

3/41

# ZEITSCHRIFT FÜR DEN PHYSIKALISCHEN UND CHEMISCHEN UNTERRICHT

54. JAHRGANG

1941

HEFT 2

## Der Energiesatz bei ungedämpften und gedämpften Schwingungen. I.

Von Ernst Lenz, z. Zt. im Felde.

Die folgende Zusammenstellung entstand aus dem Bemühen, eine möglichst einfache Ableitung der wichtigsten Gesetze der Schwing- und Wellenlehre zu geben. „Einfach“ soll heißen: ohne Anwendung solcher mathematischen Hilfsmittel, die den Blick vom physikalisch Wesentlichen ablenken. So unbefriedigend es für den Experimentalunterricht ist, fertige Formeln an die Tafel zu schreiben, so unbefriedigend und störend sind gerade in diesem Falle längere mathematische Entwicklungen. Meist sind solche Entwicklungen die unvermeidliche Folge des Auftretens von Differentialgleichungen und diese die Folge der in der Physik zur Berechnung der Vorgänge üblicherweise verwendeten „Kraftansätze“. Als Beispiel für diese Aussage diene eine elastische Schwingung einer Masse  $m$  an einer Feder mit der Richtkraft  $C$  (Fig. 1), wo der NEWTONsche Kraftansatz: Treibende Kraft = Masse  $\times$  Beschleunigung, zu der Differentialgleichung

$$-C x = m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (1)$$

führt, aus der die Eigenschwingzahl

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{m}} \quad (2)$$

berechnet wird.

Einige einleitende, „klassische“ Beispiele sollen im folgenden daran erinnern, daß der Energiesatz auf meist einfachere Weise zu den gleichen Ergebnissen führt, wie der Kraftansatz. Die Weiterführung dieser Überlegungen zeigt dann den Nutzen des Energieansatzes für schwierigere Fälle, vor allem bei der Anwendung auf gedämpfte mechanische und elektrische Schwingungen und Wellen. An die vorliegende erste Zusammenstellung über den Energiesatz bei ungedämpften und gedämpften Schwingungen wird sich eine zweite anschließen über den Energiesatz bei ungedämpften und gedämpften Wellen.

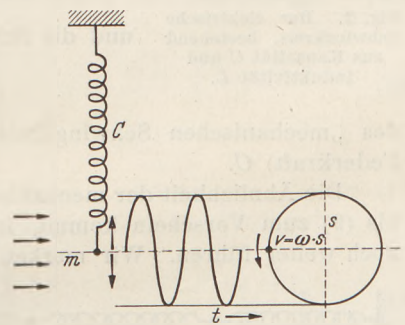


Fig. 1. Ein elastischer Schwingkreis, bestehend aus einer Masse  $m$  und einer Schraubenfeder  $C$ . Das Schattenbild der schwingenden Masse bewegt sich genau so, als ob die Masse auf einem Kreise mit dem Halbmesser  $s$  und der Bahngeschwindigkeit  $v = \omega \cdot s$  umlaufen würde.

### I. Freie, ungedämpfte Schwingungen.

Ein bekanntes Beispiel für die elegante Lösung einer Schwingungsaufgabe mit Hilfe des Energieansatzes bietet die THOMSONsche Formel für die Schwingdauer in einem elektrischen Schwingkreis (Fig. 2). Die Schwingung besteht in dem Umsatz der elektrischen Feldenergie  $\frac{1}{2} C U^2$  des Speichers mit der Kapazität  $C$  und der Spannung  $U$  in die magnetische Feldenergie  $\frac{1}{2} L I^2$  der Spule mit der Induktivität  $L$  und dem Strom  $I$ . Der Energiesatz

$$\frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} L I^2 \quad (3)$$

führt zusammen mit dem OHMSchen Gesetz für Wechselströme

$$I = \omega C \cdot U \quad (4)$$

sofort zu der Schwingzahl

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5)$$

und der Schwingdauer

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (6)$$

des Kreises.

Als Gegenstück einer elektrischen Schwingung betrachten wir die eingangs erwähnte elastische Schwingung einer Masse (Fig. 1). In diesem Falle setzt sich die Bewegungsenergie der Masse in Spannungsenergie der Feder um. Die größte kinetische Energie  $\frac{1}{2} m v^2$  im Augenblick des Durchganges durch die Ruhelage ( $m$  Masse,  $v$  Geschwindigkeit) ist gleich der größten Spannungsenergie  $\frac{1}{2} C s^2$  im Augenblick des größten Ausschlages ( $C$  Richtkraft der Feder,  $s$  Ausschlag). Der Energieansatz

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} C s^2 \quad (7)$$

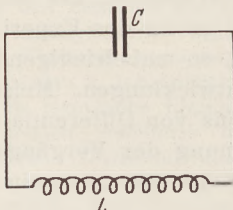


Fig. 2. Der elektrische Schwingkreis, bestehend aus Kapazität  $C$  und Induktivität  $L$ .

liefert zusammen mit der kinematischen Beziehung

$$v = \frac{2\pi s}{T} = \omega s \quad (8)$$

sofort die Eigenschwingzahl

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{m}} \quad [\text{vgl. (2)}]$$

und die Schwingdauer

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} \quad (9)$$

des „mechanischen Schwingkreises“, bestehend aus Masse  $m$  und Elastizität (oder Federkraft)  $C$ .

Die Ähnlichkeit der mechanischen und elektrischen Gesetze, wie sie in den Gl. (2) bis (9) zum Vorschein kommt, ist auffallend; sie läßt sich, wie wir zeigen werden, noch weiter führen. Wir merken uns, daß der trägen Masse  $m$  die magnetische Trägheitsgröße  $L$  entspricht und der Federkraft  $C$  die elektrische Kapazität.

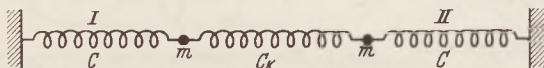


Fig. 3. Zwei elastisch gekoppelte, elastische Schwingkreise (Koppelfeder  $C_K$ ).

Eine Bemerkung sei an die kinematische Beziehung Gl. (8) geknüpft. Sie entspricht dem OHMSCHEN Gesetz Gl. (4)

für Wechselströme und folgt aus der Beobachtung, daß das Schattenbild der schwingenden Masse (vgl. Fig. 1) sich genau gleich bewegt wie das Schattenbild einer Masse, die auf einem Kreise mit dem Halbmesser  $s$  und der Kreisfrequenz  $\omega$  bzw. der Bahngeschwindigkeit  $v = \omega \cdot s$  umläuft.

Als nächstes Beispiel wollen wir die Schwingungen von elastisch gekoppelten Massen berechnen. Auch in dem vereinfachten Falle, daß zwei gleiche Massen  $m$  an zwei gleichen Federn mit der Richtkraft  $C$  durch eine dritte Feder (Richtkraft  $C_K$ ) zusammengekoppelt sind (Fig. 3), liefert der Energieansatz eine Einsicht in die physikalisch wesentlichen Größen und Beziehungen. Allgemein gesprochen, handelt es sich bei diesem Beispiel um die Schwingungen in zwei elastischen Schwingkreisen, die miteinander gekoppelt sind. Drei Sonderfälle von Schwingungen lassen sich aus den überhaupt möglichen hervorheben:

1. Der Fall, daß beide Massen mit gleicher Schwingzahl, Schwingweite und in gleichem Schwingzustand (Phase) miteinander schwingen. Die Schwingungen erfolgen so, als ob die beiden Massen starr miteinander gekoppelt wären, oder als ob die Koppelfeder ganz fehlte. Es tritt nur eine Schwingzahl auf, und zwar von der gleichen Größe wie im letzten Beispiel [Fig. 1, Gl. (2)]:  $\omega_I = \sqrt{\frac{C}{m}}$ .

Wir nennen diese Schwingung die erste oder langsame Hauptschwingung des Schwinggebildes.

2. Der Fall, daß beide Massen gegeneinander schwingen, wiederum mit gleicher Schwingzahl und -weite. In diesem Fall tritt zur Federkraft  $C$  jeder Masse  $m$  noch die Federkraft  $C_K$  der Koppelfeder hinzu, und zwar mit doppelter Wirkung, weil die Feder durch die gegen- und voneinander schwingenden Massen doppelt gespannt wird. Infolgedessen erhält jede Masse eine Schwingzahl  $\omega_{II}$  gemäß der Beziehung

$$\omega_{II}^2 = \frac{C + 2C_K}{m} \quad (10)$$

oder

$$\omega_{II}^2 = \frac{C}{m} + \frac{2C_K}{m} = \omega_I^2 + 2\frac{C_K}{m}. \quad (11)$$

Diese Schwingung nennen wir die schnelle oder zweite Hauptschwingung in dem Schwingkreis.

3. Der Fall, daß eine der Massen festgehalten wird, gibt für die bewegliche eine Eigenschwingung gemäß der Beziehung

$$\omega_0^2 = \frac{C + C_K}{m} \quad (12)$$

oder

$$\omega_0^2 = \frac{C}{m} + \frac{C_K}{m} = \omega_I^2 + \frac{C_K}{m}. \quad (13)$$

Diese Eigenschwingung steht in folgendem Zusammenhang mit den beiden Hauptschwingungen:

$$\left. \begin{aligned} \omega_I^2 &= \omega_0^2 - \frac{C_K}{m}, \\ \omega_{II}^2 &= \omega_0^2 + \frac{C_K}{m}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Führen wir die Größe

$$K = \frac{C_K}{m\omega_0^2} \quad (15)$$

ein, so folgt

$$\left. \begin{aligned} \omega_I &= \frac{\omega_0}{\sqrt{1+K}}, \\ \omega_{II} &= \frac{\omega_0}{\sqrt{1-K}}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Wir nennen die Größe  $K$  den „Kopplungsfaktor“; seine Bedeutung ergibt sich durch Erweiterung der Gl. (15) zu

$$K = \frac{s^2 C_K}{m s^2 \omega_0^2} = \frac{E_K}{E_0}, \quad (17)$$

d. h. der Kopplungsfaktor ist gleich dem Verhältnis der Energie  $E_K$ , die in dem Kopplungsgliede steckt, zu der gesamten Energie  $E_0 = E_1 + E_K$ , die in jedem einzelnen Schwingkreise steckt. Der Wert der Energie  $E_0 = E_1 + E_K$  ergibt sich durch Erweiterung der Gl. (13). Der Kopplungsfaktor  $K$  ist demnach eine reine Zahl, seine Größe schwankt sinngemäß zwischen 0 und 1. Ist  $K$  klein gegen 1, so sprechen wir von „loser“ Koppelung, nähert sich  $K$  der Zahl 1, so bedeutet dies eine „feste“ Koppelung. Der Sonderfall  $K=0$  ergibt nach Gl. (15) die Schwingzahlen  $\omega_I = \omega_{II} = \omega_0$ ; es tritt nur eine Schwingung auf, das Schwinggebilde ist „einwellig“. Sobald  $K \neq 0$  ist, treten zwei Schwingungen  $\omega_I$  und  $\omega_{II}$  auf, der Kreis wird „zweiwellig“. Der Grenzfall der starren Koppelung  $K=1$  gibt die Schwingzahlen

$$\omega_I = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{C}{2m}}$$

und

$$\omega_{II} = \infty.$$

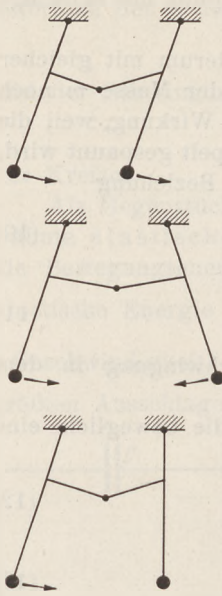


Fig. 4. Aus zwei miteinander (oben) und zwei gegeneinander (Mitte) schwingenden gekoppelten Pendeln läßt sich der Fall herstellen, daß ein Pendel am Anfange ruht (unten).

Die eine der Hauptschwingungen,  $\omega_I$ , ergibt sich daraus, daß jetzt die doppelte Masse  $2m$  an der Feder  $C$  hängt.

Die Bedeutung der beiden Hauptschwingungen  $\omega_I$  und  $\omega_{II}$  erkennen wir anschaulich an dem folgenden Beispiel (Fig. 4). Denken wir uns zur Abwechslung statt der elastischen Schwingkreise andere mechanische Schwingkreise, wie z. B. gekoppelte Pendel. Wir sehen sofort, daß es möglich ist, durch Überlagerung der beiden Hauptschwingarten, nämlich des Miteinanderschwingens (oberer Teil von Fig. 4) und des Gegeneinanderschwingens (Fig. 4, Mitte) der beiden Pendel den Sonderfall zu bilden, daß das eine Pendel schwingt und das andere gerade in Ruhe ist (Fig. 4, unten), vorausgesetzt, daß die Pendel in beiden Fällen gleiche Schwingzahl und -weite haben. Mathematisch läßt sich diese Überlagerung der zwei Schwingungen folgendermaßen ansetzen: Die beiden Hauptschwingungen  $s_1$  und  $s_2$  ergeben überlagert (addiert)

$$\begin{aligned} s_1 &= s_0 \sin \omega_I t \\ s_2 &= s_0 \sin \omega_{II} t \end{aligned}$$

eine Gesamtschwingung

$$s = s_1 + s_2 = 2 s_0 \cos \left( \frac{\omega_{II} - \omega_I}{2} \right) t \cdot \sin \left( \frac{\omega_{II} + \omega_I}{2} \right) t, \quad (18)$$

wie aus bekannten trigonometrischen Formeln folgt. Dieser Ausdruck läßt sich deuten als eine Sinusschwingung mit der mittleren Schwingzahl  $\omega_m = \frac{\omega_{II} + \omega_I}{2}$  und der Schwingweite

$2 s_0 \cos \left( \frac{\omega_{II} - \omega_I}{2} \right) t$ , die sich mit der Zeit sinusförmig ändert.

Fig. 5 zeigt im unteren Teile die beiden Einzelschwingungen, im oberen das Ergebnis der Überlagerung: es bilden sich „Schwebungen“ aus. Dasselbe zeigt auch

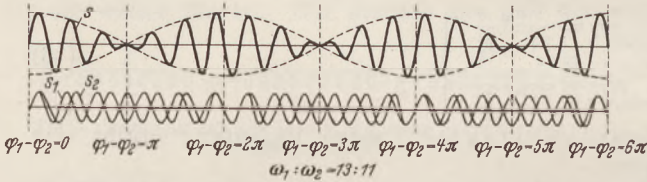


Fig. 5. Die Überlagerung zweier Schwingungen von annähernd gleichen Schwingzahlen  $\omega$  gibt Schwebungen.

der bekannte Versuch: stoßen wir bei zwei gekoppelten Pendeln das eine Pendel an, während das andere anfänglich in Ruhe ist, so beobachten wir, wie der Ausschlag des ersten Pendels allmählich kleiner wird und das zweite mehr und mehr zu schwingen beginnt, bis schließlich

das erste Pendel in Ruhe ist und das zweite die volle Schwingung ausführt. Fig. 6 zeigt nebeneinander die Ab- und Zunahme der Ausschläge der beiden gekoppelten Pendel.

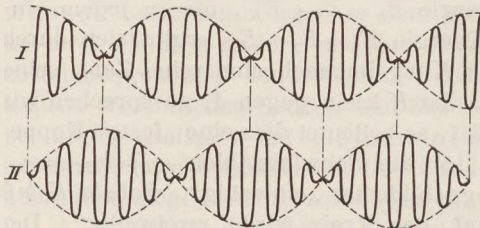


Fig. 6. Die Schwebungen in zwei gekoppelten Schwingkreisen.

Das Nützliche an diesen Überlegungen über gekoppelte Schwingungen besteht in der Möglichkeit, sie auf alle Arten physikalischer Schwingungen zu übertragen. Statt von Pendeln oder elastisch schwingenden Massen brauchen wir nur von Schwingkreisen zu reden, die entweder aus Masse und Elastizität oder Induktivität und Kapazität gebildet sind. Haben wir die beiden gekoppelten Schwingkreise aufeinander „ab-

gestimmt“, d. h. die Schwingzahlen in den Einzelkreisen gleich groß gemacht, so gelten gemäß den Voraussetzungen alle entwickelten Gleichungen und Folgerungen in gleicher Weise für jede Schwingart. Für den Fall gekoppelter elektrischer

Schwingkreise (Fig. 7) wollen wir wegen der Wichtigkeit ihrer Anwendung in der Nachrichtentechnik noch einmal die Hauptergebnisse zusammenfassen. Bei loser Kopplung ( $K < 1$ ) schwingt jeder Kreis mit seiner Eigenschwingung  $\omega_0 = \omega_I = \omega_{II}$ . Bei fester Kopplung ( $K \cong 1$ ) treten in jedem Kreise zwei Schwingungen auf, die, einander überlagert, als „resultierende“ Schwingung in jedem Kreise Schwebungen erzeugen (vgl. Fig. 6). Diese Überlegungen gelten allgemein, auch für den Fall, daß die Induktivitäten  $L$  und die Kapazitäten  $C$  in den beiden Schwingkreisen nicht gleich sind, sondern nur die jeweiligen Eigenschwingzahlen der Kreise. Auch die Energiebetrachtung über den Kopplungsfaktor Gl. (17) läßt sich erweitern. Für den Fall, daß die Energien in den Schwingkreisen ungleich sind, ergibt sich der allgemeingültige Satz: der Kopplungsfaktor ist das geometrische Mittel aus den Energien der beiden Kreise gemäß der Beziehung

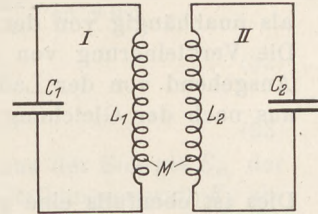


Fig. 7. Zwei induktiv gekoppelte, elektrische Schwingkreise (Gegeninduktivität  $M$ ).

$$K = \sqrt{\left(\frac{E_K}{E_0}\right)_1 \left(\frac{E_K}{E_0}\right)_2} \quad (19)$$

Die bekannte Formel für die induktiv elektrische Kopplung (Fig. 7)

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (20)$$

läßt sich sofort als Sonderfall von Gl. (19) erkennen, denn die Energien in den magnetischen Feldern der Spulen bzw. in ihrem Koppelfeld sind  $\frac{1}{2} L_1 J_1^2$  bzw.  $\frac{1}{2} L_2 I_2^2$  und  $\frac{1}{2} M I_1 I_2$ , wenn  $L_1$  und  $L_2$  die Selbstinduktivitäten bzw.  $M$  die Gegeninduktivität der beiden Spulen bedeuten.

## II. Gedämpfte Schwingungen.

Unter den freien, gedämpften Schwingungen nimmt die Schwingung mit „linearer“ Dämpfung eine Sonderstellung ein. Ihre nähere Untersuchung ergibt, daß die Reibungskraft „proportional“ der Geschwindigkeit ist, was äußerlich darin zum Vorschein kommt, daß die Schwingung während ihres ganzen zeitlichen Verlaufes eine gleichbleibende Schwingzahl  $\omega$  zeigt und außerdem nach einer Exponentialfunktion abklingt. Fig. 8 stellt einen solchen Verlauf dar; er läßt sich durch die Gleichung

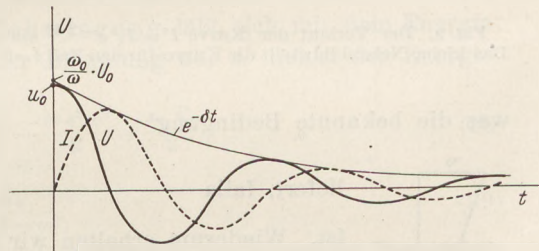


Fig. 8. Der zeitliche Verlauf einer „linear“ gedämpften Schwingung. Bei einer elektrischen Schwingung bedeutet  $U$  die Spannung,  $I$  den Strom; bei einer elastischen Schwingung ist  $U$  der Ausschlag ( $s$ ),  $I$  die Geschwindigkeit oder Schnelle ( $u = ds/dt$ ). Die Einhüllende ist eine Exponentialfunktion, welche die Ordinate bei dem Werte  $\frac{\omega_0}{\omega} \cdot U_0$  schneidet.

$$U = U_0 \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi) \quad (21)$$

ausdrücken.  $U_0$  ist die anfängliche Schwingweite,  $\delta$  das Dämpfungsmaß,  $\omega$  die Schwingzahl. Der Schwingzustand ist

derart gewählt, daß die Größe  $\frac{\omega_0}{\omega}$  die Wirkung des Phasenwinkels  $\varphi$  gemäß der Anfangsbedingung für  $t=0$  so ausgleicht, daß

$$\frac{\omega_0}{\omega} \cos \varphi = 1 \quad (22)$$

ist. Denken wir uns als Beispiel einen elektrischen Schwingkreis, so ist  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  die Schwingzahl der freien, ungedämpften Schwingung des Kreises. Mit

der Gl. (21) ergibt sich der Wechselstromwiderstand des Kondensators

$$R_C = \frac{1}{\omega_0 \cdot C} = \frac{\cos \varphi}{\omega \cdot C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{23}$$

als unabhängig von der Dämpfung und der Schwingzahl der gedämpften Schwingung. Die Verkleinerung von  $\omega_0$  wird durch die Verkleinerung von  $\cos \varphi$  ausgeglichen. Ausgehend von der Ladung  $Q = CU_0$  bildet sich in dem Schwingkreis ein Strom  $I$  aus nach der Gleichung:

$$I = C \cdot U_0 \frac{\omega_0^2}{\omega} e^{-\delta t} \sin \omega t. \tag{24}$$

Dies ist ebenfalls eine gedämpfte Schwingung, deren Phase um  $(90^\circ + \varphi)$  gegen die Spannung  $U$  verschoben ist (Fig. 8).

Die Anwendung des Energiesatzes auf den Schwingvorgang liefert nun sofort die Grundbeziehungen für freie, gedämpfte Schwingungen. Letzten Endes setzt sich die anfängliche Energie  $\frac{1}{2} CU^2$  des Kondensators um in die gesamte Stromwärme

$\int_0^\infty RI^2 dt$  während des Schwingverlaufes. Also ist

$$\frac{CU_0^2}{2} = \int_0^\infty RI^2 dt = RU_0^2 \cdot C^2 \frac{\omega_0^4}{\omega^2} \cdot \frac{1}{\omega} \int_0^\infty e^{-2\delta t} \sin^2 \omega t d(\omega t). \tag{25}$$

Das in der Mathematik wohlbekannte Integral (Fig. 9) liefert die Summe

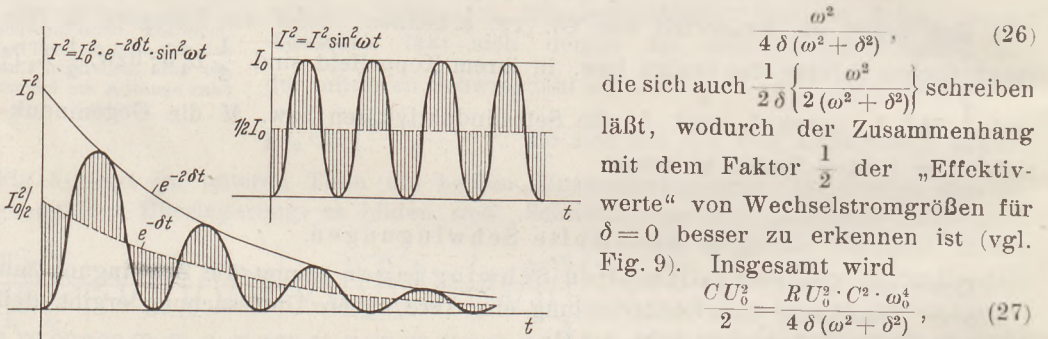


Fig. 9. Der Verlauf der Kurve  $I^2 = I_0^2 e^{-2\delta t} \sin^2 \omega t$ . Das kleine Nebenbild stellt die Kurve für den Fall  $\delta = 0$  dar.

die sich auch  $\frac{1}{2\delta} \left\{ \frac{\omega^2}{2(\omega^2 + \delta^2)} \right\}$  schreiben läßt, wodurch der Zusammenhang mit dem Faktor  $\frac{1}{2}$  der „Effektivwerte“ von Wechselstromgrößen für  $\delta = 0$  besser zu erkennen ist (vgl. Fig. 9). Insgesamt wird

$$\frac{CU_0^2}{2} = \frac{RU_0^2 \cdot C^2 \cdot \omega_0^4}{4\delta(\omega^2 + \delta^2)}, \tag{27}$$

woraus für das Dämpfungsmaß die Beziehung folgt

$$\delta = \frac{R}{2} \cdot C \omega_0^2 \cdot \frac{\omega_0^2}{\omega^2 + \delta^2}, \tag{28}$$

was die bekannte Bedingung

$$\delta = \frac{R}{2L} \tag{29}$$

liefert, falls

$$\omega_0^2 = \omega^2 + \delta^2 \tag{30}$$

ist. Wiederum erhalten wir allein auf Grund des Energieansatzes nicht bloß die wichtigsten Größen des Schwingvorganges, sondern auch ihren Zusammenhang. Die beiden Gleichungen (29) und (30) hängen mit  $\varphi$  zusammen. Denken wir uns ein rechtwinkliges Dreieck (Fig. 10) mit der Hypotenuse  $\omega_0$ , den Katheten  $\omega$  und  $\delta$ , dann ist der Winkel gegenüber der Seite  $\delta$  gleich der Phasenverschiebung  $\varphi$ .

Die Bedeutung der Gl. (29) ergibt sich aus der Erweiterung

$$\delta = \frac{R}{2L} = \frac{RI^2}{4 \left( \frac{LI^2}{2} \right)} = \frac{1}{4} \frac{E_R}{E_m}; \tag{31}$$

d. h. das Dämpfungsmaß  $\delta$  ist gleich dem vierten Teil des Verhältnisses der Reibungsenergie zur Schwingenergie. Die Zahl  $1/4$  rührt daher, daß wir  $\delta$  als Maß der Dämpfung der Spannungs- bzw. Stromkurve und nicht der „Intensitätskurve“ gewählt haben, die mit dem Quadrat von  $e^{-\delta t}$ , also mit  $e^{-2\delta t}$  abnimmt; außerdem

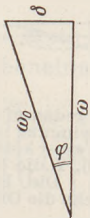


Fig. 10. Das Phasendreieck der freien gedämpften Schwingung.

fehlt in dem Energieausdruck  $RI^2$  der Nenner 2, der aus Ähnlichkeitsgründen bei allen quadratischen Energieausdrücken eingeführt ist.

Bei mechanischen, gedämpften Schwingungen läßt sich der Gl. (30) eine einfache Deutung geben. Erweitern wir diese Gleichung mit  $\frac{ms^2}{2}$ , so wird

$$\frac{ms^2\omega^2}{2} = \frac{m^2s^2\omega_0^2}{2} - \frac{ms^2\delta^2}{2} \quad (32)$$

oder

$$E_\omega = E_{\omega_0} - E_\delta, \quad (33)$$

d. h. die Energie  $E_\omega$  der gedämpften Schwingung ergibt sich aus der Energie  $E_{\omega_0}$  der ungedämpften Eigenschwingung, wenn von dieser letzten die Reibungsenergie  $E_\delta$  abgezogen wird. Wie wir sehen, ist der Ansatz (33) gleich dem Energieansatz, falls wir dem Ausdruck für die Reibungsenergie

$$E_\delta = \frac{ms^2\delta^2}{2} \quad (34)$$

einen vernünftigen Sinn geben können. Das ist möglich; allerdings müssen wir einige ungewohnte Beziehungen zu Hilfe nehmen. Die Bewegungsenergie

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{\mathfrak{P}^2}{2m} \quad (35)$$

hängt mit dem Impuls  $\mathfrak{P} = mv$  zusammen, der sich bei einer gedämpften Schwingung zu

$$\mathfrak{P} = R \cdot s \quad (36)$$

ergibt; denn die Reibungskraft ist bei „linearer“ Dämpfung sinngemäß

$$K = R \cdot v = R \cdot s \cdot \omega = \mathfrak{P} \omega = R \frac{ds}{dt} = \frac{d\mathfrak{P}}{dt}. \quad (37)$$

Daraus ergibt sich die Reibungsenergie

$$E_\delta = \frac{\mathfrak{P}^2}{2m} = \frac{R^2s^2}{2m} = \frac{ms^2R^2}{2m^2} = \frac{ms^2\delta'^2}{2},$$

wenn wir unter  $\delta'$  die Größe  $\delta' = \frac{R}{m}$  verstehen. Wie wir oben gezeigt haben, ist dies das Maß für die Abnahme der Schwingstärke (Intensität). Hat  $\delta$  die Größe  $\delta = \frac{R}{2m}$ , so ist die Gl. (30) nur eine Beziehung der Schwingzahlen  $\omega$  und  $\omega_0$ ; bedeutet  $\delta$  die Größe  $\delta' = \frac{R}{m}$ , so ist Gl. (30) gleichwertig mit dem Energiesatz.

Auch die erzwungene gedämpfte Schwingung läßt sich mit dem Energiesatz behandeln. Sehen wir zunächst von der Dämpfung ab, so liefert der Energieansatz

$$\frac{Cs^2}{2} - \frac{ms^2\omega^2}{2} = \frac{ms^2\omega_0^2}{2} - \frac{ms^2\omega^2}{2} = \frac{s \cdot K_0}{2} \quad (38)$$

den Ausdruck

$$s = \frac{K_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (39)$$

mit dem bekannten „Resonanznenner“. Die Bedeutung der einzelnen Buchstaben dürfte nach dem Vorhergehenden klar sein;  $\frac{ms^2\omega^2}{2}$  ist die kinetische Energie der erzwungenen Schwingung der Masse  $m$ ,

$\frac{Cs^2}{2}$  die Spannungsenergie der Feder, die wir nach den Gl. (7) und (8) durch die Eigenschwingungsenergie ersetzen können;  $\frac{s \cdot K_0}{2}$

ist die Arbeit der Zwangskraft gegen die Federkraft. Der Faktor  $\frac{1}{2}$  rührt von dem zeitlichen Mittelwert von  $\sin^2 \omega t$  her und ergibt sich bei der Multiplikation der beiden sinusförmig veränderlichen Größen  $s$  und  $K$ . Der Fall  $\omega_0 = \omega$  liefert die „Resonanz“;  $\omega_0 = 0$  bedeutet, daß die Arbeit der Zwangskraft sich ganz in die Energie der Zwangsschwingung umsetzt. Dies ist der Fall, wenn die Richtkraft  $C = 0$  ist, entsprechend

der Gleichung  $\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{m}}$ , und entspricht z. B. dem Bewegungsvorgang einer Masse  $m$ ,

die in der waagerechten Ebene bei starrer Koppelung mit der Zwangskraft regelmäßig hin- und hergeschoben wird.

Wird die Schwingung durch Reibung gedämpft, so tritt eine Phasenverschiebung zwischen der Zwangskraft  $K$  und der bisherigen Größe  $K_0$  bzw. dem Ausschlag  $s$  ein, die um so größer ist, je größer die Dämpfung wird. Ist die Dämpfung „linear“, also die Dämpfungskraft  $K_s = R \cdot s \cdot \omega$  proportional zur augenblicklichen Geschwindigkeit  $s \cdot \omega$ , so ergibt sich die Größe der Zwangskraft genau wie im vorhergehenden Beispiel (Fig. 10) aus dem Phasendreieck (Fig. 11) zu

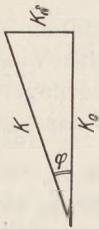


Fig. 11. Das Phasendreieck der erzwungenen gedämpften Schwingung.

$$K = \sqrt{K_0^2 + K_s^2}, \tag{40}$$

woraus sich die Schwingweite

$$s = \frac{K}{\sqrt{m^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + R^2\omega^2}} \tag{41}$$

und die Phasenbeziehung

$$\text{tg } \varphi = \frac{R \omega}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \tag{42}$$

ableitet. Fig. 12 gibt den Verlauf von Schwingweite und Schwingzustand gemäß diesen Gl. (41) und (42) wieder; durch richtige Wahl der entsprechenden Größen lassen sich diese Ausdrücke leicht auf elektrische und optische Resonanzvorgänge übertragen.

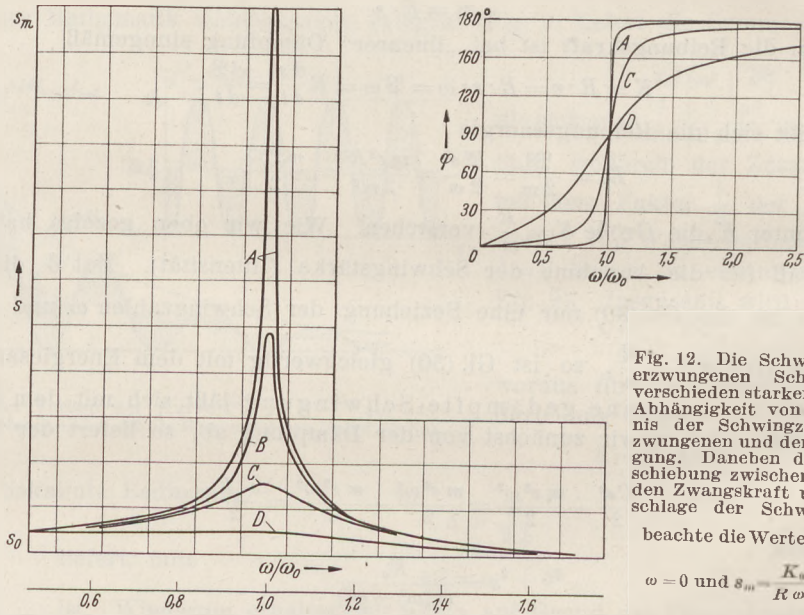


Fig. 12. Die Schwingweiten der erzwungenen Schwingung bei verschieden starker Dämpfung in Abhängigkeit von dem Verhältnis der Schwingzahlen der erzwungenen und der Eigenschwingung. Daneben die Phasenverschiebung zwischen der erregenden Zwangskraft und dem Ausschlag der Schwingung. Man

beachte die Werte  $s_0 = \frac{K_0}{m\omega_0^2}$  für  $\omega = 0$  und  $s_m = \frac{K_0}{R\omega_0}$  für  $\omega = \omega_0$ .

Zum Abschluß eine Bemerkung über den Energiesatz in der Atommechanik. Die BOHR'schen Ansätze über das Gleichgewicht der mechanischen Fliehkraft  $K_z = m s \omega^2$  mit der elektrischen Anziehungskraft  $K_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon s^2}$  und die Quantelung des Bahnimpulses  $\mathfrak{P} = m \cdot s \cdot u = n \frac{h}{2\pi}$  lassen sich in der Energiegleichung

$$E = 4\pi^2 m s^2 \nu^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon s} = n \cdot h \cdot \nu = h \frac{Ry}{n^2} \tag{43}$$

zusammenfassen. Denn der Kraftansatz  $K_z = K_e$  liefert die Gleichheit des zweiten und dritten Gliedes der Gl. (43), also die Gleichheit der Energie  $mc^2$  mit der elektrischen Energie, und der Bahnimpuls  $\mathfrak{P}$  durch Erweiterung mit der Schwingzahl  $\nu$  die Gleichheit des zweiten und vierten Gliedes, also die Quantelung der Energie.



Das letzte, fünfte Glied der Gl. (43) folgt zwangsläufig, weil die Weite  $s$  und die Schwingzahl  $\nu$  nicht unabhängig voneinander sind. Aus dem dritten und vierten Glied folgt:

$$s \cdot \nu = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon \hbar \cdot n}, \tag{44}$$

außerdem aus dem vierten und fünften Glied

$$\nu = \frac{Ry}{n^3} \tag{45}$$

mit

$$Ry = \frac{m e^4}{8 \epsilon^2 \hbar^3}. \tag{46}$$

$Ry$  is die RYDBERGSche Konstante, deren Schreibweise infolge der Wahl eines anderen Maßsystems von der meist üblichen

$$Ry = \frac{2 \pi^2 m e^4}{c \hbar^3} \tag{47}$$

abweicht. Die Wellenmechanik liefert für eine Masse  $m$  mit der Energie  $U_m = 4 \pi^2 m s^2 \nu^2$  die Eigenwerte  $E = n \cdot \hbar \cdot \nu$  und unabhängig davon für eine elektrische Ladung  $e$  mit der potentiellen Energie  $U_e = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon s}$  die Eigenwerte  $E = \hbar \frac{Ry}{n^2}$ , von Feinheiten der Quantenzahlen abgesehen. Die Energiegleichung (43) zeigt, daß die BOHRschen Ansätze gleichbedeutend sind mit der Behauptung der Gleichheit der Energien

$$U_m = E_{n_m} = U_e = E_{n_e}. \tag{48}$$

Ein solcher Ansatz ist wegen der Koppelung der Ladung  $e$  an eine Masse  $m$  denkbar, bedeutet aber eine weitergehende physikalische Aussage, als zur wellenmechanischen Berechnung der RYDBERGSchen Zahl und der Energieterme des Wasserstoffatoms erforderlich ist.

Die angegebene Zusammenstellung beweist, daß der Energiesatz allein die wesentlichsten Beziehungen der ungedämpften und gedämpften Schwingungen liefern kann. Den großen Nutzen des Energieansatzes zeigt eine weitere Zusammenstellung, in der seine Anwendung auf ungedämpfte und gedämpfte Wellen zu behandeln ist. Die gegebenen Beispiele sollen als Grundlage für die Erweiterung unserer bisherigen Überlegungen dienen; die Ergebnisse der Durchrechnung von Schwingvorgängen lassen erwarten, daß der Energiesatz auch die wesentlichsten Gesetzmäßigkeiten der Wellenausbreitung liefern wird.

1. Physik. Institut der Technischen Hochschule Stuttgart.

### Kleine Mitteilungen.

#### Fehlerwahrscheinlichkeit bei geometrischen Konstruktionen.

Von H. Bock in Hamburg.

Der Anfänger wundert sich bei Ausführung von Kräfteplänen und dergl. oft darüber, daß die Zeichnung nicht stimmen will und etwaige Prüfungsverfahren zu keiner Erklärung führen; man habe doch „genau“ gearbeitet, die Lupe angewendet usw. Daß keine Konstruktion fehlerfrei sein kann, bedenkt er kaum. Im folgenden soll an einem häufig vorkommenden Falle gezeigt werden, wie Zeichenfehler entstehen und wie sie sich verhalten.

Man habe mit Hilfe zweier Geraden  $G$  (Fig. 1) den Schnittpunkt  $O$  bestimmt. Dabei werden die Geraden durch Zeichengenauigkeit geringe Parallelverschiebungen erlitten haben; weil sie klein sein dürften und der Ausgangspunkt der Linien meistens relativ weit abliegt, darf von ihrer Verdrehung abgesehen werden. Gesetzt den Fall, Punkt  $P$  sei die richtige Stelle, wohin  $O$  bei fehlerfreier Konstruktion kommen müßte, so wird man den Wert

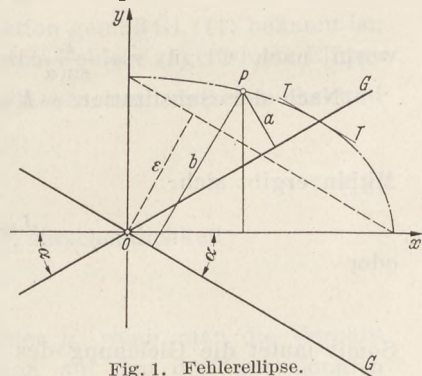


Fig. 1. Fehlerellipse.

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \quad (1)$$

als mittleren quadratischen Fehler der Konstruktion von  $O$  anzusehen haben. Aus den geometrischen Beziehungen

$$\begin{aligned} a &= y \cdot \cos \alpha - x \cdot \sin \alpha \\ b &= y \cdot \cos \alpha + x \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (2)$$

folgt:

$$\frac{a^2 + b^2}{2} = \varepsilon^2 = x^2 \cdot \sin^2 \alpha + y^2 \cdot \cos^2 \alpha \quad (3)$$

oder

$$\frac{x^2}{\varepsilon^2 / \sin^2 \alpha} + \frac{y^2}{\varepsilon^2 / \cos^2 \alpha} = 1. \quad (4)$$

Das ist die bekannte Fehlerellipse; jedem ihrer Punkte ist derselbe mittlere Fehler  $\varepsilon$  zugeordnet, und ihre beiden Halbachsen  $\frac{\varepsilon}{\sin \alpha}$  und  $\frac{\varepsilon}{\cos \alpha}$  lassen sich einfach konstruieren, wie in der Figur zu sehen ist. Die zwei Geraden  $G$  sind konjugierte

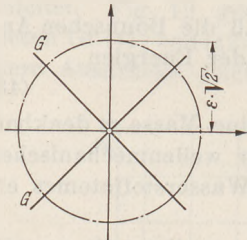


Fig. 2. Fehlerkreis.

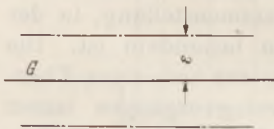


Fig. 3. Fehlergeraden.

Durchmesser (vgl.  $TT$ ). Für  $\alpha = \frac{\pi}{4}$  nimmt die Fehlerellipse Kreisform an, und für  $\alpha = 0$  degeneriert sie zu 2 parallelen Geraden (Fig. 2 und 3).

Wir wollen in jedem Punkte der  $x$ - $y$ -Ebene eine Koordinate  $z$  errichten, deren Länge ein Maß der Wahrscheinlichkeit dafür sein soll, daß der „wirkliche“ Punkt dort liegt. Auf diese Weise entsteht ein Wahrscheinlichkeitshügel, den wir jetzt untersuchen wollen. Seine Gleichung lautet unter Zugrundelegung des GAUSSSchen Fehlergesetzes:

$$z = C \cdot e^{-h^2 \varepsilon^2} = C \cdot e^{-h^2 (x^2 \cdot \sin^2 \alpha + y^2 \cdot \cos^2 \alpha)}; \quad (5)$$

$h$  ist das Maß der Präzision, und die Konstante  $C$  bestimmt sich daraus, daß der Inhalt des gesamten Hügels gleich 1 zu sein hat, weil ja irgendein Fehler vorhanden sein muß. Da alle Horizontalschnitte des Hügels nach Gl. (5) ähnliche Ellipsen sind, so kann man ihn durch eine affine Transformation in einen Rotationskörper verwandeln, indem man etwa alle Koordinaten im Verhältnis  $\operatorname{ctg} \alpha : 1$  vergrößert; jetzt ist der Inhalt  $J'$  leicht zu ermitteln, und schließlich ergibt sich der Inhalt  $J$  des elliptischen Hügels durch Multiplikation mit  $\operatorname{tg} \alpha$ . Es wird:

$$J' = C \cdot \int_0^{\infty} e^{-h^2 r^2} \cdot 2 \pi r \cdot dr, \quad (6)$$

worin nach Gl. (4)  $r = \frac{\varepsilon}{\sin \alpha}$  ist.

Nach der Substitution  $\varepsilon \cdot h = u^2$  folgt sofort durch Integration:

$$J' = \frac{\pi \cdot C}{h^2 \cdot \sin^2 \alpha}. \quad (7)$$

Mithin ergibt sich:

$$J = J' \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\pi \cdot C \cdot \operatorname{tg} \alpha}{h^2 \cdot \sin^2 \alpha} = 1 \quad (8)$$

oder

$$C = \frac{h^2 \cdot \sin 2 \alpha}{2 \pi}. \quad (9)$$

Somit lautet die Gleichung des Wahrscheinlichkeitshügels endgültig:

$$z = \frac{h^2}{2 \pi} \sin 2 \alpha \cdot e^{-h^2 (x^2 \cdot \sin^2 \alpha + y^2 \cdot \cos^2 \alpha)}. \quad (10)$$

Das Maß der Präzision  $h$  läßt sich natürlich nicht von vornherein bestimmen. Zu seiner Ermittlung hat man eine größere Anzahl Konstruktionen der gleichen Art

durchzuführen und darauf den Schwerpunkt der so gewonnenen Punktmenge als den „richtigen“ Punkt anzusehen, dessen Koordinaten  $\xi$  und  $\eta$  sein mögen. Dann ist der mittlere Fehler der Lage des Schnittpunktes  $O$  der Geraden  $G$ :

$$\mu = \sqrt{\xi^2 \cdot \sin^2 \alpha + \eta^2 \cdot \cos^2 \alpha}. \quad (11)$$

Daß der Schwerpunkt jenes Punkthaufens wirklich der plausibelste Punkt ist, ergibt sich (vgl. Fig. 4, worin  $S$  den Schwerpunkt bedeutet) auf folgende Weise. Für irgendeinen gefundenen Schnittpunkt  $P_m$  ist der „wirkliche“ Fehler  $\varepsilon_m$  nunmehr:

$$2 \varepsilon_m^2 = p^2 + q^2 = [(y_m - \eta) \cos \alpha - (x_m - \xi) \sin \alpha]^2 + [(y_m - \eta) \cos \alpha + (x_m - \xi) \sin \alpha]^2 \quad (12)$$

$$= 2 \cdot (y_m - \eta)^2 \cos^2 \alpha + 2 \cdot (x_m - \xi)^2 \sin^2 \alpha.$$

Die Summe aller Fehlerquadrate

$$\Sigma(\varepsilon_m^2) = \cos^2 \alpha \Sigma(y_m - \eta)^2 + \sin^2 \alpha \cdot \Sigma(x_m - \xi)^2 \quad (13)$$

soll für den plausibelsten Punkt ein Minimum werden; also muß sein:

$$\frac{\partial \Sigma(\varepsilon_m^2)}{\partial \xi} = \frac{\partial \Sigma(\varepsilon_m^2)}{\partial \eta} = 0. \quad (14)$$

Aus (13) und (14) folgt sogleich:

$$\xi = \frac{\Sigma(x_m)}{n} \quad \text{und} \quad \eta = \frac{\Sigma(y_m)}{n}, \quad (15)$$

worin  $n$  die Anzahl der Punkte ist. Daher wird  $S$  in der Tat der plausibelste Punkt.

In diesem Zusammenhange sei darauf hingewiesen, daß man auch in der Geodäsie den Schwerpunkt  $S$  des durch dreimaliges Anvisieren entstandenen Fehlerdreiecks als plausibelsten Punkt betrachtet, eben weil die Summe der Quadrate seiner Entfernungen von den drei Schnitt- oder Eckpunkten ein Minimum ist. Dagegen hat der LEMOINESCHE Punkt  $L$  (Fig. 5) die Eigenschaft, daß die Summe der Quadrate seiner Abstände von den drei Suchlinien (Dreiecksseiten) den kleinsten möglichen Wert hat. Er ist der Schnittpunkt der Mitteltransversalen dreier Antiparallelen, von denen in Fig. 5 eine gestrichelt eingetragen ist. Analytisch ist:

$$h = H \cdot \frac{a^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{2F}{a^2 + b^2 + c^2} \cdot a \text{ usw.},$$

was sich goniometrisch leicht zeigen läßt.  $F$  ist der Dreiecksinhalt.

Da  $\mu$  als mittlerer quadratischer Fehler der Konstruktion gemäß Gl. (11) bekannt ist, kann das Maß der Präzision  $h$  so gefunden werden: Die dem Fehler  $\varepsilon$  zugeordnete Ellipse hat nach Gl. (4) den Inhalt  $F = \pi \cdot \frac{\varepsilon}{\sin \alpha} \cdot \frac{\varepsilon}{\cos \alpha}$ ; der Flächenraum zwischen ihr und der nächst größeren, unendlich benachbarten ist somit:

$$dF = \frac{4\pi \cdot \varepsilon \cdot d\varepsilon}{\sin 2\alpha}. \quad (16)$$

Ihm kommt wieder der Fehler  $\varepsilon$  und außerdem die Wahrscheinlichkeit

$$z(\varepsilon) = \frac{h^2}{2\pi} \cdot \sin 2\alpha \cdot e^{-h^2 \varepsilon^2}$$

zu. Folglich gilt für den mittleren quadratischen Fehler  $\mu$ , wenn man die Verhältnisse der zweidimensionalen Gaußischen Fehlerfunktion auf den dreidimensionalen Wahrscheinlichkeitshügel sinngemäß überträgt:

$$\mu^2 \cdot 1 = \int_0^\infty \varepsilon^2 \cdot z(\varepsilon) \cdot dF. \quad (17)$$

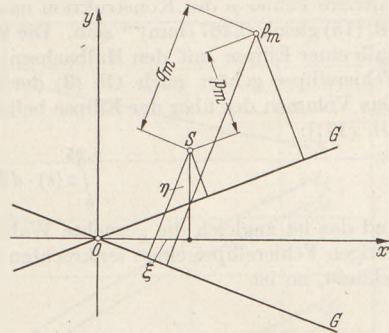


Fig. 4. Plausibelster Punkt  $S$ .

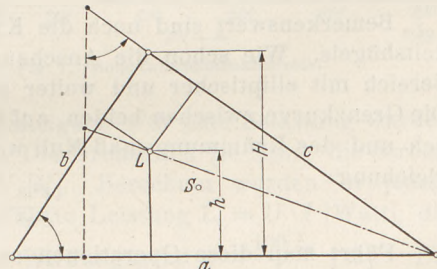


Fig. 5. Wahrscheinlichkeitspunkt von LEMOINE.

Darin bedeutet die 1 den ganzen Hügelinhalt. Setzt man  $dF$  und  $z(\varepsilon)$  hierin ein und integriert wieder mit Hilfe der Substitution  $-\varepsilon^2 \cdot h^2 = u$ , so ergibt sich schließlich:

$$\mu = \frac{1}{h}. \quad (18)$$

Das Maß der Präzision  $h$  ist also mit Hilfe des besprochenen Punkthaufens festgestellt. Laut Gl. (18) ist  $h$  hier identisch mit der sog. mathematischen Genauigkeit, als welche der Kehrwert von  $\mu$  betrachtet wird.

An einem Zahlenbeispiel mögen die dargelegten Verhältnisse erläutert werden. Ein Punkt  $O$  sei durch den Schnitt zweier Geraden, die miteinander den Winkel  $60^\circ$  bilden ( $\alpha = 30^\circ$ ), festgelegt worden; nachher habe sich irgendwie<sup>1</sup> herausgestellt, daß der Abstand von  $O$  bis zum „wirklichen“ Punkt  $S$  durch die Koordinaten  $\xi = 2,5$  mm und  $\eta = 2$  mm gekennzeichnet sei (vgl. Fig. 4). Dann wird der mittlere Fehler  $\mu$  der Konstruktion nach Gl. (11) gleich 2,14 mm, sowie das Maß der Präzision  $h$  nach Gl. (18) gleich  $0,467$  (mm)<sup>-1</sup> sein. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der „wirkliche“ Punkt z. B. innerhalb einer Ellipse mit den Halbachsen 0,5 und  $0,5 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = 0,288$  mm liegt, ergibt sich so. Zu dieser Fehlerellipse gehört nach Gl. (3) der mittlere Fehler  $\varepsilon = 0,5 \cdot \sin 30^\circ = 0,288 \cdot \cos 30^\circ = 0,25$  mm. Das Volumen des über der Ellipse befindlichen Zylinders des Wahrscheinlichkeitshügels ist somit [vgl. Gl. (17)]:

$$\int_0^{0,25} z(\varepsilon) \cdot dF = \int_0^{0,25} e^{-h^2 \cdot \varepsilon^2} \cdot d(-\varepsilon^2 h^2) \simeq 1,4\%,$$

und das ist zugleich die gesuchte Wahrscheinlichkeit. — Errichtet man weiter auf der zu  $\varepsilon = \varrho$  gehörigen Fehlerellipse einen senkrechten Zylinder, der gerade die Hälfte des ganzen Hügelinhalts  $1$  umschließt, so ist

$$\int_0^{\varrho} z(\varepsilon) \cdot dF = \frac{1}{2},$$

woraus folgt:

$$\varrho = \frac{1}{h} \cdot \sqrt{\frac{\log 2}{\log e}}.$$

In unserem Beispiel wird  $\varrho = 1,77$  mm.  $\varrho$  ist der sog. wahrscheinliche Fehler, der ebenso leicht über- wie unterschritten wird, wenn man die Konstruktion ausführt. Er entspricht einer Ellipse mit den Halbachsen 3,54 mm und 2,04 mm.

Bemerkenswert sind noch die Krümmungsverhältnisse des Wahrscheinlichkeitshügels. Wie schon die Anschauung zeigt, befindet sich um den Ursprung ein Bereich mit elliptischer und weiter außen ein solcher mit hyperbolischer Indikatrix. Die Grenzkurve zwischen beiden, auf der einer der Hauptkrümmungshalbmesser unendlich und das Krümmungsmaß Null wird, hat nach der Flächentheorie die Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x \cdot \partial y} \right)^2. \quad (19)$$

Führt man diese Operationen an Gl. (10) aus, so folgt:

$$\varepsilon' = \frac{1}{h \cdot \sqrt{2}} = \frac{\mu}{\sqrt{2}}. \quad (20)$$

Diejenige Ellipse des Hügels also, welcher der Fehler  $\varepsilon'$  zugeordnet ist, ist selbst die gesuchte Grenzkurve. Sie ist eben und zur x-y-Ebene parallel.

<sup>1</sup> Etwa durch andere Geraden, die durch  $O$  gehen sollten.  $n$  solcher Linien liefern  $\binom{n}{2}$  Punkte, deren Schwerpunkt dann als „richtig“ zu gelten hat.

### Der Wirkungsgrad eines Gleichstrommotors.

Untersuchungen in einer physikalischen Arbeitsgemeinschaft.

Von F. Brunner in St. Pölten.

Nach den in „Erziehung und Unterricht“ niedergelegten Grundsätzen sollen die naturwissenschaftlichen Arbeitsgemeinschaften möglichst Probleme volkswirtschaftlicher Bedeutung behandeln. Von diesem Gesichtspunkt aus scheint es besonders wichtig, den Begriff des Wirkungsgrades von Maschinen zu behandeln. Über die bei den einfachen Maschinen der Mechanik einzuschlagende Methode bietet das

„Handbuch der physikalischen Schülerübungen“ von HERMANN HAHN genügend Stoff. Für Elektromotoren und Generatoren findet man Belehrung und Anregung in dem Beiheft 14 zu dieser Zeitschrift: K. SCHMIDT und W. VOLKMANN: „Elektrische Maschinen“. Im folgenden soll über Arbeiten mit einem kleinen Nebenschluß-Gleichstrommotor von 0,2 KW berichtet werden, die ich mit Schülern der Klasse 7 ausführte und auf Wunsch der Schüler viel weiter ausdehnte, als ursprünglich geplant war.

Als Hilfsmittel wurden verwendet: Ein Voltmeter, ein Amperemeter, ein Umkehrzähler, eine Tafelwaage und ein von den Schülern selbst hergestellter PRONYScher Zaum. Zunächst wurde durch Messung von Spannung und Stromstärke der OHMSche Widerstand von Feld und Anker ermittelt, und zwar wurde der Anker bei der Messung auch in Rotation versetzt. Um den Ankerwiderstand genau zu erhalten, wurden von der Meßspannung die Bürstenübergangsspannungen in Abzug gebracht. Letztere wurden bei ruhendem, stromdurchflossenem Anker in der Weise bestimmt, daß das Voltmeter zwischen Lamelle und Kohle gelegt wurde, wobei die Kohle durchbohrt und so der Abnahmedraht bis fast an die Auflagefläche der Kohle herangeführt werden konnte.

Der Bremszaum wurde so verwendet, daß der eine Hebelarm mit der Länge  $l$  [m] auf die Tafelwaage drückte und dort durch das Gewicht  $P$  [kg] im Gleichgewicht gehalten wurde. Durch stärkeres Anziehen der Schrauben des Zaumes wurde die Belastung der Maschine stufenweise gesteigert. Für jede Belastung wurden außer  $l$  und  $P$  die folgenden Größen abgelesen: Die Drehzahl  $n$  [je Min.], die Stromstärke  $I$  [A] und zur Kontrolle die Spannung  $U$  [V]. Berechnet wurden in jedem Fall: das Drehmoment  $D = P \cdot l$  [mkg], die zugeführte Leistung  $L_i = U \cdot I$  [Watt], die Bremsleistung  $L_e = \frac{2 \pi \cdot D \cdot n \cdot 9,81}{60}$  [Watt] und der Wirkungsgrad  $\eta = \frac{100 L_e}{L_i}$  [%]. Die Ergebnisse wurden in eine Tabelle 1 mit 8 Spalten eingetragen, deren letzte Zeile (Fall der größten Belastung) lautete:

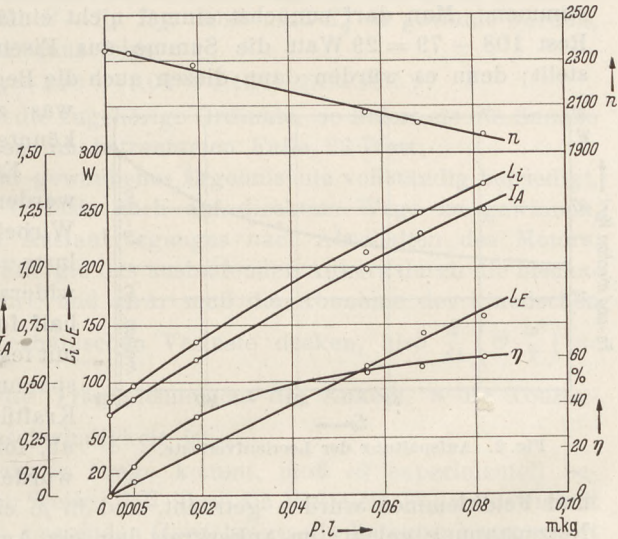


Fig. 1. Belastungscharakteristik.

Tabelle 1.

$n$	$I$	$U$	$P$	$D$	$L_i$	$L_e$	$\eta$
1985	1,24	220	0,457	0,0816	273	165	60,5 %

In Fig. 1 ist die graphische Darstellung der Tabelle wiedergegeben, so daß alle übrigen Größen als Funktionen des Drehmomentes  $D$  erscheinen. Man erhält auf diese Weise die sogenannte Belastungscharakteristik.

Dieses Diagramm wurde nun sehr eingehend besprochen und u. a. darauf hingewiesen, daß selbst bei (nahezu) Vollast der Wirkungsgrad bei so kleinen Motoren nur 60,5 % beträgt, somit 39,5 % oder 108 von 273 Watt als „Verluste“ zu buchen sind.

Von einem Schüler wurde nun die Frage aufgeworfen, wo denn eigentlich diese großen Verluste zu suchen seien.

Zunächst wurde klargelegt, daß sich die Verluste in drei Gruppen gliedern, in die Kupferverluste, Eisenverluste und die mechanischen Verluste. Von

diesen sind die Kupferverluste ohne weiteres zu berechnen. Sie setzen sich zusammen aus den JOULESchen Verlusten im Anker und im Erregerfeld und aus den Bürstenübergangsverlusten.

Der Widerstand des Ankers war  $R_A = 25 \Omega$ , der des Erregerfeldes  $R_E = 953 \Omega$ , und der Spannungsverlust an jeder Bürste betrug  $\Delta U = 1 \text{ V}$ . Daraus ergab sich die Stromstärke im Erregerfeld  $I_E = \frac{220}{953} = 0,23 \text{ A}$ , im Anker  $I_A = I - I_E = 1,01 \text{ A}$ . Die Kupferverluste betragen mithin  $I_A^2 \cdot R_A + I_E^2 \cdot R_E + 2 I_A \cdot \Delta U = 25,5 + 50,5 + 2 = 78 \text{ Watt}$ , wozu noch etwa 1 Watt für das eingeschaltete Amperemeter kommt. Als gesamte Kupferverluste ergaben sich somit 79 Watt.

Wesentlich schwieriger ist es, die Eisen- und mechanischen Verluste zu bestimmen. Man darf zunächst einmal nicht einfach schließen, daß der verbleibende Rest  $108 - 79 = 29 \text{ Watt}$  die Summe aus Eisen- und mechanischen Verlusten darstellt; denn es würden dann diesen auch die Beobachtungsfehler zugerechnet werden, was zu völlig falschen Werten führen könnte.

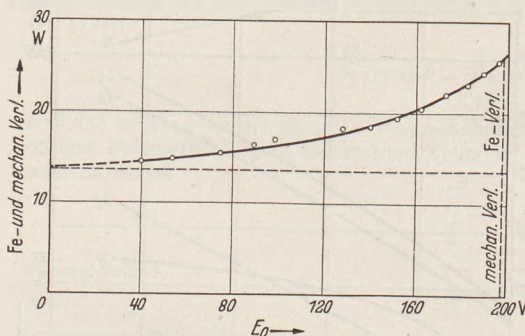


Fig. 2. Aufspaltung der Leerlaufverluste.

Es mußte daher der Versuch gemacht werden, die Eisenverluste (Hysteresis und Wirbelströme) und die mechanischen Verluste (Lager- und Bürstenreibung, Luftwiderstand) getrennt zu berechnen. Hier half folgende Überlegung: Läuft ein Motor mit fester Umlaufzahl, während die Betriebsspannung vermindert wird, so nehmen der Kraftfluß und die induzierte Gegenspannung ab, folglich auch die Eisenverluste. Daher wurde folgendermaßen verfahren: Anker

und Feldklemmen wurden getrennt, und in je einer Spannungsteilerschaltung an die Netzspannung gelegt; im Ankerkreis lag ein Amperemeter, und die Ankerklemmen wurden durch ein Voltmeter überbrückt. Nun wurde der unbelastete Motor in Betrieb gesetzt und für eine Reihe immer kleiner werdender Betriebsspannungen die Ankerleistung bestimmt. Dabei mußte, um jeweils dieselbe Tourenzahl  $n = 1985$  zu haben, bei den ersten Versuchen, um das Feld zu stärken, in den Erregerkreis noch eine Batterie (30 V) gelegt werden, während bei den späteren Versuchen die konstante Tourenzahl durch Feldschwächung mittels der Spannungsteilerschaltung erreicht wurde.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in der nachstehenden Tabelle 2 niedergelegt, wobei  $I_0$  und  $E_0$  Ankerstrom und Ankerspannung bedeuten. In der dritten Spalte finden wir die dem Anker zugeführte elektrische Leistung, in der vierten die Kupferverluste im Ankerkreis, in der fünften endlich die Summe aus Eisen- und mechanischen Verlusten (als Differenz der Spalten 3 und 4).

Tabelle 2.

$I_0$	$E_0$	$I_0 \cdot E_0$	$I_0^2 \cdot R_A + 2 I_0$	Eisen- + mech. Verluste	$I_0$	$E_0$	$I_0 \cdot E_0$	$I_0^2 \cdot R_A + 2 I_0$	Eisen- + mech. Verluste
0,134	196	26,32	0,448 + 0,268	25,60	0,146	129,5	18,90	0,532 + 0,292	18,07
0,134	190	25,46	0,448 + 0,268	24,74	0,189	97,5	18,42	0,893 + 0,378	17,15
0,132	182,5	24,09	0,435 + 0,264	23,39	0,199	87	17,71	0,99 + 0,398	16,33
0,131	174	22,79	0,429 + 0,262	22,10	0,232	75	17,40	1,345 + 0,464	15,59
0,131	161	21,09	0,429 + 0,262	20,40	0,345	53,5	18,45	2,79 + 0,690	14,79
0,134	151	20,23	0,448 + 0,268	19,51	0,740	40	29,06	13,69 + 1,48	14,43
0,138	140	19,32	0,476 + 0,276	18,57					

In Fig. 2 ist diese Tabelle graphisch dargestellt. Die Versuche konnten nur bis zur Betriebsspannung 40 V herab fortgesetzt werden, da bei geringerer Betriebs-

spannung der Motor nicht mehr ruhig arbeitete. Könnten sie bis zur Betriebsspannung Null fortgesetzt werden, so würden, da keine induzierte Gegenspannung mehr da ist, auch keine Eisenverluste, sondern nur noch mechanische Verluste auftreten.

Wenn also die Kurve bis zur Betriebsspannung Null extrapoliert wird, dann müßte der Abschnitt auf der Ordinatenachse die mechanischen Verluste ergeben, die im vorliegenden Falle somit weniger als 14 Watt betragen würden.

Um die Summe aus Eisen- und mechanischen Verlusten zu erhalten, ist zu beachten, daß sie von der im Anker induzierten elektromotorischen Gegenspannung abhängen. Es muß also in der Leerlaufkurve eine solche Betriebsspannung gewählt werden, daß die gleiche elektromotorische Gegenspannung induziert wird wie beim normalen Betrieb der Maschine. Die elektromotorische Gegenspannung ist bei Leerlauf  $E_0 - I_0 \cdot R_A$ , bei normalem Betrieb  $E - I_A \cdot R_A$ . Also muß  $E_0$  so gewählt werden, daß  $E_0 - I_0 \cdot R_A = E - I_A \cdot R_A$  ist. Daraus folgt

$$E_0 = E - (I_A - I_0) \cdot R_A = 220 - (1,01 - 0,134) \cdot 25 = 198 \text{ V.}$$

Zieht man also an dieser Stelle die zugehörige Ordinate, so liefert sie die Summe aus mechanischen und Eisenverlusten, im betrachteten Falle 26 Watt.

Da aber ein durch Extrapolieren gewonnenes Ergebnis nie vollständig befriedigt, wurde versucht, die mechanischen Verluste auch auf direktem Wege zu gewinnen, und zwar durch Untersuchung des Auslaufvorganges nach Abschalten des Motors. In diesem Falle wird die kinetische Energie des auslaufenden Ankers durch die mechanischen Verluste allmählich aufgezehrt, und zwar muß die Abnahme der kinetischen Energie mit der Zeit jeweils die mechanischen Verluste decken, also  $\frac{d}{dt} \left( \Theta \frac{\omega^2}{2} \right) = \Theta \omega \frac{d\omega}{dt} = \Theta \frac{4\pi^2}{60^2} n \frac{dn}{dt}$  sein, wenn  $\Theta$  das Trägheitsmoment des Ankers,  $n$  die Tourenzahl je Minute und  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit ist.

Da eine Berechnung von  $\Theta$  nicht in Frage kommt, muß es experimentell bestimmt werden. Dies geschah in der Weise, daß über die Welle ein Faden gewickelt und zunächst durch Anhängen eines passenden Gewichtes  $p$  die Reibung kompensiert wurde. Dann wurde ein weiteres Gewicht  $P$  hinzugefügt und mit der Stoppuhr die Zeit  $t$  beobachtet, die verging, bis das Gewicht um die Höhe  $h$  gefallen war. Ist  $r$  der Halbmesser der Welle und  $\gamma$  die Beschleunigung des sinkenden Gewichtes, so folgt:  $h = \frac{\gamma}{2} t^2$  und  $\frac{\gamma}{g} = \frac{P}{P + p + \frac{\Theta}{r^2}}$ , woraus sich  $\Theta = r^2 \left[ \frac{Pgt^2}{2h} - P - p \right]$  ergibt.

Nach mehrmaliger Messung mit  $P = 200 \text{ g}$ ,  $t = 4,1^s$ ,  $h = 800 \text{ cm}$ ,  $p = 200 \text{ g}$  und  $r = 2,01 \text{ cm}$  ergab sich als Mittelwert  $\Theta = 6710 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$  mit allerdings beträchtlichem mittleren Fehler. Diese Bestimmung des Trägheitsmomentes ist nicht sehr genau wegen des unsicheren Überganges von der Ruhereibung in die der Bewegung und wegen der Fehler bei der Zeitmessung, die sich um so stärker auswirken, je kleiner die Fallstrecken sind. Es wurde darum der Anker ausgebaut und sein Trägheitsmoment auch durch Torsionsschwingungen bestimmt. Zu diesem Zwecke wurde das eine Ende eines 60 cm langen Stahldrahtes an einem Holzbalken, das andere Ende an einem im Körnerpunkt der Welle eingeschraubten kleinen Bohrkopf festgeklemmt. Nun wurde der Anker in Torsionsschwingungen versetzt und die Schwingungsdauer  $T_1$  gemessen; dann wurde quer über den Anker ein leichtes Holzstäbchen so gelegt, daß mittels einer kleinen Einkerbung der Torsionsdraht durch seinen Mittelpunkt lief, und das Stäbchen an beiden Enden mit zwei gleichen Gewichtchen von zusammen  $m = 137 \text{ g}$  im gegenseitigen Abstände  $l = 31,2 \text{ cm}$  beschwert. Nachdem so das Trägheitsmoment  $\vartheta$  der beiden Gewichtchen hinzugefügt war, wurde die neue Schwingungsdauer  $T_2$  gemessen.

Aus  $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{D}}$  und  $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta + \vartheta}{D}}$  ergibt sich  $\Theta = \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2} \vartheta$ . Gemessen wurde:  $T_1 = 5,69^s$  und  $T_2 = 13,16^s$ . Da  $\vartheta = \frac{ml^2}{4} = 33\,300 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$  war, so ergab sich  $\Theta =$

7660 g · cm<sup>2</sup>, mit ganz kleinem mittleren Fehler, wie mehrmals wiederholte Messungen zeigten.

Da dieser Wert für  $\theta$  wesentlich mehr Vertrauen verdiente als der durch die Fallbewegung gefundene, so wurde er den weiteren Rechnungen zugrunde gelegt. Weiter muß nun eine möglichst genaue Kenntnis von  $\frac{dn}{dt}$  verlangt werden. Dazu ist es notwendig, für den Auslauf  $n$  als Funktion der Zeit  $n = f(t)$  zu bestimmen. Bei großen Maschinen mit langer Auslaufdauer würde dies keine Schwierigkeiten bieten: es wäre nur nötig, alle paar Sekunden den mitlaufenden Drehzahlmesser abzulesen. Da es sich aber hier um einen Auslauf von nur wenigen Sekunden handelt, mußte der auslaufende Anker selbst zur Registrierung von Zeit und Drehzahl herangezogen werden.

Zu diesem Zwecke wurde der Motor höher gestellt und darunter auf den Tisch parallel zu seiner Welle ein 1 m langer Spiegelglasstreifen gelegt, der mit Hilfe einer Libelle genau waagrecht ausgerichtet wurde. Auf dieser Bahn konnte ein nahezu reibungsloses Wägelchen nach leichtem Anstoß gleichförmig weiterlaufen. Die geringe, noch vorhandene Reibung des Wagens wurde durch Unterlegen von Papierstreifen unter die Glasplatte aufgehoben. Der Wagen trug seinerseits einen berußten Spiegelglasstreifen (60 cm). An der Welle des Motors wurde ein kleiner Zeiger, der in eine Schweinsborste endete, als „Schreiber“ befestigt. Feld und Anker wurden getrennt und zu einem gemeinsamen Ausschalter geführt. Nachdem der Motor einige Zeit im Betrieb war, bis die Achsen sich warm gelaufen hatten, wurde der Wagen angestoßen und lief nun unter dem Schreibstifte vorbei, der bei jeder Umdrehung der Welle einen kurzen Strich auf dem Glasstreifen verzeichnete. Waren diese Striche nun völlig gleich weit voneinander entfernt, dann war der gleichmäßige Lauf des Wagens bereits gewährleistet, andernfalls wurde durch Unterlegen von Papierstreifen so lange korrigiert, bis dies der Fall war.

Nun wurde zu dem Auslaufversuche geschritten. Ein Schüler hatte den Wagen anzustoßen, ein zweiter im geeigneten Moment den Motor abzuschalten und mit der Stoppuhr die Dauer des Auslaufs festzustellen (nur zur Kontrolle, wie aus dem Späteren hervorgeht). Der Wagen wurde nun in Bewegung gesetzt. Nachdem etwa 10 Striche bei laufendem Motor aufgezeichnet waren, wurde er abgeschaltet und nun durch die Schreibborste der Auslauf registriert. Der Drehzahlmesser, der kaum Leistung verbraucht, bleibt am besten an die Welle angedrückt, um Schwankungen längs der Achse zu vermeiden. Er zeigte vor Beginn des Auslaufes 2400 Umdrehungen je Minute.

Die Auswertung des Registrierstreifens geschieht in der Weise, daß zunächst der Strichabstand als Mittel aus etwa 10 Strichabständen bei eingeschaltetem Motor gemessen wird. Läuft der Motor mit  $\nu$  Umdrehungen je Minute, dann bedeutet somit 1 mm  $\frac{60s}{\nu \cdot b}$ , wenn  $b$  den Strichabstand in Millimetern bedeutet.

Nun werden von dem (durch seine Unregelmäßigkeit leicht zu erkennenden) Strich an, bei dem der Ablauf begann, die Entfernungen der folgenden Striche in Millimetern mit Hilfe eines aufgelegten Papiermaßstabes abgelesen und in eine Spalte eingetragen; in eine zweite Spalte kommt die Entfernung je zweier benachbarter Striche. Multiplikation der Zahlen der ersten Spalte mit  $\frac{60}{\nu \cdot b}$  liefert für eine dritte Spalte die entsprechenden Zeiträume. Wird weiter  $\nu \cdot b$  durch die Zahlen der zweiten Spalte dividiert, so liefert eine vierte Spalte die mittlere Umdrehungszahl je Minute in den jeweiligen Zeitintervallen oder genau genug die Umdrehungszahlen für die Mitte der betreffenden Zeitintervalle. Stellt man also noch eine fünfte Spalte auf, die die Mitten der Zeitintervalle enthält, so geben uns die Spalten 4 und 5 zusammengehörige Werte von  $n = f(t)$ , wie sie in der nachstehenden Tabelle 3 erscheinen. Werden sämt-



liche Rechnungen mit dem Rechenstab ausgeführt, so ist die Tabelle in verhältnismäßig kurzer Zeit herzustellen. Die Schüler hatten sie binnen 1 Stunde gewonnen. Es ist dazu noch zu bemerken, daß es vorteilhaft ist, zuerst 4, später 3 usw. Strichabstände zu Gruppen zusammenzufassen. Denn sonst würde man zu viele Meßpunkte erhalten, die graphisch kaum zum Ausdruck zu bringen wären; die Gruppierung schließt schon einen gewissen Ausgleich ein. Um die Beobachtungsfehler weiter auszugleichen, wird dann die Tabelle auf Millimeterpapier übertragen und nun durch alle Punkte eine möglichst glatte Kurve gelegt, wobei es sich zum Erzielen einer handlichen Zeichnung als zweckmäßig erweist, die Tourenzahlen auf die Tausendstelminute zu beziehen (Fig. 3).

Tabelle 3.

<i>t</i>	<i>n</i>	<i>t</i>	<i>n</i>
0,000	2400	1,59	1110
0,057	2104	1,79	996
0,176	1920	1,96	868
0,303	1856	2,18	770
0,435	1796	2,41	686
0,574	1660	2,58	644
0,720	1630	2,79	560
0,872	1544	2,96	511
1,03	1480	3,08	442
1,20	1345	3,23	361
1,39	1256	3,45	230

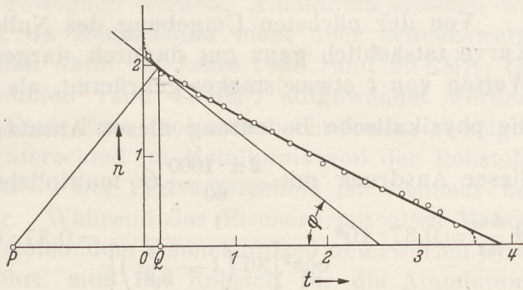


Fig. 3. Auslaufkurve.

Die Betrachtung der Kurve ergibt zunächst, daß sie in allernächster Nähe von  $t=0$  sehr steil abfällt und erst dann (von etwa  $0,05^s$  an) allmählich abnimmt und mit immer schwächer werdender Krümmung fast in eine Gerade übergeht. Dieses erste plötzliche Absinken der Drehzahl beim Ausschalten rührt vom Öffnungsextrastrom her, der den Motor sofort abbremst. Doch ist dieser, namentlich bei energisch wirkendem Ausschalter, sofort abgeklungen.

Es empfiehlt sich aber trotzdem, den Auslauf bei einer um 20 bis 30 % höheren Tourenzahl beginnen zu lassen, was durch einfache Feldschwächung (passender Widerstand in den Erregerkreis) erreicht wird.

Da nun  $\frac{dn}{dt}$  bis auf das Vorzeichen die Tangensfunktion von  $\varphi$  (Fig. 3) ist, so wird durch  $n \frac{dn}{dt}$  die Subnormale dargestellt, und man hat nur in dem Punkte, dessen Ordinate durch die in Betracht kommende Drehzahl bestimmt wird (in unserem Falle 1,985), die Tangente zu legen und darauf die Normale zu ziehen; dann stellt  $PQ$  den gesuchten Wert dar. Er beträgt 1,6, wie aus dem Diagramm ersichtlich ist.

Auf eines mag noch hingewiesen werden. Die mit der Stoppuhr gemessene Auslaufzeit ( $3,6^s$ ) ergibt sich etwas kleiner als die aus der Kurve entnommene ( $3,87^s$ ), da Maschinen nicht allmählich auslaufen, sondern mit einem Ruck stehen bleiben. Beachtet man, daß  $n$  auf die Tausendstelminute bezogen wurde, so erhält man für die mechanischen Verluste  $\frac{4\pi^2}{60^2} \Theta n \frac{dn}{dt} = 0,0011 \cdot 7660 \cdot 1,6 \cdot 10^7 = 13,5$  Watt, einen Wert, der mit dem im vorigen durch Extrapolieren erschlossenen gut übereinstimmt.

Die gesamte Energiebilanz stellt sich dann wie folgt: Aufgewendet wurden 273 Watt, davon in nutzbare Arbeit verwandelt (Bremsleistung) 165 Watt; von den 108 Watt betragenden Verlusten entfallen 79 Watt auf die Kupferverluste, 13,5 Watt auf die mechanischen und 12,5 Watt auf die Eisenverluste. Es verbleiben somit als Rest nur noch 3 Watt, das ist etwa 1% der aufgewendeten Leistung. Aber auch dieser Betrag ist nicht gänzlich auf Beobachtungsfehler zu buchen, da nämlich die Eisen- und Kupferverluste bei belastetem Motor infolge der (im betrachteten Fall übrigens sehr kleinen) Ankerrückwirkung ein wenig größer sein dürften als die im vorigen für den Leerlauf gefundenen.

Da das Zeichnen einer Tangente an eine empirische Kurve immer eine unsichere Konstruktion ist, wurde auch versucht,  $n = f(t)$  durch eine den Schülern bekannte Funktion näherungsweise darzustellen. Der Anblick der Kurve legte es nahe, dazu die ctg- bzw. tg-Funktion zu verwenden. Mit Daten, die aus der Kurve entnommen waren, wurde ein Ansatz der Form  $n = \nu \operatorname{tg} \left[ \delta \left( 1 - \frac{t}{3,87} \right) \right]$  versucht.

Zur Bestimmung der beiden noch auftretenden Konstanten wurde die Steigung beim Schnittpunkt mit der  $t$ -Achse verwendet und der Umstand, daß für  $0,16^s$  die Umdrehungszahl 1,985 sein mußte. Es führte dies auf die Auflöser einer Gleichung der Form  $\operatorname{tg} m x = a x$ , zu deren angenäherter Lösung die „Regula falsi“ herangezogen wurde. Es ergab sich  $n = 2,88 \operatorname{tg} \left[ 36^\circ \left( 1 - \frac{t}{3,87} \right) \right]$ .

Von der nächsten Umgebung des Nullpunktes abgesehen, wird der Verlauf der Kurve tatsächlich ganz gut dadurch dargestellt. Die Kurve ist nur bei kleineren Werten von  $t$  etwas stärker gekrümmt, als der Annäherungsfunktion entspricht. Um die physikalische Bedeutung dieses Ansatzes zu erkennen, wurde  $\frac{dn}{dt}$  gebildet und

dieser Ausdruck mit  $\frac{2\pi \cdot 1000}{60} \Theta$  multipliziert. Dann ergab sich, da  $2\pi n = \omega$  ist,  $\Theta \frac{d\omega}{dt} = 0,37 \cdot 10^6 \frac{1}{\cos^2 \left[ 36 \left( 1 - \frac{t}{3,87} \right) \right]} = 0,37 \cdot 10^6 \left[ 1 + \frac{n^2}{2880^2} \right]$ , wobei  $n$  wieder auf die

Minute bezogen ist.  $\Theta \frac{d\omega}{dt}$  stellt aber das während des Auslaufes wirksame Drehmoment dar. Dieses setzt sich also zusammen aus einem konstanten Anteil, der offenbar der Bürsten- und Lagerreibung entspricht, und einem von  $n^2$  und damit auch von  $\omega^2$  abhängigen Teil, der dem Luftwiderstand zuzuschreiben ist. Dieser letzte Teil ist wegen des großen Nenners gegenüber dem ersten klein und hat nur bei großen Tourenzahlen, also bei Beginn des Auslaufes, Bedeutung.

An der Stelle  $0,16^s$  erhält man für  $n \frac{dn}{dt} = 1,37$  statt 1,6, also einen zu kleinen Wert, was nicht zu verwundern ist, da diese einfache Annäherungsfunktion wohl der Abhängigkeit des Luftwiderstandes von  $\omega^2$  Rechnung trägt, aber nicht dem Umstande, daß auch die Lagerreibung von der Winkelgeschwindigkeit abhängt.

Bei ganz kleinem  $n$  ist das von der Luftreibung herrührende Glied gegenüber dem ersten völlig zu vernachlässigen, so daß  $0,37 \cdot 10^6 \operatorname{dyn} \cdot \operatorname{cm}$  das von Lager- und Bürstenreibung herrührende Drehmoment wird. Das läßt sich aber direkt messen. Zu diesem Zweck wurde, nachdem die Achse warm gelaufen war, eine Schnur über die Welle vom Halbmesser 2,01 cm gewunden und mit 181 g belastet, so daß dadurch die Reibung gerade aufgehoben erschien. Damit ergab sich für das Reibungsdrehmoment  $181 \cdot 981 \cdot 2,01 = 0,36 \cdot 10^6 \operatorname{dyn} \cdot \operatorname{cm}$ , in befriedigender Übereinstimmung mit dem obigen Wert.

Dies war die Beschäftigung einer Arbeitsgemeinschaft für ein volles Jahr; sie fesselte die Schüler ungemein, zumal diese daraus ersahen, daß hier ein Problem aufgeworfen wurde, zu dessen Bewältigung Kenntnisse aus vielen Teilen der Mathematik und Physik herangezogen bzw. erst erarbeitet werden müssen.

### Aluminium und Eisen in ihrer Bedeutung als Werkmetalle.

Von Dr. Wilhelm Flörke in Gießen.

Die Welterzeugung an Aluminium hat sich in den Jahren von 1932 bis 1938 beinahe vervierfacht; in derselben Zeit stieg die deutsche Produktion auf den 10fachen Wert an. Diese Zahlen zeigen den Aufschwung, den die Verwendung dieses leichten Werkmetalls in der letzten Zeit genommen hat. Vielfach begegnet man der Auffassung,

daß diese Entwicklung, die sicher noch nicht abgeschlossen ist, dazu führe, daß das Eisen allmählich aus seiner Vormachtstellung als Werkstoff verdrängt werde und dafür das Aluminium bzw. seine Legierungen an seine Stelle treten. Was es mit einer solchen Schlußfolgerung auf sich hat, soll hier einmal näher untersucht werden.

Die deutsche Aluminiumgewinnung betrug im Jahre 1938, ganz roh gerechnet, 200 000 t, die deutsche Stahlproduktion wies 20 000 000 t, also den hundertfachen Betrag auf. Schon rein mengenmäßig besteht deshalb ein sehr großer Unterschied. Der Preis für 1 t Aluminium war 1300 RM im Jahre 1938, für 1 t Stabeisen dagegen nur 110 RM, für Gießereirohisen lag er bei 60 RM. Der Aluminiumpreis ist demnach mehr als 10mal so hoch wie der Eisenpreis. Das liegt nicht an den Kosten für die Rohstoffe, aus denen die beiden Metalle gewonnen werden. Aluminium erhalten wir aus Bauxit, der eingeführt werden muß, da Deutschland nicht über nennenswerte Lager dieses Minerals verfügt. Wir zahlten dafür im Jahre 1938 rund 20 RM/t; für im selben Jahr eingeführtes Eisenerz mußten rund 10 RM/t aufgewendet werden. Wenn wir auch einmal den Metallgehalt dieser Erze ganz außer acht lassen, so zeigen uns diese Zahlen doch, daß der große Unterschied im Metallpreis von der Rohstoffseite her nicht entscheidend beeinflußt wird. Der Preisunterschied ist vielmehr bedingt durch die Kosten der Verarbeitung. Während das Eisenerz mit allen Verunreinigungen im allgemeinen sofort im Hochofen dem Schmelzprozeß unterworfen wird, der in einem Arbeitsgang zum Metall führt, muß der Rohstoff für die Aluminiumgewinnung zuerst auf umständliche Weise chemisch gereinigt werden. Aus Bauxit, einem unreinen Aluminiumhydroxyd, gewinnt man zunächst einmal reines Aluminiumoxyd. Dazu sind eine ganze Reihe Arbeitsgänge erforderlich: Zerkleinern, Aufschließen mit Natronlauge im Druckkessel oder Schmelzaufschluß mit Soda, Filtration, Ausfällen des Aluminiumhydroxyds, erneute Filtration und Entwässerung des Hydroxyds durch Glühen. Die alkalischen Aufschlußmittel müssen zurückgewonnen werden, damit die Kosten des Prozesses erträglich bleiben. Im Gegensatz dazu findet die Reinigung des Eisenerzes von den begleitenden Verunreinigungen in einem Arbeitsgang zugleich mit der Gewinnung des Metalls statt.

Weiterhin bestehen aber auch erhebliche Unterschiede im Energiebedarf bei der Reduktion der beiden Metalloxyde zu den Metallen. Die Bildungswärme des  $\text{Al}_2\text{O}_3$  beträgt 378 kcal, die des  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  nur rund die Hälfte, nämlich 195 kcal. Diese Energie muß bei der Reduktion mindestens aufgewendet werden. Auf das daraus zu gewinnende Metallgewicht berechnet, wird der Unterschied noch krasser. Für 1 kg Eisen sind theoretisch etwa 1700 kcal, für 1 kg Aluminium aber etwa 7000 kcal aufzuwenden. Rechnet man mit dem Metallvolumen, dann schneidet wegen seiner geringen Wichte (spez. Gewicht) das Aluminium etwas günstiger ab; für 1 dm<sup>3</sup> Aluminium sind nämlich theoretisch 18 900 kcal, für 1 dm<sup>3</sup> Eisen 13 200 kcal erforderlich. In Wirklichkeit ist aber der Energiebedarf bei beiden Metallen wegen der unvermeidlichen Wärmeverluste wesentlich größer. So erfordert der Hochofenprozeß nach Abzug der nutzbaren Abwärme für 1 kg Eisen noch rund 5500 kcal, also das 3fache des theoretischen Wertes. Aluminiumoxyd kann nicht mit Kohle reduziert werden, man muß das Aluminium auf elektrolytischem Wege daraus abscheiden. Dabei sind für 1 kg des Metalls 22 kWh erforderlich, das sind, im Wärmemaß ausgedrückt, rd. 19 000 kcal. Da nun aber bei der Gewinnung der notwendigen elektrischen Energie aus Kohle erhebliche Verluste auftreten, ist diese Zahl immerhin noch mit 3 bis 4 zu multiplizieren, so daß wir für 1 kg Aluminium auf rund 60 bis 80 000 kcal kommen. Bereits diese Zahlen zeigen, daß allein die höheren Gewinnungskosten den Gedanken an eine allgemeine Ersetzung des Eisens durch Aluminium als utopisch erscheinen lassen.

Könnte nun aber nicht durch die Erschöpfung der Eisenerzvorräte ein Zwang zum Austausch gegen Aluminium ausgeübt werden? Wir hören ja nicht allzu selten,

daß die Metallvorräte und damit auch die Vorräte an Eisen stark im Schwinden sind. Aluminium ist zu 7% am Aufbau der festen Erdrinde (bis 16 km Tiefe) beteiligt, Eisen zu 5% und Magnesium, das jüngste Werkmetall, zu 2%, von den übrigen Werkmetallen erreicht kein einziges auch nur 0,1%. Diese Zahlen lassen die überragende Bedeutung der 3 genannten Metalle für die menschliche Technik erkennen. Aber man kann diese Metalle wie auch alle anderen nur dort gewinnen, wo durch geologische Vorgänge eine Anreicherung innerhalb der Erdrinde stattgefunden hat. Bei Eisenerzen liegt heute die untere Grenze für die Ausnutzbarkeit bei etwa 30% Metallinhalt, unter gewissen Bedingungen ist man schon auf 25% herabgegangen. Ließe sich für Eisen ein Preis erzielen, der auch nur halb so hoch läge wie der heute für Aluminium geltende, dann wären wahrscheinlich sogar Gesteine, wie etwa der Basalt, die 7 bis 10% Eisen führen, als Eisenerze verwertbar. Daran ist aber ein Mangel nicht denkbar. Die Vorräte an Bauxit sind, am heutigen Verbrauch gemessen, außerordentlich groß. Wie sich dieses Verhältnis allerdings gestalten würde, wenn einmal so viel Aluminium erzeugt würde wie heute Eisen, steht dahin.

Es war bisher immer nur Bauxit als Rohstoff für Aluminium in Ansatz gekommen. Nun ist es aber seit einiger Zeit gelungen, auch aus Ton dieses Metall zu gewinnen. An solchem Ton birgt Deutschland recht bedeutende Lager. Ton ist ein Aluminiumsilikat. Soll er zur Aluminiumgewinnung dienen, so stellt man aus ihm mit Hilfe eines sauren Aufschlusses erst wieder Aluminiumoxyd dar. Die Kosten sind nicht geringer, sondern eher etwas größer als beim Bauxit.

Auch von der Rohstoffseite her steht demnach nicht zu erwarten, daß das Aluminium das Eisen in größerem Umfange verdrängen wird. Vielleicht aber können die besonderen mechanischen und chemischen Eigenschaften dafür wichtig werden? Überall da, wo zur Erreichung des technischen Zwecks das geringe Gewicht des Aluminiums ausschlaggebend ist, wie z. B. im Flugzeugbau, herrscht das leichte Metall ohne Rücksicht auf Preis und Rohstoffmöglichkeiten. Auch im Fahrzeugbau kann das geringe Gewicht den Anlaß zu einem Austausch des Eisens gegen das Leichtmetall geben. Für manche Zwecke wird auch die verhältnismäßig große Widerstandsfähigkeit gegen die atmosphärischen Einflüsse dem Aluminium den Vorrang einräumen. Obgleich nämlich das Aluminium viel unedler ist als das Eisen, was schon aus den oben für die Bildungswärme der Oxyde angegebenen Zahlen hervorgeht, ist es wegen einer sehr zähen und dichten Oxydhaut, die es umgibt, an der Luft beständiger als das Eisen, dessen Rostschicht durchlässig für Wasser, Kohlensäure und Sauerstoff bleibt, so daß diese Stoffe ihren Angriff in immer größere Tiefen vortragen können. Dagegen erreicht das Aluminium in seinen Legierungen die mechanischen Eigenschaften des Stahls nicht. Wohl ist es gelungen, z. B. die Zugfestigkeit von Aluminiumlegierungen auf 30, ja sogar auf 50 kg/mm<sup>2</sup> zu steigern, während dem reinen Metall nur etwa 15 kg/mm<sup>2</sup> zukommen; bei Stahl treffen wir dagegen auf Werte von 50 kg/mm<sup>2</sup> an aufwärts und finden als Spitzenwert 200 kg/mm<sup>2</sup>. Der Schmelzpunkt des Aluminiums liegt bei 658°, der des Gußeisens bei 1200°, der des Stahls bei 1500°. Das Aluminium kommt demnach für alle Verwendungszwecke, bei denen eine hohe Temperaturbeständigkeit verlangt werden muß, nicht in Frage.

Auch die chemischen und physikalischen Eigenschaften lassen also eine allgemeine Vertretung des Werkmetalls Eisen durch das Werkmetall Aluminium nicht zu. Den Anforderungen, die der jeweilige Verwendungszweck an den Werkstoff stellt, kann bald das eine, bald das andere Metall gerecht werden. Das Aluminium wird wegen seiner besonderen Eigenschaften in zunehmendem Maß in der Technik Verwendung finden; die großen Vorräte an Rohstoffen für seine Gewinnung lassen noch eine gewaltige Steigerung der Aluminiumerzeugung erwarten. Eisen und Aluminium, dazu Magnesium, sind die Hauptwerkmetalle der Zukunft.

## Berichte.

### 2. Forschungen und Ergebnisse.

**Bericht über die Höhenstrahlungsforschung in den Jahren 1939 und 1940. Teil I.** (Tiefenmessungen; Höhenmessungen mit einzelnen Zählrohr, Neutronenmessungen, Stoßherzeugung). Von R. PYRKOSCH in Breslau.

Die Tiefenmessungen von V. C. WILSON in einem Tunnel und Bergwerk [vgl. diese Z. 52, 204 (1939)] sind von diesem Forscher in Tiefen von 30 und 300 m H<sub>2</sub>O-Wert unter Atmosphärenscheitel fortgesetzt worden (1) und haben zu einer Änderung seiner früheren Auffassung geführt, nach der zwei Arten von sehr durchdringenden Strahlen angenommen wurden, nämlich eine mit der Höchstreichweite von etwa 250 m H<sub>2</sub>O-Wert und eine mit viel größerer. Auf der 30 m-Stufe wurden mit Hilfe einer Koinzidenzanordnung von 4 Zählrohren übereinander 2 Absorptionskurven aufgenommen, die eine mit Pb-Schichten bis zu 29 cm Dicke über den Rohren und die andere mit Pb-Schichten bis 100 cm zwischen ihnen. Wenn alle ionisierenden Strahlen in dieser Tiefe durchdringender Art sind, Protonen oder Mesonen<sup>1</sup>, sollten beide Kurven zusammenfallen, dagegen die Absorption mit dem Pb zwischen den Rohren viel stärker sein, wenn die ionisierenden Strahlen in der Mehrzahl sekundär sind und von durchdringenden nicht ionisierenden Strahlen herrühren. Da die beiden Kurven bis zu 29 cm Pb übereinstimmen und die Absorption durch 1 m Pb zwischen den Rohren etwa dieselbe war wie die durch eine massengleichwertige Felsschicht über ihnen, wurde geschlossen, daß die meisten Strahlen in 30 m H<sub>2</sub>O-Wert-Tiefe durchdringend und ionisierend, wahrscheinlich Mesonen sind. Um die durch seitliche Schauerstrahlen verursachten Koinzidenzen zu zählen, wurde eines von den inneren Zählrohren nach einer Seite verschoben mit dem Ergebnis, daß die Schauerkoinzidenzen nur wenige, etwa 4% der durch die senkrechte Strahlung erzeugten, betragen.

Der zweite Versuch in 300 m H<sub>2</sub>O-Wert-Tiefe fand in einem Kohlenbergwerk statt. Um zuerst die Vermutung von BARNOTHY und FORRO (vgl. diese Z. ebenda) zu prüfen, daß alle ionisierenden Strahlen in großen Tiefen Schauerteilchen sind, wurde einmal die Achsenebene von 5 übereinander angebrachten Zählrohren in Koinzidenzschaltung um 33° gegen die Senkrechte geneigt, das andere Mal das 4. und 5. Rohr so aus der Reihe verschoben, daß in der Decke über dem Apparat erzeugte Schauer etwa mit derselben Wahrscheinlichkeit von beiden Anordnungen vermerkt wurden. Der Erfolg war, daß die erste 13mal soviel Koinzidenzen wie die zweite lieferte, woraus geschlossen wird, daß in dieser Tiefe wohl Schauer vorhanden sind, aber die meisten Koinzidenzen von einzelnen ionisierenden Teilchen herrühren.

Darauf wurde ein entsprechender Absorptionsversuch wie in dem Tunnel ausgeführt und nach

<sup>1</sup> Die schweren Elektronen oder Mesotrotronen werden jetzt zumeist kürzer Mesonen genannt.

Abzug der besonders ermittelten Schauerkoinzidenzen gefunden, daß auch in dieser Tiefe die Absorption mit dem Absorber zwischen den Rohren dieselbe war wie mit dem Pb über ihnen, so daß auch hier die Koinzidenzen von sehr durchdringenden geladenen Mesonen bewirkt werden. Damit war die frühere Vermutung, daß die Höhenstrahlen unter 250 m H<sub>2</sub>O-Wert Neutrinos wären, widerlegt, und es wird nunmehr angenommen, daß zwischen der Strahlung in 30 und 300 m H<sub>2</sub>O-Tiefe kein wesentlicher Unterschied besteht und die (log-log) Darstellung der Strahlungsstärke besser als glatte Kurve mit allmählich sich ändernder Steigung als durch 2 gerade Linien mit dem Knick in 250 m H<sub>2</sub>O-Tiefe gewählt wird.

Mit einer besonderen Koinzidenzanordnung wurde die Absorption der Schauerstrahlen gemessen und festgestellt, daß es sich um weiche Schauer handelt [vgl. diese Z. 53, 80 (1940)]. Die Zahl der durch Schauer erzeugten Koinzidenzen war auf dieser Tiefenstufe 12% der von der senkrechten Strahlung herrührenden. Wie früher ging also aus den Versuchen hervor, daß die durchdringenden ionisierenden Strahlen von weichen Schauern begleitet sind, deren Zahl mit zunehmender Tiefe in geringerem Maß abnimmt als die der sie erzeugenden senkrechten Strahlen selbst.

Auch NIELSON und MORGAN [vgl. diese Z. 52, 205 (1939)] hatten in 70 m H<sub>2</sub>O-Wert-Tiefe durchdringende ionisierende Strahlen gefunden, die von weichen Schauern begleitet waren, und FROMAN und STEARNS (2) weisen darauf hin, daß die Ergebnisse von WILSON in Bezug auf die Absorption der unterirdischen Schauer vollständig mit denen übereinstimmen, die sie in Höhen von 1,8 und 4,3 km erhalten hatten [vgl. diese Z. 51, 172 (1938)] und daß die von WILSON beobachteten Schauer folglich auch aus Elektronen und Photonen bestehende Kaskadenschauer sein müßten.

Die Versuche in den norwegischen Fjorden [vgl. diese Z. 52, 29 (1939)] sind von CLAY und CLAY zusammen mit VAN GEMERT (3) mit Koinzidenzanordnungen und Ionisationskammern wieder aufgenommen worden, wobei eine Tiefe von 450 m H<sub>2</sub>O einschließlich dem Atmosphärenwert erreicht wurde. Die Koinzidenzzahl war an der Oberfläche 120 je Minute und in 440 m Tiefe nur noch 0,2, so daß die Teilchenzahl hier nur noch 0,16% von der in Seehöhe betrug. Dies wurde zur Bestimmung der Restionisation der Ionisationskammer benutzt, die 28 Liter faßte und mit Argon von 50 Atm. Druck gefüllt war. Dann stimmten die Zählrohrmessungen mit denen der Kammer überein, außer auf gewissen Stufen, wie in 200 m Tiefe, wo bereits bei den Messungen im Roten Meer [diese Z. 48, 263 (1935)] eine Unregelmäßigkeit gefunden worden war. Hier, wie besonders auch zwischen 280 und 400 m Tiefe, wurde mit der Kammer eine größere Strahlungsstärke gemessen als mit den Zählrohren, was einer in diesem Bereiche stark auftretenden Sekundärstrahlung zugeschrieben

wird, die von der Kammer mehr vermerkt wird als von den Zählrohren.

Für die Abnahme der Strahlungsstärke  $I$  mit zunehmender Tiefe  $h$  in  $m$   $H_2O$  ergab sich, abgesehen von den obersten Schichten, das Gesetz  $I = \frac{I_0}{h^n}$ , wo  $I_0$  die Stärke an der Oberfläche und  $n = 1,96 \sim 2$  ist. EHMERT [diese Z. 52, 204 (1939)] hatte  $n = 1,87$  und WILSON (ebenda S. 205) für Tiefen oberhalb 250 m erhalten  $n = 1,78$ . Eine funktionale Abhängigkeit dieser Art bedeutet aber nach FOLLET und CRAWSHAW [diese Z. 52, 29 (1939)], daß die Strahlungsstärke an demselben Ort in verschiedenen Richtungen proportional zu  $\cos^2 \alpha$  ist, wo  $\alpha$  den Zenitwinkel bedeutet. Dieses Gesetz hatte zuerst für die Atmosphäre G. MEDICUS (4) experimentell gefunden.

Diese Tiefwassermessungen wurden von J. CLAY und VAN GEMERT (5) durch Zählrohrmessungen in einem Kohlenbergwerk ergänzt, die in 8 verschiedenen Tiefen bis 1380 m  $H_2O$ -Wert stattfanden. Da eine der benutzten Koinzidenzanordnungen dieselbe wie bei den Wassermessungen war, ließ sich der  $H_2O$ -Wert des Gesteins über der Anordnung durch Absorptionsvergleiche bestimmen; doch ergab sich ein anderer Wert, als wenn man ihn aus der Dichte des Gesteins unter der Voraussetzung berechnete, daß die harte Strahlung in verschiedenen Stoffen ihrer Dichte  $\rho$  gemäß absorbiert wird, eine Gesetzmäßigkeit, für die gerade CLAY und Mitarbeiter mit zuerst eingetreten waren [diese Z. 52, 30 (1939)]. Vielmehr war die Übereinstimmung besser mit der Annahme, daß die Absorption der Elektronendichte proportional ist, so daß die Massenabsorptionszahl  $\mu/\rho$  für Pb z. B. nicht gleich der für  $H_2O$  ist, sondern letztere noch mit  $\left(\frac{Z}{A}\right)_{Pb} : \left(\frac{Z}{A}\right)_{H_2O}$  zu multiplizieren ist, wo  $Z$  die Ordnungszahl und  $A$  das Atomgewicht bedeuten (vgl. W. KOLHÖRSTER und L. TUWIM, Physikalische Probleme der Höhenstrahlung, S. 148. 1934). Zur Prüfung wurden noch Messungen mit Pb zwischen und über den Zählrohren in verschiedenen Tiefen vorgenommen, die mit den früheren Wassermessungen verglichen wurden. Auf diese Weise ergab sich (6), daß die Absorption in 10 m  $H_2O$  dieselbe ist wie in 145 cm Pb, also für Pb 6,90mal so groß wie in  $H_2O$  und weit entfernt von Massenproportionalität, aber in genügender Übereinstimmung mit  $11,3 \cdot \left(\frac{Z}{A}\right)_{Pb} : \left(\frac{Z}{A}\right)_{H_2O} = 11,3 \cdot \frac{82}{207,2} : \frac{10}{18} = 11,3 \cdot 0,71 \sim 8$ .

Außer der schon bei den Fjordmessungen verwandten Koinzidenzanordnung wurden noch zwei gleichartige benutzt, von denen jede aus über 3 übereinander angebrachten Tripeln parallel geschalteter Zählrohre bestand. Die Zahl der Koinzidenzen betrug bei diesen Anordnungen mit 10 cm Pb zwischen den Rohren, um die weiche Strahlung zu beseitigen, 160 je Minute an der Erdoberfläche, und in der Erdtiefe 615 m noch 9 je Tag. Die beiden Anordnungen kontrollierten sich gegenseitig, und wenn sie nebeneinander aufgestellt waren, wurden durch gleichzeitige Koinzidenzen

in beiden zugleich die Schauer gezählt. So konnte festgestellt werden, daß unter 200 m  $H_2O$ -Wert die Zahl der Schauer und Sekundärstrahlen bis zu 427 m zunimmt, um dann wieder abzunehmen, womit das Ergebnis der Wassermessungen bestätigt und erweitert wurde. Die Grenze 427 m scheint anzuzeigen, daß die bis zu ihr vordringenden Strahlen Mesonen sind, die von etwa  $5 \cdot 10^{10}$  eV an um so stärker strahlen und Sekundärstrahlen erzeugen, je energiereicher sie sind. Die noch tiefer reichenden Strahlen dürften anderer, aber auch ionisierender Art sein. Ihr Intensitätsgesetz wurde zwischen 427 und 1380 m  $H_2O$ -Wert zu  $I = I_0 \cdot h^{-2,92}$  erhalten. Es wird vermutet, daß sie Protonen sind.

Auch BARNOTHY und FORRO haben ihre Bergwerksversuche mit Koinzidenzanordnungen [diese Z. 52, 204 u. 205 (1939)] in einer Tiefe von 980 m  $H_2O$ -Wert unter Atmosphärenscheitel fortgesetzt (7), wobei sie zu dem folgenden Ergebnis gelangen, das am meisten wahrscheinlich sei: Große Tiefen können von einer ionisierenden Strahlung, wahrscheinlich aus Mesonen, vielleicht auch aus Protonen bestehend, erreicht werden, während ihre frühere Ansicht war, daß ionisierende Strahlen in großen Tiefen nur sekundär und von nicht ionisierenden Teilchen, den hypothetischen Neutrinos, ausgelöst wären. Sie nehmen aber auch weiterhin an, daß die zu solchen Tiefen eindringende Höhenstrahlung zum Teil aus nicht ionisierenden Teilchen besteht, für die außer den Neutrinos noch die Neutrettos, ungeladene Teilchen mit Mesonenmasse, in Betracht kommen. Je größer die Tiefe, desto bedeutender wird der nicht ionisierende Bestandteil und überwiegt schließlich den ionisierenden erheblich. Die nicht ionisierenden Teilchen erzeugen längs ihrer Bahnen sekundäre Photonen oder Elektronen, die wiederum Kaskadenschauer auslösen. Auf diese Weise werden die nicht ionisierenden Teilchen wenigstens auf einem Teil ihrer Reichweite von ionisierenden begleitet und können folglich mit einer gewissen, wenn auch kleinen Wahrscheinlichkeit Zählrohre entladen.

Bestimmte Eigentümlichkeiten sind von BARNOTHY (8) bei den Messungen der Strahlungsstärke in 980 m  $H_2O$ -Wert-Tiefe beobachtet worden, wenn Pb-Schichten zwischen den beiden unteren Zählrohren einer 3fachen senkrechten Koinzidenzanordnung angebracht wurden, insbesondere ein Anstieg von 10 cm Pb an, so daß bei 30 bis 50 cm Pb wieder 90% der Stärke ohne Pb erreicht wurde. Da entsprechende Versuche mit einer Koinzidenzanordnung kleiner Winkelloffnung an der Erdoberfläche ebenso verliefen, wenn die Ebene der Zählrohrachsen waagrecht gestellt war, wird von BARNOTHY geschlossen, daß auch die waagrecht einfallenden Höhenstrahlen zum größten Teil ungeladene Teilchen sind, die fast immer von ionisierenden Sekundärstrahlen begleitet werden und von dem Zerfall der Mesonen herrühren sollen. Die Reichweite der im Pb ausgelösten Sekundären wird zu etwa 20 cm Pb gefunden, während die bei Tiefenmessungen im Erdreich sowie bei waagrecht Messungen in Luft an der Erdoberfläche

beobachteten Sekundären etwa die Reichweite 5 cm Pb haben. Aus der Größe dieser Reichweiten kann man auf schwere Teilchen, wahrscheinlich aus Kerntreffern stammende Mesonen, schließen. Für die ungeladenen durchdringenden Teilchen kommen nach einem besonderen Versuche, der näher beschrieben wird, Neutrettos nicht in Betracht; ob sie Neutrinos oder Neutronen seien, kann zur Zeit nicht entschieden werden.

G. WATAGHIN und M. SANTOS (9) haben die Schauer erzeugenden Strahlen in Tiefen von 50, 250 und 400 m  $H_2O$ -Wert untersucht. In 50 m Tiefe wurden 2 Arten Schauer beobachtet, nämlich solche, die von einer ionisierenden Strahlung mit einer Reichweite nicht unter 17 cm Pb verursacht werden, und sehr weiche, die von nicht ionisierenden Strahlen herrühren und wahrscheinlich kleine Kaskadenschauer sind. In 250 und 400 m Tiefe ergaben die Messungen, daß die Schauer auslösenden Strahlen nicht ionisieren und die ionisierenden Schauer Teilchen eine Reichweite unter 17 cm Pb haben.

Nach WILSON (2) scheint aus diesen Ergebnissen trotz ihrer Verschiedenheit hervorzugehen, daß es in großen Tiefen zwei Arten Strahlen gibt, eine mit einer Höchstreichweite von etwa 400 m  $H_2O$ -Wert und eine mit viel größerer, die nach CLAY aus Mesonen und Protonen besteht, nach BARNOTHY und FERRO aus Mesonen, und einer nicht ionisierenden Strahlung, die nur durch ihre weichen ionisierenden Sekundärstrahlen bemerkbar wird.

Die von der unterirdischen Höhenstrahlung erzeugten Sekundärstrahlen sind auch weiter von AUGER und TH. GRIVET (10) in den unterirdischen Laboratorien von Paris [diese Z. 49, 223 (1936) u. 52, 204 (1939)] untersucht worden. Die Versuche wurden in dem Raum ausgeführt, der sich etwa 75 m  $H_2O$ -Wert tief unter dem Erdboden befindet, mit einer Koinzidenzanordnung von 4 Zählrohren übereinander, von denen eines mit einem Pb-Zylinder von 5 cm Dicke allseitig gepanzert war. Nur ein 2 cm breiter Schlitz war in Richtung der Rohrachsen oben in dem Panzer freigelassen, der mit einem Pb-Stück zur Abschirmung der weichen Strahlung ausgefüllt werden konnte. Die Anordnung war drehbar eingerichtet, so daß die Achsen-ebene der Zählrohre beliebig gegen die Senkrechte geneigt werden konnte. Die Differenz der Koinzidenzzahlen mit freiem und ausgefülltem Schlitz wurde als Maß der weichen Strahlung betrachtet. Das Ergebnis war ein auffallend hoher Prozentsatz von weicher Strahlung gegenüber den gewöhnlichen Messungen, bei denen die Rohre ungepanzert sind und die weiche Strahlung durch eine Schicht von 10 cm Pb zwischen ihnen abgeschirmt wird, und außerdem ihre breite Verteilung im Raume, wie sich bei Neigung der Anordnung erwies. Der Unterschied wird darauf zurückgeführt, daß sich bei dem gewöhnlichen Verfahren die Absorption durch das Zwischenblei und die Erzeugung von Schauern darin zum Teil ausgleichen. In der Tat wurden auch mit ihm mehr weiche Strahlen gefunden, wenn man noch seitliche Schirme benutzte.

Um den mittleren Winkel zwischen den Strahlen der unterirdischen Schauer zu bestimmen, wurden zwei Zählrohre 2 m unter der Decke des Raumes nebeneinander angebracht, so daß ihr waagerechter Abstand verändert werden konnte, und dann wurden die Koinzidenzen gezählt, wobei sich ergab, daß mehr als die Hälfte der Strahlen durch Winkel von weniger als  $2^\circ$  voneinander getrennt sind. Da diese geringe Streuung auch bei den großen Luftschauern [diese Z. 53, 83 (1940)] und den Schauern aus Pb in Seehöhe (ebenda S. 84) beobachtet worden ist, wird gefolgert, daß die in unterirdischen Räumen auftretenden Schauer dieselbe Kaskadennatur wie jene haben.

Im gleichen Raum sowie in einem anderen, nur 30 m  $H_2O$ -Wert unter dem Erdboden gelegenen, wurden ferner die Rossi-Kurven für Schauer aus Pb und Al aufgenommen: mit 3 Zählrohren die für Schauer von mindestens 2 Strahlen und dem mittleren Öffnungswinkel  $25^\circ$ , mit 4 Zählrohren die für Schauer von mindestens 3 Strahlen und der mittleren Öffnung  $50^\circ$ . Sie fielen sehr verschieden von denen in Seehöhe aus. In der geringeren Tiefe war der Gipfel der Pb-Kurve nur schwach ausgebildet und wurde einem Übergangseffekt vom Erdrich zum Pb zugeschrieben. Er wurde bereits bei einer Pb-Dicke von 12 mm erreicht. In der größeren Tiefe wurde überhaupt kein Gipfel erhalten, sondern nur Sättigung, die schon bei 5 bis 6 mm Pb-Dicke vollständig war und auf eine nur noch kleine Energie und Reichweite der die Schauer auslösenden Teilchen schließen läßt. Die energiereichen Elektronen, welche am Erdboden Schauer auslösen, zu denen die bekannte Rossi-Kurve mit dem Gipfel bei etwa 16 mm Pb-Dicke gehört, sollten also tiefer unter dem Boden vollständig verschwunden sein. Wie von WILSON wurde gefunden, daß die Schauer mit wachsender Tiefe in geringerem Maß an Zahl abnehmen, als die senkrechten durchdringenden und ionisierenden Strahlen.

Die Höhenmessungen mit einem einzelnen Zählrohr, das nebst Zubehör von Freiballons in die höheren Schichten der Atmosphäre mitgenommen wird und dessen Entladungen durch einen einfachen Radiosender dem Empfänger am Erdboden übermittelt werden [diese Z. 53, 28 (1940)], sind von CURTISS, ASTIN, STOCKMANN und BROWN (11) vervollkommen worden. Sie litten noch an zu großen statistischen Fehlern, veranlaßt durch zu geringe Zählfähigkeit des Empfängers. Die große Zahl Registrierungen, die nötig ist, um die Schwankungen auszuglätten, wurde nun durch einen neuen integrierenden Stromkreis ermöglicht, der je eine bestimmte Anzahl Entladungen des Zählrohrs zu einem einzigen Signal für den Sender zusammenfaßt.

Auf diese Weise haben KORFF und JOHNSON (12) den Einfluß der Sonne auf die Ultrastrahlung in großen Höhen untersucht. Die Entladungen des Zählrohrs, das eine große Oberfläche hatte, wurden hier zu je 50 zusammengenommen. Die Flüge fanden bei Tag und bei Nacht statt und erreichten Höhen bis zu 19 mm Hg-Druck, d. h. 24 km; solche, die 3 Monate auseinander lagen, stimmten

in den Ergebnissen gut überein. Die Beobachtungen lassen auch in diesen Höhen keinen von der Sonne herrührenden Bestandteil der Höhenstrahlung von mehr als 5% der Gesamtstärke erkennen, und dieser Bruchteil liegt innerhalb der Genauigkeitsgrenze. Ein Tagesflug verlief etwa 7 Stunden lang in 20 km Höhe, während deren ein mächtiger Sonnenausbruch stattfand, der von einem Radio-schwund begleitet war, so daß der Ausbruch in Höhen noch unter 80 km über dem Erdboden Ionisation bewirkt haben mußte. Doch wurde keine Zunahme der Entladungszahl über 2% festgestellt, woraus geschlossen wird, daß die von einem solchen Ausbruch erzeugte Strahlung nicht durchdringend genug ist, um eine Tiefe von  $\frac{1}{2}$  m H<sub>2</sub>O-Wert unter dem Atmosphärenscheitel zu erreichen.

Die ersten Registrierballonmessungen mit einem einzelnen Zählrohr von REGENER und PFOTZER [diese Z. 49, 218 (1936)] hatten gut mit denen übereingestimmt, die REGENER mit geschlossenen dünnwandigen Ionisationskammern erhalten hatte. Neuerdings haben KORFF und DANFORTH (13) solche Vergleiche angestellt und gezeigt, daß die letzten von BOWEN, MILLIKAN und NEHER veranstalteten Aufstiege mit ungepanzerten Kammern [diese Z. 53, 27 (1940)] Ergebnisse geliefert haben, die mit denen im Einklang sind, welche später KORFF und JOHNSON unter fast derselben magnetischen Breite mit einzelnen Zählrohren bekamen, und daß die Berichtigung der Ionisationskammernmessungen in Bezug auf den Durchgang gleichzeitiger Schauerteilchen weniger als 10% betragen müsse. Auch die Messungen von KORFF, CURTISS und ASTIN [diese Z. 53, 28 (1940)] mit Einzelrohren wurden mit den Kammernmessungen von BOWEN, MILLIKAN und NEHER in Übereinstimmung gefunden, so daß, wie schon REGENER bemerkt hatte, mit Einzelrohren Intensitäten gemessen werden, die den mit Ionisationskammern erhaltenen proportional sind.

Von KORFF (14) wird dazu noch näher bemerkt: Da die Zählrohre die Zahl der ionisierenden Ereignisse angeben, die in ihnen stattfinden, während die Ionisationskammern die gesamte von diesen Ereignissen bewirkte Ionisation messen, ergibt eine Vergleichung die Ionisation, die im Durchschnitt von jedem ionisierenden Ereignis geliefert wird. Auf diese Weise wurde gefunden, daß die Höhenstrahlen in einer Höhe von 0,75 m H<sub>2</sub>O-Wert unter Atmosphärenscheitel durchschnittlich  $(1,10 \pm 0,01)$  mal so stark ionisieren wie in der Höhe 4 m H<sub>2</sub>O-Wert. Als Ursache wird vermutet, daß in der größeren Höhe 3 Vorgänge häufiger sind als in der kleineren, nämlich der Durchgang von Elektronenpaaren, von gelegentlichen Schauern mit vielen Teilchen, und seltener auch von Teilchen mit hoher spezifischer Ionisation durch die Zählrohre und Kammern.

Wie schon FÜNFER [diese Z. 53, 30 (1940)] bei seinen Neutronenmessungen in Seehöhe und auf Bergen, benutzten KORFF und DANFORTH bei Registrierballonflügen einzelne Zählrohre besonderer Art (14, 15), die als Proportionalrohre bezeichnet werden, um Neutronen festzustellen.

In Bezug auf diese Rohre wird bemerkt, daß bei den gewöhnlichen Zählrohren die Entladungen einen wahren Zusammenbruch des Feldes darstellen und deshalb im allgemeinen dieselbe Stärke haben trotz der verschiedenen Zahl von Ionen, die vor dem Zusammenbruch in dem Rohre gebildet werden. Für gewisse Messungen aber ist es erwünscht, daß der Entladungsstoß jener Ionen-zahl proportional ist. Dies wird dadurch erreicht, daß man das Zählrohr unter seiner Schwellenspannung betätigt, d. h. derjenigen, bei welcher das Feld ohne Widerstand im Stromkreis in eine beständige, sich selbst unterhaltende Entladung zusammenbricht. Infolgedessen wird im Stromkreise der gewöhnlichen Zählrohre ein hochohmiger Widerstand angebracht, um die einsetzende Entladung bald auszulöschen. Ist aber an das Rohr eine niedrigere Spannung angelegt, so werden die in ihm gebildeten Ionen durch das Feld nach dem Zentraldraht befördert, bevor eine ständige Entladung einsetzt, und die durchschnittliche Zahl der so beförderten Ionen wird der Zahl derjenigen Ionen proportional sein, die von dem oder den gleichzeitig das Rohr durchsetzenden ionisierenden Teilchen erzeugt werden.

Wird nun das Rohr anstatt mit Luft mit Bor-trifluorid gefüllt, und tritt ein langsames Neutron, d. h. eines mit thermischer Geschwindigkeit ( $\sim 10^5$  cm/sec) ein, so bewirkt dieses bei Umwandlung eines Borkerns durch das dabei ausgesandte  $\alpha$ -Teilchen eine viel stärkere Ionisation als ein Höhenstrahlteilchen oder ein von  $\gamma$ -Strahlen in der Rohrwand ausgelöstes  $\beta$ -Teilchen. Wird der registrierende Verstärker nun so eingestellt, daß er nur die stärkeren Entladungen vermerkt, so kann man die  $\alpha$ -Teilchen und damit die Neutronen zählen. Dabei ist kein auslöschender Widerstand nötig, sondern der Zählrohrdraht kann direkt mit dem Gitter der Verstärkungsröhre verbunden werden, und ein Gitterwiderstand von 1 Megaohm ist ausreichend.

Die von KORFF und DANFORTH benutzten Rohre waren Cu-Zylinder von 7 bis 40 cm Länge und 1 bis 7 cm Durchmesser mit zentralen Wolframdrähten in Glasbehältern. Sie wurden von Pilotballonen bis zu einer Höhe von 21,3 km oder  $\frac{1}{2}$  m H<sub>2</sub>O-Druck mitgenommen. Die Entladungen wurden zusammen mit dem Luftdruck wieder radiotechnisch übermittelt. Aus der Zahl 4 der minutlichen Entladungen in 1 m H<sub>2</sub>O-Höhe wurde eine Neutronendichte von  $3,7 \cdot 10^{-6}$  je Kubikzentimeter berechnet; in der größten Höhe von  $\frac{1}{2}$  m H<sub>2</sub>O-Wert war die Entladungszahl etwa 7,5 je Minute. MONTGOMERY und MONTGOMERY (16) hatten kurz vorher auf andere Weise  $5,7 \cdot 10^{-9}$  Neutronen je Kubikzentimeter in Seehöhe erhalten, so daß danach die Neutronendichte von Seehöhe bis  $\frac{1}{2}$  m H<sub>2</sub>O-Druck auf etwa den 650fachen Wert ansteigen würde. Eine Vergleichung mit den von FÜNFER auf verschiedenen Höhenstufen beobachteten Intensitäten zeigte, daß die bei den Flügen von KORFF und DANFORTH gewonnenen Meßpunkte längs einer durch die FÜNFERschen Messungen angedeuteten Geraden liegen. In demselben Maße nehmen auch die großen HOFFMANNschen



Stöße mit der Höhe zu, wie MONTGOMERY und MONTGOMERY für mehrere Stufen zwischen Seehöhe und 4300 m Höhe gefunden hatten [diese Z. 49, 174 (1936) u. 53, 30 (1940)].

H. v. HALBACH, L. KOWARSKI und M. MAGAT (17) haben für ihre Neutronenmessungen das Wasser als H-haltigen Stoff benutzt, in dem die schnellen Neutronen der Höhenstrahlung mit Energien über  $10^6$  eV durch die Zusammenstöße mit den H-Atomen verlangsamt wurden und dann in Äthylbromür, das in Wasser gelöst war, das nachweisbare Radioelement  $^{80}\text{Br}$  mit einer Halbwertszeit von  $4\frac{1}{2}$  Stunden erzeugten. Sie gelangten dabei zu dem Ergebnis, daß die Höhenstrahlung in einer genügend dicken  $\text{H}_2\text{O}$ -Schicht in Seehöhe mehr als 10 langsame Neutronen je Quadratzentimeter Oberfläche und je Minute erzeugt. Diese Zahl wuchs bei Wiederholung der Versuche in einem Flugzeug in 9500 m Höhe sehr stark an und wurde beträchtlich höher eingeschätzt als die der auffallenden Elektronen, so daß ein recht erheblicher Neutronenbestandteil in der primären Höhenstrahlung enthalten sein muß oder eine Erzeugung von Neutronen nach Art der Kaskadenschauer oder durch explosionsähnliche Vorgänge durch sie anzunehmen ist.

Bei einem Fluge wurde ein Proportionalzählrohr von KORFF (18) auch zur Intensitätsmessung von schnellen Neutronen verwandt. Denn ein schnelles Neutron kann beim Zusammenstoß mit einem Atom des Füllgases einen Rückstoßkern erzeugen, der auf einer kurzen Reichweite dichte Ionisation erzeugt (vgl. z. B. GRIMSEHL-TOMASCHEK, Lehrbuch der Physik, Bd. 2/2, S. 380. 1939). Dabei wird aber nicht wie bei der Zählung langsamer Neutronen  $\text{BF}_3$  als Füllgas genommen, sondern ein Gemenge von H und  $\text{CH}_4$ . Die Entladungszahl betrug in einer Höhe von 1 m  $\text{H}_2\text{O}$ -Druck  $6 \cdot 10^{-3}$  je Sekunde, woraus sich mit Berücksichtigung des Zählrohrinhalts und des Füllgasdruckes ein Strom von 6,9 Neutronen je Quadratzentimeter und Sekunde berechnete. v. HALBACH, KOWARSKI und MAGAT hatten in einer Höhe von 3 m  $\text{H}_2\text{O}$ -Luftdruck die Zahl 1,5 je Quadratzentimeter und Sekunde gefunden.

Nach BETHE, KORFF und PLACZEK (19) können die mit verschiedenen Verfahren und in verschiedenen Höhen angestellten Messungen des Neutronenvorkommens in der Ultrastrahlung erst mit Sicherheit gedeutet werden, wenn die Energieverteilung der Neutronen in der Atmosphäre und die relative Empfindlichkeit der benutzten Reagenzien gegenüber Neutronen verschiedener Energie bekannt sind. Sie untersuchen die Energieverteilung, soweit sie von der Diffusion der Neutronen in der Atmosphäre beeinflußt wird, und zeigen, daß ein Neutron nur über einen begrenzten Teil der Atmosphäre diffundiert, woraus folgt, daß die Energieverteilung fast dieselbe in verschiedenen Höhen ist, außer nahe dem Scheitel und Fuß der Atmosphäre. Deshalb kann die gemessene Abhängigkeit der Neutronenintensität von der Höhe als die Höhenverteilung der Neutronenerzeugung in der Atmosphäre gedeutet werden. Die Verfasser kommen zu dem Schluß, daß die Gesamt-

zahl von Neutronen in der Höhenstrahlung sicher beträchtlich und von derselben Größenordnung ist wie die der Elektronen und Photonen. Welcher Art aber die Teilchen sind, durch welche die Neutronen in der Atmosphäre erzeugt werden, bleibe vorläufig dahingestellt.

Von anderer Seite ist diese Erzeugung in Beziehung gebracht worden mit den von Höhenstrahlen bewirkten Kernzertrümmerungen, die auf Nebelkameraaufnahmen und in photographischen Emulsionen Spuren hervorbrachten, die von einem Zentrum ausstrahlten und deren Ionisation mit der von Protonen erzeugten übereinzustimmen schien [diese Z. 52, 70 (1939) u. 53, 30 (1940)]. Diese in Seehöhe seltenen Spuren sind in großen Höhen viel häufiger und nehmen nach ANDERSON und NEDDERMEYER (20) und nach MONTGOMERY und MONTGOMERY (21) mit der Höhe in demselben Maße zu, wie die großen HOFFMANNschen Stöße aus der günstigsten Bleidicke von 4 cm. Daraus erklärt sich nach MONTGOMERY und MONTGOMERY, warum auch die Neutronenzahl mit der Höhe in gleicher Weise ansteigt. Denn nach der gegenwärtigen Vorstellung vom Bau der Kerne sei zu erwarten, daß bei einer Kernzertrümmerung neben den ionisierenden Protonen ebensoviele nicht ionisierende Neutronen erzeugt werden, die in der Nebelkammer nicht sichtbar werden (vgl. diese Z. 54, 20 (1941)). Als gemeinsame Ursache werden aber von diesen Forschern Elektronen und Photonen hoher Energie angesehen, welche die Auslösung der Stöße und die Kernzertrümmerungen bewirken.

Die einfachste Annahme, daß diese Elektronen hoher Energie entweder primäre Strahlen selbst oder aus solchen in der hohen Atmosphäre durch Vervielfältigung hervorgegangen sind, stimmt nicht damit überein, daß große Stöße in unterirdischen Tiefen beobachtet werden, bis zu der Elektronen beiderlei Art wegen ihrer großen Absorbierbarkeit kaum vordringen können. Deshalb wird vermutet, daß diese Elektronen in der unteren Atmosphäre von Mesonen herrühren, und zwar entweder durch engen Zusammenstoß mit ihnen ihre große Energie erlangen, wie von BHABA (22) näher untersucht worden ist, oder bei ihrem Zerfall entstehen. Da in großen Tiefen unter Seehöhe nur noch die harte Strahlung vorhanden ist und der Mesonenzerfall in festen und flüssigen Stoffen keine Rolle spielt [diese Z. 54, 21 (1941)], kommen hier für die Erzeugung der Stöße nur die BHABA-schen Elektronen in Betracht. Für die Zahl der von ihnen in einer bestimmten Tiefe hervorgebrachten Schauer mit mehr als einer bestimmten Strahlenzahl ist von EULER und HEISENBERG (23) eine Formel aufgestellt worden, aus der von MONTGOMERY und MONTGOMERY geschlossen wird, daß die Häufigkeit der Stöße in verschiedenen Tiefen proportional der Stärke der senkrechten Strahlung daselbst ist, und sie sehen eine Bestätigung ihrer Ansichten darin, daß die Versuche mehrerer Forscher diese Abhängigkeit tatsächlich ergeben haben [diese Z. 52, 205 (1939)].

Auch hinter Pb-Schichten, die dick genug sind, um von einfallenden Elektronen erzeugte Schauer

vollständig zu absorbieren, können nach MONTGOMERY und MONTGOMERY Stöße nur auftreten, wenn sie durch BHABASche Elektronen in dem Pb hervorgebracht werden. Hier konnten die Ergebnisse der von JESSE und DOAN angestellten Versuche [diese Z. 53, 31 (1940)], betreffend die Abhängigkeit der Häufigkeit großer Stöße von der Panzerdicke der Ionisationskammer, zum Vergleich mit der Rechnung herangezogen werden; die Übereinstimmung war befriedigend. Dagegen sollten hinter dünneren Pb-Schichten in Seehöhe hauptsächlich die Zerfallselektronen für die Stoßerzeugung verantwortlich sein. Nach einer Rechnung, welche MONTGOMERY und MONTGOMERY [diese Z. 53, 30 (1940)] für die Zahl und Energieverteilung der Elektronen ausgeführt haben, die in Seehöhe vorhanden sein müßten, um in 1,2 cm Pb die je Zeiteinheit beobachtete Zahl von etwa 100-strahligen Schauern zu erzeugen, hatten sie ungefähr 0,5% der gesamten Höhenstrahlteilchen mit Energien zwischen  $10^9$  und  $10^{10}$  eV gefunden. Dieselbe Zahl läßt sich aber auch aus der Zerfallstheorie von EULER und HEISENBERG ableiten mit dem Ergebnis von 0,75% aller Teilchen mit Energien zwischen  $10^9$  und  $10^{10}$  eV, so daß auch hier ausreichende Übereinstimmung erhalten wird.

Während in Seehöhe und darunter primäre Elektronen als stoßerregend nicht in Betracht kommen, haben MONTGOMERY und MONTGOMERY durch Messungen auf dem 4300 m hohen Pikes Peak den Eindruck gewonnen, daß selbst in dieser Höhe schon die Primärstrahlung bei der Erzeugung von Stößen sowohl aus dicken Pb-Schichten als auch aus der günstigsten Dicke von 4 cm die Mesonen überwiegt. Wenn dem so wäre, sollte nach unten zu die Wirkung der primären Elektronen schneller für dicke Schichten als für solche von nur 4 cm abnehmen, so daß das Verhältnis der Zahlen von Stößen aus dicken Schichten in 4300 m und Seehöhe kleiner ist als das entsprechende für Stöße aus 4 cm Pb. Die Übereinstimmung dieses Schlusses mit Messungen von BENNETT, BROWN und RAHMEI [diese Z. 49, 174 (1936)] und von KORFF (24) wird als Bestätigung betrachtet.

MONTGOMERY und MONTGOMERY haben auch die ROSSI-Kurve in Seehöhe durch Überlagerung von zwei Kurven dargestellt, von denen die der Zerfallselektronen steil ansteigt und steil abfällt, während die der BHABASchen Stoßelektronen langsam ansteigt und dann der Abszissenachse parallel verläuft, nach Art einer Sättigungskurve. Die einzige Unstimmigkeit ergab sich bei der Untersuchung der großen Stöße aus Fe. Die Ausdrücke für die Zahlen der Zerfalls- und Stoßelektronen und die prozentuale Beteiligung der beiden Elektronenarten an der Stoßerzeugung in einer 4 cm Pb-Schicht lassen nämlich das Verhältnis der Zahlen von Schauern gleicher Größe aus Pb und Fe berechnen. Das Ergebnis stimmt befriedigend mit der Beobachtung für kleine Schauer überein, nicht aber für die großen Stöße nach den Messungen von NIE [diese Z. 51, 118 (1938)].

Deshalb hatten EULER und HEISENBERG (23) angenommen, daß Stöße aus großen Schichtdicken nicht nach Kaskadenart entstanden, sondern

Explosionsschauer seien, bei denen nach der neueren Auffassung von HEISENBERG (25) die Schauerpartikeln, hauptsächlich Mesonen, von einem Meson in einem einzigen elementaren Kernvorgang ausgelöst werden. Während nämlich die Häufigkeiten gleich großer Stöße aus Pb und Fe nach der Kaskadentheorie sich etwa wie  $1 : 3^{-2}$  verhalten sollten, ist umgekehrt die Häufigkeit der Stöße aus dicken Schichten bei leichteren Stoffen größer als bei schwereren. MONTGOMERY und MONTGOMERY teilen diese Ansicht nicht, besonders da vielstrahlige Mesonenschauer in Nebelkammern nicht beobachtet seien und die Häufigkeitsverteilung der verschiedenen Stoßgrößen sich von den kleinen Schauern an bis zu den größten Stößen ganz stetig ändert, so daß sie von 16- bis 1600strahligen Schauern durch eine fast gerade Linie dargestellt werden kann [vgl. diese Z. 51, 168f. (1938)]. Sie bleiben daher bei ihrer Auffassung der Stöße als Elektronenschauer, können aber für die Unstimmigkeit mit den Messungen von NIE vorläufig keine Erklärung geben.

Mit ähnlichen Untersuchungen über die Natur der Stöße aus dichten Stoffen haben sich auch M. SCHEIN und P. S. GILL (26) beschäftigt. Sie haben zunächst die Häufigkeitsverteilung von Stößen verschiedener Größe mit Ionisationskammern bestimmt, die mit 12 cm Pb gepanzert und an verschiedenen hoch gelegenen Orten aufgestellt waren. Unter der Voraussetzung, daß die Zahl der Teilchen eines Stoßes der Energie des auslösenden Strahls proportional ist, wurden die Ergebnisse benutzt, um die Energieverteilung der stoßerzeugenden Strahlen zu gewinnen. Zu dieser Energieverteilung konnte die Intensitätstiefenkurve von WILSON (s. oben) in Beziehung gesetzt werden. Da nämlich Mesonen in dichten Stoffen ihre Energie hauptsächlich durch Ionisation verlieren, kann die Energie der Teilchen, die bis zu einer gewissen Tiefe eindringen, abgeschätzt werden. Da ferner jeder Punkt auf WILSONs Tiefenkurve die Gesamtzahl der senkrecht einfallenden Teilchen je Zeiteinheit mit Energien angibt, die den Schwellenwert übertreffen, der für das Eindringen bis zu der betreffenden Tiefe nötig ist, sollte die Kurve zugleich die Energieverteilung der durchdringenden Strahlung an der Erdoberfläche darstellen. Die Vergleichung zeigte nun, daß sie fast dieselbe Gestalt hat wie die Energieverteilungskurve der stoßerzeugenden Strahlen in Seehöhe, woraus geschlossen wird, daß diese wenigstens zum größeren Teil durchdringender und ionisierender Art, wahrscheinlich Mesonen, sind.

Wenn die zu einem gegebenen Energiewert  $E$  gehörige Stoßhäufigkeit mit  $f$  und die Zahl von Mesonen, die nach der WILSON-Kurve zu derselben Energie gehört, mit  $n$  bezeichnet wird, so ist  $w = f/n$  die Wahrscheinlichkeit für die Erzeugung eines Stoßes der Größe  $E$  durch ein Teilchen derselben Energie. Auf diese Weise wurde  $10^{-4}$  für die Wahrscheinlichkeit gefunden, daß ein Stoß durch ein Meson mit etwa  $2 \cdot 10^{10}$  eV in 12 cm Pb hervorgebracht wird, woraus folgt, daß ein Stoß mit mehr als 200 Teilchen auf 7500 einfallende Mesonen kommt. Der Querschnitt für Stoßerzeugung im

Pb ergibt sich daraus von derselben Größenordnung, wie er von EULER und HEISENBERG (23) für die Explosionsschauer geschätzt worden war.

Die Stöße mit Energien bis etwa  $10^{11}$  eV, deren Ursprung auf Mesonen zurückgeführt wird, zeigen auch insofern einheitliches Verhalten, als das Verhältnis der Stoßzahlen in Huancayo (3350 m) und Cheltenham (72 m) für verschiedene Stoßgrößen innerhalb der statistischen Genauigkeitsgrenzen konstant gefunden wurde, und ebenso für Teoloyukan (2285 m) und Cheltenham. Dagegen nahmen die entsprechenden Verhältnisse für Energien über  $10^{11}$  eV mit wachsender Energie schnell zu, in Übereinstimmung mit früheren Versuchen anderer Forscher [diese Z. 49, 174 (1936)]. Deshalb wird auch von SCHEIN und GILL vermutet, daß ein Teil der größten Stöße nicht von Mesonen, sondern von Photonen und Elektronen herrührt und in größeren Höhen immer mehr überwiegt. Der Umstand, daß als Verhältnis der Gesamtstoßzahlen in 2285 m und Seehöhe 2,0 und in 3350 m und Seehöhe 3,6 ermittelt wurde, bedeutet eine Absorption der stoßerzeugenden Strahlung in Luft, die viel größer ist als die entsprechende Massenabsorption dichter Stoffe in Seehöhe, und auch größer, als durch den Mesonenzerfall erklärt werden kann. Sie wird erst durch die Annahme verständlich, daß in großen Höhen eine weiche Strahlung mit Energien über  $10^{11}$  eV vorhanden ist. Damit stimmt überein, daß die großen Luftschauer [diese Z. 53, 83 (1940)] sehr rasch mit der Höhe zunehmen und ihre Energie, also auch die der erzeugenden Teilchen,  $10^{11}$  bis  $10^{15}$  eV beträgt. Es sei daher anzunehmen, daß aus ihnen stammende Photonen oder Elektronen mit Energien von  $10^{11}$  bis etwa  $10^{13}$  eV in 12 cm Pb selbst noch in Seehöhe große Stöße auslösen.

Von GILL (35) ist die zeitliche Aufeinanderfolge der Stöße untersucht worden, die in den 3 erwähnten Orten bei den Ionisationskammermessungen während mehrerer Monate auftraten, mit dem Ergebnis, daß sie keinen bestimmten Gang aufweist, sondern ganz willkürlich verläuft.

Nach BLACKETT und ROSSI (27) werden die großen Stöße aus einem Panzer nicht von einzelnen Teilchen ausgelöst, sondern von vielen Elektronen und Photonen eines der großen Luftschauer. Um diese Vermutung zu prüfen, haben A. LOVELL und I. G. WILSON zwei Nebelkammern im Abstände von 100 cm übereinander aufgestellt und zwischen ihnen 36 cm Al angebracht. Beide Kammern wurden von einer Zählrohranordnung gesteuert, die auf Schauer aus der Al-Schicht ansprach. Auf diese Weise wurden 5 große Schauer in der unteren Kammer aufgenommen. Die Dichte der Schauerpartikel war mehr als 20 je  $100 \text{ cm}^2$  und beträchtlich genug, um einen großen Stoß in einer Ionisationskammer gewöhnlicher Größe darzustellen. Als Bestätigung der vermuteten Beziehung zu den großen Luftschauern waren in allen 5 Fällen auch zahlreiche Spuren in der oberen Nebelkammer auf der Aufnahme sichtbar.

Auch von CARMICHAEL (28) ist festgestellt worden, daß einer der großen Luftschauer einen HOFFMANNschen Stoß auslöst, wenn er eine ungepanzerte Ionisationskammer trifft. Auf Grund

der Annahme, daß die Zahl der aus dem Welt- raume kommenden Elektronen mit einer Energie  $> 2 \cdot 10^9$  eV proportional zu  $E^{-1.8}$  ist und jedes im allgemeinen einen Luftschauer hervorruft, ist die Häufigkeit jener Stöße von EULER und H. WERGELAND (29) nach der Theorie der Streuung der Elektronen in einem Kaskadenschauer berechnet und in guter Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen von CARMICHAEL für große Stöße von  $10^3$  bis  $10^4$  Strahlen je Quadratmeter gefunden worden, die ihrerseits von Weltraum- elektronen mit Energien von  $10^{15}$  bis  $10^{16}$  eV erzeugt werden. Dagegen zeigt die experimentelle Häufigkeit der kleineren Stöße unterhalb einer gewissen Grenze einen plötzlichen Anstieg, der nach jener Theorie nicht verständlich ist. Deshalb liegt die Annahme nahe und wird von EULER (30) näher ausgeführt und begründet, daß nur die größeren Stöße von den Luftschauern herrühren, während die kleineren in der ungepanzerten Kammer von der Höhenstrahlung durch Kernzertrüm- merungen erzeugt werden, wie die von CLAY und Mitarbeitern entdeckten Wandstrahlen (31). Er berichtet damit, soweit es sich um große Stöße in dünnwandigen Ionisationskammern handelt, eine frühere Auffassung (32), nach der sie als Ex- pllosionsschauer HEISENBERGscher Art zu betrach- ten waren.

In nahem Zusammenhänge mit dem Vorher- gehenden stehen Untersuchungen von STEINKE und H. SCHMID (33). STEINKE hat schon früh (34) den Standpunkt eingenommen, daß die Stöße nicht nur als große Kaskadenschauer anzusehen seien, sondern eine besondere Stellung beanspruchen [vgl. auch diese Z. 52, 26 (1939)]. Nach der Kas- kadentheorie gilt nämlich die Formel  $l = 3 \cdot \log N + 27$ , wo  $l$  die Dicke der die Schauer auslösen- den Massenschicht in Strahlungseinheiten [diese Z. 53, 28 (1940)] und  $N$  die Zahl der Teilchen bei denjenigen Schauern ist, welche am häufigsten aus dieser Schichtdicke austreten. Die bezüglich Messungen von YOUNG, BÖGGILD und NIE [diese Z. 51, 117f. (1938)], betreffend die günstigste Schichtdicke für Stöße einer bestimmten Größen- ordnung, wurden bisher trotz der Verschiedenheit der Versuchsanordnungen und des Stoßgrößen- bereichs, in dem sie arbeiteten, als Bestätigung angesehen. STEINKE und SCHMID haben nun mit einer neuen Versuchsanordnung, die aus einer Druckionisationskammer mit Röhrenelektrometer bestand, das ganze Stoßgebiet bis herab zu Stößen von 8 Strahlen aus Pb-Schichten zwischen 0 und 20 cm Dicke einheitlich untersucht. Insgesamt 34 000 ausgewertete Stöße gestatteten eine sorg- fältige Bestimmung der Verteilung und Höchst- werte der Stoßhäufigkeit. Danach liegt der Höchst- wert bei fast allen Größenordnungen, mit Aus- nahme der großen Stöße, bei 2,25 cm Pb und ver- schiebt sich nicht, wie die Kaskadentheorie ver- langt, mit der Größe. Bei Versuchen mit Fe- und Al-Schichten wurden 2 deutlich getrennte Höchst- werte, nämlich bei 4,5 und 9 cm Fe und etwa 6 und 35 cm Al erhalten. Bei beiden Stoffen ver- schwindet mit wachsender Stoßgröße der erste, während der zweite erst allmählich hervortritt.

Es wird vermutet, daß es sich beim ersten Höchstwert um eine Wirkung der Luftschauer handelt, die darin besteht, daß die Luftschauerteilchen nach dem Eindringen in den neuen Stoff bis zu der niedrigeren Schichtdicke vervielfacht werden. Mit zunehmender Schichtdicke verschwindet dann diese Wirkung, und die der eigentlichen Stöße tritt mehr und mehr hervor. Der zweite Höchstwert wird auch nicht durch Kaskadenschauer bedingt, sondern die ihn hervorrufenden Stöße müßten von durchdringenderen Bestandteilen der Höhenstrahlung erzeugt werden als diese.

Die oben angeführten Untersuchungen von BLACKETT und ROSSI (27) befassen sich nicht nur mit den großen Stößen, sondern auch mit den gewöhnlichen wenigstrahligen Schauern aus dicken Schichten. Um festzustellen, ob nicht alle solche Schauer von der harten Strahlung als BHABASche Ionisationsschauer erzeugt werden, wurden von LOVELL 5200 Aufnahmen mit einer zählrohrgesteuerten Nebelkammer gemacht, die eine Querwand von 1,8 cm dickem Pb besaß und sich hintereinander unter 10, 20, 30 cm Pb befand. Im ganzen wurden 463 Schauer mit mehr als 5 Strahlen erhalten. Zu einer Vergleichung mit der Theorie wurden 32 Schauer ausgewählt, die aus einem Flächenstück der Pb-Schicht austraten, welche gerade über dem beleuchteten Teile der Kammer lag, so daß man sicher sein konnte, daß alle Schauerteilchen auch wirklich in der Kammer zu sehen sind. Die ausgewählten Schauer konnten daher benutzt werden, um die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Schauern mit einer bestimmten Zahl von ionisierenden Teilchen abzuschätzen. Aus der Theorie von BHABA kann diese Wahrscheinlichkeit mit Hilfe des Energiespektrums der Mesonen berechnet werden. Die Vergleichung ergab Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch innerhalb der Genauigkeitsgrenzen.

Dabei wurde auch die Explosionshypothese von EULER und HEISENBERG geprüft, nach der ein Meson einen Mesonenschauer durch einen einzigen Kernvorgang erzeugt (s. oben). Es konnten nämlich auf den Aufnahmen Mesonen von Elektronen dadurch unterschieden werden, daß sie beim Durchsetzen der Zwischenwand keine Sekundärstrahlen auslösten. Abgesehen von zwei sehr zweifelhaften Fällen wurde unter den 463 Schauern kein Mesonenschauer entdeckt.

#### Schrifttumsverzeichnis<sup>1</sup>.

1. Physic. Rev. 55, 6 und Rev. mod. Physics 11, 230 (1939). — 2. Rev. mod. Physics 11, 231 (1939). — 3. Physica 6, 497 (1939) — 4. Z. Physik 74, 350 (1932).
5. Physica 6, 497 (1939). — 6. Physica 6, 649 (1939). — 7. Physic. Rev. 55, 870 (1939). — 8. Z. Physik 115, 140 (1940). — 9. Ann. brasil. Acad. sci. 11 (31. 3. 39). — 10. C. r. Acad. Sci. Paris 208, 1216 (1939) und Rev. mod. Physics 11, 232 (1939). — 11. Physic. Rev. 55, 589 (1939). — 12. Physic. Rev. 55, 589 (1939) u. Rev. mod. Physics 11, 211 (1939). — 13. Physic. Rev. 55, 675 (1939). — 14. Rev. mod. Physics 11, 211 (1939). — 15. Physic. Rev. 55, 980 (1939). — 16. Physic. Rev. 56, 10 (1939). — 17. C. r. Acad. Sci. Paris 208, 572 (1939). — 18. Physic. Rev. 56, 1241 (1939). — 19. Physic. Rev. 57, 573 (1940). — 20. Physic. Rev. 50, 263 (1936). — 21. Rev. mod. Physics 11, 255 (1939). — 22. Proc. Roy. Soc. A 164, 257 (1938). — 23. Erg. exakt. Naturwiss. 1 (1938). — 24. Terr. Mag. 43, 227 (1938). — 25. Z. Physik 113, 61 (1939) u. Rev. mod. Physics 11, 241 (1939). — 26. Physic. Rev. 55, 1111 (1939) u. Rev. mod. Physics 11, 267 (1939). — 27. Rev. mod. Physics 11, 277 (1939). — 28. Nature (Lond.) 144, 325 (1939) — 29. Naturwiss. 27, 484 (1939). — 30. Naturwiss. 28, 141 (1940) u. Z. Physik 116, 73 (1940). — 31. Physica 2, 111, 811 (1935); 4, 216, 245, 648 (1937). — 32. Physik. Z. 38, 943 (1937). — 33. Naturwiss. 28, 93 (1940) u. Z. Physik 115, 740 (1940). — 34. Erg. exakt. Naturwiss. 13, 129 (1934). — 35. Physic. Rev. 56, 632 (1939).

<sup>1</sup> Das ausländische Schrifttum war dem Verfasser für das Jahr 1940 nur zum Teil zugänglich.

### Neu erschienene Bücher und Schriften.

**Geschütz und Schuß.** Eine Einführung in die Geschützmechanik und Ballistik von Dr. LUDWIG HÄNERT, Marineoberstudiendirektor. 3. verbesserte und erweiterte Auflage. 418 Seiten mit 177 Textabbildungen. Berlin: Julius Springer 1940. Preis geb. RM 27,—.

Das HÄNERTSche einführende Lehrbuch liegt hier bereits in 3. Auflage vor, auch eine spanische Übersetzung gibt es seit einigen Jahren. Beide Tatsachen sind Zeichen für die Beliebtheit, deren sich dieses Lehrbuch erfreut. Das ist auch verdient. Auf Schritt und Tritt bemerkt man, daß es ein sehr erfahrener Lehrer geschrieben hat. Der umfangreiche Stoff wird übersichtlich, klar und gründlich dargeboten. Das Buch ist in der Tat das, was es sein will, „eine möglichst leicht verständliche, aber zuverlässige Einführung in die wissenschaftlichen Grundlagen der heutigen Waffenlehre“. Es ist bestimmt für Studierende der Wehrtechnik und des Waffenbaus an Hoch- und Fachschulen, für technische Offiziere und Beamte

der Wehrmacht, und es ist darüber hinaus gut lesbar für jeden, der Differential- und Integralrechnung einigermaßen beherrscht. Zwischen die Kapitel der inneren und der äußeren Ballistik ist eins über die Mechanik des Geschützes eingeschoben. Gerade in diesem Kapitel ist bei der Neuauflage eine Reihe Erweiterungen hinzugekommen, z. B. die Absätze über die Theorie der Flüssigkeitsbremse, über die Bewegung federnd gelagerter Massen unter der Einwirkung einer bekannten Kraft und über die Gesetze, die für Geschützmodelle gelten. In diesem Lehrbuch eines Kapitels der angewandten Physik werden überall die theoretischen wie die experimentellen physikalischen Grundlagen ausführlich besprochen, nebst vielen technischen Einzelheiten. Dazu kommt stets eine gründliche mathematische Behandlung des Problems. In den Vorbemerkungen findet man eine schöne Einführung in das graphische Differenzieren und Integrieren und eine Zusammenstellung der wichtigsten Begriffe und Sätze aus der

Mechanik, die gebraucht werden. Der Leser wird die angefügten Tabellen und die Literaturangaben begrüßen. Die sauberen Zeichnungen, der übersichtliche Druck und die gute Ausstattung müssen besonders rühmend erwähnt werden.

*Ernst Zimmer.*

**Flugphysikalisches Arbeitsbuch.** Von WILLY KISSE. 109 Seiten mit 127 Abbildungen im Text. Berlin und Leipzig: G. Freytag und B. G. Teubner 1940. Preis kart. RM 3,40.

Unter den zahlreichen Büchern, die in den letzten Jahren zur Förderung der Fluglehre in den Schulen erschienen sind, verdient das vorliegende mit an erster Stelle genannt zu werden. Aus der praktischen Schularbeit heraus entstanden, will es in den Arbeitsgemeinschaften für die Behandlung und Herleitung aller wichtigen Gesetze, die die Fluglehre beherrschen, die Wege aufzeigen. An 67 Aufgaben aus der Physik des Fliegens werden die behandelten Probleme nach allen Seiten erforscht. Dabei sind die einzelnen Abschnitte meistens unabhängig voneinander, so daß sie auch in abgeänderter Reihenfolge behandelt werden können. Auch die Ergebnisse des Modellbaues finden Berücksichtigung. Sehr zu begrüßen ist es, daß in einem Schlußabschnitt die Herstellung einfacher, zum Teil neuer Versuchsgeräte gezeigt wird.

Das Buch wird für alle Schulen ein wichtiges Hilfsmittel sein bei der Erfüllung der Aufgaben, die ihnen der bekannte Ministerialerlaß vom 30. Dezember 1939 gestellt hat; es verdient weiteste Verbreitung.

*W. Spreen.*

**Am Fernrohr.** Ein Führer bei der Betrachtung des Sternhimmels mit bloßem Auge und kleineren Geräten. Von FRIEDRICH BECK. Dritte, neu bearbeitete und ergänzte Auflage, herausgeg. von der Schriftwaltung der Zeitschrift „Die Himmelswelt.“ 56 Seiten, zahlreiche Karten und Figuren. Bonn u. Berlin: F. Dümmler. Preis kart. RM 2,—.

Die früheren Auflagen sind 1924 und 1936 erschienen. Der Zweck des Büchleins ist, „nicht so sehr eine Anleitung zu strengem Beobachten zu geben, als vielmehr der beschaulichen Betrachtung alles dessen zu dienen, was der gestirnte Himmel an Schönem und Merkwürdigem bietet.“ — Das Büchlein besteht aus 10 Teilen: „Führer durch die Sternbilder; Die Sterne I. bis 4. Größe; Doppelsterne; Veränderliche Sterne; Sternhaufen; Nebel; Die Milchstraße; Sonne; Mond; Wandelsterne“. Z. B. wird im ersten Teile jedes Sternbild kurz beschrieben, Merkwürdiges erwähnt. So wird bei der Andromeda der Andromedanebel behandelt, und ein paar Worte über die Spiralnebel werden hinzugefügt; ebenso bietet die Cassiopeia Gelegenheit, die Nova 1572 und die neuen Sterne überhaupt kurz zu besprechen. Bei den späteren Abschnitten sind noch die Karten zu erwähnen (Karten der Sterne bis zur 4. Größe, Doppelsternbahnen, Lichtkurven der Veränderlichen, Karten von Sternhaufen, der Umgebung von Sternhaufen und Nebeln, Milchstraße) sowie die Bilder von Mond und Planeten. Das Büchlein hat mir gefallen; es scheint mir sehr wohl geeignet, die Freude an der

Sternkunde zu wecken und zu erhalten und auch zu ihrer Weiterverbreitung anzuregen.

*Hans Boegehold.*

**Röntgenanalyse von Kristallen.** Von Prof. Dr. J. M. BLIJVOET, Dr. N. H. KOLKMEIJER, VAN'T HOFF-Laboratorium der Universität Utrecht, Dr. C. H. MACGILLAVRY, Laboratorium für Kristallographie der Universität Amsterdam. Deutsche umgearbeitete Ausgabe. VI, 228 Seiten mit 200 Abbildungen. Berlin: Julius Springer 1940. Preis geb. RM 19,80.

Das Werk der drei holländischen Forscher ist ein ausführliches Lehrbuch der durch die LAUEsche Entdeckung ermöglichten Strukturbestimmung von Kristallen und anderen aus regelmäßigen Bausteinen gebildeten Stoffen mit Hilfe einer Röntgenanalyse. Es ist zum praktischen Gebrauch für den Chemiker bestimmt. Zuerst werden die theoretischen Grundlagen der verschiedenen Verfahren dargestellt, die physikalischen ebenso wie die kristallographischen. Im Mathematischen begnügt das Buch sich mit dem Notwendigsten. Einige verwickeltere und umfangreichere Rechnungen sind in einen Anhang verwiesen. In drei Kapiteln werden die verschiedenen Methoden der Röntgenanalyse bis ins einzelne dargelegt und an zahlenmäßig durchgeführten Beispielen verständlich gemacht. Einige Kenntnisse der Kristallographie erleichtern das Studium. Es folgt eine Darstellung des Verfahrens, mit Fourieranalyse eine Kristallstruktur zu berechnen, und der Methode, statt mit Röntgenstrahlen mit Elektronen Beugungsfiguren zu gewinnen. Nachdem der Leser so mit den wissenschaftlichen Grundlagen und der Technik der röntgenographischen Untersuchungsverfahren vertraut gemacht ist, werden in einem zweiten Teile die Ergebnisse der Röntgenanalyse von Kristallen dargestellt. Der Leser erhält einen imponierenden Eindruck von der Leistungsfähigkeit des neuen Hilfsmittels der naturwissenschaftlichen Forschung, z. B. bei der Aufdeckung des Baus komplizierter Silikate oder hochmolekularer Verbindungen, wie der Zellulose oder des Kautschuks. Das Buch verlangt ein geduldiges Studium, vermittelt dann aber auch ein gründliches Wissen um die behandelten Dinge. Es ist nicht nur für den Spezialisten geschrieben, sondern auch für jeden anderen Physiker, der in die Röntgenanalyse genauer eindringen will. Professor DEBYE hat dem Buch ein warm geschriebenes Geleitwort mitgegeben. Angenehm wird der Leser die Literaturhinweise am Ende der einzelnen Kapitel empfinden. Die Ausstattung ist vortrefflich, besonders schön sind die vielen Abbildungen.

*Ernst Zimmer.*

**Die Präzisionsbestimmung von Gitterkonstanten** nach der asymmetrischen Methode. Von Dr. chem. M. STRAUMANIS, a. o. Professor und Dr. chem. techn. A. IEVINŠ an der Universität Lettlands zu Riga. V, 106 Seiten mit 36 Abbildungen im Text. Berlin: Julius Springer 1940. Preis steif geh. RM 9,60.

Das Buch behandelt ein Spezialkapitel der Röntgenanalyse von Kristallen, nämlich ein seit einer ganzen Reihe von Jahren von den Verfassern

ausgebautes Verfahren, Kristallgitterkonstanten mit höchster Genauigkeit zu bestimmen. Das Verfahren führt den Namen „asymmetrische Methode“, weil neben manchen anderen Verfeinerungen ein besonderes Einsetzen des Films für die Röntgenaufnahmen gewählt ist, das den Bildern ein asymmetrisches Aussehen gibt. Die Verfasser schildern in eingehender Weise die Verfeinerungen, die sie beim DEBYE-SCHERRERSchen Pulververfahren wie bei der Drehkristallmethode angewandt haben, um Gitterkonstanten mit einer Genauigkeit von 0,0005% bestimmen zu können. Das Buch setzt eine allgemeine Kenntnis der Verfahren zur Bestimmung von Kristallgittern mit Röntgenanalyse voraus. Es ist mit seinen in alle Einzelheiten gehenden Anweisungen zur Handhabung des technischen Rüstzeuges dieses Verfahrens als eine praktische Anleitung für alle diejenigen gedacht, die selbst genaue Gitterbestimmungen an Kristallen ausführen wollen. Auch dem Spezialisten auf diesem Gebiete vermittelt es eine Fülle eigener, langjähriger experimenteller Erfahrungen.

*Ernst Zimmer.*

**Welt der Atome, Bau und Umwandlung.** Von H. GREINACHER. 40 Seiten. Aarau: H. R. Sauerländer & Co., 1940. Preis brosch. Fr. 1,50.

Das kleine Heft gibt in knappster Form eine gedrängte Übersicht über die wichtigsten Ergebnisse der modernen Atomphysik. Es ist bestimmt als Lektüre für jeden für das Thema Interessierten. Die Auswahl aus dem umfangreichen Stoff ist so getroffen, daß die Wechselwirkung der Atome mit dem Licht und der Aufbau der Moleküle aus Atomen außer Betracht geblieben sind, ebenso sind schwierigere Dinge wie die ganze Wellen- und Quantenmechanik und daher auch eine Erörterung der Kernkräfte beiseite gelassen. Trotzdem bleiben noch genug Dinge, die, schlicht, klar und fesselnd dargestellt, dem Leser einen guten, ersten Einblick in die Atomphysik geben, vom BOHRschen Atommodell bis zum Mesotron. Interessant sind auch drei Bilder aus der eigenen Arbeit des Verfassers. Sie stellen dar: einen Funkenzähler, das Modell eines Kaskadengenerators für Höchstspannungen und eine Registrierung von Protonen und Alphateilchen mit einem Proportionalverstärker. Über den praktischen Wert der Anwendungen der Kernphysik in der Chemie und Medizin oder zur Energiegewinnung denkt der Verfasser skeptisch, solange „man annehmen muß, daß sie ebenso sehr zum Guten als zum Schlechten dienen können.“ Den Wert des Erkenntnisgewinns, der in der modernen Atomforschung liegt, sieht er vielmehr in der Ausgestaltung unseres Weltbildes und der mit der Bewunderung der Schöpfung verbundenen bescheideneren Einschätzung unseres eigenen Seins.

*E. Zimmer.*

**Kurzes Lehrbuch der anorganischen Chemie.** Von Dr. GERHART JANDER und Dr. HANS SPAN-DAU. X, 436 Seiten mit 106 Abbildungen. Berlin: Julius Springer 1940. Preis RM 6,60, geb. RM 7,50.

Bei dieser Neuerscheinung fällt zunächst die verhältnismäßig große Zahl wertvoller Tabellen auf, deren Inhalt man sich in anderen Werken mühsam zusammensuchen muß. Sodann ist die

Stoffanordnung eigenwillig und nicht dem herkömmlichen Brauch entsprechend. Es liegt zwar die fallende Anordnung nach dem System zugrunde, jedoch werden die Abschnitte: Wasser, Luft, Kohlenstoff (!) und Metalle (allgemeines) vorgezogen. Zwischen den einzelnen Gruppen des Systems findet man dann die jeweils erforderlichen theoretischen Gesetze.

In den abschließenden Abschnitten Nr. 18 bis 26 werden einzelne interessante Gebiete der Chemie (teils Grenzgebiete) herausgegriffen. In diesen Abschnitten liegt auch wohl der Hauptwert dieses Werks. Ich möchte hier erwähnen: Nr. 19. Die Hydride: Eine Gegenüberstellung der salzartigen und der gasförmigen Hydride mit ihren Übergangserscheinungen. Nr. 20. Intermetallische Verbindungen: Behandlung des Stoffes, ohne vom Eisen auszugehen. Auf S. 356, Z. 22 muß der Name TAMMANN berichtigt werden. Nr. 24. Reaktionen im festen Aggregatzustand: Veränderung von Legierungen, Zementfabrikation und Keramik werden auf die theoretischen Grundlagen hin untersucht. Nr. 25. Wasserähnliche anorganische Lösungsmittel: Hier wird die Ionentheorie angewandt auf flüssiges  $\text{SO}_2$  und  $\text{NH}_3$  als Lösungsmittel. Ein besonders interessanter Abschnitt!

Zusammenfassend muß gesagt werden, daß dieses neue Werk eine solche Fülle von wirklich neuem Stoff bringt, daß auch mancher, der gewohnt ist, die Fortschritte der Chemie zu verfolgen, überrascht sein wird. Um so mehr wird die Neuerscheinung von Nutzen sein für den Chemielehrer, der aus irgendwelchen Gründen mit dieser Weiterentwicklung nicht Schritt halten konnte und nun in anderer Form den Anschluß wieder finden will. Ich bin davon überzeugt, daß sich im Laufe von Neuauflagen noch manches an diesem Werk ändern wird; auf alle Fälle gehört es schon jetzt in die Bücherei einer chemischen Sammlung.

*G. Mangliers.*

**Lehrbuch der organischen Chemie.** Von A. F. HOLLEMAN-F. RICHTER. 21. Aufl. 549 Seiten mit 97 Abbildungen. Berlin: Walter de Gruyter & Co. Preis geb. RM 18,—.

Wieder erscheint der altbekannte „Holleman“ in der nun schon seit etwa 10 Jahren bestehenden Neuausgabe von RICHTER. Wieder hat der Verlag sein Bestes getan, um dem Inhalt die entsprechende würdige Form zu geben. In der vorliegenden Neuausgabe sind u. a. die Abschnitte Enzyme, Sterine, Vitamine und Pyrrolfarbstoffe neu bearbeitet worden, da gerade die Kenntnisse auf diesen Gebieten in den letzten Jahren in besonders rascher Weise weiter entwickelt wurden. Der Stoff ist in Dreiteilung behandelt worden, und zwar werden nach den aliphatischen Verbindungen die isozyklischen und zum Schluß die heterozyklischen Verbindungen besprochen. Durch verschiedene Druckstärke und vorzügliche Formelwiedergabe ist für ausgezeichnete Übersichtlichkeit gesorgt worden.

In den meisten Büchereien findet man sicher einen alten „Holleman“. Ich glaube nicht, daß es ein schlechter Rat ist, wenn ich empfehle, dieses bei Gelegenheit durch die vorliegende Neuausgabe

zu ersetzen. Die meisten naturwissenschaftlichen Schulbüchereien kranken doch an einer Überalterung des „Bücherparks“. *G. Mangliers.*

**Chemisches Praktikum für Mediziner.** Von Dr. HANS BODE u. Prof. Dr. HANS LUDWIG. 3. Aufl. 131 Seiten. Wien: Franz Deuticke 1940. Preis geb. RM 4,—.

Ein schon heute an Universitäten viel gebräuchtes Buch liegt in der 3. Auflage vor. Die Zielsetzung „für Mediziner“ erfordert zugleich Beschränkung des wissenschaftlichen Stoffes, da die Chemie doch dem Mediziner stets nur Nebenfach ist. Es mußte daher vor allem die praktische Seite in der Weise geboten werden, daß sich dem Verständnis keine übergroßen Schwierigkeiten entgegenstellen. Naturgemäß nimmt die organische Chemie die Hälfte des Platzes ein. Gerade dieser Teil mit seinen genauen Versuchsangaben macht nun das Werkchen besonders wertvoll für den Chemielehrer der Oberschule. Man findet zu jedem Abschnitt stets eine Reihe sehr einfach durchzuführender Versuche, die sowohl im Unterricht wie auch im Praktikum von den Schülern ausgeführt werden können. Da bei unzuverlässigen Vorgängen meist die genauen Mengenverhältnisse angegeben sind, können sogar Schüler in Arbeitsgemeinschaften recht selbständig dieses „Praktikum“ benutzen. Auf alle Fälle kann die Anschaffung des Bandes wärmstens empfohlen werden. *G. Mangliers.*

**Optische Messungen des Chemikers und Mediziners.** Von Dr. FRITZ LÖWE. 3. Aufl. 256 Seiten mit 95 Abbildungen und 4 Spektraltafeln. Dresden u. Leipzig: Theodor Steinkopff 1939. Preis brosch. RM 9,—; geb. RM 10,—.

Dieses schon in der 3. Auflage vorliegende Werk behandelt in ausführlicher Weise und mit vorzüglichen Abbildungen die 4 optischen Arbeitsgebiete: Spektroskopie, Kolorimetrie, Refraktometrie und Interferometrie. Unter besonderer Berücksichtigung der neusten Forschungsergebnisse hat der Verfasser dem Mediziner und dem Chemiker eine große Zahl Arbeitsanweisungen auf diesen immer wichtiger werdenden Zweigen der Untersuchungsmethoden gegeben. Für den Schulbetrieb allerdings dürfte dieser Band allenfalls als Nachschlagewerk für den Lehrer brauchbar sein, da experimentelles Arbeiten auf diesen Gebieten durch den Mangel an geeigneten Apparaten nur in seltenen Fällen möglich sein kann.

*G. Mangliers.*

**Destillier- und Rektifikationstechnik.** Von Dr. EMIL KIRSCHBAUM. IX, 282 Seiten mit 227 Abbildungen und 5 Tafeln. Berlin: Julius Springer 1940. Preis RM 33,—; geb. RM 34,80.

Zur Hauptsache für den lernenden und in der Praxis tätigen Ingenieur gedacht, bringt dieses Werk einen Überblick über die gesamten theoretischen Grundlagen der Destillier- und Rektifikationstechnik. Bekannte Verfahren aus der Industrie werden in Form von Zahlenbeispielen durchgeführt, von denen das eine oder andere wohl auch mit Nutzen im Chemie- oder Physikunterricht einer Oberschule behandelt werden kann. Im großen und ganzen geht aber dieser Band weit über den

Rahmen des Schulwissens hinaus. Manche Abschnitte werden sogar für den Chemiker, der ja nicht selten mit Destillationsvorgängen zu tun hat, ziemlich harte Nüsse sein, es sei denn, daß er eine vorzügliche mathematisch-physikalische Vorbildung hat. *G. Mangliers.*

**Chemisch-physikalische Laboratorien.** Von Prof. Dr. ALFRED BEHRE. 3. umgearbeitete und erweiterte Auflage. 284 Seiten. Mit 90 Bildern, Zeichnungen und Plänen sowie einem Bezugsquellenverzeichnis. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. 1940. Preis geb. RM 11,80

Auf die Besprechung der 1. Auflage dieses Buches in dieser Zeitschrift [42, 285 (1929)], welche seinen Inhalt näher bezeichnet, kann hier verwiesen werden. Wenn sich auch der Abstand zwischen der Einrichtung eines Untersuchungs- oder Universitätslaboratoriums und der eines chemischen Schullaboratoriums innerhalb der letzten 12 Jahre wesentlich vergrößert hat, so bietet das vorliegende Buch doch noch so viele praktische Anweisungen und Neuerungen, daß auch die Leiter von Schullaboratorien manchen Nutzen aus der Lektüre ziehen können. Besonders beachtenswert sind die Abschnitte über genormte Geräte, über Gefahren des Laboratoriumsbetriebes und Schutzmaßnahmen (Gifte, Brände, Explosionen) und über die Laboratoriumsordnung. Auf die Maßnahmen, die von den Laboratorien im Rahmen des Vierjahresplanes zu ergreifen sind, wird überall hingewiesen, z. B. auf Sparsamkeit mit Reagenzien, besonders von devisenbelasteten, auf Erhaltung und Pflege der Gerätschaften und Apparate, auf Verwendung deutscher Werk- und Austauschstoffe usw. Eine sehr begrüßenswerte Neuerung in der 3. Auflage des Buches bedeutet das Bezugsquellenverzeichnis, das auf 18 Seiten die Anschriften von Lieferfirmen für Laboratoriumseinrichtungen und -anlagen, für Laboratoriumsapparate und -geräte, für Reagenzien und Chemikalien, für Gefahrschutz usw. umfaßt. Die zahlreichen guten Abbildungen von Laboratoriumsräumen und Einrichtungen und die Laboratoriumspläne der ersten Auflage sind teils durch neuere ersetzt, teils noch vermehrt worden, so daß jedem Bedürfnis entsprechende Vorbilder vorliegen. *L. Doermer.*

**Jahrbuch des Chemiewerker 1941.** Bearbeitet von GUSTAV STÖCKER. 4. Jahrgang. 224 Seiten mit zahlreichen Abbildungen. Berlin: Verlag der Deutschen Arbeitsfront 1941. Preis geb. RM 0,90.

Der vorliegende Jahrgang 1941 reiht sich seinen in dieser Zeitschrift angezeigten und besprochenen Vorläufern würdig an und enthält wieder eine ganze Reihe trefflicher Aufsätze, die zum Teil mit großem pädagogischen Geschick abgefaßt sind und jedem Chemielehrer Anregungen für seinen Unterricht bieten. Die folgende Themenauswahl zeigt, daß es sich durchweg um sehr zeitgemäße Fragen handelt: Der Chemiewerker half mit am Sieg; Chemiewirtschaft im Kriege; Deutschlands Wirtschaft im Kriege; Atomzertrümmerung; Wie Chemiker den Treibstoff sicherten; CARL BOSCH, das große Vorbild; Die Bedeutung der pharmazeutischen Industrie im Kriege; Verwendungsgebiete der Kunstseide und Zellwolle. *L. Doermer.*

**Idar-Oberstein.** 2000 Jahre Edelsteinkultur. Bearbeitet von der Gesellschaft für Wirtschaftswerbung SOLM & Co, Berlin, in Verbindung mit der Werbestelle für Edelsteine, Idar-Oberstein. Zeichnungen der Edelsteine: WALTER WILD, Idar-Oberstein, und TOBIAS M. BARTHEL, München. 16 Tafeln und 48 Seiten Begleittext. Berlin: Wiking Verlag 1940. Preis in Leinenmappe RM 10,—.

Als vor zweitausend Jahren römische Legionäre die Kunde nach Rom brachten, daß Bauern und Jäger der kelto-germanischen Siedlung Hidra aus den Felsen ihrer Heimat Edelsteine brachen und bearbeiteten, da strömten geschäftstüchtige Händler in das stille Tal und lehrten seine Bewohner, die Wasserkraft des reißenden Idarbaches zum Umtrieb schwerer Schleifsteine auszunutzen und den Amethysten, Topasen, Beryllen durch kunstvollen Schliff ein wundervolles Feuer zu geben. Auf dem Kippstuhl liegend drückten die Männer mit dem vollen Gewicht des eigenen Körpers die unansehnlichen Rohsteine gegen die umlaufenden Sandsteine; sie zauberten so prachtvolle Farbenschönheit, solchen Glanz und solches Feuer hervor, daß sie selber dem geheimnisvollen Zauber der Steine verfielen und mit Kindern und Enkeln nie wieder loskamen von ihrem künstlerischen Handwerk. Mit ihrer Liebe zum Stein, mit ihrer hohen Kunstfertigkeit überdauerten die Geschlechter der Schleifer in Idar den Niedergang des römischen Weltreiches wie das Auf und Ab in deutschen Landen. Ihre Erzeugnisse fanden Anklang bei Rittern und Edelfräulein; nach dem dreißigjährigen Kriege fanden sie Aufnahme auch in fremden

Landen, wohin der Idar-Obersteiner Handelsmann sie trug. Die Nachfrage nach den dauerhaften Kostbarkeiten stieg. Trotzdem schien am Ende des 18. Jahrhunderts der Niedergang der Schleiferei in Idar unabwendbar, denn die eigenen Rohstofflager waren abgebaut, und Zufuhren von auswärts waren reine Zufälligkeiten. Bittere Not zwang viele Familien auszuwandern, weil die heimatische Scholle sie nicht mehr ernähren konnte. Aber der unerschütterliche Glaube an die Zauberkraft der Edelsteine verließ die Schleifer nicht und — enttäuschte sie nicht: DAVID CRUSIUS, der 1825 zum Rio Grande nach Brasilien auswanderte, fand dort im Urwald schier unerschöpfliche Lager ausgezeichneter Achate, dann Amethyste, Topase, Aquamarine, Saphire. Seither ist die Schleiferei in Idar-Oberstein wieder aufgeblüht und weltberühmt geworden. Unternehmende Männer sicherten ihr ertragreiche Gruben in aller Welt, und die deutsche chemische Industrie erschloß ihr eine neue, wirklich unerschöpfliche Rohstoffquelle in den synthetischen Edelsteinen. Mit dem Weltkrieg stieg ein neues Unheil herauf: der Absatz auf dem Weltmarkt versagte. Aber auch diesmal verzagen die Männer von Idar-Oberstein nicht. Als äußeres Zeichen ihres Kampfes- und Siegeswillens haben sie in Gemeinschaftsarbeit mit Malern und kunstverständigen Druckern eine Mappe herausgegeben, in der auf 16 Tafeln 143 rohe, geschliffene und bearbeitete Steine wahrhaft entzückend in Glanz und Schönheit abgebildet sind. Man kann nur wünschen, daß der verdiente Erfolg nicht lange warten läßt.

*R. Winderlich.*

### Vereine und Versammlungen.

**Verein zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichtes in Wien.** Bericht über die Vereinstätigkeit im 46. Vereinsjahr (Schuljahr 1939/40).

2. Dezember 1939. Universitätsdozentin Dr. FRANZISKA SEIDL: Wirkungen von Ultraschall.

10. Februar 1940. Dozent an der Technischen Hochschule Dr. GERHARD HEINRICH: Über die moderne Tragflügeltheorie.

9. März 1940. Dozent an der Technischen Hochschule Dr.-Ing. FRITZ SÖCHTING: WEGENERS Theorie.

16. März 1940. Dipl.-Ing. JOSIP SLISKOVIĆ: Stahlröhren und ihr Einfluß auf die Entwicklung der Rundfunk- und Fernsehgeräte.

6. April 1940. Dr. JOSEF STICH: Die Entwicklung des Materialprüfungswesens, neuzeitliche Prüfungsverfahren.

27. April 1940. Besichtigung der Materialprüfungsanstalt der Technischen Hochschule in Wien.

25. Mai 1940. Universitätsdozentin Dr. FRANZISKA SEIDL: Ultraschallversuche.

Vereinsführer: Universitätsprofessor Dr. GEORG STETTER, Vorstand des I. Physikalischen Institutes der Universität Wien.

Geschäftsführerin: Frau Universitätsdozentin Dr. FRANZISKA SEIDL, Wien, IX/66, Boltzmann-gasse 5.

*K. Müllner.*

### Korrespondenz.

#### O. OHMANN †.

Am 14. Februar 1941 ist Prof. OHMANN im 88. Lebensjahre verstorben. Von 1902 (15. Jahrgang) bis 1925 (38. Jahrgang) hat der Heimgegangene als Mitherausgeber unserer Zeitschrift deren Begründer F. POSKE zur Seite gestanden. Seine Verdienste sind im 4. Heft des 36. Jahrgangs (1923) aus Anlaß des 70. Geburtstages gewürdigt, und dort findet sich auch sein wohl getroffenes Lichtbild.

Der nun Abberufene durfte sich bis in seine letzten Lebenstage voller geistiger Frische und guter Gesundheit erfreuen. Eine Bronchitis, die den Erkrankten schnell schwächte, führte innerhalb einer Woche zum sanften, friedlichen Tod.

OTTO OHMANN hat sich durch sein Wirken für unsere Zeitschrift eine bleibende Erinnerung gesichert.

*H. Matthée.*