

Zeitschrift

für den

Physikalischen und Chemischen Unterricht.

XXX. Jahrgang.

Sechstes Heft.

November 1917.

Krumme Lichtstrahlen.

Von

Professor A. Keller in Karlsruhe i. B.

Die Unterstufe des physikalischen Unterrichts vermittelt auch heute noch die Lehre vom Lichte fast ausschließlich nach den Gesichtspunkten der geometrischen Optik, und auch in der Oberstufe nimmt diese Darstellungsweise einen Raum ein, den man im Interesse des Eindringens in die tieferen Zusammenhänge physikalischen Geschehens manchmal recht bedauern möchte, wemgleich man andererseits auch wieder nicht ganz auf die Fülle des technisch Wissenswertes aus dem Gebiet der Instrumentenkunde verzichten will, für welche diese Behandlungsweise die zunächstliegende ist und bleiben wird. Doch scheint mir an manchen Stellen eine wesentliche Entlastung durch Unterlassung langwieriger und für den Fortgang des Unterrichts nicht unentbehrlicher Ableitungen sehr wohl möglich zu sein.

Niemals aber darf die geometrische Optik ihre Herrschaft so weit ausdehnen, daß sie noch eine offenkundig widersinnige Annahme zu Hilfe ruft, um eine Erscheinung zu erklären, die nach der sachlich richtigen Auffassung der physikalischen Optik sich viel einfacher und zwangloser verstehen läßt. Wenn eine Klasse sich mit der Erklärung zufrieden gibt, daß bei den sog. „Luftspiegelungen“ eine Totalreflexion an der Grenze zweier Luftschichten von verschiedener Dichte stattfindet — und viele Klassen werden sich damit zufrieden geben —, so ist dies noch lange kein Zeichen für die Verständlichkeit dieser Erklärung, denn dieselbe Klasse wird sich sofort der unbehobenen Schwierigkeiten bewußt werden, wenn man sie in leiser Andeutung zur Sprache bringt, und so mag diese „Erklärung“ immerhin zur Erziehung der Schüler zum kritischen Denken in jedem Kurs mit herangezogen werden.

Man wende aber nicht ein, daß sich die Behandlung dieser interessanten Erscheinung nicht ebenso leicht, dabei richtiger, anschaulicher und anregender auf Grund des wahren Sachverhaltes durchführen läßt. Auf der Unterstufe wird der Versuch und der Vergleich mit ähnlichen Erscheinungen auf manchen Gebieten, auf der Oberstufe außerdem die mathematische Behandlung in elementarer Form das Verständnis vermitteln. Die Demonstration gekrümmter Lichtstrahlen mit Hilfe von Medien mit veränderlichen Brechungsquotienten ist ja schon verhältnismäßig alt. Wollaston¹⁾ und Wiener²⁾ haben für sie recht brauchbare Anweisungen gegeben, welche in der neueren Literatur vielfache Ergänzungen und Vervollkommnungen erfahren haben. Man benützt zu den Versuchen schmale, längliche Glaströge mit planparallelen Scheiben an den Enden; zur Ersparnis von Material wählt man besonders die Breite nicht zu groß. Schichtet man darin zwei mischbare Flüssigkeiten von verschiedenem spezifischem Gewicht vorsichtig übereinander, so wird sich an der Trennungsfäche sehr bald durch Diffusion eine Übergangsschicht herausbilden, in welcher die Lichtstrahlen

¹⁾ W. H. Wollaston, Phil. Trans. 90, S. 239—254, 1800; Gilberts Ann. 11, S. 1—65, 1802.

²⁾ C. Wiener, Wied. Ann. 49, S. 105—149, 1893.

bei jeder beliebigen Einfallsrichtung gekrümmt verlaufen und zwar in der Weise, daß die hohle Seite der Kurve immer dem Medium mit dem größeren Brechungsquotienten zugekehrt ist. Als Mischflüssigkeiten kommen in Betracht: Schwefelkohlenstoff und Alkohol (Fig. 1a) auch einfache Salzlösungen mit reinem Wasser. Im allgemeinen haben die Stoffe von hohem spezifischem Gewicht auch starkes Brechungsvermögen, so daß die Lichtstrahlen nach unten gekrümmt erscheinen, wie es ja auch bei der Strahlenbrechung in der Erdatmosphäre der Fall ist. (Scheinbare Vergrößerung der Sternhöhen, Hebung der Kimm, Dämmerungserscheinungen, Alpenglühen usw.) Will man den umgekehrten Fall vorführen, wo die Brechung nach oben hin erfolgt, so wählt man das verhältnismäßig schwere Chloroform und den leichteren Schwefelkohlenstoff mit seinem großen Brechungsvermögen als Mischflüssigkeiten (Fig. 1b).

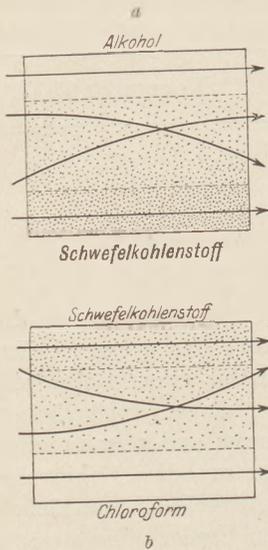


Fig. 1.

langsam abfließen. Die Trennungsfäche wird dann außerordentlich scharf, und es dauert natürlich bei verschiedenen Flüssigkeiten ziemlich lange, bis man eine hinreichend dicke Übergangsschicht durch Diffusion erhält. (Auf dieselbe Weise läßt sich auch die Diffusion z. B. von Kupfervitriol und Wasser von der scharfen Trennungsfäche an bis zur völligen Vermischung in mehrere Monate lang ruhig stehenden Trögen zeigen.) Nur bei einer ganz scharf ausgebildeten Grenze tritt die Totalreflexion der Lichtstrahlen auf, die aber von diesem Standpunkte aus als Grenzfall der Strahlenbrechung erscheint. Zur Erhöhung der Sichtbarkeit des Strahlenverlaufs fügt man beiden Mischungsbestandteilen vor dem Eingießen etwas Fluorescein bei oder läßt die Lichtstrahlen etwas schräg gegen die hintere Wand des Kastens fallen, an der man vor dem Einfüllen ein weißes Papier o. ä. befestigt hat.

Interessant und den Gesetzen der geometrischen Optik direkt zuwiderlaufend ist die Erscheinung, daß auch bei genau wagrechttem Einfall der Strahlen eine Ablenkung erfolgt, ja gerade in diesem Fall mit der stärksten Krümmung, während doch ein geradliniger Verlauf der Strahlen zu erwarten wäre, da doch die Strahlen innerhalb eines Niveaus mit einheitlichem Brechungsvermögen sich fortbewegen. Wenn Totalreflexion zur Erklärung in Betracht käme, müßte auch unter allen Umständen eine Umkehrung der Gegenstände beim Hindurchblicken eintreten. Bei der Kimmung über kalten Meeren beobachtet man ja gelegentlich die umgekehrten Spiegelbilder von Schiffen hoch über denselben schwebend, daneben gelegentlich aber auch aufrechte, und es sind in der Tat andere Ursachen, die später an der Hand der mathematischen Theorie angedeutet werden sollen. Um auch auf der Unterstufe dieses eigenartige Verhalten des Lichtstrahles begrifflich zu machen, kann man sich des Vergleiches mit einer in Frontlinie marschierenden Abteilung bedienen (Fig. 3); wenn diese schräg auf einen Acker stößt, in dem die Fortbewegung durch die Bodenbeschaffenheit oder den Bewuchs stark erschwert ist, so

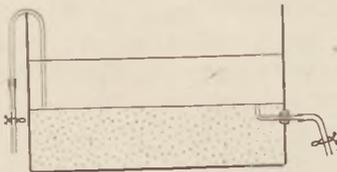


Fig. 2.

lich die umgekehrten Spiegelbilder von Schiffen hoch über denselben schwebend, daneben gelegentlich aber auch aufrechte, und es sind in der Tat andere Ursachen, die später an der Hand der mathematischen Theorie angedeutet werden sollen. Um auch auf der Unterstufe dieses eigenartige Verhalten des Lichtstrahles begrifflich zu machen, kann man sich des Vergleiches mit einer in Frontlinie marschierenden Abteilung bedienen (Fig. 3); wenn diese schräg auf einen Acker stößt, in dem die Fortbewegung durch die Bodenbeschaffenheit oder den Bewuchs stark erschwert ist, so

wird der zuerst dort eintretende Flügel alsbald etwas zurückbleiben und nach ihm die folgenden Mannschaften entsprechend der Zeit ihres Eintritts in das schwierigere Gelände. Es bildet sich dann sofort eine neue Marschrichtung senkrecht zu der neuen, etwas verschobenen Front heraus und diese Marschrichtung ist gegen das „Einfallslot“ hin gebrochen. Auf diese Weise vermitteln sich dann leicht die Begriffe der Wellenfläche (Front), der Flächennormalen (hier innerhalb des Streifens mit konstantem Brechungsverhältnis die Fortbewegungsrichtung) und vor allem die Gesetzmäßigkeit, daß der Brechungsquotient in einem einfachen Zusammenhang mit

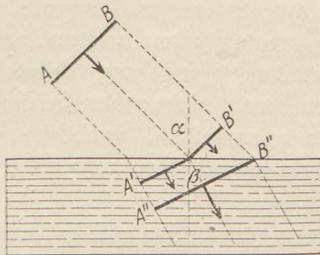


Fig. 3.

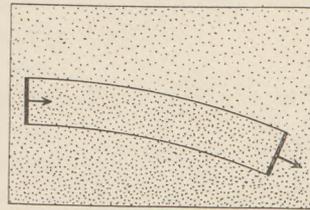


Fig. 4.

der Fortbewegungsgeschwindigkeit des Lichtes in den beiden Medien steht Auch wird es der Schüler ziemlich begreiflich finden, daß beim parallelen Marsch auf einer Zone von abnehmender Geländeschwierigkeit die Abteilung allmählich ganz von selbst durch Zurückbleiben des einen Flügels nach der Seite der größeren Geländeschwierigkeit abgedrängt würde (Fig. 4).

Die Demonstration der „Luftspiegelung“ selbst gelingt ja bekanntlich nach dem von Wood angegebenen Verfahren verhältnismäßig leicht, wenn man für die erforderliche Windstille in der Nähe der Apparate Sorge trägt. Ein mit Schieferplatten belegtes Gestell *G* (Fig. 5) von etwa 300 cm \times 20 cm Flächengröße ist in seiner ganzen Ausdehnung mit einer Schicht feinen Sandes sorgfältig eben überdeckt. Durch Heizung mit einer Anzahl Gasflammen *F* wird der Sand erhitzt, so daß die direkt

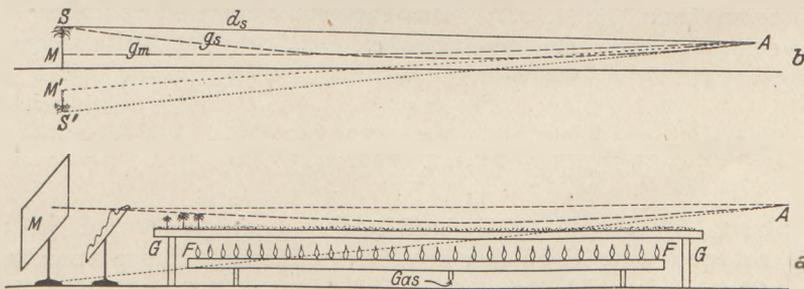


Fig. 5.

über ihm lagernde Luftschicht sehr stark erwärmt wird. Zur Vermeidung störender Luftströmungen empfiehlt sich ein Rand um die ganze Sandfläche, der besonders an den Seiten ausreichende Höhe haben soll. Beim flachen Hinsehen über die erhitzte Sandfläche hat das Auge *A* den Eindruck, als ob sich über der Sandfläche ein Spiegel ausbreitete, in dem die Gegenstände des Hintergrundes sich spiegeln. Besonders deutlich wird die Spiegelung, wenn man den hellen Himmelhintergrund durch eine von hinten hell erleuchtete Mattscheibe *M* nachahmt. Durch Kulissen stellt man die Berge des Hintergrundes und die Palmen der Wüste dar. Das Auge erblickt

dann über die kritische Schicht hinweg die Gegenstände direkt (direkter Strahl d) und bei leichter Neigung nach unten deren „Spiegelbild“ (gebrochener Strahl g). Noch besser scheint sich eine früher in d. Ztschr. angegebene Vorrichtung zu bewähren, welche die Fläche elektrisch heizt, wobei weniger störende Luftströmungen entstehen als bei der Verwendung von Flammen.

Die Erscheinungen über kalten Meeren lassen sich wahrscheinlich in großen, flachen Trögen nachahmen, in welche man die kalten Dämpfe siedender Luft oder Kohlensäure sehr langsam eintreten läßt, so daß sich keine störenden Wirbel bilden. Es bildet sich dann durch das Überfließen eine scharfe Übergangsschicht zwischen der kalten (schweren) und warmen (leichten) Luft aus, die wegen der verhältnismäßigen Schroffheit des Übergangs von einem Brechungsindex zum andern nahezu einen Grenzfall wirklicher Spiegelung darstellt. Leider war ich an der Front nicht mehr in der Lage, derartige Versuche anzustellen, nachdem ich einmal eine längere Gelegenheit dazu ungenützt hatte verstreichen lassen.

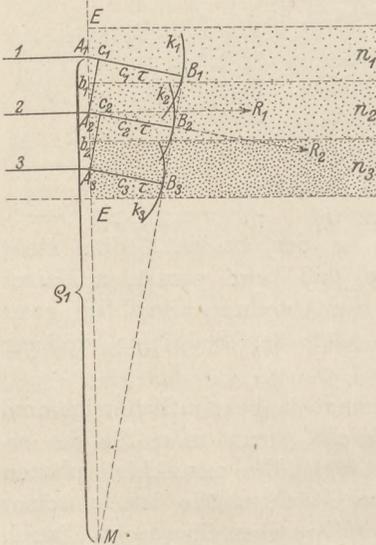


Fig 6.

Nach diesen Versuchen erfährt also auch der Strahl, welcher parallel zu den Schichten gleicher Brechungsquotienten eintritt, eine Ablenkung, während er nach dem Gesetz von Snellius geradlinig verlaufen müßte, da ja jeder Strahl des Bündels innerhalb einer Schicht verläuft, welche in ihrer ganzen Ausdehnung denselben Brechungskoeffizienten besitzt. Das Huyghenssche Prinzip der Elementarwellen fordert dagegen diese Ablenkung, und es ist sogar mit den Mitteln der elementaren Mathematik möglich, die Krümmung des Lichtstrahles als Funktion der Änderung der optischen Dichte an den einzelnen Stellen abzuleiten.

Man denke sich das Medium in außerordentlich dünne Schichten von der Dicke $b_1, b_2 \dots$ zerlegt, innerhalb deren die optische Dichte als konstant angesehen werden kann ($n_1, n_2 \dots$). Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtstrahlen in den einzelnen Schichten seien $c_1, c_2 \dots$; für sie gelten dann die Beziehungen:

$$\frac{c}{c_1} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n_1; \quad \frac{c}{c_2} = n_2; \quad \frac{c}{c_3} = n_3 \dots \dots \dots 1)$$

Durch die Ebene EE (Fig. 6) tritt ein Bündel 1, 2, 3 paralleler Lichtstrahlen so ein, daß sie zunächst parallel zu den Schichten verlaufen. Einen unendlich kurzen Zeitraum τ später werden sich dann die von A_1, A_2 und A_3 ausgehenden Elementarwellen so ausgebreitet haben, daß ihre Wellenflächen durch die Kugeln k_1, k_2, k_3 wiedergegeben werden. Die Wellenfläche des gesamten Strahlenbündels ist dann dargestellt durch die gemeinsame Tangentialebene B_1, B_2, B_3 an alle Kugeln k_1, k_2 und k_3 . Infolgedessen ist die ursprüngliche Fortpflanzungsrichtung R_1 , die senkrecht zur Ebene $A_1 A_3$ stand, übergegangen in eine neue R_2 senkrecht zu $B_1 B_3$. Die ursprüngliche und die neue Wellenebene schneiden einander in der Geraden, welche in M die Zeichenebene senkrecht durchsetzt. Der Kreis um M , der durch A_1 und B_1 geht, stellt dann den Krümmungskreis des Strahles 1 in A_1 dar, d. h. den Kreis, der sich dem Kurvenstück $A_1 B_1$ am besten anschmiegt. Sein Radius, der Krümmungsradius des Strahles 1 in A_1 sei q_1 .

Zur Berechnung der Krümmung $\frac{1}{\rho_1}$ des unendlich kurzen Kurvenstückes $A_1 B_1$, das in der Zeit τ durchlaufen wird, ziehen wir durch A_2 eine Parallele $A_2 C_1$ zu MB_1 und erhalten dann wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke $A_1 A_2 C_1$ und $A_1 MB_1$ die Beziehung

$$\frac{b_1}{\rho_1} = \frac{A_1 C_1}{A_1 B_1} = \frac{A_1 B_1 - B_1 C_1}{A_1 B_1} = \frac{c_1 \tau - c_2 \tau}{c_1 \tau} = \frac{c_1 - c_2}{c_1} \dots 2)$$

Es folgt aber aus 1)

$$c_1 : c_2 = n_2 : n_1 \dots 3)$$

und daraus durch korrespondierende Addition:

$$\frac{c_1 - c_2}{c_1} = \frac{n_2 - n_1}{n_2} \dots 4)$$

so daß 2) die Form annimmt:

$$\frac{b_1}{\rho_1} = \frac{c_1 - c_2}{c_1} = \frac{n_2 - n_1}{n_2} \dots 5)$$

Es gilt dann für die Krümmung im Punkte A_1

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{\frac{n_2 - n_1}{b_1}}{n_2}; \quad \rho_1 = \frac{n_2}{\frac{n_2 - n_1}{b_1}} \dots 6)$$

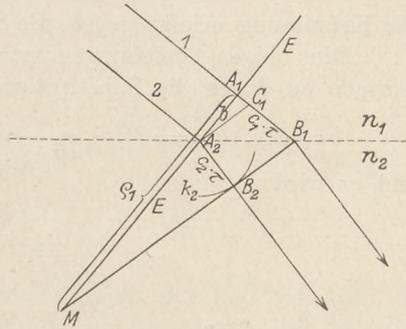


Fig. 7.

$n_2 - n_1$ bedeutet die Abnahme des Brechungsquotienten von der Stelle A_2 bis zur Stelle A_1 längs der Breite b_1 des Strahlenbündels zwischen den Grenzstrahlen 1 und 2, gemessen senkrecht zur Strahlenrichtung im Anfangspunkt des Kurvenstückchens $A_1 B_1$; $\frac{n_2 - n_1}{b_1}$ ist demnach der Gradient des Brechungsquotienten senkrecht zur Strahlenrichtung, d. h. die Änderung des Brechungsquotienten längs der Längeneinheit in der angegebenen Richtung. Die Krümmung des Strahles ist also um so größer, je größer das Gefälle des Brechungsquotienten senkrecht zum Strahl ist und im übrigen dem an der betreffenden Stelle des Strahles (eigentlich in der unendlich benachbarten dichteren Schicht) herrschenden Brechungsquotienten umgekehrt proportional.

In derselben Weise findet man für den Strahl 2 die Krümmung:

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{\frac{n_3 - n_2}{b_2}}{n_3}; \quad \rho_2 = \frac{n_3}{\frac{n_3 - n_2}{b_2}} \dots 6)$$

Bezeichnen wir das Gefälle des Brechungsquotienten senkrecht zum Strahl mit ν , so erhalten wir die allgemeine Formel:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\nu}{n} \dots 7)$$

Die Formeln 1) bis 7) gelten ebenso für die Fig. 7, in der die Bezeichnungen ganz analog durchgeführt sind. Sie bringt die Verhältnisse zur Anschauung, welche eintreten, wenn der Lichtstrahl die Schichten schräg durchsetzt. Auch hier gilt genau dieselbe Beziehung, nur muß man sich bewußt sein, daß das Gefälle des Brechungsquotienten immer senkrecht zum Lichtstrahl zu verstehen ist. Nach 7) ist

demnach allgemein der Krümmungshalbmesser eines Lichtstrahles in einem beliebigen Medium mit veränderlichem Brechungsquotienten bei jedem beliebigen Einfallswinkel

$$\varrho = \frac{n}{\nu} \dots \dots \dots 8)$$

Die Lichtstrahlen sind also in einem Medium mit örtlich veränderlicher optischer Dichte stets gekrümmt; nur wo sie in der Richtung des größten Gefälles des Brechungsquotienten verlaufen, d. h. senkrecht durch die Grenzflächen der Schichten derselben Dichte hindurchtreten, ist ihre Krümmung gleich Null, da die Senkrechte zum Strahl dann in der Schicht konstanter Dichte verläuft, so daß auf ihr kein Gefälle des Brechungsquotienten statthat ($\varrho = \infty$).

Nach Gleichung 6) ist der Krümmungshalbmesser positiv, wenn $n_1 < n_2$, d. h. die Krümmung erfolgt gegen die Schicht mit dem größeren Brechungsquotienten hin.

Die obigen Gleichungen nehmen die in der höheren Analysis gebräuchlichen Formen an durch die Substitutionen:

$$b = dN, \quad \tau = dt, \quad n_2 - n_1 = dn, \quad c_1 - c_2 = dc \quad (N = \text{Normale}) \quad 9)$$

und es wird

$$\frac{dN}{\varrho} = \frac{dc}{c} = \frac{dn}{n} \dots \dots \dots 5')$$

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{\frac{dn}{dN}}{n} = \frac{n'}{n} \dots \dots \dots 6')$$

$$\varrho = \frac{n}{n'} \dots \dots \dots 8')$$

wo $n' = \nu$ das in dem Punkt herrschende Gefälle des Brechungsquotienten in der Richtung senkrecht zum Strahl bedeutet.

Unter welchen Umständen wird nun ein Strahlenbündel in allen seinen Teilen gleiche Krümmung aufweisen? Wir teilen das Lichtbündel zunächst in zwei gleiche Hälften ($b_1 = b_2$ in Fig. 6). Es muß dann $\varrho_1 = \varrho_2$ werden. d. h. nach 6)

$$\frac{\frac{n_2}{n_2 - n_1}}{b_1} = \frac{\frac{n_3}{n_3 - n_2}}{b_2}$$

Da sich b_1 gegen b_2 wegekürzt, erhält man leicht:

$$n_2^2 = n_1 \cdot n_3, \quad \text{oder} \quad n_2 = \sqrt{n_1 \cdot n_3} \dots \dots \dots 10)$$

Wenn also der Brechungsquotient in geometrischer Progression sich ändert, so daß in der Mitte zwischen zwei Schichten ein Wert herrscht, der das geometrische Mittel der Werte in den Randschichten darstellt, so wird das Strahlenbündel in allen Teilen gleichmäßig gekrümmt.

Im allgemeinen wird die Gesetzmäßigkeit, nach welcher sich der Brechungsquotient von Schicht zu Schicht ändert, nicht bekannt sein, namentlich nicht bei den atmosphärischen Erscheinungen, bei denen Störungen durch aufsteigende Luftströmungen und Windbewegung nicht immer ausgeschlossen sein werden, während man bei den Diffusionsversuchen wohl schon eher auf Grund der Gesetze der Molekularbewegung zu einer Vorstellung über die Größe des Gradienten des Lichtbrechungsvermögens gelangen kann. Bei den atmosphärischen Lichtbrechungserscheinungen kann daher sehr wohl der Fall eintreten, daß ein Teil des Strahlenbündels wagrecht eine Zone durchsetzt, in welchem der Gradient des Lichtbrechungsvermögens den

höchsten Wert hat, so daß dieser Teil an dieser Stelle eine viel stärkere Krümmung erfahren wird als die andern Strahlen. Denn jene haben an den Stellen, wo sie parallel zur Schichtung verlaufen, d. h. wo sie ihre höchste Krümmung erreichen, einen kleineren Gradienten des Brechungsvermögens, und die Zone des größten Gradienten durchsetzen sie nicht parallel, sondern mit einer gewissen Neigung zur Schichtung, so daß der Wert des Gradienten nicht voll zur Wirkung gelangt, weil ja nur seine zum Strahl senkrecht stehende Komponente in Betracht kommt. Die Dichteverteilung wird sich daher häufig so gestalten, daß die einzelnen Teile des Strahlenbündels sich kreuzen (Fig. 8 und 5b), so daß in der Tat umgekehrte Bilder entstehen wie bei einem Spiegel. Daß man bei der Fata Morgana die spiegelnde Fläche eines Sees zu sehen glaubt, spricht keineswegs für eine wirkliche Spiegelung sondern der Eindruck kommt eben dadurch zustande, daß man in einer Richtung Gegenstände wahrnimmt (Himmelslicht, Palmen usw.), von denen feststeht, daß sie sich nicht dort befinden. Eine Spiegelfläche als solche ist überhaupt nie zu sehen.

Ganz eigenartige Verhältnisse müssen sich ergeben, wenn die Schichten gleicher Dichte kugelförmig sind, wie man das bei der Atmosphäre der Planeten, der Sonne, annehmen muß. Es wird dann in einer bestimmten Schicht der Fall eintreten, daß die Krümmung der wagrechten Strahlen gerade gleich der Krümmung der betreffenden Schicht ist; der Lichtstrahl wird dann den betreffenden Himmelskörper umkreisen, und der Beobachter könnte sich selbst von hinten besehen. Kummer³⁾ teilt die Himmelskörper nach ihrer Strahlenbrechung in zwei Klassen ein, Himmelskörper der ersten Art, wo die Krümmung der Strahlen überall kleiner, und der zweiten Art, wo sie größer ist als die der Oberfläche des Himmelskörpers selbst. Auf dem Planeten Jupiter z. B. wird in bestimmter Höhe eine solche kritische Zone vorhanden sein, wo wagrechte Strahlen den ganzen Planeten umlaufen. Tiefer unten würde dagegen jeder wagrechte Strahl den Boden treffen, und man müßte auf der Oberfläche sogar den Blick etwa 3 Grad 48 Minuten erheben, wenn man überhaupt nach außen sehen wollte. Der ganze Planet erschiene demnach einem Bewohner wie eine große Schale, in dessen Mittelpunkt er selber steht, und am Horizont würde man die ganze Oberfläche ausgebreitet sehen und in jeder Richtung am ganzen Horizont sich selbst in einer Entfernung erblicken, die gleich dem Jupiterumfang wäre. Aus diesem Augenschein die Kugelgestalt des Planeten zu erschließen, wäre jedenfalls eine sehr anerkennenswerte Leistung etwaiger Bewohner. In dieses Gebiet gehören auch die höchst interessanten Erscheinungen der Strahlenbrechung in der Sonne⁴⁾, von der wir wahrscheinlich einen erheblichen Teil der abgewandten Seite sehen können, und deren scharfer Rand, von uns stark vergrößert gesehen, vielleicht mit der kritischen Zone identisch ist, in welcher die wagrechten Lichtstrahlen den „Kern“ gerade in einem Kreise umlaufen.

Nachwort. Nach Abschluß der Arbeit wurde ich durch die Schriftleitung auf einen Aufsatz „Über Luftspiegelung“ von Dr. W. Volkmann in Jahrg. 1915, Heft 5 dieser Zeitschr. aufmerksam gemacht, welche mir bei der geringen Fühlung mit den wissenschaftlichen Neuerscheinungen von der Front aus unbekannt geblieben war.

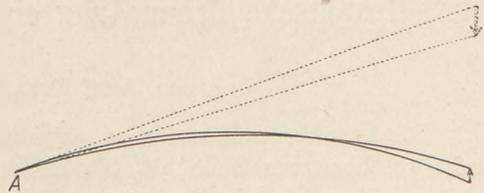


Fig. 8.

³⁾ E. Kummer, Sitzungsber. d. Akad. d. Wiss. z. Berlin, 1860, S. 405 bis 420.

⁴⁾ A. Schmidt, Die Strahlenbrechung auf der Sonne, ein geometrischer Beitrag zur Sonnenphysik, S. 326, Stuttgart 1891. Vgl. dagegen auch: R. E. Emde, Gaskugeln, Leipzig 1907, S. 388 ff. und K. Schwarzschild, Götting. Nachr. math.-phys. Klasse, 1906, S. 41—53.

Auch er gelangt bei der Behandlung der Frage zur selben Erklärung der umgekehrten Spiegelbilder aus einer Überkreuzung der verschiedenen Strahlen wie die vorliegende mathematische Behandlung der Strahlenkrümmung. Dort ist auch darauf hingewiesen, wie die Lichtstrahlen, die infolge verschieden starker Krümmung mit vergrößerter oder verkleinerter Divergenz in das Auge des Beobachters treten, diesem den Gegenstand vergrößert (genähert) oder verkleinert (entfernt) erscheinen lassen. Zum Schluß ist eine Versuchsanordnung zur Herstellung gekrümmter Lichtstrahlen in Flüssigkeiten beschrieben, die sich im wesentlichen — wenn auch ohne die Möglichkeit der Herstellung sehr scharfer Grenzen — mit der Anordnung der Fig. 2 deckt aber zur Ausgestaltung der subjektiven Beobachtung einzelne wertvolle Winke gibt.

Graphische Behandlung einiger elektrischer Stromkreise.

Von

Dr. techn. Josef Kuhn in Bielitz (Österr.-Schlesien).

Die graphische Behandlung physikalischer Aufgaben belebt den Unterricht, führt meist rascher zum Ziele als die Rechnung und bringt sie dem Verständnisse der Schüler näher als die Rechnung allein, besonders dann, wenn sie sich dem physikalischen Vorgange möglichst ungezwungen anpaßt. Dies ist in hohem Maße bei den Aufgaben über die elektrischen Stromkreise der Fall, wenn wir das Auftreten eines elektrischen Stromes in Anlehnung an die Hydraulik auf die Wirkung eines elektrischen Gefälles (Spannung) zurückführen, das bei der Überwindung des elektrischen Widerstandes, den der Leiter dem Strome darbietet, proportional diesem Widerstande verbraucht wird. Stellen wir die Spannung als Funktion des Widerstandes dar, so erhalten wir eine Gerade (Stromlinie), deren Neigung uns ein augenfälliges Maß für die Stromstärke abgibt, das uns hinsichtlich der fließenden Gewässer geläufig ist.

Auf dieser Darstellungsweise fußend, sollen hier die für die Schule wichtigen Stromkreise zeichnerisch behandelt und die für sie geltenden Beziehungen und Formeln entwickelt werden.

1. Der einfache Stromkreis.

Ein Element von der konstanten E.M.K. E und dem (konstanten) inneren Widerstande w_i sei durch einen äußeren Widerstand w_a geschlossen, in dem der Nutzwiderstand r inbegriffen ist; es sollen alle Verhältnisse dieses Stromkreises (Fig. 1) zeichnerisch klargelegt werden.

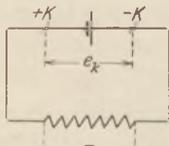


Fig. 1.

Zeichnen wir ein rechtwinkliges Dreieck ABC (Fig. 1 a), dessen wagerechte Kathete den Gesamtwiderstand $W = w_i + w_a$ in Ohm und die andere Kathete die E.M.K. E in Volt darstellt, so liefert uns die Tangente des Winkels α , welchen die Hypotenuse mit der Wagerechten einschließt, die im ganzen Stromkreise konstante Stromstärke J in Ampere. Es ist

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{E}{W} = J \text{ (Ohmsches Gesetz) 1)}$$

Machen wir $AD = w_i$ und errichten in D die Senkrechte DL , so stellt DF die Klemmenspannung e_k und $LF = CG$ den Spannungsverlust e_v im Elemente dar. Für diese Größen liefert Fig. 1 a die Beziehungen:

$$e_v = CG = GF \operatorname{tg} \alpha = w_i J, \text{ 2)}$$

$$e_k = DF = BD \operatorname{tg} \alpha = w_a J \text{ 3)}$$

und
$$e_k = AC - CG = E - w_i J \text{ 4)}$$

Ziehen wir noch FK parallel zur Leistungslinie BH , so stellt uns

$$CH - HK = CK$$

den Leistungsverlust $L_v = L - L_n$ im Innern des Elementes dar. Machen wir $BP = r$, dann ist, wie ohne weiteres ersichtlich, PN der Spannungsverlust und NQ der Leistungsverbrauch im Nutzwiderstande.

2. Die Parallelschaltung von Widerständen.

Bei dieser Schaltung (Fig. 3) liegen allgemein n — hier nur drei — Widerstände an derselben Spannung e , die wir als bekannt voraussetzen wollen. Wir stellen uns die Aufgabe, die Zweigströme und den Ersatzwiderstand der Schaltung zeichnerisch zu ermitteln.

Um die Stromstärke i_1 im Widerstande w_1 zu erhalten, zeichnen wir in Fig. 3a das rechtwinklige Dreieck OAM so, daß $OA = w_1$ und $OM = e$ ist. Bezeichnen wir den Winkel, welchen die Hypotenuse mit der Widerstandskathete einschließt, mit α_1 , dann ist

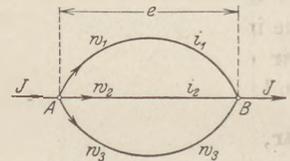


Fig. 3.

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{OM}{OA} = \frac{e}{w_1} = i_1 \dots \dots \dots 8)$$

Ziehen wir die Gerade NM' im beliebigen Abstände $ON = x$ parallel zu OM und bestimmen ihren Schnittpunkt A' mit der Stromlinie AM , so stellt uns die Strecke $A'M' = MM' \operatorname{tg} \alpha_1 = xi_1$ die Stromstärke i_1 in einem durch x bestimmten Maßstabe dar. Wenden wir diesen Vorgang auf die übrigen Zweige an, so wird $B'M' = xi_2$ und $C'M' = xi_3$. Bilden wir (am einfachsten mit dem Spitzzirkel) die Streckensumme

$$D'M' = A'M' + B'M' + C'M' = x(i_1 + i_2 + i_3) = xJ,$$

so mißt uns diese die Stromstärke J in der unverzweigten Leitung.

Um den Ersatzwiderstand w der Parallelschaltung¹⁾ zu finden, d. h. den Widerstand, in dem die Spannung e die Stromstärke J hervorbringt, bestimmen wir den Schnittpunkt D der Geraden $D'M$ mit OA ; dann ist $OD = w$. Wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke DOM und $MM'D'$ besteht die Proportion

$$DO : MO = MM' : D'M'$$

oder

$$DO : e = x : xJ,$$

woraus

$$DO = \frac{e}{J} = w$$

folgt.

Schreiben wir die Beziehung $J = \sum_1^n i$ in

der Form

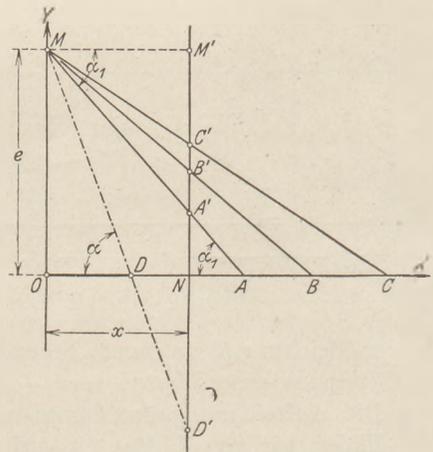


Fig. 3a.

¹⁾ J. Kuhn, Graphische Ermittlung des Kombinationswiderstandes. Elektrotechnik und Maschinenbau (E. u. M.) — Wien 1909, Heft 23.

$$\frac{e}{w} = \sum_1^n \frac{e}{w} \text{, so wird}$$

$$w = \frac{1}{\sum_1^n \frac{1}{w}} \quad \dots \dots \dots 9)$$

Dieser Ausdruck ist von e unabhängig; handelt es sich also nur um die Bestimmung des Ersatzwiderstandes, so kann OM ebenso wie ON beliebig groß gewählt werden. Die Fig. 3a läßt auch erkennen, daß der Ersatzwiderstand kleiner ist als jeder der Zweigwiderstände. Machen wir in Fig. 3a $x = e$, dann ist $A'M' = xi_1 = ei_1$ die im Widerstande w_1 und $D'M'$ die in allen parallelen Zweigen verbrauchte Leistung. Wählen wir $ON = OM = 1$, so stellen uns die Abschnitte $A'M'$, $B'M'$ und $C'M'$ die Leitfähigkeiten der Widerstände w_1 , w_2 und w_3 dar, während die Strecke $D'M'$ der Gesamtleitfähigkeit $\frac{1}{w}$ entspricht.

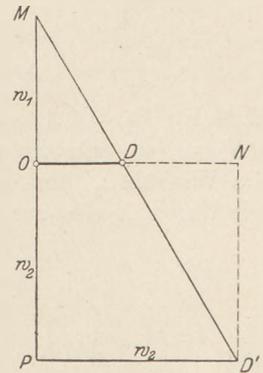


Fig. 4.

Sind J und die Zweigwiderstände gegeben und sollen die Klemmenspannung und die Zweigströme bestimmt werden, so ermitteln wir zunächst den Ersatzwiderstand w , dann an Hand der Fig. 3 die Klemmenspannung $e = J \cdot w$, wobei wir $ON = x$ passend wählen und $M'D' = xJ$ machen, worauf wir wie früher verfahren. Sollen nur die Zweigströme bestimmt werden, so führt die Aufgabe auf die geometrische Darstellung der aus $e = Jw = i_1 w_1 = i_2 w_2 = \dots = i_n w_n$ sich ergebenden fortlaufenden Proportionen

$$J : i_1 : i_2 : \dots : i_n = w_n : \dots : w_2 : w_1 : w \quad \dots \dots \dots 10)$$

Für die Ermittlung des Ersatzwiderstandes nur zweier Widerstände w_1 und w_2 (Nebenschlußschaltung) erhalten wir aus dem allgemeinen Verfahren eine vereinfachte Konstruktion. Zeichnen wir in Fig. 4 ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten $MP = w_1 + w_2$ und $PD' = w_2$, so ist die im Abstände $PO = w_2$ zu PD' Parallele OD bereits der Ersatzwiderstand.

Aus der Proportion

$$OD : PD' = OM : PM$$

oder

$$OD : w_2 = w_1 : (w_1 + w_2)$$

folgt unmittelbar

$$OD = \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} = \frac{1}{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}} = w \quad \dots \dots \dots 11)$$

Ergänzen wir Fig. 4 durch die strichlierten Linien, so ergibt sich, daß der Ersatzwiderstand auch mittels des Linienzuges $OND'MO$ gefunden werden kann. Für $ON = J$ wird $DN = i_1$ und $OD = i_2$.

3. Parallelschaltung von Widerständen und elektromotorischen Kräften.

Wir beschränken²⁾ uns hier auf den wichtigen Sonderfall, daß zwei Klemmen A und B (Fig. 5) durch drei Widerstände w_1 , w_2 und w_3 mit einander verbunden sind,

²⁾ J. Kuhn, Allgemeine Lösung des Problems der Parallelschaltung Ohmscher Widerstände und konstanter elektromotorischer Kräfte. E. u. M. 1910, Heft 32. — J. Kuhn, Zur Theorie der Parallelschaltung. Diese Zeitschrift, XXV. Jahrg. (1912), 5. Heft.

von denen die beiden ersteren die elektromotorischen Kräfte (E. M. K.) E_1 und E_2 enthalten, die gleiche oder verschiedene Vorzeichen besitzen. Diese Schaltung findet als Parallelschaltung von Dynamomaschine und Akkumulator und als Kompensationschaltung zur Bestimmung von E. M. K. Verwendung. Bezüglich des Vorzeichens der E. M. K. setzen wir fest, daß eine E. M. K. positiv ist, wenn sie für sich allein in ihrem Widerstandszweige einen von A nach B gerichteten — positiven — Strom erzeugen würde.

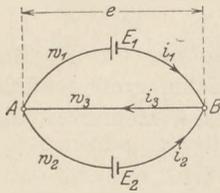


Fig. 5.

Zunächst stellen wir uns die Aufgabe, die Stromstärken i_1, i_2 und i_3 in den drei Zweigen und den Widerstand w_3 des Ausgleichsleiters zu bestimmen, wenn die beiden anderen Widerstände, die gegeneinandergeschalteten E. M. K. und der zwischen den Knotenpunkten A und B bestehende Spannungsunterschied e — die Klemmenspannung — gegeben sind.

Tragen wir in Fig. 5a die Widerstände $w_1 = OA$ und $w_2 = OB$ als Abszissen und die in ihnen wirkenden (konstanten) E. M. K. $E_1 = AA_1$ und $E_2 = BB_1$ als zugehörige Ordinaten auf und machen $ON = e$, so erhalten wir in den Geraden A_1N und B_1N , welche mit der x -Achse die Winkel α_1 und α_2 bilden, die Stromlinien der Zweigströme i_1 und i_2 . Ziehen wir durch N die zur x -Achse Parallele NH , so ist

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = i_1 = \frac{A_1H}{NH} = \frac{AA_1 - AH}{OA} = \frac{E_1 - e}{w_1} \quad \dots \quad 12)$$

und

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = i_2 = \frac{B_1K}{NK} = \frac{BB_1 - BK}{OB} = \frac{E_2 - e}{w_2} \quad \dots \quad 13)$$

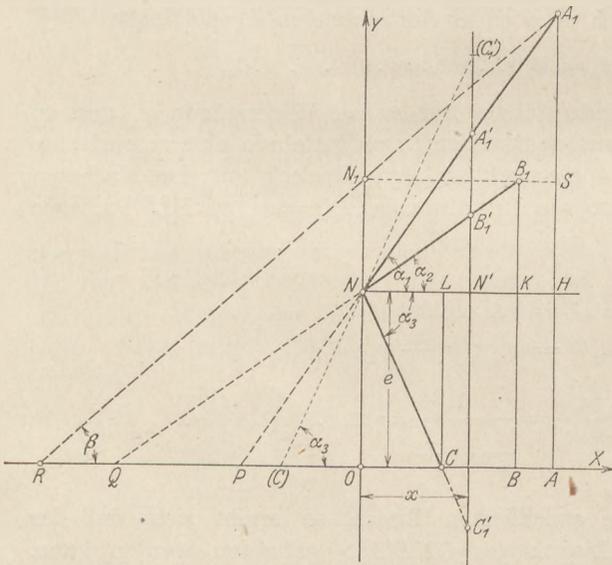


Fig. 5a.

Bestimmen wir die Schnittpunkte A_1' und B_1' der Stromlinien mit der im beliebigen Abstände $x = NN'$ zur Y -Achse parallel gelegten Geraden $N'A_1'$, so wird

$$N'A_1' = NN' \operatorname{tg} \alpha_1 = x i_1$$

und

$$N'B_1' = NN' \operatorname{tg} \alpha_2 = x i_2.$$

Bilden wir die Streckensumme

$$\begin{aligned} N'[C_1'] &= N'A_1' + N'B_1' \\ &= x(i_1 + i_2) = x i_3 \end{aligned}$$

und tragen sie, da i_3 negativ ist, von N' aus nach abwärts bis C_1' auf, so schneidet die Verbindungsgerade NC_1' , welche mit der X -Achse den Winkel α_3 einschließt, auf dieser bereits den gesuchten Widerstand $w_3 = OC = NL$ ab.

Es ist dann

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{N'C_1'}{NN'} = \frac{x i_3}{x} = i_3 = \frac{e}{w_3} = \frac{ON}{OC} \quad \dots \quad 14)$$

und daher

$$OC = w_3.$$

Verlängern wir die Stromlinien A_1N und B_1N bis zum Schnitt mit der X -Achse, so schneiden sie auf ihr die Widerstände $OP = r_1$ und $OQ = r_2$ ab, in denen die

Spannung e die Stromstärken i_1 und i_2 hervorbringen würde. Führen wir diese gedachten Widerstände in die aus $N'C_1' = N'A_1' + N'B_1'$ folgende Beziehung

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2$$

ein, so wird

$$\frac{ON}{OC} = \frac{ON}{OP} + \frac{ON}{OQ}$$

oder

$$\frac{1}{w_3} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$$

Der Ausgleichsleiter w_3 ist also der Ersatzwiderstand für die Widerstände r_1 und r_2 . (Zu diesem Ergebnisse gelangen wir auch unmittelbar durch Vergleich der Fig. 5a und 3a.)

Sind, wie dies gewöhnlich der Fall sein wird, die drei Widerstände und die beiden E. M. K. gegeben, so bestimmen wir zuerst e und verfahren dann wie früher.

Da $i_3 = i_1 + i_2$ ist, so besteht die Gleichung

$$\frac{e}{w_3} = \frac{E_1 - e}{w_1} + \frac{E_2 - e}{w_2},$$

die sich auf die Form

$$e \left(\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} \right) = \frac{E_1}{w_1} + \frac{E_2}{w_2}$$

bringen läßt. Beachten wir, daß der Klammerausdruck den reziproken Wert des Ersatzwiderstandes w darstellt, so wird

$$e = w \left(\frac{E_1}{w_1} + \frac{E_2}{w_2} \right) = w \cdot J \quad \dots \dots \dots 15)$$

wobei $J = \frac{E_1}{w_1} + \frac{E_2}{w_2}$ die Stromstärke darstellt, welche die Spannung e im Ersatzwiderstande w hervorbringen würde; wir nennen J daher die Ersatzstromstärke.

Ist e gefunden, so lassen sich die Stromstärken, deren übliche Bestimmung unter Anwendung der Kirchhoffschen Gesetze auf eine lineare Gleichung mit drei Unbekannten führt, ohne weiteres angeben. Unter Benützung der Formeln 12), 13) und 14) wird

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{E_1 - e}{w_1} = \frac{1}{w_1} (E_1 - Jw) \\ &= \frac{1}{w_1} \left(E_1 - \frac{E_1 + \frac{E_2}{w_2}}{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3}} \right) \\ &= \frac{E_1(w_2 + w_3) - E_2 w_3}{w_1 w_2 + w_1 w_3 + w_2 w_3}, \quad \dots \dots \dots 16) \end{aligned}$$

$$i_2 = \frac{E_2 - e}{w_2} = \frac{E_2(w_1 + w_3) - E_1 w_3}{w_1 w_2 + w_1 w_3 + w_2 w_3} \quad \dots \dots \dots 17)$$

und

$$i_3 = \frac{e}{w_3} = \frac{E_1 w_2 + E_2 w_1}{w_1 w_2 + w_1 w_3 + w_2 w_3} \quad \dots \dots \dots 18)$$

Zur zeichnerischen Bestimmung von e setzen wir $\frac{E_1}{w_1} = \operatorname{tg} \beta_1$, $\frac{E_2}{w_2} = \operatorname{tg} \beta_2$ und $J = \operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_2 = \operatorname{tg} \beta$, also $e = w \operatorname{tg} \beta$.

Die Durchführung derselben bringt Fig. 6, in welcher die Bezeichnungen der Fig. 5a möglichst beibehalten sind. Zunächst bestimmen wir in bekannter Weise den Ersatzwiderstand der drei Widerstände ($OA = w_1$, $OB = w_2$ und $OC = w_3$) $w = OD$. Ermitteln wir die Schnittpunkte A_1'' und B_1'' der Strahlen OA_1 und OB_1 mit einer etwa durch C zur Y -Achse parallel gelegten Geraden, so ist $A_1''C = OC \operatorname{tg} \beta_1$ und $B_1''C = OC \operatorname{tg} \beta_2$. Machen wir dann

$$CF = A_1''C + B_1''C$$

und bezeichnen den Winkel FOC mit β , so wird

$$CF = OC \operatorname{tg} \beta = OC (\operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_2) = OC \cdot J.$$

Ziehen wir $DG \parallel CF$, so folgt aus den ähnlichen Dreiecken ODG und OCF die Proportion

$$DG : CF = OD : OC$$

oder $DG : OC \cdot J = w : OC,$

aus der sich ergibt, daß DG die Spannung $e = Jw$ darstellt.

Die Bestimmung der Stromstärken i_1 , i_2 und i_3 erfolgt dann genau so, wie in Fig. 5a gezeigt wurde.

Sind, wie bisher angenommen wurde, die beiden E. M. K. gegeneinander geschaltet, d. h. von gleichem Vorzeichen, und ist $E_1 > E_2$, so läßt sich für w_2 ein Wert finden, für den $e = E_2$, $i_2 = 0$ und $i_1 = i_3$, die E. M. K. E_2 also kompensiert ist. Um diesen Widerstand zu bekommen, ziehen wir in Fig. 5a durch B_1 die zur X -Achse Parallele N_1S und den Strahl A_1N_1 , der mit der Wagerechten den Winkel β bildet, bis zum Schnitte R mit der X -Achse; dann ist $OR = w_3$.

Sein Wert bestimmt sich aus der Proportion

$$OR : ON_1 = SN_1 : SA_1$$

oder $w_2 : E_2 = w_1 : E_1 - E_2$

mit

$$w_3 = w_1 \frac{E_2}{E_1 - E_2} \dots \dots \dots 19)$$

Diese Beziehung erhalten wir auch aus der Formel 17), wenn wir, um i_2 auf Null zu bringen, $E_1 w_3 = E_2 (w_1 + w_3)$ setzen.

Aus $\operatorname{tg} \beta = i_1 = i_3 = \frac{ON_1}{OR} = \frac{E_2}{w_3}$

ergibt sich die für die Messung E. M. K. wichtige Beziehung

$$E_2 = i_1 w_3 \dots \dots \dots 20)$$

Wären die beiden E. M. K. in Reihe geschaltet, d. h. von verschiedenem Vorzeichen, so müßte bei der zeichnerischen Bestimmung der Stromstärken die negative E. M. K., etwa E_2 , in der Fig. 5a von B nach abwärts aufgetragen werden; im übrigen bliebe die Konstruktion dieselbe.

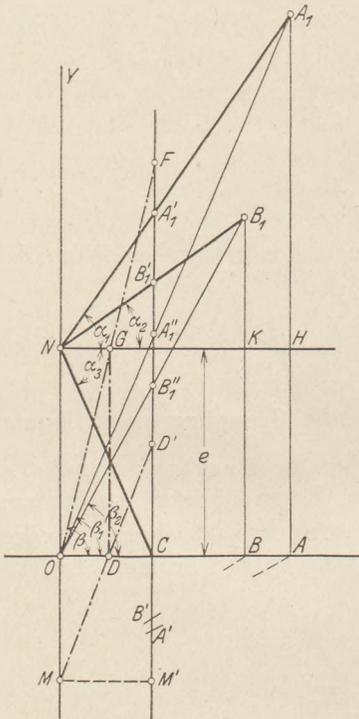


Fig. 1.

Einen besonders klaren Einblick in die Verhältnisse der in Fig. 5 dargestellten Schaltung erbringt die analytische Behandlung³⁾. Betrachten wir den Widerstand $w_3 = w_x$ als die unabhängig Veränderliche und bestimmen i_2 als Funktion von w_x , so erhalten wir aus der Formel 17)

$$i_2 = \frac{E_2(w_1 + w_3) - E_1 w_3}{w_1 w_2 + w_1 w_3 + w_2 w_3} = \frac{E_2 w_1 - w_x(E_1 - E_2)}{w_1 w_2 + w_x(w_1 + w_2)}$$

durch Umbildung die Gleichung

$$i_2 w_x + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} i_2 + \frac{E_1 - E_2}{w_1 + w_2} w_x - \frac{E_2 w_1}{w_1 + w_2} = 0 \dots 21),$$

welche für

$$w_x = x' + m = x' - \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}$$

und

$$i_2 = y' + n = y' - \frac{E_1 - E_2}{w_1 + w_2}$$

die Form

$$x' y' = \frac{w_1 E_2}{w_1 + w_2} + \frac{w_1 w_2 (E_1 - E_2)}{(w_1 + w_2)^2} = \text{konst.} = \frac{a^2}{2} \dots 21')$$

annimmt. Dies ist die Gleichung einer auf ihre Asymptoten als Achsen ($X' Y'$) bezogenen gleichseitigen Hyperbel mit der Halbachse

$$a = \frac{1}{w_1 + w_2} \sqrt{2 w_1 (E_1 w_2 + E_2 w_1)}.$$

Aus dieser in Fig. 7 gezeichneten Hyperbel und aus der Formel für i_2 erkennen wir, daß der Strom i_2 für $w_x = 0$ (Kurzschluß) den Höchstwert $OA = \frac{E_2}{w_2}$ besitzt, für

$w_x = OB = w_1 \frac{E_2}{E_1 - E_2}$ Null wird und für $w_x > OB$ seine Richtung ändert.

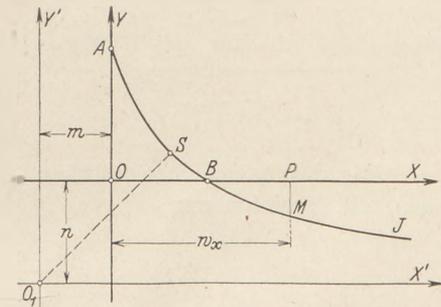


Fig. 7.

Würde es sich hierbei um den Parallelbetrieb von einer Dynamomaschine (E_1) und einer Akkumulatorenbatterie (E_2) handeln, so würde diese zunächst geladen, für $w_x = OB$ kompensiert und für $w_x > OB$ entladen werden. Die Batterie kann also durch Änderung des Widerstandes des äußeren Stromkreises allein aus dem Zustande der Ladung in den der Entladung überführt werden.

4. Die Wheatstonesche Brücke⁴⁾.

Diese in der Meßtechnik vielfach verwendete Stromverzweigung (Fig. 8) besteht aus den vier Außenwiderständen w_1 bis w_4 und dem Brückenleiter $CD = w_0$. Besitzen die Punkte C und D den gleichen Spannungszustand, so ist die Brücke stromlos ($i_0 = 0$); die Schaltung entspricht dann einer aus den Widerständen $ACB = w_1 + w_2$ und $ADB = w_3 + w_4$ bestehenden Parallelschaltung, die die Ströme i_1 und i_2 führen und an der gemeinsamen Spannung e liegen.

³⁾ J. Kuhn, Spezielle Fälle der Parallelschaltung in analytischer Behandlung. E. u. M. 1912, Heft 5.

⁴⁾ J. Kuhn, Die Wheatstonesche Brücke als Parallelschaltung und ihr Ersatzwiderstand. E. u. M. 1916, Heft 32. Dieser Aufsatz befaßt sich mit der graphischen Behandlung der nicht abgeglichenen Brücke.

Die Verhältnisse dieser abgeglichenen Brücke veranschaulicht Fig. 8a. Die zwischen den im Abstände e parallel gezogenen Geraden AA' und $B'B$ liegenden Stromlinien AB und $A'B'$ schneiden sich im Punkte C , dessen Ordinate CC' die den Anschlußstellen des Brückendrahtes gemeinsame Spannung mißt. Es besteht dann die Proportion

$$AC : BC = A'C : B'C$$

oder

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4 \quad (22),$$

in der wir die bekannte Gleichgewichtsbedingung für die abgeglichene Wheatstone'sche Brücke erkennen.

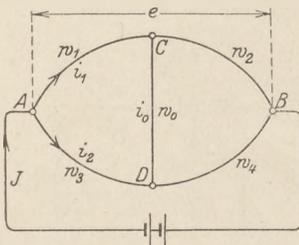


Fig. 8.

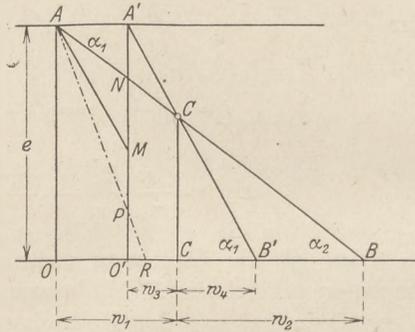


Fig. 8a.

Für die beiden Stromstärken gelten, wenn wir hier noch die Gerade $AM \parallel A'B'$ legen, die Beziehungen

$$i_1 = \frac{e}{w_3 + w_4} = \frac{A'O'}{B'O'} = \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{A'M}{AA'}$$

und

$$i_2 = \frac{e}{w_1 + w_2} = \frac{AO}{BO} = \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{A'N}{AA'}$$

aus denen folgt, daß $A'M = AA' \cdot i_1$ und $A'N = AA' \cdot i_2$ ist. Machen wir $A'P = A'M + A'N = AA' (i_1 + i_2) = AA' \cdot J$ und ziehen den Strahl AP , so schneidet dieser, wie leicht nachzuweisen, auf OB den Ersatzwiderstand der abgeglichene Brücke $w = OR$ ab.

5. Die Thomsonsche Brücke.

Sie dient zur Bestimmung sehr kleiner Widerstände und besteht aus acht Leitern, deren Anordnung Fig. 9 zeigt. Der Widerstand w_1 entspricht dem zu bestimmenden Widerstande, w_2 ist der veränderliche Meßwiderstand. Von den übrigen festen Widerständen sind w_3 bis w_6 so bemessen, daß $\frac{w_3}{w_4} = \frac{w_5}{w_6} = n$ ist, wobei n gewöhnlich eine Anzahl dekadischer Werte annehmen kann.

Ist die Brücke durch die Wahl von n und die Änderung von w_2 abgeglichen, d. h. $i_0 = 0$, so besitzen die Punkte C und D die gleiche Spannung, die Widerstände w_1 und w_2 die gleiche Stromstärke i_1 , w_3 und w_4 die Stromstärke i_2 und w_5 und w_6 die Stromstärke i_3 . Diesen Zustand der Brücke bringt Fig. 9a zur Darstellung.

Die den Widerständen w_1 und w_2 zugehörigen Stromlinien AE und BF sind parallel, die den Stromstärken i_2 und i_3 entsprechenden Stromlinien $A'B'$ und EF , zu denen die Widerstände $w_3 + w_4$ und $w_5 + w_6$ gehören, schneiden sich im Punkte C ,

dessen Ordinate CC' die den Endpunkten des Brückendrahtes gemeinsame Spannung mißt und der die beiden Stromlinien so teilt, daß

$$\frac{A'C}{B'C} = \frac{EC}{FC} = n$$

ist. Da die Vierecke $AECA'$ und $BFCB'$ dann ähnlich und ihre Seiten den Pro-

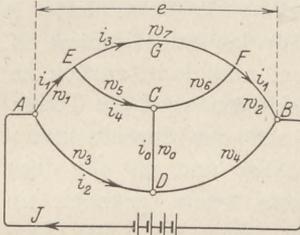


Fig. 9.

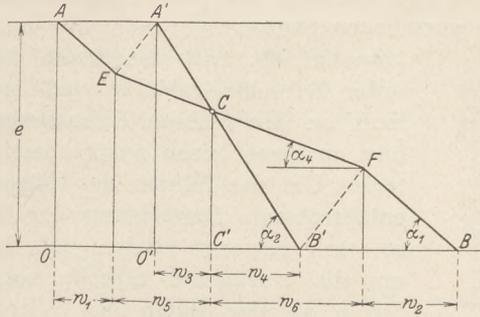


Fig. 9a.

jektionen auf die Gerade OB proportional sind, so ergibt sich als Gleichgewichtsbedingung der abgeglichenen Brücke die Beziehung

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4} = \frac{w_5}{w_6} = n, \dots \dots \dots 23)$$

woraus $w_1 = nw$ folgt. In der Thomsonschen Brücke herrscht also Gleichgewicht, wenn das Verhältnis der zum Brückenleiter (CD in Fig. 9) symmetrisch gelegenen Widerstandspaare einen festen Wert (n) besitzt.

Kleine Mitteilungen.

Die Messung der Zentrifugalkraft bei Pendelschwingungen.

Von k. Realschulrektor **M. Wagner** in Landsberg a. Lech.

Um die Zentrifugalkraft zu messen, welche bei Pendelschwingungen im tiefsten Punkte der Bahn auftritt, ließ ich mir von einem Mechaniker folgenden Apparat herstellen:

Zwei dünne parallele Eisenstangen von 65 cm Länge werden in etwa 3 cm Abstand viermal (bei A, B, C und D , Fig. 1) von durchbohrten Kautschukträgern zusammengehalten. In der Mitte des oberen Trägers A ist eine Messingröhre von etwa 40 cm Länge parallel zu den Stangen eingesetzt und in Abständen von etwa 1 cm von vorn nach hinten wiederholt durchlöchert. An die Röhre schließt sich eine kräftige Zugfeder von etwas größerem Windungsdurchmesser an, deren oberes hülsenartiges Ende H ebenfalls durchlöchert ist, die durchbohrte Mitte von B durchläuft und mit einem Stift beliebig hoch auf der Röhre befestigt werden kann. Das untere Ende der Feder ist zu einem Haken umgebogen, welcher in das Loch am oberen Ende eines 15 cm langen Messingstabes von quadratischem Querschnitt eingreift. Dieser Stab durchläuft mit sehr geringer Reibung in Öffnungen von entsprechendem Querschnitt die Träger C und D und führt dann durch eine flache Bleilinse von etwa 7 cm Durchmesser, den eigentlichen Pendelkörper. Am unteren Ende des Führungsstabes ist noch ein kleiner Haken E eingeschraubt, an welchen eine leichte Schale gehängt werden kann.

Auf dem Träger *A* sitzt links und rechts je eine Klemmschraube für die Zu-
leitung eines elektrischen Stromes, sowie in der Mitte eine Achse, deren Lagerung
dafür Gewähr leistet, daß die Pendelschwingungen sich genau in einer Ebene voll-
ziehen. Der Strom, zu dessen Erzeugung eine Batterie von 4 bis 6 Volt nötig ist,
wird durch zwei lockere Drahtwindungen vom Gestell aus den Klemmen auf *A* zu-
geleitet. Er fließt von *K*₁ über die linke Eisenstange abwärts bis zu einem unter *D*
ruhenden Metallplättchen, tritt von diesem auf die Führungsstange der Pendellinse
über, läuft hier aufwärts bis über *C* und dann nach rechts zu dem mit einer Stell-
schraube versehenen Stifte *S*. Solange die von *H* kommende Feder nicht genügend
gespannt ist, tritt der Strom durch die Spitze des Stiftes *S* auf die
unter *D* rechts ruhende und etwas vorstehende Metallplatte *P* über,
läuft an der rechten Eisenstange aufwärts bis zur Klemme *K*₂, von
hier zu einer leicht ansprechenden Klingel und dann zurück zur Bat-
terie. Um das Läuten der Klingel zu beseitigen, muß die Feder durch
entsprechende Befestigung der Hülse *H* auf der durchlochten Stange
so stark gespannt werden, daß die Pendellinse und mit ihr der Stift *S*
um die verfügbare Strecke von höchstens 1 mm gehoben und der
Strom an der Spitze des Stiftes unterbrochen wird. Das Lager der
Pendelachse wird von einem kräftigen Gestell getragen, an welchem
auch eine bis etwa 40° beiderseits gehende deutliche Kreisteilung so
angebracht ist, daß der kleine Haken unterhalb der Linse sich genau
über die Gradstriche hinbewegt, wenn das Pendel in Schwingungen ver-
setzt wird.

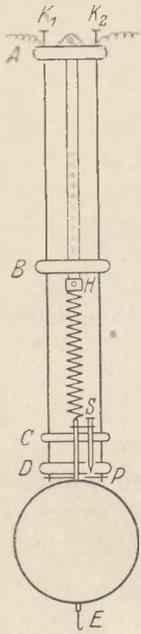


Fig. 1.

Ist nun die Feder genügend gespannt, so hängt man am Haken
E die Schale an und wirft so lange Schrotkörner in dieselbe, bis der
Stift *S* die Platte *P* berührt und die Klingel ertönt. Das Gewicht der
Schale mit den Schrotkörnern wird dann auf der Wage genau bestimmt
und in einer Tabelle in der Spalte *Z* aufgeschrieben. Jetzt versetzt
man durch Antrieb mit der Hand das Pendel in Schwingungen mit
wachsender Amplitude, bis die Klingel wieder deutlich ertönt. Eine
weitere Vergrößerung der Schwingungsweite ist zwecklos und bewirkt
nur eine merkliche Verlängerung des Klingelns. Nun blickt man scharf
über das Häkchen *E* möglichst senkrecht auf die Kreisteilung, um die-
jenige Gradzahl genau festzustellen, bei welcher das letzte Klingelzeichen ertönt. Der
abgelesene Winkel α wird neben *Z* aufgeschrieben. Für diesen Ausschlagswinkel α ist
offenbar der durch die Kreisbewegung erzeugte Druck der Pendellinse senkrecht zur
Bahn in deren tiefstem Punkt fast genau gleich dem vorhin mit Schale und Schrot
gemessenen Zuge *Z*. Für kleinere Winkel nimmt dieser Druck wieder ab, weshalb
die Klingel nicht mehr anspricht. Eine passende Veränderung der Federspannung
liefert durch Wägung und Schwingungsantrieb ein neues Wertepaar *Z* und α .

Tabelle.

α	<i>Z</i> (g)	<i>Z</i> : 2 <i>G</i>	1 - cos α
14°	22,5	0,028	0,030
20°	46,5	0,057	0,060
23°	66,5	0,082	0,080
28°	97	0,119	0,117
30°	104	0,128	0,134
32°	124	0,152	0,151
36°	157	0,193	0,191
38°	168,5	0,207	0,212

Das Gewicht der Pendellinse mit Einschluß der Führungsstange und des Stiftes S wird ein für allemal bestimmt, indem man die betreffenden Teile abnimmt und auf die Wage legt. Das Ergebnis der Wägung sei mit G bezeichnet, in unserem Fall ist $G = 406,5$ g. Die Tabelle für fortschreitende veränderte Federspannungen (s. S. 290) eignet sich auch für den Unterricht als Beispiel einer graphischen Darstellung. Mit Hilfe einer trigonometrischen Tafel erkennt man leicht, daß hier wenigstens auf zwei Dezimalen eine merkliche Übereinstimmung zwischen dem Verhältnis $Z:2G$ und der Differenz $1 - \cos \alpha$ herrscht.

Aus dieser Übereinstimmung läßt sich auch leicht die Formel für [die Zentrifugalkraft Z ableiten. Bezeichnet man nämlich den fast unveränderlichen Abstand, welchen der Schwerpunkt des Pendelkörpers G von der Achse der [Drehung hat, mit r , so ist die bei einer Viertelschwingung geleistete Fallarbeit $G \cdot h = G \cdot r(1 - \cos \alpha$ (Fig. 2).

Die dadurch erzeugte Geschwindigkeit im tiefsten Punkte der Bahn ergibt sich dann aus der Gleichung

$$\frac{m}{2} \cdot v^2 = G \cdot r(1 - \cos \alpha),$$

wobei $m = G:9,81$ die Masse des Pendelkörpers ist.

Berücksichtigt man nun, daß durch mehrere Versuche mit hinreichender Genauigkeit die Gleichung

$$Z:2G = 1 - \cos \alpha$$

festgestellt ist, so kann man $G(1 - \cos \alpha)$ durch $\frac{1}{2}Z$ ersetzen und erhält

$$\frac{m}{2} v^2 = \frac{1}{2} Z \cdot r,$$

also

$$Z = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

den bekannten Ausdruck für die Zentrifugalkraft.

Das Gestell des Apparates ist aus einer kräftigen, auf einem Dreifuß stehenden Eisenröhre in einer Höhe von 1,5 m hergestellt. Stellt man dasselbe auf den Zimmerboden, so kann man bequem auf einem Stuhle davor sitzend die Winkel α an der Kreisteilung ablesen. Das Lager der Pendelachse dient bei dieser Ausführung auch zur Aufnahme des bekannten Holzpendels von Whiting (vgl. Hahn, Schülerübungen), mit welchem die Fallbeschleunigung ziemlich genau gemessen wird. Da dieses Pendel nicht mit der Hand angetrieben, sondern durch Abbrennen eines Fadens, der auch den Fallkörper trägt, losgelassen wird, so ist über dem Lager des Pendels noch eine wagrechte Stange mit zwei verschiebbaren Rollen nötig. Für diesen Versuch nimmt man natürlich die Kreisteilung vom Gestelle ab, damit sie nicht durch ein etwaiges Anschlagen des Fallkörpers beschädigt wird.

(Der ganze Apparat wird in gediegener Art bei Gebr. Nusser in Bamberg, Fischstraße, ausgeführt.)

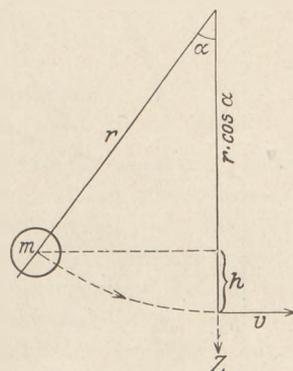


Fig. 2.

Funkenstrecke mit polarisierbarer Schwingung.

Von Dr. **Christoph Schwantke** in Berlin-Pankow.

Eines der wichtigsten Ergebnisse der Lehre von den elektromagnetischen Schwingungen ist auch für den Unterricht das Verständnis ihrer Wesensgleichheit mit den Schwingungen des sichtbaren Lichtes. Nun geben alle mir bekannten Unterrichtsapparate eine dem polarisierten Licht vergleichbare Schwingung, und ich glaube, daß

es nicht allen Schülern leicht fällt, sich daraus die Schwingung eines Strahles gewöhnlichen Lichtes anschaulich vorzustellen, bei dem in allen durch die Strahlrichtung möglichen Ebenen Schwingungen erfolgen, und bei dem erst durch einen Polarisator Schwingungen einer Ebene ausgesondert werden können.

Mit folgendem einfachen Apparat läßt sich eine Schwingung erzeugen, die einem Strahle einfachen Lichtes wesentlich näherkommt: Zwei Stäbe aus etwas dickerem Draht lassen zwischen ihren zu Schleifen gebogenen Enden eine Funkenstrecke von höchstens 0,5 mm offen, und von den Schleifen sind nach dem Rand einer Milchglasscheibe von etwa 25 cm Durchmesser Drähte so gespannt, daß immer ein Draht der einen Hälfte einem Drahte der anderen parallel ist. Die Erregung der Funkenstrecke erfolgt durch einen ganz schwach arbeitenden kleinen Induktor.

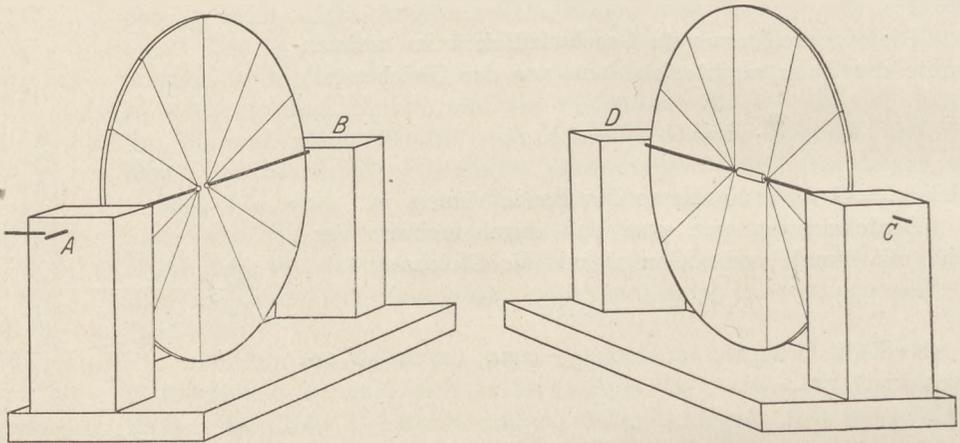


Fig. 1.

Eine zweite sonst ganz gleiche Station trägt statt der Funkenstrecke einen Fritter mit Messingpulver. Als Anzeigeeinstrument dient ein Galvanometer mittlerer Empfindlichkeit. In der Figur 1 bedeuten *A* und *B* die Punkte der Funkenzuleitung vom Induktor, zwischen *C* und *D* sind Element und Galvanometer anzuschließen. Jede Station steht in einem nur vorn offenen Käfig aus Drahtgewebe.

Die Schwingungen der Funkenstrecke erfolgen offenbar so, daß der Spannungszustand an je zwei parallelen Drähten entlang periodisch hin und her pendelt; jedes solche Drähtepaar gibt also eine linear polarisierte Schwingung. Wenn nun auch erst unendlich viele solcher radialen Drähtepaare eine einem Strahl einfarbigen Lichtes vergleichbare Schwingung liefern würden, bei der in allen durch die Strahlrichtung möglichen Ebenen Schwingungen erfolgen, so ist doch die von der Funkenstrecke gelieferte Schwingung der Lichtschwingung dem Wesen nach genügend vergleichbar.

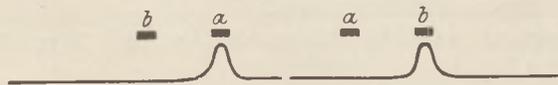


Fig. 2.

Die Schwingungen sind durch ein Drahtgitter polarisierbar. Zwei gekreuzte in irgendwelcher Lage vorgehaltene Gitter löschen die Schwingung aus, und erst wenn das eine um fast 90° gedreht wird, schlägt das Galvanometer aus.

Die Versuche über geradlinige Fortpflanzung, Reflexion und Brechung lassen sich mit den hier geschilderten Apparaten ebenso gut machen, wie mit den üblichen. Da nun in der Optik diese Versuche auch mit unpolarisiertem Licht angestellt werden,

so haben die geschilderten Apparate vielleicht auch hierfür Nutzen. Endlich hat die Funkenstrecke auch wesentliche Ähnlichkeit mit dem Bau der Landstationen für drahtlose Telegraphie; die Drähte der einen Funkenstreckenseite entsprechen dem Luftnetz, die der anderen dem Erdnetz.

Eine dem unpolarisierten einfarbigen Licht ähnliche Schwingungsform (von Zirkularpolarisation wird auf der Schule kaum die Rede sein) liefert auch eine drehbare und während des Versuches rotierende Funkenstrecke, die mit der oben beschriebenen Empfangsstation zusammen verwendet werden muß. Bei einer solchen von mir gebauten geschah die Funkenzuleitung von zwei senkrecht zur Zeichenebene zu denkenden Ringen *aa* und *bb* (Fig. 2) aus, an denen sich mit möglichst geringem Zwischenraum Ausbiegungen der Funkenstreckenstäbe vorbeibewegten. Die Drehungsachse lag an der Stelle der Funkenstrecke.

Doch glaube ich aus nicht nur handwerklichen Gründen die zuerst beschriebene feste Form mehr anraten zu sollen.

Schulversuche über Blitzschutzvorrichtungen.

Von Fachlehrer **Hans Kellermann** in Wien.

Durch die Verlegung der Telephon- und Telegraphenleitungen über die Dächer der Häuser haben die Großstädte eine Blitzsicherung erhalten, die in vieler Hinsicht mit Melsens Blitzschutzeinrichtung übereinstimmt. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, alle Telephon- und Telegraphenstationen mit Blitzschutzvorrichtungen bzw. Erdleitungen zu versehen. Die Schüler finden leicht Gelegenheit, solche Einrichtungen an Fernsprechapparaten zu sehen und bringen oft die Frage, was denn die gezackte Metallplatte oder die Seidenbandrolle mit Metallfeder für einen Zweck habe. Im nachfolgenden seien darum einige Apparate beschrieben, die sich sehr leicht selbst herstellen lassen und mit denen die Wirksamkeit der Blitzschutzvorrichtungen in einfacher Weise gezeigt werden kann.

Die verschiedenen Konstruktionen beruhen alle darauf, daß die atmosphärischen Entladungen leichter kurze Luftstrecken überspringen, als daß sie die Drahtwindungen der Apparate durchfließen.

A. Blitzschutzvorrichtungen des Telephons.

a) Blitzschutzplatten. Auf einem Holzbrettchen von etwa 18×12 cm sind zwei Blechstücke *a*, *b* (Fig. 1) festgeschraubt. Es genügt dünnstes Eisenblech, das sich leicht mit der Schere schneiden läßt.

Die Entfernung der Spitzen beträgt höchstens 1 mm. Auf einer Glasröhre *c*, auf die die Korke *d* und *d*₁ aufgesteckt sind, ist isolierter Draht gewickelt und dessen Enden mit *a* und *e* verbunden. Diese Drahtwindungen stellen uns die Windungen der Induktionsspule des Telephons und dessen übrige Drahtleitungen dar. Die Glasröhre ist durch Drahtbügel, die um die Korke gelegt sind, am Brettchen befestigt. *f*, *g* und *h* sind starke Eisendrähte. Durch die Drähte *f* und *h* erspart man die jetzt so teureren Apparatklammern, man kommt für alle vier Versuchseinrichtungen mit zwei Verbindungsklemmen aus.

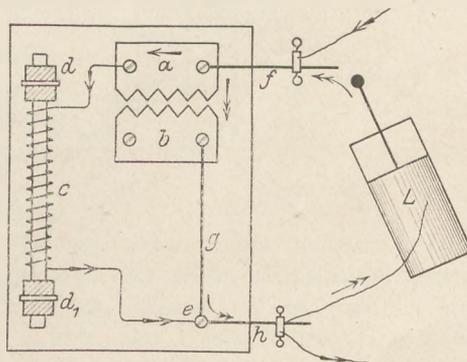


Fig. 1.

Man schaltet bei *f* und *h* erst eine Batterie mit Klingel oder Galvanoskop ein und läßt durch einen Schüler den Stromweg angeben. Besser ist es, bei *f* Batterie

und Stromanzeiger anzuschalten, den zweiten Pol der Batterie und die Klemme h durch Anschließen an die Gasleitung zu erden. Die geladene Leydner Flasche liefert uns eine oszillatorische Entladung hoher Spannung und in dem Augenblick, in dem der Funke vom Knopfe der Leydner Flasche auf den Draht f überspringt, beobachten die Schüler auch ein helles Fünkchen zwischen a und b . Je nach der Unterrichtsstufe wird man sich entweder mit der Tatsache begnügen oder auf den außerordentlich hohen induktiven Widerstand, den die Drahtwickelungen der Apparate bieten, näher eingehen.

b) Blitzschutzvorrichtung mit Seidenband. Auf dem Brettchen P (Fig. 2) von etwa 4×20 cm ist eine Messing- oder Eisenplatte M festgeschraubt. Auf sie drückt federnd der gebogene Eisen- oder Messingstreifen F ; zwischen diesen und die Platte ist das Seidenband S geschoben, das auf dem Korkstößel K aufgewickelt ist. Ein starker Drahtstift D wurde erst ins Brettchen eingeschlagen, dann wurde ihm der Kopf abgezwickelt und sein Ende rechtwinklig umgebogen; so bildet er die Achse für die Walze K . N , N_1 und N_2 sind lange Drahtstifte, die zum Aufschieben der Verbindungsklemmen dienen.

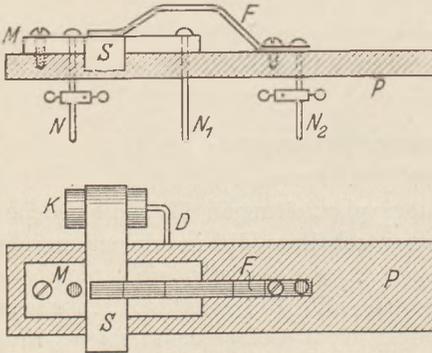


Fig. 2.

Zur Durchführung des Versuches klemmt man das Brettchen bei P in wagrechter Stellung in einen Retortenhälter und weist durch Anschalten an N und N_2 nach, daß das Seidenband isoliert. Daß die Fernleitung an N , die Apparatleitung an N_1 , die Erdleitung aber an N_2 zu legen ist, findet der Schüler selbst; er schließt auch, daß durch den Funken der Leydner Flasche das Band durchschlagen wird, aber die Schüler können bei Durchführung des Versuches keinerlei Erscheinungen beobachten. Interessanter wird die Sache, wenn an N und N_2 die von dem Lampenwiderstand kommenden Drähte angeschaltet werden. Lassen die eingeschalteten Lampen $\frac{1}{4}$ bis 2 Ampere durch (220 Volt), so ist beim Durchschlagen des Funkens ebenfalls keinerlei

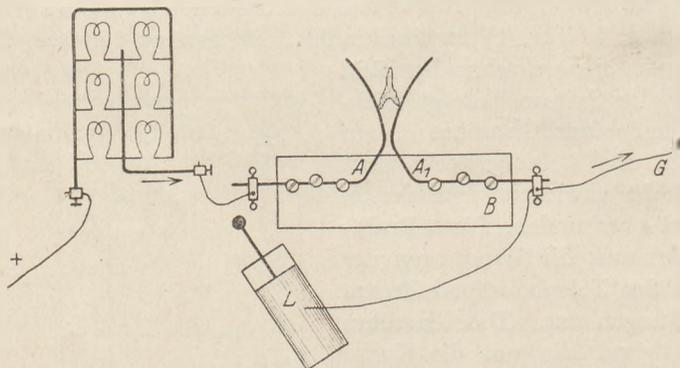


Fig. 3.

Erscheinung zu bemerken; dreht man aber mehr Lampen auf, so daß die Stromstärke 3 bis 4 Ampere betragen würde, so brennen im Augenblick des Durchschlagens des Funkens die Lampen auf — der Funke hat zwischen F und M eine Brücke gebildet und es fließt nun auch der Strom dauernd von M nach F . Diese Blitzschutzvorrichtung genügt daher nur für Schwachstromanlagen. Das gleiche gilt für

die vorher beschriebenen Blitzschutzplatten. Der Schüler wird so zur Erkenntnis gebracht, daß für Starkstromanlagen die Blitzschutzvorrichtungen derart angeordnet werden müssen, daß zwischen der Starkstromleitung und der Erde ein dauernder Kurzschluß verhindert wird; die durch den Blitz gebildete leitende Lichtbrücke muß daher schnellstens zerrissen werden.

B. Blitzschutzeinrichtung für Straßenstrom.

a) Hörnerblitzableiter der Straßenbahn-Oberleitung. Auf einem Brettchen *B* (Fig. 3) von etwa 7×20 cm sind zwei starke Eisendrähte *A* und *A*₁ durch je drei Schrauben mit großen halbrunden Köpfen derart befestigt, daß sie sich in horizontaler Richtung mit Reibung verschieben lassen; dadurch ist es möglich, die Entfernung zwischen den Hörnern auf passende Größe einzustellen. Vom Lampenwiderstand schickt man den Strom zum Hörnerblitzableiter (das Brettchen ist für den Versuch bei *B* in einen Retortenhälter gebracht worden) und von hier zur Gasleitung. An Stelle des Lampenwiderstandes kann man natürlich auch den Skioptikonwiderstand oder einen sonstigen Kurbelwiderstand vorschalten. Hat man die Hörner richtig gebogen und auf richtige Entfernung gestellt, so bildet sich beim Überspringen des Funkens der Leydner Flasche zwischen den Hörnern ein Flammenbogen, der nach wenigen Augenblicken langsam höher wandert und dann zerreißt. Ist die Entfernung der Hörner zu groß, so springt zwar der Funke über, reißt den Strom aber nicht mit. Will der entstandene Flammenbogen nicht aufwärts wandern, dann ist die Biegung der Hörner nicht entsprechend, man muß sie dann etwas weiter auseinanderbiegen. Sind die Hörner zu stark geknickt, so zerreißt der Bogen fast augenblicklich; das langsame Aufwärtssteigen ist dann nicht zu beobachten und der Versuch blüßt dann viel von seiner Schönheit und Anschaulichkeit ein. Wenn der Funke nicht aufwärts wandern will, so empfiehlt es sich, ihn gleich mit dem Munde auszublasen, sonst werden die Hörner am Knie glühend und schmelzen in wenigen Augenblicken ab. Man darf sich daher die Mühe des Einregulierens für eine bestimmte Stromstärke nicht verdrießen lassen. Ich habe mit 4 Ampere bei 220 Volt sehr hübsche Ergebnisse erhalten.

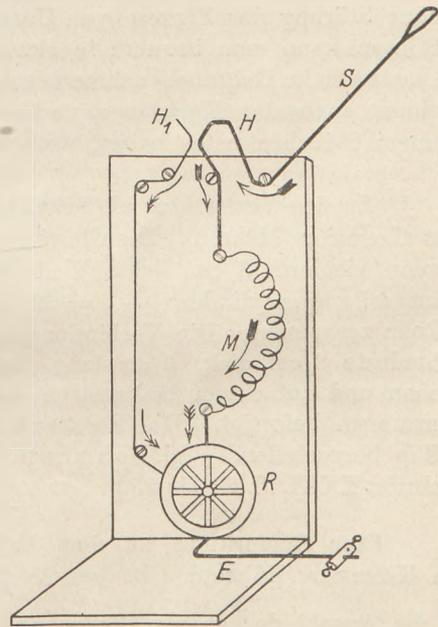


Fig. 4.

b) Hörnerblitzableiter der Straßenbahnwagen. Die Hörnerblitzableiter der Wiener städtischen Straßenbahn stimmen in Einrichtung und Schaltung mit den an den Masten angebrachten vollständig überein. Das Modell (Fig. 4) zeigt den Schleifbügel *S*, die eigenartige Drahtführung *H*, die die Schüler auf dem Dache der Straßenbahnwagen beobachten können, die spiralige Drahtführung *M*, die die Windungen der Motordrahtleitung darstellen soll, und endlich die Ableitung zum Rade und zur Schiene. *H*₁ ist das unmittelbar geerdete Horn. Auch hier beobachtet der Schüler das Überspringen eines Funkens zwischen *H* und *H*₁, sobald die Entladung der Leydner Flasche in den Schleifbügel *S* erfolgt.

Für die Praxis.

Eine einfache Methode der Erzeugung von Kundtschen Staubfiguren. Von M. Wagner in Landsberg a. L. Man kauft eine sog. Hirtenflöte aus weichem Blech, wie sie für 15 bis 20 Pf. in jedem Musikaliengeschäft zu haben sind, schneidet sie mit einer Laubsäge vor dem ersten Loch (vom Mundstück aus gerechnet) senkrecht durch und setzt an das übrigbleibende Mundstück eine passende Glasröhre von 50 bis 60 cm Länge und solcher Weite, daß die etwas konisch zulaufende Flöte sich $\frac{1}{2}$ bis 1 cm tief in die Glasröhre einstecken läßt. Die Verbindungstelle wird mit Siegellack gut verklebt. In die gereinigte und getrocknete Röhre streut man ganz wenig trockenes Kieselsäurepulver (Silicium perox. sicc.), nur soviel, daß ein dünner Strich davon die Glasröhre bedeckt, und schließt die Röhre am freien Ende mit einem Kork oder Gummistopfen. Stülpt man nun über das Mundstück der Flöte einen weichen Gummischlauch, der sich der schnabelartigen Form des Mundstückes gut anpaßt, und führt durch den Schlauch einen gleichmäßigen Luftstrom vom Blasetisch zu, so sieht man sofort die bekannten Staubfiguren entstehen, und zwar mit wechselndem Knotenabstand, je nachdem man durch stärkeres oder schwächeres Treten des Blasebalges einen höheren oder niedrigeren Ton erzeugt. Mit dem Mund darf man natürlich nicht hineinblasen, weil sonst das Pulver feucht wird und sofort seine Beweglichkeit verliert. Wenn man den Schlauch schnell zuklemmt, so daß der Ton plötzlich verstummt anstatt allmählich abzufauen, so bleiben die Staubfiguren sehr schön stehen und man kann mit einiger Vorsicht die Röhre vom Schlauch ablösen und ohne Störung der Figuren von Hand zu Hand gehen lassen. Eine oder zwei solcher Röhren kann man bequem in einer Korsettschachtel aufbewahren und ohne weitere Umstände in Gebrauch nehmen, solange das Pulver trocken ist. Wenn es nötig ist, nimmt man den Kork weg und reinigt die Röhre mit einem Wattebausch, der an einem Stäbchen befestigt ist, worauf man wieder frisches Pulver einstreut.

Zu den Versuchen mit Schallresonanzröhren nach Quincke. Von J. Zahradníček in Kremsier (Mähren). Die Glasröhren zu diesen Versuchen sind ziemlich teuer, auch wenn sie nur 3 cm lichte Weite haben. Zu den Schülerübungen stellte ich mir aus 4 Lampenzylindern — $l = 32$ cm, $2r = 6,5$ cm — ein langes, liches und billiges Rohr zusammen. Die Verbindungen sind durch Holzfassungen gebildet; 5 hölzerne Quadrate 2 cm dick, 9 cm lang sind mit kreisförmiger Öffnung ($2r = 6,5$ cm) versehen und auf einem Holzstative — 140 cm lang, 15 cm breit — in passenden Entfernungen befestigt. Die Resonanz ist sehr stark. Der Apparat ist sehr leicht und billig herzustellen. (Vgl. Lohmann, Schülerversuche mit Resonanzröhren; diese Zeitschrift XXIX, S. 24 bis 25.)

Eine Bemerkung zu dem Fallapparate nach Grimsehl. Von J. Zahradníček in Kremsier (Mähren). Es sei N die Schwingungszahl der benutzten Stimmgabel, n die Anzahl der ganzen Wellen auf der Strecke d in der Zeit $\tau = \frac{n}{N}$; dann gilt es

$$d = \frac{g}{2} \left(\frac{n}{N} \right)^2.$$

In den Schülerübungen wird durch Messungen gezeigt:

1. $\frac{d}{n^2} = \text{constans}$ — für eine und dieselbe Stimmgabel; 2. wenn N bekannt ist, wird g berechnet; 3. aus dem bekannten g wird N bestimmt.

Mit unserem Apparate, der in den Schülerübungen nach den Angaben Grimsehls zusammengestellt wurde, arbeiten die Schüler so, daß sie auf die Glasplatte einen berußten Papierstreifen aufkleben, die Wellenlinie durchmessen und dieselbe mit alkoholischer Schellacklösung fixieren.

Berichte.

1. Apparate und Versuche.

Diffusion gelösten Kohlendioxys durch tierische Häute. Von R. REIN in Wanne i. W. (*Monatshefte f. d. nat. Unt. VII, 8./9. Heft, S. 431.*)

Die Versuchsanordnung besteht darin, daß eine sehr schwach alkalisch gemachte Phenolphthaleinlösung durch eine Schweinsblase geleitet wird, die in kohlesäurehaltigem Wasser lagert. In die Öffnung einer gut geweichten Schweinsblase bringt man das durch ein eingeführtes Glasrohrstück gestützte Ende eines Gummischlauches und schnürt gut ab; dasselbe vollführt man am entgegengesetzten Ende der Blase, nachdem man dort ein ca. 1 cm weites Loch hergestellt hat. Den einen Schlauch bringt man in das die genannte Lösung enthaltende, höher gestellte Gefäß, den andern hängt man in ein

tiefer gestelltes leeres Gefäß; das dritte, mittlere, die Blase enthaltende Gefäß ist mit Wasser gefüllt. Füllt man den oberen, als Heber wirkenden Schlauch, den man nahe der Blase kurze Zeit zudrückt, mit Wasser und bringt ihn in die Lösung, so nimmt die Durchleitung ihren Lauf. Das zunächst durchfließende Wasser erweist sich im Auffanggefäß schwach rosa wie die Lösung; es wird fortgegossen. Leitet man nun mittelst einer Glasröhre Kohlensäuregas in das mittlere Gefäß, so wird das nach einiger Zeit zum Abfluß gebrachte Wasser farblos erscheinen. Das Durchströmen erfolge sehr langsam. Der Versuch ist auch von Wert bei der Veranschaulichung verschiedener Lebensvorgänge, wie Lungenatmung, Kiemenatmung, Stoffwechsel und Atmung der Wasserpflanzen u. a. O.

2. Forschungen und Ergebnisse.

Aus der Optik. 1. Das Problem der Luftspiegelungen, das bisher einer gründlichen Behandlung entbehrte, suchte FR. NÖLKE auf eine neue Grundlage zu stellen¹⁾. Er betrachtete die beiden Hauptfälle: 1. Auge und Gegenstand befinden sich beide innerhalb, 2. sie befinden sich beide außerhalb der Luftschicht, die infolge ihrer Temperatur- und Dichteanomalien den Lichtstrahl von seiner geradlinigen Bahn ablenkt. Für den ersten Fall wird die Annahme gemacht, daß die Dichte der Luft infolge ihrer starken Erhitzung am Erdboden von unten nach oben zunimmt. Ein diese Luftschicht durcheilender Lichtstrahl beschreibt dann eine zur Erdoberfläche konvexe Bahn, die eine tiefste Stelle

Scheitelkurven, so müssen, da die den Schnittpunkten dieser Scheitelkurven entsprechenden Lichtstrahlen sowohl das Auge wie den Objektpunkt treffen, so viele Bilder entstehen als die Kurven Schnittpunkte aufweisen. Der Verf. stellte die Gleichungen der Lichtstrahlkurven und der Scheitelkurven auf; es ergab sich, daß beide Kurven kongruent, aber in umgekehrter Lage verlaufen. Erfolgt die Dichtezunahme langsamer als nach dem Exponentialgesetz, so entfernen sich die Scheitelkurven immer weiter von ihrer Ursprungsordinate; geht sie schneller vor sich als nach jenem Gesetz, so krümmen sich die Scheitelkurven bei genügender Dicke der lichtbrechenden Schicht nach ihrer Ursprungsordinate

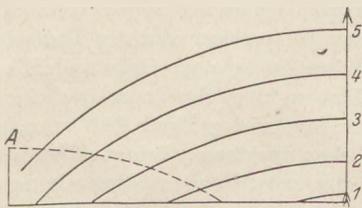


Fig. 1.

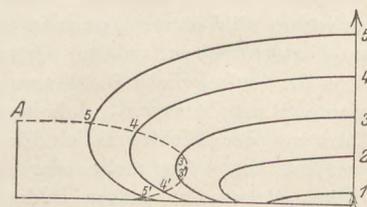


Fig. 2.

den „Scheitel“ hat. Durch die Scheitel aller durch einen bestimmten Objektpunkt gehenden Lichtstrahlkurven wird dann die diesem Punkt zugehörige Scheitelkurve bestimmt. Zeichnet man die beiden zu dem Auge des Beobachters und zu einem bestimmten Objektpunkt gehörigen

zurück. Den ersten Fall zeigt Fig. 1, in der die ausgezogenen Linien die zu den Punkten 1, 2, 3... des Gegenstandes gehörigen Scheitelkurven, die punktierte Linie die Scheitelkurve des Auges bedeutet. Da letztere jede der ersten nur in einem Punkte trifft, so gelangt von jedem Punkt des Gegenstandes nur ein Strahl ins Auge, und man erblickt nur ein Bild, das aufrecht, aber

¹⁾ *Phys. Zeitschr.* 18, 134 (1917).

nach unten verschoben ist. Nimmt die Dichte der Luft von unten nach oben nicht zu sondern ab, so wird entsprechend das aufrechte Bild nach oben verschoben, wie man es bei der Fata morgana und der Kimmung beobachtet. Den Fall der eigentlichen Wüstenspiegelung erläutert Fig. 2, wo die Scheitelkurven des Gegenstandes sich gegen die Ordinate zurückkrümmen und von der Scheitelkurve des Auges in je 2 Punkten geschnitten werden. Da diese zueinander umgekehrt liegen, so muß unter dem etwas tiefer liegenden aufrechten ein umgekehrtes Bild zu sehen sein, wie man es auch bei der Wüstenspiegelung beobachtet. Tritt ein mehrfacher Wechsel des Gesetzes ein, nach dem die Dichtezunahme in der lichtbrechenden Schicht erfolgt, so können die Scheitelkurven ihre Richtung noch einmal umkehren; dann gibt es 3 Schnittpunkte und 3 Bilder, zwei aufrechte und ein dazwischen liegendes umgekehrtes usw. Aus der Lage der Schnittpunkte in allen diesen Fällen läßt sich folgern, daß der Beobachter, je nachdem er in horizontaler oder in vertikaler Richtung seinen Standpunkt verändert, die oberen oder unteren Teile der Gegenstände zu sehen bekommt.

In dem zweiten Hauptfalle, wo das Auge und der Gegenstand beide außerhalb der lichtbrechenden Schicht liegen, ist der Gegenstand selbst natürlich in normaler Weise sichtbar. Die Scheitelkurven nähern sich hier fast sämtlich asymptotisch der Grenzfläche der lichtbrechenden Luftschicht. Die Art und Zahl der auftretenden Bilder hängt hier wesentlich von dem Gesetze ab, nach dem sich die Dichte der Luftschicht ändert. Der Verf. konstruierte auch hier wieder die Scheitelkurven und ihre Schnittpunkte und bestimmte daraus die Bilder für verschiedene Dichtefunktionen. Es ergab sich, daß ein zweites umgekehrtes Bild entsteht, das von dem Gesetz der Dichteänderung völlig unabhängig ist. Ein drittes aufrechtes Bild entsteht, wenn in der dem Gegenstand abgewandten unteren Grenzfläche der Schicht die veränderliche Dichte unmerklich in konstante Dichte übergeht, d. h. wenn die erste Ableitung der Dichtefunktion für $y=0$ den Wert Null hat. Die mehr oder weniger große Vollständigkeit des dritten Bildes hängt von dem Wert der zweiten Ableitung der Dichtefunktion ab. Mehr als dreifache Luftspiegelungen entstehen, wenn zwei oder mehr lichtbrechende Schichten, durch Schichten konstanter Dichte voneinander getrennt, übereinander liegen und in jeder Lichtstrahlen zur Umkehr gezwungen werden.

Die wichtigsten Ergebnisse dieser Betrachtungen lassen sich auch ohne Benutzung der Scheitelkurven durch bloße Betrachtung des Ver-

laufs der Lichtstrahlen herleiten. Der Theorie entsprechende mehrfache Luftspiegelungen wurden schon früher von W. HILLERS beschrieben²⁾. Eine dreifache Luftspiegelung, die man an einer durch Sonnenschein erwärmten Mauer beobachten kann, wurde von ihm über einer elektrisch geheizten Fläche künstlich hergestellt. Bei einer Belastung des Heizdrahts mit 110 Volt mal 3,1 Amp. wurde ein zweites Reflexbild eines jenseits der Heizfläche beobachteten Nernstfadens gesehen; bei 220 Volt erschien auch noch ein drittes Bild. Ebenso wurden das dreifache Bild eines Spaltes und anderer Objekte beobachtet. Die mit einem Thermoelement aufgenommene Temperaturfunktion entsprach einer vom Verf. aufgestellten Gleichung.

2. Das umgekehrte Spektrum. Von A. KIRSCHMANN³⁾. Das mit einem gewöhnlichen Spalt erzeugte Spektrum ist um so reiner, je weniger verschiedene Wellenlängen infolge Aufeinanderfallens der Spaltbilder an jeder Stelle des Spektrums superponiert sind. Je enger der Spalt, um so geringer wird die Zahl der übereinander fallenden Wellen; ein absolut reines Spektrum, in dem an jeder Stelle nur eine Wellenlänge anzutreffen wäre, würde eine Spaltweite 0 voraussetzen. Diese Betrachtung paßt aber nur auf den physischen Vorgang, nicht auf die physische Farbenwahrnehmung, die durchaus nicht eindeutig an die Wellenlänge gebunden ist. Zur Analyse der Spaltwirkung betrachtet der Verf. zunächst den „halben Spalt“, d. h. eine einfache undurchsichtige Kante, an der das Licht vorbei durch ein Prisma tritt. Liegt der brechende Winkel des Prismas auf der dunklen Seite, so erhält man ein Spektrum mit den Farben Rot, Orange, Gelb; liegt er auf der hellen Seite, so hat das Spektrum die Farben Blau, Violettblau, Violett. Grün bzw. Gelbgrün und Blaugrün fehlen bei beiden Spektren. Rot und Violett entsprechen ganz den Endfarben des gewöhnlichen Spektrums; Gelb und Blau sind physikalisch wohl weniger rein, erscheinen aber dem Auge von viel größerer Sättigung, als im gewöhnlichen Spektrum. Bringt man die beiden Halbspektren mit Hilfe von Spiegeln zum Zusammenfallen, so ergänzen sie sich restlos zu Weiß; das reine Rot und Blau sowie das reine Gelb und Violett sind genau komplementär. Beide Halbspalte kombiniert geben einen gewöhnlichen Spalt. Ist dieser breit, so sieht man die beiden Kantenspektren nebeneinander; erst wenn diese in der Mitte übereinander fallen, er-

²⁾ *Phys. Zeitschr.* **14**, 718 (1913); **15**, 304 (1914).

³⁾ *Phys. Zeitschr.* **18**, 195 (1917).

scheinen das Grün und seine Übergangsstufen. Ebenso wie die hellen kann man auch die dunklen Seiten übereinanderfallen lassen. Das geschieht, wenn man die Lichtstrahlen durch einen „negativen Spalt“ (ein undurchsichtiges Rechteck auf durchsichtigem Grunde) schickt. Bei richtig gewählter Breite dieses Rechtecks fallen die beiden Kantenspektren mit ihren beiden andern Enden zusammen, und man erhält hier das im gewöhnlichen Spektrum nicht vorkommende Purpur in hoher Sättigung, daneben seine Übergänge zu Rot und Violett. Dieses umgekehrte Spektrum enthält also die Farben Gelb, Orange, Rot, Purpur, Violett, Blau; Grün fehlt. Bringt man auf einer Glasplatte einen „positiven“ und einen „negativen“ Spalt von richtiger Breite übereinander an, so kann man beide Spektren übereinander entwerfen; beim Photographieren erhält man auch eine ultragelbe und eine ultraviolette Region. Beide Spektren durch Spiegel zur Koinzidenz gebracht, ergeben ein völlig farbloses Band; die beiden Spektren sind also in allen einander entsprechenden Teilen genau komplementär. Als Unterschiede des ordentlichen Spektrums (*o*) und des umgekehrten Spektrums (*u*) sind hervorzuheben:

1. Die physische Reinheit ist bei *o* am größten an den Enden, bei *u* am größten in der Mitte;
2. *o* zeigt Rot, Grün, Violett in größter, Blau und Gelb in nur geringer Ausdehnung, *u* dagegen Blau, Purpur, Gelb in größter, Rot und Violett in geringer Ausdehnung;
3. in *o* fehlt das Purpur, in *u* das Grün;
4. *o* hat seine größte Lichtstärke in der Mitte, *u* an den Enden;
5. bei Verengung des positiven Spalts werden in *o* alle Farben lichtschwächer und nähern sich dem Schwarz, bei Verschmälerung des negativen Spalts werden sie heller und nähern sich dem Weiß;
6. bei Verbreiterung des Spalts tritt in *o* das Weiß an Stelle des Grüns, in *u* das Schwarz an Stelle des Purpurs.

Dem Einwand, daß es sich bei dem umgekehrten Spektrum um Mischfarben handle, begegnet der Verf. mit einer Analyse des Begriffs „Mischfarbe“. Mischfarben erhält man bei einer Mischung technischer Farbstoffe oder auch, wenn man die Spektralfarben rein physisch als ein

Gemenge von Lichtarten verschiedener Wellenlänge betrachtet. Psychisch aber sind alle Lichtqualitäten einfache Empfindungen, wie es Wundt in seiner Farbentheorie annimmt. Jede psychische Farbenqualität kann hervorgebracht werden 1. durch Strahlung eines begrenzten Spektralgebiets, 2. durch Kombination zweier verschiedener Spektralgebiete, 3. durch Kombination des ganzen Spektrums unter Ausschaltung eines einzigen Gebiets. Von den Farben eines begrenzten Spektralteils erscheinen nur Rot und Violett als gesättigt; auf die zweite Art lassen sich Grün und Purpur gesättigt darstellen; Gelb und Blau erscheinen nur in voller Sättigung, wenn man sie auf die dritte Art hervorbringt. Bei gesättigten gelben Pigmenten und Strahlenfiltern fehlen vom ganzen Spektrum nur die violetten Strahlen; ein spektral reineres Gelb erscheint dem Auge mehr braun oder olivfarben. Entsprechendes gilt für gesättigtes Blau. Aus der Qualität der Farbe kann man also auch bei ausgezeichneter Sättigung nicht auf die physische Natur des betreffenden Lichts schließen. Der Verf. hat wiederholt völlig gleich erscheinende blaue Farbenfilter angefertigt, die ein ganz verschiedenes Absorptionsspektrum zeigten, und umgekehrt zeigt eine bestimmte Stelle im Spektrum eine mit der Spaltweite und der Lichtstärke wechselnde Farbenqualität. Es kann hiernach die Ursache unserer Farbenempfindung nicht in der primären Periodizität der Wellen selbst, sondern erst in einer sekundären, auf Superposition der Wellenlängen beruhenden Periodizität liegen. Für eine bestimmte Empfindungsqualität kommt es nicht auf die Anwesenheit einer bestimmten Wellenlänge, als vielmehr auf die Abwesenheit einer anderen Gruppe an. Farben entstehen, wenn dem weißen Licht etwas entzogen wird, und Goethe hat nicht so unrecht mit der Ansicht, daß die Farbe etwas Schattiges sei. Möglicherweise besitzt das Spektrum keine Kontinuität, sondern besteht aus diskreten Teilen. Kann man diese sondern, so ließe sich das Rätsel der Abhängigkeit der Farbenqualität von der Wellenlänge vielleicht einmal als ein Problem der Zahlentheorie darstellen.

Schk.

4. Unterricht und Methode.

Vom Unterrichtsstoff der Physik in England. Von Dr. G. WOLFF in Betzdorf a. d. Sieg. (*Zeitschr. für den naturw. u. erdkundl. Unterr.*, 13. Jahrg. 1917, Heft 12.)

Der Verfasser, der sich durch seine Studien über den mathematischen Unterricht in England bekannt gemacht hat, bietet hier eine Übersicht dessen, worin sich der englische Unterrichtsstoff

aus der Physik von dem deutschen Lehrgang unterscheidet. Vorausgeschickt sei, daß in England die Mechanik von dem übrigen, speziell „Physik“ genannten Teil des Gebiets völlig getrennt ist.

Die Mechanik unterscheidet sich von der in Deutschland zumeist noch herrschenden Behandlung dadurch, daß auf der Unterstufe mit der

Statik begonnen wird¹⁾. Dafür hat sich namentlich die Mathematical Association von 1904 ausgesprochen, auch Perry (1905) und Ashford (1906) sind dafür eingetreten. Besonders aber hebt Carson hervor, daß ein Durchschnittsschüler vor dem Alter von sechzehn Jahren unfähig sei, abstrakte Betrachtungen anzustellen, ja auch nur ein graphisches Bild als ein Ganzes zu erfassen. Er könne wohl einen ungefähren Begriff von der Geschwindigkeit erhalten, aber was Beschleunigung ist, werde ihm fremd bleiben. — In der Statik nun werden nicht bloß die Grundformen der einfachen Maschinen, sondern hauptsächlich ihre Kombinationen, wie sie in den maschinellen Betrieben gebraucht werden, behandelt. Infolgedessen wird auch die Reibung eingehender berücksichtigt (wie es bei uns Grimsehl getan hat), selbst die Bedeutung des Ölens wird untersucht und durch graphische Bilder erläutert: Es wird auch auf den richtigen Gebrauch der Begriffe Arbeit und Energie gehalten. „Arbeit ist ein Prozeß, die Energie eine Fähigkeit, die Energie ist sowohl das Ergebnis als auch die Quelle der Arbeit, aber niemals ist Arbeit Energie, noch ist Energie Arbeit.“ Von Grundbegriffen, die bei uns wenig oder nicht gebraucht werden, ist zuerst der Ausdruck *Mechanical Advantage* zu nennen, wörtlich übersetzt mechanischer Vorteil oder Nutzen. Man versteht darunter den Quotienten aus Last und Kraft (*force-ratio*), der im allgemeinen > 1 ist. Daran schließt sich *velocity-ratio* (Wegverhältnis), d. i. der Quotient von Kraftweg durch Lastweg, also ebenfalls > 1 . Das Wort „*efficiency*“ bedeutet nicht Effekt, sondern das Verhältnis von geleisteter Arbeit und zugeführter Energie, also

den Wirkungsgrad. Wird der Weg der Kraft K mit W_k , der Weg der Last L mit W_l bezeichnet so ist der Wirkungsgrad

$$\frac{K \cdot W_l}{L \cdot W_k} = \frac{\text{Mechanischer Vorteil}}{\text{Wegverhältnis}}$$

Momentum bedeutet in England allgemein Bewegungsgröße, d. i. das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit. Für die Geschwindigkeit selbst gibt es zwei Worte: „*speed*“ und „*velocity*“; letzteres fordert die Beibehaltung einer Richtung, während ersteres unabhängig von der Richtung ist. Ein im Kreise laufender Körper besitzt *speed*, ein fallender Körper *velocity*.

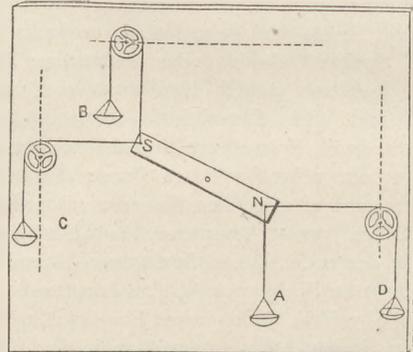


Fig. 2.

Für die Fallgesetze hat sich ein Apparat von C. W. Fletcher bewährt (Fig. 1), bei dem durch ein sinkendes Gewicht ein kleiner Wagen auf einer wagerechten Glasplatte bewegt wird, während ein schwingender Schreibpinsel auf ihm die Fallkurven aufzeichnet. Der Apparat ist in *School World* 1904 beschrieben. Auffallend ist andererseits, daß die Akustik fast gar nicht gepflegt wird und auch die Wellenlehre nicht recht zur Geltung kommt.

In den eigentlichen „*Physics*“ bietet die Wärmelehre kaum Bemerkenswertes. Die Dampfmaschinen sind ausschließlich der Mechanik zugewiesen; von ihnen sind selbst die neuesten Typen in den Unterrichtswerken zu finden, während man die historisch bemerkenswerten kaum würdigt. Die praktische Seite (Ausnutzung der Rostanlagen u. dgl.) wird mehr als bei uns berücksichtigt. In der Lehre vom Licht wird alles, was das Wesen des Lichts betrifft, beiseite gelassen, auch die Spektralanalyse wird nur knapp erwähnt. Im Magnetismus werden reichlich Kraftlinienbilder hergestellt und erörtert, u. a. auch der Einfluß des Erdmagnetismus bei verschiedener Lage eines Stabmagneten gezeigt.

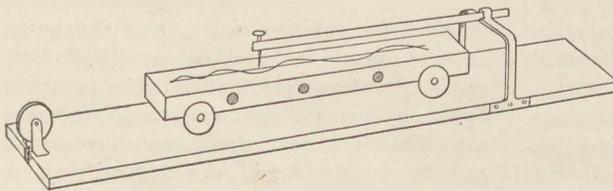


Fig. 1.

¹⁾ Der Verfasser hebt hervor, daß in meiner „Naturlehre für die Unterstufe“ auch noch mit der Dynamik begonnen wird. Ich weise darauf hin, daß die 5. Auflage (1916) des Buches bereits derart abgeändert ist, daß die Lehre von den einfachen Maschinen den Anfang macht. Auch in meiner Didaktik (1915) habe ich betont, daß es für die Unterstufe das bei weitem angemessenste ist, mit der Statik zu beginnen, und habe den dort skizzierten Lehrgang dementsprechend gestaltet. P.

Das Coulombsche Gesetz wird an einer Drehwaage ähnlich der von Coulomb benutzten nachgewiesen, oder man bedient sich der Schwingungsmethode an einem sog. Magnetoskop. Auch die Ablenkung an einem Magnetometer wird benutzt, das Tangensgesetz aber unmittelbar aus Versuchen hergeleitet (Fig. 2). Auch die Horizontalintensität des Erdmagnetismus wird aus M/H und M/H schon auf der Unterstufe experimentell bestimmt.

Der Galvanismus schließlich wird „recht stiefmütterlich“ behandelt. Man beschränkt sich im wesentlichen auf die magnetische, chemische, Wärme- und Lichtwirkung. Die Gesetze von Coulomb, Ohm, Joule, Maxwell, Lenz, Faraday fehlen nicht. Dagegen werden die Dynamo-

maschinen und Motoren, die verschiedenen Arten elektrischer Ströme und ihre Verwendbarkeit überhaupt nicht erwähnt; der Funkeninduktor erscheint ganz am Schluß, auf Kathoden- und Röntgenstrahlen wird nicht eingegangen. Die Lehre von den elektrischen Wellen, drahtlose Telegraphie und Telephonie werden nicht in den Prüfungen, also auch nur selten im Unterricht verlangt.

Zusammenfassend wird man sagen können, daß neben manchen Vorzügen, die durch die englische Geistesrichtung bedingt sind, doch auch sich Rückständigkeiten finden, die in dem englischen Hang zum Konservatismus ihre Wurzel haben. P.

Neu erschienene Bücher und Schriften.

Die Bedeutung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts für die Erziehung unserer Jugend. Von W. Schmiedeberg, G. Wetzstein und G. Klatt. 262 S. Berlin, Otto Salle. M. 4,50.

Die Schrift ist das Ergebnis eines Preisausschreibens, das der Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts im Mai 1915 erlassen hat. W. Schmiedeberg hat den mathematischen, G. Wetzstein den physikalischen, G. Klatt den chemischen und biologischen Teil bearbeitet. In der ersten und dritten Arbeit nehmen die allgemeinen Erörterungen über die Erziehungsaufgaben des realistischen Unterrichts einen breiten Raum ein, sie sind überaus lesenswert, da sie Mittel und Wege darlegen, wie auch unsere Unterrichtsfächer in stärkerem Maße als bisher in den Dienst der nationalen Erziehung zu stellen sein werden. Die physikalische Abhandlung bietet eine interessante Darstellung der Art, wie die Schülerübungen in Bayern betrieben werden, es wird darauf in dieser Zeitschrift an anderer Stelle noch ausführlicher zurückzukommen sein¹⁾. P.

Vorstufe zum Lehrgang der Chemie und Mineralogie für Höhere Schulen. Von Prof. Dr. F. Küspert. Nürnberg, Carl Koch 1916. 80 S. Kart. M. 1,30.

¹⁾ Fachgenossen, die dem Verein bis zum 31. Dezember beitreten, erhalten die Schrift von dem Verlag Otto Salle in Berlin W 57 unentgeltlich gegen Erstattung der Versandkosten.

Der Verfasser hat sich bemüht, den Lehrstoff für die 4. Klasse der bayrischen Realschulen, der „die Grundlage und Vorbereitung für den späteren eingehenderen Chemieunterricht“ schaffen soll, so darzustellen, daß als Ziel erscheint, „den Schüler die geistige Durchdringung des Stoffes zu lehren und dabei sein Denkvermögen zu schärfen“. Er legt daher auf die Vermittlung von Einzelkenntnissen wenig Wert. Acht von den zehn Kapiteln des Büchleins behandeln demgemäß Allgemeines wie „Gestalt und Stoff“, „Gleichteilig und Ungleichteilig“, „Die Veränderungen“ usw. und nur zwei — „Luft, Stickstoff, Sauerstoff“ und „Wasserstoff“ — bestimmte Stoffe. Der Schüler erfährt hierbei nichts oder außerordentlich wenig von vielen sehr wichtigen Grundstoffen, sowie von den Säuren, Basen und Salzen; hingegen lernt er schon in den ersten Stunden fern liegende und unerklärt bleibende Vorgänge wie Blaufärbung von Stärke durch Jodtinktur, Rotfärbung von Fetten durch Alkannatinktur, ferner Erhitzen eines Knochens auf einem Porzellanscherben, wobei so unbestimmte Produkte wie „Rauch, Ruß und Knochenerde“ erhalten werden, kennen. Daher wird diese „Vorstufe“ den Lehrer, der im Anfangsunterricht schon den allernotwendigsten Wissensstoff der Chemie bringen möchte, nicht befriedigen. Darüber hinaus ist ihr der Vorwurf nicht zu ersparen, daß sie vielfach mit dem Unbekannten anfängt, statt vom Bekannten zum Unbekannten fortzuschreiten. Hingegen sind die Klarheit der Darstellung, die zahlreichen Abbildungen und der umfangreiche, in Frageform niedergelegte Übungsstoff zu loben.

J. Schiff.

Korrespondenz.

Weitere Meldungen von Unfällen im Chemie- bzw. Physikunterricht.

(Vgl. die „Aufforderung betreffend Meldung von Unfällen“ in *dieser Zeitschr.* **26**, S. 207, sowie die daraufhin erfolgten Mitteilungen in *dieser Zeitschr.* **27**, S. 138/140 u. **29**, S. 226/227.)

Wir erhielten nachfolgende dankenswerte Mitteilungen über Unfälle:

A. Im Chemieunterricht:

1. Bericht über einen Unfall und eine leichte Hautverletzung im chemischen Schülerpraktikum.

I. Fall. Aufgabe: Es sollte NO_3 aus Bleinitrat dargestellt und das austretende NO_2 verflüssigt werden. Verfahren: Es wurde genau nach Vorschrift von Scheid, Vorbereitungsbuch 1911, S. 276, verfahren. Das benutzte Bleinitrat war kurz vorher getrocknet worden und noch warm von mir in Mengen von ca. 10 g den Schülern (Obertertianern, die hiesige Anstalt fängt ein Jahr früher mit Chemie an) ausgeteilt worden. Die Reagenzgläser wurden mit Korkstopfen und Glasröhre von 3 mm Innendurchmesser, welche nicht weit hineinragte, verschlossen. Gearbeitet wurde in 8 Gruppen von je 2 Schülern. Während noch in allen Apparaten die Gasentwicklung in vollem Gange war, ereignete sich an einem Apparate folgender Unfall: Ohne daß es von dem arbeitenden Schüler bemerkt worden war, hatten Teile des geschmolzenen Bleinitrats die Glasröhre verstopft, ein Druck war entstanden, mit lautem Knall flog der Stopfen heraus und das weit über 100° heiße Bleinitrat dem Schüler in das Gesicht. Folgen: Eine schwer heilende Brandwunde in der Gegend des Mundes. Ursachen: Das Ableitungsrohr war zu eng gewählt worden. Die Erhitzung war genau nach der Scheidschen Abbildung Nr. 192 am hinteren Ende begonnen worden, anstatt wie es richtiger gewesen wäre bei der obersten Schicht, so trieben die Gase das teilweise geschmolzene Bleinitrat vor sich her; das Aufhören der Gasentwicklung konnte des vorgelegten Kondensationsgefäßes wegen nicht gut beobachtet resp. leicht übersehen werden. Verhütung: Reagenzglas soll extra lang sein, aus schwer schmelzbarem, aber dünnwandigem Glase bestehen, damit es bei einem zu starken Innendruck aufgeblasen wird. Das Ableitungsrohr ist ca. 5 mm, nicht 3 mm zu wählen. Das Reagenzglas ist senkrechter als nach Scheids Angabe zu stellen und oben mit der Erhitzung anzufangen. Die Ableitungsrohre darf nicht weit in das Glas hineinragen. Schutzbrillen ausgeben, auf die Möglichkeit einer Verstopfung aufmerksam machen und für diesen Fall Belehrungen für sofortige Abbrechung des Versuches geben. —

Anmerkung: Erhitzt wurde mit gewöhnlichen Spirituslampen mit kleinem Docht, also auch sehr schwache Erwärmung schützt nicht unbedingt.

II. Fall. Aufgabe: Feststellung der Eigenschaften der Ameisensäure. Arbeitsweise: Genau nach Scheid, Vorbereitungsbuch S. 576. 2. Alle Versuche wurden ausgeführt. Gesundheitsschädigungen: Nach 8 Tagen zeigten sich auf dem Daumen bei $\frac{3}{4}$ der Klasse eine große Blase und die Haut löste sich ab. Ursache: Der Daumen hatte beim Schütteln der Ameisensäure (verdünnter) mit Quecksilberoxyd als Verschuß gedient, ich beobachtete an mir dieselbe Erscheinung. Angewandt war käufliche Ameisensäure, von Kahlbaum bezogen, mit gleichem Volum H_2O verdünnt.

Dr. Frhr. v. Lützw.

D. Land-Erziehungsheim Haubinda
bei Hildburghausen i. Th.

2. Bericht über einen Unfall bei der Darstellung von Stickstoff (Großh. Oberrealschule Mainz, im Januar 1916). Zur Gewinnung von mehreren Litern Stickstoff zwecks Durchführung von Habers Synthese (diese Zeitschr. 29. Jahrg. 1916, S. 205) wurden nach der Vorschrift von Heumann-Kühling (Anl. z. Exp. 3. Aufl., S. 226) in einem Literkolben 75 g Natriumnitrit in Stangen (Merck) mit der konz. wäßrigen Lösung von 55 g Salmiak übergossen und gelinde erwärmt (Asbestdrahtnetz, kleine Bunsenlampe, halber Gaszufuß). Der Kolben war mit Sicherheitsrohr versehen und stand vermittelt Gummischlauch in Verbindung mit einer Bunsenschen Gaswaschflasche, gefüllt mit konz. Kalilauge. Der N sollte von da aus weiter in einen mit Wasser gefüllten großen Gasometer geleitet werden. Die N-Entwicklung war zunächst äußerst langsam, steigerte sich aber, ohne daß stärker erwärmt worden war, nach ~ 10 Min. ganz plötzlich. Schnell wurde jetzt die Lampe beiseite gestellt und die Verbindung mit der Waschflasche gelöst, aber ehe noch der Kolben von der heißen Asbestplatte entfernt werden konnte, wurde der Inhalt unter starkem Schäumen zunächst zur Sicherheitsröhre herausgeschleudert, dann explodierte der Kolben mit lautem Knall. Lange Glassplitter und Flüssigkeitsteile wurden 1 bis 2 m weit geschleudert; Schaden wurde nicht angerichtet, da der Versuch bei der Vorbereitung zum Unterricht — nicht vor Schülern — stattfand und der Experimentierende sich durch Beiseitespringen schützte.

Die Ursache des Unfalls ist wohl darin zu suchen, daß die zur N-Darstellung nötigen Substanzmengen sofort zusammengebracht wur-

den und die N-Entwicklung wie bei einem Siedeverzug (der bei Verwendung von Asbest erfahrungsgemäß häufiger eintritt als auf Eisendrahtnetzen) plötzlich durch die ganze Masse hindurch einsetzte. Auch ist eine explosive Zersetzung, wie sie Berthelot (Abegg-Auerbach III, 3, S. 303) allerdings bei festem Ammoniumnitrit zwischen 60 bis 70° beobachtete, nicht von der Hand zu weisen.

Etwas sicherer arbeitet man nach der Vorschrift von Scheid (Vorbereitungsbuch S. 265), doch ist hier der Kolben von 300 cm³ entschieden zu klein. Jedenfalls hat die von mir a. a. O. angegebene Methode der N-Darstellung den Vorzug absoluter Sicherheit und guter Regulierbarkeit des Gasstromes. Dabei möchte ich nicht unterlassen, darauf hinzuweisen, daß Vanino in seinem kürzlich erschienenen Werk Präparative Chemie, Bd. I, S. 107, eine ähnliche Methode vorschlägt, was ich leider soeben erst, nach Drucklegung obiger kleinen Arbeit, bemerke. V. läßt eine kaltgesättigte Lösung von NaNO₂ zu einer ebensolchen von NH₄Cl tröpfeln, erwärmt aber auf einem „Gasofen“.

Dr. Mannheimer, Mainz.

3. Bericht über einen Unfall mit weißem Phosphor. Aus den Weihnachtsferien heimkommend, sah ich im dunkeln Laboratorium auf einem hohen Gestell ein helles Leuchten. Ohne Licht anzuzünden, wollte ich die betreffende Flasche untersuchen. Wie ich sie aber weghebe, prasseln helleuchtende Phosphorstücklein über mich herunter und entzündeten sich da und dort am Boden. Das Wasser, in dem sie aufbewahrt wurden, war gefroren, hatte die Flasche gesprengt und war beim Wiederauftauen ausgeronnen. Seither stelle ich die Flaschen mit dem weißen Phosphor stets in eine Blechbüchse von der halben Höhe der Flasche (z. B. Karbidbüchse).

M. Oetli, Glarisegg.

4. Aus dem Bericht eines holländischen Fachgenossen. Explosion beim Reduzieren von Kupferoxyd mittelst Wasserstoff. Von der Woulschen Flasche hinterbleiben nur die Bodenplatte und die Hälse. Eine Schülerin wurde von Glas ein wenig verwundet. [Es war offenbar die „Knallgasprobe“ versäumt worden.] — Erneute Bestätigung der Gefährlichkeit des Versuches, Natriumstücke behufs Wasserstoffgewinnung im Zylinder aufsteigen zu lassen: „Ihrer Bemerkung zu den Versuchen mit untergetauchtem Natrium kann ich völlig beistimmen. Ein paar Kollegen haben unerwarteterweise Explosionen damit erfahren, sie machen diese Versuche nicht mehr.“ — „Den Unfall mit Phosphor hat ein Kollege an einer anderen Lehranstalt erlebt. Er hatte eine Phosphorstange

in der Hand mitgenommen nach dem dunklen Korridor, um dort das Leuchten zu zeigen, als sie entbrannte. Er eilte damit zurück nach dem Unterrichtszimmer, bekam aber schwere Brandwunden.“ [Der Phosphor darf nur mittelst eines mehrfach zusammengelegten tiefend nassen Handtuches gefaßt werden unter Begleitung einer Porzellanschale mit Wasser.]

B. Im Physikunterricht.

1. Explosion bei der Entwicklung von Knallgas (von demselben holländischen Fachgenossen). Ein größeres mit Wasser gefülltes Probierglas wurde über die in einem Wannengefaß befestigten Elektroden gestülpt und fast ganz mit Knallgas gefüllt. „Indem der Strom noch geschlossen war, nahm ich die Röhre heraus und es folgte eine Explosion, wobei die Abschlußplatte zersplitterte und die verdünnte Säure mir ins Gesicht spritzte. Schaden habe ich, nachdem ich gleich die Säure mit Wasser abgespült hatte, nicht empfunden. Die Elektroden, die schon in das Knallgas hineinreichten, hatte ich offenbar zur Berührung gebracht.“

2. Implosionsunfall (wie oben). „Ein Kolben, der beim Franklinschen Versuch zu weit abgekühlt war, zerplatzte (glücklicherweise nach der Stunde). Der Kolben [vermutlich Stehkolben] war wahrscheinlich zu dünn. Einem Kollegen passierte voriges Jahr derselbe Unfall in der Stunde.“ — Über die Ausführung des Versuches mittelst eines Rundkolbens aus Jenaer Glas vgl. O. Ohmann, Die Verhütung von Unfällen (Berlin, Winkelmann & Söhne), S. 70.

Die Einsendung weiterer Unfallsbeschreibungen an die Adresse der Redaktion bzw. des Unterzeichneten ist im allgemeinen Interesse dringend erwünscht. Auf Wunsch unterbleibt die Nennung des Namens sowie der Anstalt.

O. Ohmann,

Berlin-Pankow, Cavalierstraße 15.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation von PAUL GERBER †. Es wird bei vielen Lesern der Zeitschrift Genugtuung hervorrufen, daß diese 1902 als Beilage zum Programm des Stargarder RG. erschienene und in dieser Ztschr. 15, 380 angezeigte Abhandlung in den Annalen der Physik (4. Folge, Bd. 52, S. 415—444; 1917), dank der Bemühungen von E. Gehrcke, von neuem abgedruckt worden ist. Man vgl. auch in diesem Bd. d. Ztschr. S. 260 und 267. Wir hoffen auf den Inhalt dieser und anderer Abhandlungen des Verfassers zu gelegener Zeit näher eingehen zu können und verweisen für jetzt nur noch auf die in d. Ztschr. Bd. 17, 379 und Bd. 23, 315 angezeigten Programmschriften,

P.

Himmelserscheinungen im Dezember 1917 und Januar 1918.

Breite von Berlin. Ortszeit. 0^h = Mitternacht. Berliner Zeit = MEZ. — 6^m 25^s = MEZ. — 0,1^h.

		Dezember 1917						Januar 1918						
		2	7	12	17	22	27	1	6	11	16	21	26	31
♀	{ AR	17 ^h 39 ^m	18.11	18.42	19. 7	19.23	19.23	19. 3	18.35	18.17	18.16	18.18	18.48	19.13
	{ D	— 26 ^o	— 26	— 25	— 24	— 23	— 22	— 20	— 20	— 20	— 21	— 21	— 22	— 22
♀	{ AR	19 ^h 58 ^m	20.19	20.38	20.56	21.12	21.26	21.38	21.48	21.54	21.57	21.57	21.52	21.44
	{ D	— 24 ^o	— 22	— 21	— 19	— 18	— 16	— 14	— 12	— 11	— 9	— 8	— 7	— 7
☉	{ AR	16 ^h 32 ^m	16.54	17.16	17.38	18. 0	18.23	18.45	19. 7	19.29	19.50	20.11	20.32	20.53
	{ D	— 21 ^o 55'	— 22.35	— 23. 4	— 23.21	— 23.27	— 23.21	— 23. 3	— 22.34	— 21.53	— 21. 2	— 20. 1	— 18.51	— 17.32
♂	{ AR	11 ^h 9 ^m	11.18	11.26	11.34	11.41	11.48	11.54	12. 0	12. 5	12. 9	12.12	12.15	12.16
	{ D	8 ^o	7	6	5	5	4	4	3	3	2	2	2	2
♋	{ AR		4.14		4. 9		4. 4		4. 1		3.59		3.58	
	{ D		20		20		20		19		20		20	
♌	{ AR	9 ^h 9 ^m						9. 4						
	{ D	17 ^o						18						
☉	Aufg.	7 ^h 51 ^m	7.58	8. 4	8. 8	8.11	8.13	8.14	8.13	8.10	8. 6	8. 1	7.55	7.47
	Unterg.	15 ^h 47 ^m	15.45	15.44	15.44	15.46	15.49	15.53	15.59	16. 6	16.14	16.22	16.31	16.41
☾	Aufg.	19 ^h 35 ^m	0.12	6. 6	10.15	11.53	15. 0	20.48	1.21	6.56	9.22	11.20	16.12	21.57
	Unterg.	10 ^h 43 ^m	12.12	14. 0	19.36	1. 9	7.20	9.49	11. 6	14.29	21.31	2.59	7.13	8.40
Sternzeit im mittl. Mittag		16 ^h 42 ^m 52 ^s	17. 2.34	17.22.17	17.42. 0	18. 1.43	18.21.26	18.41. 8	19. 0.51	19.20.34	19.40.17	20. 0. 0	20.19.42	20.39.25
Zeitgl.		— 10 ^m 39 ^s	— 8.37	— 6.22	— 3.58	— 1.29	— 1. 0	— 3.25	+ 5.43	+ 7.50	+ 9.43	+ 11.19	+ 12.35	+ 13.31

Wintersanfang 22. Dezember 11^h MEZ.

Mondphasen in M.E.Z.	Neumond	Erstes Viertel	Vollmond	Letztes Viertel
	Dez. 14, 10 ^h 17 ^m	Dez. 21, 7 ^h 7 ^m	Dez. 28, 10 ^h 52 ^m	Dez. 6, 15 ^h 14 ^m
	Jan. 12, 23 ^h 36 ^m	Jan. 19, 15 ^h 38 ^m	Jan. 27, 4 ^h 14 ^m	Jan. 5, 12 ^h 50 ^m

Finsternisse (M.E.Z.): Ringförmige Sonnenfinsternis Dez. 14, 10^h; Totale Mondfinsternis Dez. 28, 11^h. Bei uns unsichtbar.

Planetensichtbarkeit (Ortszeit). — A = Aufgang, U = Untergang, D = Auftauchen und Verschwinden in der Dämmerung. Merkur ist Abendstern von Dez. 13 bis 28, Morgenstern Jan. 11 bis 31. Sichtbar Dez. 19, von 4,9^h bis 5,2^h nachm.; Jan. 21, von 6,5^h bis 6,8^h vorm.

Sternbild:	♀ Abendstern, im Steinbock	♂ zwischen Löwe und Jungfrau	♋ an Stier	♌ an Krebs	
1917	Dez. 7	nachm. nachm. D 4,6 ^h ; U 7,2 ^h	nachm. vorm. A 11,6 ^h ; D 6,6 ^h	nachm. vorm. D 4,9 ^h ; D 6,8 ^h	nachm. vorm. A 8,4 ^h ; D 6,6 ^h
	Dez. 27	D 4,7 ^h ; U 7,9 ^h	A 11,1 ^h ; D 6,9 ^h	D 5,0 ^h ; U 5,7 ^h	A 7,1 ^h ; D 6,9 ^h
1918	Jan. 1	D 4,7 ^h ; U 7,7 ^h	A 10,9 ^h ; D 6,9 ^h	D 5,1 ^h ; U 5,3 ^h	A 6,7 ^h ; D 6,9 ^h
	Jan. 21	D 5,1 ^h ; U 7,3 ^h	A 10,6 ^h ; D 6,7 ^h	D 5,5 ^h ; U 3,9 ^h	D 5,7 ^h ; D 6,7 ^h
	Jan. 9	größter Glanz ¹⁾			

Verfinsterungen der Jupitermonde (MEZ). — Nachmittags = Stunden. E = Eintritt. A = Austritt.

Dez. 11, 9 ^h 30,5 ^m A I.	Dez. 27, 7 ^h 50,5 ^m A I.	Jan. 13, 6 ^h 22,4 ^m A II.
„ 12, 6 ^h 43,0 ^m A II.	Jan. 6, 6 ^h 2,5 ^m E III.	„ 19, 8 ^h 6,4 ^m A I.
„ 19, 9 ^h 18,2 ^m A II.	„ 6, 8 ^h 13,0 ^m A III.	„ 20, 8 ^h 58,2 ^m A II.
„ 20, 5 ^h 55,0 ^m A I.	„ 12, 6 ^h 10,7 ^m A I.	

M. Koppe.

¹⁾ In nächster Zeit, um Febr. 9, wird Venus abends und morgens zugleich sichtbar.