

# Zeitschrift

für den

## Physikalischen und Chemischen Unterricht.

XXXII. Jahrgang.

Viertes Heft.

Juli 1919.

### Dynamik der Seilwellen.

Von Dr. H. Schüepp, Zollikon bei Zürich.

Unter dem Titel Wellenlehre werden in den Lehrbüchern Bewegungen in elastischen Körpern betrachtet. Dabei beschränkt man sich im wesentlichen auf eine Klärung der Phoronomie des Gebiets. Der Nachweis, daß auch hier die NEWTONschen Prinzipien den Vorgang beherrschen und daß sich aus ihnen die Formeln für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ergeben, wird in der Regel nicht erbracht. Bei dieser Behandlungsweise erhält man den Eindruck, als sei die Wellenlehre ein selbständiges Kapitel neben der Mechanik mit eigenen Untersuchungsmethoden. Dadurch verliert sie einen Teil ihres Wertes; sie ist nicht in dem Maße, wie sie es sein könnte, das Bindeglied zwischen Mechanik und Akustik. Wo der Verzicht auf eine genauere Betrachtung der Vorgänge begründet wird, geschieht es mit dem Hinweis auf die zu großen mathematischen Schwierigkeiten. Ich möchte im folgenden zeigen, daß diese Schwierigkeiten bei der Behandlung von Transversalwellen auf gespannten Seilen und Longitudinalwellen in Stäben nicht so groß sind, wie man gewöhnlich annimmt. Sobald man von Anfang an den allgemeinen Fall in Angriff nimmt und nicht nur Sinuswellen betrachtet sind für eine durchaus strenge Behandlung keine speziellen Kenntnisse aus der Infinitesimalrechnung und keine umfangreichen Rechnungen erforderlich; man kommt mit der Definition der Beschleunigung bei geradlinigen Bewegungen aus. Ich werde in den folgenden Entwicklungen gelegentlich über das Gebiet der Schulphysik hinausgehen, wo sich mit den angewandten Hilfsmitteln leicht weiter reichende Ergebnisse gewinnen lassen.

#### I. Fortpflanzung von Seilwellen.

Auf einem geradlinigen, gespannten Seil möge sich eine ebene Ausbuchtung mit konstanter Geschwindigkeit  $c$  ohne Änderung ihrer Form längs des Seiles fortpflanzen. Dabei sollen die Punkte des Seiles nur Bewegungen normal zur Seil-

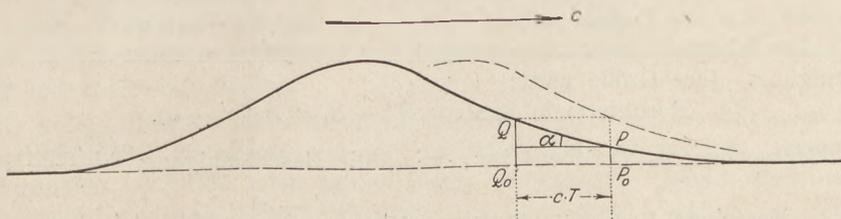


Fig. 1.

richtung ausführen. Die Form der Ausbuchtung sei derart gewählt, daß die Entfernungen der Seilpunkte von der Geraden und die Winkel zwischen den Kurventangenten und der Geraden klein bleiben. Wir untersuchen zuerst den Zusammenhang zwischen  $c$ , der Kurvenform und den Geschwindigkeiten und Beschleunigungen

eines Seilpunktes  $P$  (Fig. 1)<sup>1)</sup>.  $\tau$  sei ein kleines Zeitintervall,  $Q_0$  der um die Strecke  $c \cdot \tau$  rückwärts  $P_0$  liegende Punkt der Geraden. Dann wird der Punkt  $P$  während der Zeit  $\tau$  aus der Entfernung  $PP_0$  von der Geraden in die Entfernung  $QQ_0$  übergehen. Er legt also den Weg  $QQ_0 - PP_0 = c \cdot \tau \cdot \operatorname{tg} \alpha$  zurück. Demnach ist seine Geschwindigkeit  $v$

$$1) \quad v = c \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

In analoger Weise erhalten wir (Fig. 2) aus der Geschwindigkeit  $c \cdot \operatorname{tg} \alpha$  von  $P$  im betrachteten Augenblick und der Geschwindigkeit  $c \cdot \operatorname{tg} \alpha'$  nach  $\tau$  Sekunden.

$$\text{Beschleunigung} = \frac{c \operatorname{tg} \alpha' - c \operatorname{tg} \alpha}{\tau} = \frac{c (\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha)}{\tau}$$

Mit Rücksicht auf unsere Voraussetzung über die Form der Welle dürfen wir an Stelle der Tangenten die Winkel selber setzen und erhalten

$$\text{Beschleunigung} = \frac{c (\alpha' - \alpha)}{\tau}$$

Wir zeigen, daß eine Bewegung von der beschriebenen Art in einem gespannten Seile wirklich möglich ist, wenn  $c$  einen bestimmten von der Spannung  $S$  des Seiles und der Masse  $\mu$  pro Längeneinheit abhängigen Wert besitzt; wir zeigen mit anderen Worten, daß für einen bestimmten Wert von  $c$  die auf ein Teilchen

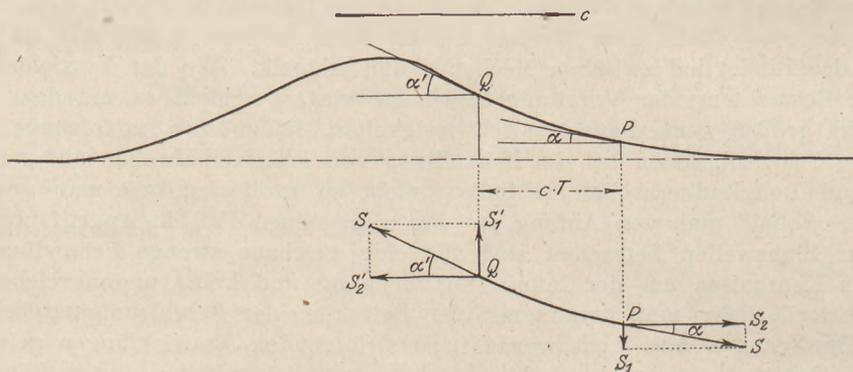


Fig. 2.

wirkende resultierende Kraft identisch ist mit dem Produkte Masse mal Beschleunigung und mit der Beschleunigung gleiche Richtung besitzt. Wir betrachten dazu wiederum das Teilchen  $PQ$  (Fig. 2). Um die Resultierende der beiden darauf wirkenden Kräfte  $S$  zu erhalten, zerlegen wir dieselben in Komponenten und benutzen die Voraussetzung, daß  $\alpha$  und  $\alpha'$  kleine Winkel sind. Es ist:

$$\begin{aligned} S_1 &= S \sin \alpha = S \cdot \alpha & S_2 &= S \cdot \cos \alpha = S \\ S_1' &= S \cdot \sin \alpha' = S \cdot \alpha' & S_2' &= S \cdot \cos \alpha = S \end{aligned}$$

Die Resultierende steht also normal zur Geraden; sie hat die Richtung der Beschleunigung. Ihre Größe wird:

$$\text{Resultierende Kraft} = S_1' - S_1 = S \cdot (\alpha' - \alpha).$$

Die Masse unseres Teilchens ist  $c \cdot \tau \cdot \mu$ , die Beschleunigung  $\frac{c (\alpha' - \alpha)}{\tau}$  also:

$$\text{Masse mal Beschleunigung} = c \cdot \tau \cdot \mu \cdot \frac{c (\alpha' - \alpha)}{\tau} = c^2 \cdot \mu \cdot (\alpha' - \alpha).$$

Die beiden Werte sind wirklich identisch, wenn  $S = c^2 \cdot \mu$  oder

$$2) \quad c = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$

<sup>1)</sup> Der Deutlichkeit halber sind in allen Figuren die Höhen größer gezeichnet, als unseren Annahmen über die Wellenform entspricht.

Führt der Anfangspunkt eines Seiles irgend eine periodische Bewegung mit der Schwingungsdauer  $T$  aus, so hat sich die Bewegung nach der Zeit  $T$  über die Strecke

$$3) \quad \lambda = c \cdot T$$

ausgebreitet und pflanzt sich in unveränderter Form fort. Dieser ersten Welle werden kongruente folgen, so daß auf dem Seil in irgend einem Augenblick kongruente Wellen hintereinander liegen. Alle Punkte führen dieselbe periodische Bewegung mit der Schwingungsdauer  $T$  aus. Doch beginnen die Punkte die Bewegung nicht gleichzeitig. Wir reden in diesem Fall von periodisch fortschreitenden Wellen und nennen  $\lambda$  die Wellenlänge. Führen wir an Stelle der Schwingungsdauer  $T$  die Zahl der Schwingungen in der Zeiteinheit  $n = \frac{1}{T}$  ein, so nimmt die Gleichung 3 die Form an

$$4) \quad c = n \cdot \lambda.$$

Die Gleichungen 3 und 4 gelten, wie ausdrücklich hervorgehoben sei, nicht nur für harmonische Schwingungen des Anfangspunktes, also nicht nur für fortschreitende Sinuswellen.

Für die Fortpflanzung von Seilwellen gilt das Prinzip der Superposition. Sind 2 Seilwellen gegeben, die sich auf demselben Seil in gleicher oder entgegengesetzter Richtung fortpflanzen, so erhält man eine weitere mögliche Bewegung des Seiles durch Zusammensetzen derselben. Für die zusammengesetzte Bewegung werden nämlich sowohl die Beschleunigungen, als auch die gegen die Gerade gerichteten resultierenden Kräfte die algebraischen Summen der entsprechenden Größen bei den Teilbewegungen und die Grundgesetze der Mechanik sind wieder erfüllt. Das Gesetz der Superposition gibt Gelegenheit, an Beispielen weitere Bewegungsvorgänge auf gespannten Seilen zu erklären. Es ist empfehlenswert, in der Schule als Wellenform einfache Ausbuchtungen und nicht periodische Wellen zu verwenden. Dadurch wird die zeichnerische Arbeit des Schülers vereinfacht und man zieht in ihm nicht das Vorurteil groß, daß in der Natur nur periodische Wellen vorkommen (vergl. Geräusche, Knall, Röntgenstrahlen). Man konstruiere z. B. für zwei kongruente, entgegengesetzt laufende Ausbuchtungen in gleichen zeitlichen Abständen die resultierende Seilform. Zeichnet man als Anfangsstellung diejenige, bei der beide Teilwellen sich decken, so erhält man Aufschluß über die Bewegung, falls irgend eine Stelle eines gespannten Seiles aus ihrer Ruhelage gebracht und hierauf losgelassen wird. Man erkennt, daß nach einer Reihe von Zwischenformen nach beiden Seiten kongruente Wellen weggehen, welche zur anfänglichen Ausbuchtung affin sind, welche nämlich gleiche Länge wie diese aber nur halb so große Höhe besitzen. Zwei entgegengesetzt laufende, zur Achse symmetrische Ausbuchtungen mit der symmetrischen Stellung als Ausgangslage beschreiben den Vorgang, wenn bei einem gespannten Seil zwei benachbarte Stellen gleichzeitig nach entgegengesetzten Seiten Anfangsgeschwindigkeiten erteilt werden. Die Bewegungen, die durch Superposition gleichlaufender Wellen entstehen, zeigen keine neuen Erscheinungen; es sind wieder nach der gleichen Richtung fortschreitende Wellen.

Wir untersuchen nunmehr die Kraft, welche erforderlich ist, um einen Seilpunkt eine vorgeschriebene Bewegung normal zur Seilrichtung zu erteilen. Dabei denken wir uns zunächst das Seil nach beiden Seiten unbegrenzt. Damit die entstehenden Wellen unseren Voraussetzungen genügen und Gleichung 2 gültig ist, müssen wir voraussetzen, daß der geführte Punkt sich nie weit von der Ruhelage entferne und daß seine Geschwindigkeit stets klein sei im Vergleich zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $c$  der Wellen. Im geführten Punkt  $P$  (Fig. 3) wird das Seil im allgemeinen eine Knickung aufweisen. Zur Führung des Punktes  $P$  ist eine Kraft erforderlich, welche gleiche Größe wie die Resultierende  $K$  der beiden Spannungen  $S$  besitzt und ihr entgegen gerichtet ist. Nennen wir die Geschwindigkeit des geführten Punktes  $v$ ,

so wird nach Gleichung 1  $v = c \operatorname{tg} \alpha$  und daher unter Berücksichtigung von Gleichung 2

$$K = 2 \cdot S \cdot \operatorname{tg} \alpha = 2 c^2 \mu \cdot \frac{v}{c} = (2 c \mu) \cdot v$$

$2 c \mu$  ist eine Konstante. Die zur Führung nötige Kraft ist also proportional der Geschwindigkeit des geführten Punktes und hat gleiche Richtung wie diese Geschwindigkeit. Wir können uns auch in der Form ausdrücken: Das Seil setzt der Bewegung eines Punktes einen Widerstand entgegen, welcher der Geschwindigkeit dieses Punktes proportional ist. Ist der Endpunkt eines Seiles normal zur Seilrichtung frei beweglich, so ist für seine Führung, wie man leicht erkennt, die Hälfte der vorhin berechneten Kraft erforderlich. Wir denken uns nun für den einen oder andern Fall im Punkte  $P$  einen Körper mit dem Seil verbunden, auf welchen eine gegen die Ruhelage gerichtete Kraft wirken mag, die proportional zum Abstand von der Ruhelage ist. Ohne das Seil würde also der Körper harmonische Schwingungen ausführen. Als Wirkung des Seiles tritt eine zweite Kraft, ein der Geschwindigkeit proportionaler Widerstand hinzu. Die Schwingungen des Körpers werden jetzt genau den gleichen Gesetzen folgen wie die elastischen Schwingungen bei Berücksichtigung des Luftwiderstandes; es sind gedämpfte Schwingungen. Die Dämpfung wird nach dem Vorhergehenden um so größer, je schwerer das Seil ist ( $\mu$ ) und je größer wir

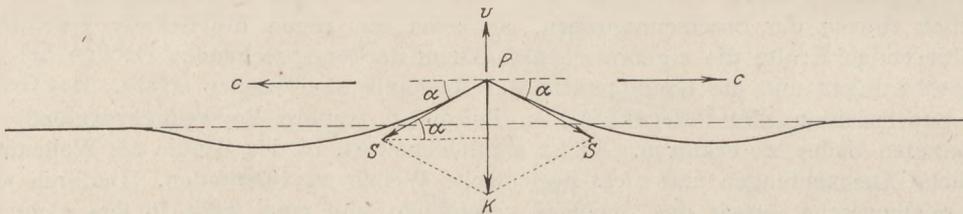


Fig. 3.

durch Vergrößerung der Spannung die Wellengeschwindigkeit  $c$  machen. Dieses Verhalten läßt sich leicht durch einen Versuch bestätigen. Ein Stahlstab werde 1 m über dem Boden so festgeklemmt, daß sein Endpunkt in einer horizontalen Geraden schwingen kann. An diesem Endpunkt befestigt man ein etwa 5 m langes Seil. Das andere Ende desselben hält man am Boden durch ein aufgelegtes größeres Gewichtsstück fest. Die letzten 2 m des Seiles sollen am Boden liegen, sodaß die Wellen durch Reibung ausgelöscht werden und keine Störungen durch das Auftreten von reflektierten Wellen vorkommen. Am Endpunkt des Stabes soll die Seilrichtung normal zur Schwingungsrichtung stehen (geeignete Größen sind beispielsweise für den Stab  $20 \times 4 \times 600$  mm und das Seil  $\mu = 40 \frac{\text{gr}}{\text{m}}$ ). Der Stab wird nach wenigen Schwingungen zur Ruhe kommen. Vergrößert man die schwingende Masse, indem man ein Gewicht am Stabe festschraubt, so kann man die Dämpfung verkleinern. Das Beispiel ist typisch für die Abgabe der Bewegung von einem festen Körper an die Umgebung, wenn in dem Körper Schwingungen erregt und er dann sich selbst überlassen wird. Es ist außerdem ein Analogon für die Emission elektromagnetischer Wellen.

Aus der Größe der Kraft, welche für die Führung eines Seilpunktes nötig ist, läßt sich auch die Größe der Arbeit berechnen, welche zur Erregung einer Welle aufgewendet werden muß. Wir denken uns den Fall, daß der Endpunkt  $P$  eines Seiles geführt werde (Fig. 4). Wir betrachten das einzelne Zeitintervall  $\tau$ , in welchem bei der Erregung die Welle von der Form I in die Form II übergeht. III stelle die Wellenform zu irgend einer späteren Zeit dar. Wir nennen die Geschwindigkeit des

geführten Punktes wieder  $v$ . Aus dem Weg  $QR = v \cdot \tau$  und der Größe  $\mu \cdot c \cdot v$  der zur Führung nötigen Kraft ergibt sich als Teilarbeit  $\mu \cdot c \cdot \tau \cdot v^2$  und für die ganze Welle

$$\text{Erregungsarbeit} = \sum (\mu c \tau v^2)$$

Dabei ist die Summation über alle Zeiteilchen während der Erregung zu erstrecken. Jedem Zeitintervall  $\tau$  während der Erregung entspricht aber ein Element  $Q'R'$  von

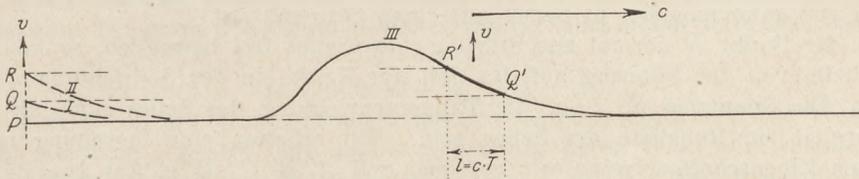


Fig. 4.

der Länge  $l = c \cdot \tau$  in der fertigen Welle, welches die gleiche Geschwindigkeit  $v$  besitzt, wie  $P$  bei der Erregung. Wir können also zur Berechnung unserer Summe auch in der fertigen Welle III summieren und erhalten:

$$\text{Erregungsarbeit} = \sum (\mu l v^2) = 2 \sum (1/2 [\mu l] v^2)$$

$1/2 (\mu \cdot l) v^2$  ist die lebendige Kraft des Teilchens  $Q'R'$ . Das Resultat lautet also

$$\text{Erregungsarbeit} = 2 \times \text{Lebendige Kraft der Welle.}$$

Die aufgewendete Arbeit wird demnach nur zur Hälfte in lebendige Kraft umgesetzt. Die andere Hälfte der zugeführten Energie erscheint bei der Ausbreitung der Welle in der potentiellen Energie, welche das deformierte Seil gegenüber dem ursprünglichen, geradlinigen Zustand besitzt. Beim Energietransport durch fortschreitende Seilwellen treten also die beiden Energieformen stets in gleichem Betrage verbunden auf. Wir haben hier ein Analogon zu den elektromagnetischen Wellen, bei denen die gesamte Energie auch zu gleichen Teilen auf zwei Energieformen verteilt ist.

## II. Reflexion und Brechung von Seilwellen.

Ein Seil  $AB$  (Fig. 5a) sei im Punkte  $B$  befestigt und gegen dieses Ende schreite eine Welle fort. Wir fragen nach dem Vorgang bei Ankunft der Welle in  $B$ . Es handelt sich darum, eine Bewegung zu finden, welche den Gesetzen der Mechanik

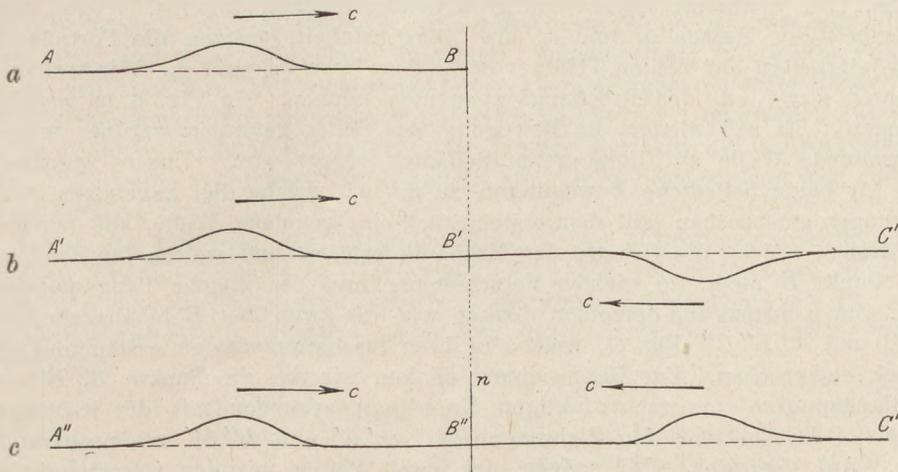


Fig. 5.

entspricht und den Punkt  $B$  stets in Ruhe läßt. Zur Konstruktion einer solchen Bewegung denken wir uns ein über  $B$  hinausreichendes Seil  $A'B'C'$  (Fig. 5 b), auf welchem sich zwei in bezug auf  $B'$  symmetrische Wellen gegeneinander bewegen. Bei der resultierenden Bewegung bleibt  $B'$  in Ruhe. Es ändert sich also nichts, wenn wir  $B'$  festhalten. Damit haben wir aber für  $A'B'$  eine Bewegung mit allen verlangten Eigenschaften erhalten. Trifft eine Seilwelle auf einen festgehaltenen Punkt, so wird sie also in der Weise reflektiert, daß die zurückkehrende Welle symmetrisch zur ankommenden in bezug auf einen Seilpunkt ist.

Ist der Punkt  $B$  normal zur Ruhelage des Seiles frei beweglich, so können an dieser Stelle von der Führung auf das Seil nur Kräfte in der Seilrichtung ausgeübt werden. Die Spannung  $S$ , d. h. die Tangentenrichtung des Seiles muß also in  $B$  stets parallel zur Ruhelage des Seiles sein. Wir erhalten eine Bewegung mit den verlangten Eigenschaften, wenn wir auf dem Seil  $A''B''C''$  (Fig. 5 c) zwei in bezug auf  $n$  normalsymmetrische Wellen sich gegeneinander bewegen lassen. Die Reflexion an einem frei beweglichen Ende erfolgt also derart, daß die zurückkehrende Welle symmetrisch zur ankommenden in bezug auf eine Normale zur Seilrichtung ist.

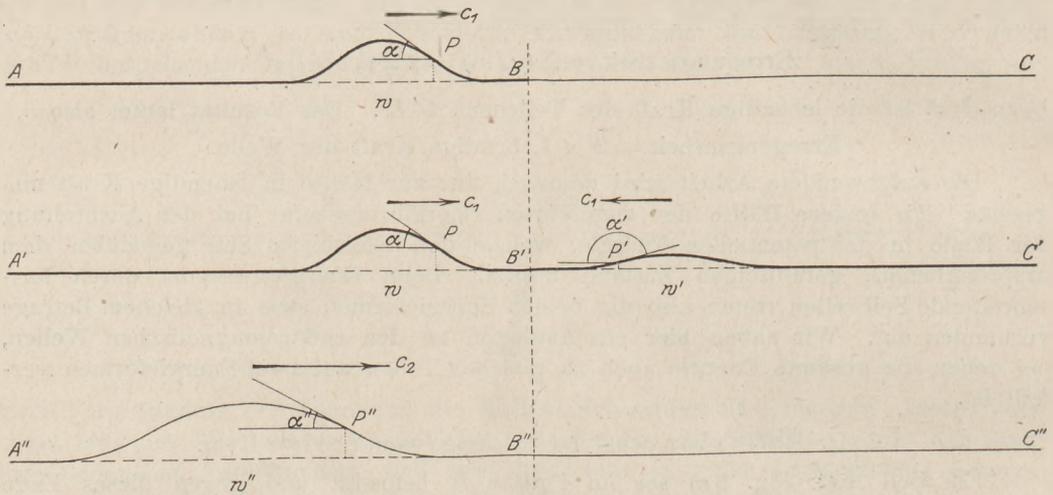


Fig. 6.

Das Seil möge ferner aus zwei verschiedenartigen Stücken  $AB$  und  $BC$  (Fig. 6) bestehen. Die Spannung ist notwendig in beiden Stücken dieselbe. Wegen der Verschiedenheit der Massen  $\mu_1$  und  $\mu_2$  pro Längeneinheit besitzen die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten auf beiden Teilen verschiedene Werte  $c_1$  und  $c_2$ . Wir wollen ihren Quotienten  $n = c_1 : c_2$  den Brechungsexponenten nennen. (In Fig. 6 ist  $n = 1/2$  angenommen). Es soll wieder die Bewegung des Seiles gefunden werden, wenn eine fortschreitende Welle auf dem ersten Seilstück erregt wird. Unsere Aufgabe geht dahin, für beide Seilstücke Bewegungen zu finden, welche den gegebenen Anfangsbedingungen entsprechen (auf dem ersten Stück eine gegebene Welle, auf dem zweiten Stück Ruhe), welche die Gesetze der Mechanik erfüllen und welche für den gemeinsamen Punkt  $B$  stets die gleiche Verschiebung und die gleiche Tangentenrichtung liefern. Zur Konstruktion derselben denken wir uns zwei über  $B$  hinausgehende Seile  $A'B'C'$  und  $A''B''C''$  (Fig. 6), welche in ihrer Beschaffenheit dem ersten und zweiten Seilstück entsprechen. Zur Beschreibung denken wir uns die Punkte  $B$ ,  $B'$  und  $B''$  als Anfangspunkte von rechtwinkligen Koordinatensystemen mit der Ruhelage der Seile als  $x$  Achsen und den Richtungen  $BC$ ,  $B'C'$  und  $B''C''$  als positiven Richtungen. Auf dem Seil  $A'C'$  mögen sich zwei Wellen mit der Geschwindigkeit  $c_1$  bewegen, die gegebene Welle  $w$  in positiver und eine Welle  $w'$  in negativer Richtung.

Bedeutet  $k'$  eine Konstante, deren Wert wir noch offen lassen, so soll jedem Punkt  $P(x, y)$  von  $w$  ein Punkt  $P'(x', y')$  von  $w'$  in der Weise entsprechen, daß

$$5) \quad x' = -x \quad y' = y \cdot k'.$$

Dann besteht für die Tangenten der Neigungswinkel der Zusammenhang

$$5') \quad \operatorname{tg} \alpha' = -k' \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Wir betrachten die Bewegung, welche durch Superposition von  $w$  und  $w'$  entsteht. Entsprechende Punkte der Wellen  $w$  und  $w'$  treffen gleichzeitig in  $B'$  ein. Ordinate und Tangente des Neigungswinkels von  $B'$  sind daher in diesem Augenblick

$$y + y' = y \cdot (1 + k') \\ \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha' = \operatorname{tg} \alpha \cdot (1 - k').$$

Auf dem Seil  $A''C''$  bewege sich mit der Geschwindigkeit  $c_2$  eine Welle  $w''$  in positiver Richtung.  $k''$  sei eine zweite Konstante, deren Wert wir ebenfalls offen lassen. Jedem Punkt  $P(x, y)$  von  $w$  soll ein Punkt  $P''(x'', y'')$  derart entsprechen, daß

$$6) \quad x'' = \frac{1}{n} \cdot x \quad y'' = k'' \cdot y$$

Damit wird

$$6') \quad \operatorname{tg} \alpha'' = n \cdot k'' \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Bei der Bewegung dieser Welle auf  $A''C''$  trifft der Punkt  $P''$  im gleichen Moment in  $B''$  ein, in welchem  $P$  und  $P'$  nach  $B'$  gelangen. Ordinate und Tangente des Neigungswinkels von  $B''$  sind also für diesen Augenblick durch 6 und 6' gegeben. Unsere Forderung geht dahin, daß Ordinate und Neigungswinkel der Punkte  $B'$  und  $B''$  beständig übereinstimmen. Wir genügen dieser Forderung, wenn wir erreichen können, daß

$$k'' = 1 + k' \quad nk'' = 1 - k'.$$

Diese Gleichungen lassen sich aber durch entsprechende Wahl der Konstanten  $k'$  und  $k''$  stets erfüllen. Sie liefern:

$$7) \quad k' = \frac{1-n}{1+n} \quad k'' = \frac{2}{1+n}.$$

Damit haben wir für  $A'B'$  und  $B''C''$  Bewegungen gefunden, welche alle Bedingungen erfüllen. Die vollständige Beschreibung des Zusammenhanges zwischen der auftreffenden Welle  $w$ , der „reflektierten“ Welle  $w'$  und der „gebrochenen“ Welle  $w''$  wird durch die Gleichungen 5, 6 und 7 gegeben. Die gebrochene Welle ist gleichsinnig affin zur auftreffenden. Ihre Ordinaten haben stets gleiches Vorzeichen wie diejenigen der auftreffenden. Sie sind kleiner als diese, wenn  $n > 1$ , also das zweite Seil schwerer als das erste, dagegen größer als diese, wenn  $n < 1$ , also das zweite Seil leichter als das erste ist. Die reflektierte Welle ist ebenfalls affin zur auftreffenden, und zwar gleichsinnig im ersten, ungleichsinnig im zweiten Fall. Dem Betrage nach sind ihre Ordinaten stets kleiner als diejenigen der auftreffenden Welle. Das Vorzeichen der Ordinaten wechselt im ersten Fall ( $n > 1$ ); im zweiten Fall ( $n < 1$ ) bleibt es erhalten. Für  $n = 1$  zeigen auch unsere Formeln das selbstverständliche Resultat, daß keine reflektierte Welle auftritt und die gebrochene mit der auftreffenden identisch ist.

Es ist von Interesse, die lebendige Kraft  $L$  der auftreffenden Welle mit den lebendigen Kräften  $L'$  und  $L''$  der reflektierten und gebrochenen zu vergleichen. Nennen wir die Geschwindigkeit von  $P$   $v$ , so werden diejenigen von  $P'$  und  $P''$ , deren Ordinaten sich in gleichen Zeiten um das  $k'$ -fache bzw.  $k''$ -fache derjenigen von  $P$  ändern

$$v' = v \cdot k' \quad v'' = v \cdot k''.$$

Ferner folgt aus  $n = c_1 : c_2 = \sqrt{\mu_2 : \mu_1}$   $\mu_2 = n^2 \cdot \mu_1$ . Berücksichtigt man noch, daß die Längen in der Welle  $w'$  gleich wie in  $w$ , in der Welle  $w''$  dagegen  $n$ -mal kleiner sind, so erhält man:

$$L' = L \cdot k'^2 = L \cdot \left( \frac{1-n}{1+n} \right)^2$$

$$L'' = L \cdot k''^2 \cdot n^2 \cdot \frac{1}{n} = L \cdot \frac{4n}{(1+n)^2}$$

Diese Ausdrücke liefern

$$2L' + 2L'' = 2L.$$

Die gesamte Energie der reflektierten und der gebrochenen Welle ist also, wie zu erwarten war, gleich groß wie die Energie der auftreffenden Welle. Die Werte

$$[L'] = \left( \frac{1-n}{1+n} \right)^2 \quad [L''] = \frac{4n}{(1+n)^2}$$

haben für  $n = c_1 : c_2$  und  $n = c_2 : c_1$  den gleichen Wert. Beim Übergang vom zweiten auf das erste Seil verteilt sich also die Energie in gleicher Weise auf die reflektierte und die gebrochene Welle, wie beim Übergang vom ersten Seil auf das zweite. Eine Übersicht über die Höhen der reflektierten und gebrochenen Wellen (die Werte  $k'$

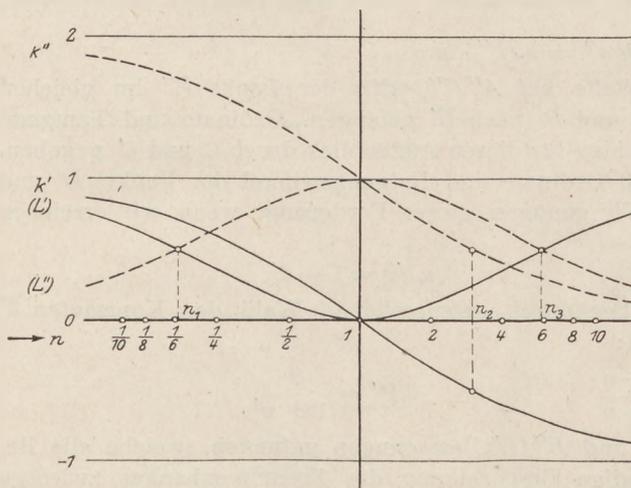


Fig. 7.

und  $k''$ ) und ihre Energie im Vergleich zur auftreffenden (die Werte  $[L']$  und  $[L'']$ ) gibt die graphische Darstellung Fig. 7. Als Abszisse ist dabei  $\log n$  aufgetragen, um die Symmetrie für den Übergang vom ersten zum zweiten und vom zweiten zum ersten Seil besser hervortreten zu lassen. Diesen zwei Übergängen entsprechen reziproke Werte von  $n$ .

Die Erscheinungen der Reflexion bei festem und frei beweglichem Ende lassen sich bekanntlich mit einem weichen Seil oder einem Gummischlauch untersuchen. Auch die Resultate über die Brechung von Wellen lassen sich auf diesem Wege

zeigen. Man verwendet dazu ein recht langes Seil und binde auf einem Endstück desselben einen  $2\frac{1}{2}$ –3 m langen Gummischlauch fest. Das beschwerte Ende des Seiles hänge man ziemlich hoch an einem festen Punkte auf und lasse beim Versuch das Seil stark durchhängen, da wegen der zu großen Fortpflanzungsgeschwindigkeit andernfalls der Vorgang zu rasch abläuft. Vom leichteren Ende her schicke man hierauf eine Welle, eine Ausbuchtung von gegen 1 m Länge über das Seil weg. Von der Grenzstelle der Stücke her wird eine reflektierte Welle zurückkommen. Die gebrochene Welle bewegt sich auf dem schweren Seilstück bis an den festen Punkt, wird dort reflektiert, kommt zur Grenzstelle zurück und schickt auf das leichtere Seil abermals eine gebrochene Welle. Der Vorgang verläuft natürlich so rasch, daß nicht alle Einzelheiten gleichzeitig erkannt werden können. Am auffälligsten und deshalb am leichtesten zu beobachten ist das Zurückkommen von zwei Wellen auf dem leichten Seilstück. Bei kleinen Unterschieden in der Längendichte beider Seilstücke besitzt die erste dieser Wellen die kleinere Amplitude. Gleiche Amplituden (0,618 von derjenigen der auftreffenden Welle) würden sie bei Abwesenheit von Reibungsverlusten erst für  $n = 4,236$ , also  $\mu_2 = 17,95 \mu_1$  annehmen. Doch ist die Erscheinung schon für  $\mu_2 = 4 \mu_1$  deutlich zu beobachten.

Konstruiert man für Reflexion und Brechung durch Superposition der Einzelwellen die Reihe der aufeinanderfolgenden Seilformen, so erhält man Aufschluß über

die Vorgänge während der Reflexion und Brechung selbst, die sich infolge ihres raschen Verlaufes der Beobachtung bei den Versuchen entziehen. Erst derartige Konstruktionen führen zu einem anschaulichen Begreifen der Vorgänge; sie verhindern, daß die gefundenen Ergebnisse einfach „Rechnungsergebnisse“ bleiben. Als Beispiel zeigt Fig. 8 die Hauptformen bei der Reflexion und Brechung an einer Übergangsstelle von einem schweren zu einem leichten Seilstück. Hat die heranrückende Welle statt der Teile des schweren

nur noch solche des leichten Seiles zu heben, so erreichen diese Teile viel größere Geschwindigkeiten und der Wellenberg erhebt sich infolgedessen über seine ursprüngliche Höhe hinaus. Dadurch werden alle Krümmungen verstärkt und damit auch die resultierenden Kräfte, welche die einzelnen Seilstücke bewegen. Am rückwärtigen Ende des Wellenberges verzögern die nach außen wirkenden Kräfte die Bewegung der Teilchen nicht mehr nur derart, daß sie in der ursprünglichen Geraden zur Ruhe kommen; sie kehren vielmehr die Bewegungsrichtung der Teilchen um, so daß die ganze Welle hier ihre Bewegungsrichtung ändert. An der Übergangsstelle selbst erreichen die nach innen gerichteten Kräfte den größten Wert und treiben die anliegenden Teile des Seiles rasch gegen die Gerade zurück, so daß eine Einbuchtung die reflektierte und die gebrochene Welle immer mehr voneinander trennt. Wird hier das Seil wieder konkav nach außen, so wirken auch die resultierenden Kräfte wieder nach außen und verzögern die Bewegung derart, daß die Seilstücke in der ursprünglichen Geraden zur Ruhe kommen.

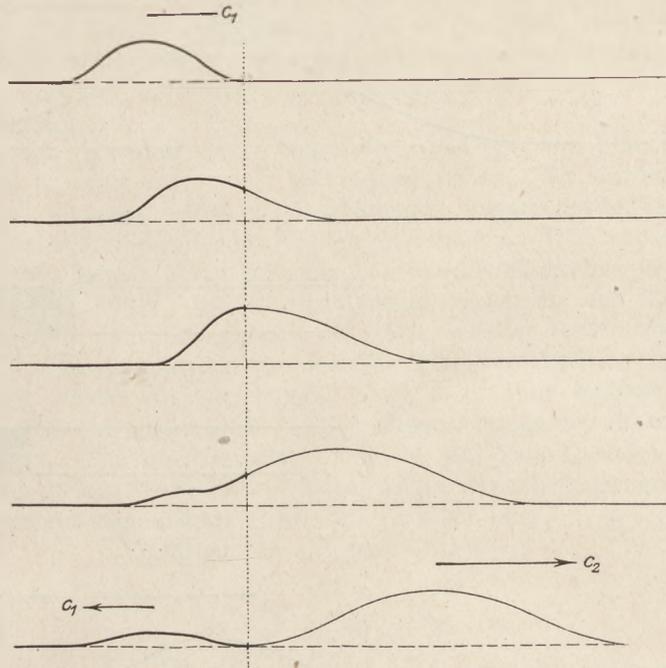


Fig. 8.

stelle selbst erreichen die nach innen gerichteten Kräfte den größten Wert und treiben die anliegenden Teile des Seiles rasch gegen die Gerade zurück, so daß eine Einbuchtung die reflektierte und die gebrochene Welle immer mehr voneinander trennt. Wird hier das Seil wieder konkav nach außen, so wirken auch die resultierenden Kräfte wieder nach außen und verzögern die Bewegung derart, daß die Seilstücke in der ursprünglichen Geraden zur Ruhe kommen.

### III. Longitudinalwellen in Stäben.

Wir gehen von einer Transversalwelle aus, die auf einem Seile von links nach rechts fortschreiten mag (Fig. 9). Die einzelnen Punkte des Seiles bewegen sich dabei in Bahnen normal zur Ruhelage. Lassen wir die Punkte genau die gleiche Bewegung in der Längsrichtung des Seiles ausführen, so daß an Stelle von Verschiebungen nach oben und unten solche nach rechts und links treten, so erhalten wir eine Bewegung, die wir fortschreitende Longitudinalwelle nennen. Wir wollen die ursprüngliche Bewegung die der Longitudinalwelle entsprechende Transversalwelle nennen. Es soll gezeigt werden, daß Longitudinalwellen in elastischen Stäben möglich sind, wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $c$  einen bestimmten, vom Elastizitätskoeffizienten  $E$  und der Dichte  $d$  (Masse der Volumeneinheit) abhängigen Wert besitzt.

Die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen in der Longitudinalwelle sind genau die gleichen, wie in der entsprechenden Transversalwelle. Wir haben also

nur noch die Kräfte zu untersuchen. Das Teilchen  $P_0 Q_0$  mit der ursprünglichen Länge  $l_0$  hat in der Welle eine andere Länge  $l$  angenommen, und zwar ist:

$$l = l_0 + PP_0 - QQ_0 = l_0 - (QQ_0 - PP_0) = l_0 - l_0 \operatorname{tg} \alpha.$$

Wir haben also eine Verkürzung um  $l_0 \operatorname{tg} \alpha$  oder eine Verkürzung pro Längeneinheit im Betrage  $\operatorname{tg} \alpha$ . Dieser Verkürzung entspricht beim Querschnitt  $q$  ein Druck von der Größe  $\operatorname{tg} \alpha \cdot q \cdot E$ . Wir betrachten nun wie früher bei der Transversalwelle ein

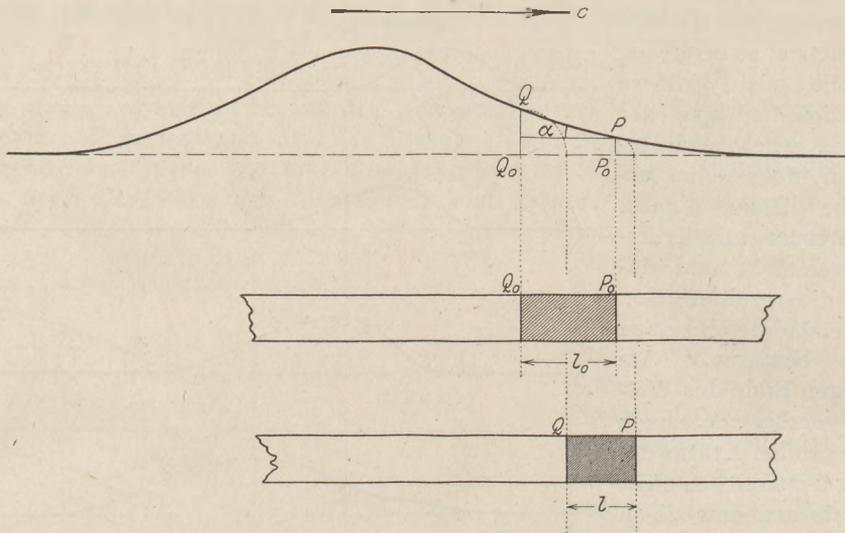


Fig. 9.

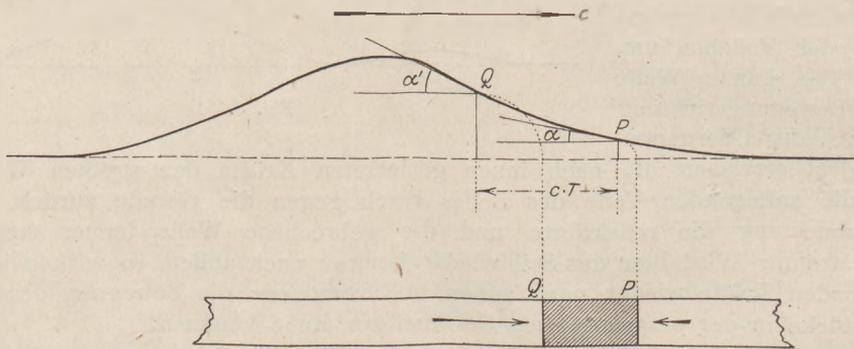


Fig. 10.

Teilchen des Stabes, welches im Ruhezustand die Länge  $P_0 Q_0 = c \cdot \tau$  besitzt (Fig. 10), wobei  $\tau$  ein kleines Zeitintervall bedeutet. Die nach rechts positiv gerechnete Resultierende der von den beiden Nachbarteilchen ausgeübten Kräfte wird die Größe

$$q \cdot E \cdot (\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha)$$

besitzen. Die Masse ist  $c \cdot \tau \cdot q \cdot d$ , die ebenfalls nach rechts positiv gerechnete Beschleunigung nach früherem  $\frac{1}{\tau} \cdot c \cdot (\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha)$ . Also hat das Produkt Masse mal Beschleunigung den Wert

$$c \tau q \cdot d \cdot \frac{c (\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha)}{\tau} = c^2 q d \cdot (\operatorname{tg} \alpha' - \operatorname{tg} \alpha).$$

Dieser Wert ist identisch mit der wirkenden Kraft, wenn  $E = c^2 d$  oder

$$8) \quad c = \sqrt{\frac{E}{d}}$$

und in diesem Falle ist also die Bewegung in Übereinstimmung mit den Gesetzen der Mechanik.

Die weiteren Entwicklungen über Transversalwellen lassen sich ohne Änderung auf die Longitudinalwellen übertragen. Ebenso können wir zeigen, daß die Reflexion an einem festen oder frei beweglichen Ende in gleicher Weise, wie bei den Transversalwellen erfolgt. Eine Longitudinalwelle möge gegen ein solches Ende fortschreiten. Dann lautet die Grenzbedingung im ersten Fall, daß die Endfläche stets ruhig sei. Im zweiten Fall muß die Kraft  $E \cdot q \cdot \operatorname{tg} \alpha = 0$ , also  $\alpha = 0$  sein. Für die entsprechende Transversalwelle gibt das die Bedingungen, daß ihr Endpunkt in Ruhe bleibe und daß die Endtangente stets parallel zur Längsrichtung des Seiles stehe. Das sind die gleichen Bedingungen, die wir schon früher betrachtet haben, und daher übertragen sich auch alle Resultate.

Wir betrachten nunmehr das Verhalten einer Longitudinalwelle bei zwei Stäben mit gleicher Längsachse, deren Endflächen in fester Verbindung stehen. Wir werden wie bei den Transversalwellen versuchen, eine den Bedingungen entsprechende Bewegung durch Superposition dreier fortschreitender Wellen zu erhalten. Wir wollen voraussetzen, daß die Querschnitte beider Stäbe  $q$  seien. Die Geschwindigkeiten der Wellen auf beiden Stäben seien  $c_1$  und  $c_2$ , die Elastizitätskoeffizienten  $E_1$  und  $E_2$ , die Dichten  $d_1$  und  $d_2$ , so daß  $c_1^2 d_1 = E_1$  und  $c_2^2 d_2 = E_2$ . Wir behalten ferner alle Bezeichnungen bei, die wir beim entsprechenden Problem für Transversalwellen eingeführt haben. Dann bestehen wieder die Gleichungen 5, 5', 6, 6'; nur bedeuten jetzt  $y$ ,  $y'$ ,  $y''$  die Verschiebungen der Querschnitte in der Längsrichtung der Stäbe,  $\operatorname{tg} \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha'$ ,  $\operatorname{tg} \alpha''$  ihre Dehnungen. Für die Grenzfläche müssen die Verschiebungen und die Kräfte in beiden Stäben gleiche Werte haben. Diese beiden Grenzbedingungen sind erfüllt, wenn für zusammengehörige Punkte  $P$ ,  $P'$ ,  $P''$  (s. Fig. 6)

$$y'' = y + y' \qquad q E_2 \operatorname{tg} \alpha'' = q E_1 (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha')$$

das heißt, wenn

$$k'' = 1 + k' \qquad \left( \frac{c_1 E_2}{c_2 E_1} \right) k'' = 1 - k'$$

Die beiden Gleichungen unterscheiden sich von den früheren nur dadurch, daß an Stelle von  $n = c_1 : c_2$  der Wert

$$n^* = \frac{c_1 E_2}{c_2 E_1} = \frac{d_2 c_2}{d_1 c_1} = \sqrt{\frac{d_2 E_2}{d_1 E_1}}$$

tritt<sup>1)</sup>. Es läßt sich also auch hier durch Superposition der drei Wellen eine Bewegung finden, welche allen Bedingungen genügt und die frühesten Resultate für  $k'$  und  $k''$  (Gleichung 7) bleiben bestehen, wenn man den nur von den Geschwindigkeiten abhängigen Wert  $n$  durch  $n^*$  ersetzt. Im Gegensatz zu den Transversalwellen hängt die Art, wie sich eine Longitudinalwelle an einer Grenzfläche teilt, nicht nur von den Geschwindigkeiten der Wellen, sondern auch von den Dichten der Körper ab. Daraus erklärt sich, daß Longitudinalwellen von Gasen auf feste Körper und umgekehrt nur unmerklich übergehen, und daß sich Schallwellen durch eine kleine Öffnung in einer Wand viel stärker als durch die Wand selbst fortpflanzen. Sehr deutlich läßt sich dieses Verhalten bei einem Bade beobachten. Die Geräusche, die man wahrnimmt, sind ganz verschieden, wenn sich die Ohren über oder unter der Wasseroberfläche befinden. Über Wasser hören wir nur diejenigen, welche durch die Luft fortgepflanzt werden, unter Wasser nur diejenigen, welche sich in den festen Körpern und dem Wasser ausbreiten. Zur Erläuterung diene folgendes Zahlbeispiel.

Für Luft und Wasser setzen wir  $c_1 = 341 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$   $d_1 = 0,001217 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$  (Luft von 16° Temperatur, 50% Feuchtigkeit und 760 mm Druck),  $c_2 = 1435 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$   $d_2 = 1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ . Dann

<sup>1)</sup> Für verschiedene Querschnitte  $q_1$  und  $q_2$  würde noch der Faktor  $q_2 : q_1$  hinzukommen.

liefern unsere Formeln für den Übergang von Luft in Wasser:

$$n^* = 3458 \quad k' = -\frac{1728}{1729} \quad k'' = \frac{1}{1729} \quad L' = \frac{864}{865} \cdot L \quad L'' = \frac{1}{865} \cdot L.$$

Für den Übergang von Wasser in Luft wird:

$$n^* = \frac{1}{3458} \quad k' = \frac{1728}{1729} \quad k'' = 1 \frac{1728}{1729}.$$

Die Ausdrücke für  $L'$  und  $L''$  sind die gleichen wie vorhin.

#### IV. Schwingungen von Saiten.

Auf einem unbegrenzten gespannten Seil möge sich eine periodische Welle nach der einen Seite und eine in bezug auf einen Punkt  $M_0$  dazu symmetrisch nach der andern Seite fortpflanzen (Fig. 11). Dann sind die Wellen im betrachteten Augenblick auch symmetrisch für alle Punkte  $M_1, M_2, \dots, M_1', M_2', \dots$ , welche von  $M_0$  um irgend ein Vielfaches der halben Wellenlänge abstehen. Alle diese Punkte behalten ihre Eigenschaft als Symmetriezentren während der ganzen Bewegung bei, da einer Verschiebung der einen Welle nach rechts eine Verschiebung der andern um die gleiche Strecke nach links entspricht. Infolgedessen sind die Ordinaten beider Wellen in diesen Punkten stets entgegengesetzt. Für die durch Superposition ent-

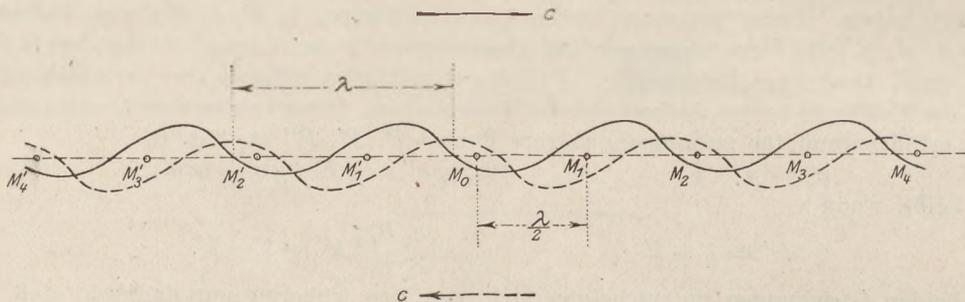


Fig. 11.

stehende Bewegung bleiben die Punkte also in Ruhe. Zwischen zwei Zeitpunkten, die um die Schwingungsdauer  $T$  aneinanderliegen, haben sich ferner beide Teilwellen um die Strecke  $\lambda$  verschoben. Die Lage und die Geschwindigkeit der Seilpunkte zu diesen beiden Zeiten ist also für die Teilwellen und daher auch für die zusammengesetzte Bewegung genau dieselbe. Die zusammengesetzte Bewegung ist daher eine periodische mit der Schwingungsdauer  $T$ , bei welcher eine Reihe von Punkten in

Abständen  $\frac{\lambda}{2}$  in Ruhe bleiben. Wir nennen eine Bewegung mit diesen beiden cha-

rakteristischen Eigenschaften eine stehende Welle oder Schwingung und die ruhig bleibenden Punkte Knotenpunkte. Da wir durch Wahl der Schwingungsdauer  $T$  der Wellenlänge  $\lambda$  jeden beliebigen Wert geben können, sind Schwingungen mit beliebigen Abständen zwischen den Knoten möglich. Da die Knoten in Ruhe bleiben, können wir das Seil an zwei Knotenpunkten festhalten, ohne die Bewegung zu stören. Wir haben damit schwingende Bewegungen eines beiderseits eingespannten Seiles, einer Saite gefunden. Unsere Formeln gestatten uns, die Schwingungszahl  $n$  einer solchen Saite zu berechnen, wenn ihre Länge  $l$ , die Spannung  $S$ , das Gewicht  $\mu$  pro Längeneinheit und die Zahl der Knoten zwischen den Befestigungsstellen, mit anderen Worten die Zahl  $k$  der Abteilungen, in denen die Saite schwingt, gegeben sind. Für die Unbekannten  $\lambda, n, c$  liefern die Gleichungen 2) und 4)

$$c = \sqrt{\frac{S}{\mu}} \quad c = n \cdot \lambda$$

und ferner ist nach unseren Voraussetzungen

$$l = k \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

Daraus folgt

$$9) \quad n = \frac{c}{\lambda} = \frac{k}{2l} \sqrt{\frac{S}{\mu}}$$

Setzt man entsprechend Gleichung 8  $c = \sqrt{\frac{E}{d}}$ , so erhält man die entsprechende Formel für Longitudinalschwingungen in Stäben.

Besonders einfach wird die Schwingung, welche aus zwei in entgegengesetzter Richtung fortschreitenden, kongruenten Sinuswellen entsteht. Bei ihr werden die periodischen Bewegungen aller Punkte harmonische Schwingungen, deren Phasen übereinstimmen. Infolgedessen gehen alle Teile gleichzeitig durch die Ruhelage und die Saite ist in diesem Augenblick geradlinig. Ferner erreichen die schwingenden Punkte gleichzeitig ihre größten Entfernungen von der Ruhelage, und die Saite ist in diesem Augenblick als Ganzes in Ruhe. Schwingungen dieser Art nennen wir bei Saiten und auch anderen schwingenden Systemen „einfache Schwingungen“. Oft werden „einfache Schwingungen“ und „Schwingungen“ nicht klar auseinandergehalten und es entsteht der Eindruck, als ob bei Naturvorgängen einfache Schwingungen vorherrschen. Doch ist gerade das Gegenteil richtig. Man bewahrt die Schüler vor unrichtigen Vorstellungen, wenn man von Anfang an für eine unsymmetrische Form der erzeugenden Welle die zugehörigen Formen der schwingenden Saite konstruieren läßt<sup>1)</sup>. Auch die Konstruktion der Seilformen, wenn die Schwingung aus Grundton und erstem Oberton bei verschiedenen Phasendifferenzen besteht, kann diesem Zwecke dienen. Man darf sich dabei aber nicht auf die Konstruktion einer einzelnen Form der Saite beschränken, sondern muß die Bewegung während einer halben Schwingung verfolgen. Ich möchte vor einer zu frühzeitigen Beschränkung auf Sinuswellen warnen, weil sonst leicht einseitige Vorstellungen über den Begriff eines periodischen Vorganges entstehen, die sich später schwer ausrotten lassen. Wichtig wird die Zusammensetzung einer Schwingung aus einfachen Schwingungen erst bei Betrachtung von Resonanzerscheinungen, z. B. bei der HELMHOLTZschen Theorie der Analyse von Klängen durch das Ohr. Daß eine Saite unendlich viele Schwingungsformen bei gleicher Schwingungszahl besitzen, daß also die Klangfarbe bei gleicher Tonhöhe verschieden sein kann, ist aus unseren Konstruktionen auch ohne Erwähnung der einfachen Schwingungen ersichtlich,

Wir haben bisher nur die Möglichkeit schwingender Bewegungen auf Saiten, ihre Übereinstimmung mit den Gesetzen der Mechanik nachgewiesen. Wirklich hervorgerufen lassen sich solche Bewegungen in der Weise, daß wir das eine Ende einer Saite einspannen und das andere einige Zeit irgendwie bewegen und nachher festhalten. Wegen der aufeinander folgenden Reflexionen ist die Bewegung des Seiles von diesem Augenblick an Resultierende aus zwei entgegengesetzt verlaufenden, periodischen, kongruenten Wellen, wie wir sie zu Anfang des Abschnittes betrachtet haben. Eine andere Form der Erregung besteht darin, daß wir die Saite aus ihrer Ruhelage bringen und loslassen oder daß wir ihren Punkten Anfangsgeschwindigkeiten erteilen. Die nähere Untersuchung dieser beiden Erregungsarten wird uns auch eine Frage beantworten, die wir bisher offen gelassen haben. Wir haben noch nicht gezeigt, daß bei jeder Anfangslage und jeder Verteilung der Anfangsgeschwindigkeiten auf einer an zwei Punkten eingespannten Saite wirklich immer Schwingungen auftreten. Ferner steht, auch wenn Schwingungen vorkommen sollten, nicht zum Vorneherein fest, daß sich dieselben durch Superposition gegeneinanderlaufender, periodischer, fortschreitender Wellen darstellen lassen und dies also für die Schwingungs-

<sup>1)</sup> Vergl. Fr. Poske, Oberstufe der Naturlehre. Fig. 216.

zahl  $n$  die abgeleitete Formel 9 gilt. Wir können diese Lücke in unseren Betrachtungen ausfüllen, wenn wir voraussetzen dürfen, daß zu gegebener Anfangslage und gegebenen Anfangsgeschwindigkeiten ein eindeutig bestimmter Verlauf der Bewegung gehöre.

$A$  und  $B$  (Fig. 12) mögen die Endpunkte der Saite sein; die Kurve  $k_1$  gebe die Anfangslage an. Wir konstruieren eine dazu affine Kurve  $k_1'$  mit halb so großen Ordinaten, die wir auf gedachten Verlängerungen der Saite punktsymmetrisch zu  $A$  und  $B$  fortsetzen. Diese Kurve besitzt dann die Punkte  $ABCD\dots C'D'\dots$  zu Symmetriezentren. Lassen wir zwei Wellen, beide von der Form  $k_1'$ , mit der gezeichneten Lage als Anfangslage in entgegengesetztem Sinn sich bewegen, so erhalten wir eine stehende Welle, für welche unsere Formel die Schwingungszahl liefert. Dieselbe ergibt zu Beginn der Bewegung die verlangte Anfangslage der Saite, aber für alle Punkte die Anfangsgeschwindigkeit 0.

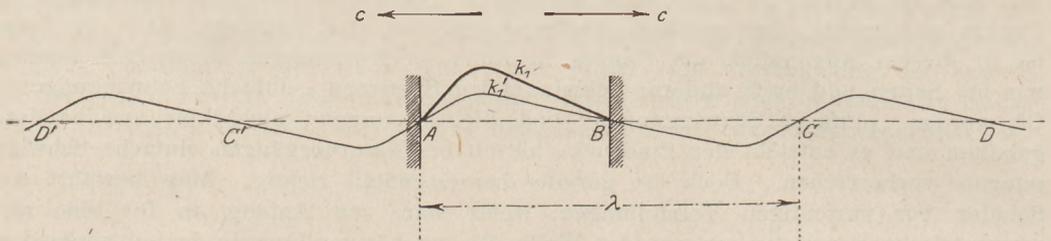


Fig. 12.

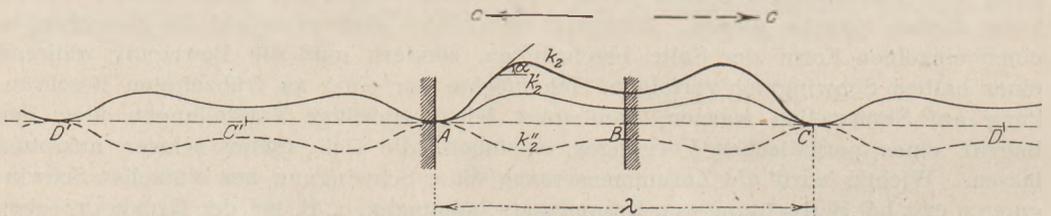


Fig. 13.

Es sei  $v$  die gegebene Anfangsgeschwindigkeit für eine Stelle zwischen  $A$  und  $B$  (Fig 13) und  $c = \sqrt{\frac{S}{\mu}}$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit auf unserer Seite. Dann konstruieren wir zwischen  $A$  und  $B$  von  $A$  aus eine Kurve  $k_2$ , bei welcher an jeder Stelle  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{c}$  (also im wesentlichen die Integralkurve der Anfangsgeschwindigkeiten). Da die Anfangsgeschwindigkeiten in  $A$  und  $B$  den Wert 0 besitzen, hat die Kurve in  $A$  und  $B$  horizontale Tangenten. Wir ergänzen sie über  $B$  hinaus durch den symmetrischen Zweig  $BC$ .  $k_2'$  mag die affine Kurve zu  $k_2$ , mit halb so großen Ordinaten sein, die wir nach beiden Seiten periodisch fortsetzen.  $k_2''$  sei die axial-symmetrische Kurve zu  $k_2$ .  $k_2'$  und  $k_2''$  sind dann punktsymmetrisch in Bezug auf alle Punkte  $ABCD\dots C'D'\dots$ . Bewegt sich die Welle  $k_2'$  mit der Geschwindigkeit  $c$  nach links,  $k_2''$  mit der gleichen Geschwindigkeit nach rechts, so entsteht durch Superposition eine Schwingung von gleicher Schwingungszahl wie im vorhergehenden Fall, da Geschwindigkeit und Wellenlänge den gleichen Wert haben. Zu Beginn der Bewegung sind alle Ordinaten 0 und alle Geschwindigkeiten haben die verlangten Anfangswerte. Setzen wir die beiden Schwingungen zusammen, die wir erhalten haben, so ergibt sich eine resultierende Schwingung, welche alle Anfangsbedingungen erfüllt. Dieselbe läßt sich ferner nach unserer Ableitung durch zwei fortschreitende

periodische Wellen von entgegengesetzter Bewegungsrichtung darstellen, so daß die Schwingungszahl durch Gleichung 9 bestimmt ist; dabei wird im allgemeinen  $k = 1$  sein. Diese Betrachtungen lassen sich nicht nur für die an zwei Punkten eingespannte Saite durchführen. Auch für ein beiderseits unbegrenztes Seil findet man auf diesem Wege die zu beliebigen Anfangsbedingungen gehörende Bewegung.

Wir haben mit unseren einfachen Hilfsmitteln sehr allgemeine Integrale der Differentialgleichung

$$\frac{\delta^2 y}{\delta t^2} = a \cdot \frac{\delta^2 y}{\delta x^2}$$

der schwingenden Saite erhalten. Daß wir nicht weiter gelangen können und namentlich den Beweis der Eindeutigkeit der Lösungen schuldig bleiben müssen, hat einen tieferen Grund. Wir machten nur von dem Begriff des Differentialquotienten Gebrauch. Wir untersuchten gegebene Bewegungen, schlossen von den Bewegungen auf die Beschleunigungen und wiesen nach, daß die Grundgesetze der Mechanik erfüllt seien. Wir zeigten mit anderen Worten für gegebene Bewegungen durch Nachrechnen, daß die Differentialgleichung erfüllt sei. Der Nachweis der Eindeutigkeit der Lösung verlangt nun aber notwendig den Schluß von den Beschleunigungen auf die Bewegungen, von den Differentialquotienten auf die Funktionen, und dieser Schluß ist nur möglich unter Verwendung des Mittelwertsatzes der Differentialrechnung oder eines gleichwertigen Satzes.

## Elementare Einführung in die Dissoziationstheorie.

Von R. Winderlich in Oldenburg i. O.

Herr Prof. Dr. ALFRED STOCK<sup>1)</sup> hat in seinem dankenswerten Berliner Vortrag „Der Chemieunterricht an den höheren Schulen“ gefordert, die analytische Chemie, die elektrolytische Dissoziationstheorie, die WERNERsche Theorie, die Radiochemie u. dgl. aus der Schule zu verbannen. „Eine wahrhaft wissenschaftliche Behandlung solcher Dinge ist dort nicht möglich, und eine andere Behandlung erzieht die Schüler zur Oberflächlichkeit<sup>2)</sup>.“

Hiergegen ist hinsichtlich der Dissoziationstheorie mancherlei einzuwenden. Weder die Physik noch die Chemie kann diese Theorie entbehren: in der Physik bleibt die Elektrolyse mit ihren Gesetzen ohne die Theorie ein ungelöstes Rätsel, und im chemischen Unterricht wird dem Verständnis und dem Gedächtnis ohne die aufklärende, vereinfachende Theorie eine unnütze, schwere Arbeit zugemutet. Es ist allerdings zuzugeben, daß die übliche, streng wissenschaftliche Durchnahme der Dissoziationstheorie erst am Schlusse der Schulzeit nach dem Kennenlernen der zahlreichen Einzel Tatsachen bei den Schülern volles Verständnis finden kann. So bleibt für die voraufgehende Zeit anscheinend nur die bange Wahl zwischen Verzicht und Oberflächlichkeit. Auf der Naturforscherversammlung in Münster hat jedoch JUNGBLUTH (Bonn) schon einmal darauf hingewiesen, daß es möglich ist, die Schüler frühzeitig auf einfache, schlichte Weise in die wesentlichsten Teile der Theorie einzuführen<sup>3)</sup>. JUNGBLUTH hat nicht viel Gegenliebe gefunden. So lehnt z. B. DOERMER den Vorschlag ab, „weil die zwingende Übereinstimmung zwischen den aus den osmotischen Erscheinungen (Gefrierpunkterniedrigung) und der Leitfähigkeit ermittelten Werten bei den Elektrolyten in keiner Weise zum Ausdruck kommt. Auch dadurch, daß bei der historischen Einführung der Begriffe Elektrolyt und Nichtelektrolyt die Methoden der

<sup>1)</sup> Man sehe den Bericht in dieser Zeitschrift 1919, Heft 2, S. 62.

<sup>2)</sup> Zeitschr. f. angew. Chemie (1918) 31, I, 201. Wiederabdruck in „Naturwissenschaftliche Monatshefte“ (1919) 1, 30.

<sup>3)</sup> Monatshefte f. d. naturw. Unterr. 5 (1912), 539.

Molekulargewichtsbestimmung und die Erweiterung der Gasgesetze auf die Lösungen nach VAN'T HOFF im großen Zusammenhang herausgearbeitet werden können, steht sie meines Erachtens über der vom Verfasser vorgeschlagenen Methode der Einführung<sup>1)</sup>.“ Hier liegt der Kern der Sache: man glaubt auch bei der ersten Einführung nicht auszukommen ohne die von DOERMER erwähnten Erscheinungen, Gesetze und Methoden; und diese sind es vermutlich, die STOCK wegen der unzweifelhaft übertriebenen Benutzung durch manche Schulmänner<sup>2)</sup> als nicht zur Schule gehörig bezeichnen möchte. Es ist nur die Frage, ob dieser Ausschluß auch einen Verzicht auf die Dissoziationstheorie bedingt, ob diese nicht trotzdem, zunächst in einfacherer Form, eingeführt und benutzt werden kann, und ob es nicht genügt, sie erst gegen Ende der Schulzeit, wenn die Summe der bekannt gewordenen Tatsachen dazu drängt, tiefer zu begründen. Es wird einem Lehrer schwer werden, diesem Zwange der Tatsachen nicht nachzugeben und den Unterricht nicht in die wundervoll aufhellende, geradezu erlösend wirkende Theorie der Lösungen münden zu lassen. Herr Stock wird sich gewiß nicht ablehnend verhalten, wenn er sicher sein kann, daß nur solche Theorien mit den Schülern durchgearbeitet werden, die aus dem Tatsächlichen des Unterrichts erwachsen. Stehen die Theorien am Anfang, wie es nach manchen rein systematischen Lehrbüchern der Fall zu sein scheint, aber nur scheint, denn die Bücher spiegeln nicht den lebendigen Unterricht wieder, so hat Stock recht mit der Ablehnung; ergeben sich die Theorien hingegen mit einer Art Naturnotwendigkeit aus den bekannt gewordenen Tatsachen, so wird niemand im Ernst dafür eintreten, daß der Kopf fehlen solle, daß der Rumpf alleine schon genüge. Dies gilt auch von manchen anderen Gebieten, die von Stock abgelehnt werden. Im letzten Grunde muß es der Lehrer selbst entscheiden, wie weit er seine Schüler führen kann. Es bleibt nur die Frage, wann die einzelnen Theorien eingeführt werden können, ob sie so früh eingeführt werden können, daß sie auch im Schulunterricht noch arbeitsfördernd und arbeits erleichternd zu wirken vermögen. Für die Dissoziationstheorie ist eine frühe Einführung, wie hier erneut betont werden muß, sehr wohl möglich.

Es ist nicht unnütz nochmals hervorzuheben, daß die Dissoziationstheorie auf zwei Grundannahmen ruht: einer chemischen, des Zerfalls der Molekel in zwei gesondert reagierende Bestandteile, und einer physikalischen, der elektrischen Ladung dieser Bestandteile. So betrachtet zeigt sich, daß der gewöhnlich beliebte Weg zur Einführung, der auch nach JUNGBLUTHS Ansicht der geschichtliche Weg sein soll, der wahren Entwicklung gar nicht entspricht. Es ist schon sehr lange bekannt, daß die salzartigen Stoffe stets ein doppeltes Verhalten zeigen, stets zwei Arten von Reaktionen geben. In der ersten wissenschaftlichen Nomenklatur (*Méthode de Nomenclature Chimique* durch MORVEAU, LAVOISIER, FOURCROY, BERTHOLLET) wurde diese Tatsache auch sprachlich kenntlich gemacht. BERTHOLLET ging noch einen Schritt weiter: wir verdanken ihm „den wichtigen Satz, daß der Austausch von Säuren und Basen zwischen zwei Salzen allemal stattfindet, wenn die durch den Austausch entstehenden Salze, oder eins von ihnen, eine geringere Auflöslichkeit haben als die gegebenen Salze“. GAY-LUSSAC fand diesen Satz fruchtbar, aber unbefriedigend, denn die geringere Auflöslichkeit „bewirkt nicht den Austausch als erste Ursache. Sie macht ihn nur merklich“<sup>3)</sup>. Es „muß der Austausch durchaus vorhergehen“. Nach GAY-LUSSACS Grundsatz von der Indifferenz der Vertauschung müssen die Salze im Augenblicke des Zusammenießens **gespalten** werden, so daß sich die Teile wechselweise zu neuen Verbindungen zusammenordnen können. Darin liegt ein Grundgedanke der Dissoziationstheorie verborgen. Das wird über der Bedeutung der erwähnten Untersuchungen für die Gesetze

<sup>1)</sup> Jahresberichte über das höhere Schulwesen (1912) 27, XIII, 101.

<sup>2)</sup> Vgl. z. B. Beilage zum Jahresbericht der ORS. zu Zeitz, Ostern 1911: Mähler, „Physikalisch-chemische Übungen“ S. 26 ff.

<sup>3)</sup> Journal f. prakt. Chemie (1839) 18, 193–214. „Über die chemischen Kräfte.“

der Massenwirkung gewöhnlich vergessen. GAY-LUSSAC hat auch auf „die Analogie zwischen der Auflösung und der Verdampfung“ hingewiesen. Er nahm an, „daß die Auflösung gleichfalls von der Kohäsion unabhängig ist<sup>1)</sup>“.

Von jeher hat das Lösen eine große Rolle in den Gedanken und Arbeiten der Chemiker gespielt, was deutlich genug durch den alten Satz „*corpora non agunt nisi fluida*“ ausgedrückt ist. HEINRICH ROSE hat sich jahrzehntelang mit dem wichtigsten Lösungsmittel, mit dem „Einfluß des Wassers bei chemischen Zersetzungen“ beschäftigt. Er hat dabei nicht nur Beiträge für die Massenwirkung geliefert und die experimentelle Grundlage für unsere Ansichten von der Hydrolyse geschaffen, deren Erscheinungen auch Schülern nicht unbekannt bleiben können, er hat auch das Wesen der Hydrolyse klar erkannt. Auf die Angriffe LAURENTS antwortete er: „Es kam mir im allgemeinen nur darauf an, den Einfluß des Wassers bei chemischen Zersetzungen und namentlich der Zersetzung der Salzaufösungen nachzuweisen. Bisher hatte man nämlich das Gesetz, daß, wenn zwei neutrale Salze in ihren wässerigen Auflösungen einander zersetzen, die Neutralität der entstandenen Salze beibehalten wird, in seiner Allgemeinheit nicht bestritten, und niemand hatte darauf aufmerksam gemacht, daß jenes Gesetz nur dann richtig sei, wenn die Säuren und die Basen der sich zersetzenden Salze zu den starken gehören<sup>2)</sup>.“ Er kommt zu dem Ergebnis: „Verbindet sich eine schwache Base mit einer starken Säure oder eine starke Base mit einer schwachen Säure, so werden im ersten Falle die basischen Eigenschaften der Verbindung nicht vollständig, sondern nur zum Teil vernichtet<sup>3)</sup>.“ Als schlagendes Beispiel, das auch für den Schulunterricht geeignet ist, führte er die zunächst verblüffende Tatsache an, daß neutrales Silbernitrat mit dem alkalisch reagierenden Dinatriumphosphat außer dem gelben Niederschlag von Silberphosphat eine saure Flüssigkeit gibt.

Wie anders sollen diese altbekannten Tatsachen den Schülern „erklärt“ werden, wenn sie nichts davon hören dürfen, daß die Molekeln durch den Einfluß des Wassers gespalten werden? Ist es nicht notwendig klarzustellen, was eine starke, was eine schwache Säure ist, wenn man diese unvermeidbaren Ausdrücke anwendet?

Die Grundtatsachen für den elektrischen Teil der Theorie sind ebenfalls ein Jahrhundert alt. Bereits 1805 sprach GROTHUSS von positiven und negativen Bestandteilen der Wassermolekeln, um die Elektrolyse zu erklären. BERZELIUS und HISINGER, DAVY, FARADAY haben dann mit ihren Arbeiten den Boden bereitet, auf dem sicher weiter gebaut werden konnte. Die Gesetze der Elektrolyse mußten notwendig zu der Frage führen, ob der Zerfall durch den Strom bewirkt wird, oder ob er dem Stromdurchgang vorhergeht und ihn erst ermöglicht. Die chemischen Umsetzungen hätten für die zweite Vermutung sprechen können im Zusammenhang mit der physikalischen Tatsache, daß destilliertes Wasser und die wasserfreien Salze in festem Zustande fast völlige Nichtleiter sind. Seit 1857 verfocht CLAUDIUS<sup>4)</sup> die Annahme des vorhergehenden Zerfalls. Nach ihm müssen die Salzmolekeln bereits durch das Lösen gespalten sein, weil schon ganz geringe Ströme eine Zersetzung bewirken. Damit war eigentlich die Dissoziationstheorie in ihren Grundzügen geschaffen, denn mit dem Begriff „Zerfall“ trat auch das Wort „Dissoziation“ auf, als ARRHENIUS noch ein Knabe war. CLAUDIUS, HITTORF, HELMHOLTZ standen mit ihren Gedanken keineswegs allein; Sätze wie der, „daß das Leitvermögen der Flüssigkeiten mit der Temperatur zunimmt, könnte im Zusammenhang stehen mit ihrer steigenden Dissoziation. Solche, die gar nicht leiten, würden dann bei der gegebenen Temperatur noch gar nicht in Dissoziation begriffen sein<sup>5)</sup>“, beweisen zur Genüge, daß zum Verständnis der Grundgedanken der Dissoziation — zum Verständnis, nicht zum Beweise! — die klassischen Untersuchungen

<sup>1)</sup> A. a. O., 207.

<sup>2)</sup> Pogg. Ann. (1852) 87, 598 Anmerk.

<sup>3)</sup> Pogg. Ann. (1855) 96, 195.

<sup>4)</sup> Pogg. Ann. 101. „Über die Elektrizitätsleitung in Elektrolyten.“

<sup>5)</sup> Pfaundler, „Beiträge zur chemischen Statik.“ Pogg. Ann. (1867) 131, 85.

PFEFFERS, VAN'T HOFFS, RAOULTS usw. durchaus nicht notwendig sind. Erst beim Verfolg der Theorie in alle Einzelheiten ihrer Anwendbarkeit, erst bei einem wissenschaftlichen Vertiefen in ihren Gedankenreichtum treten die angedeuteten einfachen Erscheinungen bis fast zum Verschwinden zurück vor den Ergebnissen sorgfältigster, exaktester Messungen der physikalischen Chemie.

Nach diesem kurzen geschichtlichen Rückblick läßt sich leicht ein Lehrgang zur Einführung in die Iontentheorie ausgestalten. Von der Unterstufe her ist den Schülern geläufig, daß eine Säure eine Wasserstoffverbindung ist, die in wässriger Lösung sauer schmeckt, blauen Lackmusfarbstoff rot färbt und mit Magnesium zusammengebracht Wasserstoff entwickelt. Es ist ferner bekannt, daß eine Säure erhalten werden kann, wenn man zu einem Salz der gewünschten Säure eine schwerer flüchtige Säure hinzusetzt. Auch einige Umsetzungen zwischen gelösten Salzen sind nicht mehr fremd. Hieran läßt sich anknüpfen. Ist die Säure nicht in wässriger Lösung, so färbt sie Lackmus nicht um (Versuche mit trockener Weinsäure, Oxalsäure, alkoholischer Lösung der Weinsäure, trockenem Chlorwasserstoffgas und gepulvertem Lackmusfarbstoff), erst durch Hinzufügen von Wasser tritt die Wirkung ein. Ist die Säure nicht in wässriger Lösung, so wirkt sie nicht auf Karbonate (Versuche mit trockenem Natriumbikarbonat oder Calciumkarbonatpulver und trockener Weinsäure, dgl. mit Eisessig; Hinweis auf Brausepulver und Backpulver). Ein Einfluß des Wassers auf chemische Vorgänge ist ganz unverkennbar. Ein Kupfervitriolkristall wird entwässert, er wird weiß; mit Kaliumferrocyanid gemischt gibt das weiße oder bläulichweiße Pulver keine bemerkbare Veränderung, durch einen einzigen Tropfen Wasser tritt sofort Rotfärbung auf. Eine Mischung von gelöschtem Kalk und Phenolphthaleinpulver ist weiß, ein Tröpfchen Wasser ruft die alkalische Rotfärbung hervor. Die Beispiele lassen sich noch weiter vermehren.

Bei denkenden Schülern regt sich nach diesen Versuchen die Frage: woher rührt dieser Einfluß des Wassers? Es gibt stets genug junge Leute, die sich nicht begnügen mit dem einfachen Beschreiben, die vielmehr weiter wollen zu einem Erklären. Da greift man unter Benutzung einiger Reaktionen zurück zu der Angabe, wie BERTHOLLET eine Salzumsetzung erklärte, und wie GAY-LUSSAC in dieser Erklärung nichts anderes sah als eine neue Umschreibung der Tatsachen, denn die Unlöslichkeit „bewirkt nicht den Austausch als erste Ursache. Sie macht ihn nur bemerklich.“ BERTHOLLETS Schema wäre:  $b_1s_1$  und  $b_2s_2$  liefern  $b_1s_2$  und  $b_2s_1$ , wenn eine der beiden Verbindungen unlöslich ist. Dies Schema gründet sich auf die Doppelnatur der Salze, die auch in den Namen zum Ausdruck kommt: Kaliumsulfat, Kupfersulfat, Bariumsulfat, Kaliumnitrat, Kaliumchlorid, Kaliumchlorat, Kaliumkarbonat. GAY-LUSSAC hat offenbar recht, die Erklärung BERTHOLLETS befriedigt nicht, denn sein Schema setzt voraus, daß die Verbindungen  $b_1s_1$  und  $b_2s_2$  zerrissen werden müssen, bevor sich  $b_1s_2$  und  $b_2s_1$  bilden können. Also — darauf verfallen nach dem Gesagten und Gezeigten nicht wenige Schüler — besteht der Einfluß des Wassers auf die chemischen Vorgänge wahrscheinlich darin, daß es die Molekeln zerreißt, daß es jede Molekel anscheinend in zwei Teile zerlegt.

Scheinbar werden die Gedankengänge hier abgebrochen. Es folgt der Versuch, welcher den ungeheuren elektrischen Widerstand ganz reinen Wassers zeigt. Selbst nach Ausschalten aller Widerstände vermag es der Strom des Straßennetzes nicht, in dem sauberen HOFMANNschen Zersetzungsrohr das destillierte Wasser wahrnehmbar zu zerlegen. Ebenso wenig zeigt ein hochempfindliches Galvanometer einen deutlichen Ausschlag, wenn in den Stromkreis an Stelle der Zersetzungszone ein Würfel aus Steinsalz eingeschaltet wird<sup>1)</sup>. Wird hingegen etwas Salz in das destillierte Wasser des HOFMANN-Rohres geworfen, so setzt alsbald eine Gasentwicklung an den Elektroden ein. Auch hier zeigt sich ein Einfluß des Wassers. Alsdann wird eine

<sup>1)</sup> Vgl. Zeitschr. f. phys.-chem. Unterr. (1915) 28, 86, 94.

Lösung von Zinkchlorid in einem weiten U-Rohr durch den Strom zerlegt; an den Polen tritt Zink und Chlor auf. Eine Kochsalzlösung, die mit Lackmus und einer Spur Säure rot gefärbt ist, wird in drei große Bechergläser verteilt, die durch eingehängte, mit Salzwasser gefüllte U-Röhren verbunden sind. In die beiden äußeren Gläser tauchen die Elektroden (Anode Kohlestab, Kathode Platinblech, Strom des Straßennetzes); nach kurzer Zeit ist die Anodenflüssigkeit entfärbt, die Kathodenflüssigkeit blau, das mittlere Glas bleibt rot, die U-Röhren werden heiß, so heiß, daß zuweilen, wenn das Wasser viel Luft gelöst enthielt, am Rande der bald auftretenden Luftblasen in den U-Röhren kleine Funken zu sehen sind. Endlich wird der Versuch nochmals mit Glaubersalzlösung und Blaukrautabkochung (Rotkohl) wiederholt; die Anodenflüssigkeit wird rot, die Kathodenflüssigkeit grün, das mittlere Gefäß bleibt blau, und die U-Röhren werden heiß. Hieraus folgern die Schüler von selbst, daß die Salzbestandteile, die an weit voneinander entfernten Stellen ausgeschieden werden, gewandert sind (Ionen), und daß die Wanderer in den Engpässen der U-Röhren durch ihr Gedränge, durch ihre Reibung die Hitze hervorgerufen haben. Die Schüler sehen auch leicht ein, daß nicht Zink oder Natrium als Metall gewandert sein kann, ebensowenig wie Chlor als solches oder  $\text{SO}_4$ . Sie glauben sehr leicht der Erklärung, daß die Teilchen geladen sind, sie glauben, daß elektrisch geladenes Zink farblos, überhaupt gänzlich verschieden ist von metallischem Zink usw. Ich sage absichtlich, sie glauben sehr leicht, denn sie sind befriedigt, daß eine schwierige Frage für sie zum vorläufigen Abschluß gebracht worden ist. In einem gedeihlichen Unterricht werden sie schon früh genug wieder aufgerüttelt, so daß sie hungrig werden nach strengeren Beweisen.

Ist der Unterricht bis zu dem angegebenen Punkte vorgedrungen, dann wird manches sonst Unverständliche verständlich: der Unterschied im Verhalten der Chloride und Chlorate gegen Silberlösungen — Ferrosalze, Ferrisalze, Eisenkomplexsalze —, hydrolytische Erscheinungen — die Übersicht über das Gebiet der Salze wird außerordentlich vereinfacht —; die Neutralisationswärme starker Säuren und Basen findet ihre Erklärung usw.

Diese Einführung mag von strengen Beurteilern als gänzlich unwissenschaftlich verworfen werden, sie hat aber den Vorzug der Einfachheit und Leichtfaßlichkeit, ohne daß sie irgendwo etwas geradezu Falsches verwendet. Sie schließt sich eng an den Verlauf der Vorgeschichte der Theorie an, befließigt sich der von Stock gewünschten „weisen Beschränkung“ und bereitet ein gründliches Eingehen auf die Theorie der Lösungen in der Oberstufe vor.

### **Kleine Mitteilungen.**

#### **Rasche Schätzung des Brechungsexponenten eines gleichschenkelig rechtwinkligen Glasprismas auf zwei Dezimalstellen.**

Von Prof. Joh. Kleiber in München.

1. Verfahren. Man lege, wie Fig. 1 zeigt, das Prisma mit einer Kathetenfläche an das Ende eines Maßstabes  $M$ ; dann sieht man, von oben her durch die andere Kathetenfläche blickend, den Maßstab  $M$  an der Hypotenusenfläche gespiegelt; sein Spiegelbild  $M'$  erscheint als ein zweiter Maßstab, der auf dem ersten senkrecht steht. Blickt man, wie die Figur andeutet, schräg darauf, so sieht man wie sich über das Spiegelbild  $M'$  von einer Grenzlinie  $G$  an ein dunkler Schatten legt.  $G$  ist die Grenzlinie der totalen Reflexion.

Hat man nun vorher mit etwas Klebwachs an dem Maßstabstrich 10 cm (über dem unteren Ende des Maßstabes) eine Nähnadel  $N$  so befestigt, daß sie etwas über den Maßstab  $M$  vorragt, so sind alle Vorbereitungen für die Schätzung getroffen.

Man blickt nun so über die Nadel  $N$  gegen das Prisma, daß sich die Nadel  $N$  mit der Grenzlinie  $G$  deckt und liest am Maßstab  $M'$  die Abweichung  $\Delta$  der Grenzlinie  $G$  vom Maßstab  $M$  ab, und zwar in Millimetern. Der gesuchte Brechungs-exponent ist nun gleich  $\sqrt{2}$  ( $= 1,41$ ) plus dem hundertsten Teil der Abweichung  $\Delta$ .

Man kann leicht auf 1 mm genau ablesen; dabei entspricht gemäß dieser Regel jedem Millimeter nur 1 Einheit der zweiten Dezimale des gesuchten Brechungsexponenten. Es darf wohl vorausgenommen werden, daß nach den unter 2. gegebenen Überlegungen der so gefundene Wert nur um 1 Einheit der zweiten Dezimalstelle vom richtigen Wert abweichen kann.

Ist die bei diesem Versuch gewonnene Abweichung  $\Delta$  zu gering, so kann man sie vergrößern, indem man die Nadel  $N$  in größerer Höhe  $h$  ( $h > 10$  cm) anbringt. Dann erhält man den gewünschten Brechungsexponenten  $n$ , indem man zu  $\sqrt{2}$  den Quotienten  $\Delta/h$  ( $= \operatorname{tg} \alpha$ ,  $\alpha$  = Abweichung des Sehstrahls  $NG$  von der Maßstabrichtung) addiert

$$n = \sqrt{2} + \frac{\Delta}{h}$$

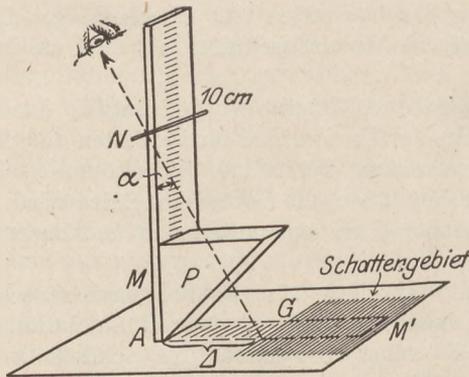


Fig. 1.

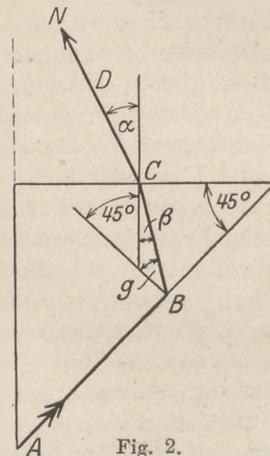


Fig. 2.

2. Nachweis der Formel. Das oben beschriebene Schätzungsverfahren eignet sich wohl nur für den Handgebrauch des Lehrers, da die Ableitung der Formel für die Schüler etwas zu umständlich ist. Doch kann da und dort der Lehrer vielleicht in einer Schülerübung auf der Oberstufe vor fortgeschrittenen Schülern gelegentlich der Demonstration der totalen Reflexion das dieser Formel zugrunde liegende Problem in einer immerhin nicht uninteressanten Rechenaufgabe behandeln lassen. Wir wollen dies an Hand von Fig. 2 verfolgen.

Es sei  $ABCD$  der Verlauf des Grenzstrahles  $NG$ , dann ist klar, daß die Einfallslotte in den Treffpunkten  $B, C$  einen spitzen Winkel von  $45^\circ$  bilden, da diese Lote auf den Schenkeln des  $45^\circ$ -Winkels senkrecht stehen, den die Hypotenusenfläche und die obere Kathetenfläche des Prismas bilden. Der Winkel  $\beta$  bei  $C$  und der Grenzwinkel  $g$  bei  $B$  sind also zusammen  $45^\circ$ , daher ist

$$\beta = 45 - g.$$

Der Brechungswinkel  $\alpha$  bestimmt sich nun aus der Gleichung:

$$\sin \alpha = n \cdot \sin \beta = n \cdot \sin (45 - g) = n \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos g - \sin g).$$

Nun ist bekanntlich der Sinus des Grenzwinkels gleich dem reziproken Wert des (vom dünneren zum dichteren Mittel genommenen) Brechungsexponenten:

$$\sin g = \frac{1}{n}$$

Führt man diesen Wert in die vorletzte Gleichung ein, wobei man auch  $\cos g$  entsprechend ersetzt, so folgt:

$$\sin \alpha = \frac{n}{\sqrt{2}} \left( \sqrt{1 - \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{n^2 - 1} - 1).$$

Löst man diese Gleichung nach  $n$  auf, so folgt:

$$n = \sqrt{2} \sqrt{1 + \sqrt{2} \sin \alpha + \sin^2 \alpha}.$$

Man kann nun für die zweite Wurzel einen Näherungswert entwickeln, da der zugehörige Radikand mit 1 beginnt, oder, wenn es sich um eine Durchnahme vor Schülern handelt, auch schreiben:

$$n = \sqrt{2} \sqrt{\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha\right)^2 + \frac{1}{2} \sin^2 \alpha}.$$

Man läßt nun den zweiten Teil des Radikanden (als weniger belangreich bei kleinen Winkeln  $\alpha$ ,  $\alpha < 10^\circ$ ) fort und erhält die gewünschte einfache Näherungsformel

$$n = \sqrt{2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha\right) = \sqrt{2} + \sin \alpha.$$

Wie man sieht ist der wahre Wert von  $n$  etwas größer als der zuletzt entwickelte. Man kommt daher auf den Gedanken (was ja bei kleinen Winkeln erlaubt ist), den  $\sin \alpha$ , der an und für sich etwas schwer aus der Versuchsanordnung zu ermitteln wäre, durch den etwas größeren Wert  $\operatorname{tg} \alpha$  zu ersetzen. Daher die Formel

$$\begin{aligned} n &= \sqrt{2} + \operatorname{tg} \alpha \\ &= \sqrt{2} + \frac{d}{h}. \end{aligned}$$

Prüft man jetzt den wahren Wert für  $n$  und den so gewonnenen Näherungswert für  $n$  etwa für einen größeren Winkel, z. B.  $\alpha = 20^\circ$ , so ergibt sich für diesen Fall:

$$\text{Wahrer Wert } n = 1,789. \quad \text{Näherungswert } n = 1,778.$$

Der Unterschied beträgt nur 0,011, also nur  $\sim 1$  Einheit der zweiten Dezimale. Dies ist wohl die Höchstdifferenz, die in Betracht kommt, da Brechungsexponenten von über 1,79 wohl bei Schulmessungen nicht vorkommen dürften.

Das Verfahren ist von idealer Einfachheit, da der Brechungsexponent  $n$  in zwei Summanden zerlegt erscheint: in einen festen Stammsummanden  $\sqrt{2}$ , der den größeren Betrag von  $n$  darstellt, und in einen kleineren Nebensummanden, der mit einem kleinen Handgriff festzustellen ist. Da der Beobachter die erforderliche Nebenrechnung leicht im Kopf ausführt, so überrascht es den Nichteingeweihten, wenn der Beobachter nach einem Blick auf die Nadel  $N$  und einigen Wendungen des Kopfes den gesuchten Brechungsexponenten sofort auf zwei Dezimalen genau anzugeben vermag.

3. Reine Schätzung. Wer einigermaßen Entfernungen gut schätzt, kann, wenigstens bei größeren Prismen, den Maßstab entbehren. Er nimmt das Prisma in seine Hand und hält es in deutlicher Sehweite entfernt vor seinem Auge in solcher Stellung, wie es bereits Fig. 1 andeutet. Dabei dreht er das Prisma so, daß dessen eine Kathetenfläche (die in Fig. 1 dem Maßstab anliegt) genau durch das Auge geht. Dies ist leicht zu erreichen. Schätzt er nun die Abweichung  $d$  auf 3 cm, die Entfernung des Prismas auf 30 cm, so hat er nur den Betrag  $3:30 = 0,1$  zu  $\sqrt{2}$  zu addieren, um den gesuchten Brechungsexponenten  $n \sim 1,51$  angeben zu können.

## Zur Bestimmung des Brechungsverhältnisses an einem Glaswürfel.

Von Prof. Dr. Dionys Koren in Budapest.

Die Mitteilung über GRIMSEHLS Versuch zur Bestimmung des Brechungsverhältnisses in dieser Zeitschrift (32, 1917, S. 37) veranlaßt mich, eine äußerst einfache Abänderung dieser Methode mitzuteilen, die ich in den Schülerübungen seit Jahren gebrauche. Ich erinnere mich nicht, daß ich sie in Büchern oder in der Zeitschrift gelesen hätte, daher wird sie vielleicht von einigen Herren Fachgenossen gern zur Kenntnis genommen.

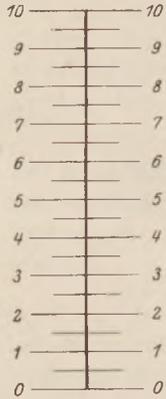


Fig. 1.

Es wird dazu außer einem Glaswürfel oder einer Glasplatte (von wenigstens 5 cm Höhe) nur ein Stück Millimeterpapier benutzt. Man zeichnet wegen der bequemeren Ablesung auf die Anfangslinie (0-Linie des Millimeternetzes) eine senkrechte Gerade und bezeichnet neben dieser beiderseits die Haupt-Teilungslinien des Netzes, nämlich die in 5, bzw. 10 mm Abständen folgenden Linien, erstere mit kürzeren, letztere mit längeren Strichen, und neben diese beiderseits schreibt man die entsprechenden Ziffern, wie bei einem Maßstab (Fig. 1).

Der Glaswürfel wird so auf das Millimeterpapier gelegt, daß eine Kante mit der 0-Linie der Teilung, eine andere mit der aufgezeichneten senkrechten Geraden zusammenfällt. Falls die Kanten, wie gewöhnlich, abgeschliffen oder abgerundet sind, schiebt man den Würfel so weit über die 0-Linie außer der Teilung, daß senkrecht von oben gesehen, die 0-Linie eben unter dem Würfel erscheint, dann fällt die Grenzlinie der ebenen, oberen Seitenfläche gerade über die 0-Linie (Fig. 2).

Wenn man jetzt in schiefer Richtung durch den Würfel nach der Teilung blickt, so erscheint die bedeckte Teilung gegen die unbedeckte nach vorn verschoben. Man

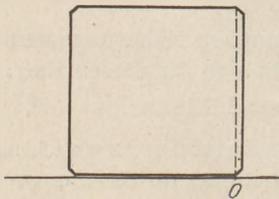


Fig. 2.

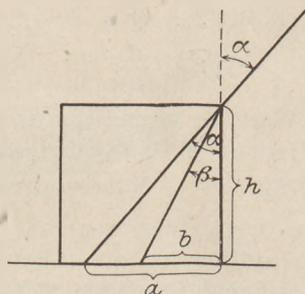


Fig. 3.

beobachtet jetzt diejenige mm-Linie der unbedeckten, bzw. bedeckten Teilung, die in der Richtung der oberen Kante über der 0-Linie gesehen wird, also die Entfernungen  $a$ , bzw.  $b$  (Fig. 3). Zweckmäßig ist es, in einer solchen Richtung zu visieren, daß man in der Richtung der Kante durch den Würfel einen der ausgezogenen Teilstriche sieht, zu einem solchen kann

man die entsprechende, in die Verlängerung desselben fallende, unbedeckte Linie leichter ablesen. Es genügt bei einem Würfel von 5 cm Kantenlänge in ganzen Millimetern abzulesen, man kann aber die Entfernungen auch bis  $\frac{1}{2}$  mm Genauigkeit beobachten.

Die Höhe  $h$  wird ebenfalls auf dem Millimeterpapier gemessen, indem man den Würfel (bzw. Platte) mit der bis jetzt senkrechten Seite auf das Papier legt, so daß eine Endfläche auf die 0-Linie fällt, und an der gegenüber liegenden  $h$  abliest.

Dann ist das Brechungsverhältnis:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{a}{\frac{a}{\sqrt{a^2 + h^2}}} = \frac{a \sqrt{b^2 + h^2}}{b \sqrt{a^2 + h^2}}$$

Man beobachtet mehrere Wertpaare von  $a$  und  $b$  unter verschiedener Neigung, berechnet aus jedem derselben  $n$  und nimmt von diesen Werten das Mittel.

Mit diesem Verfahren kann man das Brechungsverhältnis sehr einfach und leicht bis zur Genauigkeit 0,01 bestimmen.

**Zwei Versuche zur Lehre von der Brechung.**

Von J. Friedrich in Elberfeld.

Mit dem in manchen physikalischen Sammlungen für optische Zwecke vorhandenen Spiegelglastrog lassen sich außer den üblichen Brechungsversuchen noch folgende hierhin gehörige Versuche anstellen.

I. Nachweis der Bildverlegung beim Durchgang des Lichtes durch planparallele Schichten. Von einem leuchtenden Gegenstand  $D$  (glühende Drahtschleife) entwerfe man mit Hilfe der Linse  $L$  (Fig. 1) auf einem Schirm ein scharfes Bild  $D_1$ . Nun schiebe man den mit Wasser gefüllten Glastrog  $G$  in den Gang der Strahlen zwischen Linse und Bild, so daß Vorder- und Hinterwand senkrecht zur Achse des Strahlenbündels stehen. Das Bild auf dem Schirm wird jetzt unendlich, und man muß diesen weiter entfernen, damit wieder ein scharfes Bild  $D_2$  entsteht.

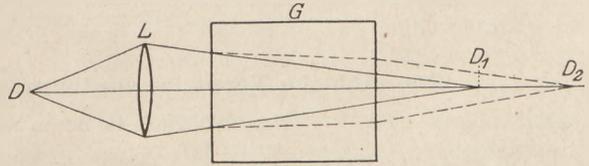


Fig. 1.

In Fig. 2 sei  $A A_1$  der in Richtung der optischen Achse auffallende Strahl,  $B B_1$  ein schief auffallender Strahl. Der ursprüngliche Schnittpunkt  $D_1$  beider Strahlen

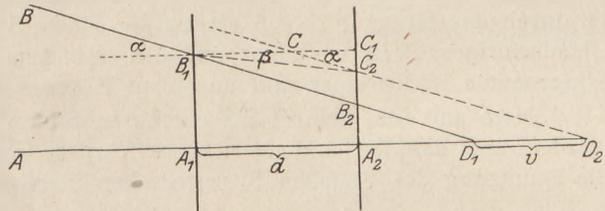


Fig. 2.

wird durch Einschleiben der Wasserschicht nach  $D_2$  verschoben. Durch Konstruktion des Einfallslotes in  $B_1$  und rückwärtige Verlängerung des austretenden Strahls  $C_2 D_2$  ergibt sich, wenn  $d$  die Dicke der Wasserschicht,  $v$  die Verschiebung der Bildes bedeutet:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{B_1 C_1}{C C_1} = \frac{d}{d-v}$$

Da die in Betracht kommenden Einfallswinkel  $\alpha$  nur klein sind, kann man setzen:  $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$  und folglich  $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = n$  (Brechungsverhältnis). Demnach besteht folgende Beziehung zwischen Brechungsverhältnis, Dicke der Schicht und Verschiebung des Bildes:

$$n = \frac{d}{d-v}$$

Der Versuch ermöglicht also eine, natürlich nur angenäherte Bestimmung des Brechungsverhältnisses.

Bringt man den Wasserkasten zwischen Gegenstand und Linse, so wird das zuerst erzeugte Bild ebenfalls unscharf. Um die Schärfe wieder herzustellen, hat man nur die Lichtquelle weiter zu entfernen, und zwar um denselben Betrag, um den beim ersten Versuch der Schirm verschoben werden mußte. Vergl. Fig. 1, wo jetzt  $D_1$  die erste,  $D_2$  die zweite Lage der Lichtquelle,  $D$  die unveränderte Stellung des Schirmes bedeutet.

II. Ein Versuch über totale Reflexion (Fig. 3). Man schiebe durch den mit Wasser gefüllten Glastrog  $G$  ein Bündel paralleler Lichtstrahlen. In den

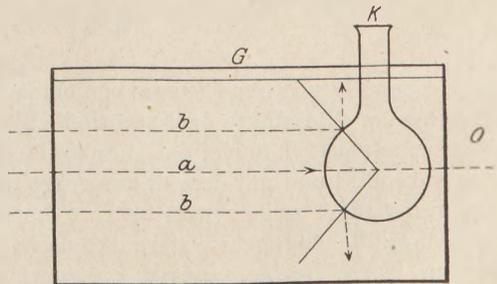


Fig. 3.

Gang der Strahlen halte man einen leeren Rundkolben oder eine Kochflasche  $K$ . Blickt man jetzt von  $O$  aus durch die eingetauchte Kugel gegen die Richtung der Strahlen, so sieht man einen hellen Kreis, umgeben von einem dunkeln Ring. Der zentral durchgehende Lichtstrahl sei  $a$ . Die auf  $a$  nach allen Seiten folgenden Strahlen fallen unter stetig wachsendem Einfallswinkel auf, bis für die Strahlen  $b$  der Grenzwinkel der totalen Reflexion erreicht wird. Die weiter auftreffenden Strahlen werden nicht mehr durchgelassen, so daß also die eingetauchte Kugel wie eine Blende wirkt. Ein eingetauchter Zylinder wirkt entsprechend als spaltförmige Blende.

### Eine einfache Versuchsanordnung zum räumlichen Sehen.

Von W. Kisse in Berlin-Schmargendorf.

Die Vorrichtung (Fig. 1) besteht in der Hauptsache aus zwei punktförmigen Lichtquellen  $L_1$  und  $L_2$  (Glühlämpchen von 4 Volt), einem zu einer Schraubenlinie gewundenen  $\sim 3$  mm dicken Draht als dem schattenwerfenden Körper — in der Figur ist er durch das Kreuz 1 2 3 4 5 ersetzt —, einem Schirm  $S$  aus Seidenpapier und zwei Blendschirmen  $B B$ ; sie ahmt auf die einfachste Weise das Entstehen zweier nicht kongruenter Bilder eines und desselben Körpers nach.

Diese auf dem Schirm  $S S$  erzeugten Bilder können auf dreierlei Art betrachtet werden und das Vorhandensein eines Körpers vortäuschen. Zunächst empfiehlt sich die Benutzung des üblichen Brewsterschen Stereoskops. Man glaubt dann den Draht selbst zu sehen, obwohl er in Wirklichkeit durch den undurchsichtigen Papierschirm vom Beschauer getrennt ist. Etwas störend macht sich allerdings die Lupenwirkung der mit den Prismen verbundenen Linsen und die dadurch sichtbar werdende Unschärfe der Schattenbilder bemerkbar. Auch bringt, wie später gezeigt werden wird, die Wirkung der Prismen es mit sich, daß der Draht in der Tiefe verzerrt erscheint. Frei von diesen Fehlern und darum wirkungsvoller

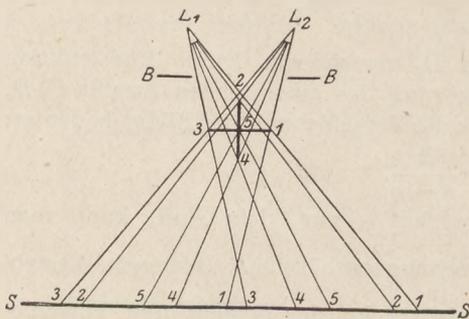


Fig. 1.

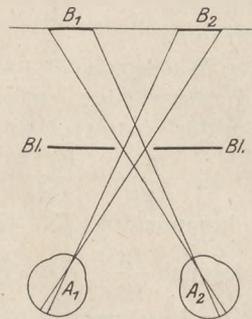


Fig. 2.

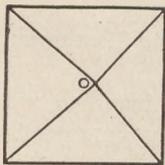
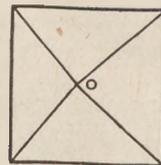


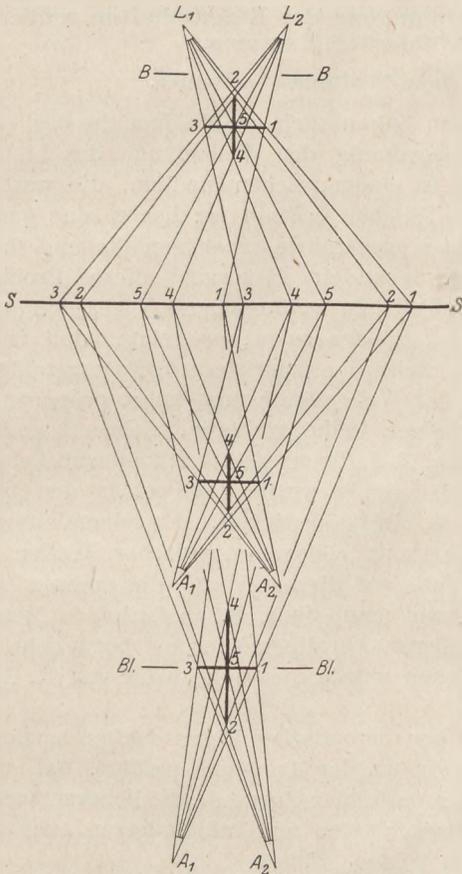
Fig. 3.



ist die Betrachtung ohne Stereoskop bei parallelen Augenachsen. Der Abstand zweier entsprechender Bildpunkte darf natürlich nicht größer als der Augenabstand sein. Die dritte Möglichkeit besteht darin, daß man mittelst einer Blende  $B$  (Fig. 2) mit dem rechten Auge das linke Bild und mit dem linken Auge das rechte Bild gleichzeitig betrachtet. Wie die Figuren 4 und 5 zeigen (man beachte die verschiedene Lage der Punkte 2 und 4!), erhält man dann die umgekehrte stereoskopische Wirkung, man sieht den Körper gleichsam von hinten. Diese Betrachtungsart erfordert ebenso wie die vorhergehende einige Übung. Da die Augenachsen sich in der Blendenebene kreuzen, sind die Augen zunächst

auf diese Entfernung akkommodiert. Es gelingt jedoch auch hier durch Übung, sich von dieser Gewöhnung zu befreien, indem man z. B. auf die angegebene Weise die Figur 3 durch ein Loch von 2 cm Durchmesser, und zwar zunächst, um den Konvergenzwinkel der Augenachsen zu verkleinern, aus einer Entfernung von 60—80 cm betrachtet. Sollte der räumliche Eindruck nicht gleich eintreten, so durchlaufe man mit den Blicken alle Linien und verweile auf dem Spitzpunkte der Pyramide mehrere Sekunden. Bei der Betrachtung mit parallelen Augenachsen liegt die Spitze der Pyramide auf der anderen Seite.

Übrigens kann man bei der dritten Betrachtungsweise eine auffällige optische Täuschung beobachten. Der Gegenstand (z. B. die Pyramide) erscheint nämlich bei dieser linear auf die Hälfte verkleinert, obwohl die Netzhautbilder dieselbe Größe haben wie bei der zweiten Betrachtungsweise. Es liegt also eine Urteilstauschung vor; wir glauben nämlich die Pyramide in der Blendenebene zu sehen, von wo aus wir ein doppelt so großes Bild erwarten, ein Beweis dafür, daß wir die Entfernung



Figg. 4 und 5.

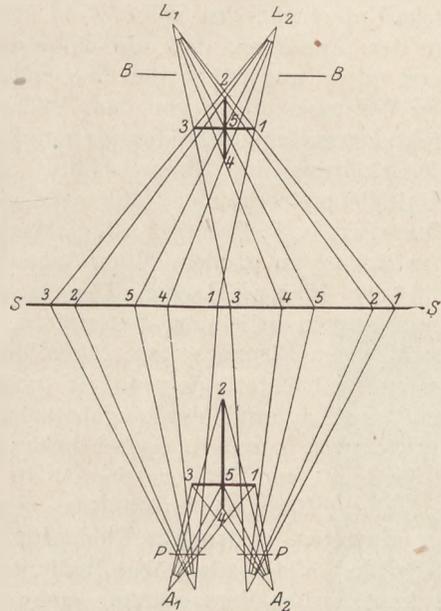


Fig. 6.

eines Gegenstandes aus der Stellung der Augenachsen zueinander, nicht aus der Akkommodation beurteilen.

Um aus den beiden Schattenbildern einen körperlichen Eindruck mit richtiger räumlicher Tiefe zu erhalten, darf man den Augenabstand vom Schirm nicht willkürlich annehmen. Wie die Figuren 4 und 5 zeigen, erhält man den richtigen Tiefeneindruck dann, wenn die Augen  $A_1$  und  $A_2$  und die Lichtquellen  $L_1$  und  $L_2$  in bezug auf den Schirm  $SS$  spiegelbildlich liegen, allgemeiner, wenn der Konvergenzwinkel der Augenachsen gleich dem Winkel der durch den entsprechenden Gegenstandspunkt gehenden Lichtstrahlen ist. Die Tiefe verringert sich also mit dem Abstand der Augen vom Schirm.

Wie schon eingangs erwähnt wurde, bringt es die Betrachtung durch das Stereoskop mit sich, daß die Gegenstände in der Tiefe verzerrt erscheinen. Zur Veranschaulichung dient die Figur 6, in der nur die Wirkung der Prismen, die durch die Geraden  $PP$  ersetzt sind, berücksichtigt ist. Die Verzerrung rührt von der ungleichen Größe der Projektionen der gleich großen Strecken 25 und 45 her. Man kann jedoch den Fehler dadurch vermindern, daß man die Lampen recht weit (etwa 2 m) vom Schirm aufstellt und den Gegenstand dem Schirm möglichst (auf etwa 30 cm) nähert; der Lampenabstand ( $\sim 80$  cm) braucht natürlich nicht, wie es in den Figuren angenommen ist, gleich dem Augenabstand zu sein.

### Eine Anordnung zur objektiven Sichtbarmachung der Eigenschaften trüber Medien an leuchtenden Kohlenstoffflammen.

Von Elisabeth Benedict und Hermann Senftleben in Breslau.

Unter einem trüben Medium versteht man bekanntlich ein Medium, in das Teilchen einer fremden Substanz von der Größenordnung der Wellenlänge des Lichtes eingelagert sind. Über die Lichtausbreitung in einem solchen Medium, die wesentlich durch die Beugung an den eingelagerten Teilchen bedingt ist, liegen eine ganze Reihe unter den verschiedensten Gesichtspunkten ausgeführte experimentelle und theoretische Untersuchungen vor. Wohl als erster behandelte RAYLEIGH<sup>1)</sup> dieses Problem unter der Annahme, daß die eingelagerten Teilchen vollkommene Nichtleiter und äußerst klein gegenüber der Wellenlänge des Lichtes seien; er zeigte, daß unter diesen Voraussetzungen von den Teilchen eine teilweise polarisierte diffuse Strahlung ausgeht, deren Intensität der vierten Potenz der Wellenlänge umgekehrt proportional ist. (Erklärung des Himmelsblaus.) Nach einer Reihe weiterer, sich auf andere Spezialfälle erstreckender Untersuchungen [u. a. J. J. THOMSON<sup>2)</sup> (vollkommene Leiter), F. EHRENHAF<sup>3)</sup>, F. POECKELS<sup>4)</sup>, J. C. MAXWELL GARNETT<sup>5)</sup>] wurde das Problem der Optik trüber Medien in großer Allgemeinheit von G. MIE<sup>6)</sup> entwickelt. Er behandelte auf Grund der Maxwell'schen Theorie die Beugung elektromagnetischer Wellen an kleinen Kugeln beliebigen Materials und konnte auf diesem Wege die meisten charakteristischen Eigenschaften trüber Medien, wie man sie z. B. an kolloiden Metalllösungen beobachtet, deuten. In noch größerer Verallgemeinerung bezüglich der Gestalt und Lagerung der eingebetteten Teilchen wurde dieses Problem von R. GANS und H. HAPPEL<sup>7)</sup> und R. GANS<sup>8)</sup> behandelt.

Im Laufe von Untersuchungen, die wir über die optischen Eigenschaften leuchtender Kohlenstoffflammen ausführten, wurden wir zu der Annahme geführt, daß derartige Flammen, in denen ja Kohlenstoff in fein verteilter Zustände die lichtaussendenden Partikel bildet, als trübes Medium aufzufassen seien und infolgedessen auch alle charakteristischen Eigenschaften eines solchen zeigen müßten.

Zur experimentellen Prüfung dieser Annahme angestellte Versuche zeigten, daß bei genügend intensiver Bestrahlung der Flamme seitlich abgelenktes Licht deutlich wahrnehmbar war, das auch, wie es der eben ausgesprochenen Ansicht entspricht, bestimmte Polarisierungseigenschaften aufwies. Diese Erscheinungen ließen sich subjektiv in allen Einzelheiten (z. B. Abhängigkeit von Richtung und Wellenlänge) be-

<sup>1)</sup> Lord Rayleigh, Phil. Mag. (4) 41, S. 107 u. 447. 1871; (5) 12, S. 81. 1881.

<sup>2)</sup> J. J. Thomson, Recent Researches in Electricity and Magnetism S. 363 u. 437. 1893.

<sup>3)</sup> F. Ehrenhaft, Ann. d. Phys. 11, S. 489. 1903; Phys. Zeitschr. 5, S. 387. 1904.

<sup>4)</sup> F. Pockels, Phys. Zeitschr. 5, S. 152 u. 460. 1904.

<sup>5)</sup> J. C. Maxwell Garnett, Phil. Trans. (a) 203, S. 385. 1904 u. 205, S. 237. 1906.

<sup>6)</sup> G. Mie, Ann. d. Phys. 25, S. 377. 1908.

<sup>7)</sup> R. Gans u. H. Happel, Ann. d. Phys. 29, S. 277. 1909.

<sup>8)</sup> R. Gans, Ann. d. Phys. 37, S. 881. 1912.

obachten und messend verfolgen. Anlässlich eines Vortrags über die Ergebnisse von eingehenden experimentellen und theoretischen Untersuchungen dieser Fragen<sup>1)</sup> gelang es uns, die eben erwähnten Erscheinungen einem großen Auditorium objektiv in voller Deutlichkeit sichtbar zu machen. Im folgenden wollen wir nun die Versuchsanordnung, zu der nur verhältnismäßig einfache Mittel nötig sind, näher beschreiben:

Von den verschiedenen Arten leuchtender Kohlenstoffflammen war für unsere Zwecke die Flamme der Hefnerkerze am geeignetsten, da sie konstant brennt und jederzeit leicht wieder herzustellen ist. Als Lichtquelle zur Bestrahlung erwies sich allein eine Bogenlampe als genügend intensiv, um die Beugungserscheinung deutlich sichtbar zu machen. Die Versuchsanordnung zur objektiven Sichtbarmachung dieser Erscheinung geht aus Fig. 1 hervor. Die Bogenlampe *B*, als welche wir eine Projektionslampe mit zueinander senkrecht stehenden Kohlen benutzten, steht im Gehäuse *G*, um störendes Licht im Zimmer zu vermeiden. Das Licht der Bogenlampe wird durch den Kondensator *K* und eine Linse *L*<sub>1</sub> von geeigneter, sehr kurzer Brennweite auf den am hellsten leuchtenden Teil der Flamme *F* konzentriert, auf der dann in der aus Fig. 2 ersichtlichen Weise das von der Flamme abgebeugte Licht sichtbar wird. Die Flamme *F* wird durch die Linse *L*<sub>2</sub>, deren Brennweite je nach der Entfernung des Projektionsschirmes *S* zu wählen ist, auf diesen abgebildet. Zum Schutze gegen Luftströmungen dient ein Glaskasten *T*, welcher auch durch geeignet angebrachte Glasscheiben ersetzt werden kann. Um die Lichtstärke nicht allzu sehr herabzusetzen, empfiehlt es sich, keine zu starke Vergrößerung bei der Abbildung zu wählen (nicht über 20fach). Die durch die Abbildung hervorgerufene Umkehrung des Flammenbildes kann durch Einschaltung eines Spiegels in den Strahlengang wieder aufgehoben werden<sup>2)</sup>.

Mit Hilfe der hier beschriebenen Anordnung ist der Strahlengang des Bogenlampenlichtes, der durch die Beugung an den Kohlenstoffteilchen sichtbar wird, auch in dem Flammenbild auf dem Projektionsschirm sehr gut erkennbar, und zwar entweder in Form eines Fleckes wie in Fig. 2, oder, falls das Licht noch schärfer konzentriert wird, als zwei Flecke an der Ein- und der Austrittsstelle des Strahlenganges; dies rührt daher, daß die Kohlenstoffteilchen hauptsächlich am Flammenrande angehäuft sind und im ersten Fall der Strahlenkegel mehr Randpartien streift, als im zweiten Fall.

Die Intensität des abgebeugten Lichtes nimmt nach unseren Untersuchungen nach kürzeren Wellenlängen hin erheblich zu. Dies läßt sich auch objektiv ohne Schwierigkeiten sichtbar machen, indem bei Einschaltung eines nicht

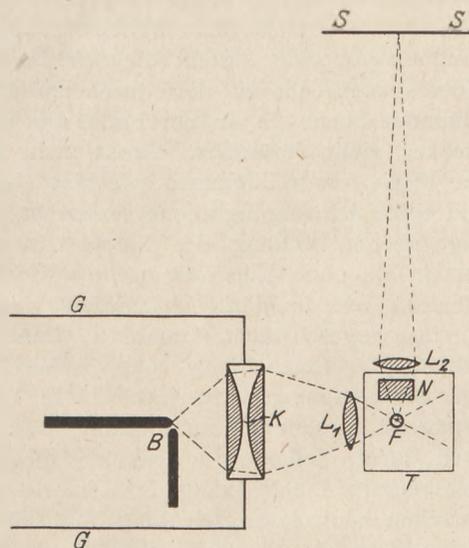


Fig. 1.

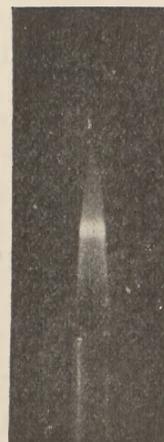


Fig. 2.

<sup>1)</sup> Diese Untersuchungen behandelt eine demnächst in den Annalen der Physik erscheinende Arbeit der Verfasser mit dem Titel: Über die Beugung des Lichtes an den Kohlenstoffteilchen leuchtender Flammen.

<sup>2)</sup> Bei unserem Versuch betrug der Abstand Flamme—Schirm ca. 2 m, die Brennweite des Kondensators 14 cm, die der Linse *L*<sub>1</sub> 14 cm, die der Linse *L*<sub>2</sub> 12 cm.

zu dunklen blauen Farbfilters der Fleck auf der Flamme erheblich deutlicher hervortritt, als bei Benutzung eines Rotfilters<sup>1)</sup>.

Um zu zeigen, daß das abgebeugte Licht bestimmte Polarisationsseigenschaften aufweist, wie es der Auffassung der Flamme als trübes Medium entspricht, wird ein Nicolsches Prisma mit möglichst großer Öffnung bei  $N$  (s. Fig. 1) in den Strahlengang eingeschaltet. Steht die Schwingungsebene des durch den Nicol gegangenen Lichtes senkrecht zu der durch einfallenden Strahl und Beobachtungsrichtung bestimmten Ebene (in diesem Falle die Horizontalebene), so wird die Intensität des Fleckes nicht verändert. Dreht man dagegen den Nicol um  $90^\circ$ , so verschwindet der Fleck fast vollkommen, da das abgebeugte Licht zu ca. 85% polarisiert ist<sup>2)</sup> und seine Schwingungsebene senkrecht zur Beobachtungsebene liegt. Bei der zuerst angegebenen Stellung des Nicols tritt der Fleck erheblich heller auf der Flamme hervor als ohne Einschaltung des Nicols, da die Intensität der Flamme durch den Nicol ca. auf die Hälfte geschwächt wird, während das polarisierte abgebeugte Licht ihn fast ungeschwächt durchsetzt. Daher empfiehlt es sich, zur Erhöhung der Deutlichkeit der Erscheinung von vornherein den Nicol in der angegebenen Weise in den Strahlengang einzuschalten. In Ermangelung eines Nicolschen Prismas mit genügend großer Öffnung kann man die Polarisation des abgebeugten Lichtes auch durch Reflexion an einem Spiegel demonstrieren. Der Polarisationsgrad des abgebeugten Lichtes zeigt der Theorie gemäß eine starke Abhängigkeit vom Winkel zwischen Beobachtungsrichtung und einfallendem Strahl (das Maximum der Polarisation liegt ca. bei  $90^\circ$ ), eine Erscheinung, welche man ebenfalls objektiv demonstrieren kann, falls es möglich ist, die ganze Versuchsanordnung außer der Linse  $L_2$  drehbar aufzustellen.

Von den quantitativen Ergebnissen unserer Untersuchungen sei hier noch kurz erwähnt, daß der durchschnittliche Durchmesser der beugenden Kohlenstoffteilchen einer Hefnerkerze ca.  $1,75 \cdot 10^{-5}$  cm und die Zahl der Teilchen pro Volumeneinheit  $6,5 \cdot 10^8$  beträgt.

### Nachweis der Selbstinduktion.

Von Dr. A. Klaus in Charlottenburg.

Der für die modernen technischen Anwendungen der Wechselstromlehre so ungeheuer wichtige Begriff der Selbstinduktion stößt bekanntlich für das Verständnis der Schüler auf große Schwierigkeiten, die z. B. wohl darin begründet sind, daß es schwer ist, diese Induktionswirkung wirklich zu zeigen. Gewöhnlich wird dann die Rogetsche hüpfende Spirale herangeholt, die aber insofern sehr unbefriedigend ist, als ja der erwartete Induktionsstrom hierdurch nicht nachgewiesen wird<sup>3)</sup>.

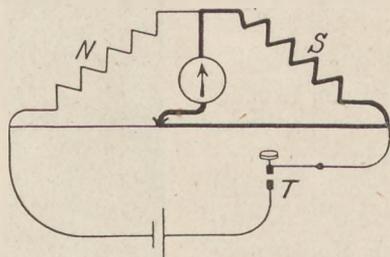


Fig. 1.

Und doch ist es leicht, den Extrastrom durch folgenden Versuch mit den in jeder physikalischen Sammlung vorhandenen Mitteln zu zeigen. Eine gewöhnliche, Selbstinduktion entwickelnde Spule  $S$  (Fig. 1) wird mit einem bifilar gewickelten Normalwiderstand  $N$  zu einer Wheatstoneschen Brückenschaltung vereinigt und die Brücke auf Stromlosigkeit eingestellt. Im Augenblick der Unterbrechung der Taste  $T$  zeigt das Galvanometer einen ballistischen Ausschlag, welcher von dem Extrastrom in  $S$  herrührt,

<sup>1)</sup> Dieser Effekt beruht allerdings nicht gänzlich auf der Intensitätsverteilung des abgebeugten Lichtes, sondern ist zum Teil durch die Eigenhelligkeit der Flamme, die im Rot größer ist als im Blau, bedingt.

<sup>2)</sup> Vgl. die demnächst in den Annalen der Physik erscheinende Arbeit der Verfasser.

<sup>3)</sup> Man vergl. hierzu P. Spies, diese Zeitschr. 10, 29.

dessen Stromkreis in der Figur durch starke Linien hervorgehoben ist. Wird nun  $T$  wieder geschlossen, so zeigt das Galvanometer trotz unveränderter Einstellung der Brücke auf Stromlosigkeit einen Ausschlag nach der entgegengesetzten Richtung wie vorher, weil das Gleichgewicht durch den Extrastrom im Zweige  $S$  während des Anwachsens des Batteriestromes auf den Maximalwert gestört ist. Sind Polarität der Batterie und der Zusammenhang zwischen Ausschlagsrichtung und Stromrichtung für das Galvanometer bekannt, so läßt sich auch das Gesetz über die Richtung des Extrastromes bei Unterbrechung und Stromschluß leicht bestätigen.

Die Versuche sind ebenso überzeugend, wie die grundlegenden über die einfache Magnetinduktion. Auch der Einfluß des Eisenkernes kommt deutlich zur Darstellung, wenn der Versuch mit und ohne Eisenkern angestellt wird. Mit einem auf 0,001 Amp. empfindlichen Galvanometer dürfte sich der Nachweis bei einer Batteriestromstärke von 0,5 bis 0,75 Amp. ohne weiteres erbringen lassen. Werden sehr empfindliche Spiegelgalvanometer in der Brücke benutzt (ohne Eisenkern!), die sich infolge unvermeidlicher geringer Veränderungen des Schleifkontaktes sehr schwer auf Null einstellen lassen, so ist es günstig, die Stromrichtung aus der Batterie so zu wählen, daß nicht Batteriestrom und Extrastrom in der Brücke dieselbe Ausschlagsrichtung ergeben.

Wo eine Wheatstonesche Brücke nicht verfügbar ist, kann der Versuch auch mit Hilfe einer Morsetaste nach nebenstehender Schaltung (Fig. 2) ausgeführt werden. Wird durch kurzen Druck auf die Taste der Arbeitskontakt  $A$  auf einen Augenblick geschlossen, der Ruhekontakt  $R$  unterbrochen, so zeigt das Galvanometer nach Loslassen der Taste einen ballistischen Ausschlag, durch welchen wenigstens der Unterbrechungsextrastrom gezeigt wird. Auch hier gelingt der Versuch mit Eisenkern bei einer Primärstromstärke von 0,5 Amp. mit einer 1-ohmigen Spule durch ein auf 0,001 Amp. empfindliches Galvanometer.

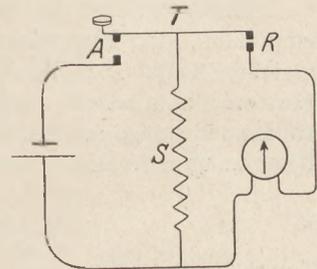


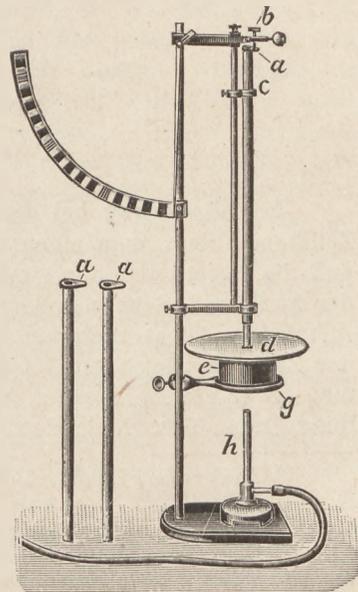
Fig. 2.

### Zur Bestimmung des linearen Ausdehnungskoeffizienten fester Körper.

Von H. Krebs, Physiker an der städt. Gewerbeschule in Dresden.

An dem von der Firma Meiser und Mertig in Dresden hergestellten und nebenstehend abgebildeten Apparat wird die durch Erwärmung hervorgerufene Verlängerung der Probestäbe (Rohre aus Eisen, Messing oder Zink) durch Anwendung eines ungleicharmigen Hebels auf einen Zeiger vergrößert übertragen, der vor einer weit hin sichtbaren Skala spielt. Die Erwärmung geschieht durch Wasserdampf, der in dem kleinen Kessel  $e$  erzeugt wird. Die Asbestscheibe  $d$  verhindert hierbei die Erwärmung des Gestelles durch die von der Flamme des Bunsenbrenners  $h$  aufsteigenden heißen Gase. Die Schraube  $b$ , welche auf dem an den Röhren befestigten Querstücke  $a$  aufsitzen muß, ist vor Anstellung eines Versuches so zu drehen, daß die Zeigerspitze auf dem Skalennullpunkte steht.

Man kann nun mit diesem Apparat den linearen Ausdehnungskoeffizienten recht genau bestimmen, indem man, während der Dampf durch das Rohr strömt, die Schraube  $b$  bis zum Verschwinden des Zeiger-



ausschlag zurückdreht. Aus der bekannten Ganghöhe der Schraube und der Anzahl der Schraubenumdrehungen läßt sich dann zunächst die Verlängerung und aus dieser, der ursprünglichen Rohrlänge und der Temperaturerhöhung der Ausdehnungskoeffizient berechnen.

Sofern die Ganghöhe der Schraube nicht bekannt ist, kann man dieselbe nach AMBRONN<sup>1)</sup> oder VOGLER<sup>2)</sup> leicht in der Weise bestimmen, daß man die Schraube zwischen zwei nicht zu harte weiße Kartenblättchen legt und diese leicht zusammenpreßt. Die Schraubengänge drücken sich dann gut ab, und man kann durch Anlegen eines guten Maßstabes leicht zwei nicht zu nahe gelegene Stellen finden, an denen Abdruck und Millimeterstrich genau übereinstimmen. Zählt man dann (eventuell mit der Lupe) die Anzahl der Schraubengänge und teilt mit dieser die Anzahl der Millimeter, welche demselben Intervall entsprechen, so hat man die Ganghöhe und zwar um so genauer, je länger die gemessene Strecke war.

Zur möglichst genauen Feststellung der Schraubenumdrehungen dürfte es sich empfehlen, den Kopf der Schraube durch Einreißen einiger Linien in eine Anzahl gleicher Teile zu teilen und am Gestell eine einfache Ablesemarke anzubringen. Letztere kann z. B. auch durch den Zeiger des neben dem Apparat aufgestellten Höhenmaßstabes ersetzt werden, der wohl in jeder Sammlung vorhanden ist. Als Beleg mögen folgende Zahlenangaben dienen:

#### 1. Apparatkonstanten.

Ganghöhe der Schraube (durch Abdrücken auf Papier bestimmt):  $g = 0,25 \text{ mm}$   
Rohrlängen:  $l = 321 \text{ mm}$

#### 2. Beobachtungswerte.

Temperaturerhöhung:  $t = 84^{\circ} \text{ C}$   
Anzahl der Schraubenumdrehungen bei Anwendung eines Eisenrohres:  $n_1 = 10/8$   
" " " " " " " " Messingrohres:  $n_2 = 16/8$   
" " " " " " " " Zinkrohres:  $n_3 = 19/8$

Aus diesen Werten berechnet sich der lineare Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$  nach der Formel  $\alpha = \frac{g \cdot n}{l \cdot t}$  zu:

0,0000116<sup>0</sup> C<sup>-1</sup> für Eisen;  
0,0000185<sup>0</sup> C<sup>-1</sup> „ Messing;  
0,0000221<sup>0</sup> C<sup>-1</sup> „ Zink.<sup>3)</sup>

### Für die Praxis.

**Formänderung bei der Biegung elastischer Stäbe.** Von Prof. Dr. H. Schüpp, Zollikon. Biegt man einen Stab bis zum Brechen, so erkennen die Schüler sofort, daß die Fasern auf der konvexen Seite verlängert worden sind; die Verkürzung auf der konkaven Seite dagegen wird kaum beachtet werden. Diese Verkürzung läßt sich jedoch leicht nachweisen und es läßt sich zeigen, daß sie der Verlängerung auf der Zugseite gleich ist. Auf beiden Seiten einer glatt liegenden Reißschiene klebt man zwei gleiche Streifen von 30—40 cm Länge aus ziemlich steifem Papier mit ihren Enden fest. Nach dem Trocknen durchschneidet man sie an einer Stelle normal

<sup>1)</sup> Ambronn, Handbuch der astronomischen Instrumentenkunde I. Bd. (Berlin 1899 Springer), S. 29 u. 157.

<sup>2)</sup> Vogler, Lehrbuch der praktischen Geometrie I. (Braunschweig 1885, Vieweg), S. 90.

<sup>3)</sup> Die Abweichung beim Zink dürfte darauf zurückzuführen sein, daß für die Herstellung des Zinkrohres gewöhnliches Zinkblech verwendet worden ist.

zur Längsrichtung. Die Schnittkanten werden sich bei nicht verbogener Schiene berühren; die Streifen sind also Zeiger für die anfängliche Länge der Holzfasern. Hierauf biegt man die Enden der Reißschiene gegeneinander und hält sie in dieser Lage durch einen Bindfaden fest. Die Schnittkanten der Streifen werden auf der Zugseite auseinander, auf der Druckseite gleich viel übereinander treten. Natürlich läßt sich der Versuch auch für stärkere Stäbe durchführen. Doch sind bei solchen für gleich große Dehnungen größere Kräfte nötig.

„Doppelhakengewichte“. *Zu Jahrgang 31, S. 223.* Von **E. R. Müller** in Marne. In meinen jungen Jahren (ich unterrichte bereits 48<sup>1/2</sup> Jahre Physik) habe ich mit geringer Mühe Doppelhakengewichte aus Blei dadurch hergestellt, daß ich in hartes Holz für 20 g-Stücke ausreichende Löcher bohrte und den Boden jedes Loches in der Mitte feindurchstieß, um ein Stück dünnen Eisendraht hindurchstecken zu können. Die Einstimmung auf 20 g bewirkte ich durch Abkneifen.

Da diese Gewichte für die neueren Hebel unzuweckmäßig sind, habe ich nach Anschaffung eines neuen Hebels von einem Bleirohr passende Stücke abgeschnitten, diese flach geschlagen und rechtzeitig je zwei Stücke Eisendraht, reichlich 1 cm voneinander entfernt, und wo es nötig war, Blei zum Ausgleich auf 20 g hineingelegt. Die Drähte sind an dem einen Ende zu Ösen, die gleiche Richtung mit der Bleiplatte haben, am anderen Ende zu Haken, die senkrecht zur Platte stehen, gebogen. Die Platten sind 25 mm breit und (in Richtung der Eisendrähte, bzw. des Bleirohrs) ungefähr 17 mm lang.

**Zum experimentellen Nachweis des Archimedischen Gesetzes.** Von Prof. **K. Richter** in Offenbach a. M. Bei der Anfertigung der von K. ROSENBERG beschriebenen vereinfachten Kolbeschen Zweifederwaage<sup>1)</sup> zum experimentellen Nachweis des Archimedischen Gesetzes sah ich mich gezwungen, einige Abänderungen vorzunehmen, die z. T. durch äußere Umstände bedingt waren und demnach nicht schlechtweg als Verbesserungen anzusehen sind. Da ich aber glaube annehmen zu dürfen, daß auch anderswo dieselben Schwierigkeiten auftreten können wie bei mir, so will ich diese Abänderungen kurz mitteilen.

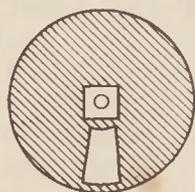
Der in meiner Sammlung befindliche zylindrische Messingkörper erwies sich als zu schwer, d. h. die Spiralfedern, deren Windungsdurchmesser ich absichtlich, um größere Empfindlichkeit zu erzielen, größer als 1 cm genommen hatte, streckten sich zu sehr, während ihre Verkürzung beim Eintauchen des Körpers trotzdem nur 1—1<sup>1/2</sup> cm betrug. Verkleinerung des Windungsdurchmessers der Federn hätte zwar beim Anhängen des Körpers eine innerhalb angemessener Grenzen bleibende Verlängerung, dafür aber wieder beim Eintauchen des Körpers eine noch geringere Verkürzung der Federn ergeben. Ich ließ daher zunächst alles nicht unbedingt Erforderliche, wie die Wagschale und den Metallzeiger, fort (als Zeiger kann der zugespitzte Holzstab selbst dienen) und entschloß mich, einen leichteren Senkkörper von möglichst großem Volumen anzufertigen. Aus meinem Vorrat von Probiergläsern suchte ich mir zwei heraus, von denen das eine möglichst genau in das andere paßte, und schnitt sie auf gleiche Länge ( $\sim 12$  cm) ab. Das engere wurde nach geeigneter Beschwerung mit Tarieschrot mit einem Korkstopfen verschlossen, in den ein Drahtaken gesteckt war, und als Senkkörper verwendet. Das andere wurde mit der passenden Aufhängevorrichtung aus Draht versehen. Man kann ja nun, wie das bei dem Versuch allgemein üblich ist, den Senkkörper an den Hohlkörper anhängen. Das ist auch hier möglich, wenn man den Hohlkörper in ein Drahtgeflecht einschließt, das unten in einen Haken endigt. Man kann aber auch

<sup>1)</sup> Diese Zeitschrift 31. S. 131 (1918).

die beiden Körper in der von ROSENBERG angegebenen Weise mittels zweier verschiebbaren Hülsen nebeneinander an den unteren Holzstab der Zweifederwaage hängen, muß dann jedoch nach dem Eintauchen des Senkkörpers durch Verschieben des Hohlkörpers von neuem für horizontale Lage des Zeigerstäbchens sorgen. Wer aber die dabei möglicherweise auftretenden didaktischen Schwierigkeiten fürchtet, verzichte lieber auf diesen geringfügigen Vorteil und nehme das Stativ entsprechend höher.

Ich erzielte auf die angegebene Weise beim Eintauchen des Senkkörpers in Wasser eine Verkürzung von  $\sim 5$  cm, die natürlich deutlich erkennbar ist.

**Stroboskopische Beobachtungen beim Wechselstrom-Bogenlicht.** Von H. Rebenstorff in Dresden. Mit einem kräftigen Elektromotor wird eine aufgeschraubte, etwa 40 cm große Pappescheibe in schnellste Bewegung gesetzt. (Sonst macht sich mit der Größe der Scheibe der Luftwiderstand sehr geltend.) Der Rand der Scheibe



aus schwarzer Pappe überragt ringsherum den auf starken Klötzen stehenden Motor, so daß durch den einen (oder diametral angebrachten zweifachen) Ausschnitt Licht ungehindert durchtreten kann. Vor der Scheibe steht nun eine kleine Bogenlampe, z. B. in der Classenschen Form mit wagerechter und senkrechter Kohle. Das Licht geht durch den Scheibenausschnitt, wenn die Drehung ihn gerade davor führt, und von den Kohlenspitzen entsteht durch die vor dem Lichtbogen wirkende Linse auf einem um einige Meter entfernten Projektionsschirm ein gutes Bild der von

vorne gesehenen Glühfläche der wagerechten und des Profils der Glühfläche der anderen Kohle. Bei schnellem Gange des Motoren tritt nun der Fall ein, daß genau nach einer Stromperiode Licht durch den Spaltausschnitt fällt. Es werden gleiche Phasen aus dem veränderlichen Glühen der Kohlendenden aneinander gereiht. Den Verlauf der Phasen ersieht man stroboskopisch sehr verlangsamt, da nur für Augenblicke Dauer der Lichtperiode und Wechsel des Ausschnittes übereinstimmen.

Zur Vorderbeleuchtung einer nur handgroßen, schwarz überklebten Scheibe aus 0,01 mm starkem Aluminiumblech, auf der ein weißer Sektor von etwa  $30^\circ$  angebracht ist, wurde ein Blechhalbkreis mit umgebogenen Blechstreifen so vor die Kohlendenden in die Zylinderhülle der Lampe geschoben, daß das untere Ende verdeckt wurde. Aus der Lampe tritt dann nur das Licht der wagerechten Kohle, in der Sekunde so oft, wie die Periodenzahl zuläßt. Die Scheibe war am Schnurlaufrädchen einer kleinen Rabe'schen Turbine befestigt, indem einfach ein Streifen gutes Kleband (*diese Zeitschr.* 27, 174) über ein kaum 1 cm großes Mittelloch geklebt war. Bei gutem Zentrieren der Scheibe wurde sie nicht abgeschleudert und konnte sehr schnell ohne Schrauben ausgewechselt werden. Beim allmählichen Angehen der Turbine sieht man im Licht der ohne Linse wirkenden Lampe Augenblicke eintreten, in denen der weiße Sektor beim neuen Ausbrechen des hellen Lichtes am selben Orte ist. Hier zeigt sich also der Sektor, freilich besonders nach der einen Seite hin sehr verwaschen. Bei geringerer Geschwindigkeit sieht man ihn vielleicht 5 bis 6 mal. Nach weiterem Öffnen des Wasserhahns wird diese Zahl mit Zwischenzeiten, in denen die Scheibe gleichmäßig grau aussieht, geringer. Gewöhnlich konnten drei Sektoren, selten auch nur zwei erreicht und damit die Drehungszahl 25 überschritten werden, da die Periodenzahl des Wechselstroms 50 betrug. Schonung der Kriegswasserschläuche hielt von vollem Öffnen der Leitung ab.

## Berichte.

### 1. Apparate und Versuche.

**Elektronenversuche mit Flammen.** In den *Vierteljahresberichten des Wiener Vereins zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts XXIII, Nr. 1/4 (1918)* veröffentlicht K. BRUNO Versuche über Elektronen, die er im genannten Verein im Mai 1918 vorgeführt hat. Wir berichten über einige von ihnen, die besonders auch wegen ihrer methodischen Anordnung Interesse erregen werden.

1. Es wird angeknüpft an einen bekannten Versuch: Bringt man in die Nähe einer elektrisch geladenen Kugel, an der ein elektrischer Pendel hängt, die Flamme eines Bunsenbrenners, so verschwindet der Ausschlag des Pendels alsbald. Man schreibt dies der Wirkung der Ionen zu, die in der Flamme auftreten. Zum Zweck näherer Erforschung der elektrischen Natur solcher Flammen werden nun zwei auf Glasplatten isolierte Bunsenbrenner mit leuchtender Flamme an die beiden Pole einer Holtz'schen Influenzmaschine angeschlossen. Beide werden stetig und gleichmäßig elektrisch geladen, aber an dem negativ geladenen Brenner wird der leuchtende Teil der Flamme tief zum Brennerrohr, teils in das Innere, teils an der Außenwand herabgezogen, so daß die Flamme die Gestalt eines Pilzhutes annimmt, während die mit dem positiven Pol verbundene Flamme keine Spur einer solchen Veränderung erkennen läßt. Der Versuch lehrt offenbar, daß die leuchtende Flamme positiv elektrisch ist; es läßt sich zeigen, daß die Träger der elektrischen Ladung die glühenden Kohlenstoffteilchen sind, die auch am Brennerrohr einen deutlichen schwarzen Niederschlag liefern.

2. Um auch negativ elektrische Ladung nachzuweisen wird eine Leidener Flasche *A* (Fig. 1) mit großem kugelförmigen Knopf negativ ge-

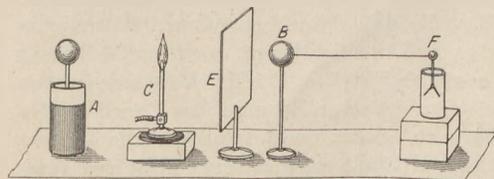


Fig. 1.

laden und etwa  $\frac{3}{4}$  m entfernt von einer gleichgroßen isolierten Metallkugel (*B*) aufgestellt, die durch einen dünnen, etwa  $1\frac{1}{2}$  m langen Draht mit einem Elektroskop *E* verbunden ist. Der Ausschlag des Elektroskops verschwindet wieder, wenn man die Leidener Flasche entfernt. Stellt man aber nun zwischen *A* und *B* eine isolierte

Bunsenflamme, so wächst der sich zeigende Ausschlag des Elektroskops rasch bis zum völligen Spreizen der Blättchen und bleibt in nahezu derselben Größe bestehen, auch wenn man die Flamme wieder entfernt. Hieraus geht hervor, daß das Elektroskop durch negativ elektrische Teilchen, die von der Flamme herrühren, geladen worden ist. Dabei wirkt die geladene Kugel *A* als „Treiber“ der von der Flamme *C* ausgesandten Teilchen.

3. Zur Beantwortung der Frage nun, ob diese negativ elektrischen Teilchen Elektronen sind, schiebt man zwischen *C* und *B* ein genügend großes Blech *E* auf isoliertem Fuß, dann wird dieses mit *A* gleichnamig geladen, wie man leicht erkennt, wenn man nach Entfernung von *A* und *C* das Blech ebenfalls entfernt und dann wieder nähert. Der Versuch gelingt auch mit einer Hartgummi- oder Glasplatte. Auch jetzt noch zeigt das Elektroskop eine Ladung, die auch nach Wegnahme von *A*, *C*, *E* bestehen bleibt. Die Ladung des Elektroskops kann also nicht durch Ionen bewirkt sein, da solche durch feste Körper nicht hindurchgehen, es können vielmehr nur Elektronen sein, und zwar langsame Elektronen, da solche von großer Geschwindigkeit (wie in den Kathodenröhren) nur durch ganz dünne Platten hindurchgehen. Versuche mit Röntgenröhren, die sich hier anschließen, möge man a. a. O. nachlesen.

4. Man verbinde die isolierte Metallkugel *A* (Fig. 2) mit dem negativen Pol der Elektrisiermaschine, daneben wie früher die isolierte Bunsen-

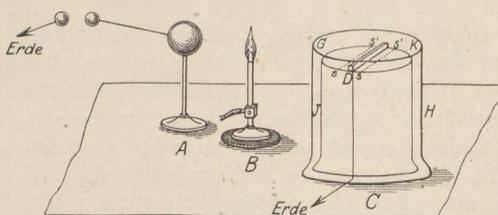


Fig. 2.

flamme *B* und dahinter eine wagerechte isolierte Glasplatte (den Boden eines umgestülpten Becherglases). Auf diese legt man einen vierkantigen geradeten Metallstab *D* und bestreut sie mit Eisenstaub oder noch besser mit Kohlepulver. Sobald die Ladung der Kugel *A* beginnt, zieht sich die Flamme in der Richtung *AC* nach beiden Seiten auseinander; der Staub fliegt reichlich gegen die Flamme hin und erzeugt durch sein Glühen eine sehr auffällige Erscheinung. Die Hauptmenge des Staubes aber bewegt sich teils von beiden

Seiten gegen den Stab *D* hin, um sich darunter anzusammeln, teils gegen Linien (*SS'*), die in regelmäßigen Abständen parallel zu *D* verlaufen und den Eindruck einer Interferenzerscheinung machen. Die Staublinien *SS'* erweisen sich bei Prüfung mit einem Elektroskop als negativ elektrisch. Selbst wenn man die Platte *C* mit einem größeren Becherglas überdeckt, dauert die Wirkung fort; auch ein Beweis, daß es sich nicht um Ionen, sondern nur um Elektronen handeln kann. Die gegen den Eisenstab *D* prallenden Elektronen werden zum Teil zurückgeworfen und geben so zur Bildung von Interferenzerscheinungen Anlaß. An der Innenwand des übergestülpten Becherglases in der Richtung *AN* sieht man Staubteilchen kleben, ein deutliches Zeichen, daß der Staub zuerst negativ elektrisch wurde und dann gegen die Flamme hinflieg.

5. Die Durchdringungskraft der Elektronen zeigen auch Versuche mit einem metallenen Hohlspiegel (Fig. 3). Stellt man einen solchen isoliert auf und setzt an die konkave Seite einen Brenner *B* und eine mit dem negativen Pol der Elektrisiermaschine verbundene Konkavkugel *D* auf, so zeigt ein Elektroskop *C* auf der anderen Seite

des Hohlspiegels eine lebhafte Strahlung an. Daß diese nicht von einer induzierten Ladung des Spiegels herrühren kann, geht daraus hervor, daß bei direkter Ladung des Spiegels (Verbindung mit einem Pol der Maschine) ein Elektro-

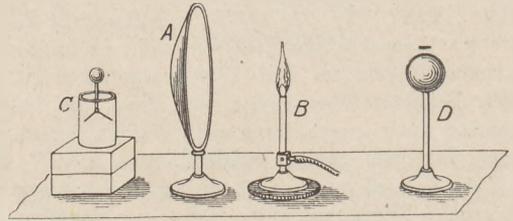


Fig. 3.

skop in der Stellung *C* keine Strahlungswirkung anzeigt, denn ein entstehender Ausschlag verschwindet in genügender Entfernung wieder, während das Elektroskop an der Konkavseite durch die von der Flamme ausgehenden Elektronen auf mehrere Meter Entfernung dauernd geladen wird. Weitere Versuche wolle man ebenfalls im Original nachlesen. *P.*

## 2. Forschungen und Ergebnisse.

**Die Hauptsätze der Lehre von den flüssigen Kristallen.** Der Entdecker dieser wichtigen Gebilde, O. LEHMANN, hat die Hauptsätze ihres Verhaltens in der *Physikal. Zeitschr.* 1918, 73 u. 88 neu zusammengestellt. Ihr Bestehen läßt sich nicht mit der alten Ansicht von der Unveränderlichkeit der Moleküle in den drei Aggregatzuständen in Einklang bringen. Man dachte sich früher die gleichen Moleküle in den Flüssigkeiten regellos gelagert, in den Kristallen zu einem anisotropen Gebäude, einem Raumgitter, fest zusammengefügt. Das tatsächliche Bestehen flüssiger Kristalle nötigte aber dazu, die bisherige „Identitätstheorie“ durch die „Theorie der molekularen Isomerie“ zu ersetzen.

Beim Ammoniumnitrat entdeckte O. LEHMANN fünf polymorphe Modifikationen, die sich bei den „Umwandlungstemperaturen“ ( $-16^{\circ}$ ;  $32,4^{\circ}$ ;  $82,8^{\circ}$ ;  $125,6^{\circ}$ ) in beiden Richtungen ineinander verwandeln, ganz ähnlich, wie bei einer ganz bestimmten Dissoziationstemperatur eine an Kristallwasser reiche Substanz in wasserärmere und in Wasser zerfällt, und wie umgekehrt beim Abkühlen bei derselben Temperatur wieder die wasserreichere Substanz entsteht. Die polymorphen Modifikationen bestehen nicht aus denselben Molekülen in verschiedener Raumgitteranordnung, sondern sie sind molekular (physikalisch) isomere Verbindungen. Derartige Verbindungen unterscheiden sich von atomistischen nur durch geringere Festigkeit, auch besteht zwischen beiden

Arten keine scharfe Grenze. Der Erstarrungspunkt einer Schmelze ist als der Sättigungspunkt der Lösung der betreffenden festen Modifikation aufzufassen; eine überkühlte Schmelze ist eine übersättigte Lösung. Amorphe (glasartige) Stoffe sind stets Gemenge von mindestens zwei verschiedenen Molekülarten.

O. LEHMANN'S Versuche ergaben weiter, daß auch nichtisomorphe Stoffe im Kristall bestehen können. Salmiak nahm Eisenchlorid bis zu dunklerer Färbung, im Vergleich zur Lösung auf. Dichroismus erwies dabei die regelmäßige Orientierung der Beimengung. Unregelmäßigkeiten der Formbildungen änderten den gleichmäßigen Verlauf der Auslöschungsrichtungen zwischen gekreuzten Nicols nicht. Plastische Deformationen, z. B. an Kristallen von Ammoniumnitrat änderten weder die Durchsichtigkeit, noch die Löslichkeit an besonderen Stellen. Die Molekülachsen mußten nach dem optischen Befunde ihre Lagen zu den gebogenen Kanten bewahrt haben. Die Existenz flüssiger Kristalle erschien somit nicht von vornherein ausgeschlossen, die zähflüssigen Kristalle des sauren Ammoniumoleathydrats machten ihr Bestehen noch leichter möglich. Kristalle des schleimig-flüssigen gewöhnlichen Ammoniumoleathydrats gaben endlich das erste Beispiel eines wirklichen Fundes flüssiger Kristalle. Ihre Neubildung nach dem Zerteilen erwies eine „Gestaltungskraft“. Zusammenfließen, Parallelrichten dabei wurden beobachtet. Wichtig war die

stets mitwirkende Eigenschaft dieser Gebilde, an Flächen von Glas, Luftblasen u. a. sich stets so anzuschmiegen, daß die Hauptachse der Moleküle sich zur Fläche senkrecht stellt. Beschreibungen der zahlreichen, wechselnden Strukturformen, Einwirken des Magnetismus, das Selbstreinigungsvermögen dieser Kristalle, die Bildung von „Myelinformen“ beim Aufquellen in Wasser, das Innenwachstum dabei usw., darüber berichten die zahlreichen Arbeiten von O. LEHMANN u. a., auf die verwiesen ist. Manche der beobachteten Bewegungserscheinungen, die Selbstteilungen, plötzliche Geradstreckungen, sowie Rückfall in die gewundenen Formen erhalten dadurch eine sehr erhöhte Bedeutung, daß sie lebhaft an ähn-

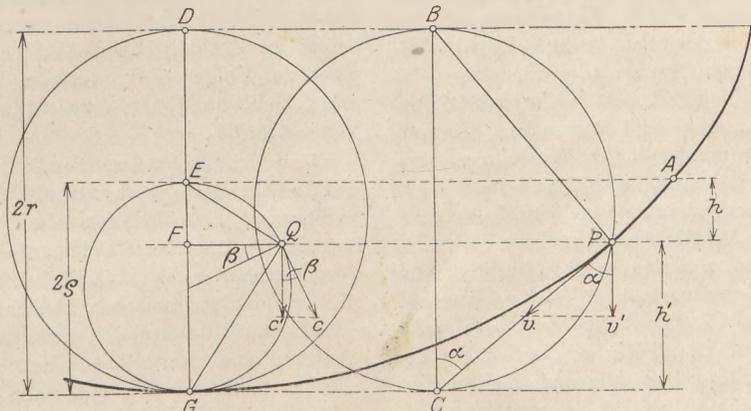
liche Erscheinungen bei Lebewesen erinnern. Es wird nach der Meinung des Verfassers zu untersuchen sein, inwieweit die in diesen wirkenden Kräfte verwandter Natur sind, ob, wie in den Lebewesen, im Sinne der dualistischen Theorie auch in der scheinbar toten Natur „eine Seele auslösend zweckmäßig wirkt oder ob es nach monistischer Auffassung Leben auch ohne Ernährung gibt, ob auch den gesetzmäßig zwecklos wirkenden Atomen, Elektronen und Kraftfeldern eine Seele zuzuschreiben wäre“<sup>1)</sup>. *Rebenstorff.*

<sup>1)</sup> Die obige Fragestellung halten wir durch die vorliegenden Tatsachen nicht für gerechtfertigt.  
*Die Schriftleitung.*

#### 4. Unterricht und Methode.

**Die Zykloïde als Kurve gleicher Fallzeit.**  
In der Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich<sup>1)</sup> zeigt A. KIEFFER, daß sich die Ableitung der bekannten Zykloïdeneigenschaft in elementarer Form auf wenigen Seiten durchführen

läßt. Seine Darstellung folgt dem Gedankengang von Huygens und verdient im Interesse der Schule weitere Verbreitung. In etwas veränderter Form lautet sie: Auf einer Zykloïde mit der vertikalen Achse  $DG$  mag ein Punkt



von A aus fallen. Gelangt er nach P, so hat seine Geschwindigkeit  $v = \sqrt{2gh}$  die Richtung PC normal zu PB; denn der rollende Kreis, mit welchem die Zykloïde definiert wird, dreht sich in diesem Augenblick um B. Gleichzeitig mit dem Punkt P bewege sich ein Punkt Q auf dem Kreis über dem Durchmesser EG derart, daß er mit P beständig in einer Horizontalen bleibt. Seine Geschwindigkeit heiße c. Denkt man sich die Bewegungen von P und von Q aus einer horizontalen und einer vertikalen geradlinigen Bewegung zusammengesetzt, so sind die vertikalen Teilbewegungen identisch. Die beiden Punkte haben daher gleiche vertikale Geschwindigkeitskomponenten  $c' = v'$ . Aus der Figur ergibt sich:

$$c' = c \cdot \cos \beta = \frac{c \cdot FQ}{e} = \frac{c \cdot \sqrt{hh'}}{e}$$

$$v' = v \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{2gh} \cdot CP}{2r} = \sqrt{\frac{2gh \cdot h' \cdot 2r}{4r^2}}$$

<sup>1)</sup> Jahrgang 63 (1918), S. 229.

also

$$\frac{c \sqrt{hh'}}{e} = \sqrt{\frac{ghh'}{r}}$$

oder

$$c = \sqrt{\frac{g}{r}} \cdot e.$$

Die Bewegung von Q ist also eine gleichförmige. Aus der bekannten Bewegung von Q lassen sich nun alle Eigenschaften der Bewegung von P herauslesen. Speziell ist die ganze Fallzeit T von A bis G gleich der Zeit, in welcher Q den Halbkreis EQG beschreibt, also

$$T = \frac{\pi e}{c} = \pi \sqrt{\frac{r}{g}}.$$

Sie ist demnach unabhängig von der Lage von A. Weitere Ergebnisse findet man in der zitierten Arbeit oder bei Huygens: Die Pendeluhr<sup>1)</sup>.

H. Schüepp, Zollikon.

<sup>1)</sup> Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Nr. 192.

## Neu erschienene Bücher und Schriften.

**Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus.** Von L. GRAETZ. Bd. I, Lieferung 3. Leipzig, Joh. Andr. Barth, 1918.

Mit dieser Lieferung liegt der erste Band des hervorragenden Werkes nunmehr vollständig vor. Über einzelne Punkte ist in dieser Zeitschrift bereits früher (vgl. 26, 198) berichtet worden. Auch die neuen Teile zeigen, daß der Herausgeber und seine Mitarbeiter mit Erfolg ihrem Ziele nachgegangen sind, die fast unübersehbare Fülle von Arbeiten über dieses Gebiet zwar kurz, aber möglichst vollständig darzustellen und kritisch zu würdigen. Daß bei einem solchen Werke eine gewisse Kenntnis des Gesamtgebietes vorausgesetzt wird, ist selbstverständlich; um ein Lehrbuch soll es sich ja nicht handeln. Immerhin ist die Frage gestattet, ob die Grenze hier immer richtig getroffen ist. Bisweilen empfindet der Leser das Bedürfnis nach etwas größerer Ausführlichkeit. Raum hierfür hätte sich schon durch Vermeidung einiger Wiederholungen gewinnen lassen. Es ist z. B. in dem Abschnitt „galvanische Elemente“ die Messung der E. M. K. mittelst des Kompensationsverfahrens sehr eingehend besprochen, wiewohl sich eine nicht minder breite Darstellung, zum Teil mit Abbildungen derselben Apparate in Band II in dem Abschnitt „elektrische Messungen“ findet, wo diese Ausführlichkeit auch am Platze ist.

Der Abschnitt „galvanische Elemente“, von FRANTZ-Heidelberg verfaßt, füllt den Hauptteil der Lieferung 3 (S. 421–698). Im Mittelpunkt steht der Voltaeffekt. „Während die Berührungselektrizität zwischen Bernstein und Wolle schon im Altertum bekannt war, . . . so war man sich doch darüber nicht klar, daß es sich beim „Reiben“ nur um die Vergrößerung eines einfachen Berührungseffektes handelte.“ Für Metalle wird eine von Thomson angegebene Form des Voltaschen Grundversuchs angegeben. Der eine Schenkel eines Hufeisens besteht aus dem einen, der andere, mit dem ersten verlötet, aus dem anderen Metall. Die Öffnung bildet nur einen schmalen Spalt. Bringt man diesen über eine elektrische Nadel, parallel zu ihrer Richtung, so schlägt sie aus. — Weiterhin wird eine Menge geschichtlichen Stoffs geboten. Dafür ein Beispiel: Bohnenberger bestätigte den Satz, daß das Potential einer Säule nur von Art und Zahl ihrer Elemente, nicht aber von ihrer Größe abhängt. Leitete er aber den einen Pol einer trockenen Säule ab und verband den anderen mit einer Leydener Flasche, so erhielt sie in gleichen Zeiten Ladungen, die der Größe der Platten proportional waren. — Derartige weniger

bekanntere Versuche sind an zahlreichen Stellen erwähnt und geben dem Werke, neben seiner eigentlichen Bestimmung auch einen besonderen Wert für den Unterricht.

Dem allgemeinen und historischen Abschnitt folgt eine Übersicht über die gebräuchlichen galvanischen Elemente, eine kürzere über die sogenannten trockenen, eine ausführlichere über die nicht trockenen Elemente. Erwähnt sei aus diesem Abschnitt die an den „Brennstoffketten“ geübte Kritik: Ihr geringer Erfolg liegt am gleichen Punkt, der für eine stärkere Heranziehung der elektropräparativen Methoden für technische Gewinnung chemischer Präparate verhängnisvoll wurde. Die elektrochemischen Reaktionen sind ihrem Wesen nach Flächenreaktionen. Benutzt man, wie üblich, stark verunreinigte Kohle, so wird bei der Arbeit des Brennstoffelements der Kohlenstoff verbraucht und die Verunreinigungen bedecken mehr und mehr die Polplatten oder verunreinigen die Schmelze. Deshalb haben die Elemente, die sich nicht der Kohle selbst, sondern des Generatorgases bedienen, mehr Aussicht auf praktische Verwertbarkeit.

Von dem folgenden, ziemlich ausführlichen Abschnitt „Messungen an galvanischen Elementen“ war bereits oben die Rede. Nach einer kurzen Betrachtung über Normalelemente folgt die mit wünschenswerter Vollständigkeit hergestellte „Theorie der galvanischen Elemente“. Von allgemeinerem Interesse ist auch in diesem Abschnitt u. a. die historische Übersicht. Bekanntlich hat man in bezug auf diese — wie auch auf andere — Theorien anfangs die Tragweite des Energiesatzes überschätzt und selbst Helmholtz hat in der nach ihm (und Thomson) benannten Regel den zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie unberücksichtigt gelassen. Bemerkenswert ist, daß J. R. Mayer die unvollkommene Verwandlungsfähigkeit der Wärme und die Bedeutung dieser Beschränkung für solche Vorgänge klar erkannt und qualitativ richtig dargestellt hat. Braun zeigte dann 1878 durch quantitative Betrachtungen, wie man hier vorgehen muß. Vor allem aber ist Gibbs zu nennen, der zuerst die Theorie der galvanischen Elemente von thermodynamischen Gesichtspunkten aus ganz allgemein entwickelte. Eingehender im einzelnen geschah es späterhin durch Helmholtz, allgemeiner durch Duhem und Gans. Über den zweiten Hauptsatz ging erst Nernst mit Erfolg bewußt hinaus in seinem Wärmetheorem. Die Theorie selbst und die zugehörigen experimentellen Untersuchungen sind eingehend

dargestellt, insbesondere auch, was die Abhängigkeit der E. M. K. von Temperatur, Druck und Konzentration angeht. Anhangsweise ist besprochen der Einfluß von Druck-, Spannungs- und Magnetisierungszustand einzelner Teile des Elements. Hier werden die interessanten Versuche von Des Condres, Tolman u. a. erwähnt, bei denen z. B. Quecksilberionen mit oder gegen die Schwere oder — noch stärker — gegen die Zentrifugalkraft wandern müssen, so daß durch positiven oder negativen Aufwand von Energie eine Vergrößerung oder Verringerung der E. M. K. entsteht.

Den Schluß des Abschnittes über die galvanischen Elemente bildet eine Darstellung der kapillarelektischen Erscheinungen, den der ganzen Lieferung 3 und damit des gesamten ersten Bandes die Thermoelektrizität. Dieser Aufsatz war von K. Baedeker im Jahre 1913 im wesentlichen fertiggestellt. Der ausgezeichnete Physiker fiel als eines der ersten Opfer des Krieges. Der Herausgeber GRAETZ hat den Aufsatz durch Berücksichtigung der Literatur bis Ende 1916 ergänzt. Auch hier sind die experimentellen Untersuchungen über die Seebecksche, Peltiersche und Thompsonsche Grunderscheinung vorangestellt. Die alsdann folgende theoretische Behandlung schlägt einen doppelten Weg ein. Einerseits wendet sie die beiden Hauptsätze der Wärmetheorie an, die gerade bei diesem Gegenstand einen ihrer ersten großen Erfolge erzielte. Merkwürdigerweise hat die Prüfung der auf diesem Wege hergeleiteten Sätze noch nicht zu einer vollständigen Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie geführt. Soweit es sich um den ersten Hauptsatz handelt, sind die Abweichungen auf Beobachtungsfehler zurückzuführen. Bei dem zweiten können außer solchen Fehlern auch irreversible Vorgänge eine Rolle spielen, so daß statt der Gleichung  $\sum \frac{Q}{T} = 0$  nun die Ungleichung  $\sum \frac{Q}{T} < 0$  tritt. Da indes Abweichungen von der Umkehrbarkeit nicht einwandfrei festgestellt sind, behält der Verfasser diese Voraussetzung bei und erhält so eine einfache Formulierung der thermodynamischen Ansätze.

Andererseits ist ein weiterer Ausbau der Theorie nur möglich auf Grund speziellerer Annahmen. Als solche wird in den letzten Abschnitten die Elektronentheorie in den Formen behandelt, die Riecke und andere ihr gegeben haben und ferner die „Elektronendampfdrucktheorien“ der Thermoelektrizität von Richardson, Baedeker und Krüger, die von der Elektronenemission erhitzter Leiter ausgehen.

Der gesamte Inhalt des ersten Bandes wird vom Herausgeber unter der Bezeichnung „Elek-

trizitätserregung und Elektrostatik“ zusammengefaßt. Von den anderen vier Bänden sind einzelne Teile bereits erschienen. Daß die durch den Krieg stark verzögerte Fertigstellung nunmehr schnell erfolgen soll, ist sehr erfreulich.

*Spies.*

**Einführung in die theoretische Physik** mit besonderer Berücksichtigung ihrer modernen Probleme. Von A. HAAS. I. Bd. Leipzig, Veit & Co. 1919. VII u. 384 S. mit 50 Fig.

Der erste der beiden geplanten Bände des ganzen Werkes liegt vor. Er behandelt Mechanik, Elektrizität und Magnetismus, Optik und Elektronentheorie. Der zweite Band soll Wärmelehre, Atomistik, Quanten- und Relativitätstheorie enthalten. Eine einheitliche Gesamtdarstellung des ganzen Gebiets der theoretischen Physik soll gegeben werden; alles hierfür nicht Notwendige wird weggelassen, so Untersuchungen von mehr technischer Bedeutung (Wechselströme, Elastizität) und solche von mehr mathematischer als physikalischer Natur (Wärmeströmung im II. Bd.). Aber auch Anwendungen und Beispiele haben leider nur in sehr beschränktem Maß Platz gefunden.

Die Darstellung ist außerordentlich klar und übersichtlich. Der Leser, bei dem nichts als die Elemente der Infinitesimalrechnung vorausgesetzt wird, wird leicht und sicher in alle Gebiete der modernen theoretischen Physik eingeführt und mit den Hauptergebnissen bekannt gemacht. Sehr angenehm für den Leser ist die starke Berücksichtigung des geschichtlichen Moments und die Einfügung zahlreicher historischer Hinweise. Zur Wiederholung sowohl wie zur kurzen Einführung in die Probleme der theoretischen Physik ist das Buch jedem Lernenden und Lehrenden (z. B. auch dem Lehrer an höheren Schulen) warm zu empfehlen. Vielleicht wäre es manchem Leser erwünscht, wenn die — keineswegs grundsätzlich weggelassenen — Literaturangaben noch etwas zahlreicher wären.

*Ernst Lamla.*

**Vorlesungen über technische Mechanik** in 6 Bänden. Von A. FÖPPL. I. Bd.: Einführung in die Mechanik. 5. Aufl. Leipzig, Teubner, 1917. XVI u. 431 S. mit 104 Figuren im Text.

1898 ist die erste, 1917 bereits die fünfte Auflage des vorliegenden I. Bandes erschienen. Diese Tatsache ist die allerbeste Empfehlung des in Fachkreisen allgemein bekannten und geschätzten Buches. Es ist für den angehenden Techniker bestimmt; doch ist zu wünschen, daß auch der Student der Physik, vor allem der angehende Lehrer, gerade diesen I. Band, der noch nicht die speziellen technischen Fragen behandelt, zur Hand nehme. Für den späteren Unterricht ist es von Vorteil, wenn man die Probleme

der Mechanik auch einmal mit den Augen des Technikers betrachtet hat. *Ernst Lamla.*

**Theorie der Elektrizität.** Von ABRAHAM-FÖPPL. I. Band: Einführung in die MAXWELLSche Theorie der Elektrizität. Von A. FÖPPL. 5. Aufl., herausgegeben von M. ABRAHAM, Leipzig, Teubner 1918. XIV u. 400 S. mit 11 Figuren.

Das Buch, dessen vorliegende 5. Auflage im wesentlichen einen unveränderten Abdruck der vorhergehenden darstellt, ist in allen Fachkreisen so allgemein bekannt und geschätzt, daß es irgend einer Empfehlung nicht mehr bedarf. Der Physiker wie der Elektroingenieur werden es in gleicher Weise mit Erfolg zur Einführung in die Theorie der Elektrizität und zugleich, worauf nochmals hingewiesen sei, zur Einführung in die Vektorrechnung benutzen. *Ernst Lamla.*

**Die Differentialgleichungen des Ingenieurs.** Von W. HORT. Berlin, J. Springer, 1914. IX und 540 S. mit 255 Textfiguren.

Nach einem einleitenden Kapitel über Integration sowie über die Planimeter und Integraphen, die ausführlich beschrieben werden, gibt Verf. eine eingehende Darstellung der Behandlung von gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen. Das Buch ist nicht für den „reinen“ Mathematiker bestimmt. Existenzbeweise fehlen ebenso wie manche schwierigeren mathematischen Herleitungen und Beweise. Der Praktiker dagegen findet gerade das, was er in mathematischen Lehrbüchern oft vergeblich sucht: Eine zusammenhängende Behandlung fast aller „physikalischen“ Differentialgleichungen. Neben dem Ingenieur, dem das Buch in erster Linie zugehört und dem es aufs wärmste zu empfehlen ist, wird der Physiker es mit großem Nutzen zur Hand nehmen.

Die ziemlich zahlreichen Druckfehler stören zuweilen. *Ernst Lamla.*

**Leitfaden der magnetischen Messungen.** Von ERNST GÜMLICH. VIII u. 228 S. 82 Abb. 6 Tafeln. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn, 1918, M. 12,—, geb. M. 14,40.

Von denjenigen magnetischen Messungen handelt das Buch, durch die man die magnetischen Eigenschaften des Eisens und der elektrotechnisch wichtigen Legierungen ermittelt. Wer Veranlassung gehabt hat, die geradezu verzweifelten Bemühungen der Erstlinge in dieser Meßkunst kennen zu lernen, der staunt, bis zu welcher Feinheit diese Messungen jetzt entwickelt sind, der hat aber auch Verständnis für die bis ins kleinste gehende Gründlichkeit des Verfassers und freut sich daran, denn er weiß, daß diese Messungen in einem ganz außergewöhnlichen Grade umsichtigste Vorbereitung, peinlichste Durchführung und kritische Wertung verlangen.

Der Verfasser behandelt mit besonderer Berücksichtigung der in der physikalisch-technischen Reichsanstalt verwendeten Methoden und Apparate in drei Hauptabschnitten die magnetometrischen, ballistischen und wattmetrischen Methoden. Den Sättigungswerten und den reinen Hysteresisverlusten sind zwei weitere Abschnitte gewidmet. Auf 45 Seiten und 6 großen Tafeln werden die magnetischen Eigenschaften der ferromagnetischen Stoffe übersichtlich dargestellt. Für den Praktiker ist das Buch unentbehrlich, denn die früheren sind bei den raschen Fortschritten der letzten Jahre veraltet.

Nicht ganz auf der Höhe der übrigen Abschnitte steht der einführende, der die magnetischen Grundbegriffe darstellt. Für den elektrotechnisch Geschulten ist er entbehrlich; wer aber in anderer Weise über Magnetismus belehrt worden ist, der braucht schon einen kräftigeren Stoß, um auf den rechten Weg zu kommen; und wer noch ganz unkundig ist, hat eine ausführlichere und an einigen Stellen schärfer gefaßte Einleitung nötig.

Den Schulbüchern und dem Schulunterricht liegt der Gegenstand des Buches fern. Leider! Ein wenig davon gehört durchaus in den Unterricht hinein. Dieses völlige Bedingtesin aller auffälligen Zeichen des augenblicklichen Zustandes durch die Vergangenheit, dieses Verstecktesin des Wesentlichen und Bleibenden unter viel Unwesentlichem und Vergänglichem sind äußerst lehrreich. Hier muß die exakte Wissenschaft am einfachsten Gegenstand Geschichte treiben, nämlich der in der Gegenwart wirksamen Vergangenheit nachspüren. *W. Vn.*

**Mißerfolge in der Photographie** und die Mittel zu ihrer Beseitigung. Von HUGO MÜLLER. Erster Teil, Negativverfahren. Vierte, verb. u. verm. Auflage. 113 S. 4 Textfig. 8 Tafeln. Halle, Wilhelm Knapp, 1913. M. 2,—.

In dem kurzen optischen Teil finden sich einige Unrichtigkeiten. Im übrigen ist das Buch zu empfehlen, wie ja auch die Zahl der Auflagen zeigt, daß es seinen Zweck ganz gut erfüllt hat und ein Bedürfnis für diese Anleitung besteht. *W. Vn.*

**Beiträge zur praktischen Ausführung von Ankerwicklungen.** Von W. WOLF. Dritte, umgearbeitete Auflage. 92 S. 143 Abb. Leipzig, Hachmeister u. Thal, 1917.

Verf. hat zahlreiche Beschreibungen und Abbildungen, vielfach aus der Patentliteratur, zusammengetragen, die sich auf die Form und Herstellung von Ankerwicklungen und die dazu nötigen Hilfseinrichtungen usw. beziehen. Kritischer Bemerkungen enthält er sich, daher wird das Buch dem Anfänger kaum gute Hilfe bieten.

Auch für den Physiklehrer kann das Buch nicht zur Orientierung dienen, ihn würde es nur verwirren. Der erfahrene Fachmann wird gewiß manches brauchen können, aber die Quellennachweise schmerzlich vermissen. *W. Vn.*

**Die elektrischen Spielzeug- und Kleinmaschinen für Gleich- und Wechselstrom.** Von KARL MORITZ. Zweite, neu bearbeitete Auflage. 104 S. 103 Abb. 2 Tafeln. Leipzig, Hachmeister u. Thal, 1917. M. 2,60 kart.

In dem Büchlein sind zahlreiche Kleinmotoren, Kleindynamos, Spielzeugmaschinen, kleine Transformatoren und Wechselstrommotoren eingehend beschrieben. Vielfach ist die ganze Berechnung durchgeführt, auch der Arbeitsplan und die Kostenberechnung für Massenherstellung aufgestellt. Die verschiedensten Fabrikate werden als Beispiele angeführt, in ihren Einzelheiten kritisch besprochen, mehrfach andere Vorschläge gemacht und ganze Neuentwürfe des Verfassers angeschlossen. Das Buch, das wohl das erste seiner Art ist, macht einen durchaus günstigen Eindruck. *W. Vn.*

**Das Polarisationsmikroskop.** Von ERNST WEINSCHEK. Vierte verbesserte Auflage. VIII u. 172 S. Freiburg i. B., Herder, 1919. Geb. M. 9,—.

Die bisherige „Anleitung zum Gebrauch des Polarisationsmikroskopes“ (erste Aufl. 1901) ist durch eine Anzahl anschaulicher Abbildungen weiter bereichert und auch im Text an vielen Stellen verbessert. Für den Unterricht sind besonders die übersichtlichen Schemabilder des Strahlenganges und der Schwingungsrichtungen bemerkenswert, die leicht nachzuzeichnen sind. Der reiche Inhalt des Buches kommt besonders dem zugute, der sich, etwa in seinen Mußstunden, mit den reizvollen Erscheinungen eingehender zu beschäftigen vermag. Die Beschreibung der Instrumente und Arbeitsmethoden ist dem Anfänger angepaßt und durch gut gewählte Abbildungen unterstützt. Anhangsweise, aber doch etwas zu knapp, ist auch die Projektion der Erscheinungen behandelt. *W. Vn.*

**Naturwissenschaftliche Vorträge im Felde gehalten.** 1. Chemische Industrie im Kriege. Von R. LORENZ, Prof. an der Universität Frankfurt a. M. 207 S. Geb. M. 8,60. — 2. Neuere Entwicklung der Physik und ihrer Anwendungen. Von W. WIEN. 116 S. Geb. M. 6,—. — 3. Der Kreislauf der Energien in Natur, Leben und Technik. Von J. OBERMILLER, Privatdoz. an der Universität Basel. 68 S. Geb. M. 3,60. — Leipzig, Verlag von Joh. Ambr. Barth, 1919.

1. Das Buch von LORENZ ist aus einem Hochschulkurs zu Bukarest 1918 hervorgegangen und

bietet ein vorzügliches Bild von der Entwicklung der deutschen chemischen Industrie von den ersten Anfängen an, verschweigt auch nicht, daß seit langem England der Neider war und daß an dessen blühender chemischen Großindustrie Deutschland seit Jahrhunderten durch auswandernde deutsche Chemiker und Gewerbetreibende einen erheblichen Anteil hatte. In überzeugender Weise wird nachgewiesen, daß die deutsche chemische Großindustrie sich aus dem Geiste der Wissenschaftlichkeit heraus entwickelte, während die englische von vornherein aus einem reinen Unternehmertum geboren war. Besonders fesselnd wirkt die Schrift dadurch, daß das geschichtliche Moment so stark betont ist; sie ist aufs wärmste zu empfehlen.

2. Die Schrift des Entdeckers der Kanalstrahlen, die sich in die drei Vorträge „Neuere Errungenschaften der Physik, Physik und Erkenntnistheorie, Physik und Technik“ gliedert, wird Physikern wie Nichtphysikern gleich willkommen sein, denn sie gibt nicht nur eine treffliche bis in ziemliche Tiefen gehende zusammenfassende Schilderung der letzten Entwicklungsperiode der Physik, wobei besonders die Elektronentheorie näher bedacht ist, sondern setzt sich auch in geistvoller Weise mit der Relativitätstheorie, insbesondere mit Mach auseinander, dessen Gedankengängen die Schrift weitgehend folgt. Der dritte Vortrag, in welchem die drahtlose Telegraphie und Telephonie, die elektrische Beleuchtung, die neuen Strahlengattungen mit ihren Anwendungen, die deutsche Glasindustrie u. a. behandelt sind, kann ebenfalls des Beifalles weiter Kreise gewiß sein.

3. Die Schrift von OBERMILLER, einem Hochschulkurs in Brüssel 1918 entstammend, behandelt, nach theoretischen Erörterungen über das mechanische Wärmeäquivalent und die Umwandlung der Energieformen, die modernen Kraftquellen, Gasmotor, Ölmotor, Dieselmotor, Kältemaschine, Bleiakкумуляtor, ferner die natürlichen Energiequellen, die Sonnenenergie und das Problem ihrer Fixierung, die Kohlen, auch das Wasser als die „weiße Kohle“ und kennzeichnet dann die Haupt-Lebensvorgänge von Pflanze und Tier, womit sie das große Gebiet des Organischen betritt, aus dem noch ungemein viel Wertvolles geboten wird. Eine erstaunliche Reichhaltigkeit ist das Hauptkennzeichen dieser verhältnismäßig kurzen, höchst lesenswerten Schrift.

Allen drei Schriften ist sofort anzumerken, daß sie nicht am Schreibtisch entstanden sind, sondern aus dem Quell lebendigen, durch Kriegseindrücke noch geläuterten Wissens hervorge-sprudelt sind. Mögen sie einen recht großen Leserkreis finden. *O. Ohmann.*

# Himmelserscheinungen im August und September 1919.

12h = Mittag, 0h und 24h = Mitternacht. (Berliner Zeit = MEZ - 0,1h.)

MEZ 12h	August						September					
	4	9	14	19	24	29	3	8	13	18	23	28
♀ (AR)	9h 57m	9.48	9.34	9.19	9.13	9.19	9.37	10.6	10.39	11.14	11.48	12.21
	8 <sup>o</sup>	8	10	11	13	15	14	13	10	7	3	-1
♀ (D)	11 25m	11.33	11.38	11.40	11.39	11.35	11.27	11.17	11.6	10.56	10.47	10.42
	1 <sup>o</sup>	-1	-3	-4	-5	-5	-5	-5	-4	-2	-1	+1
♁ (AR)	8h 54m	9.13	9.32	9.51	10.9	10.28	10.46	11.4	11.22	11.40	11.58	12.16
	17,5 <sup>o</sup>	16,1	14,6	13,0	11,4	9,6	7,8	6,0	4,1	2,2	0,2	-1,7
♂ (AR)	7h 18m	7.32	7.46	7.59	8.13	8.26	8.39	8.52	9.5	9.18	9.30	9.42
	23 <sup>o</sup>	23	22	22	21	20	20	19	18	17	16	15
♃ (AR)		8h 16m		8.25		8.33		8.42		8.49		8.57
		20 <sup>o</sup>		20		19		19		18		18
♃ (D)	10h 7m						10.21					
	13 <sup>o</sup>						12					
Sternzeit <sup>1)</sup>	8h 47m 50s	9.7. 33	9.27. 16	9.46. 59	10.6. 42	10.26. 24	10.46. 7	11.5. 50	11.25. 33	11.45. 15	12.4. 58	12.24. 41
Zeitgl.	6m 1s	5.30	4.43	3.43	2.31	1.8	-0.24	-2.3	-3.47	-5.33	-7.18	-9.1

Breite von Berlin. Ortszeit. Mittelpunkt von ☉ und ☾

☉ Aufg.	4h 24m	4.32	4.40	4.49	4.57	5.6	5.14	5.22	5.31	5.39	5.47	5.56
☉ Unter- gang	19h 46m	19.37	19.27	19.17	19.7	18.55	18.44	18.33	18.21	18.9	17.57	17.45
☾ Aufg.	14h 2m	18.4	20.7	22.57	3.35	9.35	14.38	17.25	19.32	-	5.1	10.36
☾ Unter- gang	22h 41m	1.56	8.6	14.32	18.4	19.49	22.45	3.10	9.48	15.4	17.12	19.15

<sup>1)</sup> Im Stargarder Meridian.

**Herbstanfang.** MEZ. September 24, 3h. — **Venus** im größten Glanz: August 9.

Mondphasen MEZ	Neumond		Erstes Viertel		Vollmond		Letztes Viertel	
		Juli 27, 6h 21m	Aug. 3, 21h 12m	Aug. 11, 18h 40m	Aug. 18, 16h 56m	Aug. 25, 16h 37m	Sept. 2, 15h 22m	Sept. 10, 4h 54m
	Sept. 24, 5h 34m	Okt. 2, 9h 37m						

Der **Mond** tritt an folgenden Tagen (MEZ) in die abgerundeten **Sternbilder** des **Tierkreises**:

Sternbild	W	S	Z	K	L	J	Wg	Sp	Sz	Sb	Ws	Fs
Länge	25°	55°	85°	115°	145°	175°	205°	235°	265°	295°	325°	355°
Juli						31	2	5	7	10	12	14
August	16	18	20	23	25	27	29	1	3	6	8	10
Sept.	12	14	17	19	21	23	26	28	1			

**Tägliches Erscheinen und Verschwinden der Planeten.** Ortszeit. Breite von Berlin.

Tag	♀ Dämm. Stufe 10 <sup>o</sup> Morgenstern	Tag	♀ Dämm. Stufe 6 <sup>o</sup> Abendstern	♂ (Zwill., Krebs) (11°) vorm.	♃ (Krebs) (10°) vorm.	♌ (Löwe) (11°) vorm.
VIII 25	3,8h	VII 20	D 9,0h U 9,7h	2,3		
29	A 3,5h D 4,0h	VIII 9	8,4h	A 2,1 D 3,1	(VIII 9, 3,2)	
IX 8	A 3,9h D 4,3h	29	Morgenstern	A 2,0 D 3,8	A 2,3 D 4,0	(IX 7, 4,2)
13	4,4h	IX 18	(IX 21, 5,1 <sup>b</sup> )	A 1,9 D 4,5	A 1,3 D 4,6	A 3,7 D 4,5
		X 8	A 3,4h D 5,6h	A 1,8 D 5,1	A 0,3 D 5,2	A 2,6 D 5,1

A = Aufgang; U = Untergang; D = Dämmerung.

M. Koppe.

Nachdruck nur mit Quellenangabe und mit Genehmigung der Verlagshandlung gestattet.