

Ein elektrodynamisches Doppel-Pendel zum Nachweis der Wechselwirkung zwischen Stromleitern und Magneten<sup>1)</sup>.

Von

Bruno Kolbe in St. Petersburg.

Das Amperesche Gestell gibt — wenn es wirkt — eine gute Anschauung von dem Gesetz, daß elektrische Ströme sich gleichgerichtet parallel zu stellen suchen, ist dagegen wenig geeignet zum Nachweis der Anziehung und Abstoßung. Die zu diesem Zweck in den Preislisten der Mechaniker empfohlenen Apparate erfordern, wenn sie gut wirken sollen, einen stärkeren Strom (10—12 Amp.), oder sie sind, wie Buffs Bandrollen oder Mühlenbeins Stanniolstreifen-Apparat, nicht recht handlich und gestatten nur, einen Teil der Wechselbeziehungen zwischen Stromleitern und Magneten zu zeigen.

Bei Verwendung leichter Drahringe (120 Windungen Kupferdraht von 0,4 mm Durchmesser) erhielt ich ein überraschend gutes Resultat, indem — bei 0,5—1 Amp. im Stromkreise — die Wirkung prompt eintritt. Da der Widerstand jedes Drahringes (mit den Aufhänge- und Zuleitungsdrähten)  $2,8 \Omega$  beträgt, genügt also eine Klemmenspannung von 3—5 Volt, um eine merkliche, und 8—10 Volt, um eine gute Wirkung zu erzielen. Für die Wirkung eines festen Magnets auf einen beweglichen Stromleiter (Versuch 4) ist ein Strom von 0,1—0,2 Amp. genügend. Bei zwei Magneten (Versuch 7) ist die Empfindlichkeit so groß, daß man das elektrodynamische Pendel als einfaches Galvanoskop verwenden kann. Es scheint mir wichtig, die Schüler darauf hinzuweisen, daß jede elektrodynamische Wirkung zum Nachweis resp. zum Messen des elektrischen Stromes dienen kann.

Der in Fig. 1 von der Rückseite dargestellte Apparat erfordert — bei Hintereinanderschaltung beider Drahringe, deren Gesamtwiderstand etwa  $6 \Omega$  beträgt — einen Strom von 1—2 Ampere im Stromkreise, also eine Batterie von 6—10 Volt. Da der eine Drahring ( $R_1$ , Fig. 1—3) um seine vertikale Achse drehbar ist, ist kein Kommutator erforderlich, und die Stromrichtungszeiger behalten ihre Stellung bei. Der in die Drahringe eintretende (in den Aufhängedrähten abwärts gerichtete) Strom ist durch rote, der austretende Strom durch grüne oder blanke Pfeile markiert; auch ist die betreffende Hälfte des Drahringes ( $a$  bis  $e$  und  $b$  bis  $e$  bei  $R_1$ , Fig. 2) entsprechend gefärbt oder mit farbigem Seidenbande umwickelt<sup>2)</sup>, so daß von weitem die gleiche oder entgegengesetzte Lage der Ringe gut sichtbar ist.

Das Fußbrett (s. Fig. 1) von 28 cm Länge, 18 cm Breite und 2,5 cm Dicke hat vier kurze Füßchen. Ein 62 cm hoher Holzstab trägt oben eine Zwinge mit Schraube. In die Zwingen sind 2 Stahlstäbe eingelassen, welche durch die Holzleiste ( $H$ ) geführt sind, wodurch diese in horizontaler Lage gehalten wird. Auf der dem Experimen-

<sup>1)</sup> Demonstriert im pädagogischen Museum der Militär-Lehranstalten in St. Petersburg am 14./27. Januar 1910.

<sup>2)</sup> Streifen aus rotem und grünem Seidenband von 15 mm Breite werden herumgewickelt und an den Enden festgenäht.

tator zugekehrten Rückseite (oder — besser — an der Vorderseite) ist diese Leiste mit einem Streifen von verzinnem (oder vernickeltem) Messingblech (*BS*) versehen, dessen Enden rechtwinklig gebogen und an den Stirnflächen der Leiste festgeschraubt sind.

Die beiden beweglichen Drahtrollen ( $R_1$  und  $R_2$ ) bestehen aus je 120 Windungen umsponnenen Kupferdrahtes von 0,40 mm Durchmesser. Der innere Durchmesser jedes Ringes beträgt 55 mm. — Die freien Enden sind in 30 mm Abstand gut

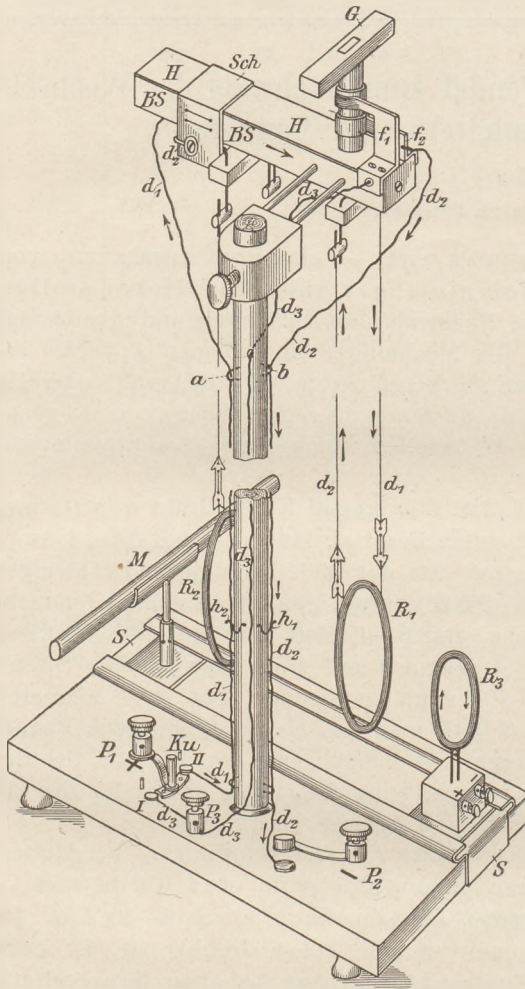


Fig. 1. Gesamtansicht, Rückseite (etwa  $\frac{3}{10}$  nat. Gr.).

*Ku* Kurbel, *I, II* Kontaktknöpfe, *BS* ein Blechstreifen, der die leitende Verbindung zwischen den Drähten  $d_1$  (des Schiebers),  $d_3$  (Ableitung zu  $P_3$ ) und (durch die Feder  $f_1$ ) mit dem Draht- ringe  $R_1$  herstellt.

die Feder  $F_2$ ) durch den grünen Ableitungsdraht, von *b* abwärts, längs dem Holz- stabe zum Kontakt *K* (Fig. 1) und event. zur vernickelten Preßklemme  $P_2$ .

Um bei Versuchen, bei denen nur 1 Draht- ring erforderlich ist (s. w. u. Nr. 3, 5, 6), keinen unnützen Widerstand im Strom- kreise zu haben, ist von dem Blech- streifen der Holzleiste ein Abzweigdraht ( $d_3$ ) durch den Ständer und längs der Rück- seite zu der gelb lackierten Preßklemme  $P_3$  geführt, so daß man jeden Ring einzeln verwenden kann. An dem Ständer sind auf der Rück- seite zwei schräg gerichtete Haken ( $h_1, h_2$ , Fig. 1) angebracht, um den gerade nicht benutzten Draht- ring aufhängen zu können.

befestigt und mit 450 mm langen blanken versilberten Kupferdrähten von 0,25 mm Dicke verlötet. Die oberen Enden dieser Drähte sind an verzinn- te Kupferdrähte von 20 mm Länge und 1,1 mm Dicke verlötet. Diese stärkeren Drähte werden durch kleine Doppelklemmen ( $K_1, K_2$ , Fig. 2 und  $K_1, K_1'$ , Fig. 3) mit den Zuleitungs- drähten verbunden. Da diese auch gegen 20 mm vorragen, so ist ge- nügend Spielraum vorhanden, um beide Ringe in gleicher Höhe ein- stellen zu können. Beide Ringe können gleichzeitig (mit der Leiste) um ca. 3–4 cm höher oder tiefer ge- stellt werden, indem man die Zwin- ge verstellt.

Die Zuleitungsdrähte sind in fol- gender Weise geführt: Von der (roten) Preßklemme ( $P_1$ , Fig. 1) führt ein roter Draht längs der entsprechen- den Seite des Holzstabes bis *a* und als dünne Leitungsschnur durch eine Bohrung im unteren Holzklötzchen (vgl. Fig. 5, *A*) zur kleinen Doppelklemme. Von hier geht der Strom in der durch die Pfeile markierten Richtung durch die Rolle ( $R_0$ ) und oben (als  $d_2$ , bei *A*, Fig. 5) zum Blechmantel des Schiebers, der mit der Blechplatte (*BS*, Fig. 1) und durch diese mit der Kontak- feder  $F_1$  in leitender Verbindung steht. Vom oberen Kontaktring geht der Strom schräg durch den drehbaren Zylinder zur Doppelklemme  $K_1$  (Fig. 2), durchfließt den Draht- ring  $R_1$ , gelangt zum unteren Kontaktringe und (durch



Für den Transport empfiehlt es sich, beide Drahringe aufzuhängen, da die zarten Aufhängedrähte beim Hin- und Herpendeln leicht beschädigt werden können.

Um die Leitungsdrähte der Batterie nicht umstellen zu müssen, kann man bei  $P_2$  eine Kurbel anbringen ( $Ku$ , Fig. 1). Ist die Kurbel auf den Kontaktknopf  $II$  gestellt, so sind  $R_1$  und  $R_1 R$  hintereinander geschaltet. — Bei  $I$  ist  $R_2$  ausgeschaltet. Will man  $R_2$  allein benutzen, verbindet man die Poldrähte mit  $P_2$  und  $P_3$  und stellt die Kurbel auf  $II$ , wenn der Strom geschlossen werden soll.

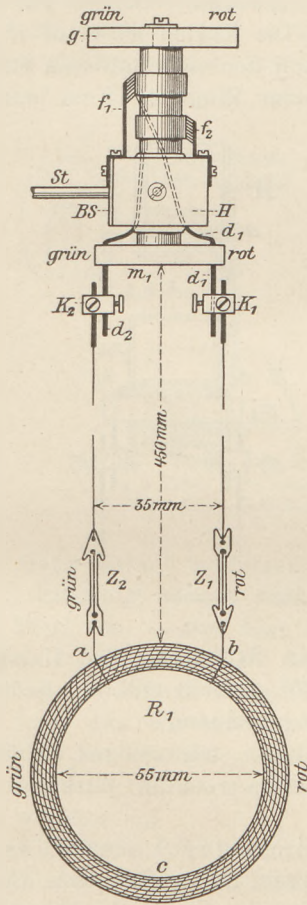


Fig. 2. Seitenansicht (etwa  $\frac{1}{2}$  nat. Gr.).  
Drahtrolle: 100 Windungen  
von 0,35 und 0,40 mm Durchmesser.

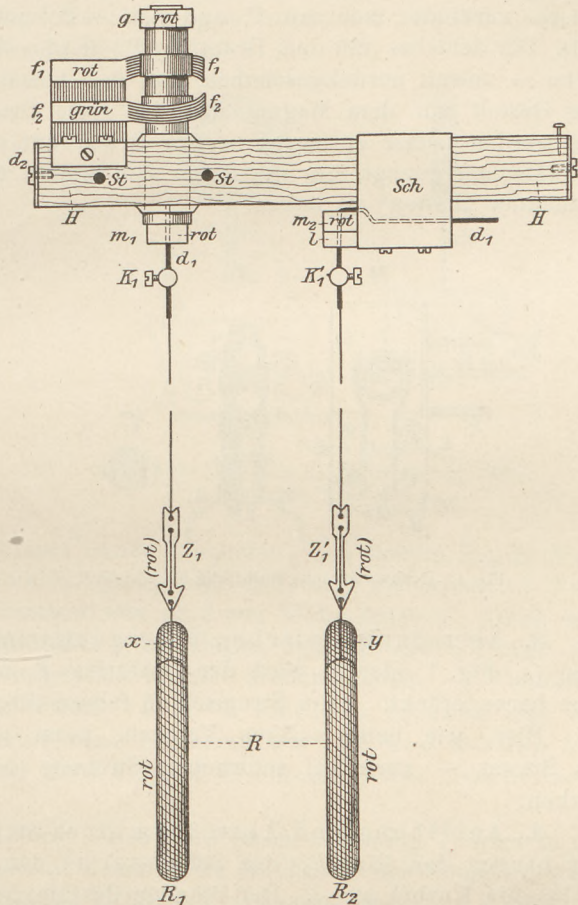


Fig. 3. Vorderansicht (etwa  $\frac{1}{2}$  nat. Gr.).

Die Stromrichtungs-Zeiger ( $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_1'$ ,  $Z_2'$ ) sind aus Stücken ( $20 \times 6$  mm) von 0,1 mm dickem Aluminiumblech geschnitten und (umwendlich) mit mattem, rotem und grünem Heidelberger Blumenpapier beklebt oder mit entsprechender Lackfarbe angestrichen. Jeder Pfeil ist mit 4 Löchern versehen, durch die der Aufhängedraht geführt wird.

Als Hilfsapparate dienen: 1. Eine feste Drahtrolle (Fig. 7), deren Fußplatte in die Blechschiene ( $SS$ , Fig. 1) paßt; 2. ein Magnet auf einem Ständerchen (Fig. 6) — oder besser, 2 Magnete<sup>3)</sup> mit Ständerchen, resp. 3. ein Elektromagnet.

<sup>3)</sup> Zwei gleichlange Stabmagnete lassen sich, durch Verwendung zweier Ankerplatten aus weichem Eisen, auch besser aufbewahren als ein einzelner. Sehr geeignet sind Magnete aus Wolframstahl (von quadratischem Querschnitt)  $10 \times 10 \times 100$  mm.

Meine Magnete (ausgediente runde Stabmagnete von Bellschen Telephonen ältester Konstruktion) sind 145 mm lang und 9,5 mm dick. Durch Magnetisieren mit pulsierendem Gleichstrom (25—30 Amp.) wurde ihre Polstärke verdreifacht, so daß sie jetzt mehr als ihr doppeltes Gewicht tragen.

Die Konstruktion des Schiebers (mit dem Drahring  $R_2$ ) ist aus Fig. 5 ersichtlich.

### Die Handhabung des Apparates.

1. Anziehung zwischen gleichgerichteten Strömen. Den + Pol der Batterie verbindet man mit  $P_1$  und den - Pol mit  $P_2$ . Die Kurbel wird auf  $II$  gestellt. Der Schieber (mit dem Drahring  $R_2$ ) wird — je nach der verwendbaren Stromstärke — soweit zurückgeschoben, daß der Abstand beider Ringe 4—8 cm beträgt. (Das Gestell mit dem Magnet und der feste Draht- ring werden besser entfernt.) — Ein Druck auf den Kontaktknopf genügt, um die Ringe sich nähern und aneinander „haften“ zu lassen.

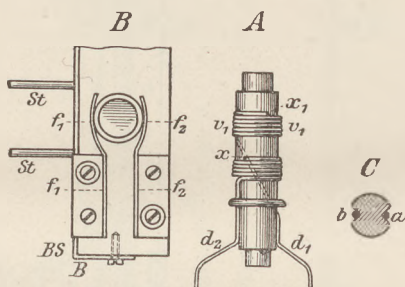


Fig. 4. Drehvorrichtung halbfertig ( $\frac{2}{5}$  nat. Gr.).

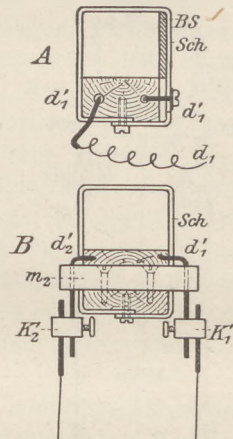


Fig. 5. Schieber ( $\frac{2}{5}$  nat. Gr.).

2. Abstoßung zwischen entgegengerichteten Strömen. Am Handgriff oben ( $g$ , Fig. 1 oder 2) wird der Drahring  $R_1$  um  $180^\circ$  gedreht und der Schieber ganz herangerückt. Beim Stromschluß fahren die Ringe auseinander.

Hier, wie beim vorigen Versuch, kann man durch taktmäßiges Schließen des Stroms — auch bei schwachen Strömen (0,5—1 Amp.) — die Wirkung verstärken.

3. Anziehung und Abstoßung eines Stromleiters durch einen Magnet. Wir hängen den Ring  $R_2$  (des Schiebers) an den entsprechenden Haken (s. o.) und stellen die Kurbel auf  $I$ . Der Ständer des Magnets wird in die Blechschiene<sup>4)</sup> gesteckt und soweit vorgeschoben, daß der aufgelegte Magnetstab mit einer Polfläche nahezu in der Ringebene sich befindet. Auf die Mitte des Magnetstabes kommt die mit einem Ausschnitt versehene Korkplatte (Fig. 6, C) so, daß die Pfeile die Richtung der Molekularrichtung markieren. — Bei Stromschluß tritt eine sehr deutliche Wirkung ein. — Man kann, um die entgegengesetzte Wirkung zu zeigen, entweder den Draht- ring oder den Magnetstab um  $180^\circ$  drehen.

3a. Ein etwa 120 mm langer Elektromagnet von passender Dicke wird, statt des Magnets, auf den Ständer gesetzt, so daß das freie Ende weiter vorragt. Das andere Ende wird durch einen Gummiring am Ständer befestigt. Das eine Draht- ende wird mit  $P_1$ , das andere — mit einer Doppelklemme versehene — mit dem Pol der Batterie verbunden.

<sup>4)</sup> Die Enden der Blechschiene umklammern die Brett- kante; mithin ist die Schiene längs den kurzen Brettseiten verschiebbar. — Der Stiel des Ständerchens ist in einer oben geschlitzten Röhre (in der Höhe) verstellbar und — drehbar (vergl. Fig. 6).



Bei einem Kern aus 13, ca. 1 mm dicken, gut ausgeglühten Eisendrähten von 100—120 mm Länge, mit 80—100 Windungen (in 2 Lagen) ist die Wirkung sehr auffällig.

4. Gleichzeitige Abstoßung beider Ringe. Der + Pol wird wieder mit  $P_1$  verbunden und mit  $R_1$  so gestellt, daß die Ströme gleichgerichtet in beiden Ringen sind. Nun rückt man  $R_2$  weit ab und stellt den Magnet so zwischen beiden Ringen ein, daß jeder Ring etwa 3 cm (nach der Mitte zu) von der Polfläche sich befindet. Schließt man jetzt den Strom, so werden — wenn die Molekularströme entgegengesetzt gerichtet sind — die Ringe heftig abgeschleudert. Hierzu dient am besten ein Magnetstab von nur 100 mm Länge (s. o.).

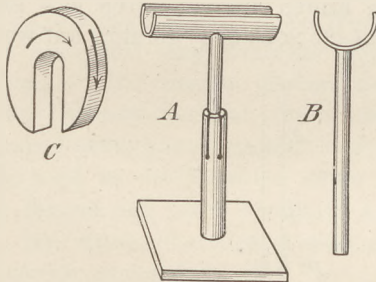


Fig. 6. Ständer zum Magnet  
(A u. C  $\frac{3}{8}$ , B  $\frac{3}{4}$  nat. Gr.).  
C Korkscheibe mit Zeigern.

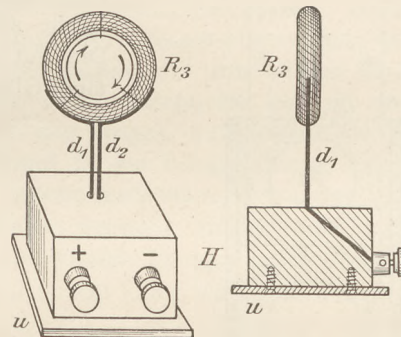


Fig. 7. Fester Drahring;  
in der Mitte eine Kartonscheibe mit Pfeilen  
(etwa  $\frac{3}{8}$  nat. Gr.).

Ganz hübsch ist folgende Variante dieses Versuches: Aus steifem Papier (Postkarte) schneidet man 2 schmale Streifen ( $8 \times 2$  mm) und biegt die Enden ca. 2 mm vom Ende um, so daß eine Art Klammer von ca. 2 mm Weite entsteht. Diese setzt man so auf die Mitte der Aufhängedrähte jedes Ringes, daß die beiden Drähte hier nur 2 mm abstehen, wodurch die Ringe sich leichter drehen können. — Wiederholt man jetzt den Versuch mit einem Strom von 1—2 Amp., so machen die abgeschleuderten Ringe in der Luft eine Drehung um  $180^\circ$  und werden nun angezogen. Bei stärkeren Strömen (3—4 Amp. im Stromkreise) tritt diese Wirkung ohne weiteres ein.

5. Wirkung gekreuzter Ströme. Der feste Stromleiter (Fig. 7) wird so auf die Schiene gesetzt, daß seine Ringebene senkrecht zur Ebene des Ringes  $R_1$  steht, und so weit an diesen herangeschoben, daß  $R_1$  fast die vertikalen (isolierten) Zuleitungsdrähte des festen Leiters berührt. [Die aufgesetzte Klammer (s. d. v. Vers.) ist geblieben, dagegen wird  $R_2$  an seinem Haken ( $b_2$ ) aufgehängt.] Man verbindet den — Pol der Batterie mit der — Klemme des Ständerchens und die andere Klemme durch eine feine Leitungsschnur mit  $P_3$ . Die Kurbel wird auf  $I$  gestellt.

Schließt man den Strom, so dreht sich der Ring  $R_1$  und sucht sich dem festen Leiter gleichgerichtet parallel zu stellen.

Da der aus 100 Windungen isolierten Kupferdrahtes von 0,4 mm Dicke bestehende feste Ring (äußerer Durchm. = 40 mm) rot und grün bewickelt (s. o.) und innen mit einer Kartonscheibe versehen ist, auf der Pfeile die Stromrichtung angeben, so können die Schüler von den letzten Plätzen aus die Stromrichtung in beiden Ringen verfolgen.

6. Der Drahring als Galvanoskop. Wir verwenden wieder nur den drehbaren Drahring  $R_1$  (ohne Klammer), legen beide Magnete auf ihre Ständerchen und schieben sie — mit gleichnamigen Polen gegeneinander gerichtet — so weit heran, daß der Polabstand 15—20 mm beträgt, und die Ringebene sich in der Mitte der Lücke befindet. Jetzt genügt ein ganz schwacher Strom, um den Drahring nach rechts oder

nach links schwingen zu lassen. — Drehen wir einen Magnet um  $180^\circ$ , so daß die ungleichnamigen Pole einander gegenüberstehen, so tritt natürlich keine Wirkung ein.

6a. Noch empfindlicher wird dieses „Pendelgalvanoskop“, wenn man 2 Hufeisenmagnete, die man auf Holzklötzchen legt, daß 2 (gleichnamige) Pole innerhalb des Ringes, die beiden ändern sich unterhalb befinden.

6b. Um ein wirklich brauchbares Galvanoskop zu erhalten, muß man den Ring  $R_1$  entfernen<sup>5)</sup>, indem man oben die betr. Schrauben der Doppelklemme löst und den neuen Ring ( $R$ , Fig. 8) einstellt, der aus 130–150 Windungen  $Cu$ -Drahts von 0,4 mm Durchmesser besteht. Der innere Durchmesser beträgt 20 mm (bei 10 mm Durchmesser der Magnete). Zweckmäßig ist es, den Draht auf eine dünne Holzrolle zu wickeln. Die gut befestigten Enden werden durch je 4 Löcher einer Glimmerscheibe ( $25 \times 35$  mm) geführt, auf welcher

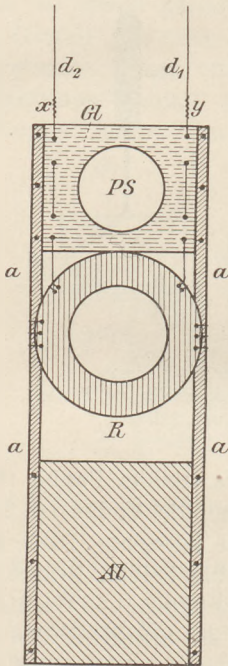


Fig. 8. ( $\frac{2}{3}$  nat. Gr.)

$R$  Rolle mit 150 Windungen  $Cu$ -Draht,  
 $Gl$  Glimmerscheibe mit Planspiegel  $PS$ ,  
 $Al$  Aluminiumblech,  $a$  Streifen aus  
 $Al$ -Blech, umgebogen und vernietet.

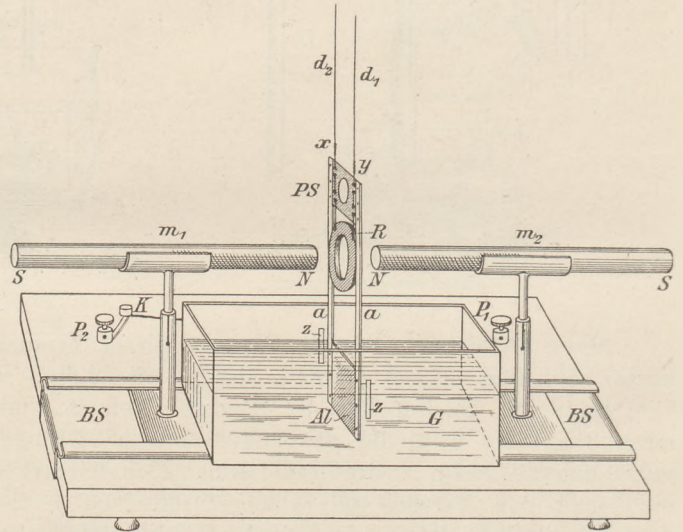


Fig. 9. Die Drahtrolle als Galvanoskop ( $\frac{2}{10}$  nat. Gr.)

ein rundes oder quadratisches versilbertes Deckgläschen (18 mm Durchmesser) befestigt ist. Bei  $x/y$  ist der Draht mit dem flachen, feinen Aufhängedraht verlötet.

Aus Aluminiumblech von 0,1 mm Dicke wird eine Scheibe  $35 \times 40$  mm (resp.  $25 \times 30$  mm) geschnitten. Aus demselben Blech schneidet man zwei Streifen von 6 mm Breite und ca. 120 mm Länge und biegt die Enden in der Längsrichtung zusammen. Diese Blechstreifen werden unten mit der  $Al$ -Platte und oben mit der Glimmerscheibe vernietet (es genügt, die Blechstreifen mit einem feinen Stecher zu durchbohren), während die Rolle — nahe unterhalb der Glimmerscheibe — von den Blechstreifen umfaßt und mit ihnen mittelst Seidenfäden oder feinem umsponnenen Draht verschnürt wird.

Eine (gegossene) Glaswanne (innen  $40 \times 45 \times 100$  mm) stellt man auf die Blechschiene ( $BS$ ) und rückt die Magnete heran (s. Fig. 8).

Nun füllt man die Glaswanne mit Wasser und — ein Galvanoskop ist fertig, das ausreicht, um den Thermostrom eines Eisen-Konstantan-Elements (Drähte von

<sup>5)</sup> Das Aufbewahren des Drahtringes geschieht am besten so, daß man ihn derart aufhängt, daß die Aufhängedrähte frei herabhängen können, damit sie nicht verbogen oder geknickt werden.



0,5 mm Dicke) zu zeigen, wenn die zusammengedrehten Enden in der Flamme einer Spirituslampe erhitzt werden. Auch bei größeren Versuchen mit der Meßbrücke kann es benutzt werden; doch empfiehlt es sich, in diesem Falle die Nullage durch schmale Papierstreifen zu markieren, die an die Außenwand der Glaswanne geklebt werden. — Der Spiegel dient zur Demonstration des Prinzips der Spiegelablesung.

7. Dieses Pendel-Galvanoskop kann als selbständiger Apparat leicht ad hoc hergestellt werden, wenn eine passende Glaswanne vorhanden ist (z. B. die aus verschmolzenem Spiegelglas bestehenden Gefäße für Demonstrations-Elemente mit veränderlichem inneren Widerstande); s. Fig. 9.

Zwei Holzleisten (oder längere zylindrische Korke) werden mit eingesägten Kerben versehen, die auf die Längswände der Glaswanne gut passen. In der Mitte wird ein Loch gebohrt und ein Holzstäbchen eingeleimt, dessen oberes Ende ca. 20 mm tief in die Stirnfläche eines Weinkorkens eingelassen ist. Am oberen Ende wird jeder Kork mit einer Durchbohrung versehen, durch welche die Magnete geschoben werden. — Die oberen Enden der etwa 450 mm langen Aufhängedrähte sind mit dicken Drähten verlötet, die in 30 mm Abstand in der Längsrichtung durch einen starken Korkzylinder geführt und mit den Zuleitungsdrähten verbunden sind. Der Kork wird in die Klemme eines Universalstativs schwach eingeklemmt, so daß er, nach Bedarf, um seine vertikale Achse gedreht werden kann, was oft notwendig ist.

Bei dieser Versuchsanordnung ist ein Kontakt oder ein Stromwender in den Stromkreis zu schalten.

Noch empfindlicher wird das Galvanoskop, wenn man lange, stark magnetisierte Stabmagnete (s. o.) anwendet, z. B. solche von  $10 \times 10 \times 350$  mm. Natürlich müssen in diesem Falle die betreffenden Ständer (die aus Hölzkästchen mit eingesägten Nuten bestehen können) seitlich vom Fußbrett aufgestellt werden.

Der im vorstehenden beschriebene Apparat wird — mit oder ohne Utensilien zum „Galvanoskop“ — von den Präzisionswerkstätten Ferdinand Ernecké (Berlin-Tempelhof), Max Kohl, A.-G. (Chemnitz) und E. Leybolds Nachf. (Köln a. Rh.) für 120 M hergestellt. Auch kann das elektrodynamische Doppelpendel mit oder ohne Gleitschiene bezogen werden.

---

## Einfache Herleitung des Newtonschen Gravitationsgesetzes aus den Keplerschen Gesetzen und umgekehrt nur auf Grund des Energieprinzipes.

Von

Prof. Dr. H. Teege in Wilhelmshaven.

In den „Abhandlungen zur Didaktik und Philosophie der Naturwissenschaft“ hat Bd. I, Heft 2, Herr Prof. Dr. A. HÖFLER einen sehr wichtigen Beitrag „Zur gegenwärtigen Naturphilosophie“ beige-steuert, dem ein jeder Physiker, welcher einen Einblick in die Grundlagen seiner Wissenschaft gewinnen will, eine Menge Anregungen verdanken wird. Die Abhandlung ist auch der Anlaß zu der folgenden Arbeit gewesen, denn S. 32 wird dort die Aufgabe gestellt: „Das quadratische Kraftgesetz hat Newton aus den ein halbes Jahrhundert früher gefundenen, rein deskriptiven Keplerschen Gesetzen abgeleitet, indem er die Kraft nach den zentripetalen Beschleunigungen (also kinetisch, nicht statisch) bemaß. Denken wir uns nun diesen ganzen Teil der Geschichte der Wissenschaft gestrichen; die Keplerschen Gesetze seien gefunden, aber die ganze darauffolgende Dynamik des Kraftbegriffs, wie Galilei und Newton sie ausgebildet haben, sei nicht vorhanden, dafür sei der Arbeitsbegriff als ein durch keinen andern

vermittelter Begriff, sozusagen aus freier Hand, in die Wissenschaft eingeführt: und nun entwickle man aus den Keplerschen Gesetzen direkt die Gleichung  $A = j \times M_1 M_2 / r$ .“

Prof. HÖFLERS Absicht ist dabei, an einem konkreten Beispiel auf gewisse Schwierigkeiten hinzuweisen, die sich einer energetischen Behandlungsweise entgegenstellen sollen, denn er fährt fort: „Ich sage natürlich nicht, daß die Ableitung nicht möglich wäre; hat ja doch bei der umgekehrten Aufgabe (die nicht mehr Newton selbst, sondern erst das XVIII. Jahrhundert zu lösen vermocht hatte): ‚Aus dem als gegeben vorausgesetzten Kraftgesetze die phoronomischen Gesetze für die Bahnform und Geschwindigkeit abzuleiten‘, das Prinzip der lebendigen Kräfte (nebst dem Flächensatz), also das, was wir heute Arbeitsmaß nennen, eine wesentliche Rolle gespielt. Aber so sehen auch erst wir die Dinge, die wir durch die Geschichte der Wissenschaft vom Kraftbegriff zum Arbeitsbegriff geführt worden sind. Wie aber sieht die psychologische (wenn auch noch so unhistorische, worüber wir uns jetzt hinwegsetzen wollen) und vollends die logische Einführung des Arbeitsbegriffes in die Gravitationsmechanik aus, wenn man es so radikal anpackte, wie es die Energetiker wollen?“

Bedenkt man aber, daß der Begriff des Potentials, der sich nahe mit dem Arbeitsbegriff berührt, nur deswegen eingeführt worden ist, um die Wirkungsweise der nach dem Quadrate der Entfernung abnehmenden Kräfte einfacher darstellen zu können, so muß man sich doch fragen, ob denn wirklich nicht die obige Aufgabe in einfachster Weise zu lösen sei. Wenn das aber tatsächlich der Fall sein sollte — und dies wird im folgenden gezeigt werden —, so scheint mir damit auch ein erheblicher Teil der oben gegen den energetischen Standpunkt vorgebrachten Einwürfe entkräftet zu werden.

I. Wir haben uns dabei, weil die Aufgabe der Energetik gestellt worden ist, auch deren Auffassungsweise zu eigen zu machen und legen daher unseren weiteren Betrachtungen folgende Voraussetzungen zugrunde:

1. Die Gültigkeit des Energieprinzipes. Zwar kann dieses zu allererst nur auf induktivem Wege abgeleitet werden, so daß jedes einzelne hierher gehörige, irgendwie zu lösende Problem zu seiner Fundamentierung mitverwandt sein muß. Das hindert aber nicht, daß bei Anwendungen auf spezielle Fälle der logische Gang umgekehrt wird, und dann die Folgerungen mit den Erfahrungstatsachen verglichen werden.
2. Der Ausdruck für lebendige Kraft ist  $\frac{m v^2}{2}$ . Wesentlich für uns ist nur, daß für einen und denselben Körper die lebendige Kraft proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit ist; es mag dies etwa durch das bekannte Hirnsche Experiment zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalentes aus der lebendigen Kraft des Stoßes dargetan sein.
3. Es sollen nur Umwandlungen zwischen der lebendigen Kraft und der Distanzenergie oder umgekehrt vor sich gehen, das Entstehen einer dritten Energieart aber ausgeschlossen sein.
4. Die drei Keplerschen Gesetze sollen bekannt sein.

Unter diesen Voraussetzungen ist nun der Ausdruck für die Distanzenergie abzuleiten.

Zunächst muß an Orten, die von  $S$  (Fig. 1) gleiche Entfernung haben, auch die Distanzenergie gleich sein.

Denn wenn  $SA = SB$  ist, so muß, wie unmittelbar aus dem ersten Keplerschen Gesetz folgt, ein durch  $A$  und  $B$  gehender Planet einen solchen Kegelschnitt beschreiben, daß  $A$  und  $B$  symmetrisch zu der großen Achse gelegene Punkte sind. Dann muß aber, da nach dem zweiten Keplerschen Gesetze der Radiusvektor in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume beschreiben soll, die Geschwindigkeit in  $A$  gleich der Geschwindigkeit in  $B$  sein, somit auch die lebendige Kraft in  $A$  ebenso groß wie die



lebendige Kraft in  $B$  sein. Es hat sich daher auch die Distanzenergie nicht ändern können, weil nach den obigen Voraussetzungen eine solche Änderung notwendig auch eine Änderung der lebendigen Kraft im Gefolge haben müßte.

Soll also (Fig. 2) der Unterschied der Distanzenergie in  $A$  und  $B$  bestimmt werden, so ist das genau dasselbe, als wenn der Unterschied der Distanzenergie zwischen den beiden Punkten  $A$  und  $C$  gesucht werden soll, wo  $C$  auf der Verlängerung von  $AS$  liegt, und wo  $SC = SB$  ist. Ein durch  $A$  und  $C$  gehender Planet kann aber nach dem ersten Keplerschen Gesetz eine Ellipse beschreiben, deren große Achse  $2a = AC$  und deren kleine Achse  $2b = 2\sqrt{a^2 - e^2}$  ist, wo  $e$  die Entfernung von  $S$  bis zur Mitte von  $AC$  ist.

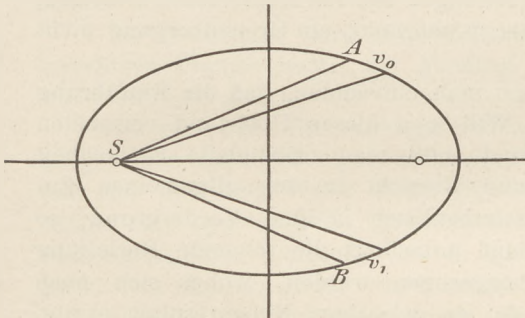


Fig. 1.

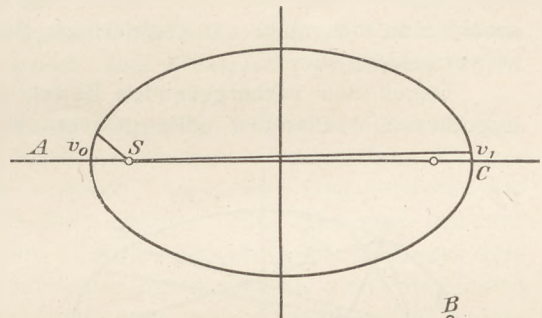


Fig. 2.

Wir nennen nun  $T$  die Umlaufszeit des Planeten. Ist ferner dessen Geschwindigkeit bei  $A$  gleich  $v_0$  und bei  $C$  gleich  $v_1$ , so ist das in der Zeiteinheit vom Radiusvektor beschriebene Flächenstück bei  $A$  gleich  $\frac{a-e}{2} v_0$  und bei  $C$  gleich  $\frac{a+e}{2} v_1$ , und es muß, da der Inhalt der Ellipse  $ab\pi$  ist, nach dem zweiten Keplerschen Gesetze

$$T = \frac{2ab\pi}{v_0(a-e)} \quad \text{und} \quad T = \frac{2ab\pi}{v_1(a+e)}$$

sein. Hieraus folgt

$$v_0 = \frac{2ab\pi}{T(a-e)} \quad \text{und} \quad v_1 = \frac{2ab\pi}{T(a+e)},$$

und der Verlust an lebendiger Kraft ist

$$\begin{aligned} \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} &= \frac{m}{2} \frac{4a^2 b^2 \pi^2}{T^2 (a-e)^2} - \frac{m}{2} \frac{4a^2 b^2 \pi^2}{T^2 (a+e)^2} \\ &= \frac{m}{2} \frac{4a^2 b^2 \pi^2}{T^2} \left( \frac{1}{(a-e)^2} - \frac{1}{(a+e)^2} \right) = \frac{m}{2} \frac{4a^2 b^2 \pi^2}{T^2} \left( \frac{1}{a+e} + \frac{1}{a-e} \right) \left( \frac{1}{a-e} - \frac{1}{a+e} \right) \\ &= \frac{m}{2} \frac{4a^2 b^2 \pi^2}{T^2} \frac{2a}{a^2 - e^2} \left( \frac{1}{a-e} - \frac{1}{a+e} \right) = \frac{4m a^3 \pi^2}{T^2} \left( \frac{1}{a-e} - \frac{1}{a+e} \right). \end{aligned}$$

Der Verlust an lebendiger Kraft ist aber gleich dem Gewinn an Distanzenergie, und da nach dem dritten Keplerschen Gesetze die Quadrate der Umlaufzeiten sich verhalten wie die Kuben der großen Achsen, also  $\frac{a^3}{T^2}$  eine Konstante ist, so ist der Unterschied der Distanzenergie in  $A$  und  $B$  gleich

$$-m \cdot M \left( \frac{1}{AS} - \frac{1}{BS} \right),$$

wo  $M$  eine nur vom Zentralkörper abhängige Konstante ist, die daher als Maß für dessen Masse dienen kann.

Das quadratische Kraftgesetz findet man unmittelbar aus dem Ausdruck für die Distanzenergie, da für zwei nahegelegene Punkte das Produkt aus Kraft  $\times$  Entfernung

gleich dem Unterschiede der Distanzenergie sein muß. Ist nun  $r$  die Entfernung des ersten Punktes vom Zentralkörper und  $r + \Delta r$  die des zweiten auf demselben Radius gelegenen Punktes, so ist

$$K \cdot \Delta r = - M m \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r + \Delta r} \right) = - M m \frac{\Delta r}{r(r + \Delta r)}.$$

Demnach

$$K = - \frac{M m}{r(r + \Delta r)} = - \frac{M m}{r^2},$$

da  $\Delta r$  gegen  $r$  verschwinden muß.

Immerhin kann man das Kraftgesetz auf diese Weise ohne eine Differentiation nicht ableiten, wie denn auch bei andern Herleitungen aus den Keplerschen Gesetzen, sobald man sich nicht auf kreisförmige Bahnen beschränkt, ein Grenzübergang nicht zu vermeiden ist.

Gegen den vorhergehenden Beweis kann man einwenden, daß die Einführung hypothetischer Planeten nötig gewesen ist. Will man diesen Übelstand vermeiden und stellt man prinzipielle Einfachheit und Einsicht in den allgemeinen Zusammenhang in den Vordergrund, so muß unbedingt die folgende Herleitung vorgezogen werden, wobei sich noch als ein wichtiges Nebenresultat ergibt, daß sich das dritte Keplersche Gesetz — wie natürlich auch auf anderem Wege, wenn auch nicht so einfach wie mit Hilfe energetischer Betrachtungen, gezeigt werden kann — als bloße Folgerung aus den beiden ersten Gesetzen erweist.

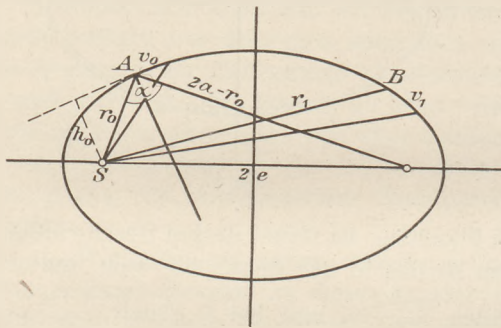


Fig. 3.

Es seien A und B (Fig. 3) zwei beliebige Punkte einer elliptischen Planetenbahn mit der großen Achse  $2a$  und der kleinen Achse  $2b$ . In dem einen Brennpunkt der Ellipse stehe der Zentralkörper S, und es sei die Entfernung  $SB$  mit  $r_1$  bezeichnet; entsprechend seien  $v_0$  und  $v_1$  die Geschwindigkeiten des Planeten in A und B. Dann ist zunächst das vom Radiusvektor  $r_0$  in der Zeiteinheit beschriebene Flächenstück gleich  $\frac{v_0 h_0}{2}$ , wo nach der Figur  $h_0 = r_0 \cos \frac{\alpha}{2}$  ist, weil die Ellipsennormale in A den Winkel  $\alpha$  zwischen den beiden Radienvektoren  $r_0$  und  $2a - r_0$  halbiert.

Nach einem bekannten trigonometrischen Satze ist aber in dem von  $2e$ ,  $r_0$ ,  $2a - r_0$  gebildeten Dreiecke

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(a+e)(a-e)}{r_0(2a-r_0)}} = \sqrt{\frac{b^2}{r_0(2a-r_0)}},$$

also das vom Radiusvektor  $r_0$  in der Zeiteinheit beschriebene Flächenstück gleich

$$\frac{v_0 \cdot r_0}{2} \sqrt{\frac{b^2}{r_0(2a-r_0)}}.$$

Daher ist nach dem zweiten Keplerschen Gesetze die Umlaufzeit

$$T = \frac{2ab\pi}{v_0 r_0} \sqrt{\frac{r_0(2a-r_0)}{b^2}}$$

und

$$\frac{v_0^2}{2} = \frac{2a^2\pi^2}{T^2} \left( \frac{2a}{r_0} - 1 \right).$$



Ebenso ist

$$\frac{v_1^2}{2} = \frac{2 a^3 \pi^2}{T^2} \left( \frac{2 a}{r_1} - 1 \right),$$

also ist der Verlust an lebendiger Kraft

$$m \left( \frac{v_0^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} \right) = \frac{4 m a^3 \pi^2}{T^2} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right).$$

Es muß daher die Differenz der Distanzenergie in den beiden Punkten  $A$  und  $B$  gleich

$$- \frac{4 m a^3 \pi^2}{T^2} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right)$$

sein.

Ist  $r_0 = r_1$ , so wird diese Differenz gleich Null, d. h. für zwei Punkte einer beliebigen Planetenbahn, die gleichen Abstand vom Zentralkörper haben, ist die Distanzenergie gleich.

Ob aber auch für beliebige andere Punkte mit gleichem Abstände vom Zentralkörper, die nicht auf einer wirklichen Planetenbahn liegen, derselbe Satz gilt, das läßt sich auf diese Weise nicht allgemein beweisen. Dazu muß man entweder wie früher eine hypothetische Planetenbahn zu Hilfe nehmen, oder man muß sich auf Symmetriegründe berufen, daß in gleichen Entfernungen auch die Distanzenergie gleich sein muß, da ja das Gravitationsfeld nach allen Richtungen hin gleich beschaffen ist. Trotz der großen Evidenz einer solchen Überlegung würde natürlich eine andere Herleitung aus tatsächlichen, der Beobachtung zugänglichen Verhältnissen vorzuziehen sein; man muß aber bedenken, daß ein jedes allgemein formulierte Naturgesetz Bestandteile enthält, die über die Erfahrung hinausgehen, weil stillschweigend das Gesetz als gültig nicht nur für wirkliche, sondern auch für gedachte Körper angenommen wird, mit der einzigen Beschränkung, daß die in dem formulierten Gesetze ausgesprochenen Bedingungen erfüllt sein müssen.

Nachdem wir so den Standpunkt gewonnen haben, daß (von den Massen der Planeten abgesehen, die ja für die phoronomischen Bewegungsgesetze nicht in Betracht kommen) die Distanzenergie für alle Punkte, die gleichen Abstand vom Zentralkörper haben, auch gleich sein muß, und daher auch ihr Ausdruck eine eindeutige Funktion der Entfernung sein muß, können wir leicht die Abhängigkeit des dritten Keplerschen Gesetzes von den beiden andern beweisen.

Auf zwei beliebigen Planetenbahnen um denselben Brennpunkt  $S$ , von denen die eine die Achsen  $2 a$  und  $2 b$ , die andere die Achsen  $2 a_1$  und  $2 b_1$  haben mögen, wählen wir auf der ersten Bahn die beiden Punkte  $A$  und  $B$  und auf der zweiten Bahn die Punkte  $A_1$  und  $B_1$ , so daß  $SA = SA_1 = r_0$  und  $SB = SB_1 = r_1$  ist.

Dann ist nach den vorhergehenden Entwicklungen der Unterschied der Distanzenergie zwischen  $A$  und  $B$  — mit Weglassung der hier gleichgültigen Planetenmassen —

$$- \frac{4 a^3 \pi^2}{T^2} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right),$$

und entsprechend zwischen  $A_1$  und  $B_1$  gleich

$$- \frac{4 a_1^3 \pi^2}{T_1^2} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1} \right),$$

wo  $T$  und  $T_1$  natürlich die entsprechenden Umlaufzeiten sind.

In  $A$  ist nun die Distanzenergie ebenso groß wie in  $A_1$ , dasselbe gilt für die Punkte  $B$  und  $B_1$ ; die obigen Differenzen müssen also einander gleich sein, d. h. es ist

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{a_1^3}{T_1^2},$$

identisch mit dem Ausdruck des dritten Keplerschen Gesetzes.

So erweist sich dieses als eine unmittelbare Folgerung aus den beiden ersten Gesetzen, und es wäre sehr zu wünschen, wenn dieser Zusammenhang mehr, als es gewöhnlich geschieht, in den elementaren Lehrbüchern der Physik zum Ausdruck käme. Auch verdient hervorgehoben zu werden, daß im vorhergehenden, wo von dem Energieprinzip ausgegangen wird, kein Grenzübergang vorkommt, während man mit der engeren Dynamik des Kraftbegriffes, wenn man gleiche Allgemeinheit anstrebt, ohne eine eigentliche oder verkleidete Differentiation nicht auskommen dürfte.

II. Auch bei der Lösung der umgekehrten Aufgabe: „Aus dem als gegeben vorausgesetzten Ausdruck für die Distanzenergie die phoronomischen Gesetze für die Bahnform und die Geschwindigkeiten zu finden“, leistet das Energieprinzip ausgezeichnete Dienste, da sich auf Grund desselben die gesuchten Gesetze leichter und einfacher ableiten lassen als mit Hilfe des Kraftbegriffes<sup>1)</sup>.

Wir entwickeln zu dem Zwecke in der gewöhnlichen, aus den Lehrbüchern bekannten Weise zunächst das zweite Keplersche Gesetz oder den Flächensatz.

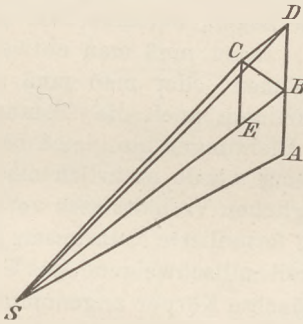


Fig. 4.

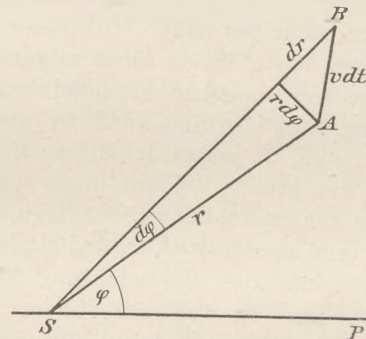


Fig. 5.

Nach einem sehr allgemeinen Gesetze der Energetik tritt unter allen Bewegungen, die mit den Systemsbedingungen verträglich sind, stets diejenige ein, welche in gegebener Zeit den größtmöglichen Energieumsatz gewährleistet. Es läßt sich aber leicht zeigen, daß die Änderung der Distanzenergie in der Richtung auf den Zentralkörper hin am stärksten ist; somit wird sich auch ein Körper, der ohne eigene Geschwindigkeit in das Gravitationsfeld hineinversetzt wird, geradlinig auf dem Radiusvektor nach dem Zentralkörper zu bewegen.

Es habe nun im allgemeinen Falle einer krummlinigen Bahn der Körper in einer kleinen Zeit eben die Strecke  $AB$  mit der Geschwindigkeit  $v$  zurückgelegt; er würde dann, wenn er der Wirkung des Gravitationsfeldes entzogen wäre, in dem nächsten gleichen Zeitteilchen nach  $D$  gelangen, wo  $D$  auf der Verlängerung von  $AB$  liegt und  $BD = AB$  ist. Da ihn aber gleichzeitig die Gravitation allein auf dem Radiusvektor etwa bis nach  $E$  bringen würde, so muß die wirkliche Bewegung nach einer Zwischenrichtung  $BC$  vor sich gehen, die sich aus den beiden früheren nach dem Parallelogramme der Geschwindigkeiten zusammensetzt. Man sieht aber sofort, daß  $\triangle SAB = \triangle SBD = \triangle SBC$  ist, woraus leicht der Flächensatz folgt.

Der weitere Ansatz ergibt sich an Hand der Fig. 5 folgendermaßen.

Zu einer bestimmten Zeit  $t$  befinde sich wie oben der Körper in  $A$ , wo  $SA$  — der Kürze wegen mit  $r$  bezeichnet — mit einer passend zu wählenden Richtung  $SP$  den Winkel  $\varphi$  einschließen möge. In dem nächsten Zeitteilchen  $dt$  gelange der Körper auf seiner Bahn bis  $B$ , so daß  $AB = v dt$  und

$$v^2 dt^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2$$

ist.

<sup>1)</sup> Anmerkung der Redaktion. Man vergleiche hierzu H. Januschke, d. Zeitschr. II, 71. und H. Puning, d. Zeitschr. IX, 26.



In der Zeit  $dt$  beschreibt dann der Radiusvektor das Flächenstück  $\frac{1}{2} r^2 d\varphi$ , also in der Zeiteinheit das Flächenstück  $\frac{1}{2} r^2 \frac{d\varphi}{dt}$ . Nach dem soeben hergeleiteten Flächensatz ist dies aber gleich einer Konstante, also

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = c$$

und somit

$$dt = \frac{r^2 d\varphi}{c}$$

Setzt man dies in die frühere Gleichung ein, so folgt

$$\frac{v^2 r^4 d\varphi^2}{c^2} = dr^2 + r^2 d\varphi^2.$$

Aus dem Energieprinzip schließt man aber, daß die Summe aus Distanzenergie und lebendiger Kraft konstant ist, also

$$\frac{v^2}{2} - \frac{M}{r} = E.$$

Somit läßt sich die vorhergehende Differentialgleichung umformen in

$$2 \left( E + \frac{M}{r} \right) \frac{r^4 d\varphi^2}{c^2} = dr^2 + r^2 d\varphi^2$$

oder

$$d\varphi^2 \left( 2E + \frac{2M}{r} - \frac{c^2}{r^2} \right) = c^2 \left( \frac{dr}{r^2} \right)^2.$$

Setzt man noch

$$\frac{c}{r} - \frac{M}{c} = z,$$

woraus

$$\frac{c dr}{r^2} = -dz$$

folgt, so wird

$$d\varphi^2 \left( 2E + \frac{M^2}{c^2} - z^2 \right) = dz^2$$

oder

$$d\varphi = \pm \frac{dz}{\sqrt{2E + \frac{M^2}{c^2} - z^2}}.$$

Die Integration ergibt

$$\varphi = \mp \arccos \frac{z}{\sqrt{2E + \frac{M^2}{c^2}}},$$

wenn das Bezugssystem so gewählt wird, daß die Integrationskonstante fortfällt.

Demnach ist

$$\mp \frac{z}{\sqrt{2E + \frac{M^2}{c^2}}} = \cos \varphi,$$

d. h.

$$\frac{c}{r} - \frac{M}{c} = \mp \sqrt{2E + \frac{M^2}{c^2}} \cos \varphi$$

und

$$r = \frac{c}{\frac{M}{c} \mp \sqrt{2E + \frac{M^2}{c^2}} \cos \varphi},$$

was die Polargleichung eines Kegelschnittes ist.

Auch bei dieser Ableitung ist der Kraftbegriff und nicht auf Kosten der Einfachheit vollkommen umgangen worden.

## Über elementare Mechanik.

Bericht über Vorträge von Geheimrat Prof. F. Klein beim Göttinger Ferienkurs Ostern 1910.

Von

F. Pfeiffer in Göttingen.

Aus Anlaß des im April 1910 in Göttingen stattgehabten Ferienkurses für Oberlehrer sprach Geheimrat KLEIN in drei Doppelstunden über elementare Mechanik. Über die vorgebrachten Gegenstände, die keineswegs Anspruch darauf machen, neu zu sein, die aber vielleicht doch nicht allseits bekannt sein dürften, sollen die folgenden Seiten berichten. An die Vorträge schlossen sich Diskussionen und eigene Versuche der Teilnehmer mit den vorgeführten Apparaten an; einige wesentliche Punkte der Diskussionen sind in das Folgende, das die Vorträge ihrem Inhalte nach, aber keineswegs wörtlich wiedergeben soll, miteinbezogen. Es wird Wert darauf gelegt, daß der Bericht gerade in dieser Zeitschrift erscheint, deren Leser für die vorgetragenen Dinge besonderes Interesse haben dürften. —

Ist die Mathematik einerseits auch berufen, allein durch ihren innern Gehalt zur Geltung zu kommen, so soll sie andererseits doch auch die Verbindung mit den Nachbargebieten, vor allem Physik und Mechanik, pflegen, und eine Forderung der Meraner Lehrpläne und der verwandten Reformbestrebungen ist gerade die, diese Anwendungen der Mathematik schon an der Schule innerhalb des mathematischen Unterrichts möglichst zu berücksichtigen. Die fortwährende Betonung der graphischen Methoden, die frühzeitige Einführung des Funktionsbegriffs und die Absicht, diese Dinge organisch in den Unterricht zu verweben, dienen dem genannten Zwecke.

Ausführungen darüber, wie der Mathematikunterricht im Sinne dieser Ideen zu gestalten sei, beschäftigten wiederholt die Ferienkurse der letzten Jahre<sup>1)</sup>; diesmal wollen wir uns einem der Anwendungsgebiete selbst zuwenden und an einigen Beispielen aus der elementaren Mechanik das Zusammengehen einfachster Mathematik mit mechanischer Auffassung kennen lernen.

Was die Wahl des Stoffes betrifft, so sollen Dinge behandelt werden, die im wesentlichen noch im Interessenkreis der Schule liegen, die aber, wie Schwerpunkts- und Flächensatz, bei der ohnedies etwas knappen Behandlung der Mechanik in vielen Physikbüchern meist kaum berücksichtigt werden, oder die, wie Reibung und Kreiselwirkung, vielfach eine unbefriedigende und unvollkommene Darstellung erfahren. Unsere Darstellung selbst soll durch dauernde Heranziehung des Experiments möglichst lebendig gestaltet werden; im übrigen kann sie sich nur an den Lehrer wenden, dem es vorbehalten bleiben muß, das Gebotene dann zweckdienlich für den Unterricht auszugestalten.

### I. Satz von der Erhaltung der Energie, Schwerpunkts- und Flächensatz.

Wir benutzen zur Demonstration dieser Sätze Apparate, bei denen durch Verwendung von Kugellagern dafür gesorgt ist, daß die in Betracht kommende Beweglichkeit möglichst wenig durch Reibung beeinträchtigt wird. Der von Prof. PRANDTL (Göttingen) konstruierte und besonders zur Demonstration des Satzes von der Erhaltung der Energie geeignete Apparat stellt einen Kurbelmechanismus

<sup>1)</sup> Vgl. die Berichte: Klein-Riecke, Über angewandte Math. u. Phys. in ihrer Bedeutung für den Unterricht an den höhern Schulen, Leipzig 1900; Klein-Riecke, Neue Beiträge zur Frage des math. u. phys. Unterrichts an den höhern Schulen, Leipzig 1904; Bericht Schröder 1906 u. Bericht Schimmack 1908, beide in der Zeitschr. f. d. math. u. naturwiss. Unterricht. Vgl. auch die Schrift Klein-Schimmack: Vorträge über den math. Unterricht an den höh. Schulen, Teil I, Leipzig 1907.



vor (Fig. 1), wie er zur Demonstration der Massenwirkung bei mehrkolbigen Dampfmaschinen dienlich ist. Auf einem Wellenstück  $a$  (Fig. 1a) können zwei Kurbelarme  $b$  und  $c$  unter verstellbarem Winkel  $\varphi$  befestigt werden; von den Kurbelzapfen aus führen 2 Stangen  $d$  und  $e$  nach den Zapfen  $f$  und  $g$ . Diese Zapfen tragen schwere Massen  $m_1 = m_2$ , die sehr groß sind gegenüber allen andern Massen des Mechanismus, und sind selbst wieder durch Stangen  $h$  und  $i$  drehbar mit Zapfen  $k$  und  $l$  verbunden. Das Ganze ist auf ein horizontal gestelltes Brett montiert. Wird dem zwangsläufigen System, auf das außer der für Bewegung in horizontaler Ebene nicht in Betracht kommenden Schwerkraft und der möglichst klein gehaltenen Reibung keine äußern Kräfte wirken, eine Geschwindigkeit erteilt, so bleibt die kinetische Energie des Systems, abgesehen von den verhältnismäßig geringen Reibungsverlusten konstant.

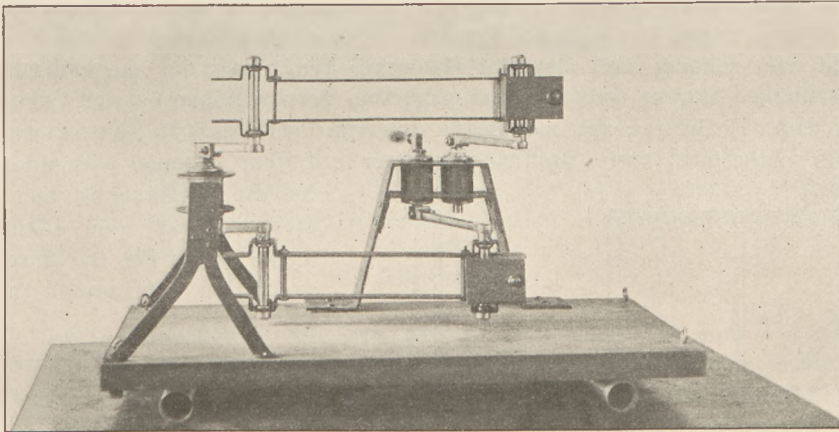


Fig. 1.

Daraus folgt dann, daß für  $\varphi = 0^\circ$  und  $\varphi = 180^\circ$  die Bewegung der Kurbeln in hohem Grade ungleichförmig ist, da die beiden großen Massen gleichzeitig ihre Bewegungsrichtung umkehren, d. h. die Geschwindigkeit Null haben, wobei die Kurbelzapfen die ganze kinetische Energie des Systems aufzunehmen haben. Bei  $\varphi = 90^\circ$  hat eine nahezu gleichförmige Bewegung der Kurbeln statt, da hier  $m_1$  seine größte Geschwindigkeit hat, wenn  $m_2$  in Ruhe ist, und umgekehrt.

Derselbe Apparat kann dazu dienen, den Schwerpunktssatz zu veranschaulichen; er wird dazu zweckmäßig auf zwei parallele glatte Metallwalzen auf möglichst glatter horizontaler Unterlage gesetzt (Fig. 1), so daß er von links nach rechts möglichst reibungsfrei beweglich ist. Der Schwerpunkt der hin- und hergehenden Massen wandert bei  $\varphi = 0^\circ$  hin und her; da beim Fehlen horizontalgerichteter äußerer Kräfte der Gesamtschwerpunkt in Ruhe bleibt, so muß der ganze Apparat kompensierende Bewegungen ausführen. Diese fallen weg, wenn bei  $\varphi = 180^\circ$  der Schwerpunkt der hin- und hergehenden Massen selbst in Ruhe bleibt.

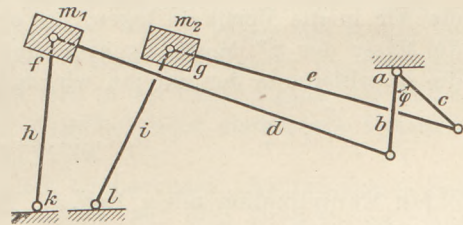


Fig. 1a.

Ein einfacherer und mit geringeren Mitteln herzustellender Apparat zur Demonstration des Schwerpunktssatzes ist ein in vertikaler Ebene schwingendes Pendel, das an einem in horizontaler Richtung frei beweglichen Gestell befestigt ist, etwa in der Art der nebenstehenden Fig. 2. Ausschlägen des Pendels im einen

Sinne entsprechen Bewegungen des Gestells im entgegengesetzten; es ist nur in erster Linie für möglichst reibungsfreie Bewegung der Rädchen auf genau horizontaler Unterlage Sorge zu tragen. (Präzise Ausführung dieser Versuche mit dem Apparat von TÖPLER, vgl. diese Zeitschrift I, S. 137).

Die Idee, den Schwerpunktssatz am menschlichen Körper selbst auf Rollschuhen zu demonstrieren, dürfte wohl das Interesse der Schüler erwecken und ließe sich prinzipiell leicht so verwirklichen, daß man nach ruhiger Aufstellung auf den Rollschuhen die Arme mit leidlich schweren Gewichten pendeln läßt. Die praktische Ausführung muß jedoch auf eine Reihe von störenden Nebenumständen Rücksicht nehmen: Die Ausführung der billigeren Sorten von Rollschuhen ist meist mangelhaft, insofern die Rädchen nicht vollständig rund sind oder zuviel Reibung haben. Die Beschaffenheit des Fußbodens bedingt ebenfalls vielfach zu große Reibung, und schließlich gehört eine gewisse Übung der Versuchsperson dazu, unfreiwillige Kompensationsbewegungen des eigenen Körpers zu vermeiden.

Sehr viel schöner läßt sich der Gedanke, den Inhalt der mechanischen Sätze am menschlichen Körper selbst zu demonstrieren, verwirklichen bei der Veranschaulichung des Flächensatzes mit Hilfe des von Prof. PRANDTL konstruierten Drehschemels.

Möglichst freie Drehbarkeit einer auf dem Schemel stehenden Person um die Vertikale ist hier dadurch erreicht, daß eine ebene Standfläche (vgl. Fig. 3) durch einen vertikalen Stützzapfen mit einer

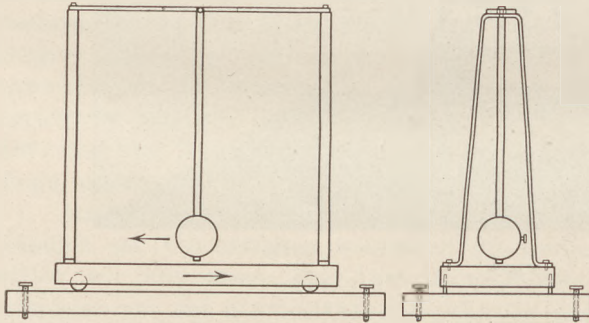


Fig. 2.

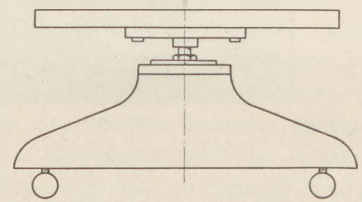


Fig. 3.

auf dem Boden feststehenden Platte drehbar verbunden ist, wobei die Reibung an der Stützfläche und der seitlichen Führung des Zapfens durch Verwendung von Kugellagern, die einem Fahrrad entnommen sind, möglichst klein gehalten ist<sup>2)</sup>.

Es möge eine kurze Rekapitulation des Flächensatzes in bezug auf die  $z$ -Achse, die wir in die Vertikale legen, für ein System von Massenpunkten genügen: Ist  $m_k$  die Masse des  $k^{\text{ten}}$  Massenpunktes, sind  $x_k, y_k, z_k$  seine Koordinaten, und ist  $X_k, Y_k, Z_k$  die Resultierende der auf ihn wirkenden Kräfte, so folgt aus:

$$m_k \frac{d^2 x_k}{dt^2} = X_k, \quad m_k \frac{d^2 y_k}{dt^2} = Y_k$$

durch Multiplikation mit  $y_k$  bzw.  $x_k$ , Subtraktion und nachfolgender Integration nach der Zeit  $t$ :

$$m_k \left( y_k \frac{dx_k}{dt} - x_k \frac{dy_k}{dt} \right) = \int (y_k X_k - x_k Y_k) dt = \int N_k dt,$$

wenn das Drehmoment

$$y_k X_k - x_k Y_k = N_k$$

<sup>2)</sup> Vgl. auch: E. Meyer, Die Verwendung von Modellen zur Veranschaulichung wichtiger Sätze der technischen Mechanik im Hochschulunterricht für Maschineningenieure (Zeitschr. d. Vereins deutsch. Ingen. Jahrg. 1909, S. 1301).



gesetzt wird. Die Summation über alle Massenpunkte liefert:

$$\sum_k m_k \left( y_k \frac{dx_k}{dt} - x_k \frac{dy_k}{dt} \right) = \sum_k \int N_k dt = \int \sum_k N_k dt = \int N dt,$$

wenn

$$N = \sum_k N_k$$

ist. Da bei der Summation auf der rechten Seite die Momente aller inneren Kräfte hinausfallen, so folgt für den Fall, daß äußere Kräfte am System nicht vorhanden:

$$\sum_k m_k \left( y_k \frac{dx_k}{dt} - x_k \frac{dy_k}{dt} \right) = \text{konst.}$$

Die Umsetzung in Polarkoordinaten gibt, wenn  $r_k$  der Abstand des  $k^{\text{ten}}$  Massenpunktes von der  $z$ -Achse ist, und nur Drehung um die  $z$ -Achse mit der Winkelgeschwindigkeit  $\varphi'$  besteht:

$$\sum_k m_k r_k^2 \varphi' = \text{konst.}$$

oder

$$\sum_k \mathfrak{I}_k \varphi' = \text{konst.} \quad 1)$$

wobei  $\mathfrak{I}_k = m_k r_k^2$  das Trägheitsmoment der Masse  $m_k$  für die  $z$ -Achse ist. Sind speziell alle  $\varphi'_k = \varphi'$ , dreht sich also beispielsweise das System mit ungeänderter Konfiguration um die  $z$ -Achse, so ist:

$$\varphi' \cdot \sum_k \mathfrak{I}_k = \text{konst.} \quad 2)$$

Ein erstes Experiment auf dem Drehschemel gibt eine deutliche Illustration der Gl. 2): Eine auf dem Schemel stehende Person, der eine gewisse Winkelgeschwindigkeit um die  $z$ -Achse erteilt und die dann weiterhin keiner Einwirkung äußerer Momente um die  $z$ -Achse ausgesetzt ist, kann ihre Winkelgeschwindigkeit um diese Achse dadurch abändern, daß sie durch Ausstrecken oder Anlegen der Arme das Trägheitsmoment um die  $z$ -Achse abändert. Durch in den Händen gehaltene Gewichtsstücke wird die Abänderung der Winkelgeschwindigkeit noch stärker und der Erfolg ein besonders augenscheinlicher.

Eine interessante Frage, die sich auf Grund von Gl. 1) beantworten läßt, ist die: Kann sich ein von Hause aus ruhendes System, für das also:

$$\sum_k \mathfrak{I}_k \varphi'_k = 0$$

ist, ohne Einwirkung äußerer Kräfte drehen? Diese Frage, die früher vielfach verneint wurde, hat eine interessante Geschichte: sie ist solidarisch mit der Frage, ob es möglich ist, daß eine fallende Katze stets mit den Füßen zuerst am Boden ankommt<sup>3)</sup>. Näheres über dieses Problem, das von MAREY und andern französischen Gelehrten 1894 ausführlich studiert wurde, findet sich in der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften in dem Artikel von Stäckel über elementare Dynamik (6. Artikel des 1909 erschienenen Teilbandes IV, 1)<sup>4)</sup>.

Wir erwähnen noch ein Experiment mit dem Drehschemel, das prinzipiell sich mit dem erwähnten Problem vollständig deckt. Eine auf dem Drehschemel ohne Rotationsgeschwindigkeit in normaler Stellung stehende Person verdreht zunächst Ober- und Unterkörper gegeneinander. Sie streckt dann die Arme aus, wodurch sie das Trägheitsmoment des Oberkörpers vergrößert, und dreht nun den Oberkörper soweit zurück, bis Ober- und Unterkörper wieder ihre normale Lage zueinander

<sup>3)</sup> *Ann. d. Red.* Man vgl. auch C. Hartmann, diese Zeitschr. XX, 314.

<sup>4)</sup> Es sei bei dieser Gelegenheit auf dieses Referat sowie auf das Werk von Föppel, Vorlesungen über technische Mechanik, Bd. I, IV, VI, als diejenigen Publikationen hingewiesen, welche zu einem tiefern Eindringen in die von uns gestreiften Fragen gerade für die Lehrer an den höhern Schulen wohl am besten geeignet sind.

haben. Nach Senken der Arme befindet sie sich wieder in der normalen Stellung, hat sich aber um einen bestimmten Winkel in der Richtung der zuerst mit dem Oberkörper ausgeführten Bewegung gedreht. Durch Wiederholung kann man sich so diskontinuierlich um einen beliebigen Winkel um die Körperachse drehen.

Aber auch eine kontinuierliche Drehung kann ein solches freies System von selbst, d. h. nur mit Hilfe innerer Kräfte, ausführen. Das Herumführen des Armes oder eines Gewichtes im horizontalen Kreise durch eine auf dem Drehschemel stehende Person bewirkt eine Drehung der Person selbst im entgegengesetzten Sinn. — Noch deutlicher tritt diese Wirkung auf bei folgendem Experiment: Die ohne Drehung auf dem Schemel stehende Versuchsperson erteilt einem in der Hand gehaltenen Rade (wir benutzen das eine Rad eines Fahrrads, in dessen Peripherie zur Vergrößerung des Trägheitsmomentes ein Bleiring eingelegt ist) eine Rotation um seine horizontal gehaltene Achse. Sie hebt die Achse, bis diese vertikal steht, und nimmt dadurch eine Rotation in entgegengesetztem Sinne wie das Rad an; Senken der Achse in die um  $180^\circ$  geänderte vertikale Lage verwandelt den Drehsinn in den umgekehrten. Der mathematische Beweis aller dieser Ergebnisse stützt sich auf Gl. 1).

Alle diese Demonstrationsmöglichkeiten der mechanischen Sätze am menschlichen Körper selbst legen wohl den Gedanken nahe, auf ihr Auftreten beim Turnen, Spiel und Sport und weiterhin im täglichen Leben überhaupt das Augenmerk zu richten; Ansätze hierzu sind in der Schrift von KOHLRAUSCH: „Die Physik des Turnens“, und dem Enzyklopädieartikel von WALKER: „Über Spiel und Sport“ (Teilband IV, 2, Art. 9), gemacht.

## II. Über das sog. Coulombsche Reibungsgesetz.

Wenn es bei den bisher besprochenen Apparaten eine Hauptbedingung war, die Reibung möglichst klein zu machen, so mögen nun einige Ausführungen eben über die Reibung selbst folgen, die einerseits die meist sehr knappe Darstellung der Reibung in den Physikbüchern ergänzen sollen, und die andererseits auf Erörterungen hinweisen sollen, zu denen die traditionellen Gesetze der Reibung im letzten Jahrzehnt Veranlassung gaben.

Diese traditionellen Gesetze, die man gewöhnlich als „Coulombsche Gesetze der Reibung“ bezeichnet, sagen aus, daß die Reibung bei Bewegung dem Sinne nach

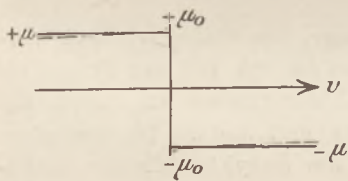


Fig. 4.

der Bewegung des reibenden Körpers entgegengesetzt, dem absoluten Betrage nach unabhängig von der Geschwindigkeit  $v$  und gleich  $\mu P$  ist, wo  $P$  den Normaldruck und  $\mu$  den Reibungskoeffizient der Bewegung bezeichnet. Die Reibung der Ruhe kann jeden Wert zwischen  $+\mu_0 P$  und  $-\mu_0 P$  haben, wo  $\mu_0$  der Reibungskoeffizient der Ruhe heißt und wobei  $\mu_0 > \mu$  ist. Beistehendes Diagramm veranschaulicht diese Aussagen für  $P = 1$ .

Dazu ist zunächst zu bemerken, daß es sich bei dem Vorhergehenden nur um sog. trockene Reibung fester Körper handelt; die sog. Schmiermittelreibung ist, wie längst ausführliche Versuche gezeigt haben, ein hydrodynamischer Vorgang. Aber auch an den Gesetzen für die trockene Reibung haben die Techniker — die Physiker haben die Reibung als eine „unreine Erscheinung“ etwas stiefmütterlich behandelt — auf Grund von Versuchen vielfach Kritik geübt: Die Experimente scheinen zu zeigen, daß bei kleinen Geschwindigkeiten ein allmählicher Übergang vom Betrage der Reibung bei Ruhe in den der Reibung bei Bewegung auftritt, während andererseits die im großen ausgeführten Versuche — spez. Bremsversuche an Eisenbahnzügen — zeigen, daß mit wachsender Geschwindigkeit die Reibung bedeutend abnimmt, so daß die punktierte Kurve des Diagramms die Verhältnisse im Mittel besser geben



dürfte. Diese kurzen Ausführungen lassen schon — im Gegensatz zu vielen elementaren Darstellungen — erkennen, daß der Reibungsvorgang physikalisch jedenfalls etwas sehr Kompliziertes ist, wobei namentlich auch noch die Abreibung der Körper in Betracht kommt<sup>5)</sup>.

Ganz anderer Art ist nun die Kritik, die der französische Mathematiker P. Painlevé an den Coulombschen Reibungsgesetzen geübt hat, indem er behauptet, daß sie in gewissen realisierbaren Fällen direkt zu logischen Widersprüchen mit den Grundgesetzen der Mechanik führen<sup>6)</sup>.

Über diesen Gegenstand soll demnächst ausführlicher in dieser Zeitschrift berichtet werden; auf die Ausführungen, die Geheimrat Klein darüber gab und die Beschreibung eines von ihm vorgeführten Apparates wird dabei des näheren eingegangen werden.

### III. Kurze Ausführung über die Kreiselwirkung.

Zwei Umstände lassen einige Ausführungen aus der Theorie des Kreisels — soweit es in aller Kürze möglich ist — wünschenswert erscheinen: einmal die außerordentliche praktische Bedeutung, die der Kreisel neuerdings erlangt hat (es sei nur an den Schiffskreisel, die Einschienenbahn und den Kreiselkompaß erinnert), dann die oft mangelhafte Darstellung und Erklärung, die die Kreiselwirkung in manchen elementaren Lehrbüchern erfährt<sup>7)</sup>.

Um die Kreiselwirkung im engeren Sinn am Experiment zu studieren, benutzen wir als Kreisel dasselbe Rad, dessen wir uns schon beim Flächensatz bedienen. Dieser einfache Kreisel eignet sich besonders dadurch zum Experimentieren, daß er infolge seiner großen Dimensionen die beabsichtigten Wirkungen auf die Armmuskeln sehr deutlich erkennen läßt. Die vielfach unklare Vorstellung über die Kreiselwirkung dürfte mit eine Folge der Verwendung zu kleiner Apparate sein, die wohl seitens des Beobachters ein überraschendes Verhalten konstatieren, aber kein Urteil über die Art der auftretenden Drucke gewinnen lassen.

Wir setzen das Rad in Rotation, halten seine Achse mit beiden Händen horizontal, so daß die Hände zu verschiedenen Seiten der Radebene liegen, und drehen die Achse in der Horizontalebene hin und her. Dabei ist der Trägheitswiderstand der Achse gegen die Drehung in der Horizontalebene nicht größer als bei ruhendem Rade, aber wir fühlen sehr merklich einen verstärkten vertikalen Druck auf die eine bzw. die andere Hand (je nach der Drehrichtung) mit gleichzeitiger Verminderung des Druckes auf die andere Hand: Der Kreisel übt ein Drehmoment um eine horizontale Achse aus; dasselbe zeigt sich umso größer, je rascher die Hin- und Herbewegung ist.

Welches ist Größe und Drehsinn dieses Drehmomentes  $K$ , und wie erklärt sich sein Auftreten?

Die Beantwortung dieser Frage erfordert zunächst die Erfassung eines Grundbegriffes aller anschauungsmäßigen Mechanik, des den Schöpfern unserer theoretischen Mechanik, insbesondere Newton, sehr geläufigen Impulsbegriffes. Als Impuls des einzelnen Massenpunktes bezeichnen wir den Vektor  $m x'$ ,  $m y'$ ,  $m z'$ , wo  $m$  die Masse,  $x' = \frac{dx}{dt}$ ,  $y' = \frac{dy}{dt}$ ,  $z' = \frac{dz}{dt}$  die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors des Massenpunktes mit den jeweiligen Koordinaten  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  sind.

<sup>5)</sup> Vgl. über Reibung auch Klein-Sommerfeld, Theorie des Kreisels, S. 537—546, und Stäckel, Enzykl. IV, 1, Art. 6.

<sup>6)</sup> Vgl. die Comptes rendus der Pariser Akademie von 1895 an.

<sup>7)</sup> Eine kurze Zusammenstellung und Kritik der populären Erklärungen der Kreiselercheinungen findet sich in der Monographie von KLEIN und SOMMERFELD: Über die Theorie des Kreisels (S. 307 bis 315), von der drei Hefte vorliegen und das vierte, das die technischen Anwendungen behandelt, demnächst erscheint und auf die — als auf die ausführlichste Publikation über das Kreiselproblem — hingewiesen sei.

Eine lebendigere Auffassung dieses Begriffes — auf die schon der Name hinweist — ergibt sich durch Einführung des Begriffes der Stoßkraft, der dem der kontinuierlichen Kraft in der Mechanik zur Seite steht. Beide Kräfte sind Vektoren, die Dimension der kontinuierlichen Kraft ist  $\left[\frac{m l}{t^2}\right]$ , die der Stoßkraft  $\left[\frac{m l}{t}\right]$  ( $m =$  Masse,  $l =$  Länge,  $t =$  Zeit). Wir legen dem Übergang zur Stoßkraft die folgende Auffassung der dynamischen Grundgleichungen:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = X, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = Y, \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = Z$$

zugrunde, die eigentlich nur eine Rückkehr zu der Auffassung der Begründer der theoretischen Mechanik ist. Aus:

$$\frac{d(m x')}{dt} = X$$

folgt durch Integration nach der Zeit:

$$\Delta(m x') = \int_t^{t+\Delta t} X dt = X \cdot \Delta t$$

und analog aus den andern Gleichungen:

$$\Delta(m y') = \int_t^{t+\Delta t} Y dt = Y \cdot \Delta t,$$

$$\Delta(m z') = \int_t^{t+\Delta t} Z dt = Z \cdot \Delta t,$$

wenn der Mittelwert der Kraft während  $\Delta t$  gleich  $X, Y, Z$  gesetzt wird. Zu dem Impuls  $m x', m y', m z'$  tritt also während des Zeitelementes  $\Delta t$  der Zusatzimpuls  $X \Delta t, Y \Delta t, Z \Delta t$  hinzu.

Von den letzten Gleichungen ausgehend, ergibt sich nun die Definition der Stoßkraft, wenn man annimmt, daß  $\Delta t$  gegen Null gehen soll und gleichzeitig  $X, Y, Z$  so über alle Grenzen wachsen, daß die Integrale endliche Grenzwerte:

$$[X] = \Delta(m x'), \quad [Y] = \Delta(m y'), \quad [Z] = \Delta(m z')$$

annehmen.  $[X], [Y], [Z]$  sind dann die Komponenten einer Stoßkraft, die instantan die Impulsänderungen  $\Delta(m x'), \Delta(m y'), \Delta(m z')$  veranlaßt. Damit läßt sich nun die anschauliche Fassung für den eingeführten Impulsbegriff geben:

Der Impuls  $m x', m y', m z'$  des Massenpunktes  $m$  ist gleich derjenigen Stoßkraft, die man anwenden müßte, um den Massenpunkt instantan aus der Ruhe in seinen augenblicklichen Bewegungszustand zu versetzen, oder — in mehr aktiver Fassung — gleich derjenigen Stoßkraft, die der Punkt ausüben würde, wenn man ihn instantan festhalten wollte.

Ein einfaches Beispiel für die Nützlichkeit des Impulsbegriffes bietet die Bewegung eines Massenpunktes mit der Größe nach konstanter Geschwindigkeit  $v = r \varphi'$  auf einem Kreis vom Radius  $r$ . Denkt man sich die Bewegung zunächst diskontinuierlich auf einem Polygon mit sehr kleinen Seiten erfolgend, so ist jedesmal nach Verlauf eines Zeiteilchens  $\Delta t$  ein kleiner Impuls  $\Delta J = m r \varphi' \cdot \Delta \varphi$  nach dem Mittelpunkt hin zu erteilen, der den momentanen Impulsvektor  $m r \varphi'$ , ohne seine Größe abzuändern, um den Winkel  $\Delta \varphi [= \varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)]$  dreht, so daß er der Richtung nach mit der nächsten Polygonseite zusammenfällt (vgl. Fig. 5). Mit immer kleiner

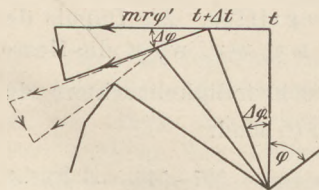


Fig. 5.

werdenden Polygonseiten konvergieren die Zusatzimpulse gleichzeitig mit  $\Delta t$  gegen Null,  $\frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$  gegen  $\varphi'$ , so daß der Quotient  $\frac{\Delta J}{\Delta t}$  in der Grenze die kontinuierliche „Zentripetalkraft“  $m r \varphi'^2 = \frac{m v^2}{r}$  wird.



Wesentlich für unsere späteren Betrachtungen ist hier noch die Bemerkung, daß die Zentrifugalkraft keine Arbeit im Sinne der Mechanik leistet, da sie gegen die Richtung der Bewegung fortgesetzt senkrecht steht; sie erzeugt nur einen Zug auf die den Faden haltende Hand, wodurch immerhin in letzterer das Gefühl der Anstrengung erzeugt wird.

Übertragen wir nun den Impulsbegriff auf den um einen festgehaltenen Punkt freibeweglichen starren Körper. Die Drehung ist charakterisiert durch den Drehvektor, dessen Richtung die Richtung der Drehachse, dessen Länge die Größe der Winkelgeschwindigkeit gibt. Seine Koordinaten  $\varphi', \psi', \chi'$  in bezug auf ein im Raum festes Koordinatensystem  $x, y, z$ , dessen Anfangspunkt mit dem festgehaltenen Punkt des starren Körpers zusammenfällt, sind die Winkelgeschwindigkeiten des Körpers um diese Achsen. An Stelle der äußern Kraft tritt hier das äußere Drehmoment  $L, M, N$  von der Dimension  $\left[ \frac{m l^2}{t^2} \right]$ , an Stelle der Momentankraft der Drehstoß  $[L], [M], [N]$  von der Dimension  $\left[ \frac{m l^2}{t} \right]$  und an Stelle des beim einzelnen Massenpunkt eingeführten Impulsvektors, für das Massenelement  $d\mu$  des Körpers der Vektor des Drehimpulses mit den Koordinaten:

$$d\mu (z y' - y z'), \quad d\mu (x z' - z x'), \quad d\mu (y x' - x y').$$

Den Gesamtimpuls:

$$l = \int d\mu (z y' - y z'), \quad m = \int d\mu (x z' - z x'), \quad n = \int d\mu (y x' - x y'),$$

der sich durch Summation über alle Massenelemente des Körpers ergibt, nennen wir den zum Drehvektor  $\varphi', \psi', \chi'$  gehörigen Impulsvektor (Drehimpuls) des starren Körpers. In den Werten für  $l, m, n$  drücken sich dabei die Größen  $x', y', z'$  in den  $\varphi', \psi', \chi'$  so aus:

$$x' = \psi' z - \chi' y, \quad y' = \chi' x - \varphi' z, \quad z' = \varphi' y - \psi' x,$$

so daß wir im allgemeinsten Falle als Koordinaten des Impulsvektors bekommen:

$$\begin{aligned} l &= \varphi' \int (y^2 + z^2) d\mu - \psi' \int x y d\mu - \chi' \int x z d\mu, \\ m &= -\varphi' \int y x d\mu + \psi' \int (z^2 + x^2) d\mu - \chi' \int y z d\mu, \\ n &= -\varphi' \int z x d\mu - \psi' \int z y d\mu + \chi' \int (x^2 + y^2) d\mu. \end{aligned}$$

Neben diese Einführung des Impulsvektors wollen wir nun gleich eine anschaulichere Formulierung setzen. Zunächst ergeben die drei Gleichungen für den Flächensatz (von denen wir eine für den Fall eines Systems von  $n$  Massenpunkten Seite 217 anschieben) die folgenden wichtigen Beziehungen zwischen den Impulskordinaten und dem Drehmoment der äußern Kräfte:

$$\frac{dl}{dt} = L, \quad \frac{dm}{dt} = M, \quad \frac{dn}{dt} = N,$$

die die Bewegungsgleichungen für unsern Kreisel darstellen. Eine analoge Integration, wie wir sie beim einzelnen Massenpunkt ausführten, liefert den Satz: Zu dem Impulsvektor  $l, m, n$  tritt im Zeitelement  $\Delta t$  der Zusatzvektor  $L\Delta t, M\Delta t, N\Delta t$  hinzu. Durch einen ähnlichen Grenzübergang wie dort führen wir auch hier an Stelle des Drehmomentes  $L, M, N$  den (momentanen) Drehstoß  $[L], [M], [N]$  ein und erhalten damit die beabsichtigte Formulierung:

Der Impuls des rotierenden Kreisels ist gleich dem instantanen Drehstoß, welchen man anwenden müßte, um den Kreisel aus der Ruhe instantan in seinen momentanen Bewegungszustand überzuführen.

Die Benutzung des Impulsvektors, die in Frankreich und England immer üblich gewesen ist, ist in Deutschland jahrzehntelang stark zurückgetreten. Seine Wiederbelebung ist einer der Gesichtspunkte, von denen aus die Theorie des Kreisels von KLEIN und SOMMERFELD entstanden ist. Dort wird von dem Begriff des Impulses beim einzelnen Massenpunkt ausgegangen, dann aber die Integration über alle Massenpunkte sofort an den Anfang der Betrachtungen gestellt. Damit läßt sich dann in der Folge der starre Körper als etwas Einheitliches auffassen, charakterisiert durch den Gesamtimpuls, und die Bewegungen des Kreisels lassen sich nun in erster Linie auf Grund des Verhaltens dieses Vektors studieren<sup>8)</sup>.

Bestimmen wir nun den Impulsvektor nach Größe und Lage bei unserm einfachsten Kreiselexperiment. Zunächst hat das Rad nur eine konstante Winkelgeschwindigkeit  $\chi'$  um seine horizontal gehaltene Figurenachse, in die wir die  $z$ -Achse des Koordinatensystems legen wollen. Die Koordinaten des Impulses sind damit:

$$l = 0, \quad m = 0, \quad n = T_z \cdot \chi',$$

wenn  $T_z$  das Trägheitsmoment des Rades in bezug auf seine Figurenachse ist. Diese einfachen Werte von  $l$ ,  $m$ ,  $n$  ergeben sich in der Tat aus unsern allgemeinen Formeln S. 221, da einerseits  $\varphi'$  und  $\psi'$  null sind, und andererseits wegen der symmetrischen Massenverteilung alle die Ausdrücke

$$\int xy \, d\mu, \quad \int yz \, d\mu, \quad \int zx \, d\mu$$

verschwinden. Um nun der Figurenachse eine Drehbewegung in der Horizontalebene zu erteilen, müssen wir einen Drehstoß um die in die Vertikale fallende  $y$ -Achse ausüben, so daß wir nun als Impuls zu Anfang haben:

$$l = 0, \quad m = T_y \cdot \psi', \quad n = T_z \cdot \chi',$$

wo  $T_y$  das Trägheitsmoment und  $\psi'$  die Winkelgeschwindigkeit um die  $y$ -Achse ist. Um das Wesentliche der Erscheinung nicht zu verwischen, sei angenommen, daß  $\psi'$  sehr klein gegen  $\chi'$  ist, was dann zur Folge hat, daß der Impulsvektor sehr nahe mit der Figurenachse zusammenfällt, und seine Größe sehr wenig von  $T_z \cdot \chi'$  abweicht. Wir werden dann  $m$  gegen  $n$  vernachlässigen und also für eine angenäherte Berechnung  $l = 0$ ,  $m = 0$ ,  $n = T_z \cdot \chi'$  setzen. Die Bewegung erfolgt nun so, daß die Figurenachse und der (nahezu) in ihr liegende Impulsvektor, seine Größe beibehaltend, in der Horizontalebene relativ langsam verlegt werden. Für diskontinuierlich aufeinanderfolgende Drehwinkel  $\Delta\psi$  wird dies erreicht, indem man nach Verlauf einer

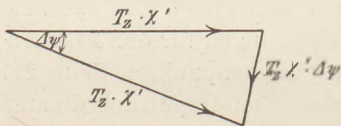


Fig. 6.

Zeit  $\Delta t$  Zusatzimpulse zu dem Impulsvektor hinzufügt, die in der Horizontalebene gelegen und bei genügend kleinem  $\Delta\psi$  gleich  $T_z \cdot \chi' \cdot \Delta\psi$  sind. Sie erfordern einen Drehstoß um eine in der Horizontalebene senkrecht zur Figurenachse des Rades gelegene Achse. Durch Grenzübergang erhält man dann ein kontinuierliches Drehmoment von der Größe  $K = T_z \cdot \chi' \cdot \psi'$ ; das entgegengesetzt gleiche Drehmoment ist es, das sich durch Druck nach oben und unten auf die die Kreiselachse führenden Hände äußert, und das wir als Kreiselwirkung bezeichnen.

Damit sind unsere Beobachtungen am Experiment nach einer Richtung erklärt; die zweite Frage ist nun die nach dem Drehsinn dieser Kreiselwirkung. Dieser läßt sich aus dem Dreieck der Impulsvektoren sofort bestimmen; eine bequeme

<sup>8)</sup> Hier sei auf das wesentlich andere Verfahren von Hrn. Koppe hingewiesen: Die Bestimmung der Kreiselbewegung aus der „induzierten Kraft“. Vgl. M. Koppe, Über die Bewegung des Kreisels. Diese Zeitschr. IV (1890).



Merkregel bietet die Regel von FOUCAULT: Die Kreiselachse hat die Tendenz zum „homologen Parallelismus“, d. h. sie sucht sich in eine solche Lage aufzurichten, daß die Drehungen  $\varphi'$  und  $\psi'$  gleichsinnig erfolgen.

Im übrigen ist auch hier zu bemerken, daß die Überwindung der Kreiselwirkung keine Arbeit erfordert, denn die auszuhaltenden Drucke stehen stets senkrecht zur Führungsrichtung der Kreiselachse. — Führt man die Figurenachse des rotierenden Rades nicht in der Horizontalebene, sondern auf einem Kegel von der Winkelöffnung  $\vartheta$ , so ist der Betrag der Kreiselwirkung  $K' = T_r \chi' \psi' \sin \vartheta$ . Im Experiment setzt man die Figurenachse mit ihrem Endpunkt auf den Boden auf und führt sie auf einem Kreiskegel um die Vertikale.

Die hiermit besprochene und erklärte Kreiselwirkung bildet nun die Grundlage der ganzen Kreiseltheorie. Hier möge nur noch auf einige anschließende Experimente mit einem Kreisel im „Kardanischen Gehänge“ hingewiesen werden, die leicht anzustellen und auf Grund der gegebenen Erklärung verständlich sind.

In einem um eine vertikale Achse  $AB$  frei drehbaren Ringe (Vertikalkreis) ist ein um den horizontalen Durchmesser  $CD$  frei beweglicher Ring (Meridiankreis) befestigt (vgl. Fig. 7), und der zu  $CD$  senkrechte Durchmesser  $EF$  dieses Kreises bildet die Figurenachse für einen Kreisel, dessen Trägheitsmoment groß ist im Verhältnis zu dem der Ringe. Die anfängliche Lage der Achse  $EF$  sei etwa horizontal, und wir konstatieren nun folgendes Verhalten:

1. Wird bei festgehaltenem Vertikalkreis der rotierende Kreisel durch einen Stoß in Rotation um die Achse  $CD$  versetzt, so setzt er diese Rotation in demselben Sinne fort, bis sie durch Reibung erlischt; die den Vertikalkreis haltenden Finger erleiden dabei wechselnden Druck.

2. Dreht man bei rotierendem Kreisel den Vertikalkreis mit konstanter Geschwindigkeit in einer festen Richtung, so schwingt der Kreisel wie ein gewöhnliches Pendel um die durch die Tendenz zum homologen Parallelismus bestimmte Gleichgewichtslage, kommt aber infolge der Reibung sehr rasch zur Ruhe.

3. Die Gleichgewichtslage der Figurenachse für die entgegengesetzte Drehung des Vertikalkreises ist die um  $180^\circ$  gegen vorhin gedrehte; durch Hin- und Herdrehen des Vertikalkreises im richtigen Tempo läßt sich ein fortwährendes Überschlagen des Kreisels erreichen.

4. Läßt man dem Kreisel alle drei Freiheitsgrade, so bewirkt ein Stoß auf die Figurenachse, daß Meridian- und Vertikalkreis Schwingungen um eine Mittellage ausführen. Die Kreiselachse ist in ihrer Lage stabil; ihre Bewegung ist eine sog. reguläre Präzession mit — bei rascher Rotation und mäßigem Stoß — sehr kleiner Winkelöffnung um den zugehörigen, im Raum festen Impulsvektor.

Alle diese Fälle werden verständlich durch wiederholte Anwendung der Regel von der Tendenz zum homologen Parallelismus.

Diese Experimente zeigen, was es mit der in der populären Literatur vielfach behaupteten Festigkeit der Kreiselachse im Raum auf sich hat: eine solche Festigkeit ist, solange für die Achse des Kreisels nur ein Freiheitsgrad besteht, in keiner Weise vorhanden, sie tritt aber auf, wenn die Achse zwei Freiheitsgrade hat.

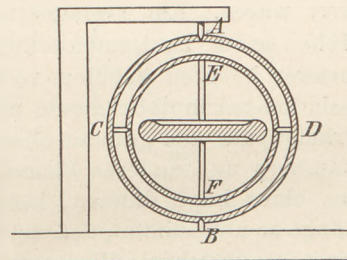


Fig. 7.

## Veränderung der Selbstinduktion in einem elektrischen Schwingungskreis.

Von

H. Lüdtke, Altona (Elbe).

Bei manchen Versuchen zur Demonstration der grundlegenden Erscheinungen aus dem Gebiet der elektrischen Schwingungen ist es erwünscht, die Schwingungszeit bzw. Schwingungszahl eines Schwingungskreises in einfacher Weise verändern zu können, um eine bestimmte Wirkung zu erzielen. Hierzu benutzt man in der Regel eine veränderliche Kapazität, z. B. einen verstellbaren Ölkondensator, oder eine variable Selbstinduktion; letzterem Zwecke dient z. B. der Oudinsche Resonator oder nach Grimsehl eine Drahtspirale, die verlängert oder verkürzt werden kann.

Wenig bekannt scheint die im folgenden beschriebene Anordnung zu sein, die demselben Zwecke dient und bei einfachen Schulversuchen in vielen Fällen ausreicht; sie hat außerdem den Vorzug, nichts zu kosten. Die meisten Schulen können sich aus Mangel an Mitteln teure variable Kondensatoren und veränderliche Selbstinduktionen nicht leisten; deshalb unterbleiben manche Versuche, die an sich recht wünschenswert wären. Ein Teslainstrumentarium, das man sich nötigenfalls ohne allzu große Mühe selbst zusammenstellen kann, ist in der Regel wohl in den Sammlungen unserer höheren Schulen vorhanden. Die käuflichen Teslitransformatoren ohne Öl-isolation haben dabei heute meist die Form von Elster und Geitel mit einer festen Primärspule aus gummiisoliertem Drahte, wie sie z. B. von Kröplin in Pinneberg bei Hamburg und anderen Firmen in den Handel gebracht werden. Die sekundäre Spule aus einer Lage dünnen, isolierten Drahtes ist bei den käuflichen Apparaten in der Länge so abgestimmt, daß sie, in der primären Spule stehend, also bei induktiver Kopplung, die maximale Wirkung gibt. Die Selbstinduktion der primären Spule des Transformators scheint bei diesen Apparaten auf den ersten Blick nicht variabel zu sein; dies ist aber doch möglich unter Benutzung der induktiven Wirkung auf einen Blechring.

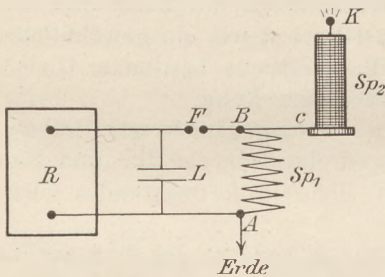


Fig. 1.

Ein im Unterricht durchaus erwünschter Versuch ist es z. B., zu zeigen, daß die Sekundärspule auch bei galvanischer Koppelung zum Ansprechen gebracht werden kann, d. h. bei einpoliger Verbindung mit dem primären Schwingungskreis (siehe Fig. 1);  $R$  ist ein Rühmkorff,  $L$  eine große Leidener Flasche oder eine Batterie kleinerer Flaschen,  $Sp_1$  die Teslaprimärspule aus  $9\frac{1}{2}$  Windungen dicken Drahtes, deren Ende  $A$  geerdet ist;  $BC$  ist die Drahtverbindung, durch welche die Sekundärspule galvanisch gekoppelt ist; bei richtiger Abstimmung schießen aus dem Knopfe  $K$  Funkenbüschel hervor. Die Erscheinung ist nun mit dem gewöhnlichen Teslainstrumentarium in der Regel nicht zu erzielen, da bei dieser Schaltung der Primärkreis anders abgestimmt sein muß. Es werden daher für diesen Versuch von reichlich dotierten Sammlungen eigene, teure Apparate gekauft, variable Kondensatoren oder Selbstinduktionsspulen. Das ist bei der folgenden Anordnung nicht nötig.

Sind die Spulen  $Sp_1$  und  $Sp_2$  des Teslainstrumentariums galvanisch gekoppelt, so findet das Ansprechen deshalb nicht statt, weil  $Sp_1$  jetzt eine zu große Selbstinduktion besitzt, vorausgesetzt, daß die Abstimmung der Spulen für induktive Übertragung eine gute ist. In jedem Transformator wirkt bekanntlich die Sekundärspule zurück auf die Primärspule; der zunächst induzierte Strom kann um fast  $180^\circ$  in der Phase gegen den induzierenden Strom verschoben sein ( $90^\circ +$  Phasendifferenz zwischen



Strom und Spannung); die induzierende Wirkung der Sekundärspule auf die Primärspule ist wieder um fast  $180^\circ$  gegen den Strom in der Sekundärspule verschoben, also um fast  $360^\circ$  gegen den ursprünglichen Strom der Primärspule, d. h. die Selbstinduktion dieser Spule wird verringert; ein idealer Transformator sollte überhaupt keine Selbstinduktion besitzen.

Soll nach Herausnahme der Sekundärspule auch bei der galvanischen Koppelung in Fig. 1 Resonanz bestehen, so muß also die Selbstinduktion von  $Sp_1$  verkleinert werden. Dies kann natürlich in allereinfachster Weise dadurch geschehen, daß ein Blechzylinder  $Bl$  (Fig. 2), der aber nicht geschlitzt sein darf, der gut isolierten Spirale  $Sp_1$  genähert, und über dieselbe gestülpt oder in dieselbe hineingehalten wird. Bei dem von mir benutzten Apparate tritt das Funkensprühen aus dem Knopf  $K$  der Spirale  $Sp_2$  ein, wenn der Blechmantel  $Bl$  etwa zur Hälfte über die Spirale gestülpt ist; bei tieferem Herabsenken erlischt das Funkenspiel wieder.

Es wäre wünschenswert, wenn die Lehrmittelhandlungen den Tesla-Trocken-  
transformatoren einen passenden Blechring, etwa von der Form  $b$  in Fig. 2, mitgeben würden, der, auf  $Sp_1$  gelegt, die Abstimmung für die galvanische Koppelung bewirkt.

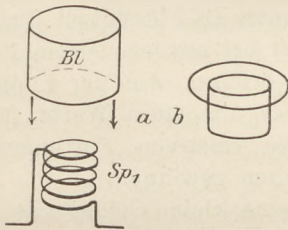


Fig. 2.

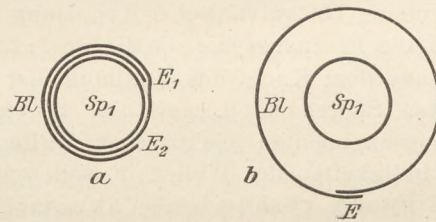


Fig. 3.

Natürlich können auch zwei Spiralen  $Sp_2$  dem Instrumentarium beigegeben werden, eine kürzere für induktive und eine längere für galvanische Koppelung. Obige Anordnung  $Bl$  in Fig. 2 scheint mir aber einfacher und für den Unterricht besonders geeignet zu sein. Das benutzte Prinzip läßt sich natürlich auch zur mechanischen Konstruktion einer variablen Selbstinduktion für Schulzwecke verwerten; es genügt aber, eine passende Konservenbüchse, etwa von einem Stativ aus, an einem Faden bis zu geeigneter Tiefe herabzulassen.

Brauchbar ist auch die Anordnung Fig. 3. Um  $Sp_1$  wird ein nicht zu kurzer Bleiblechstreifen herumgelegt. In der Anordnung Fig. 3a wird die Selbstinduktion sehr herabgedrückt; wird der Blechstreifen wie in Fig. 3b aufgerollt und erweitert, so ist die Wirkung geringer. Die Enden des Blechstreifens müssen natürlich aufeinandergepreßt werden, damit ein geschlossener Ring entsteht; man beobachtet beim Nähern der Enden Funken, die zum Nachweis der im Blechring  $Bl$  induzierten Ströme dienen; Transformation auf niedere Spannung. Wird  $Sp_1$  außen und innen, oben und unten von einem dicht anschließenden Blechmantel umhüllt, so ist die Herabdrückung der Selbstinduktion und Schwingungszeit besonders erheblich.

Weitere Versuche. Statt der Spule  $Sp_2$  in Fig. 1 kann natürlich eine Selbstische Spirale an den Schwingungskreis gehängt und der Einfluß des Näherns und Entfernens des Induktionsringes  $Bl$  (Fig. 2) auf die Wellenlänge untersucht werden. — Schaltet man der Spule  $Sp_1$  in Fig. 1 eine größere Geißlersche Röhre oder eine Funkenstrecke parallel, so kann man an dem Leuchten der Röhre oder an dem Überspringen der Funken die Impedanz der Spirale nachweisen. Hüllt man  $Sp_1$  möglichst dicht mit einem Blechmantel, innen und außen, ein, so wird die Selbstinduktion geringer; die Röhre leuchtet weniger, oder die Funkenstrecke wird nicht mehr durchschlagen. — Wird bei der gewöhnlichen Teslaanordnung, also bei induktiver Koppelung, ein Bleiblechring außen um die Primärspule des Transformators herumgelegt, so beobachtet

man an einer möglichst großen Funkenstrecke des Tesla-Sekundärkreises, am besten zwischen den ringförmigen Nebenapparaten, eine erhebliche Verminderung der Wirkung beim Zusammendrücken der Enden des Bleiringes, weil die Resonanz gestört ist. Benutzt man aber eine viel zu kleine Sekundärspule  $Sp_2$ , so wird durch den Blechmantel um  $Sp_1$  die induktive Wirkung verstärkt, weil die Verstimmung zwischen  $Sp_1$  und  $Sp_2$  geringer wird. Die Spule  $Sp_2$  kann auch vor die Primärspule  $Sp_1$  gelegt und ein kleiner Blechzylinder in  $Sp_1$  hineingehalten werden. Stehen  $Sp_1$  und die erheblich zu kurze Spule  $Sp_2$  parallel nebeneinander, so ist zu beachten, daß nur ein Blechzylinder im Innern von  $Sp_1$  Verstärkung der Induktion gibt, nicht auch ein außen herumgelegter Blechmantel, da dann die Änderung in der Abstimmung nicht allein in Betracht kommt.

Brechungsexponenten elektrischer Wellen. Ist die Spule  $Sp_2$  bei der Anordnung der Fig. 1 so abgestimmt, daß in Luft aus dem Knopf  $K$  Funkenbüschel hervorschießen, so tritt dies nicht mehr ein, wenn  $Sp_2$  in ein nicht zu enges Glasgefäß mit Petroleum gesetzt wird, so daß nur der kleine Knopf noch hervorragt. Ersetzt man die Spule  $Sp_2$  von der Länge  $l$  durch eine ganz ähnliche von der Länge  $l:1,4$ , so spricht diese bei gleicher Abstimmung des primären Schwingungskreises nicht in Luft, wohl aber in Petroleum bei galvanischer Koppelung an. Benutzt man als Flüssigkeit Rizinusöl, so muß die Resonanzspule die Länge  $l:2,2$  haben, damit bei unverändertem Primärkreis aus dem Knopf das Maximum der Ausstrahlung erfolgt. Aus der Länge der benutzten Spulen kann man also in einfachster Weise ungefähre Werte für die Brechungsexponenten elektrischer Wellen und für die relativen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Wellen in isolierenden Flüssigkeiten gewinnen.

Einpolig verbundene Vakuumröhren. Wird eine kleine Geißlersche Röhre einpolig mit dem Knopf  $K$  der Resonanzspule  $Sp_2$  verbunden, so leuchtet sie bei passender Abstimmung. Beide Enden leuchten aber nicht gleichartig; bläuliches Glimmlicht tritt nur an der verbundenen, nicht aber an der freien Elektrode auf. Eine Änderung erfolgt natürlich, wenn ein größerer Konduktor das freie Ende berührt. — Verbindet man die Kathode einer Crookeschen Röhre (z. B. der Schattenkreuzröhre) oder einer Röntgenröhre einpolig mit dem Knopf  $K$ , während die Anode ganz frei ist, so erhält man Kathodenstrahlen und Röntgenstrahlen fast wie durch die Gleichstromentladungen eines Rühmkorff. Man kann so im Unterricht wenigstens andeuten, daß man Röntgenröhren auch durch Hochfrequenzschwingungen erregen kann. Die dazu benutzten kostspieligen Apparate, Wechselstrommaschine mit Transformator, Löschfunken usw., sind für Schulen wohl meist unerschwinglich. Besitzen die aufgehängten Röhren eine zu große Kapazität, so kann es erforderlich sein, in den Primärkreis noch etwas dicken Draht außer  $Sp_1$  zwischen  $A$  und  $B$  einzuschalten; die feinere Abstimmung erfolgt durch den Blechmantel  $B'$  in Fig. 2.

## Zu den Versuchen mit Flammen an Gabelrohren.

Von

H. Rebenstorff in Dresden.

Die ursprünglich von Neyreneuf (1882) herrührenden Versuche mit kleinen Flammen an gegabelten Rohrleitungen, die den Einfluß der Luftdruckabnahme mit der Höhe zeigen, sind in den Jahrgängen *XVI* sowie *XIX* bis *XXI* dieser Zeitschrift mehrfach in neuen Anordnungen beschrieben worden. Diese lassen z. T. weitere Erscheinungen hervortreten und sich zu anregenden Demonstrationen verwenden (Flammenrohr von Behn, *XVII*, 132 und das Referat *XXI*, 41). Auch mit der gewöhnlichen Rohrgabelung (s. Fig. 1), die an die Gasleitung oder eine Zuleitung



karburiertes Luft angeschlossen ist, kann noch mehr für die Zwecke des Unterrichtes erreicht werden, als bisher beschrieben war. Wie in dieser Zeitschr. XX, 166 geschildert wurde, ist es bei Verwendung von Leuchtgas das allereinfachste, die beiden etwa 20 cm langen, oben schwach verengten Brennerrohre in zwei Schläuche der Tischleitung zu stecken, und nach dem Entzünden der Flammen diese mittels des Tischhauptahnes so weit zu verkleinern, daß nur noch eine winzige leuchtende Spitze bleibt.

Wer es vorzieht, Erklärungen möglichst an der Hand der Versuche selbst mit den Schülern zu behandeln, senke zunächst die eine der beiden (ganz winzig zu denkenden) Flammen (Fig. 1) so weit, daß sie dem Zurückweichen in die Röhre und dem Erlöschen ganz nahekommt. Auf eine Vorfrage nach der Ursache des Ausströmens von Gas überhaupt, die in

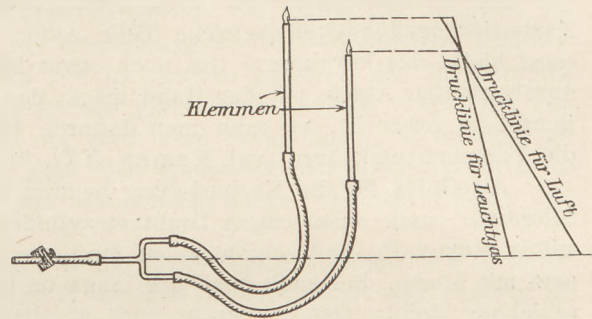


Fig. 1.

dem an der betreffenden Stelle vorhandenen inneren Überdrucke gefunden wird, vermögen die Schüler anzugeben, daß in der Niveauhöhe, wo die Flamme fast verschwindet, der Druck im Innern des Rohres sehr nahezu mit dem Drucke der Außenluft gleicher Niveauhöhe übereinstimmt. Ferner, daß der Innendruck nach oben hin, wo das Gas ja stärker ausströmt, den Luftdruck immer mehr übertrifft, also auch nach unten hin zunehmend unter den Atmosphärendruck gleichen Niveaus herabsinkt. Es ist andererseits klar, daß auch in senkrechten Röhren voll leichterer Gase nicht etwa die absolute Größe des Druckes nach oben hin zunimmt. Die relative Zunahme des Innendruckes kann also nur die Folge der stärkeren Abnahme des Atmosphärendruckes nach oben hin sein. Die beiden schrägen Linien der Zeichnung stellen diese Abnahmen der Drucke und den Vorzeichenwechsel der Druckdifferenz in sofort verständlicher Weise dar. Für Wasserstoff statt des Leuchtgases wäre die betreffende Drucklinie viel steiler, fast senkrecht zu zeichnen.

Öffnet man nach dem Einstellen der einen Flamme auf geringste Größe den Zuführungshahn etwas mehr, so nehmen beide Flammen zu, und die kritische Niveauhöhe der inneren und äußeren Druckgleichheit kann man ein Stück tiefer wieder aufsuchen. Es zeigt sich der Einfluß des der Gaszuführung entstammenden inneren Überdruckes, der auch in den ziemlich weiten Rohren mitwirkt, der also die Drucklinie an allen Stellen eigentlich noch etwas ändert. Würde man die eine Zweigleitung des Gabelrohres erheblich länger als die andere machen und damit die Reibung des strömenden Gases vermehren, so könnten die Flammen auch in gleicher Niveauhöhe nicht mehr gleichbrennen. Drückt man den einen Schlauch der Zweigleitung fast ganz zu, so sieht man eigentlich dasselbe. Liegt ein Rohr, wie bei Behns Versuchen (a. a. O.) wagerecht, so muß es den ihm gegebenen großen Durchmesser haben, wenn Flammen über weit voneinander abstehenden Rohröffnungen gleich brennen sollen. Für eigentliche Rohrgabelungen fällt der größere Einfluß der Rohrweite fort, wenn die beiden getrennten Wege des Gases gleichbeschaffen sind. Wie Dvorak auch durch Versuche zeigt (Phys. Zeitschr. X, 670), wirkt bei metallenen Röhren auch deren Erwärmung durch die aus ihren Öffnungen brennenden Flammen mit, indem sie das Gas leichter macht. Jedenfalls ist dieser Einfluß an senkrechten fingerdicken Rohren größer als bei sehr weiten wagerechten Rohren, die die Wärme sich schneller ausbreiten und abströmen lassen.

Bei den gleichen Flammenversuchen mit brennbaren Gasen, die schwerer als Luft sind, ist ja, wie mehrfach schon beschrieben wurde, nicht die auf höherem,

sondern die auf tieferem Niveau befindliche Flamme die größere. Um den Punkt zu finden, wo der Druck im Innern der Rohre gleich dem äußeren Luftdrucke gleicher Niveauhöhe ist, muß man also mit der einen Flamme höher hinaufgehen, bis sie fast oder ganz verschwindet. Nach unten hin nimmt von hier aus der Druck nur zu, und zwar in den schwereren Gasen stärker als in der Luft. Sehr bequem ist die Verwendung karburierten Leuchtgases für diese Zwecke. Man muß aber statt der gewöhnlichen Karburierungsflüssigkeit (gleiche Teile Äther und Benzol) Äther allein benutzen; sonst bleibt das karburierte Gas noch etwas leichter als Luft. Auch Anwärmen des durchströmten Äthers mit der Hand macht das Gas schwerer, und wenn nur wenig Benzol im Äther ist, so kann man dadurch die Wirkung der Vertikalbewegung auf die Flammen umkehren (vgl. Kemna XXI, 245, Äther-Alkoholgemische).

Als Gefäß für die Karburierung benutzt man zweckmäßig ein Reagensglas mit Seitenrohr, stellt einen engen Drahtnetzzyylinder hinein (durch Umwickeln eines Bleistiftes hergestellt) und schiebt einen Strang von Watte nur so lose neben das Drahtnetz mit hinein, daß auch noch das lange im Kork befindliche Glasrohr bequem einschickbar bleibt. Das Seitenrohr wird an die Flammenrohrgabelung, das Knierohr durch Zwischenschaltung eines Schlauchstückes von passender Weite mit der Gasleitung verbunden. Ein Quetschhahn mit Schraube gestattet, den Gasstrom beliebig zu regeln.

Gleich wirksam ist die Verwendung karburierter Luft statt des Leuchtgases. Natürlich ist diese noch schwerer. Einen sehr bequem benutzbaren Luftstrom stellt ein Gummiballon zur Verfügung, den man mit dem Gummigebläse oder am langen, aufwärts gerichteten Glasrohr mit dem Munde aufbläht und am Knierohr des Reagensglases aufstreift. Dieses ist für diese und andere Durchströmungsversuche ein für



Fig. 2.

allemal an seinem äußeren Ende mit einer feinen Spitze versehen worden. Der Gasstrom ist dann niemals bei offenem Quetschhahn beliebig schnell. Einige Liter Luft im Ballon halten bei der Geringfügigkeit des Verbrauches bei diesen Ver-

suchen sehr lange vor. Es verdient eine besondere Hervorhebung, daß der mittels eines Ballons erhaltene Luftstrom von Anfang bis zum Herabsinken des Ballons auf die Größe einer kleinen Faust fast genau denselben Druck mitbringt, während der Druck des aus Flaschen durch einströmendes Wasser getriebenen Luftstromes

großen Schwankungen unterworfen ist<sup>1)</sup>. Fig. 2 zeigt die Zusammenstellung eines Ballons und des im Fußgestelle befindlichen Reagensglases mit Seitenrohr.

An den beiden gleichhoch brennenden Flammen kann man sehr deutlich auch das Vorhandensein der Trägheit, also der Masse gasförmiger Körper demonstrieren. Das Bunsenstativ, das mit zwei Klemmen die beiden Brennerrohre trägt, ergreift man oben am langen Stiel, den man am besten unmittelbar vor sich hat, und kippt das Stativ ein wenig nach hinten hin, so daß sich also Fußplatte und alles Befestigte etwas heben und man um eine Ecke der Fußplatte das Ganze leicht drehen kann. Hält man dann die andere Hand dicht über dem Tische seitwärts der Fußplatte und

<sup>1)</sup> Auf den Prospekt VII der Firma Gustav Müller in Ilmenau (Ballons und Zubehör) sei nochmals verwiesen.



schlägt nach dem drehenden Zurückbewegen des Statives gegen die Hand, so tritt die in der Richtung der plötzlich gehemmten Bewegung befindliche Flamme jedesmal höher aus ihrer Brennermündung heraus. Die übrigen Bewegungen dabei kann man so sanft und allmählich beschleunigt machen, daß die Flammen dabei kaum etwas flackern.

Auch eine andere Wirkung von Bewegungen ist nur durch die Trägheit des Gases zu erklären und zeigt diese in der allereinfachsten Weise. Die eine Brenneröhre wird aus der Klemme losgeschraubt und so daneben gehalten, daß die Flammen die gleiche, vom ganzen Raume her sichtbare gelbe Spitze haben. Geht man nun plötzlich mit der festgehaltenen Röhre um etwa 1 cm tiefer herab, so schlägt die Flamme daran ein gut Stück heraus; geht man ebenso schnell etwas aufwärts, so duckt sie sich in die Röhre hinein, um erst gleich darauf die dem Niveau entsprechende Höhe anzunehmen.

Auf die gleiche Weise kann man völlig gleichmäßige Ströme karburierten Wasserstoffes benutzen. Der Ballon wird in wenigen Minuten auch sehr bequem an einer Entwicklerflasche mit verdünnter Salzsäure (3%) und Magnesiumspänen mit einigen Litern Wasserstoff aufgebläht. Das besonders leichte karburierte Gas zeigt an den Flammen des Gabelrohres den Einfluß der Luftdruckabnahme mit der Höhe besonders deutlich. Hatte man die eine Flamme etwas unter die kritische Niveaulage des Gleichdruckes (innen und außen) gesenkt, so entleert sich das jetzt einen Wasserstoffheber bildende Gabelrohr<sup>2)</sup>. Die noch brennende Flamme schlägt kurze Zeit besonders hoch empor, um dann ganz klein zu werden. Hatten die Flammen vorher die zweckmäßige geringe Größe von etwa  $\frac{1}{2}$  cm gehabt, so kann man nach dem Kleinwerden der Flamme ein seltsames Pulsieren beobachten. In etwa  $\frac{1}{4}$  Minute erholt sie sich wieder und wird dann in den gleichen Zwischenräumen wieder kleiner und größer, bis diese Unterschiede allmählich verschwinden. Durch vorübergehendes, fast völliges Zudrücken (ca.  $\frac{1}{4}$  Minute) des Schlauches, der die noch brennende Flamme speist, kann man das Pulsieren wieder hervorrufen. Eine andere, nur der Vollständigkeit wegen beschriebene Eigenart besteht darin, daß besonders nach dem Beginne des Durchströmens des karburierten Gases eine Flamme, die während einiger Zeit auf geringerem Niveau sehr klein gebrannt hatte, gleich darauf in gleicher Höhe mit der anderen Flamme diese an Größe während einiger Zeit bedeutend übertrifft. Die Ursache der hier offenbar zugrunde liegenden Änderung des Gehaltes des karburierten Gases an Dämpfen beim ganz langsamen Durchströmen des Schlauches ist jedenfalls das Eindringen des Dampfes in die Gummisubstanz des Schlauches. Der Inhalt des einen Leitungszweiges wird bei der großen Löslichkeit der Dämpfe im Gummi schnell leichter, und sein geringeres Gewicht ruft eine größere Flamme am Brennerrohr hervor.

### Kleine Mitteilungen.

#### Lesliescher Würfel mit elektrischer Heizung.

Von Dr. Günther Bode in Berlin.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Universität.)

Der Lesliesche Würfel in seiner gewöhnlichen Form hat einige Nachteile, die seine Anwendung im Experimentalvortrage erschweren, für länger dauernde Untersuchungen sogar unmöglich machen.

Es ist umständlich, während des Vortrages den Würfel so zu füllen, daß er die gewünschte Temperatur erhält, zweitens aber nimmt diese verhältnismäßig schnell

<sup>2)</sup> Vgl. die ähnlichen Erscheinungen, die Stromann beschreibt, diese Zeitschr. XXI, 328.

ab, was besonders deshalb unangenehm ist, weil bekanntlich die Gesamtstrahlung (eines schwarzen Körpers) der vierten Potenz seiner absoluten Temperatur proportional ist. Diese beiden Nachteile kann man vermeiden, wenn man den Würfel mit einer elektrischen Heizung versieht. Hierbei ist folgendes zu beachten. Bringt man die Stromzuführung zur Heizspirale am Deckel des Würfels an, so stören die herabhängenden Leitungsschnüre, besonders wenn der Würfel mehrmals in demselben Sinne gedreht werden muß. Bei einer Zuführung vom Boden aus treten ähnliche Unannehmlichkeiten auf, wenn auch in geringerem Maße. Ferner ist es hierbei schwierig, die Stromdurchführungen so zu isolieren, daß sie höhere Temperaturen aushalten, ohne undicht zu werden.

Folgende Anordnung umgeht diese Mißstände: In den Boden des Würfels (s. Fig. 1)

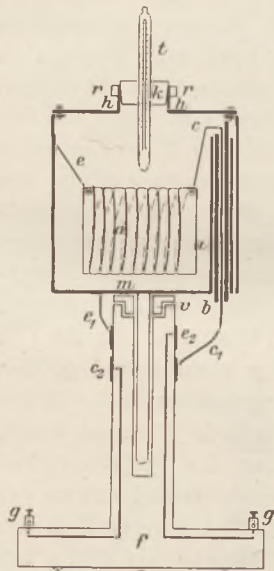


Fig. 1.

ist in einer Ecke eine Metallröhre *a* eingelötet, die bis in die Nähe des Deckels geführt ist. Durch diese Röhre geht, mittels Vulkanfiber *b* isoliert, die eine Stromzuführung *c* zur Heizspirale *d*, einem auf ein Glimmerrechteck aufgewickelten Widerstandsdrabt. Das andere Ende *e* der Heizspirale (die natürlich möglichst in der Nähe des Bodens angebracht sein muß) wird an der diametral (s. Fig. 1a) gegenüberliegenden Ecke

direkt an den Würfel angeschlossen. Die Zuführungsdrähte *c* und *e* zur Heizspirale werden aus stärkerem Kupferdraht hergestellt und einmal durch je ein Loch in der Glimmerplatte geschlungen, um der Heizspirale den notwendigen Halt zu geben. Vom Boden des Würfels und von der isolierten Zuleitung *c* führen zwei Schleiffedern *c*<sub>1</sub> und *e*<sub>1</sub> an je einen Schleifring *c*<sub>2</sub> und *e*<sub>2</sub>, die an dem Fuße *f* des Würfels angebracht sind. Von den Schleifringen führen zwei Leitungen zu zwei auf dem Grundbrett des Fußes befestigten Klemmschrauben *gg*, an die der Heizstrom angeschlossen wird. Man kann dann den Würfel, während die Heizspule vom Strom durchflossen wird, beliebig drehen. In der Mitte des

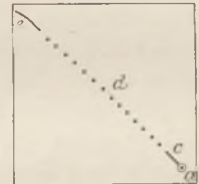


Fig. 1a.

Deckels befindet sich eine Öffnung mit einem Hals *h*, in die man mittels eines Korkens *k* ein kleines Thermometer *t* in den Würfel eintauchen lassen kann. Der Korken wird an einer Seite angefeilt, um Überdrucke im Innern des Würfels zu vermeiden. Den Hals *h* des Deckels umgibt man mit einem Ringe *r* aus Vulkanfiber, an dem man beim Drehen des Würfels anfassen kann. Um sicher und schnell die einzelnen Seitenflächen in die richtige Stellung bringen zu können, empfiehlt es sich, in das obere Ende des Fußes *f*, den man am besten mit einem Kopfe *v* aus Vulkanfiber versieht, vier um 90° auseinanderliegende Einkerbungen anzubringen, in die eine am Boden des Würfels angelötete Erhöhung *m* einspringt. Der Würfel wird mit Öl, am besten Paraffinöl, gefüllt oder mit einer anderen isolierenden, Metalle aber nicht angreifenden<sup>1)</sup> Heizflüssigkeit.

Mit einem derartig konstruierten Würfel kann man auch schwierigere Versuche leicht anstellen, bei denen es darauf ankommt, daß die Temperatur der Strahlungsquelle konstant bleibt. Man heizt den Würfel vor dem Gebrauch mit einem stärkeren Strom an und, wenn die gewünschte Temperatur erreicht ist, schwächt man den Strom so weit, daß die abgegebene Wärmemenge gleich der durch den Strom zugeführten ist. Der Würfel behält dann stundenlang dieselbe Temperatur.

<sup>1)</sup> Landolt-Börnstein, Tabellen (1905), S. 853.



Sehr leicht kann man mit einem etwa auf 90–100° gebrachten Leslieschen Würfel, dessen Seitenflächen aus Silber, Manganin, Wismut und einer schwarzen Fläche bestehen, die für die elektromagnetische Lichttheorie wichtige Tatsache demonstrieren, daß das Emissionsvermögen der reinen Metalle für lange Wellen in derselben Reihenfolge wächst, wie der elektrische und thermische Widerstand, also umgekehrt wie das elektrische und das Wärme-Leitvermögen<sup>2)</sup>. Es ergaben sich mit einer Rubensschen Thermosäule<sup>3)</sup>, die mit einem Hartmann und Braunschen Spiegelgalvanometer verbunden war, Ausschläge von 14 Skalenteilen für die schwarze Fläche, 0 Skalenteilen für Silber (Silber ist für lange Wellen ein vollkommener Spiegel), 1 Skalenteil für Manganin und 6 Skalenteilen für Wismut.

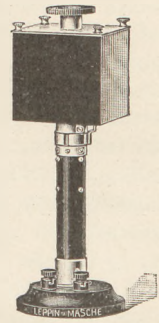


Fig. 2.

Fig. 2 zeigt die Gesamtansicht eines elektrisch heizbaren Leslieschen Würfels, wie ihn die Firma Leppin und Masche, Berlin, liefert. Bei dieser Konstruktion sind die Schleifringe  $c_2$  und  $e_2$  und Schleiffedern  $c_1$  und  $e_1$  im Innern einer Hartgummisäule angebracht.

### Apparat zum Nachweise der Formel für die Fliehkraft.

Von Robert Beh in Bodenbach.

Der Apparat besteht dem Wesen nach aus einer Federwage, mit deren Spiralfeder ein Gewicht  $G$  durch eine Schnur verbunden ist (Fig. 1 u. 2). Das Gewicht

rollt auf 2 Schienen, die Einkerbungen tragen, so daß es wohl von der Achse weg, aber nicht entgegengesetzt laufen kann. Wird der Apparat auf der Schwungmaschine in Rotation versetzt, so rollt das Gewicht  $G$  so weit hinaus, bis Fliehkraft und Elastizität der Feder sich das Gleichgewicht halten. Die Umdrehungszeit wird mittels Tourenzählers bestimmt. Nach Aufhören der Rotation liest man an der Schiene den Abstand von der Achse ab, und es muß die nach der Formel

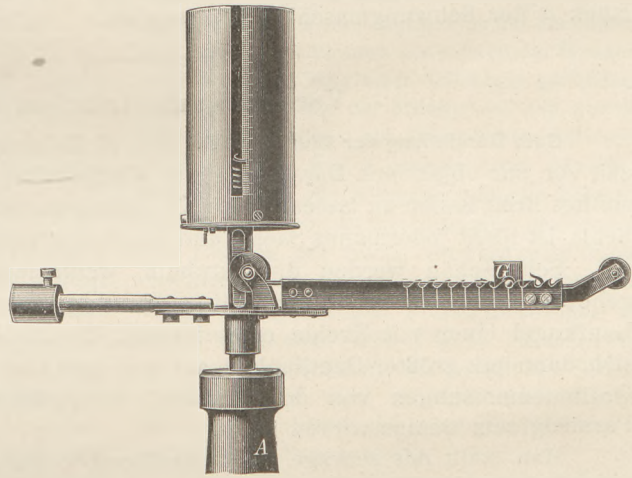


Fig. 1.

$\frac{4\pi^2 m r}{T^2}$  mit Hilfe der gefundenen Werte von  $r$  und  $T$  berechnete Fliehkraft gleich der von der Federwage angezeigten sein. Ich erhielt für

$$t = \frac{1}{6} \text{ sek} \quad r = 6 \text{ cm} \quad F = \frac{4 \times 9,87 \times 24 \times 6}{980 \times \frac{1}{36}} = 208 \text{ g}$$

und angezeigt 210 g.

Für

$$t = \frac{1}{7} \text{ sek} \quad r = 7 \text{ cm} \quad F = 332 \text{ g}$$

Angezeigt 350 g.

Für

$$t = \frac{1}{8} \text{ sek} \quad r = 8 \text{ cm} \quad F = 496,6 \text{ g}$$

Angezeigt 500 g.

<sup>2)</sup>  $E$  ist umgekehrt proportional der Wurzel aus dem elektrischen Leitvermögen und der Wurzel aus der Wellenlänge der auffallenden Strahlung. E. Hagen u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 11, S. 888, 1903.

<sup>3)</sup> Zeitschr. für Instrumentenkunde 18, S. 65, 1898; diese Zeitschr. XI, 126.

Erforderlich ist nur eine möglichst gleichmäßige Rotation. Der Apparat ist beim Mechaniker Josef Kettner, Prag I, Deutsche Technik, mit Tourenzähler zum Preise von

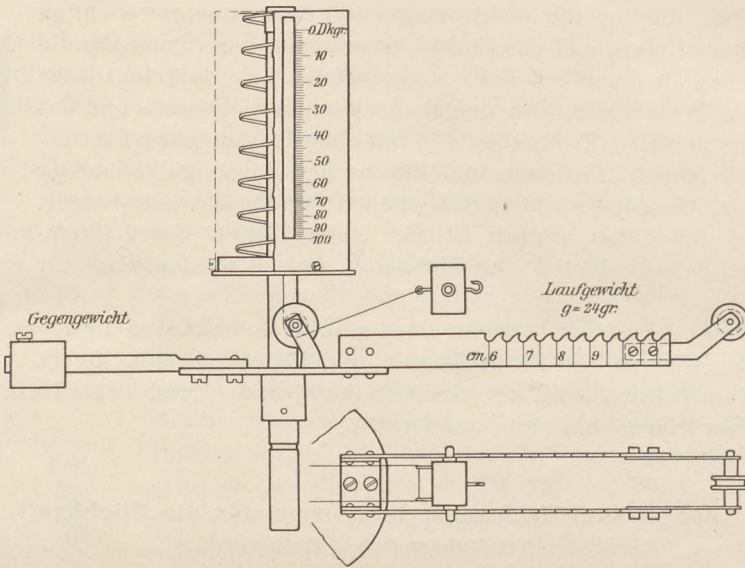


Fig. 2.

60 K und ohne solchen um 40 K erhältlich. Bei Bestellungen bitte das Anschlußstück A der Schwungmaschine einzusenden.

### Versuche mit einfachen Mitteln.

**Gute Darstellung der Wurfparabel.** Von M. Zeisberg in Bremen. Bohn schlug seinerzeit vor, zur objektiven Darstellung der Wurfparabel Kreidekugeln über ein schräg gestelltes Brett laufen zu lassen. Diese Kreidekugeln sich selbst zu schneiden, wie er empfiehlt, ist nicht jedermanns Sache, und käuflich sind sie meines Wissens nicht zu haben.

Sehr schön werden die Parabeln, wenn man das Brett, das natürlich glatt gehobelt und nicht zu schmal sein muß, über einer Ölflamme stark berußt und als Laufkugel einen mit Kreide eingeriebenen Tennisball nimmt. Die Kurven zeichnen sich dann mit größter Deutlichkeit auf und sind hinreichend genau, so daß man durch Ordinatenmessungen von der jedesmal einzuziehenden Scheiteltangente aus das Parabelgesetz demonstrieren kann.

Man stellt das schräge Brett (Reißbrett, Schrankeinlage oder dergl.) am besten so auf, daß seine Kante mit der vorderen Kante des Experimentiertisches abschneidet, und rollt den Ball von einer unteren Ecke aus. Zum Auffangen dient ein Beutel, der an ein langes und genügend breites Drahtrechteck befestigt ist, das seinerseits am Brett angenagelt oder in der Hand gehalten wird.

### Für die Praxis.

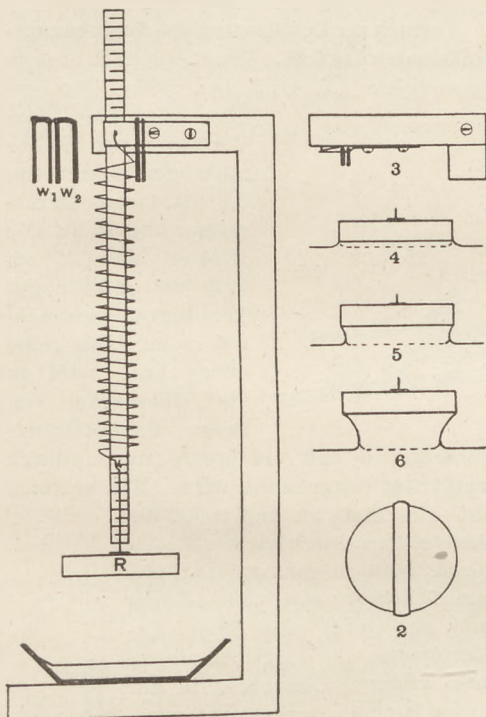
**Zertrümmernde Wirkung des Blitzes.** Von V. Erlermann in St. Petersburg. Ein rundes Holzstäbchen von Zündholzdicke wird als leitende Brücke etwa 1 cm weit von den Konduktoren der Influenzmaschine gehalten. Während bei eingeschalteten Leidener Flaschen Funken dem Holz entlang hinüberschlagen, werden Splitter aufgeworfen und auch abgeschleudert; eine imponierende Größe zeigen die Splitter, wenn man das benutzte Stäbchen mittelst der Laterne projiziert. Nach der Beschreibung dieses einfachen Versuches habe ich vergeblich gesucht.



## Berichte.

### 1. Apparate und Versuche.

**Messender Versuch über die Oberflächenspannung.** Für die praktischen Übungen in einer Anfängerklasse empfiehlt EDWIN H. HALL in *School Science IX. Nr. 8, Nov. 1909* den folgenden Versuch. In Fig. 1 ist *R* ein ringförmiger



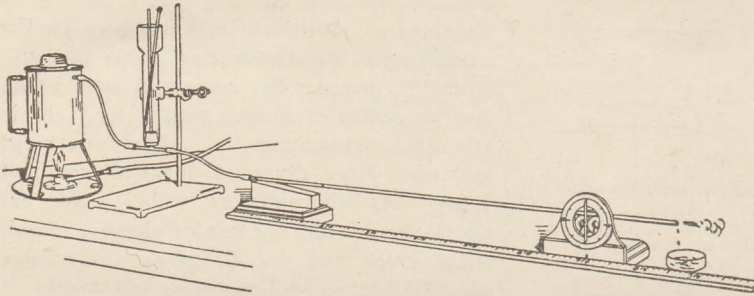
Kupferstreifen von 0,017 cm Dicke (in Fig. 2 von oben gesehen); der Durchmesser beträgt etwa 6,4 cm. Der Ring trägt ein diametrales Metallstäbchen, in dessen Mitte ein Kupferdraht von etwa 0,1 cm Dicke und 5 cm Länge angebracht ist; mit diesem ist der Ring an eine Spirale aus hartgezogenem Neusilberdraht von etwa 0,05 cm Dicke angehängt, deren Windungen etwa 2,5 cm breit sind. Das obere Ende der Spirale ist an einem Metallstreifen angelötet und dieser an dem Querbalken eines Holzgestells (Fig. 1) befestigt. Hinter dem Metallstreifen und durch ihn festgehalten ist ein Holzmaßstab von 30 cm Länge mit Millimeterteilung angebracht. Fig. 3 zeigt die Ansicht des Apparats von oben; *W<sub>1</sub>* und *W<sub>2</sub>* sind Kupferdrahtstücke von 1 und 2 Gramm Gewicht, die zur Eichung der Spirale (etwa 1 cm pro Gramm) dienen, und bei Nichtgebrauch über den Metallstreifen gehängt sind. Der Holzmaßstab ist innerhalb der Spirale angebracht, so daß er die Windungen nicht berührt; zu diesem Behuf ist die unterste

und oberste Windung auszuglühen. Unter dem Ring befindet sich ein Schälchen mit der zu untersuchenden Flüssigkeit, z. B. Alkohol; dies wird zu Beginn des Versuchs gehoben, bis der untere Rand des Ringes eintaucht, dann wird es langsam gesenkt und dabei die Ausdehnung der Spirale beobachtet; zugleich bildet die Flüssigkeit vermöge der Adhäsion am Kupfer einen dünnen Ring, der plötzlich abreißt, nachdem ein Zug von etwa 1 g beobachtet ist. Wiederholte Anstellung des Versuchs ergibt die Größe des Zuges bis auf 2 oder 3% genau. Bei reinem Wasser ist der Zug ungefähr dreimal so groß. Der Wert der Oberflächenspannung ist gleich dem gemessenen Zuge dividiert durch die doppelte Länge des Ringumfangs, wobei außer acht gelassen wird, daß der Randwinkel des Flüssigkeitsbandes und des Ringes etwas weniger als 180° ist; diese Ungenauigkeit macht das Resultat ein wenig zu klein.

Bei Seifenlösung ist die Länge des gehobenen Flüssigkeitsbandes viel größer, sie beträgt gegen 2 cm; dagegen ist das Maximum des Zuges weit kleiner als bei reinem Wasser; auch wird das Maximum des Zuges gefunden, wenn die Hebung der Flüssigkeit erst gering ist, wie in Fig. 4; die Gestalt bei weiterem Heben zeigen Fig. 5 und 6; beim Abreißen endlich bildet die hängengebliebene Flüssigkeit ein Häutchen an der Unterseite des Ringes. Die Ursache der zuletzt verminderten Größe des Zuges liegt in der Verminderung des Umfangs des gehobenen Flüssigkeitsringes an seiner vertikalen Stelle (Fig. 6). Es empfiehlt sich, von den Schülern die Gestalt des Seifenhäutchens in den verschiedenen Stadien zeichnen zu lassen, als eine gute Übung in qualitativer Beobachtung.

Der Verfasser führt noch aus, daß eine kreisförmige Scheibe für diese Versuche ungeeignet sei, da hier der Luftdruck einen nicht unbeträchtlichen Einfluß ausübt (die Scheibe verhält sich hierbei wie der Kolben einer Luftpumpe), so daß der Zug gegen den beim Ring gemessenen um etwa das Vierfache vergrößert erscheint. Auch beim Ring kommt übrigens noch ein Einfluß ähnlicher Art in Betracht, da auch hier eine Differenz des Luftdrucks von unten und oben in Betracht kommt, wodurch der Zug scheinbar vergrößert wird. Dieser Einfluß wird aber durch den oben erwähnten der Abweichung des Randwinkels ungefähr aufgewogen. *P.*

**Eine Abänderung des Apparats zur Messung der Ausdehnung durch die Wärme.** In *School Science IX, Nr. 8 (Nov. 1909)* beschreibt GEORGE A. COWEN einen Apparat, der im Prinzip mit dem von Merkelbach konstruierten und für Schülerübungen überaus geeigneten (*diese Zeitschr. V, 232*) übereinstimmt. Eine Röhre aus Metall oder Glas wird durch hindurchgeleiteten Wasserdampf erwärmt und die Ausdehnung dadurch gemessen, daß das eine Ende der Röhre bei der Ausdehnung eine leichte Walze in Umdrehung versetzt, die mit



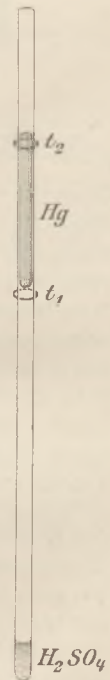
einem Zeiger verbunden ist. Die Zeigerachse besteht abweichend von Merkelbach aus einem dünnen Stab, der zwischen zwei nebeneinander drehbaren Walzen gelagert ist. Die Auflagerung des festliegenden Endes der Röhre geschieht nicht wie bei Merkelbach mit Hilfe eines durch eine Hülse an das Rohr angesetzten Querstabes, sondern durch ein Stück dünner Metallitze, das in einen mit Feile oder Säge hervorgebrachten Einschnitt am Umfang der Röhre eingreift. Bei einer Glasröhre benutzt man zur Festlegung den angesetzten Kautschukschlauch, dessen Ende (mit V-förmigem Einschnitt) man gegen einen Widerhalt stoßen läßt. Die beschriebene Verbesserung besteht darin, daß in den Zuleitungsschlauch ein T-Stück eingeschaltet ist, so daß vor Beginn des Versuchs aus einem Behälter (umgekehrter Lampenzylinder) Wasser von bestimmter Temperatur durch die Röhre geleitet werden kann. Dabei ist kein Hahn erforderlich, sondern man verschließt die Öffnung in einem eingesetzten durchbohrten Kautschukstopfen durch einen von oben eingeführten Glasstab (besser noch ist wohl die Einfügung eines Schlauchstückes mit Quetschhahn). Durch diese Vorrichtung

ist eine rasche und wiederholte Ausführung des Versuchs ermöglicht. Die Ergebnisse der Messungen sind recht genau und miteinander in guter Übereinstimmung. Die einzelnen Messungen weichen um höchstens  $\frac{1}{10}\%$  voneinander ab. Der Apparat wird von der L. E. Knott Apparatus Company in Boston, Mass., geliefert. P.

**Versuch zur Bestimmung des Ausdehnungskoeffizienten der Luft.** Von CHARLES H. SLATER (*School Science IX, Nr. 9, Dez. 1909*). Der Versuch wird nach dem

Verfahren von Melde mit engen Röhren von 0,5 bis 1 mm Durchmesser angestellt. Die Röhren sind 35 cm lang und müssen gut gereinigt und getrocknet sein. Das eine offene Ende wird an die Oberfläche von konz. Schwefelsäure

gebracht, so daß ein wenig davon durch Kapillarität festgehalten wird. Man schmilzt dann dies Ende zu und treibt die Schwefelsäure durch leichtes Stoßen oder Schleudern ganz an das Ende. Darauf bringt man vom offenen Ende aus durch eine dünne Kapillarpipette, die durch Ausziehen eines weiteren Glasrohres in der Bunsenflamme hergestellt wird, einen Quecksilberfaden von passender Länge in die Röhre (am besten bei horizontaler Lage der Röhre), so daß ein Luftquantum abgesperrt wird. Durch Eintauchen in Gefäße mit kaltem und heißem Wasser bestimmt man das Volumen der Luft bei verschiedenen Temperaturen und fixiert den Rand des Quecksilberfadens durch verschiebbare Fadenringe. Aus den gemessenen Längen ergibt sich leicht der Ausdehnungskoeffizient der Luft. Der Mittelwert aus 60 Schülermessungen war 0,00364, und zwar lag bei 55 derselben der Fehler innerhalb 5%. P.



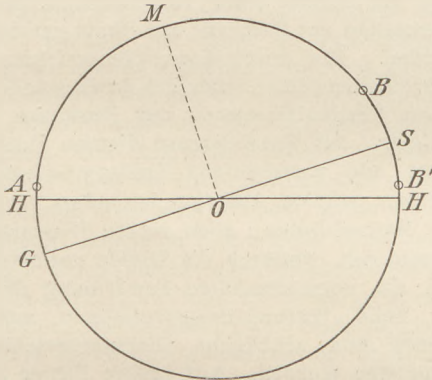
## 2. Forschungen und Ergebnisse.

**Systematische Beobachtung der Polarisation des Himmelslichtes.** Von Dr. JENSEN (Hamburg) und Professor BUSCH (Arnsberg)

ist eine Anregung ausgegangen, daß von den Observatorien mit den von ihnen konstruierten Pendelquadranten an klaren Tagen nach



Sonnenaufgang und vor Sonnenuntergang regelmäßige Beobachtungen der Polarisation des Himmels angestellt werden möchten. Jensen hat in den 90er Jahren des vorigen Jahrhunderts in Kiel die Stärke der Polarisation im Zenit gemessen. Er fand sie je nach der Sonnenhöhe 10—70% stark. Bei Sonnenaufgang ist der Betrag des polarisierten Lichtes am größten, bei höchstem Sonnenstande am kleinsten. Busch hat seit 1886 mit dem Savartschen Polariskop den sogenannten Aragoschen und Babinetschen Punkt beobachtet, Der in der Figur gezeichnete Kreis



sei das Sonnenvertikal,  $HH'$  der Horizont,  $S$  die Sonnenstellung,  $G$  ihr Gegenpunkt. Steht dann  $OM$  senkrecht auf  $SG$ , so ist der mit  $OM$  senkrecht zur Zeichenebene um  $O$  beschriebene Kreis der Ort aller Himmelspunkte, die von der Sonne 90 Grad Winkelabstand haben und stets den größten Anteil polarisierten Lichtes aussenden.  $A$  ist der von Arago im Jahre 1809 beobachtete Punkt, von dem kein polarisiertes Licht ausgesendet wird,  $B$  dagegen der 1840 von Babinet entdeckte zweite Punkt von gleicher Eigenschaft. Ein dritter  $B'$  von Brewster entdeckter neutraler Punkt soll für uns nicht in Frage kommen, weil er schwerer auffindbar ist.

Der Aragosche Punkt liegt etwa 20 Grad über dem Gegenpunkt der Sonne, der Babinetsche fast ebenso viele Grade über der Sonne selber. Sinkt die Sonne, so nimmt der Abstand des Aragoschen Punktes ab, der des Babinetschen zu. Busch beobachtete außerordentlich hohe Lagen des Babinetschen Punktes in den Jahren 1903/04 als Folge des Vulkanausbruchs des Mont Pélée auf Martinique. Außerdem stellte er fest, daß die Abstände der neutralen Punkte parallel laufen mit dem Maximum und Minimum der Sonnenflecke, also groß waren in den Jahren 1893 und 1905, klein dagegen 1889 und 1901.

Das Savartsche Polariskop besteht aus zwei gekreuzten Quarzplatten. Sieht man durch dasselbe, nachdem man zwischen Auge und Polariskop eine Turmalinplatte oder einen Nicol gebracht hat, nach einer reflektierenden Fläche und dreht den Nicol in die richtige Lage, so beobachtet man farbige Fransen. Bringt man den Nicol in solche Lage, daß die Streifen vertikal verlaufen, so kann entweder in der Mitte ein schwarzer Streifen sein oder ein weißer, der zu beiden Seiten je einen schwarzen aufweist. Im ersten Falle ist die Schwingungsebene des Lichtes horizontal, im letzten vertikal. Geht man nun etwa eine Stunde vor Sonnenuntergang mit dem Polariskop von der Sonne aus vertikal aufwärts, so geht die eine Lage in die andere über. Den Übergang bildet eine Stelle, bei der in der Mitte die Fransen verschwunden sind, und diese Stelle ist der neutrale Punkt Babinets. Ähnlich ist der Aragosche gekennzeichnet. Jensen und Busch möchten nun, besonders um die Erscheinung für meteorologische Zwecke nutzbar zu machen, daß an möglichst vielen Orten die Höhen dieser Punkte, nämlich auf der Sonnenseite und auf der Gegenseite, regelmäßig beobachtet werden. Es müßten außer den Höhen dieser beiden neutralen Punkte die Beobachtungszeit, der Barometerstand, die Feuchtigkeit, die Sichtbarkeit der Luft und die Sättigung des Himmelsblaus notiert werden. Wünschenswert sind Bemerkungen über Dämmerungsphänome und etwaiges Vorhandensein von kleinen Wolken. Der letzte Punkt ist besonders wichtig, da sich die Höhe der Punkte durch unsymmetrische Wolkengebilde verschiebt. Man wird gut tun, anfangs nur bei ganz klarer Witterung zu beobachten. In einer vorläufigen Anweisung macht Jensen darauf aufmerksam, daß es einiger Übung bedarf, um die neutralen Punkte zu bestimmen, weil, wie er es nennt, eine Brücke von einiger Winkelbreite über die neutralen Punkte hinüberführt.

Der Pendelquadrant ist ein Sektor aus Metall, auf dessen Rande sich eine Teilung befindet, die ganze Grade enthält. Die drehbare Alhidade hängt senkrecht herab, wenn man den Quadranten senkrecht hält. Am Nullstrich der Alhidade wird der Winkel abgelesen. Außer dem Polariskop befinden sich an dem Quadranten ein Nadelvisier, ein Rahmvisier und ein Visierloch, durch welches das Auge über die Visiere hinweg durchs Polariskop blickt. An diesem ist die normale Stellung von Turmalin und Quarzplatte durch Pfeile angedeutet, die auf beiden Seiten nach unten

zeigen müssen. Ohne Polariskop kann die Vorrichtung natürlich auch sonst zur Bestimmung vertikaler Winkel am Himmel gelegentlich meteorischer Erscheinungen dienen. Mit dem Polariskop allein kann man auch die Polarisation des ganzen Himmelsgewölbes absuchen. Das Maximum der Polarisation in 90 Grad Sonnenabstand beträgt 50–80%; ihre Stärke hat auch einen täglichen Gang, und zwar tritt mittags ein Minimum von 50–60% ein. Auch ist festgestellt, daß die Menge des polarisierten Lichtes von der Wellenlänge abhängt, insbesondere, daß ein Unterschied der Polarisation blauer und roter Strahlen vorhanden ist, der von den Windrichtungen abhängt.

Vielleicht veranlassen diese Zeilen die Physiker an höheren Lehranstalten, sich ein Polariskop, das kaum 10 Mark kosten wird, (Firma Halle Nachf., Steglitz b. Berlin), oder den Pendelquadranten selbst, der von der Firma Dörffel & Färber, Berlin, Chausseestraße 10, für 75 Mark geliefert wird, zu beschaffen und gelegentlich Bestimmungen zu machen. Gerade für das Gebiet der Polarisation erscheint es auch wünschenswert, die Schüler gelegentlich auf praktische Anwendungen hinweisen zu können. Es ist nicht ausgeschlossen, daß die Verwendung dieses Apparates für die Prognosen in der Zukunft große Bedeutung erlangt, sobald die Ergebnisse der Beobachtungen, insbesondere der neutralen Punkte, über eine Reihe von Jahren und über ein größeres Gebiet gut verteilter Stationen vorliegen.

Meteorologisches Observatorium Bremen.

W. Grosse.

**Die Druckkräfte des Lichts auf Gase.** Von P. LEBEDEW<sup>1)</sup>. Die bisherigen Versuche über den Druck des Lichts betrafen die auf feste Wände ausgeübten Druckkräfte. Doch muß das Licht auch auf die Moleküle eines Gases einen Druck ausüben, sobald es von der Gasmasse absorbiert wird, und die Gasmasse sich dem Licht gegenüber wie ein schwarzer Körper verhält. Ist  $p$  die fortführende Kraft in der Richtung eines parallelen Strahlenbündels,  $\alpha$  der Absorptionskoeffizient der pro Sekunde auffallenden Energiemenge  $E$ ,  $v$  die Lichtgeschwindigkeit, so ist nach Fitzgerald  $p = \alpha \cdot E/v$ . Die Versuchsordnung war derart, daß das Gas in der Richtung des Strahlenbündels sich frei verschieben konnte und auf einen empfindlichen Stempelapparat einwirkte,

der von dem Strahlenbündel direkt nicht beeinflusst werden konnte. Das Gas befand sich in einem parallelepipedischen Hohlraum, der von zwei gegenüberstehenden Flußspatfenstern verschlossen war. Das Licht eines Nernstfadens wurde mit Hilfe besonderer Spiegelvorrichtungen bald in der einen, bald in der entgegengesetzten Richtung durch den Hohlraum geschickt. Die dabei an den beiden Fenstern auftretenden Druckdifferenzen gleichen sich dann durch einen dunkeln Seitenraum aus, der durch den leicht beweglichen Stempel fast geschlossen ist. Der Stempel hing am Balken einer Torsionswaage, deren Ausschläge mit Fernrohr und Skala gemessen wurden. Die durch Konvektionswirkungen auftretenden Fehler ließen sich durch möglichst kleine Vertikaldimension der Gasmasse beseitigen. Als Versuchsgase dienten Kohlenäure und verschiedene Kohlenwasserstoffe (Methan, Äthylen, Azetylen, besonders Propan und Normal-Butan); allen wurde Wasserstoff beigemischt, wodurch die Dichte vermindert und die ungleichmäßige Erwärmung durch das hohe Wärmeleitungsvermögen ausgeglichen und schädliche Dichteunterschiede vermieden wurden. Auf andere Fehler und deren Beseitigung soll hier nicht weiter eingegangen werden. Die gemessenen Ausschläge lagen zwischen 0,3 und 2 Skalenteilen. Bei Anwendung von Bogenlicht erhielt man das Zehnfache hiervon; da sich aber bei der schwankenden Strahlung des Bogens keine Absorptionsmessungen machen lassen, so konnten diese Versuche für quantitative Messungen keine Verwendung finden. Die Absorptionskoeffizienten der Gasgemische wurden im Vergleich zu Luft mit Thermoelementen, die durch den Druckapparat gehende Energiemenge mit Hilfe des vom Verf. schon bei seinen früheren Versuchen benutzten Kalorimeters gemessen. Der absolute Betrag der gemessenen Druckkräfte wurde aus der Richtkraft des Quarzfadens und den Abmessungen des Stempelapparates berechnet; nach Abzug aller Korrekturen entsprach 1 Skt. Ausschlag im Gasraume eine Druckdifferenz von  $2,8 \cdot 10^6$  Dynen pro qcm. Ebenso wurden die absoluten Werte der Druckkräfte nach Fitzgerald aus der Strahlungsenergie und dem Absorptionskoeffizienten berechnet und mit den direkt gemessenen verglichen. Aus der von LEBEDEW aufgestellten Tabelle seiner Versuchsergebnisse geht hervor: 1. Die Existenz der Druckkräfte des Lichtes auf Gase ist experimentell festgestellt. 2. Diese Druckkräfte sind der auffallenden

<sup>1)</sup> Ann. der Physik 32, 411 (1910).



Energiemenge und dem Absorptionskoeffizienten der Gasmasse direkt proportional. 3. Innerhalb der Fehlergrenzen ist die von Fitzgerald aufgestellte Beziehung quantitativ als bewiesen zu betrachten.

*Schk.*

#### Lichtbrechung in der Sonnenatmosphäre.

Von W. H. JULIUS<sup>1)</sup>. Die bereits früher entwickelte Theorie des Verf. (d. Zeitschr. XIV, 354) wird weiter ausgeführt. Er untersucht ganz allgemein den Einfluß, den das selektiv absorbierende Gasgemisch, welches die Sonnenatmosphäre bildet, auf das seitens der tiefer gelegenen Schichten der Sonne emittierte weiße Licht ausübt. Bei einem als wahrscheinlich anzunehmenden Gradienten der Dichte in jenem Gasgemisch kann das aus den tieferen Schichten kommende Licht seine Richtung sehr merklich ändern. Die Strahlenkrümmung wächst besonders stark für die in der Nähe der Absorptionslinien liegenden Wellen; diese erleiden anomale Dispersion und werden selbst bei geringer Menge des betreffenden absorbierenden Gases stärker gekrümmt als normal gebrochene Strahlen. Der Verf. zeigt, daß, wenn ein kleines Gebiet der Sonnenatmosphäre ein Minimum der Dichte besitzt und, von der Erde aus gesehen, exzentrisch auf die Sonnenscheibe projiziert wird, das Gebiet auf dem der Mittelpunkt der Scheibe abgewandten Seite dunkler, auf der der Mitte zugewandten Seite heller erscheinen muß als die Umgebung, das letztere freilich nur, wenn die Entfernung vom Mittelpunkt nicht zu klein ist. Besitzt jenes kleine Gebiet dagegen ein Maximum der Dichte, so erscheint es bei exzentrischer Lage auf der dem Mittelpunkt zugekehrten Seite dunkler, auf der abgewandten heller. In der Nähe des Mittelpunktes dagegen muß das Verdünnungs- oder Verdichtungsgebiet auf allen Seiten einen dunklen Rand zeigen.

Diese aus der in Medien verschiedener Dichte eintretenden Strahlenkrümmung abgeleiteten Ergebnisse konnte der Verf. durch Versuche an zwei Flüssigkeiten von gleicher Dichte, aber verschiedenem Brechungsvermögen bestätigen. Eine gesättigte Kochsalzlösung hatte das spezifische Gewicht 1,204 und das Brechungsverhältnis 1,38; ein Gemisch von 78 Teilen Glycerin und 22 Teilen Wasser das gleiche spezifische Gewicht und das Brechungsverhältnis 1,44. Ein von der Rückseite hell beleuchtetes Mattglas bildete eine kreisförmige Lichtquelle, deren Helligkeit vom Mittelpunkt nach dem Rande zu allmählich abnahm. Vor

dieser Lichtquelle befand sich ein Gefäß, das mit der einen der beiden Flüssigkeiten gefüllt war, während ein Tropfen der anderen durch ein Röhrchen hineingebracht wurde. Da die Diffusion nur langsam erfolgte, so hatte man in der Tat ein kleines Gebiet eines optisch dichteren Mittels in einem optisch dünneren — oder umgekehrt. Man beobachtete daraus die vorhin angegebenen Erscheinungen. Die vom Verf. reproduzierten Photogramme zeigen die Salztropfen in Glycerin an der Außenseite dunkler, die Glycerintropfen in Salzlösung an der Innenseite dunkler. Beides tritt nur ein bei exzentrischer Lage der Tropfen; in der Nähe der Scheibenmitte erscheinen beide Tropfenarten in der andern Flüssigkeit dunkler.

Die Sonnenflecken sind wahrscheinlich Wirbel, in deren Innern ein Dichteminimum sich befindet. Da das Licht in der Achse des Wirbels einen viel längeren Weg zurücklegt als innerhalb eines nur sphärischen Verdünnungsgebiets, so wird auch die Wirkung der Strahlenkrümmung viel größer sein. Das ließ sich bestätigen, wenn man bei den vorigen Versuchen das Licht der Scheibe in der Richtung der hinabfallenden Tropfen hindurchgehen ließ. Man erhielt dann stets dunkle Flecken, die bei exzentrischer Lage nach dem Mittelpunkte hin einen hellen oder einen dunklen Rand hatten, je nachdem das innere oder das äußere Mittel das Dichteminimum besaß.

Die betrachteten Brechungserscheinungen innerhalb eines Sonnenflecks werden weiterhin beeinflusst durch die Dispersion, die in der Nähe der Absorptionslinie normal ist. Der Verf. zeigt, daß, wenn der Spalt des Spektroskops den Fleck in der Richtung auf die Sonnenmitte durchschneidet, die Fraunhofer'schen Linien mehr oder minder stark S-förmig gekrümmt erscheinen müssen. Dadurch werden Beobachtungen erklärt, die J. Evershed an den Linien gemacht hat, und die dieser mit Hilfe des Dopplerschen Prinzips auf radiale Bewegungen in den Sonnenflecken zurückführen zu müssen glaubte.

Dichteverschiedenheiten wurden auch außerhalb der die Flecken hervorrufenden Wirbel in der Atmosphäre der Sonne vorkommen. JULIUS zeigt, daß alle solche Ungleichheiten der Dichte dahin zusammenwirken, einen gewissen Teil des Lichtes der Atmosphäre am Durchgang durch die Sonnenatmosphäre zu verhindern. Dadurch erscheinen die in der Nähe der Absorptionslinien liegenden Wellen mit geringerer Intensität als die

<sup>1)</sup> Phys. Zeitschr. 11, 56, 70 (1910).

übrigen, und zwar nicht, weil sie in der Sonnenatmosphäre absorbiert werden, sondern, weil sie teilweise wieder nach innen zurückgelenkt werden. Die Fraunhoferschen Linien sind Absorptionslinien, die in Dispersionsbanden eingehüllt sind. Es läßt sich ferner zeigen, daß diese Dispersionsbanden asymmetrisch sein müssen, und daß sich diese Asymmetrie durch eine Verschiebung der Fraunhoferschen Linien nach der roten Seite hin kundgeben muß. Eine solche Verschiebung der Mehrzahl der Linien wurde bereits 1896 von Jewel entdeckt. Fabry und Buisson haben neudings mit einer feinen Interferenzmethode diese Verschiebung nach Rot hin bei allen Linien des Sonnenspektrums festgestellt, führen diese Erscheinung aber auf Druckwirkung zurück. *Schk.*

#### Versuche mit langwelligen Wärmestrahlen.

Von H. RUBENS und H. HOLLNAGEL<sup>1)</sup>. Bisher bildete die Wellenlänge der Reststrahlen von Sylvin die äußerste Grenze, bis zu der man im ultraroten Spektrum vorgedrungen war. Die Messung der Wellenlänge war dabei immer mit Spektrometer und Beugungsgitter ausgeführt worden, wobei aber große Energieverluste auftraten. Durch Anwendung einer Interferenzmethode gelang es den Verff., die Genauigkeit der Wellenlängenmessung zu erhöhen und noch weiter in das Gebiet der langen Wellen vorzudringen. Das Interferometer bestand im wesentlichen aus einer von dünnen Quarzplatten begrenzten planparallelen Luftschicht, deren Dicke vermittelt einer Teilmaschine variiert werden konnte. Durch einen Hohlspiegel wurde das Bild eines Auerstrumpfes auf den mittleren Teil der Luftplatte des Interferometers geworfen. Von da gelangten die Strahlen in das Innere eines Kastens, wurden hier nacheinander an vier, die Reststrahlen aussondernden Kristallplatten reflektiert und zuletzt wieder durch einen Hohlspiegel auf dem Thermolement eines empfindlichen Mikroradiometers vereinigt. Als Kristallplatten dienten Platten aus Steinsalz, Sylvin, Bromkalium und Jodkalium. Zuerst wurden die Kristallplatten sorgfältig parallel gestellt und zur Berührung gebracht und dann der Ausschlag am Radiomikrometer gemessen. Dann wurde die Trommel der Teilmaschine um einen Teilstrich gedreht, wodurch die Platten sich etwas entfernten, und nun wieder der Ausschlag gemessen. Durch Fortsetzung dieses Verfahrens er-

hielt man das gesamte Interferenzbild, das — mit den Trommelablesungen als Abszissen, den Ausschlägen als Ordinaten — graphisch aufgetragen wurde. Sämtliche Kurven zeigen scharf den Wellencharakter; sie erinnern ferner mit ihren abwechselnden sekundären Maximis und Minimis an die Kurven, die man bei der mechanischen Aufzeichnung von Schwebungen erhält. Daraus geht hervor, daß man es nicht mit einem einzigen, sondern mit zwei Strahlungsgebieten von verschiedener mittlerer Wellenlänge zu tun hat, von denen aber das eine schwächer ist als das andere. Die Bestimmung der mittleren Wellenlänge beider Streifen ergab bei Steinsalz  $51,7 \mu$ , bei Sylvin  $63,4$ , bei Bromkalium  $82,3$ , bei Jodkalium  $96,7 \mu$ . Durch die Reststrahlen der beiden letzten Substanzen wird das bekannte Spektrum auf 10 Oktaven erweitert, von denen zwei im Ultraviolett, eine im sichtbaren Gebiet und sieben im Ultrarot liegen. Die Verff. bestimmten auch das Absorptionsvermögen verschiedener Substanzen für jene Reststrahlen und brachten dieses in einer Tabelle zur Darstellung. *Schk.*

**Kanalstrahlen.** Wie B. STRASSER findet, ist die Intensität der ruhenden und der bewegten Linie im Dopplereffekt der Wasserstoffkanalstrahlen abhängig von der Reinheit des Gases.<sup>1)</sup> Je reiner der Wasserstoff ist, desto mehr tritt die ruhende Linie gegen die bewegte zurück, so daß bei sehr reinem Gase im wesentlichen nur die bewegte Linie zu beobachten ist. Der Verf. fügte dem Wasserstoff verschiedene Mengen eines anderen Gases, das sich unter dem Einfluß der Entladung mit dem Wasserstoff nicht verbindet, hinzu; er wählte dazu Stickstoff, Argon, Helium. Es zeigte sich, daß die Intensität der ruhenden Linie mit der Menge des hinzugesetzten Gases zunimmt, die Intensität der bewegten Linien aber abnimmt. Bei sehr starker Verunreinigung des Wasserstoffs ist das Intensitätsminimum nicht mehr wahrnehmbar, die bewegte Linie schließt sich unmittelbar an die ruhende an. Die dem Wasserstoff hinzugefügten Gase mit großem Atomgewicht üben bei gleichen Volumanteilen eine stärkere Wirkung auf die Intensitätsverteilung der ruhenden und bewegten Linie aus als die Gase mit kleinem Atomgewicht.

Ebenso wie durch ein fremdes Gas wird das Aussehen des Dopplereffekts beeinflusst durch die von der Kathode zerstäubten Metall-

<sup>1)</sup> Verh. d. Deutschen Phys. Ges. **12**, 83 (1910).

<sup>1)</sup> Ann. d. Physik **31**, 890 (1910).



teilchen. Bei Metallen, die nur wenig zerstäuben, wie Aluminium, Magnesium, Eisen oder Kohle, erhält man den Dopplereffekt ohne besondere Schwierigkeiten. Ist die Kathode aber ein leicht zerstäubendes Metall wie Kupfer oder Silber, so erhält man selbst bei sehr reiner Gasfüllung kaum eine Spur von verschobener Linie. Da die Zerstäubung der Kathode mit der Zeit geringer wird, so treten dann auch die bewegte Linie und das Intensitätsminimum mehr hervor.

Im Spektrum der Kanalstrahlen sind unmittelbar hinter der Kathode die Linien des Wasserstoffs und des Mischgases vorhanden. In weiterer Entfernung treten die letzteren immer mehr gegen die Wasserstofflinien zurück, die in 25 cm Entfernung von der Kathode fast allein sichtbar sind.

Die durch ein elektrisches Feld bewirkte Geschwindigkeitsänderung der Kanalstrahlen konnte durch Beobachtung des Dopplereffekts festgestellt werden. So wurde z. B. durch ein Feld von  $V = -2000$  Volt die Geschwindigkeit von  $v_1 = 6,3 \cdot 10^7$  auf  $v_2 = 8,8 \cdot 10^7$  cm/sek erhöht. Da die spezifische Ladung  $e/m = (v_2^2 - v_1^2)/2V$  ist, so konnte man  $e/m$  berechnen; es ergab sich als oberer Grenzwert  $e/m = 10^4$ . Im ganzen zeigten sich aber Kanalstrahlen verschiedener Geschwindigkeiten, deren Zahl mit der Annäherung an die Kathode zunimmt; im Anfang der ersten Kathodenschicht wurde nur eine Geschwindigkeit beobachtet.

STRASSER unterscheidet bei seinen Versuchen nicht die von Wien und Thomson beobachteten beiden Hauptgruppen von Wasserstoffkanalstrahlen. Für die eine dieser Gruppen war  $e/m$  wie oben  $= 10^4$ , für die andere aber  $5 \cdot 10^3$ . Thomson hielt die ersteren Strahlen für Wasserstoffatome, die zweiten für Wasserstoffmoleküle mit je einer Elementarladung (s. diese Zeitschr. XX, 394). Die Geschwindigkeit der Atomstrahlen ist größer als die der Molekülstrahlen. Thomson fand diese beiden Arten von Wasserstoffstrahlen in allen von ihm untersuchten Gasen wieder; nur im Helium trat noch eine dritte Strahlenart auf, für die  $e/m = 2,5 \cdot 10^3$  war, die hiernach dem einwertigen Heliumatom entsprechen würde. Da in den Sauerstoff- und Stickstoffkanalstrahlen Ionen dieser Stoffe nicht gefunden wurden, so kam Thomson zu der Ansicht, daß die Sauerstoff- und Stickstoffkanalstrahlen eine Umwandlung in Wasserstoff erfahren.

Die Thomson'schen Beobachtungen haben E. GEHRKE und O. REICHENHEIM bestätigt

und erweitert<sup>2)</sup>. In einem großen Entladungsröhre wurde ein Fluoreszenzschirm nahe an die Kathode herangebracht. Ein kurzes, nahe am Fluoreszenzschirm erzeugtes Magnetfeld trennte die Kanalstrahlen verschiedener Geschwindigkeit, so daß man auf dem Schirm scharfe Fluoreszenzflecke erhielt. Die Verf. beobachteten außer den beiden von Thomson dem Wasserstoff zugeschriebenen Fluoreszenzflecken in Luft und Sauerstoff noch einen dritten, weniger stark abgelenkten Fleck. Die Ablenkung der drei Flecke verhielt sich wie 1:1,4:4, d. h. wie  $1:\sqrt{2}:\sqrt{16}$ . Nimmt man die Ladungen und Geschwindigkeiten der drei Ionenarten als gleich an, so würde man folgern können, daß sich ihre Massen wie 1:2:16 verhalten, d. h. wie 1 Atom Wasserstoff:1 Molekül Wasserstoff:1 Atom Sauerstoff. In Helium beobachteten die Verf. drei Flecke mit den Ablenkungen  $1:\sqrt{2}:\sqrt{4}$ , was dem Verhältnis  $H:H_2:He$  entsprechen würde. In Argon und Stickstoff wurden auch die beiden Wasserstoffflecke beobachtet.

Wie Paschen zuerst fand, zeigt beim Dopplereffekt die bewegte Linie mit dem Kathodenfall Intensitätsänderungen, die sich in zwei Maximis ausdrücken. Auch STRASSER hatte bei seinen Untersuchungen jene Intensitätsänderungen beobachtet und graphisch dargestellt. GEHRKE und REICHENHEIM entnahmen aus diesen und anderen Beobachtungen die Werte für die Maxima und fanden, daß diese sich auch wie  $1:\sqrt{2}$  verhalten. Daraus würde folgen, daß die Träger der verschobenen Spektrallinien zu der Zeit, als sie beschleunigt wurden, Wasserstoffatome und Wasserstoffmoleküle waren. Zwischen dem durch Ablenkungsversuche gefundenen magnetischen Spektrum und dem Dopplerspektrum bestehen überhaupt Parallelen, insofern als die Intensitätsverhältnisse der Fluoreszenzflecke und der beiden Maxima von den Entladungsbedingungen und Verunreinigungen abhängig sind.

Eine Erweiterung seiner früheren Untersuchungen über positive Strahlen bringt J. J. THOMSON in einigen neueren Arbeiten<sup>3)</sup>. Er beobachtet die Strahlen stets durch ihre Fluoreszenzwirkung auf einen Willemschirm; der auf diesem entstehende helle Fleck wird zu einem breiten Bande ausgezogen, wenn man die Strahlen gleichzeitig einem magnetischen und einem senkrecht dazu stehenden elektrischen Felde aussetzt. Die Strahlen

<sup>2)</sup> Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **12**, 414 (1910).

<sup>3)</sup> Phil. Mag. **18**, 821 (1909); **19**, 424 (1910).

wurden in der Vakuumröhre entweder durch eine Induktionsrolle oder durch eine Wehrsen-  
sche Mercedesmaschine erzeugt. Durch eine  
große Reihe von Versuchen wurde festgestellt,  
daß die Geschwindigkeit der Kanal-  
strahlen unabhängig ist von der Potent-  
ialdifferenz der Elektroden sowie auch  
vom Druck in der Entladungsröhre.  
Denn wenn die Potentialdifferenzen von 40000  
bis 3000 Volt, die Drucke auch sehr bedeutend  
variiert wurden, so zeigte sich die Ablenkung  
der positiven Strahlen durch die elektrische  
Kraft unverändert. Bei gleicher Änderung  
der Versuchsbedingungen wurde dagegen die  
Ablenkung der Kathodenstrahlen sehr er-  
heblich geändert.

Für die Teilchen, welche die Maximal-  
geschwindigkeit  $v = 2 \cdot 10^8$  cm/sek haben,  
ist  $e/m = 10^4$ . Nennt man  $V$  die Potential-  
differenz, die nötig ist, um einer Masse  $m$  die  
Ladung  $e$  zu geben, so ist  $V \cdot e = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ .  
Daraus erhält man für die angegebenen Werte  
von  $v$  und  $e/m$   $V = 20000$  Volt. Da die wirk-  
liche Potentialdifferenz zwischen den Elek-  
troden nur 3000 Volt zu betragen braucht,  
um Strahlen obiger Geschwindigkeit zu er-  
zeugen, so erlangen die positiven Teilchen  
eine viel größere Geschwindigkeit, als sie  
durch die ganze Potentialdifferenz innerhalb  
der Entladungsröhre überhaupt erhalten  
könnten. — Der Wert  $e/m = 10^4$  wurde eben-  
so wie in Wasserstoff, Helium, Luft, Sauer-  
stoff, Argon auch im Schwefeldioxyd, Jod-  
methyl und anderen Gasen gefunden.

Schon früher ist festgestellt worden, daß  
die Ursprungsstelle der Kanalstrahlen nicht  
etwa an der Kathode, sondern an der Grenze  
des Crookeschen dunkeln Raumes zu suchen  
ist. THOMSON zeigte das noch mit einer zylin-  
drischen Vakuumröhre, in deren Mitte die  
durchlöchernte Kathode, an deren Enden sich  
zwei Anoden befanden. Sind diese mitein-  
ander verbunden, so entwickelt sich auf jeder  
Seite der Kathode ein Crookescher Raum,  
und man erhält, von diesem ausgehend, zwei  
nach entgegengesetzten Richtungen gehende  
Bündel von Kanalstrahlen, die größtenteils  
durch die Kathodenöffnung hindurch in den  
andern Raum der Röhre treten. Die Strahlen  
besitzen ihre charakteristischen Eigenschaften  
schon lange, bevor sie die Kathode erreichen.  
Ein kleiner Aluminiumring, der durch einen  
kathodischen Niederschlag von Natriumglas  
für Kanalstrahlen empfindlich gemacht war,  
wurde mittels eines Magneten, der auf ein in  
den Glasfuß des Ringes eingebettetes Eisen-  
stück wirkte, hinter der Kathode verschoben.

Die gelbe Fluoreszenz des Ringes war dann  
noch in mehr als  $1\frac{1}{2}$  cm Entfernung von der  
Kathode zu bemerken.

Die Folgerungen, die J. J. THOMSON aus  
seinen Versuchen zieht, führen ihn zu einer  
ähnlichen Theorie der Kanalstrahlen, wie sie  
bereits W. Wien gegeben hat (d. Zeitschr.  
*XXII*, 316). Danach erhalten die zunächst neu-  
tralen Gasmoleküle in der Entladungsröhre  
durch fortwährende Zusammenstöße mit den  
Kathodenstrahlenteilchen eine allmählich zu-  
nehmende Energie. Überschreitet diese einen  
kritischen Wert, so explodiert das Molekül,  
und ein positiv geladenes, vielleicht auch ein  
noch neutrales Teilchen wird mit einer Ge-  
schwindigkeit von mehr als  $2 \cdot 10^8$  cm/sek  
fortgeschleudert. Später vereinigt sich das  
positive Teilchen wieder mit einem negativen  
zu einem neutralen, dieses explodiert wieder,  
usf. So bildet sich schließlich ein Gleichge-  
wichtszustand von fortwährend sich dissozi-  
ierenden und wieder vereinigenden Atomen.

Der Verf. beobachtete auch positive  
Strahlen, die von der Kathode in derselben  
Richtung wie die Kathodenstrahlen ausgehen,  
die er retrograde Strahlen nennt. Diese  
sind viel weniger hell als die eigentlichen  
Kanalstrahlen, haben aber dieselbe Geschwin-  
digkeit.

Aus der von Wien und Thomson ent-  
wickelten Anschauung würde folgen, daß in  
einem Kanalstrahlenbündel neben positiven  
und neutralen Teilchen auch negative  
Teilchen vorhanden sein müssen. Beide  
Forscher haben das durch die Beobachtung  
bestätigen können. WIEN hielt es für wahr-  
scheinlich, daß das Verhältnis der Anzahl der  
positiven und negativen Teilchen zu den  
ungeladenen von den im Beobachtungsraum  
vorhandenen Gasen abhängt<sup>4</sup>). Da für der-  
artige quantitative Versuche die Fluoreszenz-  
methode sich nicht eignet, benutzte WIEN  
eine Rubenssche lineare Thermosäule, die  
vermittelt einer Schraube durch das Kanal-  
strahlenbündel bewegt werden konnte. Die  
von der Lochkathode kommenden Strahlen  
gelangten durch eine Kapillare in den Beob-  
achtungsraum, in dem mit einer Gaedepumpe  
die Verdünnung wesentlich höher gehalten  
wurde als im Entladungsrohr; sie passierten  
dann ein sehr kurzes Magnetfeld und trafen  
auf die Thermosäule. Durch eine besondere  
Kapillare konnten auch andere Gase in den  
Beobachtungsraum geleitet werden. Bei ge-  
nügend hoher Verdünnung im Beobachtungs-

<sup>4</sup>) Phys. Zeitschr. 11, 377 (1910).



raum zeigte die Energiekurve zwei Maxima, von denen das eine dem abgelenkten, das andere dem nicht abgelenkten Bündel entsprach. Bei Wasserstoff war das Verhältnis der Energien beider Bündel etwa  $\frac{7}{100}$ . Die negativen Ionen des Wasserstoffs gaben nur bei hohen Spannungen ein ausgeprägtes Maximum, das im Verhältnis zum nicht beeinflussten Bündel etwa  $\frac{1}{100}$  betrug. Die Energie der positiven Ionen ist bei Wasserstoff wesentlich größer als die der negativen. Bei Sauerstoff war das Magnetfeld, das das Energiemaximum um die gleiche Strecke ablenkte, viermal so stark als bei Wasserstoff, entsprechend der Quadratwurzel aus dem Atomgewicht. Bei hohen Verdünnungen war das Verhältnis der Maxima des abgelenkten Bündels zum nicht beeinflussten etwa  $\frac{7}{100}$  bei den negativen,  $\frac{4}{100}$  bei den positiven. Das Überwiegen der negativen Ionen war auf die von der Pumpe kommenden Hg-Dämpfe zurückzuführen; denn es hörte auf, sobald diese Dämpfe durch ein mit flüssiger Luft umgebenes Ansatzrohr kondensiert wurden. Ähnliche Wirkung wie Quecksilberdampf hatten Dämpfe von Tetrachlorkohlenstoff und Wasserstoff, nicht dagegen Stickstoff. Wurden Wasserstoff- oder Stickstoffkanalstrahlen in eine Atmosphäre von Sauerstoff geleitet, so lag die Energiekurve der positiven Strahlen stets über der der negativen.

Die Frage, ob bei dem fortwährenden Dissoziationsprozeß zwischen positiven und neutralen Teilchen die einen oder die andern Träger der Lichtemission und des Dopplereffekts sind, hatte Wien dahin zu beantworten geglaubt, daß entweder die neutralen oder die nur kurze Zeit geladenen Teilchen diese Träger sind (diese Zeitschr. XXII, 316). Dagegen hat J. J. Thomson mit einer andern Versuchsanordnung eine Schwächung der Lichtemission durch ein paralleles verzögerndes elektrisches Feld konstatiert, woraus auf die positiven Teilchen als Träger der Lichtemission zu schließen sein würde<sup>5)</sup>. J. STARK gibt eine Kritik der Versuche von Wien und Thomson und stellte selbst Versuche auf ähnlicher Grundlage wie Thomson an<sup>6)</sup>. Er brachte hinter der durchlöcherten Aluminiumkathode in 5 mm Entfernung ein Messingdrahtnetz an, das mit dem positiven Pol einer Batterie verbunden war. Dann ließen sich drei Stadien (bei höherem, mitt-

lerem und niedrigem Druck) unterscheiden. In den beiden ersten Stadien war eine Einwirkung des verzögernden elektrischen Feldes auf die Lichtemission der gesamten Kanalstrahlen wahrzunehmen; im dritten Stadium wurde nur das diffuse Licht, welches das dünne Kanalstrahlenbündel umgab, geschwächt. Bei höherem Druck vermag also jedenfalls ein verzögerndes paralleles elektrisches Feld den größeren Teil der bewegten Intensität aus einem Kanalstrahlenbündel fortzunehmen.

Im Gegensatz zu diesen Beobachtungen kam J. KOENIGSBERGER zu dem Schlusse, daß die Lichtemission der Kanalstrahlen im wesentlichen von den neutralen Teilchen ausgeht<sup>7)</sup>. Er lenkte den positiven Teil eines Kanalstrahlenbündels durch ein starkes Magnetfeld ab und zeigte, daß nur der neutrale, nicht ablenkbare Teil bei nicht zu geringem Drucke leuchtet, ferner, daß dieser lichtemittierende Teil weder durch starke transversale noch durch parallele elektrische Felder beeinflusst wird. Der für das Leuchten nötige Druck muß eine gewisse Größe überschreiten. — Die Drucke, bei denen die Lichtemission für das ausgeruhete Auge nicht mehr gut sichtbar war, waren für Luft etwa 0,0006, für Wasserstoff 0,0002, für Quecksilber 0,0005 mm. Der Verf. ist der Meinung, daß die Lichtemission durch Zusammenstöße von neutralen Teilchen mit Gasmolekülen veranlaßt wird, und daß sie eben erst eintreten kann, wenn genügend Gasmoleküle vorhanden sind. Bei einem Druck von mehr als 0,02–0,03 mm war die Lichtemission nicht durch die an der Kathode schon vorhandenen, sondern durch die aus den positiven Strahlen im Beobachtungsraum neugebildeten neutralen Teile bedingt. Ein Teil derselben verbreitet sich nach allen Richtungen und emittiert das Licht des Gases im Beobachtungsraum, nicht das des Wasserstoffs. Der Verf. knüpft an seine Beobachtungen Betrachtungen über den Temperaturbegriff bei der Lichtemission der Kanalstrahlen, worauf hier nicht näher eingegangen werden kann.

In einer weiteren Arbeit entwickelt STARK seine Ansichten in präziserer Fassung<sup>8)</sup>. Danach sind „die Träger der bewegten Intensität die positiven Atomionen des Gases, in welchem die Kanalstrahlen erzeugt werden; die Zentra der Emission aber sind negative Elektronen, welche in die positiven Atomionen

<sup>5)</sup> Phil. Mag. 16, 669 (1908).

<sup>6)</sup> Phys. Zeitschr. 11, 171 (1910).

U. XXIII.

<sup>7)</sup> Phys. Zeitschr. 11, 379 (1910).

<sup>8)</sup> Phys. Zeitschr. 11, 179 (1910).

eingebaut sind; die Emission hat statt während des Zusammenstoßes eines Kanalstrahlenteilchens mit einem anderen Teilchen oder unmittelbar nach einem solchen Zusammenstoß“. Die „bewegte Intensität“ kann nun in zwei entgegengesetzten Richtungen auftreten, je nachdem der Visionsradius in oder entgegengesetzt der Richtung der Kanalstrahlen liegt; die Verschiebung der Spektrallinie im Dopplereffekt geht dann nach verschiedenen Richtungen. STARK suchte festzustellen ob die zwei in entgegengesetzten Richtungen emittierten bewegten Intensitäten verschieden groß sind. Das wäre möglich, je nachdem die Masse der Kanalstrahlenionen gleich, größer oder kleiner ist als die Masse der von ihnen gestoßenen Teilchen. Der Verf. leitet die beiden Intensitäten durch je drei total reflektierende Prismen in dieselbe Richtung durch einen Spektralapparat. Man beobachtet dann die „ruhende“ Linie, auf deren kurzwelligen Seite die „zulaufende“, auf ihrer langwelligen Seite die „weglaufende“ Intensität. Es ergab sich, daß bei Wasserstoffkanalstrahlen die „zulaufende“ Intensität von der „weglaufenden“ nur wenig verschieden war, mochten die Strahlen in reinem Wasserstoff verlaufen, oder mochte diesem etwas Quecksilberdampf beigemischt sein. Dagegen zeigte sich, daß

die Quecksilberkanalstrahlen, wenn sie in einem Gemisch von relativ viel Wasserstoff und wenig Quecksilber verlaufen, in sichtbaren und ultravioletten Serienlinien beträchtlich mehr bewegte Intensität nach der Rückseite als nach der Vorderseite der Ebene normal zu ihrer Richtung zur Emission bringen.

Aus den soeben und früher besprochenen Arbeiten über die Kanalstrahlen geht hervor, daß diese jedenfalls ein sehr kompliziertes Phänomen darstellen, ein komplizierteres als Kathoden- und Röntgenstrahlen. Das Vorhandensein neutraler, positiver und negativer Teilchen, ihre fortwährende Dissoziation und Vereinigung, die bald auf die einen, bald auf die andern Teilchen zurückgeführte Lichtemission, der nach zwei Richtungen zu beobachtende Dopplereffekt, der Einfluß der Beschaffenheit des Gases, des Druckes und der Potentialdifferenz, die Einwirkung magnetischer und elektrischer Felder — alles das gibt so verwickelte Beziehungen, daß die nicht immer vorhandene Übereinstimmung der Beobachtungen wohl auf verschiedene Versuchsbedingungen oder verschiedene Deutung derselben Erscheinung zurückzuführen ist. Es wird noch vieler Untersuchungen bedürfen, bis alle an den Kanalstrahlen gemachten Beobachtungen völlig geklärt sind. Schk.

#### 4. Unterricht und Methode.

**Die humanistischen Elemente im physikalischen Unterricht.**<sup>1)</sup> Von F. POSKE. „Der erkennt das Wesen der Physik, der ihr vornehmlich die Aufgabe zuweist, Tatsachen zu beschreiben und nach der Art eines guten automatischen Apparates zu registrieren. Den Inhalt der Physik bilden nicht sowohl die Tatsachen selbst als die Gedanken, die wir uns über die Tatsachen machen. Besonders scharf hat dies ERNST MACH ausgesprochen in dem Satze, daß die Anpassung der Gedanken an die Tatsachen und der Gedanken aneinander das Wesen der Physik und weiterhin jeder Naturwissenschaft ausmache. Sollte man den Grund angeben, weswegen es den Alten nicht gelungen ist, in den Naturwissen-

schaften zu höheren Leistungen zu gelangen, so wäre es dieser, daß es den Alten weder an Gedanken noch an der Kenntnis von Tatsachen fehlte, daß sie aber nicht imstande waren, die Gedanken den Tatsachen hinreichend genau anzupassen<sup>2)</sup>. Dadurch, daß Galilei die Notwendigkeit begriff, die Gedanken mit den Tatsachen in genaue Verbindung zu bringen, und daß ihm dies in einem bis dahin unerreichten Grade gelang, ist er der Begründer der neueren Physik, ja, man darf sagen, der Physik als Wissenschaft geworden.

Galileis Leistung wird häufig nur darin gesehen, daß er die Physik aus dem Gebiete der Spekulation auf das Feld der Beobachtung verpflanzt und daß er das Experiment zur Grundlage der physikalischen Forschung gemacht habe. Wir wollen gewiß nicht den Wert von Beobachtung und Experiment unterschätzen; aber man wird mit der Betonung dieser beiden Seiten seines Schaffens der

<sup>1)</sup> Aus dem Vortrage: „Die humanistischen Elemente im realistischen Unterricht“, gehalten in Posen auf der Jahresversammlung des Deutschen Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts, am 17. Mai 1910, vollständig abgedruckt in den Unterrichtsbl. f. Math. u. Naturw. 1910, Nr. 4, auch als Sonderabdruck bei Otto Salle in Berlin W. 57.

<sup>2)</sup> So urteilt schon Whewell in der History of the inductive sciences, vol. I, pag. 79: „The ideas were not distinct and appropriate to the facts.“



fundamentalen Bedeutung Galileis nicht gerecht. Sein Verdienst liegt nicht so sehr in der experimentellen Feststellung der Gesetze, als in der gedanklichen Analyse der Erscheinungen.

Man hat lange Zeit geglaubt, in der Galileischen Darstellung der Discorsi von 1638 auch den Weg vor Augen zu haben, auf dem Galilei zu seinen Entdeckungen auf dem Gebiete des freien Falls der Körper gelangt ist. Danach wäre die Sache so vor sich gegangen, daß Galilei eine Hypothese über die Zunahme der Geschwindigkeit mit der Zeit gemacht, daraus die Folgerung auf das Wegzeitgesetz  $s = at^2$  gezogen und dann diese Folgerung durch den eigens dafür ersonnenen Versuch bestätigt habe. Nach den neueren Forschungen, die uns durch die große National-Ausgabe der Schriften Galileis und besonders durch Wohlwills ausgezeichnetes Werk über Galilei<sup>3)</sup> zugänglich geworden sind, war der wirkliche Sachverhalt ein anderer. Die Vermutung, daß die Wurfkurve eine Parabel sei, hat höchstwahrscheinlich Galilei zuerst veranlaßt, den Gesetzen der Fallbewegung nachzuspüren; war die Vermutung der Parabelform richtig, so mußte die Kurve durch das Zusammenwirken zweier Bewegungen zustandekommen, von denen die eine in der horizontalen Richtung nach der ersten Potenz, die andere in vertikaler Richtung nach der zweiten Potenz der Zeit fortschreitet. Man sieht, wie sich in diesem Problem das Grundgesetz des Bewegungsparallelogramms und das Beharrungsgesetz mit dem Gesetz des freien Falles kombinieren. Das letztere aber, das Wegzeitgesetz des freien Falles, hat Galilei schon frühzeitig durch Versuche an der schiefen Ebene erkannt, und damit war für die Herleitung der Parabelgestalt der Wurfkurve eine sichere Unterlage geschaffen.

Erst an diese Erkenntnis schließt sich bei Galilei die für die Dynamik noch ungemein bedeutsamere Frage, nach welchem Gesetz die Geschwindigkeit des fallenden Körpers zunehmen müsse, damit sich die ihm bereits bekannte Regel für die Fallräume ergebe. Er greift, durch aristotelischen Einfluß verführt, anfänglich fehl, indem er eine Zunahme der Geschwindigkeit proportional dem durchlaufenen Wege annimmt; danach erst gewinnt er die Einsicht, daß es das Natürlichste sei, die Zunahme der Geschwindigkeit der Zeit

proportional zu setzen, und es gelingt ihm, diese Annahme als zutreffend zu erweisen, indem er aus ihr das Wegzeitgesetz des freien Falls ableitet, das ihn seine Beobachtungen an der schiefen Ebene bereits kennen gelehrt hatten.

Überdenkt man diesen Gedankengang, so wird ersichtlich, daß das fundamental Neue an Galileis Leistung nicht die experimentelle Entdeckung des quadratischen Wegzeitgesetzes war — wie hoch man übrigens mit Recht diese Entdeckung veranschlagen mag — sondern die eindringende Analyse der Erscheinung, die in der Zunahme der Geschwindigkeit proportional der Zeit das eigentlich Bestimmende des ganzen Vorgangs erkannte. In dieser Analyse erst offenbarte sich das wunderbare Genie Galileis, das schon Lagrange mit den Worten kennzeichnete: „Er vermochte es, in den Phänomenen der Natur die Gesetze zu erschauen, die darin verborgen liegen.“ Das Fundament der Erklärung ist nicht eine Beobachtungstatsache, sondern eine Konzeption des Verstandes, die jenseits der direkten Beobachtung liegt und vielmehr der schöpferischen wissenschaftlichen Phantasie entstammt. (Bekanntlich ist es erst lange nach Galilei gelungen, die Geschwindigkeit in einem beliebigen Zeitpunkt während des Verlaufs der Fallbewegung exakt zu messen, indem man durch eine sinnreiche Vorrichtung gleichsam dem Augenblick Dauer verlieh.)

Ein ähnlicher Gedankenprozeß liegt bei der Entdeckung des Beharrungsgesetzes vor; auch hier ist aller Wahrscheinlichkeit nach die Darlegung, die Galilei später von diesem Gesetz gibt<sup>4)</sup>, nicht identisch mit dem Wege, auf dem er selbst ursprünglich dazu gelangt ist. Vielmehr ist auch hier die Wurzel der neuen Erkenntnis ein „mente conceptum“, eine Konzeption des Verstandes, nämlich die aus genauer Anpassung an die Naturvorgänge entnommene Vorstellung von der Unzerstörbarkeit der einem Körper einmal eingepprägten Bewegung, sofern nur alle Widerstände und Hindernisse beseitigt sind<sup>5)</sup>.

Wenn wir die Geschichte der Physik durchgehen, werden wir überall Ähnliches finden: eine überraschende, den Dingen angepaßte

<sup>4)</sup> Man vergleiche Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt. 4. Aufl., S. 140.

<sup>5)</sup> F. Poske, Der empirische Ursprung und die Allgemeingültigkeit des Beharrungsgesetzes, Vierteljahrszeitschr. f. wissensch. Philosophie VIII, 4, 1884.

<sup>3)</sup> E. Wohlwill, Galilei und sein Kampf für die kopernikanische Lehre. Bd. I. 1909. Man vergleiche zum obigen besonders S. 141—163.

neue Begriffsbildung, der die mit Sicherheit vorausgesehene Bestätigung nachfolgt. So bei Robert Mayer, der von dem Leitgedanken der Unzerstörbarkeit der Kraft ausging, um von da zur Ermittlung des mechanischen Wärmeäquivalents auf experimenteller Grundlage vorzudringen. So bei Heinrich Hertz, der auf der genialen Gedankenschöpfung der Maxwell'schen Gleichungen fußte, um daraus in kongenialer Kühnheit vorschreitend zu der Entdeckung der elektrischen Wellen zu gelangen, deren Existenz der schottische Forscher im Geiste vorausgeschaut hatte.

Was wir aus solchen Beispielen lernen, ist dies: in der Naturwissenschaft handelt es sich nicht bloß um eine Anhäufung von Tatsachen und deren allmähliche Verallgemeinerung, wie einst Baco von Verulam in mißverständlicher Auffassung der Methode der Naturforschung gelehrt hat, sondern um eine geistige Bewältigung der ungeheuren Fülle, die die Erscheinungswelt uns darbietet. Und diese Bewältigung geschieht durch die Ideen, die von genialen Forschern ersonnen wurden, und die um so brauchbarer für diesen Zweck sind, je besser sie sich den Tatsachen anpassen.

Demgemäß ist auch das, was wir lehren, nicht bloß die Kenntnis der Dinge als solcher, sondern die Kenntnis der Gedanken, die zum Verständnis der Dinge und ihrer Beziehungen zueinander führen. Und der Unterricht würde das Beste, was er leisten kann, verfehlen, wenn er nicht diese Gedanken in den Mittelpunkt der Betrachtung stellte, wenn er nicht die Schüler auf die Wege hinwies, auf denen von jeher Erkenntnis gewonnen worden ist, und noch heute Erkenntnis gewonnen wird. Indem wir dies von unserem Unterricht fordern, stellen wir ihm in der Tat eine im besten Sinne humanistische Aufgabe, bringen wir das humanistische Element zu der ihm gebührenden Geltung.

Es ist ersichtlich, daß die Berücksichtigung der Geistesarbeit unserer großen Forscher ein Eingehen auf die historische Entwicklung einschließt; denn nur aus der Kenntnis der historischen Bedingungen erwächst das volle Verständnis für die Probleme, die jene Forscher zu lösen unternahmen. Es sei gestattet, hier noch einmal an das vorhin erörterte Beispiel Galileis anzuknüpfen. Hier, im Osten unseres Vaterlandes, sind wir nicht allzuweit entfernt von dem entlegenen Orte; von dem aus vor mehr als dreieinhalb Jahrhunderten sich eine neue kühne Lehre vom Aufbau des Planetensystems über die Welt verbreitete. In den Kämpfen um die Anerkennung dieser Lehre

nimmt Galilei, wie wir alle wissen, eine hochbedeutsame, zu einem tragischen Konflikt führende Stellung ein. Und es ist gewiß bemerkenswert, daß die Ausbildung der Bewegungslehre, von der wir soeben einige besonders wichtige Punkte berührten, mit dem Kampf um die kopernikanische Lehre eng zusammenhängt. Denn die Einwände gegen diese Lehre, die damals erhoben wurden, fußten, soweit sie wissenschaftlicher Natur waren, zum großen Teil auf einer irrigen, von Aristoteles herrührenden und mit dem Heiligenschein des Alters umgebenen Bewegungslehre; so u. a. der Einwand, daß bei der Rotation der Erde ein in die Höhe geworfener Körper an einem weit nach Westen gelegenen Orte wieder zur Erde fallen müßte u. dergl. m. Allen solchen Einwänden konnte nur durch den völligen Neubau der Lehre von der Bewegung entgegengetreten werden, und es ist Galileis unsterbliches Verdienst, diese ungeheure Leistung vollbracht zu haben, durch die die festgewurzelten Vorurteile der antiken Mechanik zerstört wurden. In solchen Zusammenhängen ist m. E. ebenfalls ein eminent humanistisches Element enthalten.

Nicht minder aber wird durch solche Betrachtungen auch der physikalische Unterricht zur Vorschule des philosophischen Denkens. Denn wenn auch die leitenden Begriffe uns erst an der Hand der Erfahrung zum Bewußtsein gekommen sind, so stammen sie doch darum nicht ohne weiteres sämtlich aus der Erfahrung. Und insbesondere gilt dies von dem viel umstrittenen Kausalitätsbegriff. Es kann heute nicht mehr in Frage gestellt werden, daß der Begriff der Ursache nicht der Erfahrung entnommen ist, da diese uns nichts weiter lehrt, als eine regelmäßige zeitliche Folge von Vorgängen. Der Begriff der Ursache ist gleichwohl ein mächtiges Werkzeug des Geistes, mit dessen Hilfe sich ihm der Zusammenhang der Erscheinungen erschließt. Sollen wir diesen Begriff nun, weil er nicht aus der Erfahrung abgeleitet werden kann, als metaphysisch ablehnen und uns auf eine Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der Vorgänge beschränken? Ich meine, dieser Begriff ist von Galilei bis Robert Mayer ein so mächtiger Hebel der Erkenntnis gewesen, daß wir uns seiner nicht ohne Not begeben sollten. Wir kommen auch nicht um ihn herum, wenn wir von dem Begriff der Kraft eine deutliche Vorstellung gewinnen und eine klare Definition geben wollen. Wir werden daher diesen Begriff, den das naive Denken geschaffen, in der gereinigten Form einer bloßen Notwendigkeitsbeziehung, wie



sie die neuere Logik uns darbietet, festhalten müssen. Wir sehen aber, wie auch an diesem Punkte das naturwissenschaftliche Denken mit Problemen zusammenhängt, die, insofern sie der Philosophie angehören, als humanistisch angesehen werden müssen. Nur beiläufig erwähnt sei hier noch, daß auch die Lehre von den Gehörs- und Gesichtsempfindungen zu Problemen hinleitet, die in einem humanistisch gestalteten naturwissenschaftlichen Unterricht nicht unberührt bleiben dürfen, nämlich zu dem Problem der Wahrnehmung, dem Problem der Existenz einer Außenwelt und schließlich zu dem der Übereinstimmung von Denken und Sein. —

Nach allem bisher Gesagten stehen die realistischen Unterrichtsfächer, soweit wir sie bisher erörtert haben, nicht den humanistischen als ein heterogener Bereich gegenüber, sondern sie stellen sich ihnen zur Seite, insofern sie ebenfalls die geistige Natur des Menschen, also ein spezifisch Menschliches, zur Voraussetzung und zum Gegenstande haben. Nicht als ob dadurch die realistischen Fächer gleichsam nur zu einer Unterabteilung der humanistischen werden sollten. Wir müssen uns sehr entschieden gegen eine solche Auffassung verwahren, um so mehr als neuerdings der Versuch gemacht worden ist<sup>6)</sup>, selbst die Methode Galileis nur als Nachbildung einer von den Alten überkommenen Methode hinzustellen. Es wird behauptet, die Methode Galileis habe ihr Vorbild in der Methode, die Plato in seinem Dialog „Menon“ zur Darstellung bringt, und die man wohl als „hypothetische Begriffserörterung“ bezeichnet hat. Die Methode besteht darin, daß man eine Annahme zur Lösung einer vorgelegten Frage aufstellt, und daß man die aus ihr gezogenen Folgerungen auf ihre Richtigkeit prüft, indem man sie mit dem Bekannten und Anerkannten vergleicht. Man sieht leicht, daß diese Methode nichts anderes ist, als die auch aus der Mathematik bekannte analytische Methode, die übrigens sehr wahrscheinlich nicht von Plato, sondern schon von den vorplatonischen Mathematikern herrührt<sup>7)</sup>. Nun ist in der Tat das vorher schon von mir angedeutete Galileische Schlußverfahren, von seiner rein logischen

Seite aus betrachtet, ein ganz ähnliches, nur daß die Folgerungen aus der gemachten Annahme nicht an allgemein anerkannten Sätzen, sondern unmittelbar an der Erfahrung geprüft werden. Man irrt aber, wenn man an diesem Verfahren das Wesentliche der Galileischen Entdeckungen sehen will. Das Denken vollzieht sich eben nicht an der leeren Form, sondern an dem lebendigen, aus dem Geiste des Entdeckers erzeugten Inhalt. Die Form als solche ist als Handwerkszeug des Denkens so tausendfach zur Anwendung gekommen, daß man fragen muß: warum hat nicht Plato, warum haben nicht die Scholastiker schon längst die Fallgesetze entdeckt? Wir wiederholen: das Charakteristische und völlig Neue an der Methode Galileis war nicht die alte Form, sondern der neue Inhalt, mit dem er diese Form erfüllte, nicht das alte Schlußverfahren, sondern der Weg der gedanklichen Analyse, vermöge deren er hinter dem sichtbaren Vorgang das Gesetz der gleichmäßigen Geschwindigkeitszunahme erschaute. Nicht dem logischen Schlußverfahren also, sondern der Abstraktion und der Phantasietätigkeit ist der Hauptanteil an der Auffindung der neuen Erkenntnisse zuzuschreiben<sup>8)</sup>.

Damit soll nicht in Abrede gestellt werden, daß auch Galilei auf den Schultern der Überlieferung stand. Man weiß, wie sehr er Plato verehrte, und daß er ihm vornehmlich seine scharfe Dialektik verdankte. Ein großer Kulturzusammenhang führt vom Altertum über die Scholastik zur neuen Wissenschaft. Aber diese neue Wissenschaft ist dadurch geschaffen worden, daß ihr Begründer sich von den Fesseln der Tradition, vor allem der aristotelischen Tradition, mit Entschiedenheit freimachte. Eine Kultur von anderer Art, wenschon durch zahlreiche Fäden mit der alten verbunden, hat sich in den letzten drei Jahrhunderten entwickelt, eine Kultur, die auf realistischem Boden erwachsen ist, auch da, wo sie ihren Ursprung zu verleugnen scheint. Ein neuer Wirklichkeitsbegriff erfüllt diese Kultur, mit einem neuen Himmelsbild und einer neuen Weltanschauung innig verbunden. Unserem Unterricht fällt die Aufgabe zu, die geistigen Triebkräfte, die zu diesem neuen Weltbild geführt haben, darzulegen. Tun wir dies, so stellen wir uns gleichberechtigt neben die Fächer, die in der Kultur der Alten ein unerreichtes Vorbild jedweder Kultur erblicken. . . .“

<sup>6)</sup> A. Riehl, Humanistische Ziele des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts. Vortrag, gehalten in der Vereinigung der Freunde des humanistischen Gymnasiums am 4. Dezember 1908 (Berlin 1909), S. 20.

<sup>7)</sup> W. Kinkel, Geschichte der Philosophie II, S. 89.

<sup>8)</sup> So auch E. Mach, Erkenntnis und Irrtum. 2. Aufl., S. 319.

**Mündlicher Physikunterricht und Physik-lehrbuch.** In einem besonders ausgegebenen Vorwort zur 2. Auflage seiner Oberstufe der Naturlehre (Braunschweig, Vieweg & Sohn, 1910, 40 S., M 0,60) geht A. HÖFLER auch ausführlicher auf das Verhältnis des Lehrbuchs zum mündlichen Unterricht in der Physik ein. Wir entnehmen daraus folgende Darlegungen:

„Leicht könnte es scheinen, als werde künftighin, wenn das Handanlegen der Schüler selbst an diejenigen Apparate, die sonst nur der Lehrer vom Experimentiertisch vorgezeigt hatte, zur Grundform unseres physikalischen Unterrichtes geworden sein wird, jedes Lehr- oder Lernbuch überhaupt überflüssig geworden sein. Dies aber schiene mir ein Übertreiben des an sich freilich einzig richtigen didaktischen Grundsatzes, daß der Schüler bei allem realistischen Unterricht mit Kopf und Hand in die möglichst unmittelbare Fühlung mit den Naturtatsachen selbst, nicht mit bloßem Reden oder Schreiben über sie, gesetzt werden müsse. Denn wie es gegenwärtig schon allgemein eingesehen ist, daß auch die glänzendsten und exaktesten Schulversuche nur ein Mittel zur Erreichung des eigentlichen Zieles, der vollständigen sinnlichen und gedanklichen Erfassung der Naturtatsachen und Gesetze sein können, so würde künftighin, nach allgemeinem Durchdringen der Methode eines auf den Schülerversuch gebauten Physikunterrichtes, dennoch diese nachmalige gedankliche Verarbeitung selbstgemachter Erfahrungen und ihr Zusammenschluß zu einem einheitlichen „physikalischen Weltbild“ sicherlich nicht fehlen dürfen. Wie immer der Schüler zu den Einzelerfahrungen gekommen ist — am besten durch eigenes Beobachten und Experimentieren —, so bleibt es doch sein gutes Recht, schließlich auch sein logisches Bedürfnis nach einem nicht nur aus solchen Einzelkenntnissen Bestehenden, sondern allmählich zu einem Ganzen sich rundenden Gesamtbilde seines physikalischen Wissens befriedigt zu sehen.“

Der Verfasser hat deshalb in Gemeinschaft mit E. Maiss im Lehrbuch vor allem eine klare logische Disposition des physikalischen Gesamtlehrstoffs zu geben versucht und es dabei vermieden, in der sprachlichen Darstellung des Buchs den freien Lehrton eines lebensvollen mündlichen Unterrichtes kopieren zu wollen.

„Man scheint sich vielfach darüber nicht im klaren zu sein, wie sehr das Lehrbuch

was immer für eines Faches, das seinen Stoff in liebenswürdigem Plauderton, ohne stramme logische Gliederung und äußerste Knappheit des Ausdruckes, vorbringt, dem nach Klarheit ringenden, rein auf die Sache gehenden Schüler die Wiederholung und Einprägung des schon in der Schule und überhaupt aus dem Anblick der Dinge selbst Erlernten erschwert — dagegen dem gedankenlos die Schulstunden absitzenden und eigentlich erst zu Hause ‚lernenden‘ Teil der Schüler ein bloßes Auswendiglernen förmlich in den Mund legt. Was Wunder, wenn ein Schüler, der sich sagen darf: ‚In meinem Lehrbuch find‘ ich ja ohnedies alles, was der Herr Professor und wie er es in der Schule sagt — und sage ich‘ ihm das nächste Mal mit eben diesen seinen und den Worten des Buches, so sind wir beide zufrieden‘ — wenn ein solcher Schüler vor allem in der Schule nicht aufmerkt, zu Hause aber eine desto längere Zeit mit dem öden Memorieren der Wörter seines Lehrbuches verbringt! Es scheint während all des unendlichen Geredes über Mittelschulreform im ganzen nur sehr selten bemerkt und ausgesprochen worden zu sein, daß gerade hier, in einer solchen ungesunden Kongruenz des mündlichen ‚Vortrages‘ mit dem gedruckten ‚Lehrbuch‘, eine der gefährlichsten und keineswegs schon überall ausgerotteten Wurzeln von Krebschäden innerhalb mancher Mittelschul-Gewohnheiten steckt: nämlich eine Hauptursache der immer wieder für die eigentlichen Übel gehaltenen, in Wahrheit aber nur Symptome darstellenden Teilnahmslosigkeit vieler Schüler in der Schule und eines um so zeitraubenderen Brütens über bloßen Büchern zu Hause statt Atmens freier Luft.

Was dagegen, wenn einmal das ‚mündliche Verfahren‘ auch in unsere Schulzimmer allenthalben eingedrungen sein wird, dem Lehrbuch einzig vorbehalten bleibt, ist die geordnete Zusammenfassung und Fixierung der Endergebnisse jenes mündlichen Unterrichtes. — Dieses allein gesunde Verhältnis von Lehrerwort und Lehrtext läßt sich auch so schildern: Für einen Augenblick angenommen, ein ‚Lehrer hält sich an gar kein Buch‘, auch ‚trägt er nicht vor‘, sondern läßt, wie es eine freie Didaktik von jeher verlangt und als ‚sokratische Methode‘ angepriesen hatte, alles aus dem freien mündlichen Verkehr zwischen Lehrer und Schüler hervorgehen — oder vielmehr bei allem ‚realistischen‘ Unterricht: der Lehrer spricht überhaupt so wenig als möglich, sondern läßt die Dinge zum Schüler sprechen.



Sieht sich nun dieser am Ende einer solchen wahrhaft ‚sachgemäßen‘ Behandlung einer kleineren oder größeren Partie in wirklichem geistigen Besitze dieses Gegenstandes, so ist es ihm ganz von selbst Bedürfnis, diesen Besitz zu einem bleibenden zu machen, indem er solche Ergebnisse — und nur diese — in ihrer letzten reifsten Formulierung zu Papier bringt. Daß dann solche Notizen einem bloßen ‚Mitschreiben‘ beim ‚Vortrag‘ ebenso überlegen sind wie diese ganze heuristische Methode jener dogmatischen, braucht nicht erst ausgeführt zu werden. Aber — wie würden selbst bei relativ bestem Gelingen einer solchen idealen Lehrform diese Notizen des Schülers schließlich aussehen? Würden sie — um von diesen ganz allgemeinen Betrachtungen wieder zurückzukehren zum physikalischen Unterricht auf der Oberstufe der Mittelschulen — ein physikalisches Lehrbuch wirklich auch nur annähernd zu ersetzen vermögen? Eine endgültige Antwort auf diese Frage vermöchte nur die Durchsicht einer hinreichenden Zahl von Notizheften der Schüler nach einem an sich in jeder Hinsicht ausgezeichneten Unterricht des Lehrers zu geben. Aber schon nach allen bisher gelegentlich gesammelten Erfahrungen wird wohl kaum ein wirklich erfahrener Lehrer anderes berichten können, als daß solche noch so sorgfältig abgefaßten Notizen auch der besten Schüler dem Auge des Fachmannes Mängel aller Art aufweisen — kaum je eine in jeder Hinsicht tadellose Definition, wie sie das Endergebnis vorausgegangener Begriffsentwicklungen war —, kaum je eine vollständige Aufzählung der wesentlichen Bedingungen eines Versuches usf.; zu geschweigen von den fast immer völlig verzeichneten Abbildungen einigermaßen komplizierterer Apparate u. dgl. m. — Solche unvermeidlich mangelhaften Notizen der Schüler durch inhaltlich wie formell tadellose Fassungen der Endergebnisse des vorausgegangenen mündlichen Unterrichtes zu ersetzen und zu Zwecken eines späteren wiederholenden Überschauens ganzer Kapitel und schließlich des ganzen

Lehrgegenstandes bleibend festzuhalten, ist die ausschließliche Aufgabe des Lehrbuches was immer für eines realistischen Faches. Denn aller realistische Unterricht zählt zu seinen Pflichten nicht nur die positive, den Schülern ein wirkliches Sachwissen zu verschaffen und ihnen die bei seiner Erwerbung betätigten Denkformen auch für ihr ganzes künftiges Leben anzugewöhnen, sondern nicht minder auch die negative, ihnen alles bloße Buchwissen abzugewöhnen. — Das mögen manche Zweige nicht-realistischen Unterrichtes für eine übertriebene Forderung erklären; aber mindestens der physikalische Unterricht hat es angesichts der gegenwärtigen hochentwickelten Technik des Schulversuches, der eben sich erst entwickelnden des Schülerversuches, neben und vor diesen aber auch angesichts des heute sich durchringenden Grundsatzes, daß der Schüler vor allem zum Bemerken und Beobachten der in der Natur spontan sich abspielenden Vorgänge unermüdlich anzuhalten sei — der Physikunterricht hat es da wirklich nicht mehr nötig, und ihm stünde es übel an, wenn das Lehrbuch selbst den Schüler dazu verleiten würde, das Lesen und Memorieren einer gedruckten Rede über physikalische Dinge am Ende doch wieder für die Hauptsache des ganzen Unterrichtes zu halten und zu meinen, daß man schon für ihr bloßes Rezitieren sich gute Noten verdient habe.“ —

Im Anschlusse an diese Darlegungen bespricht H. Höfler die notwendigen Abweichungen der Reihenfolge im mündlichen Verfahren von der im Lehrbuch eingehaltenen, die erste Physikstunde auf der Oberstufe, die Gliederung der Mechanik in mehrere „didaktische Einheiten“, die Einschaltungen aus der Astronomie in die übrige Physik, desgleichen die aus der Meteorologie, die Anordnung des Lehrstoffs in der obersten Klasse (erst Optik, dann Elektrizität!), die Verwendung des Limesbegriffes und der Grundbegriffe der Infinitesimalrechnung. Die Lektüre des Schriftchens sei auch den reichsdeutschen Fachgenossen gelegentlich empfohlen. P.

### 5. Technik und mechanische Praxis.

**Unterseeboote.\*)** Mit diesem Namen bezeichnet man Wasserfahrzeuge, welche nicht an der Grenze zwischen Wasser und Luft, sondern wesentlich völlig im, d. h. unter Wasser schwimmen, daneben aber auch imstande sein

sollen, zwecks Aufnahme von Mannschaften u. a. an der Wasseroberfläche zu schwimmen. Ihre Geschichte reicht relativ weit zurück, da eine Abhandlung über solche Fahrzeuge sich schon in einem militärischen Werke von 1483 findet (ROB. VALTURIUS: De re militari), während glaubhaften Berichten zufolge

\*) Nachdruck verboten.

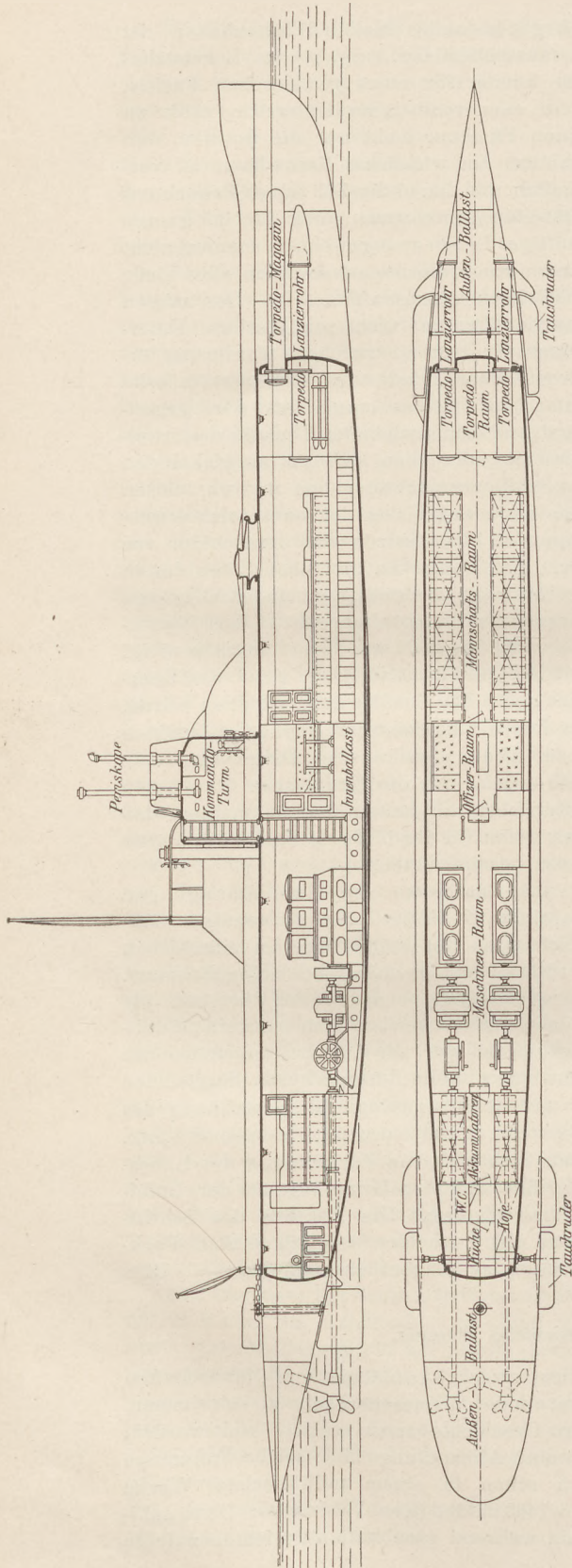


Fig. 1.

CORNELIUS DREBBEL 1620 ein hölzernes Unterwasserboot, von Rudern bewegt, auf bzw. in der Themse gezeigt hat. Abgesehen von zahlreichen Projekten müssen besonders genannt werden, weil ausgeführt und versucht: BUSHNELLS „american turtle“ 1773 (Angriff des Sergeanten EZRA LEE auf die englische Fregatte „Eagle“ vor New York), R. FULTONS „Nautilus“ 1800 (Fahrt von Havre nach Brest), vor allem WILH. BAUERS „Brandtaucher“ 1849. Die neuere Entwicklungsperiode beginnt mit dem Auftreten des Amerikaners HOLLAND (1875) und den Bemühungen der französischen Marine, sich eine Unterseebootflotte zu schaffen (Systeme GOUBET, DUPUY DE LÔME, G. ZÉDÉ, ROMAZOTTI), deren Erfolge nach und nach die anderen bedeutenden Seemächte veranlaßte, ein Gleiches zu tun; Deutschland zögerte hierbei sehr lange, konnte jedoch schließlich einen eigenen recht brauchbaren Typ herausbringen. Als ein Mittelding zwischen Torpedo- und Unterseebooten muß daß „Bombenboot“ von NASMYTH bezeichnet werden (1853), welches, aus Pappelholz mit sehr dicken Wänden hergestellt, aus einer am Vorderende fest angebauten mörserähnlichen Vorrichtung unter Wasser eine Sprengbombe schießen sollte. Ganz allgemein ist bei allen Unterseebooten die Absicht, ein Kriegsmittel herzustellen, der leitende Gedanke.

Lassen wir alle übrigen reinen Projekte außer Betracht, so beginnt die neuere Geschichte des Unterseebootes mit W. BAUER, dessen Boot in Fig. 1 in Längsschnitt und Grundriß dargestellt ist. Ein Boden *A* teilt von dem Innenraum einen Wassertank *B* ab; in der Bootsmittle befindet sich das Antriebswerk, aus 2 Treträdern *C* und einer Zahnradübersetzung *D* bestehend, wodurch vermittelst der Welle *E* die Schraube *F* betätigt wird, unterhalb deren das — reichlich kleine — Ruder *G* angeordnet ist, das durch Winkelhebel *H* von *J* aus bewegt wird. Auf einer im Ballasträume *B* angebrachten Schraubenspindel *L* ist durch Handrad mit Übersetzung *M* ein Balanciergewicht *K* in der Kielrichtung verschiebbar, um die Neigung des Bootes in der Längsrichtung zwecks Vertikalsteuerung zu beeinflussen; Handpumpen *NN* dienen dazu, mittels der Sauger *OO* das Ballastwasser nach Bedarf zu „lenzen,“ d. h. zwecks Erleichterung des Bootes wieder nach außenbords zu schaffen, daher Lenzpumpen genannt. Dieses gar nicht schlecht konstruierte Boot krankte vornehmlich an dem ungeeigneten Antriebsmotor; auch erscheint die Schraube etwas klein im Verhältnis zum Ganzen;



es versank infolge Versagens der Pumpen bei einem Versuche in Kiel 1851, wobei die Mannschaft von der unter dem Einflusse des Wasserdruckes durch das gewaltsam aufgesprengte Einsteigeluk am Bug ausströmenden Luft nach oben gerissen wurde und so gerettet werden konnte, wurde 1888 gehoben und ist jetzt in Berlin im Museum für Meereskunde aufgestellt.

Man sollte meinen, daß nach Einführung der Fischtorpedos Unterseeboote leicht als deren vergrößerte Ebenbilder herstellbar seien, alle nach diesem Grundsätze gebauten Boote haben sich jedoch nicht bewährt;

ein Unterseeboot unterscheidet sich vielmehr vom Torpedo dadurch, daß:

1. die Gewichtsverteilung in ihm eine wechselnde ist (Besatzung!);
2. plötzliche Gleichgewichtsstörungen zu berücksichtigen sind (bei jedem Schuß!);
3. willkürlich die Tauchtiefe geändert werden muß (Fahrt auf dem Wasser, halb bzw. ganz getaucht);
4. die Fahrtrichtung jederzeit willkürlich veränderbar sein muß;
5. die ohne Neuaufnahme von Energievorrat zu durchlaufende Strecke sehr erheblich sein muß (großer Aktionsradius!);
6. die Fahrgeschwindigkeit ebenfalls willkürlich veränderbar sein muß.

Die größte einem Unterseeboot drohende Gefahr ist das Nichtwiederauftauchen können; deswegen hat man die mit Wasser gefüllten Ballasttanks in neuerer Zeit nur so groß gemacht, daß das Boot gerade noch an der Oberfläche bleibt: man läßt ihm einen Restauftrieb und taucht dynamisch mit Horizontalrudern. Ein weiterer Ausweg ist das Anbringen eines leicht von innen abzulösenden schweren Sicherheitsgewichtes außen am Kiel, dessen Abtrennung das Boot unbedingt auftauchen läßt. Das Leeren der Ballasttanks geschieht mit Hilfe von in Stahlflaschen mitgeführter Preßluft. Der erwähnte Restauftrieb beträgt bei einem Boot von 200 t Wasserverdrängung  $\sim 200 \text{ kg} = 0,1\%$ . Beim Tauchen durch Tiefensteuer — entsprechend den Höhensteuern bei Luftschiffen — sind verschiedene Möglichkeiten gegeben, Fig. 2. Steuer nur hinten haben ein plötzliches heftiges Vornüberneigen des Bootes zur Folge,

während das Hinterende nach oben ausschlägt, und dadurch leicht die Schrauben außer Wasser geraten können; ersteres in gleichem Maße, dagegen letzteres weniger ist der Fall bei Bugrudern; in beiden Fällen ändert sich infolge der Neigung des Bootes das mit Hilfe von einer Camera obscura ähnlichwirkenden Spiegelprismenapparaten, sog. Periskopen, entworfene Bild der Umgebung

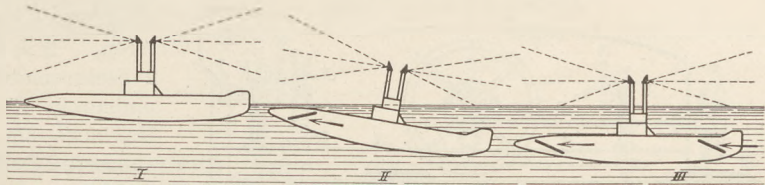


Fig. 2.

sehr stark (vgl. Fig.). Deshalb ist man zum Tauchen auf wagerechtem Kiel, III, übergegangen, was durch gleichzeitige Anwendung von Bug- und Heckrudern geschieht. Die genannten Periskope gehören zu den allerwichtigsten Einrichtungen, da im Wasser die Sehweite eine ganz außerordentlich geringe ist und weit unter 100 m bleibt, so daß ein Orientieren allein unter Wasser ausgeschlossen ist. Eine weitere große Schwierigkeit ist die Unmöglichkeit, innerhalb des aus Stahl oder Nickelstahl hergestellten Bootes Kompass zu gebrauchen. Besondere vom Erdmagnetismus unabhängige Vorrichtungen, sog. Rotationskompass, haben sich bisher nicht genügend bewährt; man bringt deshalb wie auf gewöhnlichen Schiffen den Kompaß außenbords, d. h. oben auf dem Boote, und zwar wasserdicht in Messinggehäuse, an und versieht seine Rose mit einer ihre jeweilige Stellung im Innern erkennen lassenden Fernübertragung.

Weiter ist von besonderer Wichtigkeit die Maschinenfrage, da die Dampf- wie auch die verschiedenen Explosionsmotoren unter Wasser wegen ihres Luftbedürfnisses und ihres Auspuffes nicht verwendbar sind. Hier ist die Verbindung „Explosionsmotor-Elektromotor“ unter Verwendung von Akkumulatoren die beste und zurzeit wohl allgemein verwendete, die zuerst von HOLLAND 1896 auf seiner Nr. 4 benutzt ist. An derselben Welle liegen der Reihe nach Explosionsmotor (a), Elektromotor (b) und Schraube (c), zwischen a und b sowie b und c befinden sich Kupplungen; auf diese Weise kann bei stillliegendem Boot a b gekuppelt die Akkumulatoren laden; diese treiben dann während der Unterwasserfahrt

bei Kupplung von Elektromotor und Schraube die letztere an\*).

Was die Bootform anbelangt, so ist auf den Wasserdruck Rücksicht zu nehmen; dies führt aber zu torpedoartigen Gebilden, deren Gestalt wieder für die Oberwasserfahrt, die doch immerhin die normale sein soll, so ungünstig wie möglich ist. Hier ist von dem Franzosen LAUBEUF der Ausweg geschaffen worden, daß

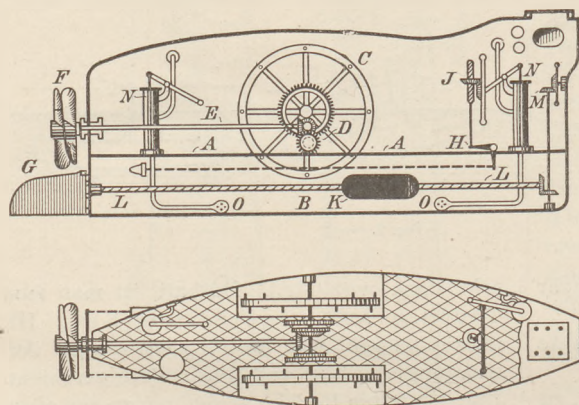


Fig. 3.

er um den eigentlichen Druckkörper einen günstiger geformten Außenkörper herumbaute und den Zwischenraum zwischen beiden für den Ballast bestimmte; dadurch erlangte er die Möglichkeit, den Außenkörper, weil keinem einseitigen Drucke unterliegend, aus dünnem Material herstellen und ihm außerdem eine für Oberwasserfahrt günstige Form geben zu können, welche es gestattet, auch bei be-

3. es können 20 ÷ 30% des Displacements an Ballastwasser ausgeblasen werden.

Als Beispiel eines praktisch verwendungsfähigen sei hier das Germania-Tauchboot beschrieben, Fig. 3, gebaut von F. KRUPP-GERMANIAWERFT A. G. nach Plänen von R. D'ÉQUEVILLEY; die Abb. zeigen Form und Inneneinrichtung, so daß eine Erläuterung sich erübrigt. Die Daten sind: Länge total 42,3 m, größte Breite 3,6 m, Displacement 240 t, Maschinen: DIESEL-Motoren, 2 × 200 PS, 2 Schrauben, 2 Elektromotoren je 200 PS, Akkumulatoren für 3 Std. Entladung bei Maximalstrom, Kommandoturm gepanzert, 2 Periskope mit 50° Gesichtsfeldwinkel (C. P. GOERZ), Petroleum für 1000 Seemeilen ausgetaucht bei Höchstleistung, Geschwindigkeit: u.W. 9 Knoten (à 1750 m)\*), ausgetaucht 12 Knoten, Tauchen auf geradem Kiel bis 30 m, 3 Torpedos von 45 cm Kaliber; eine besondere Luftzirkulations- und reinigungsanlage gestattet, daß das Boot mit 10 Mann 24 Stunden unter Wasser bleiben kann. Das

Boot besitzt für Oberwasserfahrt umlegbare Ventilatoren.

Eine eigenartige, sehr bemerkenswerte, schon früher von LAGANNE und DRZEWIEZKY in Erwägung gezogene Idee vertritt das Boot von BURGER (Amerika), Fig. 4. indem es aus dem eigentlichen stets untergetauchten Boote B und einem Schwimmer A besteht; zwischen beiden befindet sich hinten das Ruder C, sehr

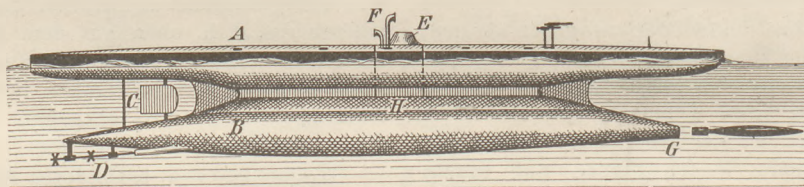


Fig. 4.

wegter See das Boot vom Deck aus navigieren zu können. Damit war der Typ des „Tauchbootes“ gegeben, das allein Aussicht auf Verwendung hat. Seine Vorzüge sind

1. größerer Freibord;
2. mehr verfügbarer Raum für Brennstoff (nämlich zwischen Außen- und Innenwand);

\*) Hohlwellen würden ev. die Anwendung nur einer doppelseitigen Kupplung gestatten, vgl. die Fig.

tief und ungünstig die Schrauben D, auf Deck sind nur bemerkbar der Kommandoturm E, die Ventilatoren F; bei G ist ein Torpedoausstoßrohr eingebaut; H ist ein gepanzertes Verbindungsschacht.

Zum Schlusse sei noch ein — ebenfalls ausgeführtes — merkwürdiges, stark an die

\*) Zum Vergleich: Die 1855+59 erbaute preuß. Dampfkorvette „Arkona“ machte unter Dampf höchstens 10 Knoten! unter Segel dagegen bis zu 12 Knoten.



interessanten Phantasien JULES VERNES erinnerndes Boot, der in Amerika gebaute „Argonaut“ von LAKE erwähnt (1896), der besonders zu Arbeiten unter Wasser bestimmt und demgemäß mit Türen zum Ein- und Aussteigen von Tauchern, Rädern zum Umherfahren auf dem Meeresgrunde, ja sogar einem bei Arbeiten in seichtem Wasser die Wasseroberfläche überragenden Atmungsrohr versehen, Scheinwerfern u. a. ausgestattet ist.

Aus Vorstehendem erhellt, daß das Jahr-

hunderte alte Problem des Unterseebootes, in vieler Hinsicht dem des lenkbaren Luftschiffes ähnlich und wie dieses für eine Utopie gehalten, fast gleichzeitig mit jenem, zum mindesten bis zu einem gewissen Grade, seine Lösung gefunden hat. Der Beweis ist seine allgemeine Einführung als Kriegsmittel, und an der Forderung „kriegsbrauchbar“ sind schon so manche an sich nicht schlechte Neukonstruktionen gescheitert.

*Biegon von Czudnochowski.*

## Neu erschienene Bücher und Schriften.

Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften.

Nr. 166. Entladung der Leidener Flasche. Abhandlungen von W. Feddersen (1857 bis 1866). Mit dem Bildnis des Verfassers in Heliogravüre und 3 lithogr. Tafeln. Herausgegeben von Th. Des Condres. 130 S. M 2,40.

— Nr. 172. Abhandlung Jean Reys über die Ursache der Gewichtszunahme von Zinn und Blei beim Verkalken. Deutsch herausgeg. von E. Ichenhäuser und Max Speter. Mit 2 Abbildungen. 56 S. M 1,20. — Nr. 173. Untersuchungen über die Affinitäten; über Bildung und Zersetzung der Äther. Von Berthelot und L. Péan de St.-Gilles. Übersetzt und herausgegeben von Margarete und Alb. Ladenburg. Mit 2 Tafeln. 242 S. M 4,40.

Der hochbetagte Entdecker der oszillierenden Entladung der Leidener Flasche hat die Freude, daß seine für alle späteren Untersuchungen von elektrischen Schwingungen und Wellen grundlegenden Entdeckungen durch den Neudruck in Nr. 166 den weitesten Kreisen zugänglich gemacht sind; er hat sich auch selbst an der Herausgabe mitbeteiligt. Der Herausgeber hat eine biographische Skizze Feddersens beigefügt, sonstige Erläuterungen kaum für nötig gefunden. „Trotz ihres Alters von fast einem halben Jahrhundert bedürfen die Feddersenschen Arbeiten keiner weiteren Interpretation.“ — Nr. 172 enthält die Arbeit des berühmten Vorläufers von Lavoisier, der darin „vorwiegend auf Grund spekulativer Erwägungen der Lösung der Frage über die Wirkung der Luft bei der Verkalkung der Metalle sehr nahe kam“. Die Anmerkungen der Herausgeber sind teils erläuternder, teils kritischer Art. — Die in Nr. 173 veröffentlichte Abhandlung Berthelots ist eine der wichtigsten Grundlagen für das von Guldberg und Waage ausgesprochene Massenwirkungsgesetz; ins-

besondere die Lehren vom Gleichgewicht und von der Reaktionsgeschwindigkeit beruhen auf dieser Arbeit. Angefügt ist eine kurze biographische Skizze des Verfassers von A. Ladenburg. P.

**Die Eigenart der Natur und der Eigensinn des Monismus.** Vortrag von Paul Volkmann. 36 S. Leipzig, B. G. Teubner, 1910.

Das Schriftchen schließt sich den beiden früheren in Heft 2 des Jahrgangs (S. 133) angezeigten an. Es bietet auch, abgesehen von der Polemik gegen den Monismus, der jeder Physiker zustimmen wird, eine interessante Charakteristik der verschiedenen Epochen der Naturforschung, die als die naiven, die klassischen und die kritischen Epochen unterschieden werden. P.

**Der Entropiesatz oder der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie.** Von Dr. H. Horst, Diplom-Ingenieur. Mit 6 Figuren. Berlin, Julius Springer, 1910. Preis M 1,—.

Die Schrift ist für Ingenieure geschrieben und enthält neben den allgemeinen Darlegungen auch Einzelausführungen aus der Thermodynamik und besonders noch über das Verhalten mehrerer wärmetechnisch wichtiger Stoffe bei der Aggregatzustandsänderung. Zum Schluß sind Hinweise auf Boltzmanns Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen gegeben. Die Schrift kann auch anderen als Ingenieurkreisen zur Einführung in das schwierige Gebiet empfohlen werden. P.

**Nautik.** Von Dr. Joh. Möller. (Aus Natur und Geisteswelt, Nr. 255.) Mit 58 Figuren. 114 S. Leipzig, B. G. Teubner. M 1,25.

Bei dem Interesse, welches neuerdings den Aufgaben aus der Nautik auch im Schulunterricht entgegengebracht wird, ist eine

elementar gehaltene Einführung in die Nautik, wie die vorliegende, höchst willkommen zu heißen. Sie behandelt die nautischen Instrumente, die terrestrische Nautik, die Seekarten, die astronomische Nautik, die Luft- und Meeresströmungen und gibt einen Auszug aus dem Schiffstagebuch eines modernen Dampfers. P.

**Das Reich der Wolken und Niederschläge.** Von Prof. Dr. C. Kaßner. (Wissenschaft und Bildung, Nr. 68.) Mit 43 Figuren und 6 Karten. 160 S. Leipzig, Quelle & Meyer. Geb. M 1,25.

Das Bändchen ist aus Vorlesungen an der Technischen Hochschule zu Charlottenburg und in Volksbildungskursen hervorgegangen. Es werden nahezu alle Fragen, die Gegenstand der modernen Lehre von den Wolken und Niederschlägen sind, besprochen oder wenigstens angedeutet. Die Darstellung beruht auf den fundamentalen Forschungen von Hann und Hellmann. Durch die Darbietung reichlichen und zuverlässigen Materials kann die Schrift auch für den Unterricht von Wert sein. P.

**Grundriß der Experimentalphysik** für höhere Lehranstalten. Von Dr. Wilhelm Donle, Prof. a. d. K. Artillerie- u. Ingenieurschule u. Privatdozent a. d. Universität München. Dritte verb. Auflage. Mit 294 Fig. u. 293 Übungsaufgaben. Stuttgart, Fr. Grub, 1908. 287 S.

Das Buch ist in dieser Auflage durchgreifenden Verbesserungen unterzogen worden, namentlich ist das Figurenmateriale reichlicher und erstreckt sich im besondern auch auf die Darstellung von typischen Versuchsanordnungen. Die gelegentliche Anwendung halbfetten Druckes, die neuerdings üblich geworden, ist nicht recht geglückt und gibt dem Text vielfach ein zu unruhiges Aussehen. Der Grundcharakter des Buches ist unverändert geblieben, es soll erst nach dem Unterricht zur Befestigung und Wiederholung des Lehrstoffes verwendet werden; dem entspricht die durchweg systematisch gehaltene Anordnung des Lehrstoffes. Auffallend ist, daß der einleitende Abschnitt über Mechanik noch immer allzu abstrakt gehalten ist; wenn, wie in den bayrischen Lehrplänen vorgeschrieben und auch in diesem Buch befolgt, ein zweiter Teil der Mechanik den Schluß des Physikpensums bildet, so sollte der einleitende Abschnitt sehr viel anschaulicher und möglichst rein experimentell gehalten sein. P.

**Koppe-Husmanns Lehrbuch der Physik.** Ausgabe B in zwei Lehrgängen. I. Teil: Lehrgang für die Unterstufe der h. Lehranstalten. 10. Auflage mit 238 Holzschnitten und einer farbigen Sternkarte, von Dr. Karl Knops. 266 S. Geb. M 2,20. — II. Teil: Lehrgang für die Oberstufe (größere Ausgabe). Mit 354 Holzschnitten, 1 mehrfarbigen Tafel der Spektren u. 1 farb. Sternkarte. 7. Auflage. Von Dr. Karl Knops. 440 S. Geb. M 5,20. Essen, G. D. Baedeker, 1909.

Die Unterstufe bietet eine zweckmäßige Auswahl des Stoffes nach neueren Gesichtspunkten; hier und da sind Fragen, teils Denkfragen, teils leichte Rechenaufgaben, eingeschoben. Unter den Abbildungen fällt besonders beim Galvanometer die eines ganz veralteten und für den Unterricht unbrauchbaren Instruments auf; hier sollte ein neueres Demonstrationsinstrument abgebildet sein. Den Abschluß auch dieser Stufe bildet eine elementare mathematische Geographie.

Die Oberstufe ist beträchtlich umgearbeitet; manche Stoffe sind ganz ausgeschieden, weil schon in der Unterstufe behandelt. In der Wärmelehre sind die Wärmerscheinungen an der Erdoberfläche und in der Atmosphäre zu einem Abschnitt vereinigt, ebenso die Wärmekraftmaschinen unter Hinzufügung des Gasmotors. Umfangreichere Änderungen sind namentlich auch in der Lehre vom Galvanismus vorgenommen, wo die Lehre von der Induktion unter Benutzung des Kraftlinienbegriffs neu bearbeitet wurde. Die neueren Meßinstrumente für den galvanischen Strom wurden in einem besonderen Abschnitt zusammengestellt. Drei Anhänge enthalten die absoluten Maßeinheiten, eine geschichtliche Übersicht und ein Fremdwortverzeichnis. Die Sorgfalt, mit der der neue Bearbeiter sich bemüht hat, das Buch auf der Höhe zu erhalten, verdient volle Anerkennung und sichert ihm eine achtungswerte Stellung unter den neueren Lehrbüchern. P.

**Lehrbuch der Physik und Chemie.** Eine methodische Anleitung zur Erteilung des ersten Unterrichts in der Naturlehre. Für Lehrer und Lehrerinnen sowie zur Selbstbelehrung. Von Konrad Fuß. Vierte verbesserte und vermehrte Auflage. Nürnberg, Fr. Korn, 1909. 354 S. M 3,25.

Das Buch bietet für die Besprechung des physikalischen und chemischen Lehrstoffes manche recht geschickte didaktische Fingerzeige, dagegen ist es für das, was den Lehrern und Lehrerinnen der Volksschulen



vornehmlich und dringend nottut, für die Anleitung zum Experimentieren, nicht ausreichend. Wie oft mögen die Benutzer des Buchs schon in Verzweiflung geraten sein, wenn es ihnen nicht gelingen wollte, die Volumänderung des Wassers zwischen 0° und 4° oder die Funkenbildung mit Hilfe eines Volta-Elements nach den hier gegebenen Vorschriften zu demonstrieren. (Man vergleiche, was Weinhold in seiner „Vorschule“ über diese Versuche sagt.) Andererseits fehlen Warnungen, die für den Unerfahrenen wichtig sind, wie z. B., für den Versuch über das fortdauernde Sieden des Wassers im luftleeren Raum nicht einen Kolben mit flachem Boden zu nehmen. Versuche mit Phosphor sollte man für den Volksschulunterricht überhaupt nicht empfehlen, schon im Hinblick auf die durch langes Stehenlassen in Glasgefäßen gesteigerte Selbstentzündlichkeit. Auf die methodischen und theoretischen Darlegungen versage ich mir einzugehen; es wäre dazu mancherlei zu sagen. Das Buch müßte unter Benutzung der neueren reichen Literatur über Freihandversuche und über Technik des Experimentierens (wie die Bücher von K. Rosenberg und K. Kraus) gründlich umgearbeitet werden, wenn es den Anforderungen, die heute auch an den Volksschulunterricht gestellt werden müsse, genügen sollte.

P.

**Leitfaden für den Unterricht in der Chemie und Mineralogie mit Berücksichtigung der Land- und Hauswirtschaft sowie der Industrie.** Von K. Fuß 4. verb. Aufl. Nürnberg, F. Korn, 1909. 316 S. M 3.—

Das Buch ist den Bestimmungen der bayrischen Lehrordnung, betreffend die Bildung der Lehrer und Lehrerinnen angepaßt. Es behandelt sowohl die anorganische Chemie, unter zweckmäßiger Einflechtung der Mineralien, wie auch die organische. Daß in einer „Einleitung“ bereits die wichtigsten chemischen Gesetze zusammengestellt werden — wobei z. B. das fundamentale Gewichtsgesetz nur aus mitgeteilten Zahlen, aber nicht aus Versuchen gefolgert wird — entspricht wenig den neueren methodischen Bestrebungen. Die Schärfe der Begriffsfassung läßt öfters zu wünschen übrig, z. B. in dem Satze (S 23): „Gerade, durch welche man sich in jedem Kristall die gegenüberliegenden Flächen, Kanten oder Ecken verbunden denkt, und welche sich im Mittelpunkt desselben schneiden, werden Achsen genannt . . .“ usw. bis zum Ende des Satzes. Auch der Satz, daß gerade

der Sauerstoff „die Ursache des Verderbens vieler Nahrungsmittel (Eier, eingemachter Früchte . . .)“ sei, wird nicht allgemeiner Zustimmung begegnen. In manchen Abschnitten, z. B. über die Ernährung, Überblick über Bayern in geologischer und mineralogischer Beziehung, enthält das Buch jedoch nützliche Angaben und Winke

O.

**Stöchiometrische Aufgabensammlung.** Von Dr. W. Bahrdt. Mit den Resultaten. 140 S. — **Wasser und Abwässer.** Ihre Zusammensetzung, Beurteilung und Untersuchung. Von Prof. Dr. E. Haselhoff. 146 S. — Sammlung Göschen Nr. 452 bzw. 473. Leipzig, G. J. Göschen, 1909. Geb. je M 0,80.

1. Die reichhaltige Aufgabensammlung stellt eine verdienstliche Arbeit dar. Es sind mit glücklicher Hand Aufgaben (497) aus den verschiedensten Gebieten zusammengestellt. Behandelt werden nicht nur die üblichen Berechnungen von Äquivalent- und Atomgewichten, von Gasvolumina gemäß den Gesetzen von Boyle und Gay-Lussac usw., sondern es finden sich auch Aufgaben zu den neueren Theorien, über den osmotischen Druck, Siedepunktserhöhung usw. Manche Aufgaben sind dadurch interessant gestaltet, daß ihnen gewisse jetzt geltende gesetzliche Bestimmungen, z. B. aus dem Deutschen Arzneibuch, zugrunde gelegt sind. In der zweiten Hälfte des Buches sind sehr zweckentsprechend die Berechnungen wirklich durchgeführt und die Resultate gegeben. Bei den Aufgaben über Reduktion der Gasvolumina hätte vielleicht die Rebenstorffsche vereinfachte Berechnungsweise mitangeführt werden können; kleinere Versehen — in „Aufgabe“ 213 ist die Rede von Kohlenoxyd, in „Resultat“ 213 von Kohlensäure, während beidemal Kohlendioxyd gemeint ist — werden sich leicht in einer Neuauflage beseitigen lassen. Die Aufgabensammlung wird sich im chemischen Unterricht — sofern die Gefahr eines Zuviel der stöchiometrischen Berechnungen vermieden wird — außerordentlich nützlich erweisen.

2. Es sind hygienisch und volkswirtschaftlich hochwichtige Fragen, die hier klar und übersichtlich zur Behandlung gelangen: Die Entstehung und Zusammensetzung des Wassers — hier wird auch der Begriff des Grundwassers kurz erörtert —, die Beurteilung eines Wassers, die Entstehung und Zusammensetzung der Abwässer, deren Reinigung und Schädlichkeit (insbesondere hinsichtlich Pflanzen- und Tierwelt) sowie, besonders eingehend, auch ihre Untersuchung.

In diesem Kapitel wird auch die Wichtigkeit der biologischen Untersuchung des Wassers hinreichend gewürdigt. In anderen Kapiteln ist ebenfalls noch viel biologisch wertvolles

Material enthalten. Da sich mancherlei Angaben auch für den chemischen Unterricht verwerten lassen, so sei hier auf das Buch empfehlend hingewiesen. *O. Ohmann.*

### Programm-Abhandlungen.

**Energie, Entropie, Weltanfang, Weltende.** Von Prof. Dr. Kasper Isenkrahe. Kgl. Kaiser-Wilhelms-Gymn. und Realg. in Trier. Ostern 1910. 80 S. Pr. Nr. 644 (Trier, Lintzsche Buchhdlg. Preis 1 M).

Die Abhandlung erörtert sehr eingehend den an das Entropiegesetz angeknüpften apologetischen Beweis für einen Anfang der Welt. Es wird dargelegt, daß nicht weniger als sechs wissenschaftlich nicht erwiesene Voraussetzungen erfüllt sein müssen, wenn die Beweiskraft des Entropiearguments unanfechtbar sein soll. In die Darstellung sind interessante briefliche Auseinandersetzungen mit G. Helm und P. Dressel eingeflochten, von denen die ersteren in Anschluß an Aussprüche W. Thomsons das Dogma von der Zunahme der Entropie als zweifelhaft erscheinen lassen, während die letzteren sich auf den Intensitätsfaktor der Energie und weiterhin auf die Beweisführung Dressels für den Weltanfang beziehen. Die Schrift ist sehr geeignet, zur Klärung über die sehr interessante Frage beizutragen. *P.*

**Fourier und das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten.** Von Prof. Dr. R. Lamprecht. Gymn. zu Zittau, Ostern 1910. 20 S. Pr. Nr. 757.

Fourier hat in einer Abhandlung über die Statik, die im Jahre VI im 5. Heft des „Journal de l'école polytechnique“ veröffentlicht ist, zum erstenmal den Versuch gemacht, das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten allgemein zu beweisen. Er stützt sich dabei auf die Definition der Arbeit, die als das Produkt der Kraft in die Verrückung des angegriffenen Punktes und in den Kosinus des von beiden eingeschlossenen Winkels eingeführt wird. Der Beweis wird auch auf biegsame und flüssige Körper ausgedehnt, wobei aber die über Spannungen und Drucke im Innern der Körper gemachten Annahmen in der Natur nicht völlig verwirklicht sind. Es wird daher noch ein zweites Beweisverfahren eingeschlagen, bei dem ein Hebelsystem (analog dem von Lagrange erdachten Flaschenzugsystem) benutzt wird. Der Bearbeiter hat es sich zur Aufgabe gestellt, diese Beweise aus den nebenherlaufenden Betrachtungen der Fourierschen Ab-

handlung herauszuschälen und dabei sich weder an die Ausdrucksweise und Bezeichnung noch an die Schlüsse des Urhebers durchaus gebunden erachtet; so sind statt der virtuellen Geschwindigkeiten durchweg die virtuellen Verrückungen benutzt, auch ist die Kraft, die die Vergrößerung einer Entfernung erstrebt, stets als positiv berechnet, wodurch für viele Ausdrücke eine Änderung des Vorzeichens herbeigeführt ist.

Die Arbeit des Verfassers ist gewiß verdienstvoll und dankenswert; immerhin ist unser historisches Gewissen heut doch so verfeinert, daß es wohl besser gewesen wäre, den Text des französischen Mathematikers in getreuer Übersetzung zu geben und die Zurechtrückung in modernere Darstellungsform durch Zusätze oder begleitende Anmerkungen zu bewirken; freilich wäre dabei eine Vermehrung des Umfanges unvermeidlich gewesen — vielleicht ein hinreichender Grund, die jetzige Form der Darbietung zu rechtfertigen. *P.*

**Auswahl und Behandlung des physikalischen Lehrstoffes in der Obertertia.** Von Cornelius Jansen. Städt. Realprogymn. i. E. zu Gollnow. Ostern 1910. 13 S. Pr. Nr. 218.

Der Verfasser stellt sich in seinen Ausführungen durchaus auf den Boden der neueren Reformvorschläge und tritt insbesondere auch nachdrücklich für die Einrichtung von Schülerübungen auf der Unterstufe des physikalischen Unterrichts ein. Die von ihm dargebotene Stoffübersicht ist freilich viel zu umfangreich und wäre dies auch noch, wenn zur Bewältigung statt eines halben Jahres ein ganzes Jahr zur Verfügung stände (dies letztere Zeitausmaß ist mit Bewilligung der Behörden schon mehrfach in Geltung). Man sollte auch den Schein vermeiden, als ob bei solcher Kürze der Zeit eine irgend erschöpfende Behandlung des elementaren Lehrstoffes möglich wäre. Nützlich wären Veröffentlichungen, in denen gewissenhaft angegeben wird, wieviel von dem für die Unterstufe geeigneten Stoff in der vorgeschriebenen Zeit wirklich hat unterrichtlich erledigt (nicht bloß flüchtig gestreift) werden können. *P.*

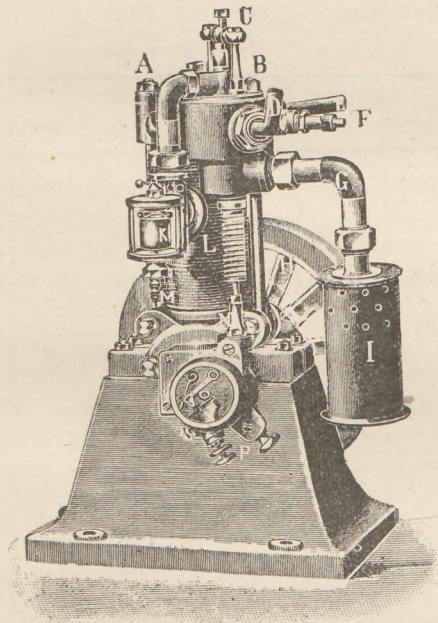


## Mitteilungen aus Werkstätten.

### Ein Benzinmotor für Demonstrationszwecke.

Von SAEGER & CO., G. m. b. H.,  
Fabrik physikalischer Apparate,  
Berlin S. 14, Alte Jakobstr. 64 A.

Der transportable, schnell und leicht völlig auseinandernehmbare und doch sehr leistungsfähige Benzinmotor eignet sich sowohl zur Demonstration des Prinzips dieser Motorart als auch zum Betriebe der meist an Lehranstalten vorhandenen größeren Dynamomaschinen. Es wird dadurch der Anschluß



an eine etwa vorhandene elektrische Zentrale völlig überflüssig, da die, zumal bei Vorhandensein einer besseren Dynamo, so entstehende kleine Elektrizitäts-Zentrale einen für alle Zwecke, auch für elektrisches Bogenlicht, reichlich genügenden Strom gibt.

Der Apparat ist ein Viertaktmotor; die Bildung des explosiven Gasgemisches wird durch einen (durchsichtigen) Zerstäubungsvergaser bewirkt; die Zündung geschieht durch den Funken eines kleinen Funkeninduktors, der mit Elementen oder Akkumulatoren betrieben wird (die Zündung mittels

Magnetinduktors ist weniger übersichtlich und für Lehranstalten nicht empfehlenswert). Eine Funkenstrecke kann derart eingeschaltet werden, daß sich das Überspringen des Zündungsfunkens sichtbar demonstrieren läßt. Die bei Dauerbetrieb nötige Abkühlung des Motors geschieht, indem man denselben während des Betriebes durch Gummischlauch mit dem Zu- und Abfluß der Wasserleitung im Experimentierzimmer oder am Experimentiertisch verbindet und so nach Bedarf mehr oder weniger Wasser durch den Motorkopf, in welchem die Zündungen und somit die größte Erwärmung stattfindet, laufen läßt. Bei kürzerem Betriebe (für Demonstrationszwecke) erübrigt sich die Wasserkühlung; der Motor kann, da das Schwungrad gleichzeitig als Ventilator hergerichtet ist, nur mit Luftkühlung laufen. Der Unterbau sowie das Motorgehäuse sind aus bestem Eisenguß oder aus Aluminium hergestellt, welches letzteres, bei sehr elegantem Aussehen, dem Motor nur sehr geringes Gewicht gibt.

Da die Maschine leicht transportabel, z. B. beim Unterricht auf den Experimentiertisch zu montieren und nach demselben, falls nötig, zu entfernen ist, da man dieselbe schnell in allen Teilen auseinandernehmen und demonstrieren kann, und dazu noch zum Zwecke besserer Demonstration deren Einzelbestandteile, Kolben, Kolbenringe, Zündkerze, Ventile etc. doppelt geliefert werden (also auch gleich als Reserveteile benutzt werden können), so ist es dem Fachlehrer ermöglicht, an der Hand derselben dem Schüler die Bauart, Wirkungs- und Verwendungsweise dieser für das praktische Leben mehr noch als die Dampfmaschinen in Betracht kommenden Maschinen zu zeigen sowie durch Betrieb einer Dynamo infolge der durch Handbetrieb niemals erreichbaren völlig gleichmäßigen Tourenzahl, unter anderem für Skioptikon-Beleuchtung mit Bogenlicht verwendbaren elektrischen Strom zu liefern.

Der Preis des Motors beträgt in Eisenguß bei ca.  $\frac{1}{3}$  PS 200 M, bei  $\frac{1}{2}$  PS 300 M, bei 1 PS 400 M, bei 2 PS 500 M; in Aluminiumlegierung je 50 M mehr.

## Korrespondenz.

Nachtrag zu der Arbeit: „Über die Verwendung des Galvanometers zum Nachweis geringerer Wechselströme niedriger Frequenz.“ (*Diese Zeitschrift* 1910, Heft 3,

S. 156—162.) — Verfasser möchte nicht unterlassen, nachzutragen, daß das auf S. 157 besprochene Problem der Umwandlung eines Wechselstromes in einen Gleichstrom auch

von v. Geitler in einem auf der letzten Naturforscherversammlung in Salzburg gehaltenen Vortrag (vgl. *Phys. Zeitschr. X, S. 795, 1909*) behandelt worden ist. *Dr. P. Ludewig.*

Für eine in Aussicht genommene neue Herausgabe der zuletzt im Jahre 1905 erschienenen „Physikalisch-chemischen Tabellen“ wäre es den unterzeichneten Bearbeitern der neuen Auflage von großem Werte, seitens der Herren Fachgenossen auf

Unrichtigkeiten oder Mängel der vorigen Ausgabe hingewiesen zu werden. Wir bitten daher, etwaige Wünsche in bezug auf Änderungen, Vervollständigungen oder Weglassungen, sowie auch Sonderabzüge der in Betracht kommenden neuen Veröffentlichungen an einen von uns freundlichst einsenden zu wollen.

Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. R. Börnstein,  
Wilmersdorf b. Berlin, Landhausstr. 10.  
Prof. Dr. W. A. Roth,  
Greifswald, Karlstr. 8.

### Himmelserscheinungen im August und September 1910.

♿ Merkur, ♀ Venus, ☉ Sonne, ♂ Mars, ♃ Jupiter, ♄ Saturn, ☾ Mond, 0<sup>h</sup> = Mitternacht.

		August						September						
		1	6	11	16	21	26	31	5	10	15	20	25	30
♀	AR	9 <sup>h</sup> 38 <sup>m</sup>	10 12	10.42	11. 9	11.33	11.54	12.12	12.26	12.33	12.34	12.24	12. 7	11.51
	D	+ 16 <sup>o</sup>	+ 12 <sup>o</sup>	+ 9 <sup>o</sup>	+ 5 <sup>o</sup>	+ 2 <sup>o</sup>	- 1 <sup>o</sup>	- 4 <sup>o</sup>	- 6 <sup>o</sup>	- 8 <sup>o</sup>	- 8 <sup>o</sup>	- 7 <sup>o</sup>	- 4 <sup>o</sup>	- 1 <sup>o</sup>
♀	AR	6 <sup>h</sup> 37 <sup>m</sup>	7. 3	7.29	7.55	8.20	8.46	9.10	9.35	9.59	10.23	10.46	11.10	11.33
	D	+ 23 <sup>o</sup>	+ 22	+ 22	+ 21	+ 20	+ 19	+ 17	+ 15	+ 13	+ 11	+ 9	+ 7	+ 5
☉	AR	8 <sup>h</sup> 43 <sup>m</sup>	9. 2	9.21	9.40	9.59	10.17	10.36	10.54	11.12	11.30	11.48	12. 6	12.24
	D	+ 18 <sup>o</sup> 11'	+ 16 <sup>o</sup> 53'	+ 15 <sup>o</sup> 28'	+ 13 <sup>o</sup> 56'	+ 12 <sup>o</sup> 19'	+ 10 <sup>o</sup> 38'	+ 8 <sup>o</sup> 52'	+ 7 <sup>o</sup> 2'	+ 5 <sup>o</sup> 10'	+ 3 <sup>o</sup> 15'	+ 1 <sup>o</sup> 19'	- 0 <sup>o</sup> 37'	- 2 <sup>o</sup> 34'
♂	AR	9 <sup>h</sup> 59 <sup>m</sup>	10.11	10.23	10.35	10.47	10.59	11.11	11.22	11.34	11.46	11.58	12.10	12.21
	D	+ 14 <sup>o</sup>	+ 12	+ 11	+ 10	+ 9	+ 8	+ 6	+ 5	+ 4	+ 2	+ 1	0	- 1
♃	AR	12 <sup>h</sup> 37 <sup>m</sup>		12 43		12.49		12.56		13. 3		13.11		13.19
	D	- 3 <sup>o</sup>		- 3		- 4		- 5		- 6		- 6		- 7
♄	AR	2 <sup>h</sup> 19 <sup>m</sup>							2.20					
	D	+ 11 <sup>o</sup>							+ 11					
☾	Aufg.	4 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup>	4.28	4.36	4.44	4.52	5. 1	5. 9	5.17	5.26	5.34	5.42	5.51	5.59
	Unterg.	19 <sup>h</sup> 51 <sup>m</sup>	19.43	19.33	19.23	19.13	19. 2	18.51	18.39	18.28	18.16	18. 4	17.52	17.40
☾	Aufg.	—	5.19	11.32	17.22	20. 7	21.25	0.22	6.52	12.53	17.27	18.55	21.11	2. 4
	Unterg.	17 <sup>h</sup> 16 <sup>m</sup>	20.47	21.50	—	5. 2	12.14	18. 1	19.33	20.45	—	6.56	14.14	17.16
Sternzeit im mittl. Mittg.		8 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup> 43 <sup>s</sup>	8.56.26	9.16. 8	9.35.51	9.55.34	10.15.17	10.34.59	10.54.42	11.14.25	11.34. 8	11.53.50	12.13.33	12.33.16
Zeitgl.		+ 6 <sup>m</sup> 11 <sup>s</sup>	+ 5.48	+ 5.11	+ 4.18	+ 3.13	+ 1.55	+ 0.28	- 1. 7	- 2.48	- 4.33	- 6.19	- 8. 4	- 9.45

Mittlere Zeit = wahre Zeit + Zeitgleichung.

Herbstanfang am 23. Sept., 23<sup>h</sup> 31<sup>m</sup> M.E.Z.

Mondphasen in M.E.Z.	Neumond		Erstes Viertel		Vollmond		Letztes Viertel	
		Aug. 5,	7 <sup>h</sup> 37 <sup>m</sup>	Aug. 13,	3 <sup>h</sup> 1 <sup>m</sup>	Aug. 20,	20 <sup>h</sup> 14 <sup>m</sup>	Aug. 27,
	Sept. 3,	19 <sup>h</sup> 6 <sup>m</sup>	Sept. 11,	21 <sup>h</sup> 11 <sup>m</sup>	Sept. 19,	5 <sup>h</sup> 52 <sup>m</sup>	Sept. 25,	21 <sup>h</sup> 54 <sup>m</sup>

Planetensichtbarkeit	Merkur	Venus	Mars	Jupiter	Saturn
im August	unsichtbar	als Morgenstern zuletzt noch 1 <sup>3</sup> / <sub>4</sub> Stunden sichtbar	unsichtbar	wird zu Ende des Monats unsichtbar	zuletzt bereits 7 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> Stunden lang vor Morgengrauen sichtbar
im September	unsichtbar	die Sichtbarkeitsdauer sinkt auf 1 Stunde	unsichtbar, Konjunktion am 27.	unsichtbar	- zuletzt 10 Stunden lang vor Morgengrauen sichtbar

#### Verfinsterungen der Jupitertrabanten:

Am 14. Aug., 20<sup>h</sup> 24<sup>m</sup> 36<sup>s</sup>, Austritt des I. Trabanten aus dem Schatten.

*F. Koerber.*

Nachdruck nur mit Quellenangabe und mit Genehmigung der Verlagshandlung gestattet.