zwischen ein- und zweiachsigen Kristallen, so fällt im konvergenten der Unterschied sofort in die Augen, wie ein Blick auf das typisch zweiachsige

94

#### Zweiachsige Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte. 95

Interferenzbild Fig. 101 zeigt. Es rührt von einer senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittenen Platte her, einer Platte also von der optischen Orientierung der Fig. 100, die wir im homogenen Licht so zwischen gekreuzte Nicols gebracht haben, daß die Achsenebene parallel zur Polarisatorschwingung liegt (Normalstellung). In der Interferenzfigur ist die Spur dieser Ebene

durch den horizontalen dunklen Kreuzarm gekennzeichnet, und die Spur derAchsendurch die beiden Punkte, die die Pole des Systems von lemniskaten-

ähnlichen Kurven bilden (Lemniskaten sind Kurven, auf denen das Produkt der Abstände von zwei festen Punkten konstant ist).



Fig. 101. Senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittene Platte im konvergenten Licht. Nicols gekreuzt. Normalstellung.

Die Lemniskaten sind die Kurven gleichen Gangunterschiedes, die bei den einachsigen Kristallen im entsprechenden Fall Kreise waren; die dunklen Kreuzarme sind Isogyren. Wie in § 10 wollen wir beide Kurvenarten gesondert betrachten.

Die Einführung der Fläche gleichen Gangunterschieds erleichtert auch hier den Überblick. Fig. 102

gibt ein Bild von ihrer Gestalt: Die Ebene der Binormalen Bn und B'n ist in die Zeichenebene gelegt; die Schnitte mit den beiden anderen optischen Symmetrieebenen, die natürlich auch die Fläche gleichen Gangunterschieds symmetrisch teilen, sind angedeutet. Die Fläche besteht in großer Entfernung vom Mittelpunkt aus zwei Kreiszylindern mit den Binormalen als Achsen.



Fig. 102. Fläche gleichen Gangunterschieds von zweiachsigen Kristallen.

die in der Nähe von O in der angedeuteten Weise zusammenlaufen. In der Richtung senkrecht zur Binormalenebene kommt sie O am nächsten, weil in dieser Richtung die Doppelbrechung am stärksten ist (vgl. S. 92). Die Flächen für verschiedene Körper und verschiedene Farben sind einander nicht ähnlich wie bei den Einachsigen, da ihre Gestalt von der Größe des Binormalenwinkels abhängt.

Die an einer beliebig geschnittenen Platte auftretenden Kurven gleichen

Gangunterschieds findet man wieder angenähert (vgl. Fig. 56), wenn man die Fläche gleichen Gangunterschieds durch eine Ebene von der Orientierung der Plattenoberfläche schneidet. Man übersieht, daß sich in dem Falle, wo die Platte senkrecht zur ersten Mittellinie geschnitten war, eine geschlossene, ovale Kurve ergibt, wenn der Schnitt unterhalb von A, aber zwei getrennte Kurven um je eine Binormalenspur, wenn er oberhalb von A geführt wird. Den Übergang bildet eine Kurve von der Form

#### Zweiachsige Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte. 97

einer liegenden 8. Diese verschiedenen Kurvenarten findet man in dem Interferenzbilde Fig. 101 gleichzeitig

vertreten, wie dies noch einmal an Fig. 103 erläutert werden mag. Eine Ebene in der Entfernung d vom Mittelpunkte, wod gleich der Plattendicke ist, schneidet die Fläche, die dem Gangunterschiede  $\delta = 3 \lambda$  entspricht, und um so mehr die, wo  $\delta = 2 \lambda$  und  $\delta = \lambda$ ist, in zwei getrennten Kurven, die Flächen  $\delta = 4 \lambda$ ,  $\delta = 5 \lambda$ ... dagegen in einer geschlossenen. Zwischen ge-

kreuzten Nicols werden daher die innersten drei Kurven aus je zwei gesonderten Teilen bestehen, während die vierte und alle folgenden in einem geschlossenen Zuge

verlaufen. Bei einer sehr dünnen Platte oder bei geringer Doppelbrechung kann schon die innerste Kurve beide Pole in ellipsenähnlicher Gestalt gleichzeitig umgeben.

Daß die Isogyren die Gestalt eines dunklen Kreuzes haben müssen, dessen Arme der Polarisator- und



Analysatorschwingung parallel liegen, läßt sich durch eine ähnliche Überlegung veranschaulichen, wie wir sie bei den Einachsigen an der Hand der Fig. 53 und 54

Buchwald, Kristalloptik.



angestellt haben. Die Schwingungsrichtungen eines Strahls, der in der Spur eines Kreuzarmes bei S austritt (Fig. 104), halbieren die Winkel zwischen den Geraden l und l', die S mit der Spur der Binormalen Bnund B'n verbinden. Das einfallende, in der Richtung der Achsenspuren schwingende Licht geht also ohne



Fig. 105. Senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittene Platte im konvergenten Licht. Nicols gekreuzt. Diagonalstellung.

Doppelbrechung hindurch und wird vom Analysator ausgelöscht.

Drehe ich, immer zwischen gekreuzten Nicols, die Platte in ihrer Ebene, so dreht sich die Spur der Achsen und das sie umschlingendeLemniskatensystem einfach mit. Dagegen sind die Isogyren im allgemeinen

H y per beln, deren Asymptoten mit der Polarisator- und Analysatorrichtung übereinstimmen, also wagerecht und senkrecht liegen, und deren Scheitel in die Spuren der Binormalen fallen. Fig. 105 stellt die Erscheinung dar, wenn die Achsenebene den Winkel zwischen Analysator und Polarisator gerade halbiert (Diagonalstellung). Drehe ich weiter, bis sie mit der Analysatorschwingung koinzidiert, so degenerieren die Hyperbeln wieder zum

#### Zweiachsige Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte. 99

Kreuz. Bei parallelen Nicols treten selbstverständlich dieselben Erscheinungen auf, nur daß Helligkeit und Dunkelheit vertauscht ist.

Die Lemniskaten kann man nur an einem Kristall von kleinen Binormalenwinkeln beobachten (z. B. Salpeter oder Gips). Bei mittlerem Binormalenwinkel stellen sich die Kurven gleichen Gangunterschieds, wenn man in schwach konvergentem Lichte beobachtet, als gleichseitige Hyperbeln dar, und gleichseitige Hyperbeln zeigen sich dann auch, wenn die Platte senkrecht zur zweiten Mittellinie oder parallel der Binormalenebene geschnitten ist, so daß in diesem Falle Platten, die parallel den drei Symmetrieebenen liegen, keinen Unterschied aufweisen. Es läßt sich ferner zeigen, daß eine parallel zur Binormalenebene geschnittene Platte überhaupt bei beliebigem Binormalenwinkel gleichseitige Hyperbeln ergibt. Daß eine senkrecht zu einer Binormalen orientierte Platte, wie sie z. B. der Zucker infolge seiner natürlichen Spaltbarkeit liefert, annähernd kreisförmige Kurven zeigen muß, kann man aus der Fläche gleichen Gangunterschieds Fig. 102 entnehmen. Das Interferenzbild ist nur von einer Isogyre durchzogen, die in die Spur der der Polarisatorschwingung parallelen Achsenebene fällt, sozusagen also dem horizontalen Kreuzarme von Fig. 101 angehört.

Welche Erscheinungen im weißen Licht auftreten, soll nur für den Fall der Lemniskaten angedeutet werden. Im weißen Licht überlagern sich die Lemniskatensysteme, die den einzelnen Farben angehören. Da sich die Lage der Achsen mit der Farbe ändert, entspricht jeder Farbe ein Lemniskatensystem um andere Pole, und im weißen Licht kann man Kurven von den eigentümlichsten Farben und Formen beobachten, die mit

7\*

denen im monochromatischen Lichte bisweilen nicht mehr die geringste Ähnlichkeit haben. Auch die Isogyren liegen, im Gegensatz zu den einachsigen Kristallen, für verschiedene Farben verschieden.

Während sich bei as ymmetrischen Kristallen über die gegenseitige Lage der monochromatischen Lemniskatensysteme nichts voraussagen läßt, bestehen im rhombischen und monosymmetrischen System zwischen ihnen Beziehungen, die der Erscheinung im weißen Lichte gewisse Symmetrieen aufprägen.

Im rhombischen System ist die Mittellinie und die Achsenebene, von Ausnahmefällen wie Fig. 93 abgesehen, für alle Farben die gleiche. Die Achsenspuren, z. B. *RR* 





Fig. 106. Achsenspuren im rhombischen System

Fig. 107. Achsenspuren bei geneigter Dispersion.

für rotes, VV für violettes Licht, liegen im Interferenzbilde auf derselben Geraden (Fig. 106), der Spur der Achsenebene, und ihr Abstand wird halbiert durch den Mittelpunkt des Gesichtsfeldes als Spur der gemeinsamen ersten Mittellinie.

Im monosymmetrischen System haben wir die drei auf S. 88 u. 89 behandelten Dispersionen zu unterscheiden, die geneigte, die horizontale und die gekreuzte. Wir finden in jedem Falle die Lage der Achsenspuren für verschiedene. Farben, wenn wir uns eine Ebene senkrecht zur ersten Mittellinie gelegt denken, sowohl in Fig. 95, wie in Fig. 96 und 97. Bei der geneigten Dispersion (Fig. 95) ist das genau genommen nur für eine Farbe möglich. Sämtliche Mittellinien und Achsen-

#### Zweiachsige Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte. 101

spuren liegen auf einer Geraden, der Spur der Symmetrieebene, wie Fig. 107 schematisch andeutet, in der wie in den folgenden Figuren wieder RR und VV die Achsen und  $M_r$  und  $M_v$  die ersten Mittellinien für rotes bzw. violettes Licht bezeichnen.

Auch ein Schnitt durch Fig. 96 (horizontale Dispersion) kann nicht gleichzeitig auf allen ersten Mittellinien senkrecht stehen. Deren Spuren liegen auf einer Geraden, der Spur der Symmetrieebene; die Spuren der beiden Achsen liegen senkrecht über und unter der



Fig. 108. Achsenspuren bei horizontaler Dispersion.



Fig. 109. Achsenspuren bei gekreuzter Dispersion.

Spur der zugehörigen Mittellinie, so daß sich das Schema Fig. 108 ergibt.

Bei der gekreuzten Dispersion ist die erste Mittellinie allen Farben gemeinsam. Ein Schnitt durch Fig. 97, senkrecht zu ihr, also parallel zur Symmetrieebene, läßt erkennen, daß sich die Achsenspuren um den gemeinsamen Mittelpunkt M anordnen, wie es Fig. 109 angibt. M ist ein Symmetriezentrum für das ganze Interferenzbild, während die Interferenzbilder Fig. 107 und 108 zwar symmetrisch in bezug auf die Gerade  $M_rM_n$  sind, aber nicht zentrisch symmetrisch.

Aus den verschiedenen Symmetrieverhältnissen der Interferenzbilder im weißen Lichte kann man das Kristallsystem, im monosymmetrischen System sogar die Art der Dispersion, und aus der Entfernung der Achsenspuren den Achsenwinkel der angewandten Platte bestimmen. Eine Entscheidung, ob der Charakter der Doppelbrechung positiv oder negativ ist, läßt sich ähnlich wie bei Einachsigen durch Hinzufügung eines  $\frac{\lambda}{4}$  - Plättchens ermöglichen, das eine Verschiebung der Kurven gleichen Gangunterschieds bewirkt.

### III. Teil.

# Kristalle mit Drehvermögen. § 17. Reuschs Glimmerkombinationen.

Wir haben früher (§ 9) im parallelen polarisierten Lichte mehrere Platten kombiniert und reine Summations- und Differenzwirkungen gefunden, wenn wir uns auf die Fälle beschränken, wo die Schwingungsrichtungen in den einzelnen Platten übereinstimmen. Neue Erscheinungen treten auf, wenn wir diese Beschränkung fallen lassen.

Es läßt sich auf mathematischem Wege zeigen, indem man Ausdrücke für die Komponenten nach den einzelnen Richtungen bildet und die endgültig resultierenden Komponenten zu einer Schwingung zusammenfaßt, daß eine Kombination zweier Platten beim Drehen zwischen gekreuzten Nicols nie dunkel werden kann, weil das austretende Licht immer elliptisch schwingt. Eine Normalstellung, wo aus der Platte linear schwingendes Licht austritt, das vom Analysator völlig ausgelöscht werden kann, gibt es nicht mehr. Nur ein Minimum der Intensität läßt sich in den Lagen beobachten, wo die lange Achse der Schwingungsellipse mit der Polarisatoroder Analysatorschwingung übereinstimmt.

102

#### Reuschs Glimmerkombinationen.

Man kann sich, wie eine nähere Untersuchung lehrt, eine solche Kombination ersetzt denken durch eine Übereinanderlagerung zweier Platten, von denen die eine Doppelbrechung zeigt, während die andere einfach die Polarisationsebene des einfallenden Lichts dreht, d. h. linear polarisiertes Licht von gewisser Schwingungsrichtung in linear polarisiertes von anderer Schwingungsrichtung verwandelt. Das gleiche Resultat ergibt sich für eine Übereinanderlagerung beliebig vieler und beliebig dicker Plättchen. Man kann ferner aus der mathe-



matischen Formel als Spezialfall herauslesen, daß bei gewisser Anordnung der Platten jegliche Doppelbrechung verschwindet und als einzige Einwirkung auf linear polarisiertes Licht die übrigbleibt, daß die Polarisationsebene gedreht wird. In der Tat ist es Reusch gelungen, durch Kombination einer größeren Anzahl von Glimmerlamellen gleicher geringer Dicke (12 bis 36) diese Erscheinung experimentell nachzuweisen. Er schichtete sie so übereinander, daß die Spur der Achsenebene (Schwingungsrichtung der langsameren Welle) in einem Plättchen immer um 120° gegen die des darunterliegenden gedreht war, und beobachtete, je nachdem dieser Winkel im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers (Fig. 110) oder im Sinne des Uhrzeigers (Fig. 111) genommen wurde, Drehung der Polarisationsebene nach links oder nach rechts.

Die Erscheinungen, die man an künstlichen Lamellenpaketen beobachtet, findet man an vielen einfachen Kristallen wieder, von denen der Quarz der wichtigste ist. Diese Kristalle werden unter dem Namen der "natürlich drehenden" oder "optisch aktiven" zusammengefaßt und sollen den Gegenstand der folgenden Abschnitte bilden.

#### § 18. Drehende Kristalle im parallelen polarisierten Lichte.

Eine senkrecht zur Achse geschnittene Platte eines einachsigen, nicht drehenden Kristalles erscheint im



Fig. 112.

parallelen, monochromatischen Lichte zwischen gekreuzten Nicols in jeder Lage dunkel. Bringe ich dagegen eine Platte aus Quarz bei gekreuzten Nicols in das Orthoskop, so hellt sich das Gesichtsfeld auf; denn die Platte dreht die Schwingungsrichtung des einfallenden Lichts um einen gewissen Winkel  $\alpha$  (Fig. 112), und ich muß den Analysator um den gleichen Winkel  $\alpha$  nachdrehen, damit wieder Dunkelheit eintritt. Der Drehungswinkel, der sich

hiernach leicht bestimmen läßt, hängt von der Dicke der Platte und von der Farbe des angewandten

104

#### Drehende Kristalle im parallelen polarisierten Lichte. 105

Lichts ab. Er ist um so größer, je dicker die Platte und je kürzer die Wellenlänge ist. Violett wird mehr gedreht als Rot; eine Platte von 1 mm Dicke z. B. dreht das der Fraunhoferschen Linie *B* entsprechende rote Licht um 15,75°, das gelbe *D*-Licht um 21,71°, das grüne *E*-Licht um 27,54°, das blaue *G*-Licht um 42,60°, das violette *H*-Licht um 51,19°. Diese Zahlen gelten für jede 1 mm dicke Quarzplatte, aber die Drehung findet bei manchen Quarzen nach rechts statt, wenn man gegen den Lichtstrahl sieht, bei anderen nach links. Erstere nennt man "Rechts"-, letztere "Linksquarze", und es hängt in eindeutiger Weise von der Kristallform eines Quarzes ab (vgl. Fig. 12 und 13), ob er zur einen oder zur andern Klasse gehört.

Pol. rot griin bla	nu blau olett violett	il i
Fig. 113 Rotationsdi sion im Re quarz.	. Fig. 114. sper. Rotationsdisper- chts- sion im Links- quarz.	

Wende ich weißes Licht an, so findet im Quarz insofern eine Trennung der einzelnen Farben statt, als vorher die Schwingungsrichtung aller gleich der des Polarisators war, während sie nachher für jede Farbe eine andere ist; für eine 1 mm dicke Platte aus Rechtsquarz würde sich das Bild 113 für die Schwingungsrichtungen der einzelnen Farben ergeben, für eine aus Linksquarz Fig. 114. In Analogie zu der Zerlegung des weißen Lichts in einem Prisma, der Dispersion, bezeichnen wir diese Erscheinung als "Dispersion der Polarisationsebenen" oder als "Rotationsdispersion".

Wechselnde Farben werden sichtbar, wenn ich den Analysator drehe. Stelle ich ihn senkrecht zur Schwingungsrichtung des roten Lichts, so wird dieses vollständig, von den anderen Farben ein größerer oder geringerer Anteil ausgelöscht, und das Gesichtsfeld wird in einem zu dem Rot annähernd komplementären Grün erscheinen. Drehe ich über einem Rechtsquarz rechts herum weiter, so kommt der Analysator senkrecht auf Gelb zu stehen und die grüne Färbung geht ins Bläuliche über; dann, wenn der Analysator senkrecht auf Grüngelb steht, aus dem Bläulichen ins Violette, weiter ins Rötliche und ins Gelbe. Kurz: drehe ich über einem Rechtsquarz den Analysator nach rechts, so treten die Farben in der üblichen spektralen Reihenfolge auf: Grün, Blau, Violett, Rot, Orange, Gelb, Grün ... Und ebenso ergibt sich die übliche Farbenfolge, wenn ich über einem Linksquarz den oberen Nicol nach links drehe.

Ist die Quarzplatte gerade 3,75 mm dick, so wird Gelb um 90° gedreht, in einer Rechtsplatte nach rechts, in einer Linksplatte nach links, Grün entsprechend mehr, Orange weniger, wie dies Fig. 115 angibt, in der *P* die Schwingung des einfallenden Lichtes ist. Eine solche Platte zeigt zwischen parallelen Nicols, wo Gelb ausgelöscht wird, ein Purpurviolett, das man als "empfindliche Färbung" oder als Übergangsfarbe zu bezeichnen pflegt, weil es bei einer geringen Drehung des Analysators (oder des Polarisators) in Blau oder in Rot übergeht: in Blau, wenn der Analysator senkrecht auf Orange, in Rot, wenn er senkrecht auf Grün zu stehen kommt.
#### Drehende Kristalle im parallelen polarisierten Lichte. 107

Darauf beruht die Wirkungsweise der Soleilschen Doppelplatte. Sie entsteht, wenn man die in Fig. 115 dargestellten Platten längs A B aneinanderfügt, und dient zur Bestimmung kleiner Änderungen der Polarisationsrichtung. Zwischen parallelen Nicols zeigen ihre beiden Hälften das empfindliche Violett. Wird aber die Parallelität ein wenig gestört, wie dies z. B. durch Einfügen einer drehenden Kristallplatte oder Zuckerlösung geschehen kann, so erscheint die eine Hälfte blau, die andere rot, und mit großer Genauigkeit läßt sich der Winkel bestimmen, um den ich den Analysator nachdrehen muß, damit beide Hälften wieder das gleiche Violett zeigen. Wären die Platten doppelt so dick, so würde Gelb um 180° gedreht

Gelb um 180° gedreht werden, und das empfindliche Violett träte dannzwischengekreuzten Nicols auf.

Außer dem Quarz zeigen noch viele andere einachsige Kristalle Drehung der

Polarisationsebene für Strahlen, die parallel zu ihrer Achse hindurchgehen, in



Fig. 115. Soleilsche Doppelplatte.

Sonderheit der gleichfalls hexagonal-tetartoedrische Zinnober (vgl. Nr. 13 der Einleitung), bei dem die Drehung noch 15 mal größer ist als beim Quarz. Auch bei einigen regulären Kristallen hat man optische Aktivität nachgewiesen, die hier in jeder Richtung besteht, da alle Richtungen gleichwertig sind. Daß zweiachsige Kristalle in der Binormalenrichtung gleichfalls optisch aktiv sein können, fand man zuerst am Quarz, der durch Druck zweiachsig gemacht (vgl. § 22), sein Drehungsvermögen behielt, seitdem aber auch an verschiedenen von Natur aus zweiachsigen Kristallen.

Diese optisch aktiven Kristaile gehören solchen

Unterabteilungen (Hemiedrien, Tetartoedrien) der betreffenden Systeme an, in denen das Auftreten von enantiomorphen Formen (vgl. Nr. 13 der Einleitung) möglich ist. Einer der Formen entspricht Rechts-, der anderen Linksdrehung.

## § 19. Erklärung des Drehvermögens.

Die Drehung der Polarisationsebene erklären wir mit



Fig. 116. Zusammensetzung gleich schneller zirkularer Schwingungen.

Fresnel(1825) durch die Annahme, daß ein Lichtstrahl bei den optisch drehenden Kristallen auch in Richtung der Achse doppelt gebrochen, in zwei zerlegt wird, aber nicht in zwei linear, sondern in zwei zirkular polarisierte, einen rechts- und einen linkszirkularen, die sich mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen. Es läßt sich rein geometrisch zeigen, daß diese beiden, wenn das einfallende Licht linear polarisiert war, sich wieder zu linear polarisiertem Lichte zusammen-

setzen, dessen Schwingungsrichtung gegen die ursprüngliche gedreht ist.

Zunächst erkennen wir aus Fig. 116, daß man eine lineare, längs l stattfindende Schwingung in zwei gleich schnelle, entgegengesetzt zirkulare (von halber Amplitude) zerlegen kann. OI kann man nämlich als Resultierende ansehen von  $OL_1$  und  $OR_1$ , OII als Resultierende von  $OL_2$  und  $OR_2$ , kurz die ganze lineare Schwingung als zerlegbar in zwei entgegengesetzt zirkulare von gleicher Geschwindigkeit. Und umgekehrt setzen sich zwei derartige zirkulare Schwingungen zu einer linearen zusammen.

Nun sei eine dieser zirkularen Schwingungen schneller als die andere. l (Fig. 117) sei die Schwingungsrichtung

der ankommenden Wellen, und wir führen wieder die Zerlegung in zwei zirkulare Schwingungen aus, von denen wir die rechte als die schnellere annehmen wollen. Hat die linke Schwingung nach einer Anzahl ganzer Umläufe den Punkt  $L_1$  erreicht, so wird die rechte etwa um den Bogen  $L_1 R_1$  weiter sein, im nächsten Augenblick wird die linke den Bogen  $L_1L_2$ , die rechte den Bogen  $R_1R_2$  beschreiben usw. Als Resultante von  $OL_1$  und OR, ergibt sich OI, als Resultante von  $OL_2$  und  $OR_2$ OII: die beiden setzen sich



Fig. 117. Zusammensetzung verschieden schneller zirkularer Schwingungen.

mithin zu einer linearen Schwingung zusammen, deren Schwingungsrichtung gegen die ursprüngliche gedreht ist, nach rechts gedreht, wenn die rechtszirkulare, nach links, wenn die linkszirkulare Schwingung die schnellere ist.

Obgleich sich diese beiden Strahlen in ihren Brechungsquotienten nur sehr wenig voneinander unterscheiden, ist es Fresnel gelungen, beide durch eine Prismenkombination voneinander zu trennen, die aus einem stumpfwinkligen Prisma II aus Linksquarz (Fig. 118) und zwei rechtwinkligen I und III aus Rechtsquarz bestand. Die in allen dreien parallele Achsenlage ist in der Figur angedeutet. Von A bis B pflanzen sich zwei zirkulare Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit in gleicher Bahn fort. Bei B werden sie in entgegengesetztem Sinne gebrochen. Denn der im Rechtsquarz schnellere rechtszirkulare Strahl ist im Linksquarz der langsamere. Der Übergang findet für ihn also vom dünneren ins dichtere Medium statt; für den linkszirkularen Strahl ist es umgekehrt. Noch weiter getrennt werden beide Strahlen, wenn sie bei  $C_1$  und  $C_2$  aus dem



Fig. 118. Fresnelsches dreifaches Quarzprisma.

Linksquarz wieder in den Rechtsquarz übergehen, und schließlich treten bei  $D_1$  und  $D_2$  zwei Strahlen aus, deren entgegengesetzte Zirkularpolarisation sich unschwer nachweisen läßt.

In Richtung senkrecht zur Achse wird ein Strahl in zwei linear polarisierte zerlegt, fast genau so, wie in einem einachsigen Kristall ohne Drehvermögen. Der Übergang zwischen beiden Extremfällen — zwei zirkular polarisierten Strahlen einerseits, zwei linear polarisierten andererseits — wird dadurch gebildet, daß sich in den Zwischenrichtungen ein einfallender Lichtstrahl in zwei elliptisch polarisierte mit entgegengesetztem Umlaufssinn spaltet; die beiden Schwingungsellipsen sind einander ähnlich und liegen gekreuzt, mit ihren langen Achsen in den Richtungen, nach denen das Licht linear

#### Erklärung des Drehvermögens.

schwänge, wenn der Quarz kein Drehvermögen hätte. Sie werden um so gestreckter, je größer die Neigung gegen die Achse wird, um allmählich in Gerade überzugehen. Für die Strahlenfläche des Quarzes folgt aus der Tatsache, daß sich auch in Richtung der Achse zwei verschieden schnelle Strahlen fortpflanzen, daß ihre beiden Schalen sich in der Achse nicht berühren können. Genaue Brechungsquotientenbestimmungen haben er-

geben, daß die Kugelschale in der Nähe der Pole etwas nach außen, die Ellipsoidschale etwas nach innen gebogen ist, wie Fig. 119 dies übertrieben andeutet. Beide

Strahlengeschwindigkeiten weichen also von denen ab, die wir nach der Huygensschen Kugel-Ellipsoidkonstruktion erwarten müßten, wenn auch nur wenig und nur in der Nähe der Achse: speziell ist die Geschwindigkeit des ordentlichen Strahls



Fig. 119. Strahlenfläche eines drehenden einachsig positiven Kristalls.

nicht mehr konstant. Um einen Begriff von der Größe der Abweichung zu geben, seien einige Brechungsquotienten angegeben. Nach Huygens müßte in Richtung der Achse sein

$$\omega = \varepsilon = 1,5442243;$$

dagegen findet man

$$\omega = 1,5441884, \ \varepsilon = 1.5442602.$$

Die Doppelbrechung kann man sich zusammengesetzt denken aus der, die vom Drehungsvermögen herrührt, und der gewöhnlichen Doppelbrechung anisotroper Kristalle. Längs der Achse ist nur der erste Teil wirksam; vergrößert man die Neigung gegen die Achse, so tritt er mehr und mehr zurück und fällt von etwa 20° Neigung an gegen den zweiten Anteil nicht mehr merklich ins Gewicht, so daß schon bei dieser Neigung die austretenden Strahlen praktisch linear schwingen.

Die Strahlenfläche regulärer, drehender Kristalle besteht aus zwei konzentrischen Kugelschalen. Bei zweiachsigen Kristallen unterscheidet sich die Strahlenfläche drehender von der nicht drehender dadurch, daß sie aus zwei ganz getrennten Schalen besteht, die sich zwar in Richtung der Biradialen am nächsten kommen, auf ihnen aber keinen Punkt mehr gemeinsam haben.

## § 20. Drehende Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte.

Da sich der Quarz nur in der Nähe der Achse anders verhält als ein einachsiger nicht drehender Kristall, darf sich das Interferenzbild, das eine senkrecht zur Achse geschnittene Quarzplatte im konvergenten polarisierten Lichte zeigt, auch nur in der Nähe der Achse, im Mittelpunkt des Gesichtsfelds, von dem in § 10 behandelten unterscheiden. Daß es in der Tat so ist, zeigt ein Vergleich der Interferenzfigur 120, wie sie eine Quarzplatte zwischen gekreuzten Nicols liefert, mit der entsprechenden eines gewöhnlichen einachsigen Kristalls (Fig. 51). Der wesentliche Unterschied ist der, daß die Kreuzarme nicht mehr bis zum Mittelpunkte reichen; die Mitte erscheint hell bzw. im weißen Licht in der Färbung, die die Platte im parallelen Licht ergeben würde. Die Färbung wechselt, wie im § 18 ausgeführt worden ist; wenn ich z. B. den Analysator nach rechts drehe und

112

#### Drehende Kristalle im konvergenten polarisierten Lichte. 113

die Platte aus Rechtsquarz ist, in der Reihenfolge Rot, Orange, Gelb ... Daß hierbei auch noch andere Abweichungen von den nicht drehenden Kristallen auftreten wie die, daß die Kurven gleichen Gangunterschieds in manchen Stellungen nicht das Aussehen von Kreisen, sondern das von Quadraten mit abgerundeten Ecken



Fig. 120. Quarzplatte im konvergenten polarisierten Lichte.

haben, läßt sich nur bei mathematischer Behandlung des Problems begründen.

Ohne die Mathematik in umfangreichem Maße zu Hilfe zu nehmen, lassen sich auch die Interferenzbilder nicht deuten, die wir an Plattenkombinationen erhalten. Schalten wir z. B. bei gekreuzten Nicols ein  $\frac{\lambda}{4}$  - Plättchen in der Diagonalstellung zwischen Polarisator und Quarzplatte ein, mit anderen Worten, lassen wir zirkular Buchwald, Kristalloptik. 8

### 114 Absorption, Einfluß von Temperatur usw.

polarisiertes konvergentes Licht auffallen, so liefern, gleichviel, welchen Rotationssinn das einfallende Licht hatte, Linksquarzerechtsgewundene und Rechtsquarze linksgewundene Spiralen als Interferenz-



bild. Vierfache Spiralen sieht man, wenn man zwei entgegengesetzt drehende, senkrecht zur Achse geschnittene Quarzplatten übereinanderlegt, nach links gewundene (Fig. 121), wenn das Licht zuerst den

Linksquarz durchsetzt, im anderen Falle rechtsgewundene.

Fig. 121. Airysche Spiralen.

Nach ihrem Entdecker führen sie den Namen Airysche Spiralen (1831).

## IV. Teil.

# Absorption, Einfluß von Temperatur usw.

#### § 21. Absorption.

Beim Durchgang durch jeden materiellen Körper wird das Licht in seiner Intensität geschwächt, es wird absorbiert. Die Absorption erstreckt sich bisweilen nur auf geringe Wellenlängengebiete, und wenn diese zudem im Ultrarot oder Ultraviolett liegen, können wir ohne

#### Absorption.

weiteres nichts davon wahrnehmen. Wird dagegen ein Teil des sichtbaren Spektrums vernichtet, so zeigt der Körper in der Durchsicht eine Färbung, wie sie dem Zusammenwirken der übrigbleibenden Farben entspricht.

In isotropen Körpern und regulären Kristallen muß die Färbung die gleiche sein, in welcher Richtung das Licht auch fortschreitet. Dagegen werden wir schließen, daß sich in ein- oder zweiachsigen Kristallen verschiedene Richtungen in bezug auf die Absorption ebenso verschieden verhalten können wie in bezug auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Das bestätigt sich in der

Tat. Greifen wir als Beispiel den rhombischen Cordierit (Fig. 122) heraus. Wir blicken in Richtung der Achse *a* durch ihn hindurch: er erscheint graugrün. In Richtung der Achse *b* erscheint er gelb, in Richtung *c* indigoblau. Er zeigt "Trichroismus" oder besser "Pleochroismus"; denn in

einer anderen Schrichtung ergeben sich Übergangsfarben zwischen den drei genannten Extremen, die den drei Kristallachsen angehören.

Eine weitere Erkenntnis eröffnet sich, wenn wir das in Richtung a austretende graugrüne Licht in seine beiden Bestandteile zerlegen, den nach b und den nach cschwingenden. Wir können das so machen, daß wir den Kristall auf das Tischchen des Orthoskops legen derart, daß das Licht in Richtung a durch ihn hindurchgeht, und den oberen Nicol entfernen. Stellen wir den unteren Nicol so, daß seine Schwingungsrichtung einmal mit b, dann mit c koinzidiert, so können wir nacheinander

Fig. 122. Cordierit.

#### 116 Absorption, Einfluß von Temperatur usw.

beobachten, welche Färbung das nach b und welche das nach c schwingende Licht zeigt. Gleichzeitig sehen wir beide Färbungen, wenn wir das austretende Licht mit der sogen. "Haidingerschen Lupe" untersuchen.

Dieser einfache Apparat (Fig. 123) besteht aus einem quadratischen Diaphragma D, das durch eine Lupe L betrachtet wird. Zwischen

Diaphragma und Lupe ist ein Kalkspatstück K eingefügt, von einer Dicke, daß die beiden Bilder des Diaphragmas, die es liefert, sich gerade berühren (Fig. 124). Bekanntlich rühren diese beiden Bilder von senkrecht zueinander polarisiertem Lichte her. Die beiden in Fig. 124



eingezeichneten Schwingungsrichtungen lassen wir bei der Untersuchung des Cordierits mit den Richtungen b und c übereinstimmen und sehen dann das obere Quadrat in der Färbung, die der Schwingung nach b entspricht, der "Achsenfarbe" von b, das untere in der Achsenfarbe von c, und da ergibt sich,

daß die Schwingung nach b dunkelblaues Licht liefert, die nach c blaßgelbes. Beide zusammen ergeben das erwähnte Graugrün. Analysieren wir ebenso das in Richtung b austretende gelbe Licht, so zeigt es sich zusammengesetzt aus dem bekannten nach c schwingenden blaßgelben Anteil und einem nach a schwingenden blaugrauen. In Richtung c sehen wir dann nichts Neues, sondern wieder den nach a schwingenden blaugrauen und den nach b schwingenden dunkelblauen Anteil.

Den hierdurch nahegelegten Schluß, daß für eine bestimmte Farbe die Absorption von der Schwingungsrichtung abhängt, bestätigen Beobachtungen im mono-

#### Absorption.

chromatischen Lichte. Wir können dem Indexellipsoid, das den Zusammenhang von Schwingungsrichtung und Normalengeschwindigkeit darstellt, eine "Absorptionsfläche" an die Seite stellen, die den Zusammenhang zwischen Schwingungsrichtung und Absorption veranschaulicht und die gleichfalls ein Ellipsoid ist, wenn wir die für die Stärke der Absorption charakteristische Zahl geeignet definieren.

Im rhombischen, mono- und asymmetrischen System ist das Ellipsoid dreiachsig. Im rhombischen System, das wir herausgegriffen haben, stimmen seine Achsen, das sind die Schwingungsrichtungen der größten, mittleren und kleinsten Absorption, für alle Farben mit den optischen Symmetrieachsen überein; im monosymmetrischen liegt eine seiner Achsen für jede Farbe in der kristallographischen Symmetrieachse, die anderen beiden in der kristallographischen Symmetrieebene. Diese beiden liegen für verschiedene Farben verschieden und koinzidieren bei derselben Farbe nicht mit den in der gleichen Ebene liegenden optischen Symmetrieachsen. Besonders schön zeigen den Pleochroismus hier gewisse Varietäten Epidot, die Gelb, Braun und Grün als Achsenfarben haben, und Glaukophan mit Hellgrüngelb, Violett und Ultramarin als Achsenfarben.

Bei den asymmetrischen Kristallen läßt sich von vornherein nichts über die Achsenrichtungen des Absorptionsellipsoids sagen. Dagegen ergibt sich aus den Symmetrieverhältnissen der regulären und einachsigen Kristalle, daß das Absorptionsellipsoid im regulären System zur Kugel und im hexagonalen und tetragonalen zum Rotationsellipsoid wird, dessen Achse in der Hauptachse liegt. Danach können einachsige Kristalle nur zwei extreme Farben (Dichroismus) zeigen: eine in

#### 118 Absorption, Einfluß von Temperatur usw.

Richtung der Achse, die andere in allen Richtungen senkrecht dazu, die ja gleichwertig sind; oder, wenn wir wieder auf die Schwingungsrichtungen zurückgehen: eine, die allen Schwingungsrichtungen senkrecht zur Achse angehört, d. h. dem ordentlichen Strahl, wie er auch liegen mag, die andere, die den Schwingungen parallel der Achse angehört, d. h. dem außerordentlichen Strahle, wenn er gerade senkrecht zur Achse geht. In dieser Richtung unterscheidet er sich also in seiner Absorption denkbar vom ordentlichen, wie auch in seiner Geschwindigkeit. In den Zwischenrichtungen nähert er sich in den Absorptionsverhältnissen wie in der Geschwindigkeit dem ordentlichen, bis er in Richtung der Achse mit ihm übereinstimmt.

Als Beispiel erwähnen wir noch einmal den Turmalin. Die Schwingung senkrecht zur Achse, d. h. der ordentliche Strahl wird in allen Richtungen gleich und zwar sehr stark absorbiert, der außerordentliche Strahl in Richtung der Achse genau gleich stark, so daß der Turmalin in dieser Richtung fast undurchsichtig ist. Senkrecht zur Achse wird er weit weniger absorbiert und tritt hier als einziger parallel der Achse schwingend aus (vgl. Fig. 30).

### § 22. Einfluß von Temperatur, Druck, Elektrizität, Magnetismus.

Zum Schluß sollen noch einige Bemerkungen darüber folgen, wie die optischen Eigenschaften der Kristalle von äußeren Einflüssen, wie Temperatur- oder Druckänderungen, elektrischen oder magnetischen Kräften abhängen.

1. Einfluß der Temperatur. Wie in den isotropen Körpern ändert sich mit der Temperatur der Brechungs-

# Einfluß von Temperatur, Druck, Elektrizität, Magnetismus. 119

quotient, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, und damit ändern sich alle unsere Hilfsflächen: das Fresnelsche und das Indexellipsoid, die Strahlenfläche usw. Daß diese Flächen für jede Farbe andere waren, wußten wir; jetzt kommt neu hinzu, daß sie auch für jede Temperatur andere sind. Über die Änderungen des Brechungsquotienten mit der Temperatur lassen sich keine allgemein gültigen Regeln aufstellen. Man beobachtet teils Ab-, teils auch Zunahme bei Erwärmung, und deswegen können wir über das optische Verhalten der Kristalle bei Erwärmung oder Abkühlung nur insofern leitende Gesichtspunkte aufstellen, als diese sich auf Symmetrieverhältnisse stützen.

Ein regulärer Kristall muß darnach optisch isotrop bleiben, wie sich auch sein Brechungsquotient ändern mag. Ein einachsiger Kristall bleibt einachsig, seine Brechungsquotienten ändern sich, für verschiedene Farben verschieden stark und der ordentliche unabhängig vom außerordentlichen. Die Größe der Doppelbrechung kann dabei mit der Erwärmung abnehmen, wie beim Kalkspat, oder zunehmen, wie beim Beryll.  $\omega$  und  $\varepsilon$  können sich derart ändern, daß sie für eine bestimmte Temperatur und Wellenlänge den gleichen Wert annehmen. Für diese Farbe und Temperatur wird dann der einachsige Kristall zum isotropen.

Das Drehungsvermögen des Quarzes wächst mit der Temperatur.

Im rhombischen System muß aus Symmetriegründen die Lage der optischen Symmetrieachsen für jede Temperatur dieselbe sein; die drei Hauptbrechungsquotienten ändern sich unabhängig voneinander, und damit ändert sich der Winkel der optischen Achsen. Man beobachtet Fälle, wo der Winkel bei Erwärmung kleiner und kleiner und schließlich Null wird; bei weiterer Erwärmung gehen die Achsen wieder auseinander, aber in einer zur vorigen senkrechten Ebene (vgl. das Schema Fig. 93). Das Saccharin z. B. wird einachsig bei 6,6° im roten *B*-Licht, bei 15,8° im *D*-Licht, bei 26° im grünen *E*-Licht. Bei anderen Kristallen ist die Änderung nur gering: im Aragonit nimmt für *D*-Licht der Achsenwinkel von  $18^{1}/_{2}$  auf 17° ab, wenn der Kristall von 0° bis 300° erwärmt wird.

Im monosymmetrischen System kommt zur Änderung der drei Hauptbrechungsquotienten und des Achsenwinkels hinzu, daß von den drei optischen Symmetrieachsen nur die Lage einer durch die Kristallsymmetrie bedingt und demnach für alle Temperaturen fest ist, während die beiden anderen bei jeder Temperatur anders liegen können. Die Erfahrung lehrt, daß diese Unterschiede im allgemeinen gering sind; beträchtlich jedoch sind auch in diesem System die Änderungen des Binormalenwinkels. Einen hierhergehörigen Vorlesungsversuch pflegt man am Gips anzustellen. Bei Zimmertemperatur liegen seine Binormalen in der kristallographischen Symmetrieebene (vgl. Fig. 98); der Binormalenwinkel nimmt mit steigender Temperatur ab, ist z. B. für rotes Licht 76° bei 47°C, 39° bei 95,5°C. Erwärmen wir den Kristall auf etwa 120°, so ist er einachsig geworden; bei weiterer Erwärmung gehen die Binormalen wieder auseinander, jetzt aber in einer Ebene senkrecht zur Symme trieebene. Im konvergenten Lichte beobachtet man demnach an einer senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittenen Platte anfangs das bekannte Lemniskatensystem um die beiden Achsenspuren (Fig. 101). Die Achsenspuren nähern sich bei Erwärmung, um bei 120° zusammenzutreffen und sich dann senkrecht zur ursprünglichen VerEinfluß von Temperatur, Druck, Elektrizität, Magnetismus. 121

bindungslinie wieder zu trennen. Bei Abkühlung gehen alle Änderungen in umgekehrter Reihenfolge zurück.

Beim as ymmetrischen System kann sich die Lage aller drei optischen Symmetrieachsen mit der Temperatur ändern.

2. Veränderungen im optischen Verhalten machen sich auch bemerkbar, wenn man Kristalle einem Druck oder Zug aussetzt. Reguläre Kristalle werden je nach der Druckrichtung ein- oder zweiachsig. Fällt die Druckrichtung in eine Symmetrieachse, so muß aus Symmetriegründen die neue Achse bzw. die erste oder die zweite Mittellinie oder die Normale der optischen Achsenebene mit der Druckrichtung übereinstimmen. An Steinsalz, Flußspat und Sylvin sind derartige Messungen ausgeführt worden. Einachsige Kristalle bleiben, wenn der Druck in Richtung der Achse wirkt, einachsig; wirkt er in anderer Richtung, so werden sie zweiachsig, und zwar ist nach den bisherigen Beobachtungen, wenn der Druck senkrecht zur Hauptachse ausgeübt wird, bei positiven Kristallen (Quarz) die Binormalenebene parallel der Druckrichtung, bei negativen (Kalkspat) senkrecht dazu. Das Verhalten von senkrecht zur Achse gepreßtem Quarz ist dabei insofern interessant, als er sein Drehungsvermögen bei der Kompression beibehält und so das außergewöhnliche Bild eines optisch aktiven zweiachsigen Kristalls zeigt.

3. Es liegen auch einige Beobachtungen über den Einfluß von elektrischen und magnetischen Feldern auf das optische Verhalten von Kristallen vor. Das elektrische Feld wirkt auf die Doppelbrechung nur bei Kristallen ohne Symmetriezentrum ein. Z. B. wird das reguläre optisch aktive Natriumchlorat durch das elektrische Feld im allgemeinen ein optisch aktiver, zweiachsiger Kristall mit gauz verschiedenen Binormalenebenen und -winkeln je nach der

#### 122 Absorption, Einfluß von Temperatur usw.

Feldrichtung. Auch einachsige Kristalle macht das elektrische Feld im allgemeinen zweiachsig; liegt es dagegen parallel der Hauptachse, so ändert es nur die Doppelbrechung.

Was den Einfluß eines magnetischen Felds betrifft, so hat bekanntlich Faraday an dem nicht doppelbrechenden Bleiglas die Erscheinung beobachtet, daß es in Richtung der Kraftlinien eine Drehung der Polarisationsebene zeigt. Analoge Erscheinungen sind in Richtung der Achse an Quarz, Turmalin und anderen Kristallen beobachtet worden. Beim Kalkspat wurden auch Richtungen untersucht, die mit der Achse einen kleinen Winkel bilden, und es stellte sich heraus, daß sich hier das magnetische Drehungsvermögen der gewöhnlichen Doppelbrechung einfach superponiert.

Interessanter sind vielleicht noch die Erscheinungen des sog. Zeemaneffekts in Kristallen: die scharfen Linien im Absorptionsspektrum gewisser Kristalle (z. B. Xenotim und Tysonit) spalten sich in mannigfacher Weise, wenn ein Magnetfeld auf den Kristall wirkt. Absorption 114. Absorptionsfläche 117. Achse der Isotropie 26. Achsen, optische, Zweiachsiger 79. Achsenfarbe 116. Airysche Spiralen 114. Aktive Kristalle 104. Alaun 16. Analoge Interferenz 45. Analysator 38. Anisotroper Körper 5. Antiloge Interferenz 45. Apatit 21. Apophyllit 57. Aragonit 11, 87, 120. Asymmetrisches System 13, 90, 91, 100, 117. Attraktiver Kristall 26. Auslöschungsrichtungen 44. Außerordentlicher Strahl 18. Babinetscher Kompensator 50. Bartholinus 16.

Beryll 21, 119. Binormalen 76. Biradialen 74. Borax 89. Brechungsquotient 6. Brookit 87.

Cordierit 115.

Diagonalstellung bei Einachsigen 41. — bei Zweiachsigen 98. Dichroismus 117. Dispersion der optischen Achsen 87. — der optischen Symmetrieachsen 88. — gekreuzte 89. — geneigte 88. — horizontale 89. — der Polarisations-

- ebenen 106. — Rotations- 106.
- Doppelbrechung 16.

## Register.

Drehende Kristalle 104. Druck 121. Einachsige Kristalle 20. Eis 21. Elektrisches Feld 121. Elliptisch polarisiertes Licht 10. Empfindliche Färbung 106. Enantiomorphe Formen 15. Epidot 117. Feldspat 89. Fläche gleichen Gangunterschieds bei Einachsigen 58. — — bei Zweiachsigen 95. Flußspat 16, 121. Foucaultsches Prisma 32. Fresnel. Erklärung des Drehvermögens 108. Fresnel-Aragosches Gesetz 10. Fresnelsches Ellipsoid Einachsiger 64. - — Zweiachsiger 71. — Quarzprisma 110. Fußpunktflächen 62. Gangunterschied 9, 46. Gekreuzte Dispersion 89. Geneigte Dispersion 88. Gips 12, 88, 92, 99, 120. Glaukophan 117. Glimmer 13, 92, 103. Grenzstrahlenkegel bei Einachsigen 69. — bei Zweiachsigen 81. Grenzwinkel der Totalreflexion 9, 69, 81. Haidingersche Lupe 116. Halbflächner 15. Hamilton 83. 84. Hauptbrechungsquotien -

Hauptbrechungsquotenten bei Einachsigen 20.
— bei Zweiachsigen 77.
Hauptisogyren 60. Hauptlichtgeschwindigkeiten bei Einachsigen 19.- bei Zweiachsigen 71. Hauptschnitt 18. Hauptsymmetrieachse 13, 14. Hauptsymmetrieebene 13. 14. Hemieder 15. Hexagonales System 14, 86, 90, 117. Holoeder 15. Horizontale Dispersion 89. Huygens' Konstruktion 5, 21ff., 76. - Versuch mit zwei Kalkspaten 33. Indexellipsoid Einachsiger 64. - Zweiachsiger 77. Indexfläche 7. - Einachsiger 63, 68. - Zweiachsiger 80. Interferenzfarben 46. Interferenzprinzip 9. Isochromaten 57. Isogyren 60. Isogyrenflächen 60. Isotroper Körper 5. Kalkspat 14, 16ff., 119, 121, 122. Kombinationen von Kristallplatten 48, 57, 102, 113. Kompensator von Babinet 50. Konische Refraktion. äußere 81. — innere 83. Konoskop 52. Konstruktionsflächen 63. Korund 21. Kristall 10. Kristallkeil 42. -Plättchen 49. 4 Lemniskaten 95.

#### 124

10. Linksquarz 105. Lloyd 83, 84.

Magnetisches Feld 122. Mittellinien 79. Monosymmetrisches (monoklines) System 13, 87, 90, 100, 117.

Natriumchlorat 121. Natronsalpeter 21. Nebenachse 13, 14. Nebensymmetrieebene 13, 14. Negativ einachsiger Kristall 20. - zweiachsiger Kristall 80. Nicolsches Prisma 30. Normalenfläche Einachsiger 62. - Zweiachsiger 76. Normalengeschwindigkeit 62. Normalstellung bei Einachsigen 40. - bei Zweiachsigen 95. Oktaeder 16. Ordentlicher Strahl 17. Ordnung der Interferenzfarben 48.

Orthoskop 39. Ovaloid 63.

Phase 9. Pleochroismus 115. Polarisation bei der Doppelbrechung 28 ff. Polarisationsovaloid 64. Polarisator 29, 38. Polarisiertes Licht 10.

#### Linear polarisiertes Licht | Positiv einachsiger Kri- | Symmetrieelemente 12 stall 20. - zweiachsiger Kristall 80.

Register.

Quarz 14, 15, 21, 104ff., 119, 121, 122.

Rechtsquarz 105. Reguläres System 16, 86. 90, 117, 119, 121. Repulsiver Kristall 26. Reuschs Glimmerkombinationen 103. Rhombisches System 12, 86, 90, 100, 117, 119. Rhomboeder 14. Rhomboedrische Hemiedrie 15. Rotationsdispersion 106. Rubin 21. Rutil 21.

Saccharin 120. Salpeter 99. Saphir 21. Schwingungsrichtung bei Einachsigen 28, 68. - bei Zweiachsigen 78. Smaragd 21. Soleilsche Doppelplatte 107. Steinsalz 16, 121. Strahlenfläche 5. - Einachsiger 18. - Zweiachsiger 75. Strahlengeschwindigkeit Symmetrieachse, kristallographische 11. - optische 71. Symmetrieebene, kristallographische 11. - optische 71.

Symmetriezentrum 12. Sylvin 121.

Temperatureinfluß 118. Tetartoedrie 15. Tetragonales System 13. 86, 90, 117. Totalreflektometer 69. Totalreflexion 9. - an Einachsigen 68. - an Zweiachsigen 80. Trichroismus 115. Triklines System 13, 90. 91, 100, 117. Turmalin 15, 118, 122. Turmalinplatte als Polarisator 32. Turmalinzange 33. Tysonit 122.

Übergangsfarbe 106.

Viertelwellenplättchen49. Vollflächner 15.

Weiß höherer Ordnung 47. Wellenfläche 5. Wellennormale 23. Wollastonsches Prisma 29. Würfel 16.

Xenotim 122.

Zeemaneffekt 122. Zentrum der Symmetrie 12. Zinnober 15, 21, 107. Zinnstein 21. Zirkon 21. Zirkular polarisiertes Licht 10. Zucker 99. Zweiachsige Kristalle 70.

## Bibliothekzur Physik aus der Sammlung Göschen.

Geschichte der Physik von Professor A. Kistner. I: Die Physik
bis Newton. Mit 13 Figuren. Nr. 293.
3 Figuren. Nr. 294.
Allgemeine und physikalische Chemie von Prof. Dr. Hugo
Kauffmann. 2 Teile. Mit 15 Figuren. Nr. 71, 698.
Experimentalphysik von Professor Robert Lang. I. Mechanik
der festen, flüssigen und gasigen Körper. Mit 12 Fig. Nr. 611.
II: Wellenlehre und Akustik. Mit 69 Figuren. Nr. 612.
— — III: Wärmelehre. Mit 55 Figuren. Nr. 613.
Theoretische Physik von Professor Dr. Gustav Jäger. I: Me-
chanik und Akustik. Mit 19 Abbildungen. Nr. 76.
— II: Licht und Wärme. Mit 47 Abbildungen. Nr. 77.
— — III: Elektrizität und Magnetismus. Mit 33 Abbild. Nr. 78.
IV: Elektromagnetische Lichttheorie und Elektronik. Mit
21 Abbildungen. Nr. 374.
Radioaktivität von Prof. Dr. P. Ludewig. Mit vielen Abbild.
Nr. 317.
Luftelektrizität von Dr. Karl Kähler. Mit 18 Abbild. Nr. 649.
Physikalische Messungsmethoden von Professor Dr.Wilhelm
Bahrdt. Mit 49 Figuren. Nr. 301.
Physikalische Aufgabensammlung von Professor G. Mahler.
Mit den Resultaten. Nr. 243.
Physikalische Formelsammlung von Prof. G. Mahler. Nr. 136.
Physikalische Tabellen von Oberlehrer Dr. A. Leick. Nr. 650.
Physikalisch-Chemische Rechenaufgaben von Professor Dr.
R. Abegg und Professor Dr. O. Sackur. Nr. 445.
Vektoranalysis von Professor Dr. Siegfried Valentiner. Mit
27 271

## VEREINIGUNG WISSENSCHAFTLICHER VERLEGER

WALTER DE GRUYTER & Co., vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung / J. Guttentag, Verlagsbuchhandlung / Georg Reimer / Karl J. Trübner / Veit & Comp. Berlin W 10 und Leipzig

# In der Sammlung Göschen sind ferner erschienen:

Geologie von Dr. Edgar Dacqué. I: Allgemeine Geologie. Mit 75 Abbildungen. Nr. 13. Nr. 833. Paläogeographie. Geologische Geschichte der Meere und Festländer von Prof. Dr. F. Kossmat. Mit 6 Karten. Nr. 406. Mineralogie von Geh. Bergrat Prof. Dr. R. Brauns. Mit 132 Abbildungen. Nr. 29. Kristallographie von Professor Dr. W. Bruhns. Mit 190 Abbildungen. Nr. 210. Petrographie von Professor Dr. W. Bruhns. Mit 15 Abbildungen. Nr. 173. Allgemeine Paläontologie von Prof. Dr. O. Abel. Mit 54 Abbildungen. Nr. 95.

Paläozoologie von Professor Dr. Ferd. Broili. Mit vielen Abbildungen. Nr. 836.

Paläobotanik von Prof. Dr. W. Gothan. Mit zahlreichen Abbildungen. Nr. 828.

VEREINIGUNG WISSENSCHAFTLICHER VERLEGER WALTER DE GRUYTER & CO., vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung / J. Guttentag, Verlagsbuchhandlung / Georg Reimer / Karl J. Trübner / Veit & Comp. Berlin W 10 und Leipzig

# Handbuch der Mineralogie

Von Professor Dr. Carl Hintze, Geh. Regierungsrat

Lex.-Oktav. Zwei Bände

Band I. 1. Abteilung: Preis M. 48.—, geb. M. 56.—. 2. Abteilung: Preis M. 58.—, geb. M. 66.—. Band II. Preis M. 72.—, geb. M. 82.—.

Zu den Preisen 100 % Verleger-Teuerungszuschlag.

Das hohe Ziel für das vorliegende Handbuch der Mineralogie ist es gewesen, über das, was wir von den Eigenschaften der Mineralien und besonders auch von ihrem Vorkommen in der Natur gegenwärtig wissen, einen eingehenderen Überblick zu geben, als er in den bisher vorhandenen Werken nach deren Ziel und Anlage geboten wird. Das großzügig angelegte Werk ist trotz der knappen Form ersehöpfend und kann, wie die reichen Anerkennungen gezeigt haben, als einzig dastehend angesprochen werden. Nicht allein den Studierenden und Gelehrten, allen an diesem Gebiete Interessierten ist das Handbuch unentbehrlich geworden.

# Grundriß der Physikalischen Kristallographie

Von Dr. Theodor Liebisch

 o. ö. Professor der Mineralogie an der Universität Göttingen Oktav. Mit 898 Figuren im Text Preis geheftet M. 13.40, gebunden M. 15.40 Zu den Preisen 100%/o Verleger-Teuerungszuschlag.

Für die erfolgreiche Entwicklung der Kristallographie in den beiden letzten Jahrzehnten ist charakteristisch, daß der Entdeckung neuer Erscheinungen unmittelbar theoretische Überlegungen folgen, die sofort wieder befruchtend auf die experimentelle Forschung zurückwirken. Denn sie zeigen, wie die Erscheinungen messend verfolgt werden müssen, um die Tragfähigkeit der zugrunde gelegten Vorsellungen für den weiteren Ausbau der Wissenschaft zu prüfen.

Neben der bislang mit Vorliebe gepflegten Kristalloptik werden auch die übrigen Gebiete der Kristallphysik in wachsendem Maße erschlossen, und es beginnen Beziehungen zwischen den physikalischen Vorgängen in kristallisierten Substanzen hervorzutreten, welche das höchste Interesse in Anspruch nehmen.

Das vorliegende Werk kann durchaus als Standardwerk der Kristallographie bezeichnet werden. Für Studien auf diesem Gebiete dürfte es unentbehrlich sein.

VEREINIGUNG WISSENSCHAFTLICHER VERLEGER

WALTER DE GRUYTER & CO., vormals G. J. Göschen'sche Verlagshandlung / J. Guttentag, Verlagsbuchhandlung / Georg Reimer / Karl J. Trübner / Veit & Comp. Berlin W 10 und Leipzig

# Die Grundlagen der Physik

## Von Privatdozent Dr. Hugo Dingler.

Synthetische Prinzipien der mathem. Naturphilosophie. Groß-Oktav. Preis M. 11.---, dazu 50% Verleger-Teuerungszuschlag.

Dem Verfasser ist es gelungen, bei der Beschäftigung mit den Grundlagen der Physik umwälzende Resultate zu erzielen. Das vorliegende Werk gibt einen vollständigen Einblick in die mathematische Naturwissenschaft. Alle brennenden Fragen werden in verständlicher Weise behandelt, viele heiß umstrittene Probleme gelöst. Einem ungewöhnlichen Interesse wird das Buch dadurch begegnen, daß es die Relativitätstheorie des heute einem Kopernikus und Newton verglichenen Einstein als völlig unhaltbar nachweist.

# Wörterbuch der Physik

## Von Prof. Dr. Felix Auerbach, Jena.

Mit 276 Figuren. Oktav. Preis geb. M. 26 .---.

Das vorliegende "Wörterbuch der Physik" bietet auf dem knappen Raum von 30 Bogen eine Fülle von Material. Nahezu 4000 alphabetisch geordnete Artikel, darunter 357 Hauptartikel, geben auf alle in das Gebiet der Physik einschlagenden Fragen kurze, aber klare und in allem Wesentlichen erschöpfende Antwort in Gestalt von Definitionen, Lehrsätzen, Theorien, Formeln, Zahlentabellen und graphischen Darstellungen, wozu noch da, wo es erwünscht war, instruktive Figuren kommen. Der alte klassische Bestand der Wissenschaft ist ebenso berücksichtigt wie die Gesamtheit der neuesten, gegenwärtig im Brennpunkte des Interesses stehenden Errungenschaften. So ist das Buch für jeden Physiker, aber auch für jeden Vertreter der verwandten Fächer, sowie überhaupt für jeden Freund der exakten Naturwissenschaft von jederzeit realisierbarem Wert.

VEREINIGUNG WISSENSCHAFTLICHER VERLEGER

WALTER DE GRUYTER & CO., vormals G, J. Göschen'sche Verlagshandlung / J. Guttentag, Verlagsbuchhandlung / Georg Reimer / Karl J. Trübner / Veit & Comp. Berlin W 10 und Leipzig



