

# ZEITSCHRIFT FÜR DEN PHYSIKALISCHEN UND CHEMISCHEN UNTERRICHT

51. JAHRGANG

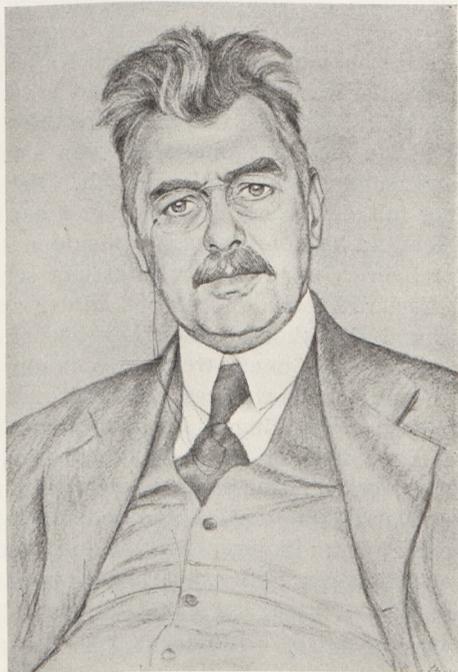
1938

HEFT 2

## Zum 60. Geburtstage von Clemens Schaefer.

Von W. Steubing in Breslau.

Mit dem 24. März 1938 vollendet CLEMENS SCHAEFER sein 60. Lebensjahr, und aus diesem Anlaß haben wir, seine nächsten Kollegen, Freunde und Schüler, uns in dem Wunsche vereinigt, ihm ein Heft dieser Zeitschrift zu widmen<sup>1</sup>.



*C. Schaefer*

Geboren in Remscheid i. Rhld. zog es ihn, den Juristensohn, nach bestandener Reifeprüfung in Köln zum Studium der Mathematik und Physik an die Universität Bonn, die er nach dreisemestrigem Aufenthalt verließ, um an der Universität Berlin weiter zu studieren. Dort arbeitete er unter E. WARBURG im Physikalischen Institut der Universität und verfertigte eine experimentelle Doktorarbeit: „Über den Einfluß der Temperatur auf die Elastizität der Metalle.“ Nach seiner Promotion in Bonn 1900

<sup>1</sup> Anmerkung des Herausgebers. Aus Anlaß des 60. Geburtstages von Herrn Prof. Dr. C. SCHAEFER sollten hier noch zwei weitere Beiträge veröffentlicht werden: 1. P. HAHN-Breslau, Trägheit und Trägheitskräfte; 2. F. BOPP-Breslau, Betastrahlung und Neutrinohypothese. Diese Aufsätze ließen sich in dem vorliegenden Hefte leider nicht mehr unterbringen und können daher erst in Heft 3 erscheinen.

ging er als Assistent zu A. RUBENS an das Physikalische Institut der Techn. Hochschule Charlottenburg und drei Jahre später, um sich zu habilitieren, nach Breslau, wo er die längste Zeit seiner akademischen Lehr- und Forschungszeit zugebracht hat. 1910 an der Schlesischen Friedrich Wilhelms-Universität zum a. o. Professor ernannt, wurde er 1917 zum Ordinarius der theoretischen Physik nach dem Tode von P. PRINGSHEIM berufen und verließ Breslau im Jahre 1920, um der Berufung zum Direktor des Physikalischen Instituts in Marburg als Nachfolger von F. RICHARZ Folge zu leisten. Von dort berief ihn das Ministerium 1926 wiederum nach Breslau, wo er als Nachfolger O. LUMMERS die Leitung des Physikalischen Instituts, in dem er früher so manche Jahre gewirkt hatte, übernahm.

Wer seinen akademischen Werdegang, den wir hier ganz kurz angedeutet haben, verfolgt, wird leicht den inneren Zusammenhang mit ihm und seinen wissenschaftlichen Leistungen und den Arbeitsgebieten, die er besonders bevorzugte, erkennen können. In Bonn, wo er seine Studien begann, hatte einst HEINRICH HERTZ gelehrt, dessen Großtaten in der experimentellen Verwirklichung der Folgerungen der MAXWELLSchen Theorie bestanden. Diese Theorie hat ihn frühzeitig angezogen und den Anstoß zu mancherlei Arbeiten theoretischer und experimenteller Natur gegeben. Die Zeit, wo er als Assistent bei RUBENS tätig war, der bahnbrechend auf dem Gebiete der Wärmestrahlen gewirkt hat, wird sein Interesse für das ultrarote Spektrum und spektrale Untersuchungen geweckt haben und hat eine Fülle von solchen Arbeiten vor allem über Ultrarot von ihm und seinen Schülern veranlaßt. Seine Tätigkeit in Breslau, die intensive Beschäftigung mit der Theorie, die er erst als Privatdozent, später als Ordinarius forschend und lehrend betrieb, gab schließlich den Anstoß zu seiner größten Leistung als akademischer Lehrer, nämlich zur Abfassung seines dreibändigen Buches „Einführung in die theoretische Physik“, das soeben in der zweiten Auflage vollendet vorliegt. Nur wer den Stand der theoretischen Lehrbücher nach der Jahrhundertwende gekannt hat, wird ermessen können, welche Bedeutung dieses Werk und Lehrbuch für den Studierenden hatte, und welches Bedürfnis nach einem solchen Buche vorlag, das den Schwierigkeiten des Anfängers Rechnung trug, ohne dabei der exakten Darstellung zu entbehren. Ein Vorläufer dieses Gesamtwerkes, seine kleine Einführung in die MAXWELLSche Theorie, erfreut sich noch heute wegen der einfachen und vorzüglich klaren und knappen Darstellung der größten Beliebtheit bei jungen Studierenden. — SCHAEFERS „Theoretische Physik“ in ihrer wirklichen Bedeutung zu beurteilen und zu würdigen, mag einer berufeneren Feder überlassen werden —, nur das eine sei hier gesagt, was jeder empfinden wird, der als Anfänger oder älterer Physiker das Buch zur Hand nimmt: ein solches Werk kann nur von dem geschrieben werden, der das Rüstzeug der theoretischen Physik mit ihrer stürmischen Entwicklung in den letzten Jahrzehnten ebenso vollkommen beherrscht, wie er die Empfindungen und Schwierigkeiten des experimentellen Physikers versteht. Denn häufig genug übersieht der abstrakte Theoretiker Hindernisse, die infolge andersartiger Einstellung dem reinen Experimentalphysiker bei irgendeinem Problem den Weg versperren. Darum werden ihm viele, denen das Buch während des Studiums und in späterer Zeit lehrend und helfend gedient hat und dienen wird, Dank wissen, auch wenn sie sich nicht persönlich zu seinen Schülern zählen können.

Ungeachtet seiner besonderen theoretischen Veranlagung hat sich SCHAEFER doch stets mehr als Experimentalphysiker gefühlt und dies u. a. durch seine Vortrags-tätigkeit bewiesen. Nicht allein die Studierenden, sondern auch zahlreiche Hörer aus anderen Kreisen, alt und jung, haben seine Ausführungen, die von überzeugenden, schönen Versuchen begleitet wurden, mit größtem Anteil verfolgt und dadurch wenigstens einen Einblick in die revolutionäre Entwicklung auf dem Gebiete der heutigen Physik gewonnen.

Zu dem vorliegenden Hefte, das mit SCHAEFERS Lichtbild geschmückt ist, haben verschiedene seiner ehemaligen Assistenten und Schüler Beiträge geliefert und damit

zum Ausdruck gebracht, daß sie in Liebe und Verehrung an ihm hängen. Diese innere Verbundenheit zwischen ihm und den ehemaligen Institutsangehörigen äußert sich auch darin, daß kaum einer der ehemaligen Doktoranden oder Assistenten, die auswärts ihre Lebensstellung gefunden haben, es versäumt, dem Institut und seinem Leiter beim Aufenthalt in Breslau einen Besuch abzustatten. Mir, der vor etwa 10 Jahren erstmalig nach Breslau kam, ohne das Institut und seinen Leiter zu kennen, hat von Anfang an das kameradschaftliche und freundschaftliche Verhältnis zwischen den Studenten und Dozenten besonderen Eindruck gemacht, das so weit entfernt von den zerrbildartigen Darstellungen ist, das man vom Bonzentum der Professoren häufig lesen muß. Immer hat SCHAEFFER seinen Beruf nicht so eng aufgefaßt, daß er nur pflichtgemäß die Studierenden in ihr Fach einführte, sondern in innerer Anteilnahme für ihr persönliches Wohl und unter Berücksichtigung der wirtschaftlichen Notlage, die seit dem Kriege den meisten Studenten das Leben so erschwerte, hat er sich für ihr Fortkommen eingesetzt, wenn er von den Fähigkeiten und Leistungen überzeugt war.

Auf seine persönliche Forschungstätigkeit und seine wissenschaftlichen Arbeiten heute einzugehen, scheint mir an dieser Stelle nicht angebracht. Er ist Mitglied verschiedener wissenschaftlicher Gesellschaften und Akademien. Mehr als diese Zeichen äußerer Anerkennung beweisen die von ihm und seinen Mitarbeitern bis in die letzte Zeit herausgegebenen Arbeiten, wie SCHAEFFER auf voller Schaffenshöhe steht. Daß ihm diese noch lange erhalten bleibe, ist unser aller Wunsch.

## Zur Physik des Ohres.

Von E. Wartzmann in Breslau.

Es ist bekannt, daß die Messung der physikalischen Konstanten des Ohres außerordentlichen Schwierigkeiten begegnet. Unter diesen Konstanten sind in erster Linie die Eigenschwingungszahlen und die Dämpfungswerte der einzelnen Teilgebilde des Ohres zu nennen; daneben Koppelungsgrade und Absorptionskoeffizienten (Schluckgrade). Für das innere Ohr treten noch hydrodynamische Größen hinzu. Ohne genaue Kenntnis der genannten Konstanten ist ein wirkliches Verständnis der Hörvorgänge nicht möglich. An der Aufklärung dieser Vorgänge ist aber nicht nur der Physiologe interessiert, sondern in hohem Maße auch der Physiker. Es sei beispielsweise an die künstlichen Schallaufnahmeapparate erinnert, für deren Konstruktion das menschliche Ohr in vielen Beziehungen zum Vorbild genommen werden muß. Seit einer Reihe von Jahren sind wir im hiesigen Institut bemüht, an der Lösung der in Frage stehenden Probleme ein wenig mitzuarbeiten. Über diese Versuche soll im folgenden kurz berichtet werden, wobei auch einige neue Ergebnisse mitgeteilt werden sollen. Nähere Angaben über das Schrifttum finden sich in den im folgenden zitierten Arbeiten sowie in einer besonders bemerkenswerten Arbeit v. BÉKÉSYs<sup>1</sup>.

Den Ausgangspunkt der Untersuchungen bildete die Messung der Empfindlichkeit des Ohres. Die Reizschwelle der Hörempfindung ist in sehr verschiedener Weise definiert und in verschiedenen Maßen gemessen worden. Hieraus sind für die Vergleichung der von den einzelnen Beobachtern gewonnenen Ergebnisse große Schwierigkeiten entstanden. Nicht nur, daß sich bei der Umrechnung des Druckmaßes auf das Energiemaß und umgekehrt systematische Fehler einnisteten; es wurden vielfach auch Meßwerte miteinander verglichen, die verschiedenen Definitionen der Reizschwelle zugehören und somit überhaupt nicht vergleichbar sind. So wurden die am Trommelfell gemessenen Schwellendrucke vielfach mit den Drucken verglichen, die an einer bestimmten Stelle im freien, durch den Kopf des Beobachters nicht gestörten Schallfeld vorhanden sein müssen, damit das Ohr, an diese Stelle gebracht, gerade eben reagiert.

<sup>1</sup> G. v. BÉKÉSY: Akust. Z. 1, 13 (1936).

Die letztgenannten Drucke, die der M. WIENSCHEN Definition der Schwelle entsprechen, sind aber teilweise bedeutend kleiner als die erstgenannten. Ferner wurde bei der Umrechnung des am Trommelfell herrschenden Schalldruckes auf die vom Trommelfell aufgenommene sekundliche Schallenergie ein weiterer Fehler gemacht, indem allgemein die Formel zugrunde gelegt wurde, die den Zusammenhang zwischen Druck und Energie in einer rein fortschreitenden Welle angibt. Die so bestimmten Schwellenenergien sind zu groß. Endlich sei noch bemerkt, daß die sekundlichen Energiewerte teilweise für die Flächengröße  $1 \text{ cm}^2$ , teilweise aber für die dem Trommelfell äquivalente Kolbenmembranfläche, das ist etwa  $\frac{1}{3} \text{ cm}^2$ , angegeben wurden, wodurch ein weiterer Unsicherheitsfaktor von der Größe 3 hinzutrat.

Es mußte also zunächst eine unbedingte Klarstellung der verschiedenen Definitionen und Meßmethoden erfolgen. Um die einzelnen Werte aufeinander umrechnen zu können, war sogar eine formelmäßige Darstellung erforderlich. Nachdem diese Vorarbeit geleistet war, wurden experimentelle Beobachtungen nach den verschiedenen Verfahren

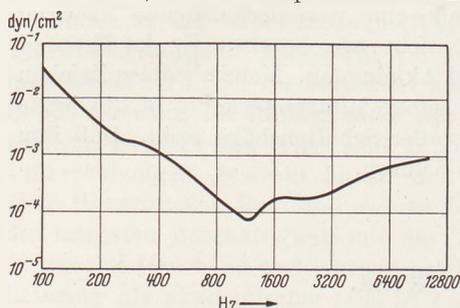


Fig. 1. Empfindlichkeitskurve des Ohres;  
Schwellendruck am Trommelfell.

angestellt, aufeinander umgerechnet und so miteinander verglichen<sup>1</sup>. Zur praktischen Durchführung der Rechnungen müssen bereits Zahlenwerte über die physikalischen Eigenschaften der untersuchten Ohren bekannt sein, vor allem die Absorptionskoeffizienten der Trommelfelle. Bevor wir uns mit ihrer Messung beschäftigen, soll als Ergebnis der Empfindlichkeitsmessungen<sup>2</sup> eine Kurve mitgeteilt werden. In Fig. 1 sind in der üblichen Weise als Abszissen die Frequenzen in Hz, als Ordinaten die zugehörigen Schwellendrucke am Trommelfell in  $\text{dyn/cm}^2$  aufgetragen. Die Kurve stellt Mittelwerte dar, die aus zahlreichen, nach verschiedenen Methoden bestimmten Einzelwerten gewonnen sind. Es handelt sich um eine Versuchsperson, die in akustischen Beobachtungen, auch solchen rein subjektiver Art, besonders gut geschult ist, so daß subjektive Fehler nach Möglichkeit ausgeschaltet sind. Da die Werte für das rechte und linke Ohr nur wenig voneinander abwichen, wurde auch über beide Ohren gemittelt. Ich möchte annehmen, daß die Kurve auch in ihren Absolutangaben wirkliche Normalwerte für ein scharfes und gut geschultes Ohr darstellt.

Die Bestimmung der Absorptionskoeffizienten erfolgte zunächst nach einer von TRÖGER<sup>3</sup> für die Messung der Trommelfellimpedanzen angegebenen Methode. Später wurde eine einfachere, im hiesigen Institut von L. KEIBS<sup>4</sup> ausgearbeitete Meßmethode angewandt. Neuerdings benutzen wir<sup>5</sup> vorwiegend die ebenfalls aus dem hiesigen Institut hervorgegangene SCHUSTERSCHE BRÜCKE<sup>6</sup>. Bei leichter Handhabung und großer Meßgenauigkeit erfordern die Messungen mit der Brücke und ebenso ihre Auswertung, im Gegensatz zu den älteren Methoden, nur wenig Zeit. Exakte Messungen konnten bisher nur in dem Bereich von etwa 100 bis 2000 Hz durchgeführt werden; in der Brücke sogar nur bis etwa 250 Hz hinab. Die Kurven der Fig. 2 und 3 stellen die Ergebnisse an den Versuchspersonen *Me* und *Wtz*<sub>1</sub> dar. Als Abszissen sind wieder die Frequenzen in Hz, als Ordinaten die Absorptionskoeffizienten  $a$  in Prozenten aufgetragen. Der Übersichtlichkeit halber sind nur die — zum Teil an verschiedenen Tagen gemessenen — Werte für die linken Ohren eingezeichnet. Die Kurven der Fig. 2 zeigen den typischen Verlauf, wie er bisher bei den meisten Versuchspersonen

<sup>1</sup> E. WAETZMANN u. L. KEIBS: Akust. Z. **1**, 3 (1936).

<sup>2</sup> E. WAETZMANN u. L. KEIBS: Ann. Physik **26**, 141 (1936).

<sup>3</sup> J. TRÖGER: Physik. Z. **31**, 26 (1930).

<sup>4</sup> L. KEIBS: Ann. Physik **26**, 586 (1936).

<sup>5</sup> E. WAETZMANN: Akust. Z., Januarheft 1938.

<sup>6</sup> K. SCHUSTER: Physik. Z. **35**, 408 (1934). — Elektr. Nachr.-Techn. **13**, 164 (1936).

gefunden wurde. Oberhalb 800 Hz Absorptionswerte von etwa 60 bis 80%, unterhalb 800 Hz abnehmend, bis auf etwa 10% bei 100 Hz. Die Ohren von  $Wtz_1$  zeigen dagegen viel höhere Absorptionswerte, die durchweg, auch schon bei den tiefen Frequenzen, in der Gegend von 70 bis 100% liegen. Freilich treten hier, namentlich am rechten Ohr, außerordentlich starke Schwankungen auf, derart, daß sich für die tiefen

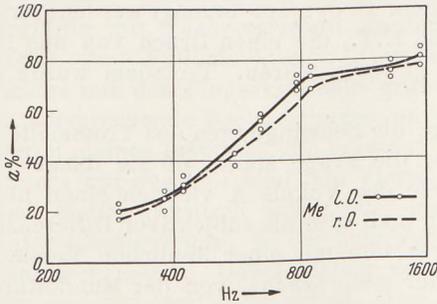


Fig. 2. Absorptionskoeffizienten für linkes und rechtes Ohr der Versuchsperson *Me.*

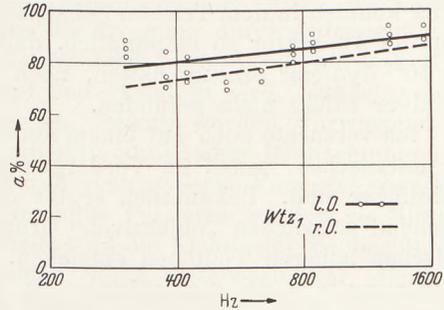


Fig. 3. Absorptionskoeffizienten für linkes und rechtes Ohr der Versuchsperson  $Wtz_1$ .

Frequenzen gelegentlich von vornherein viel kleinere Werte ergeben, oder daß innerhalb einer Beobachtungsreihe der Absorptionswert von etwa 80% auf die Hälfte oder gar noch tiefer herabsinkt. Es scheint sich hierbei um Ermüdungserscheinungen zu handeln. In Fig. 4 sind noch die Ergebnisse einiger älterer Meßreihen an  $Wtz_1$ , die sich über mehrere Monate erstreckten, dargestellt. Sie dürften das Gesagte ohne weitere Auseinandersetzungen mit genügender Deutlichkeit erläutern.

Es sei noch bemerkt, daß die Empfindlichkeits- und Absorptionsmessungen am menschlichen Ohr auch einige interessante erbbiologische Ergebnisse erbracht haben<sup>1</sup>.

Eine besonders wichtige Frage aus der Physik des Hörens ist die Frage nach der Schwingungsform der einzelnen Ohrgebilde. Erfolgen die Schwingungen symmetrisch oder unsymmetrisch, oder noch allgemeiner gefragt, linear oder nichtlinear? Im Falle der Nichtlinearität entstehen in bekannter Weise neben den den Ohren von außen zugeführten Primärtönen noch „subjektive“ Obertöne (O.T.) und vor allem „subjektive“ Kombinationstöne (K.T.). Aus ihrem Auftreten muß umgekehrt auf Nichtlinearität — im extremen Fall auf direkte Gleichrichterwirkung — geschlossen werden. Tatsache ist, daß subjektive K.T. in großer Zahl und Stärke auftreten, während subjektive O.T. schwerer feststellbar sind. Woran das liegt, kann hier nicht näher erörtert werden. Es ist nun seit langem bekannt, daß auch Personen ohne Trommelfell subjektive K.T. gut hören. Trotzdem war es wichtig, festzustellen, ob beim normalen Ohr das Trommelfell an der Erzeugung der subjektiven O.T. und K.T. wesentlich beteiligt ist oder nicht. Diese Frage ist durch sehr sorgfältige Versuche v. BÉKÉSYs im negativen Sinn entschieden worden<sup>2</sup>. Ebenso kamen F. TRENDELENBURG und Verfasser zu einem negativen Ergebnis. Ich benutzte zu den Versuchen folgende Anordnung: Auf ein vor direktem Schall gut geschütztes Kondensatormikrophon wird ein kleiner Trichter aufgesetzt, der in eine Olive mündet. Seitlich am Trichter sind noch zwei Zuleitungsrohre für die Primärtöne angebracht. Vom Kondensatormikrophon führt die Leitung über geeignete

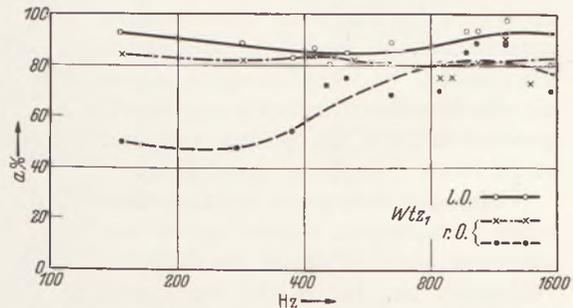


Fig. 4. Absorptionskoeffizienten für linkes und rechtes Ohr der Versuchsperson  $Wtz_1$ .

<sup>1</sup> E. WAETZMANN: Z. techn. Phys. 17, 549 (1936).

<sup>2</sup> G. v. BÉKÉSY: Ann. Physik 20, 908 (1934); 25, 413 (1936).

Verstärker und Siebketten zum Oszillographen. Die Olive wird, während ein oder zwei Primärtöne in den Trichter geleitet werden, einmal hart abgeschlossen und einmal in den Gehörgang eingeführt. Wenn das Trommelfell bei der Erregung durch Primärtöne auch O.T. und K.T. erzeugt und somit auch abstrahlt, so muß sich das am Oszillogramm bemerkbar machen. Mit Hilfe eines elektrodynamischen Telephons als Schallgeber konnten in dem Trichter Schalldrucke bis über  $10 \text{ dyn/cm}^2$  erzeugt werden; ferner war die Apparatur so empfindlich, daß O.T. und K.T., die einen Druck von nur  $10^{-2}$  bis  $10^{-3} \text{ dyn/cm}^2$  erzeugt hätten, noch meßbar gewesen wären. Trotzdem wurde ein positiver Effekt nicht gefunden.

Ich versuchte noch auf einem anderen Wege die Schwingungen des Trommelfelles zu untersuchen, wobei in Vordergrunde wieder die Frage stand, ob sie linear oder nichtlinear sind. Bekanntlich ergibt die Analyse des Vokals A vielfach einen überraschend schwachen „objektiven“ Grundton. Er muß also als subjektiver Differenzton zwischen höheren Teiltönen entstehen. Es wurde nun mit einer ähnlichen Versuchsanordnung, wie sie oben skizziert ist, einmal der gesprochene, von der Mundöffnung ausgehende Vokal A und das andere Mal der beim Sprechen vom Trommelfell abgestrahlte Vokal A am Oszillographen aufgenommen. In beiden Fällen wurde mit Hilfe eines Oktavsiebes, das wahlweise nur einzelne Oktavbänder des Gesamtschalles durchläßt, eine wenigstens grobe Analyse durchgeführt. Herr F. TRENDELENBURG hatte die Freundlichkeit, mir für die ersten Versuche Apparaturen zur Verfügung zu stellen, die dann später dem gewollten Zweck noch besser angepaßt wurden. Die Hauptschwierigkeit war die, sich bei der Aufnahme des vom Trommelfell abgestrahlten A von dem Körperschall (Kopfknochen usw.) wenigstens einigermaßen frei zu machen. Es schien freilich nicht uninteressant, auch diese Körperschwingungen daraufhin zu untersuchen, ob sie linear oder nichtlinear erfolgen. In einigen Fällen zeigte das vom Trommelfell (+ Kopfknochen) abgestrahlte A in der Tat einen stärkeren Grundton als das von der Mundhöhle abgestrahlte A. Trotzdem können die Versuche im ganzen genommen nicht als positiv bewertet werden; vielmehr scheinen sie die Ergebnisse v. BÉKÉSYs indirekt zu bestätigen.

Man hat sich schon vielfach bemüht, die Höhenlage des Eigentones des Trommelfelles festzustellen. Hierbei ist zu beachten, daß das Trommelfell nicht für sich allein schwingt, sondern durch die Gehörknöchelchen mit der Membran des ovalen Fensters verbunden ist. Es ist also wohl möglich, daß — ganz abgesehen von etwaigen Oberschwingungen — nicht ein Eigenton, sondern mehrere Eigentöne vorhanden sind. O. FRANK<sup>1</sup> gibt den Eigenton des Trommelfelles (gemessen am frischen Leichenohr) zu etwa 1200 Hz an, während ihn v. BÉKÉSY<sup>2</sup> durch Anzupfen des Trommelfelles (ruckartiges Öffnen der tuba Eustachii) zu etwa 1300 Hz (schnell abfallend von etwa 1500 auf 1200) bestimmt. Freilich liegt hier nur wenig und nicht leicht zu deutendes Beobachtungsmaterial vor; auch ist die Dämpfung der Schwingungen so groß, daß wirklich sichere Angaben über die Frequenzen nicht gemacht werden können. Herr Dr. v. BÉKÉSY hatte die Freundlichkeit, mir auch sein nichtveröffentlichtes Material zur Verfügung zu stellen. Ich möchte hieraus die Frequenz zu Beginn der Erregung auf größenordnungsmäßig 2000 Hz und zum Schluß der Erregung auf etwa 1400 Hz schätzen. Im Rahmen einer größeren Arbeit<sup>3</sup> über das subjektive Abhören von Körpergeräuschen habe ich mich bemüht, auch die Eigentöne des Trommelfelles und seiner Adnexa subjektiv herauszuhören und ihre Höhe durch Vergleichung mit variablen, geeichten Tonquellen zu bestimmen. Die Trommelfelltöne werden am einfachsten erregt, indem der rechte (linke) Gehöreingang mit dem Daumen der rechten (linken) Hand abgeschlossen wird und nun mit den anderen Fingern der gleichen Hand leichte oder kräftigere „schnippende“ Bewegungen ausgeführt werden. Auch leichtes Klopfen gegen

<sup>1</sup> O. FRANK: Sitzgsber. bayer. Akad. Wiss., Math.-physik. Kl. 1923, 11.

<sup>2</sup> G. v. BÉKÉSY: Elektr. Nachr.-Techn. 12, 71 (1935).

<sup>3</sup> E. WAETZMANN: Nachr. Ges. Wiss. Göttingen 3, Nr. 1 (1937).

den Ellenbogen oder das Handgelenk ist zu empfehlen. Jeder Beobachter muß die für ihn günstigsten Bedingungen allmählich selbst herausfinden. Ein ungeübter Beobachter wird hierbei zunächst nur wenig hören oder wenigstens nicht imstande sein, die Höhenlagen der gehörten Töne anzugeben. Allmählich lernen aber die meisten Beobachter, die Töne jederzeit zu reproduzieren und sichere Angaben über die Höhe zu machen. Zuweilen treten die Töne besonders deutlich hervor, wenn beide Ohren sorgfältig mit Wachs verstopft werden, und nun die Erregung durch Aufstampfen der Hacke (ohne Fußbekleidung), Anrücken des Kopfes oder auch durch kurze kräftige Schläge mit den Fingerknöcheln gegen den Kopf bewerkstelligt wird. Zunächst stellte ich entsprechende Beobachtungen an mir selber an. Sodann wurden, vorwiegend mit Herren meines Institutes, die teilweise auch in subjektiv-akustischen Beobachtungen besonders gut geschult sind, ein Vierteljahr hindurch systematische Versuche angestellt. Auch einige akustisch wenig oder gar nicht geschulte Personen wurden als Mitbeobachter herangezogen. In der beigegebenen Tabelle sind die wichtigsten Beobachtungen zusammengestellt. Dabei stellen die angegebenen Noten Mittelwerte dar, die mehr oder weniger stark schwanken, etwa um einen halben Ton. Töne, deren Bestimmung schwerer oder unsicherer war oder die nicht immer auftraten, sind in Klammern gesetzt. Selbstverständlich wurden die von den einzelnen Beobachtern gemachten Angaben im unbewußten Verfahren immer wieder kontrolliert.

Es fällt zunächst auf, daß fast alle Beobachter mindestens zwei Töne (Koppelschwingungen?) hören. Dabei pflegt der tiefere Ton schon bei ganz schwacher Erregung, der höhere erst bei etwas stärkerer Erregung hervorzutreten. Mit wachsender Übung nimmt die Leichtigkeit des Heraushörens und auch die Zahl der sicher herausgehörten Töne zu. Der Schwerpunkt liegt bei den meisten Beobachtern in der Gegend des dreigestrichenen  $G$ , das sind 1536 Hz. Auf den ersten Blick mag es nicht gerade aussichtsvoll erscheinen, durch subjektive Beobachtungen die Eigenschwingungszahlen des Trommelfelles zu bestimmen. Jedoch scheint mir durch die gute Reproduzierbarkeit der gehörten Töne und durch die gute Übereinstimmung in den Angaben der verschiedenen Beobachter sichergestellt zu sein, daß gröbere Fehlbestimmungen ausgeschlossen sind. Somit dürfen auch die geschilderten subjektiven Beobachtungen als wichtiges Hilfsmittel für das Studium der Physik des Ohres herangezogen werden.

Tabelle. Subjektive Beobachtungen von Trommelfelltönen.

Beobachter	Gehörte Töne
<i>Bi</i> . . . . .	$g^3, a^3$ bis $b^3$
<i>Bu</i> . . . . .	$(f^3), (ais^3)$
<i>Fe</i> . . . . .	$a^3$
<i>Ka</i> . . . . .	$fis^3, g^3$
<i>Ko</i> . . . . .	$dis^3, (f^3), ais^3, d^4$
<i>Ktz</i> . . . . .	$ais^3, c^4, e^4$
<i>Ma</i> . . . . .	$(g^3), (ais^3)$
<i>Me</i> . . . . .	$ais^3$
<i>Mei</i> . . . . .	$c^3, e^3, a^3$ bis $ais^3$
<i>Schu</i> . . . . .	$(fis^3), h^3, e^4$
<i>Sp</i> . . . . .	$fis^3$ bis $g^3$
<i>Wtz<sub>2</sub></i> . . . . .	$(a^3)$
<i>Wtz<sub>3</sub></i> . . . . .	$g^3, a^3$
<i>Wtz<sub>1</sub></i> . . . . .	$(e^3), (g^3), h^3$ bis $c^4, e^4$

Breslau, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

## Turbulente Strömung von Flüssigkeiten.

Von E. Fues in Breslau.

Ein eindrucksvoller Vorlesungsversuch zeigt, daß es für den Ausfluß einer Flüssigkeit durch ein Ablaufrohr zwei verschiedene Strömungsformen gibt (Fig. 1): Aus dem Gefäß  $G$  fließt z. B. Quecksilber durch das (nicht zu kurze) Rohr  $R$  und fällt dann in der bekannten Parabelform in eine tieferliegende Wanne. Die mittlere Ausflußgeschwindigkeit  $V_1$  ist durch Änderung der Höhe  $H$  so eingestellt, daß bei laminarer („Schicht“-) Strömung eine gewisse kritische REYNOLDS-Zahl  $R_{krit} = \frac{\rho \cdot V_{krit} \cdot r}{\mu}$

gerade überschritten ist ( $\rho$  Dichte,  $\mu$  Zähigkeit der Flüssigkeit,  $r$  Rohrhalmmesser;  $R_{krit}$  liegt für Kreiszyylinder-Rohre ungefähr beim Wert 1160). Der Strahl schlägt dann, nach kurzer Zeit, um in die kürzer reichende (in der Figur punktiert angedeutete) Bahn, die offenbar mit geringerer Anfangsgeschwindigkeit  $V_2$  durchfallen wird. Die

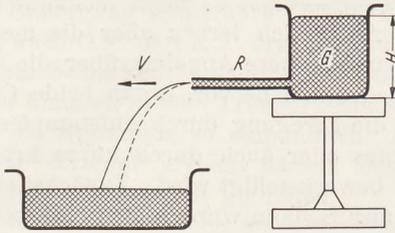


Fig. 1. Versuch zur Demonstration zweier verschiedenen Strömungsformen.

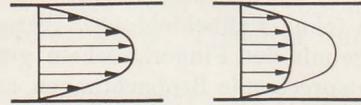


Fig. 2. Laminares und turbulentes Strömungsprofil bei gleichem Druckgefälle.

nähere Untersuchung zeigt, daß die Rohrströmung turbulent geworden ist, d. h. daß die Stromfäden sich in unregelmäßiger Weise aufgeteilt und verflochten haben, so daß z. B.

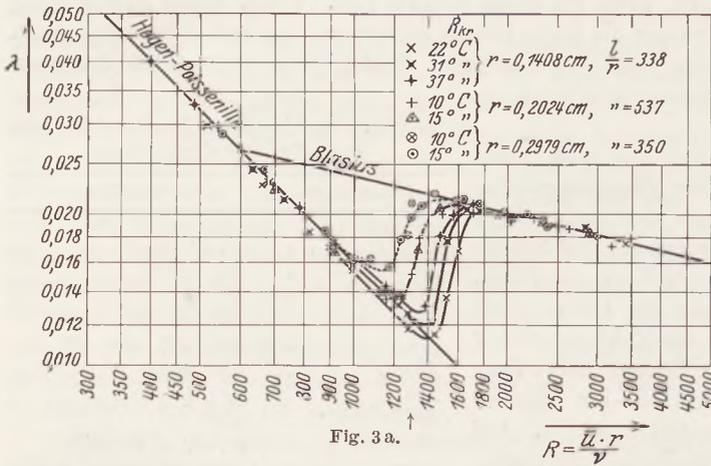


Fig. 3 a.

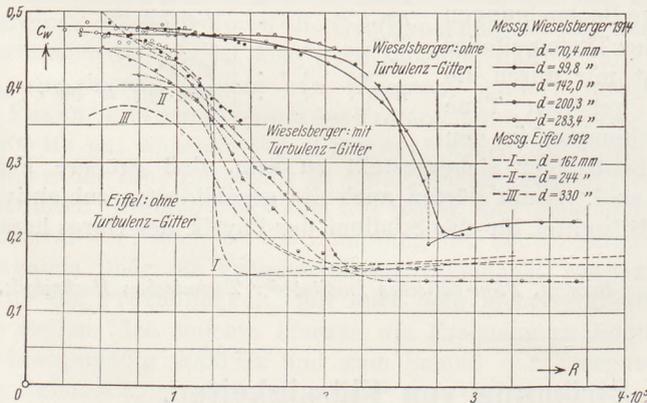


Fig. 3 b.

Fig. 3. Widerstandsbeiwert a) für glatte Kreisrohre, b) für unströmte Kugeln. ↑ Eintritt der Turbulenz, ↑↑ ebenso in die Grenzschicht. (Aus PRANDTL-TIETJENS, Hydro- und Aeromechanik, Bd. 2, S. 33. 1931. — WIEN-HARMS: Handbuch der Experimentalphysik, Bd. 4, 2. Teil, S. 294. 1932.)

ein eingebrachter Farbfaden sich rasch mit dem ganzen Flüssigkeitsvolumen mischt. Diese Durchmischung bringt eine Änderung des Strömungsprofils mit sich (Fig. 2): Die inneren, rasch bewegten Flüssigkeitsteile werden näher an die Wand geworfen, die vorher dort verlaufenden Fäden werden nach innen geschlungen. Dadurch findet ein Geschwindigkeitsausgleich und, wie sogleich gezeigt wird, erhöhte Reibung im Innern statt; die Flüssigkeit strömt bei gleichem Druckgefälle langsamer. Jedoch, auch der neue Zustand ist nicht stabil, wenn  $V_2 < V_{krit}$ ; in irgendeinem Augenblick glättet sich das Strömungsprofil im Rohr wieder aus und wird laminar. Die vermehrte Reibung wird hinfällig, der Strahl nimmt seine alte Gestalt an, und das Spiel beginnt von neuem.

Das Auftreten und die Eigenschaften der turbulenten Strömung sind von Wichtigkeit für die meisten praktischen Fließvorgänge. Die Luftströmungen der freien Atmosphäre ebenso wie der Fluß des Wassers in offenen Gerinnen oder geschlossenen Rohrleitungen erfolgen überwiegend in turbulenter Form. Sowohl der Haushalt der freien Natur wie die Zweckformen der Technik werden durch sie beeinflusst. Auf der einen

Seite sind es alle natürlichen und künstlichen Mischvorgänge, die davon betroffen sind, wie Wärmeübergang und -konvektion, der Austausch von Wasserdampf, Gasen, Kohlensäure in der Atmosphäre, von Salzen, kleinen Lebewesen u. a. Beimengungen im Wasser. Andererseits hängen alle Strömungswiderstände vom Auftreten der Turbulenz ab, ähnlich wie in unserem Beispiel (Fig. 3 a). Übrigens gilt die Regel, daß bei turbulenter Strömung der Widerstand sich erhöht, nicht immer: Für umströmte Körper kann bei hohen Geschwindigkeiten das Eindringen der Turbulenz in die Grenzschicht die Wirkung haben, daß deren Ablösungsstelle weiter nach hinten gespült, der Nachlauf (von Wirbeln im „Totwasser“ des Hindernisses) dadurch verkleinert und der Strömungswiderstand infolgedessen vermindert wird (Fig. 3 b). Auch wenn die Umströmung zunächst laminar erfolgt und die Grenzschichtablösung eine in ihren Anfängen noch ziemlich geordnete Wirbelstraße erzeugt, vermischt sich diese in ihrer weiteren Entwicklung in turbulenter Weise mit der umgebenden Flüssigkeit. Dasselbe geschieht einem in ruhende Flüssigkeit eindringenden freien Strahl, ganz allgemein löst sich jede Unstetigkeitsfläche des Strömungsfeldes einer homogenen Flüssigkeit (z. B. beim Zusammenfluß zweier Ströme) in turbulenter Weise auf. Die Gesetze der turbulenten Strömung zu beherrschen, ist deshalb ein Ziel, um dessen Erreichung die Strömungsforschung seit langem ringt.

Alle Versuche, in die Struktur der Flechtströmung einzudringen, beginnen mit der gedanklichen Zerlegung des Strömungsfeldes nach  $v = \bar{v} + v'$  in eine geordnete Hauptströmung  $\bar{v}$  (die Mittelung kann am besten zeitlich verstanden werden;  $\bar{v}$  ist z. B. in Fig. 2 b zum Ausdruck gebracht) und eine dieser überlagerte ungeordnete Nebenbewegung  $v'$ .

Diese Zerlegung läßt sich experimentell ausführen, indem man z. B. mit einer Kamera aufnimmt, welche die Bewegung einer Hauptströmungsschicht mitmacht. Man erhält Aufnahmen wie die auf Seite 42 (Fig. 4), bei denen der Reihe nach langsamere (dem Rande näher liegende) und schnellere zentrale Schichten herausgegriffen sind. Kinematographische Aufnahme erlaubt, auch die Einzelheiten des Strömungsvorgangs zu verfolgen. In allen Fällen ist ein unregelmäßiges Durcheinanderwirbeln von Flüssigkeitsballen wechselnder Gestalt und Abmessung erkennbar, deren durchschnittliche Größe vom Rande nach der Mitte wächst. (Entsprechende Vorgänge in der Atmosphäre kann man an Rauchfahnen oder an dem abschnittsweise regelmäßigen, dann aber plötzlich wechselnden Wogen eines Getreidefeldes erkennen, über das der Wind hinstreicht). Die relativen Beträge der mit dieser Nebenbewegung verknüpften Geschwindigkeitsschwankungen pflegen bei einigen Prozenten zu liegen; nur in manchen Fällen (bei böigem Wind z. B.) kommen größere Schwankungen vor.

Ganz entsprechend zerlegt man rechnerisch die NAVIER-STOKESschen Gleichungen (ohne Massenkräfte, für inkompressible Flüssigkeiten)

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho (v \nabla) v = -\nabla p + \mu \Delta v; \quad \text{div } v = 0 \quad (1)$$

durch Mittelbildung in die Gleichung der Hauptströmung

$$\rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \rho (\bar{v} \nabla) \bar{v} = -\nabla \bar{p} + \mu \Delta \bar{v} - \rho \overline{(v' \nabla) v'}; \quad \text{div } \bar{v} = 0 \quad (2)$$

und in das Entwicklungsgesetz der Nebenbewegung

$$\rho \frac{\partial v'}{\partial t} + \rho (\bar{v} \nabla) v' = -\nabla p' + \mu \Delta v' - \rho \{ (\bar{v}' \nabla) \bar{v} + (\bar{v}' \nabla) v' - \overline{(v' \nabla) v'} \}; \quad \text{div } v' = 0. \quad (3)$$

Freilich läßt sich die Trennung wegen der Nichtlinearität nicht vollständig durchführen. Deshalb ist das Hauptströmungsproblem (2) nur dann selbständig lösbar, wenn es noch gelingt, das Schlußglied in den Feldgrößen der Hauptströmung auszudrücken, oder direkt als Funktion von Raum und Zeit anzugeben. Um diese Aufgabe hat sich ein Zweig der Forschung mit einigem Erfolge bemüht; über diese Versuche wird sogleich berichtet. Andererseits enthält Gleichung (3) noch Hauptströmungsgrößen, und man kann auch hier auf Lösungen nur unter der

Voraussetzung hoffen, daß das Hauptströmungsfeld verstanden oder wenigstens ausgemessen sei.

Um zunächst die Einwirkung der Nebenbewegung auf die Hauptbewegung qualitativ zu verstehen, betrachte man nochmals die Profile 2a und 2b und halte sich vor Augen, daß die Nebenbewegung mit Annäherung an die Wand erlischt. Aus der

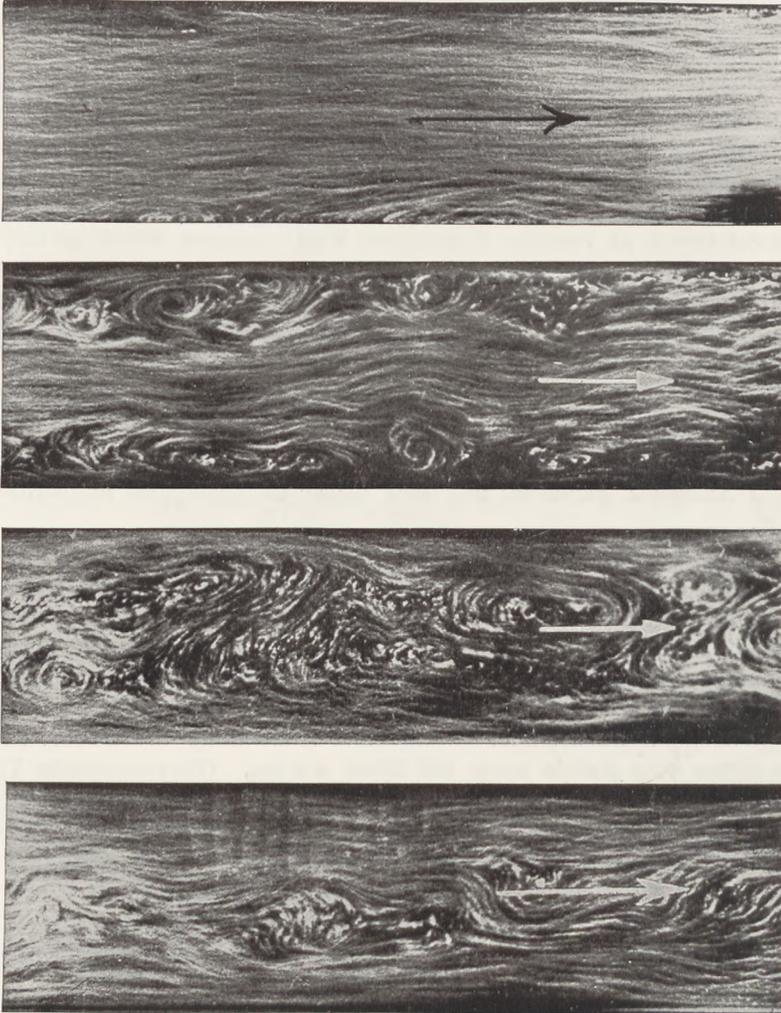


Fig. 4. Turbulente Strömung in einem Gerinne, mit verschieden rasch bewegter Kamera von NIKURADSE aufgenommen. (Aus WIEN-HARMS, Handbuch der Experimentalphysik, Bd. 4, Teil 1, S. 293. 1932.) Kamerageschwindigkeiten der Reihe nach 12,15, 20,0, 25,0 und 27,6 cm/sec.

( $y$ -) Querkomponente der Gleichung (2) ist zu entnehmen, daß auch bei der turbulenten Strömungsform das Druckgefälle ( $\partial p / \partial x$ ) über den Querschnitt konstant ist. Daraus folgt bei Betrachtung des Kräftegleichgewichts an einem herausgeschnittenen Flüssigkeitszylinder, daß in beiden Strömungsformen die Reibungsspannung zwischen benachbarten Hauptströmungsschichten übereinstimmt. Die Nebenbewegung muß also im Rohrrinnen wie eine zusätzliche Flüssigkeitsreibung wirken, die trotz ausgeglätteten Profils dieselbe Verteilung der Reibungskräfte zuläßt.

Diese Gedanken hat zuerst Q. REYNOLDS verfolgt und gezeigt, daß tatsächlich die beiden Schlußglieder in (2) sich als Auswirkung eines Tensors von Reibungsspannungen  $\Pi_{jk} = \mu \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_j} \right) - \rho \overline{v_j' v_k'}$  auffassen lassen. Das mit  $\mu$  behaftete Glied

beschreibt die eigentlichen Zähigkeitswirkungen; sie beruhen nach der kinetischen Wärmetheorie auf einem Impulsaustausch benachbarter Schichten infolge der thermischen Bewegung ihrer Moleküle (die von einer Schicht zur anderen hinüberwechseln und dabei den mittleren Impuls der Ursprungsschicht mitnehmen). Es war ein glücklicher Gedanke von L. PRANDTL, auch für die um viele Größenordnungen größere Nebenbewegung der Flüssigkeitsballen Impulsaustausch, also Reibungswirkung, auf Grund eines ähnlichen Mechanismus anzunehmen, und einen Ansatz der Art  $-\rho v_j' v_k' = \mu_{\text{turb}} \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_j} \right)$  aufzusuchen. Er fand ihn wie folgt: Legt man die X-Achse eines Koordinatensystems in die Richtung einer bestimmten „zweidimensionalen“ Hauptströmung  $\bar{v} = \bar{v}_x = \bar{u}(y)^*$ , und nimmt man an, daß ein Flüssigkeitsballen, der sich in der Y-Richtung von  $(y-l)$  bis  $y$  quer verschiebt, dabei die Geschwindigkeit  $\bar{u}(y-l) = \bar{u}(y) - l \frac{d\bar{u}}{dy}$  und den Impuls seiner Ursprungsschicht mitbringt, so kommt er mit einer Geschwindigkeitsschwankung  $u' = -l \frac{d\bar{u}}{dy}$  in der Zielschicht an und gibt bei der Durchmischung pro Zeit- und Flächeneinheit den Impuls  $-\rho l v' \frac{d\bar{u}}{dy}$  an sie ab. Im Mittel wird auf diese Weise die Reibungsspannung  $\Pi_{xy} = +\rho l v' \frac{d\bar{u}}{dy}$  erzeugt. Dieser Ausdruck enthält die Nebenbewegung nur noch in dem Faktor  $v'$ . Um auch diesen in den Größen der Hauptströmung auszudrücken, ist es z. B. notwendig, Isotropie für die Nebenbewegung anzunehmen, also  $|v'| = |u'|$  zu setzen. Bedenkt man noch, daß zu dem angenommenen Mechanismus im Fall ansteigenden Geschwindigkeitsprofils ( $\frac{d\bar{u}}{dy} > 0$ ) positives  $v'$  bei negativem  $u'$  gehört, so versteht man den PRANDTL'schen Ansatz  $\Pi_{xy} = +\rho l^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dy} \right| \cdot \frac{d\bar{u}}{dy}$ . Er enthält den „Mischungsweg“  $l$ , der gewissermaßen eine Amplitude der Nebenbewegung darstellt und Funktion des Ortes (z. B. an der Wand gleich Null) ist, aber nicht mehr vom Betrag  $V$  abhängt. Letzteres kann man daraus schließen, daß erfahrungsgemäß die Strömungswiderstände, soweit sie auf turbulenten Reibungsspannungen beruhen, proportional  $V^2$  anwachsen. Es hat sich gezeigt, daß trotz aller Vereinfachungen der wirklichen Vorgänge, mit denen der PRANDTL'sche Ansatz begründet ist, die einfachsten Annahmen über die Ortsabhängigkeit von  $l$  genügen, um mit großer Genauigkeit gewisse Hauptströmungsprofile zu berechnen. Der wichtigste dieser Erfolge ist wohl die Herleitung des logarithmischen Geschwindigkeitsanstieges an einer turbulent beströmten Wand und die daraus hervorgehende Berechnung des Strömungswiderstandes von Rohren aus der Annahme  $l \sim$  Wandabstand. Weiter konnten die turbulente Vermischung eines aus einer Wand austretenden Strahls sowie die turbulente Aufzehrung des Nachlaufes hinter einem Strömungshindernis und ähnliche Probleme berechnet werden, wobei jedesmal  $l$  proportional der Breite des Durchmischungsgebietes zu setzen ist (vgl. Fig. 5).

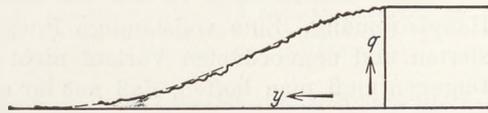


Fig. 5. Hauptströmungsprofil an der Grenze eines Freistrahls, nach Göttinger Messungen und Rechnungen von W. TOLLMIE. (Aus Handbuch der Experimentalphysik, Bd. 4, 1. Teil, S. 319, 1931.)

Trotz dieser unbestreitbar großen Erfolge enthalten PRANDTL'S Ansätze noch empfindliche Lücken und sind mancherlei Einwänden ausgesetzt. Die entscheidende Größe  $l$  ist weder direkt meßbar, noch überhaupt scharf definiert. Man versteht von hier aus die angestregten Bemühungen der englischen Schule (die sich vor allem an den Namen G. J. TAYLOR knüpfen), an ihrer Stelle exakt meßbare und begrifflich wohlbestimmte Größen zu setzen, auf deren Beschreibung hier verzichtet werden muß. Ebenso wenig ist das Entwicklungsgesetz von  $l$  (z. B. sein Anwachsen proportional dem Wandabstand oder

\* Die Beschränkung auf diese spezielle Strömungsform ist nicht so eng, wie es zunächst scheint: Die mittleren Strömungen haben in den meisten Punkten nahezu parallele Stromlinien, deren Flächen  $\bar{u}(y'z') = \text{const.}$  man zur XZ-Ebene machen kann.

der Vermischungsbreite usw.) aus Gleichung (3) verstanden. Aber was schlimmer ist: In allen Fällen, in denen der Ansatz (6) praktisch zum Ziel geführt hat, bestehen noch ernste Bedenken gegen seine bis jetzt bekannte Begründung. Zum Beispiel beruht er auf gewissen Annahmen über die Isotropie der Nebenbewegung, die in Wandnähe noch nicht einmal für die Statistik des Geschwindigkeitsvektors  $v'$  erfüllt sind, geschweige denn für die Verschiebungswege. Und für die Fälle der „freien Turbulenz“ (ohne fortdauernden Wandeinfluß) konnte TAYLOR zeigen, daß Messungen der turbulenten Temperatúrausbreitung gegen die PRANDTLsche Berechnung des Impulsaustausches sprechen und eher an eine ähnlich verstandene Übertragung von Wirbelstärken benachbarter Hauptströmungsschichten denken lassen. Doch steht auch dieser Gedanke trotz vieler Formulierungsversuche noch in den Anfängen der Gestaltung. Man muß also gestehen, daß wir zwar einige praktisch brauchbare Ansätze besitzen, um die turbulenten Reibungsspannungen für die Gewinnung der Hauptströmungsprofile in Rechnung zu setzen, daß wir aber von einer klaren Einsicht auf diesem Teilgebiet noch weit entfernt sind.

Nicht anders steht es mit der Erforschung der Nebenbewegung bei bekannter Hauptströmung. Eine vollständige Integration der Gleichung (3) ist bei dem komplizierten und ungeordneten Verlauf nicht zu erwarten und auch kaum erstrebenswert. Dagegen muß man hoffen, daß aus ihr einerseits die Grundlagen sich herleiten lassen, die zu einer statistischen Beschreibung der ausgebildeten Turbulenz notwendig sind, daß andererseits typische Einzelheiten der Nebenbewegung verständlich werden, aus denen sich der Gesamtmechanismus der turbulenten Strömung aufbaut.

Was zunächst die statistische Erfassung des fertigen Turbulenzzustandes angeht, so erwähnten wir schon, daß von einem Verständnis der dynamischen Entwicklung des PRANDTLschen Mischungsweges oder der entsprechenden Kenngrößen der TAYLORSchen Wirbeltransporttheorie noch keine Rede sein kann. Ebenso haben die Versuche verschiedener Forscher, gewisse Strömungselemente der Nebenbewegung einer abzählenden Wahrscheinlichkeitsrechnung ähnlich der thermodynamischen Statistik zu unterwerfen, bis jetzt zu keinem Erfolg geführt. Wenn solche Theorien nicht von vornherein mit neuen Unverständlichkeiten belastet sein sollen, so darf die Struktur der Turbulenz (z. B. die Ortsabhängigkeit von  $l$ ) nicht in die Abzählungsgrundlagen hineingesteckt werden, sondern muß sich als Ergebnis der Wahrscheinlichkeitsrechnung verstehen lassen. Andererseits kann man von einer bloßen Abzählung nicht erwarten, daß sie Strukturen liefert, deren Entstehungsursache nicht in irgendeiner Form der Rechnung zugrunde gelegt ist. Da wir diese Ursachen aber noch nicht einmal von der experimentellen Seite her erfaßt haben — Bildung, Wachstum, gegenseitige Störung der Flüssigkeitsballen sind uns noch unbekannt; die Rolle der Wirbel dabei ist noch nicht durchschaut —, so konnten die seitherigen Ansätze nicht befriedigen. Offenbar ist es schwierig, die im Gesamtbereich einer Strömung a priori gleichberechtigten Fälle anzugeben, so daß einerseits die mechanische Gleichartigkeit, andererseits die verschiedenen Umgebungseinflüsse, z. B. zweier Elemente an der Wand und in der freien Strömung, berücksichtigt sind.

Dagegen ist es in den letzten Jahren gelungen, auf die Entstehung der Turbulenz im ersten Entwicklungsbeginn einiges Licht zu werfen. Zuerst ist nämlich die Nebenbewegung so klein, daß die in  $v'$  quadratischen Glieder der Gleichung (3) vernachlässigt werden können. Dadurch wird sie linear und erlaubt Überlagerung ihrer Lösungen. Man kann deshalb durch Betrachtung einfacher periodischer Störungswellen auch komplizierte Nebenbewegungen im Beginn erfassen. Überlagert man nun in einem gewissen Anfangszeitpunkt einer laminaren Hauptströmung Störungswellen, die in Richtung der ersteren fortschreiten, so läßt sich aus (3) ihre hydrodynamische Weiterentwicklung, d. h. vor allem zu jeder Störungswellenlänge eine passende Wellengeschwindigkeit und Schwingungszahl ausrechnen. Die letzteren ergeben sich im allgemeinen komplex; das bedeutet, daß die Störungswelle von der Hauptströmung entweder gedämpft (dann

ist diese stabil gegen die betreffende Störung) oder angefacht wird. Im letzteren Falle wird die zuerst kleine Störung von der Hauptströmung aufgeschaukelt, und man ist (obwohl eine strenge Rechnung dann nicht mehr möglich ist) berechtigt anzunehmen, daß die Störungsschwingung schließlich kritische Ausmaße gewinnt und einen radikalen Zerfall des laminaren Profils herbeiführt.

Dieses Rechenverfahren ist in der Idee schon alt und hat eine ganze Literatur von Stabilitätsbetrachtungen hervorgerufen. Aber erst in den letzten Jahren ist es den Mitarbeitern der Göttinger Schule durch folgerichtige Berücksichtigung der Profilkrümmung einerseits, der Reibung andererseits gelungen, für einzelne Hauptströmungen die kritischen REYNOLDS-Zahlen abzuschätzen. Fig. 6 enthält Rechnungsergebnisse über die Labilität der Grenzschichtströmung einer parallel angeströmten Platte. Gegen die mit der Grenzschichtdicke  $\delta \times$  gebildete REYNOLDS-Zahl ist die Größe  $\alpha \delta \times = \delta \times \cdot 2 \pi / \lambda$  aufgetragen, wobei  $\lambda$  die Wellenlänge der sinusförmigen Störströmung bedeutet. Wenn also eine Störungswellengruppe im Zuge der Hauptströmung in der vom Plattenanfang aus wachsenden Grenzschicht mitfließt, so bewegt sich ihr Zustandspunkt in der Figur auf einem der Strahlen I, II, ... Dabei durchläuft er den von einer starken Kurve umrahmten Labilitätsbereich und schneidet innerhalb seiner die (eingezeichneten) Linien konstanter Anfachung, deren angeschriebene Zahlen berechnen lassen, in welchem Maße die Störungsamplitude bis dahin zugenommen hat. Man erkennt, daß der beobachtete Umschlag zur Turbulenz dann eintritt, wenn die „Anfachung“ etwa auf einen Wert zwischen 5 und 10 gestiegen ist. Fig. 7 zeigt dementsprechend den Anfachungsvorgang einer Störungsgruppe, von der mitbewegten Kamera aufgenommen. Es ist deutlich zu sehen, wie in den letzten Bildern die Auflösung in ungeordnete Wirbelballen, also die beginnende Turbulenz, einsetzt.

Für die Berechtigung dieser Vorstellung von der Entstehung der Turbulenz spricht die Tatsache, daß die kritische REYNOLDS-Zahl für den Zerfall der Laminarströmung in Röhren bei sorgfältiger Fernhaltung aller Störungen von ihrem Normalwert 1160 bis zu 40000 erhöht werden konnte; daß andererseits durch künstliche Einlaufstörung, z. B. Formgebung des Rohranfangs oder Übertragung von Störungsimpulsen durch Wandlöcher, der Umschlag früher erzwungen

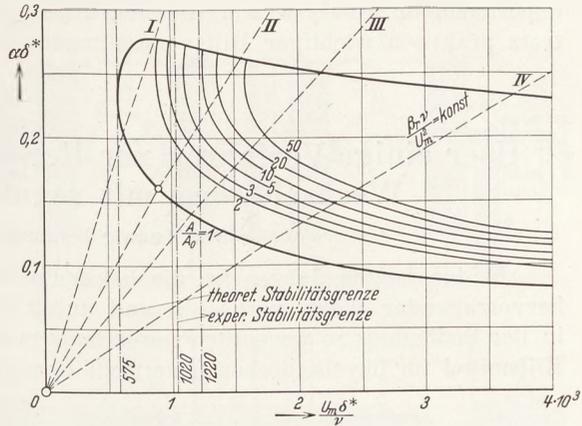


Fig. 6. Labilitätsbereich und Anfachungsstärken der Plattenströmung nach H. SCHLICHTING.  
[Aus Naturwiss. 22, 378 (1934).]



Fig. 7. Entstehung der Turbulenz in einer Plattenströmung aus einer anfangs kleinen langwelligen Strömung nach L. SCHILLER.  
[Aus Naturwiss. 22, 378 (1934).]

werden kann. Zusammenfassend läßt sich deshalb sagen, daß die Vorbedingungen zur Auslösung der Turbulenz in wesentlichen Zügen erkannt sind, während die experimentelle Analyse und die begriffliche Ordnung der ausgebildeten Turbulenz trotz praktisch wichtiger Hilfsvorstellungen noch in den Anfängen stehen.

## Über einige Verfahren zur Herstellung phasenverschobener Wechselströme mit regulierbarer Amplitude.

Von Ludwig Bergmann in Breslau.

In den letzten Jahren ist die bekannte BRAUNsche Röhre von der Technik in hervorragender Weise verbessert und durch Schaffung geeigneter Netzanschlußgeräte in der Bedienung so wesentlich vereinfacht worden, daß sie heute auch ein wertvolles Hilfsmittel im physikalischen Unterricht darstellt. Lassen sich doch mit einer solchen

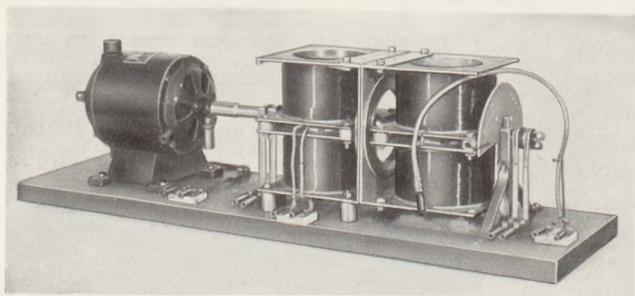


Fig. 1. Versuchsanordnung zur Erzeugung zweier niederfrequenten Wechselströme mit regulierbarer Phasenverschiebung.

Röhre viele Erscheinungen in Wechselstromkreisen sehr anschaulich demonstrieren und komplizierte Wechselstromkurven leicht analysieren. Weiterhin kann sehr schön auch die Zusammensetzung zweier zueinander senkrecht verlaufenden Schwingungen einem größeren Hörerkreise vorgeführt werden; doch fehlten bisher zu diesem Zweck geeignete, möglichst einfache und leicht zu über-

blickende Anordnungen zur Erzeugung zweier harmonischen Wechselströme mit regulierbarer Amplitude und Phase. Bei den vielfach angegebenen Verfahren, in Wechselstromkreisen mittels Abzweigungen an rein OHMSchen Widerständen und Selbstinduktionen bzw. Kapazitäten phasenverschobene Spannungen zu erhalten, ergeben sich recht unangenehme Schwierigkeiten. Einmal haben die technischen Wechselströme fast nie einen sinusförmigen Verlauf, und man muß erst durch besondere Siebketten die Oberschwingungen herausziehen, zum anderen sind die für solche Schaltungen notwendigen Selbstinduktionsspulen niemals ohne OHMSchen Widerstand bzw. die Widerstände selten vollkommen selbstinduktions- und kapazitätsfrei. Infolgedessen sind die mit solchen Schaltungen auf dem Schirm der BRAUNschen Röhre erhaltenen Ellipsen oder Kreise mehr oder weniger verzerrt. Es ist der Zweck des vorliegenden Aufsatzes, drei verhältnismäßig einfache Versuchsanordnungen zu beschreiben, bei denen die soeben erwähnten Nachteile überwunden sind.

Bei der ersten Anordnung werden die beiden Wechselströme mit gleicher Frequenz durch die Rotation zweier Spulen in zwei getrennten regulierbaren und in ihrer Richtung zueinander verstellbaren Magnetfeldern erzeugt. Damit man wirklich sinusförmige Wechselströme erhalte, müssen die Magnetfelder vollkommen homogen und die drehbaren Spulen möglichst frei von Eisen sein, um nicht durch Feldverzerrung und Hysteresis eine Verzerrung der Wechselstromkurve entstehen zu lassen. Die scheibenförmig ausgeführten drehbaren Spulen rotieren daher im Innern zweier Solenoide, die getrennt mit Gleichstrom erregt und gegeneinander verdreht werden können. Der Aufbau der so entstandenen und in Fig. 1 dargestellten Apparatur geht aus der Fig. 2 hervor, die einen Aufriß und Querschnitt durch die Anordnung zeigt. Die eingetragenen Maße sind in Millimetern angegeben und sollen nur einen ungefähren Anhaltspunkt für den Bau einer solchen Anordnung geben. Auf der gemeinsamen Achse  $a$ , die rechts in einem

Lagerblock  $b$  gelagert ist und links unmittelbar mit der Achse  $c$  eines schnelllaufenden Motors (1500 bis 2000 Umdrehungen/Min.) verbunden ist, sind in der gezeichneten Weise die beiden scheibenförmigen Spulen  $R_1$  und  $R_2$  befestigt und mit je 10 000 Wdg. eines lackisolierten Drahtes von 0,1 mm bewickelt. Die hohe Windungszahl ist notwendig, um beiden verhältnismäßig schwachen Magnetfeldern der Statorspulen  $S_1$  und  $S_2$  eine genügend hohe Spannung (etwa 50 Volt) zur Ablenkung des Elektronenstrahles im BRAUNschen Rohr zu erhalten. Die Drahtenden der beiden Spulen  $R_1$  und  $R_2$  sind im Innern der äußeren Achsteile zu zwei Doppelringkollektoren  $K_1$  und  $K_2$  geführt, von denen mittels zweier Paare Schleiffedern die Spannung abgenommen wird. Die beiden Statorspulen  $S_1$  und  $S_2$  sind mit je 1200 Wdg. eines 1 mm starken lackisolierten Drahtes bewickelt. Beide Spulen bestehen aus je zwei übereinandergesetzten Teilen, um einen leichten Zusammenbau der ganzen Anordnung zu erhalten. Die Spule  $S_1$  ist senkrecht auf dem Grundbrett befestigt; die Spule  $S_2$  dagegen ist um die Rotationsachse drehbar angeordnet. Dies ist in verschiedener Weise zu erreichen und die Fig. 2 zeigt eine der möglichen Anordnungen, bei der die Drehung der Spule  $S_2$  in dem an der Spule  $S_1$  befestigten Ringlager  $L$  erfolgt. Die Größe der Verdrehung gegenüber  $S_1$  kann, wie aus Fig. 1 ersichtlich ist, an einer Gradteilung abgelesen werden.

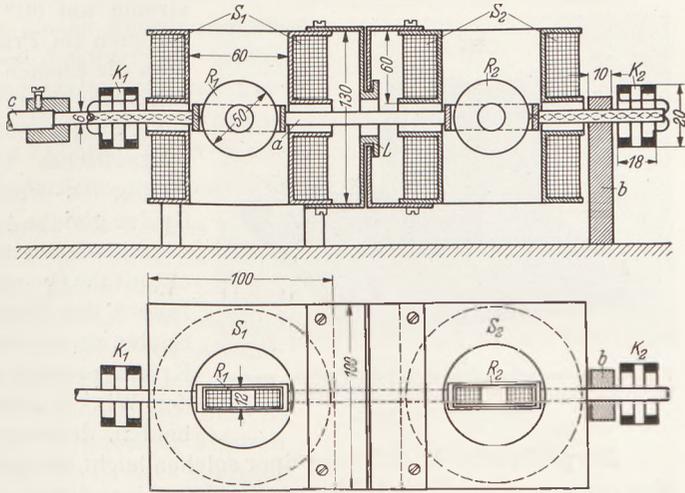


Fig. 2.

Aufriß und Querschnitt für die in Fig. 1 dargestellte Anordnung.

Die Zusammenschaltung der Anordnung mit der BRAUNschen Röhre zeigt Fig. 3. Die Spulen  $R_1$  und  $R_2$  sind mit je einem Plattenpaar der Röhre verbunden; die Statorspulen  $S_1$  und  $S_2$  werden in Parallelschaltung von einer Batterie  $B$  über Regulierwiderstände  $W_1$  und  $W_2$  erregt. Durch Verändern des Erregerstromes lassen sich die Amplituden der beiden Wechselströme beliebig verändern, während sich durch Verdrehen der Statorspule  $S_2$  die Phase einstellen läßt. Man erhält dann ohne Schwierigkeit auf dem Schirme der BRAUNschen Röhre die in Fig. 7 a bis e wiedergegebenen Figuren.

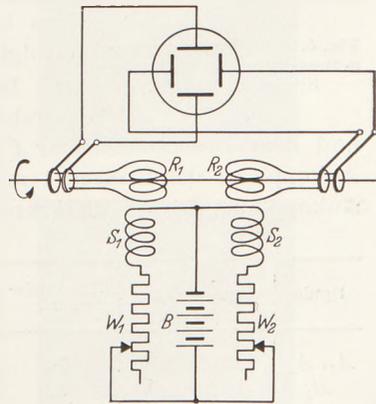


Fig. 3. Schaltbild für die Versuchsanordnung 1.

Während bei dieser Anordnung niederfrequente Wechselströme erzeugt werden, deren Frequenz je nach der Umlaufzahl des Motors zwischen 25 und 35 Hz liegt, lassen sich mit der nächsten Apparatur phasenverschobene Hochfrequenzströme mit einstellbarer Amplitude erzeugen. Das dabei benutzte Prinzip ist bereits von P. R. PETIT<sup>1</sup> angegeben und in der Hochfrequenztechnik zum Zwecke der Speisung von zwei Antennen mit phasenverschobenen Strömen vorgeschlagen und benutzt worden<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> P. E. PETIT: *Lumière électr.* (2) 13, 227 (1911).

<sup>2</sup> S. z. B. J. ZENNECK u. H. RUKOP: *Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie*, 5. Aufl., S. 425. Stuttgart: Ferdinand Enke.

Koppelt man induktiv mit einem Schwingungskreis, in dem ungedämpfte, hochfrequente harmonische Wechselströme fließen, einen auf die gleiche Frequenz abgestimmten Sekundärkreis, so sind die in dem letzteren fließenden hochfrequenten Wechselströme um  $90^\circ$  in der Phase gegenüber den Strömen im Primärkreis verschoben. Ordnet man die Ebenen der Spulen der Kreise 1 und 2 senkrecht zueinander an, so erhält man im Innern einer solchen Kreuzspulenordnung ein magnetisches Drehfeld, dessen Form kreisförmig ist, wenn die Ströme in den beiden Spulen gleiche Amplitude haben<sup>1</sup>, während es bei verschiedenen Stromstärken in den Feldspulen elliptische Gestalt annimmt. Bringt man nun im Innern des Drehfeldes zwei weitere drehbare Spulen an, so werden in diesen elektromotorische Kräfte erzeugt, deren Phasendifferenz durch den Winkel gegeben ist, den die Ebenen der beiden drehbaren Spulen miteinander bilden.

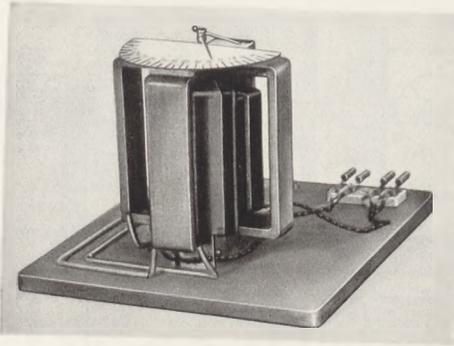


Fig. 4. Versuchsanordnung zur Erzeugung zweier hochfrequenten Wechselströme mit regulierbarer Phasenverschiebung.

Die praktische Ausführung einer solchen leicht herstellbaren Anordnung zeigt Fig. 4. Man erkennt deutlich die beiden senkrecht zueinander angeordneten Feldspulen, sowie die darin drehbar angebrachten Sekundärspulen. Fig. 5 zeigt die Lagerung der beiden drehbaren Spulen  $B_1$  und  $B_2$  in der festen Spule  $A_1$ , wodurch von außen eine beliebige Drehung der Spulen mittels der Zeiger  $Z_1$  und  $Z_2$  möglich ist. Für die Größenverhältnisse und Windungszahlen der einzelnen Spulen gibt die nachstehende Tabelle einige Anhaltspunkte.

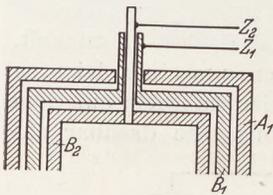


Fig. 5. Ausführung der Lagerung der beiden drehbaren Spulen  $B_1$  und  $B_2$ .

Die Spulen sind nur einlagig bewickelt; die Windungszahlen der Spulen  $B_1$  und  $B_2$  verhalten sich umgekehrt wie ihre Querschnitte. Die Zuführung zu den drehbaren Spulen erfolgt mittels dünner gedrellter Litze.

Das Schaltbild der ganzen Anordnung ist in Fig. 6 wiedergegeben. Die Spule  $A_1$  bildet zusammen mit zwei Spulen  $L$  und  $L_1$  den primären Schwingungskreis 1. Spule  $L$  dient zur Ankopplung des Kreises 1 an einen kleinen Röhrengenerator, während Spule  $L_1$  zur Ankopplung des Sekundärkreises 2 dient. Letzterer enthält die Feldspule  $A_2$ , die

Spule	Außenmaße cm	Windungs- zahl	Draht- stärke mm
$A_1, A_2$	$12 \times 12 \times 3$	36	0,6
$B_1$	$10 \times 10 \times 3$	42	0,35
$B_2$	$8,5 \times 8,5 \times 3$	58	0,35

Kopplungsspule  $L_2$  und den Abstimmkondensator  $C_2$ . Die veränderliche Kopplung zwischen  $L_1$  und  $L_2$  ermöglicht die Einstellung verschiedener Stromstärken in  $A_1$  und  $A_2$ . Als Spulen  $L, L_1$  und  $L_2$  können Honigwabenspulen mit 50 bis 200 Windungen Verwendung finden. Als Hochfrequenzquelle kann jeder beliebige Röhrengenerator benutzt werden, wie er verschiedentlich in dieser Zeitschrift beschrieben wurde<sup>2</sup>; seine Frequenz richtet sich nach der Größe der in der Anordnung benutzten Spulen und Kondensatoren. Die induktive Ankopplung des Kreises 1 an den Sender ist notwendig, damit die in einem Röhrengenerator meist

<sup>1</sup> Das Zustandekommen des kreisförmigen Drehfeldes übersieht man leicht aus folgender Überlegung: Hat das Magnetfeld in der Spule 1 den zeitlichen Verlauf  $\mathfrak{H}_1 = \mathfrak{H}_0 \sin 2\pi n t$ , so hat bei  $90^\circ$  Phasenverschiebung das Feld der Spule 2 den Verlauf  $\mathfrak{H}_2 = \mathfrak{H}_0 \sin (\omega t + 90) = \mathfrak{H}_0 \cos \omega t$ . Da beide Felder senkrecht zueinander stehen, ist das resultierende Feld  $\mathfrak{H}_r = \sqrt{\mathfrak{H}_1^2 + \mathfrak{H}_2^2} = \mathfrak{H}_0$ . Dieses Feld rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi n$  um die gemeinsame Achse der beiden Spulen 1 und 2.

<sup>2</sup> S. z. B. L. BERGMANN: Elektrische und optische Versuche mit schwingenden Kristallen. Z. physik.-chem. Unterr. 48, 49 (1935) und F. MOELLER: Versuche mit kleinen Röhrengeneratoren, diese Zeitschr. 46, 247 (1932).

noch vorhandenen höheren harmonischen Oberschwingungen ausgesiebt werden und man im Kreise 1 sowie 2 nur eine einzige harmonische Frequenz erhält. Die in Fig. 7 a bis e aufgenommenen Figuren sind mit dieser zweiten Versuchsanordnung erhalten.

Sehr schön läßt sich mit dieser Anordnung die Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen den Strömen zweier gekoppelten Kreise in Abhängigkeit von der Verstimmung eines dieser Kreise verfolgen. Diese Phasenverschiebung hat bekanntlich in Abhängigkeit von der Verstimmung  $\frac{n-n_0}{n_0}$  ( $n$  = veränderliche Frequenz des

Kreises 2,  $n_0$  = konstante Frequenz des Kreises 1) für ein bestimmtes Dämpfungsdekrement von Kreis 2 den in Fig. 8 gezeichneten Verlauf. Stellt man bei der Schaltung nach Fig. 6 Spule  $B_1$  parallel mit  $A_1$  und Spule  $B_2$  parallel mit  $A_2$  und verändert die Abstimmung des Kreises 2 durch Veränderung des Kondensators  $C_2$ , so erhält man auf dem Schirm der BRAUNschen Röhre die in Fig. 7f wiedergegebenen Figuren 1 bis 6. Bei großer Verstimmung des Kreises 2 ergibt

sich nur die horizontale Gerade, da die Spannung an der Spule  $B_2$  Null ist. Nähert man sich mit der Abstimmung der Resonanz, so erhält man nacheinander die Ellipsen 2 und 3 ( $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ ), im Augenblick der Resonanzabstimmung entsteht der Kreis

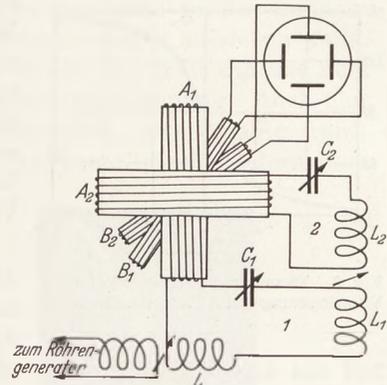


Fig. 6. Schaltbild für die Versuchsanordnung 2.

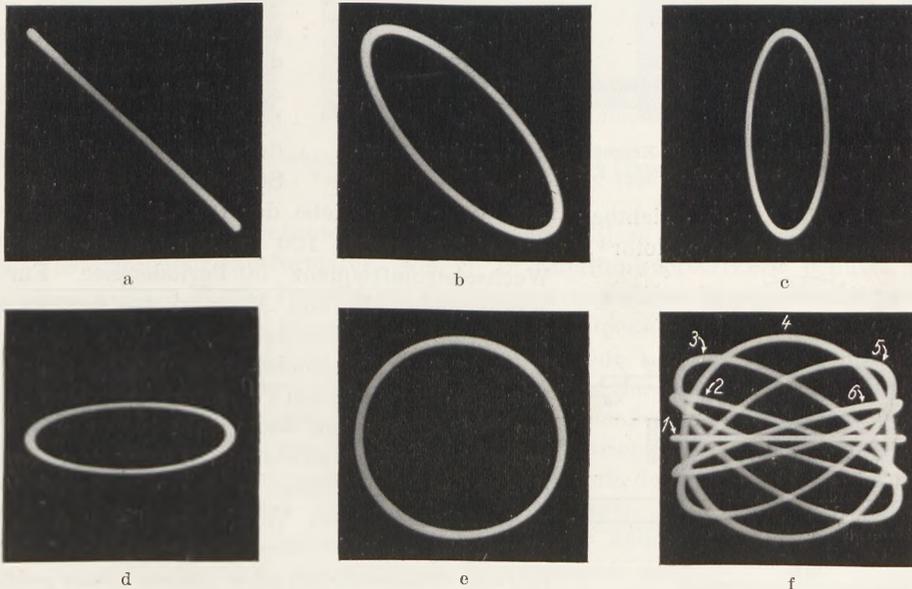


Fig. 7. Zusammensetzung zweier Wechselspannungen mit verschiedener Phase  $\varphi$  und verschiedenem Amplitudenverhältnis  $V$ . a  $\varphi = 0^\circ$ ,  $V = 1$ ; b  $\varphi = 45^\circ$ ,  $V = 1$ ; c  $\varphi = 90^\circ$ ,  $V = 2,6:1$ ; d  $\varphi = 90^\circ$ ,  $V = 1:3$ ; e  $\varphi = 90^\circ$ ,  $V = 1:1$ ; f zur Demonstration der Phasenänderung bei der Verstimmung eines Resonanzkreises.

4 ( $\varphi = 90^\circ$ ), und bei Verstimmung nach der anderen Seite kommen die Ellipsen 5 und 6 ( $90^\circ < \varphi < 180^\circ$ ) heraus.

Etwas schwieriger ist die Erzeugung zweier Wechselströme, deren Frequenzen etwa in einem ganzzahligen Verhältnis stehen und deren Amplituden und Phasen sich beliebig einstellen lassen sollen. Doch kann man wenigstens für Unterrichtszwecke diese Aufgabe in einigermaßen befriedigender Weise lösen, wenn man als Wechselstromerzeuger den von DOLEZALEK<sup>1</sup> angegebenen Wechselstromgenerator benutzt, der

<sup>1</sup> F. DOLEZALEK: Z. Instrumentenkde. 23, 240 (1903); s. auch MÜLLER-POUILLET: Lehrbuch der Physik, 10. Aufl., Bd. 4/2, S. 856. 1914.

aus einem vor den Polen zweier Magnetspulen rotierenden eisernen Zahnrad besteht. Treibt man dieses Zahnrad über eine regulierbare Reibungskupplung an, so kann man in gewissen Grenzen die Frequenz  $n$  des erzeugten Wechselstromes, die durch Zahnzahl und Umlaufzahl des Rades bedingt ist, variieren. Wählt man als Antriebsmotor einen kleinen Synchronmotor, den man aus dem Wechselstromlichtnetz betreibt, so kann man damit erreichen, daß die erzeugte Frequenz  $n$  in Phase mit der Frequenz  $n_0$  des Wechselstromnetzes ist, aus dem man den für die Versuche notwendigen zweiten Wechselstrom entnimmt. Eine Phasenregulierung ist durch Verschieben der Magnetspulen möglich.

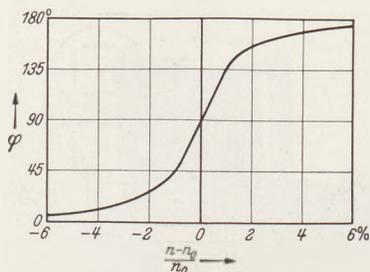


Fig. 8. Phasenverschiebung bei der Verstimmung eines Resonanzkreises.

aus dem Wechselgetriebe einer Leitspindeldrehbank — sitzt die auf der Vorderseite mit Leder beklebte Holzscheibe  $H$ .

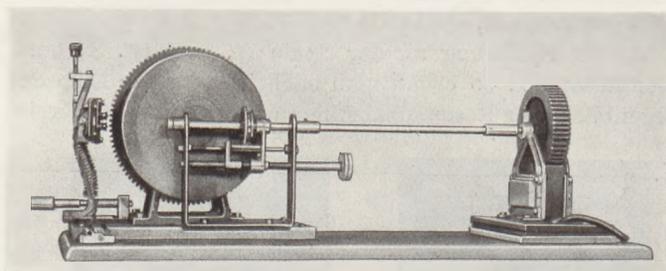


Fig. 9. Versuchsanordnung zur Erzeugung eines Wechselstromes mit veränderlicher Frequenz.

Letztere wird durch das Friktionsrad  $F$  angetrieben; dabei kann das Rad  $F$  auf der Achse  $B$  mittels der Schraubenspindel  $S$  verschoben werden, wodurch eine sehr feine Regulierung der Umlaufzahl des Zahnrades  $Z$  erreicht wird. Damit das Friktionsrad von der Achse  $B$  mitgenommen werde, besitzt diese eine Nut, in der ein am Rad  $F$  befestigter Stift eingreift. Als Synchronmotor — in Fig. 9 rechts sichtbar — dient zum Antriebe der für viele Zwecke recht brauchbare kleine Saja-Motor<sup>1</sup>,

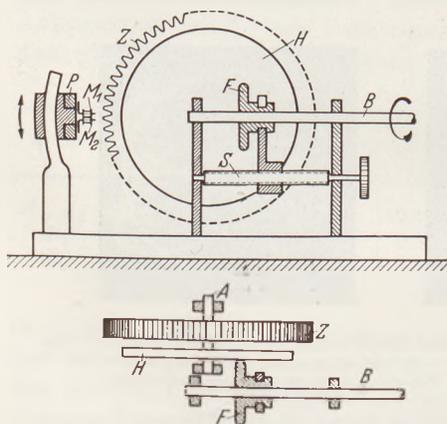


Fig. 10. Aufriß und Querschnitt für die Versuchsanordnung der Fig. 9.

dessen Tourenzahl 100 je Min. beträgt bei der Wechselstromfrequenz 50 Perioden/sec. Für die Magnetspulen  $M_1$  und  $M_2$  wird das System eines Radiokopfhörers benutzt; die beiden Spulen mit ihren flachen Weicheisenkernen sitzen auf den Polen eines kleinen Permanentmagneten  $P$ . Das ganze Spulensystem kann mittels der aus Fig. 9 erkennbaren Schraubeneinrichtung zum Zwecke der Phasenregulierung in der Höhe verschoben und gleichzeitig zur Veränderung der Amplitude der erzeugten Wechselspannung von dem Zahnradumfang etwas entfernt oder diesem etwas genähert werden.

Die in den Magnetspulen erzeugte Wechselspannung ist zu klein, um eine genügend große Ablenkung des Elektronenstrahles in der BRAUNschen Röhre zu liefern; man muß daher die Wechselspannung mittels eines zweistufigen Niederfrequenzverstärkers verstärken. Bei genügend hohem Eigenwiderstand der Magnetspulen (2000 bis 3000 Ohm) können diese direkt an Gitter und Kathode der Eingangsröhre angeschlossen werden. Vom Ausgange des Verstärkers geht man über einen Transformator, der die Spannung nochmals herauf-

<sup>1</sup> Hersteller: Firma Sander & Janzen, Berlin N 58, Sonnenbergstr. 10.

transformiert, an das eine Plattenpaar der BRAUNschen Röhre. Da die Kurvenform der vom Generator erzeugten Wechselspannung nur bei ganz bestimmter Form der Zähne des Rades sinusförmig ist, enthält die Wechselspannung im allgemeinen noch Oberschwingungen, die man durch Parallelschaltung eines genügend großen Kondensators (1 bis 2 MF) zur Primärwicklung des Ausgangstransformators aussieben kann.

An das zweite Ablenkplattenpaar der BRAUNschen Röhre legt man die aus dem Wechselstromnetz, das den Synchronmotor speist, entnommene Spannung. Auch hier muß man die stets vorhandenen Oberschwingungen aussieben. Zweckmäßig transformiert man die Netzspannung zunächst mittels eines kleinen Klingeltransformators

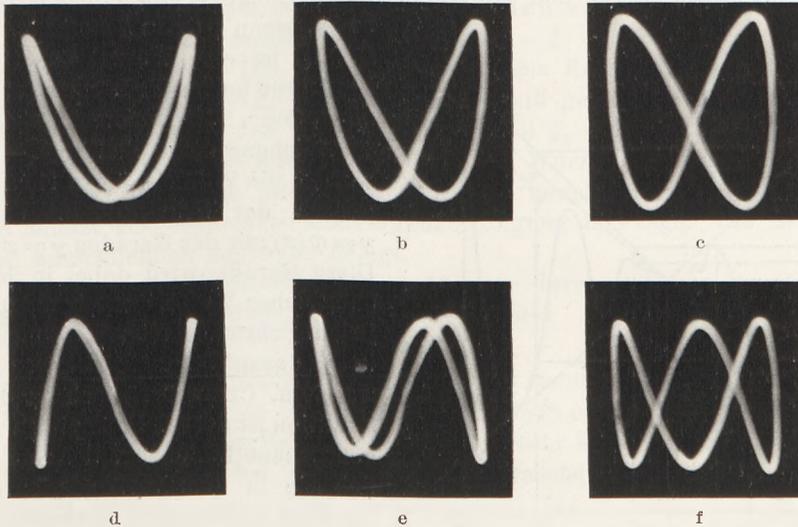


Fig. 11. Mit der BRAUNschen Röhre erhaltene LISSAJOUSsche Figuren: a bis c Frequenzverhältnis 1:2,  $\varphi = 10^\circ$ ,  $30^\circ$  und  $80^\circ$ ; d bis f Frequenzverhältnis 1:3,  $\varphi = 0^\circ$ ,  $170^\circ$  und  $90^\circ$ .

auf wenige Volt Spannung herunter und transformiert diese Spannung dann mit einem kleinen Niederfrequenztransformator, wie er in Rundfunkverstärkern benutzt wird, auf den gewünschten Wert. Parallel zur Primärwicklung dieses letzten Transformators legt man zur Aussiebung der Oberschwingungen einen Blockkondensator von 1 bis 2 MF.

Daß man mit einer solchen Anordnung sehr schöne LISSAJOUSsche Figuren auf dem Schirme der BRAUNschen Röhre erhalten kann, zeigen die photographischen Aufnahmen der Fig. 11, die einige Figuren für das Frequenzverhältnis 1:2 und 1:3 bei verschiedener Phase darstellen. Leider tritt beim Betriebe der Anordnung ein sehr schwer zu beseitigendes, schwaches Pendeln des Umlaufs des Zahnrades ein, wodurch sich die Phase zwischen den beiden Wechselspannungen innerhalb eines gewissen Betrages dauernd ändert. Infolgedessen erhält man keine vollkommen stehenden Figuren, wie mit den zuerst beschriebenen Anordnungen, doch ist die Bewegung der Figuren so langsam, dass man dabei alles Wesentliche gut erkennen kann.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität.

## Über die Auflösung von Gleichungen durch Iteration.

Von Rudolf Weyrich in Brünn.

Da die numerische Auflösung von Gleichungen eine auf allen Gebieten der exakten Wissenschaften häufig wiederkehrende Aufgabe ist und in dem neueren Schrifttum — wie z. B. in den verdienstvollen und viel benützten Schriften „C. RUNGE, Praxis der Gleichungen“, Leipzig 1900, und „C. RUNGE und H. KÖNIG, Numerisches Rechnen“,

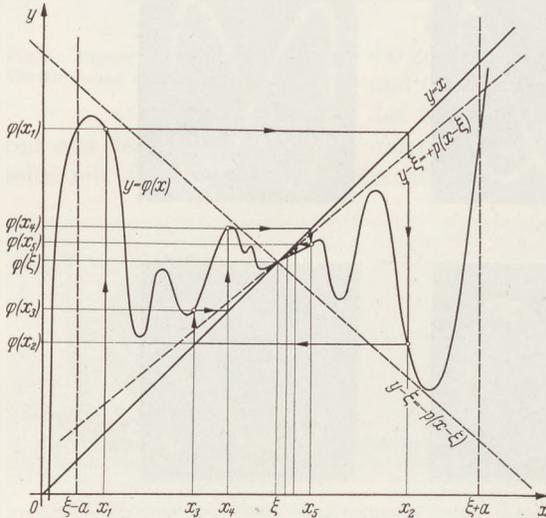
Berlin 1924 — die im wesentlichen alle übrigen Methoden umfassende Methode der Iteration eine für die Bedürfnisse der Praxis nicht ausreichende Darstellung gefunden hat, so möchte ich, selbst auf die Gefahr hin, vieles Bekannte zu sagen, die hier bestehende Lücke in den folgenden Zeilen bis zu einem gewissen Grade ausfüllen. Ich hoffe, damit dem praktischen Rechner einen kleinen Dienst zu erweisen.

Jede Gleichung  $f(x) = 0$  läßt sich auf mannigfache Weise auf die Form

$$x = \varphi(x) \tag{1}$$

bringen, am einfachsten z. B. durch den Ansatz  $\varphi(x) = x + f(x)$ . Bildet man dann eine Folge von Werten  $x_1, x_2 \dots x_n$  nach der Vorschrift:  $x_1$  beliebig,  $x_2 = \varphi(x_1)$ ,  $x_3 = \varphi(x_2) \dots x_n = \varphi(x_{n-1})$ , und konvergiert diese Folge gegen einen Grenzwert  $\xi$ ,

so ist, wenn  $\varphi(x)$  in  $\xi$  stetig ist,  $\xi = \varphi(\xi)$ , d. h.  $\xi$  ist eine Wurzel von (1). Dieses Verfahren heißt: Die Lösung von (1) durch „Iteration“. Zur geometrischen Veranschaulichung diene die Figur. — In dieser werden die Wurzeln  $\xi$  von (1) als die Abszissen der Schnittpunkte der Kurve  $y = \varphi(x)$  mit der Geraden  $y = x$  ermittelt. Diese Gerade wird dabei in leicht verständlicher Weise dazu benutzt, die bei jedem Schritt erhaltene Ordinate  $\varphi(x_{n-1})$  in die darauf folgende Abszisse  $x_n$  zu verwandeln. Charakteristisch für diese Konstruktion ist der mit Pfeilspitzen versehene gebrochene Linienzug, der rein anschaulich die in dem vorliegenden Fall vorhandene Konvergenz erkennen läßt.



Geometrische Veranschaulichung der Lösung einer Gleichung durch Iteration.

Die Folge  $x_n = \varphi(x_{n-1})$  konvergiert unter anderem immer, wenn, wie bei der Funktion  $y = \varphi(x)$  in der Figur, eine

positive Zahl  $a$  und ein positiver echter Bruch  $q$  angegeben werden können, so daß für die von  $\xi$  aus genommenen Differenzenquotienten

$$\left| \frac{\varphi(x) - \varphi(\xi)}{x - \xi} \right| = \left| \frac{\varphi(x) - \xi}{x - \xi} \right| < q < 1 \quad \text{für} \quad |x - \xi| < a \tag{2}$$

gilt, die Kurve  $y = \varphi(x)$  für  $|x - \xi| < a$  also, wie in der Figur, in den spitzen Winkelräumen zwischen den beiden Geraden  $y - \xi = \pm q(x - \xi)$  verläuft, und außerdem  $|x_1 - \xi| < a$  ist.

Wegen

$$x_n - \xi = \frac{\varphi(x_{n-1}) - \varphi(\xi)}{x_{n-1} - \xi} (x_{n-1} - \xi) \tag{3}$$

ist nämlich

$$|x_n - \xi| = \left| \frac{\varphi(x_{n-1}) - \varphi(\xi)}{x_{n-1} - \xi} \right| |x_{n-1} - \xi| < q |x_{n-1} - \xi|, \tag{4}$$

also

$$|x_n - \xi| < q |x_{n-1} - \xi| < q^2 |x_{n-2} - \xi| < \dots < q^{n-1} |x_1 - \xi| < q^{n-1} a.$$

Hieraus folgt wegen  $\lim_{n \rightarrow \infty} q^{n-1} = 0$  sofort  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \xi$ , ferner, daß mit wachsendem  $n$  die Fehler  $|x_n - \xi|$  monoton abnehmen, und zwar um so rascher, je kleiner  $q$  ist.

Aus (3) ist weiterhin zu ersehen, daß, wenn die von  $\xi$  aus genommenen Differenzenquotienten für  $|x - \xi| < a$  sämtlich positiv bzw. negativ sind, die Fehler  $x_n - \xi$  alle dasselbe Vorzeichen haben bzw. abwechselnd positiv und negativ sind.

Ist  $\varphi(x)$  für  $|x - \xi| < a$  differenzierbar, so können nach dem Mittelwertsatz der Differentialrechnung

$$\frac{\varphi(x) - \varphi(\xi)}{x - \xi} = \varphi'[\xi + \theta(x - \xi)] \quad (0 < \theta < 1) \tag{4'}$$

alle Differenzenquotienten durch entsprechende Differentialquotienten ersetzt werden, woraus zu ersehen ist, daß die Aussagen über die Vorzeichen der Fehler in gleicher Weise gelten, wenn für  $|x - \xi| < a$   $\varphi'(x)$  entweder nur positive oder nur negative Werte annimmt. Ferner ist (2) nach (4') gewiß erfüllt, wenn für  $|x - \xi| < a$   $|\varphi'(x)| < q < 1$  ist. Wie schon ein Blick auf die Figur lehrt, in der  $\varphi'(x)$  keineswegs einer solchen Beschränkung unterliegt, ist diese neue Konvergenzbedingung wesentlich enger als die frühere, doch läßt sie sich — und das ist ein wesentliches Vorteil — leicht unabhängig von  $\xi$  formulieren. Sind nämlich etwa  $\xi_1$  und  $\xi_2$  eine untere und eine obere Schranke für  $\xi$ , und lassen sich eine positive Zahl  $a$  und ein positiver echter Bruch  $q$  so finden, daß für  $\xi_1 - a < x < \xi_2 + a$   $|\varphi'(x)| < q < 1$  und außerdem  $\xi_2 - a < x_1 < \xi_1 + a$  ist, so gilt für jeden zwischen  $\xi_1$  und  $\xi_2$  gelegenen Wert  $\xi$ , also auch für die gesuchte Wurzel: Für  $|x - \xi| < a$  ist  $|\varphi'(x)| < q < 1$ , und außerdem ist  $|x_1 - \xi| < a$ . Die oben ausgesprochene Konvergenzbedingung ist also erfüllt und die Folge  $x_n = \varphi(x_{n-1})$  konvergiert gewiß gegen  $\xi$ , übrigens die einzige, und zwar einfache Wurzel von (1) in dem Intervall  $\xi_1 - a < x < \xi_2 + a$ ; denn lägen dort mehrere Wurzeln oder auch eine mehrfache Wurzel, so müßte entgegen der Voraussetzung  $\varphi'(x)$  in dem Intervall den Wert 1 annehmen. In der Praxis kommt nur diese zuletzt ausgesprochene Konvergenzbedingung in Frage. Sie ist daher dem Folgenden ausschließlich zugrunde gelegt.

Das klassische Schulbeispiel für eine bequem durch Iteration zu lösende Gleichung ist die KEPLERSche Gleichung der Astronomie:

$$E = M + e \cdot \sin E$$

( $E$  die exzentrische,  $M$  die mittlere Anomalie,  $e$  die Bahnexzentrizität eines Planeten). Da die Ableitung der rechten Seite nach  $E$  gleich  $e \cdot \cos E$  und die positive Zahl  $e$  bei den nahezu kreisförmigen Bahnen der Planeten sehr klein gegen 1 ist, so gestaltet sich die Berechnung von  $E$  bei gegebenem  $M$  der raschen Konvergenz des Verfahrens wegen äußerst einfach. Als ersten Näherungswert für  $E$  kann man  $M$  annehmen.

Ist in der Umgebung einer Wurzel  $\xi$  von (1)  $|\varphi'(x)| > 1$ , so kann diese Wurzel nicht durch Iteration von (1) ermittelt werden. C. RUNGE empfiehlt in diesem Fall, aus  $y = \varphi(x)$   $x = \psi(y)$  und hiermit die Gleichung  $x = \psi(x)$  zu bilden, welche dieselben Wurzeln wie (1) hat; denn die Kurve  $y = \varphi(x)$  ist das Spiegelbild von  $y = \psi(x)$  an der Geraden  $y = x$  und wird daher von dieser in denselben Punkten geschnitten wie  $y = \varphi(x)$ . Bei dieser Spiegelung gehen Kurvenstücke, längs deren  $|\varphi'(x)| > 1$  ist, in solche über, längs deren  $|\psi'(x)| < 1$  ist, und umgekehrt. Demnach ist also immer entweder  $x = \varphi(x)$  oder  $x = \psi(x)$  zur Ermittlung der Wurzeln durch Iteration geeignet, vorausgesetzt, daß keine mehrfachen Wurzeln vorliegen. In einigen wenigen, sehr einfachen Sonderfällen, wie etwa bei der Lösung von  $x = \operatorname{tg} x$  durch Übergang zu  $x = \operatorname{arctg} x$ , ist dieses Verfahren gut brauchbar. Indessen versagt es aber praktisch bereits bei der Lösung algebraischer Gleichungen; dann ist  $\varphi(x)$  etwa ein Polynom  $n$ -ten Grades in  $x$ , und der Übergang zur inversen Funktion  $\psi(x)$  erfordert die Lösung einer Gleichung  $n$ -ten Grades, so daß es gewiß einfacher ist, sofort die Gleichung  $\varphi(x) - x = 0$  zu lösen. Wie aber soll die Funktion  $\psi(x)$  ohne verhältnismäßig großen Rechenaufwand ermittelt werden, wenn  $\varphi(x)$  auch nur ein wenig verwickelter geartet ist? — Diese Schwierigkeiten lassen sich bis zu einem gewissen Grade umgehen, wenn man unter den vielen Gleichungen  $x = \varphi(x)$ , in die  $f(x) = 0$  übergeführt werden kann, eine passende aussucht, bei der der Übergang zu  $x = \psi(x)$  nicht nötig ist. So empfiehlt F. EMDE in seinen in der Praxis viel verwendeten „Funktionentafeln“ (Leipzig 1933), aus der kubischen Gleichung  $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$  die folgenden fünf Gleichungen zu bilden:

$$x = a - \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}; \quad x = \frac{c}{b} + x^2 \frac{a-x}{b}; \quad x = \frac{b}{a} + \frac{x^2}{a} - \frac{c}{ax};$$

$$x = \sqrt{-b + ax + \frac{c}{x}}; \quad x = \sqrt{-\frac{c}{a} + \frac{x^3}{a} + \frac{bx}{a}}$$

und, um das Verfahren der Iteration anwenden zu können, aus diesen eine solche zu wählen, für die die oben ausgesprochene Konvergenzbedingung erfüllt ist. Auch dieser Vorgang ist nicht befriedigend; denn 1. steht es nicht fest, ob überhaupt eine der angegebenen Gleichungen die geforderte Eigenschaft hat, 2. verursacht die Klärung dieser Frage eine im allgemeinen größere Rechenarbeit als die Ermittlung der Wurzel selbst, und 3. kann, wenn wirklich bei einer der vorgeschlagenen Gleichungen die Konvergenzbedingung erfüllt sein sollte, die Konvergenz so schlecht sein, daß eine Berechnung der betreffenden Wurzel durch Iteration nicht in Frage kommt. Wie in den folgenden Zeilen auseinandergesetzt werden soll, lassen sich aber alle diese Schwierigkeiten in einfachster Weise überwinden.

Außer der Kurve  $y = \varphi(x)$  haben alle Kurven des Büschels

$$(y - x) + \lambda[y - \varphi(x)] = 0 \quad (-\infty < \lambda < +\infty) \quad (5)$$

die Eigenschaft, die Gerade  $y = x$  in den durch (1) gekennzeichneten Punkten — den Grundpunkten des Büschels — zu schneiden; denn für  $y = x$  folgt aus (5) für jedes  $y \neq 0$  die Gleichung (1). Nach (5) ist für die Kurven des Büschels

$$y = \frac{1}{1 + \lambda} [x + \lambda \varphi(x)];$$

also ist

$$x = \frac{1}{1 + \lambda} [x + \lambda \varphi(x)] = \chi(x) \quad (6)$$

für beliebiges  $\lambda \neq 0$  gleichwertig mit (1). Hiernach kann durch geeignete Wahl des Büschelparameters  $\lambda$  nicht nur immer in einfachster Weise Konvergenz der Iteration erzielt, sondern auch bei schon vorhandener Konvergenz diese im allgemeinen noch verbessert werden. Man braucht nur dafür zu sorgen, daß in der Umgebung der gesuchten Wurzel  $|\chi'(x)|$  möglichst klein bleibt, was etwa dadurch erreicht werden kann, daß man, von einem brauchbaren Näherungswert  $\bar{x}$  für die Wurzel ausgehend,  $\lambda$  aus der Gleichung  $\chi'(\bar{x}) = 0$  berechnet. Das ergibt  $\lambda = -\frac{1}{\varphi'(\bar{x})}$ , so daß,  $\varphi'(\bar{x}) \neq 1$  vorausgesetzt,

$$x = \frac{\varphi(x) - x\varphi'(x)}{1 - \varphi'(x)} = \chi(x) \quad (7)$$

im allgemeinen geeigneter für die Iteration ist als (1).

Soll z. B. die reelle Wurzel der kubischen Gleichung

$$f(x) = x^3 - 10x^2 + 10x - 110 = 0$$

ermittelt werden, so wird man wie immer die Lage der Wurzel zunächst schätzungsweise bestimmen. Es ist  $f(10) = -10$ ,  $f(11) = +121$ ; also liegt die Wurzel etwa bei 10,1. Bei dem Ansatz  $\varphi(x) = x + f(x) = x^3 - 10x^2 + 11x - 110$  ist  $\varphi'(x) = 3x^2 - 20x + 11$ , also  $\varphi'(10,1) = 115,03$ , so daß bei dieser Wahl von  $\varphi(x)$  die oben ausgesprochene Konvergenzbedingung nicht erfüllt ist. Tatsächlich divergieren auch alle Iterationsfolgen, die auf beliebigen, nicht mit der gesuchten Wurzel zusammenfallenden Werten aufgebaut sind. Nach (7) ist aber, wenn zur Vereinfachung, da  $\bar{x}$  nicht gerade genau gleich 10,1 zu sein braucht,  $\varphi'(\bar{x}) = 115$  gesetzt wird,

$$x = -\frac{1}{114} (x^3 - 10x^2 - 104x - 110) = \chi(x) \quad (8)$$

mit (1) gleichwertig, aber im Gegensatz hierzu für die Lösung durch Iteration geeignet. Mit dem Näherungswert  $x_1 = 10,1$  beginnend, ergibt sich die Folge  $x_2 = \chi(x_1) = 10,089465$ ,  $x_3 = \chi(x_2) = 10,0894479$ , und dieser letzte Wert ist bereits in allen Dezimalen richtig. Wie bei diesem Beispiel, so ist auch im allgemeinen die meist nicht sehr mühsame Ermittlung eines geeigneten  $\lambda$ -Wertes lohnend; denn wenn durch Verbesserung der Konvergenz auch nur ein einziger Schritt bei der Iteration erspart wird, so wird schon dadurch die gesamte Rechenarbeit trotz der bei der Ermittlung des  $\lambda$ -Wertes geleisteten Mehrarbeit herabgesetzt.

Das soeben auseinandergesetzte Verfahren kann dadurch in gewisser Weise noch verbessert werden, daß der Büschelparameter nicht wie in (7) ein für allemal fest gewählt, sondern von Schritt zu Schritt der Verbesserung der Näherungswerte entsprechend mit korrigiert wird. So kann man etwa in (7) den Wert  $x$  beim ersten Schritt durch  $x_1$ , beim zweiten durch den besseren Näherungswert  $x_2$ , beim dritten durch  $x_3$  usw. ersetzen, was auf dasselbe hinauskommt, daß an Stelle von (1) die damit offenbar gleichwertige Gleichung

$$x = \frac{\varphi(x) - x\varphi'(x)}{1 - \varphi'(x)} = \omega(x) \quad (9)$$

durch Iteration gelöst wird. Setzt man in (9) insbesondere, wie schon früher,  $\varphi(x) = x + f(x)$ , so erhält man

$$x = x - \frac{f(x)}{f'(x)} = \omega(x), \quad (10)$$

die bekannte Formel des NEWTONSchen Näherungsverfahrens. Aus (10) ergibt sich  $\omega'(x) = \frac{f(x)f''(x)}{[f'(x)]^2}$ . Hiernach ist für eine  $m$ -fache Wurzel  $\xi$  von  $f(x)$  — wie man leicht nachrechnet —  $\omega'(\xi) = 1 - \frac{1}{m}$ , also für  $m > \frac{1}{2}$   $|\omega'(\xi)| < 1$ . Das NEWTONSche Verfahren konvergiert daher immer für  $m > \frac{1}{2}$ , wenn  $\omega'(x)$  an der Stelle  $\xi$  stetig ist und der erste Näherungswert hinreichend nahe an  $\xi$  gewählt wird. Im Prinzip ist es also im Gegensatz zu dem gewöhnlichen Iterationsverfahren auch für die Berechnung mehrfacher Wurzeln ( $m > 1$ ) geeignet. Die praktische Durchführung scheidet jedoch daran, daß das Korrektionsglied  $-f(x):f'(x)$  in (10) für  $m > 1$  bei der Annäherung an  $\xi$  die Form  $0:0$  annimmt. In der Praxis bleibt daher nichts anderes übrig, als daß, wenn etwa  $m$  ganz ist, zur Ermittlung der  $m$ -fachen Wurzel die Gleichung  $f^{(m-1)}(x) = 0$  an Stelle von  $f(x) = 0$  benützt wird.

In dem gewöhnlich vorliegenden Fall  $m = 1$  ist  $\omega'(\xi) = 0$ , so daß die Entwicklung von  $\omega(x_{n-1})$  in (9) nach steigenden Potenzen von  $x_{n-1} - \xi$

$$x_n - \xi = \omega(x_{n-1}) - \omega(\xi) = \frac{\omega''(\xi)}{2!} (x_{n-1} - \xi)^2 + \dots \quad (11)$$

ergibt, die entsprechende Entwicklung von  $\chi(x_{n-1})$  in (7) hingegen, da im allgemeinen  $\chi'(\xi) \neq 0$  ist,

$$x_n - \xi = \chi(x_{n-1}) - \chi(\xi) = \chi'(\xi) (x_{n-1} - \xi) + \dots \quad (12)$$

Das NEWTONSche Verfahren konvergiert daher, wie man sagt, „quadratisch“, das gewöhnliche Iterationsverfahren „linear“, was für die Praxis folgendes besagen will: Ist beim NEWTONSchen Näherungsverfahren der Fehler von  $x_n$  von der Größenordnung  $10^m$ , so ist nach (11) der von  $x_{n-1}$  von der Größenordnung  $10^{-2m}$ , d. h. die Anzahl der richtigen Dezimalen verdoppelt sich im wesentlichen von Schritt zu Schritt; ist beim gewöhnlichen Iterationsverfahren  $\chi'(\xi)$  von der Größenordnung  $10^{-k}$ , so erhält man nach (12) bei jedem Schritt wegen des Absinkens des Fehlers auf den  $10^k$ -ten Teil im wesentlichen  $k$  neue richtige Dezimalen. Hieraus ist zu ersehen, daß das NEWTONSche Verfahren seine volle und sehr beachtenswerte Kraft hauptsächlich dann entfaltet, wenn es sich darum handelt, einen an sich schon sehr guten Näherungswert wesentlich zu verbessern. Legt man aber — und das ist ja sehr oft der Fall — auf allzugroße Genauigkeit keinen Wert, so ist das Iterationsverfahren nach (7) wegen seines geringeren Rechenaufwandes vorzuziehen. So beträgt der Fehler des zweiten Näherungswertes  $x_2$  bei der Lösung von (8) nur mehr 2 Einheiten der 5. Dezimale, und der Rechenaufwand ist in Anbetracht dieser Genauigkeit doch sehr gering.

Versucht man, die Lösung von (9) wie die von (1) in der Figur geometrisch zu deuten, so gelangt man zu folgendem: Aus der durch Differentiation von (5) erhaltenen Gleichung  $(y' - 1) + \lambda [y' - \varphi'(x)] = 0$  kann bei vorgegebenem  $x$  und  $y'$  durch Auflösen nach  $\lambda$  der Büschelparameter derjenigen Kurve von (5) ermittelt werden, die für das

vorgegebene  $x$  die vorgegebene Steigung  $y'$  hat. Setzt man  $y' = c$ , so ist Lösung nur mehr eine Funktion  $\lambda(x)$  von  $x$ . Trägt man diese in (5) ein, so erhält man die Kurven gleicher Steigung — die Isoklinen — des Büschels (5), deren Gleichung demnach — sie bilden selbst wieder ein Büschel mit  $c$  als Parameter —

$$y - x + \frac{1-c}{c-\varphi'(x)} [y - \varphi(x)] = 0 \quad \text{oder} \quad y = \frac{(1-c)\varphi(x) + [c-\varphi'(x)]x}{1-\varphi'(x)}$$

lautet. Die Isokline  $c=0$  hat demnach die Gleichung  $y = \frac{\varphi(x) - x\varphi'(x)}{1-\varphi'(x)}$ , d. h. sie ist gerade die Kurve, die mit  $y=x$  zusammen die Gleichung (9) liefert. Da  $\lambda(x)$  für  $c \neq 1$  für alle Werte von  $x$  von Null verschieden ist, so folgt aus der Gleichung der Isoklinen, daß für  $c \neq 1$  und  $y=x$  immer  $x = \varphi(x)$  sein muß. Das Büschel der Isoklinen hat also dieselben Grundpunkte wie das Büschel (5). Demnach kann jede Isokline, für die  $c \neq 1$  ist, ebenso wie die Isokline  $c=0$  (NEWTONSches Verfahren) durch den Ansatz  $y=x$  zur Bildung einer Gleichung herangezogen werden, welche dieselben Wurzeln liefert wie (1). Wählt man z. B.  $c=m-1$ , so erhält man, wie man leicht nachrechnet, eine Gleichung, deren Iterationsfolgen wie beim NEWTONSchen Verfahren für  $m=1$  nun ganz allgemein für beliebiges  $m$  quadratisch konvergieren.

Offenbar ändert sich an den vorstehenden Schlußfolgerungen nichts, wenn  $c$  durch eine Funktion von  $x$  ersetzt wird, jedoch so, daß  $\lambda(x)$  auch bei dieser Verallgemeinerung immer von Null verschieden bleibt oder zumindest, wenn man sich von vornherein auf eine gewisse Umgebung der gesuchten Wurzeln beschränkt, in diesem Gebiet nicht verschwindet. Setzt man dann in (6)  $\frac{1}{1+\lambda(x)} = g(x)$  und wie früher  $\varphi(x) = x + f(x)$ , so erhält man

$$x = x + f(x)g(x) = \psi(x), \quad (13)$$

und es ist klar, daß jede konvergente Iterationsfolge dieser Gleichung, die einem Gebiet angehört, in dem  $g(x)$  nicht verschwindet, notwendig gegen eine Wurzel von  $f(x)=0$  konvergieren muß. Soll nun eine solche Wurzel  $\xi$  durch Iteration von (13) ermittelt werden, so wird man zunächst  $g(x)$  so zu bestimmen suchen, daß  $\psi'(\xi) = 0$  wird. Das ergibt wegen  $f(\xi) = 0$ :  $1 + g(\xi)f'(\xi) = 0$ . Dieser Bedingung wird offenbar Genüge geleistet, wenn etwa, wie beim NEWTONSchen Näherungsverfahren,  $g(x) = -\frac{1}{f'(x)}$  gesetzt wird. Darüber hinaus leistet folgender allgemeinerer Ansatz

$$g(x) = -\frac{1}{f'(x)} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n [f(x)]^n$$

dasselbe, in dem die nach Potenzen von  $f(x)$  fortschreitende Reihe in einer hinreichend großen Umgebung von  $\xi$  konvergieren soll. Bricht man diese Reihe nach dem ersten Gliede ab, so kann die einzige verfügbare Konstante  $c_1$  so bestimmt werden, daß  $\psi'(x)$  außer der immer vorliegenden Nullstelle  $\xi$  eine weitere Nullstelle in dem jeweiligen Näherungswert erhält. Eine einfache Rechnung zeigt, daß dann für den  $n$ -ten Näherungswert  $x_n$

$$c_1 = -\frac{1}{2} \frac{f''(x_n)}{[f'(x_n)]^3}$$

zu setzen ist. Korrigiert man diese Konstante von Schritt zu Schritt mit, so führt das auf die Iteration der Gleichung

$$x = x - \frac{f(x)}{f'(x)} - \frac{1}{2} \frac{f''(x)}{f'(x)} \left[ \frac{f(x)}{f'(x)} \right]^2, \quad (14)$$

die nach den Erfahrungen des Verfassers sich auch immer dann bewährt hat, wenn die anderen Methoden versagten.

Benützt man an Stelle von (14) eine Formel, in der alle Glieder der Potenzreihe in  $g(x)$  zur Verwendung gelangen, so stehen unendlich viele Konstanten  $c_n$  zur Verfügung, die dazu benützt werden können, beliebig viele Ableitungen von  $\psi(x)$  für

die jeweiligen Näherungswerte zum Verschwinden zu bringen. Hierdurch kann die Konvergenz des Verfahrens beliebig weitgehend verbessert werden. Im allgemeinen empfiehlt sich aber dieser Vorgang für die Praxis nicht, da die Komplizierung der Funktion  $\psi(x)$  den Vorteil der besseren Konvergenz wieder aufhebt. Übrigens ist auch ein anderer Weg manchmal von Vorteil. Hat man eine Gleichung  $f(x)=0$  auf  $k$  verschiedene Weisen auf die Form  $x=\varphi_v(x)$  gebracht, wobei die Funktionen  $\varphi_v(x)$  linear unabhängig sein sollen, so kann man mit  $k+1$  Gewichten  $p_0, p_1 \dots p_k$ , deren Summe gleich 1 sein soll, diese Gleichungen zu einer neuen Gleichung

$$x = p_0 x + \sum_{v=1}^k p_v \varphi_v(x)$$

zusammenfügen, und hierin läßt sich durch geeignete Wahl der Gewichte, die übrigens auch von  $x$  abhängen können, Ähnliches erzielen wie oben. Indessen soll hierauf nicht näher eingegangen werden, da die hier ausführlich mitgeteilten Methoden in der Praxis im allgemeinen vollkommen ausreichen. Ebenso soll der Kürze wegen die leicht durchzuführende Erweiterung der Methoden auf Systeme von Gleichungen mit mehreren Unbekannten unterbleiben. Auf einen Punkt sei aber noch nachdrücklich hingewiesen: Bisher wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß die zu ermittelnden Wurzeln reell seien. Diese Einschränkung ist nicht nötig. Die Methoden sind auch zur Ermittlung komplexer Wurzeln geeignet, wie man sofort sieht, wenn man an Stelle des für reelle Funktionen geltenden Mittelwertsatzes den DARBOUXschen Mittelwertsatz für analytische Funktionen im Komplexen heranzieht.

Berichtigung: Durch ein Versehen sind in der Figur die Geraden  $y - \xi = \pm q(x - \xi)$  mit  $y - \xi = \pm p(x - \xi)$  bezeichnet worden.

### Kleine Mitteilungen.

#### Über den Zustand von Flüssigkeiten in Hebern.

Von Julius Meyer in Breslau.

Taucht man eine gebogene Röhre, die vollständig mit Flüssigkeit gefüllt ist, in zwei Gefäße, die mit derselben Flüssigkeit in verschiedener Höhe angefüllt sind, so strömt die höher stehende Flüssigkeit durch den Heber hinauf und hinter dem Scheitelpunkt wieder hinab in das andere Gefäß, bis ein Ausgleich der Flüssigkeitshöhenunterschiede erfolgt ist. Bei dieser lange bekannten Heberwirkung hat man vielfach dem Luftdruck eine wichtige Rolle zugeschrieben. Inzwischen ist die früher häufig vertretene Ansicht, daß der Luftdruck die treibende Kraft bei der Flüssigkeitsströmung sei, wohl endgültig als falsch erkannt worden. Die Druckunterschiede auf den beiden verschiedenen hohen Flüssigkeitsoberflächen sind viel zu gering, um eine so energische Strömung der Flüssigkeit durch das Heberrohr bewirken zu können. Hingegen findet man noch häufig die Ansicht vertreten, daß der Luftdruck, der auf dem ganzen Systeme lastet, ein Zerreißen der Flüssigkeitssäule im Scheitelpunkte des Hebers verhindere. Die beiden Flüssigkeitssäulen in den Heberschenkeln streben infolge ihres Eigengewichtes nach unten, zerreißen aber nicht unter Bildung einer Dampfblase im Scheitel des Hebers, weil der Luftdruck von beiden Seiten her die Flüssigkeitssäulen wieder zusammendrückt. Indessen dürfte auch diese Ansicht nur bedingt richtig sein. Arbeitet man nämlich mit reinen, gut ausgekochten und gasfreien Flüssigkeiten, so spielt der Luftdruck bei der Heberwirkung überhaupt keine Rolle. Denn wie C. STEINBRINCK<sup>1</sup> schon vor 30 Jahren durch sehr schöne und sinnreiche Versuche gezeigt hat, findet bei solchen Flüssigkeiten

<sup>1</sup> C. STEINBRINCK: Z. phys. chem. Unterr. 17, 277 (1904); 18, 24 (1905). Vgl. dazu A. WEINHOLD: Z. phys. chem. Unterr. 17, 346 (1904); 18, 153 (1905); ferner E. PENZOLD: Z. phys. chem. Unterr. 18, 156 (1905).

eine Heberwirkung auch im Vakuum statt. Das Zerreißen der Flüssigkeitssäule im Scheitel des Hebers wird bei diesen Flüssigkeiten nicht durch den Luftdruck verhindert, sondern durch die Reißfestigkeit der Flüssigkeit selbst. Etwas anders liegen die Verhältnisse aber bei Flüssigkeiten, die nicht gasfrei sind und infolgedessen Keimbläschen und Dampfkeime enthalten, an denen ein Zerreißen oder ein Bruch der Flüssigkeitssäule bei vermindertem oder gar bei negativem Druck erfolgen kann. Befindet sich ein solches Keimbläschen gerade im Scheitel des Hebers und ist der hydrostatische Zug der Flüssigkeitssäulen so groß, daß der auf das Keimbläschen wirkende Druck geringer geworden ist, als der Dampfdruck der Flüssigkeit bei der herrschenden Temperatur, dann löst das Keimbläschen die Bildung einer Dampfblase aus, so dass die beiden Flüssigkeitssäulen in den Heberschenkeln herabsinken und die Heberwirkung unterbrochen wird. Da die Reißfestigkeit z. B. des Wassers bei Zimmertemperatur viele Hunderte von Atmosphären beträgt, so könnten theoretisch die Heberschenkel bei gut ausgekochtem, keimbläschenfreien Wasser mehrere 1000 Meter lang sein, ohne daß die Flüssigkeitssäule während des Hindurchhebers abreißen sollte. Benutzt man aber ein lufthaltiges, also keimbläschenhaltiges Wasser, so kann man die Heberschenkel nur so lang machen, bis der hydrostatische Zug zwischen Heberscheitel und dem Niveau der unteren Flüssigkeit ungefähr 1 Atm beträgt. Bei 20° und 760 mm Luftdruck beträgt der hydrostatische Zug einer Wassersäule im Scheitel des Hebers nur  $760 - 17,5 = 742,5$  mm Hg, was einem Niveau-Unterschied zwischen Heberscheitel und der Oberfläche des Wassers im tiefer stehenden Gefäße von ungefähr 10,25 m entspricht. Unter den üblichen Verhältnissen kann man also die Schenkel eines Wasserhebers höchstens 10 m lang machen, da man sonst Gefahr läuft, infolge Zerreißen der Flüssigkeit durch Blasenbildung im Heberrohr die Heberwirkung zu vernichten.

Bei der Verwendung dampfkeimfreier Flüssigkeiten hängt, wie oben gezeigt wurde, die Länge der Heberschenkel, oder genauer gesagt, der Höhenunterschied zwischen Heberscheitel und Flüssigkeitsoberfläche von der Reißfestigkeit der Flüssigkeit ab, die mit der von mir früher untersuchten Zugfestigkeit der Flüssigkeiten<sup>1</sup> zusammenfällt und die an anderer Stelle<sup>2</sup> als die molekulare Festigkeit der Flüssigkeiten erörtert worden ist, indem der SMEKALSche Begriff der molekularen Zugfestigkeit fester Stoffe auf Flüssigkeiten übertragen wurde. Die Flüssigkeiten können so als die idealamorphen Körper SMEKALS<sup>3</sup> aufgefaßt werden, bei denen die technische und die molekulare Festigkeit zusammenfallen.

Die molekulare Festigkeit einer Flüssigkeit ist eine Funktion der VAN DER WAALSSchen Molekülattraktion, die sich aus den Konstanten  $a$  und  $b$  der VAN DER WAALSSchen Zustandsgleichung, z. B. für Wasser, zu Tausenden von Atmosphären berechnen läßt. Indessen wirkt der Molekülattraktion die lockernde thermische Eigenbewegung der Moleküle entgegen, so daß die molekulare Festigkeit oder die Reißfestigkeit der Flüssigkeiten gleichsam die resultierende Differenz dieser Molekülanziehung und der Wärmebewegung der Moleküle ist. Auf jeden Fall muß die molekulare Festigkeit kleiner als die VAN DER WAALSSche Molekülattraktion sein. Da die Wärmebewegung der Moleküle mit steigender Temperatur zunimmt, so muß die molekulare Festigkeit dabei kleiner werden. Man erreicht schließlich eine Temperatur, bei der die molekulare Festigkeit und Reißfestigkeit gleich Null wird und die Flüssigkeit freiwillig auch ohne Dampfkeime<sup>4</sup> und ohne freie Oberfläche unbedingt in eine flüssige und eine gasförmige Phase zu zerfallen beginnt. Nach VAN DER WAALS ist diese Temperatur gleich  $27/32$  der kritischen Temperatur. Versuche, die vor längerer Zeit von mir<sup>5</sup> in diesem Gebiete angestellt worden sind, zeigten eine zum mindesten angenäherte Übereinstimmung zwischen der

<sup>1</sup> JUL. MEYER: Zur Kenntnis des negativen Druckes. Abh. Dtsch. Bunsengesellschaft 1911, Nr 6.

<sup>2</sup> JUL. MEYER: Z. phys. Chem. Abt. A 173, 106 (1935).

<sup>3</sup> A. SMEKAL: Naturwiss. 20, 799 (1922).

<sup>4</sup> W. DÖRING: Z. phys. Chem. Abt. B 36, 371; 38, 292 (1937).

<sup>5</sup> JUL. MEYER: Z. Elektrochem. 18, 709 (1912).

beobachteten und der nach VAN DER WAALS berechneten Temperatur, bei der also die molekulare Festigkeit einer Flüssigkeit verschwindend klein geworden ist. Die kritische Temperatur des Wassers liegt bei  $364^{\circ}$ . Demnach beginnt der freiwillige Zerfall auch des reinsten flüssigen Wassers in Flüssigkeit und Dampf bei  $27 \cdot 364/32 = 308^{\circ}$ . Es ist demnach nicht möglich, Wasser bei dieser Temperatur und erst recht nicht bei noch höheren Temperaturen durch ein Heberrohr abzuleiten. Es würde sofort im Heberrohr Dampfbildung auftreten, trotz des extrem hohen Druckes, unter dem das System zur Erreichung der hohen Temperatur stehen muß. Es ergibt sich also, daß es nicht möglich ist, eine Flüssigkeit jenseits ihrer Zerfallstemperatur  $27 \cdot T_{\text{krit.}}/32$  durch Heber ausströmen zu lassen, selbst wenn die Heberschenkel verschwindend kurz gehalten werden. Geht man allmählich unter diese Zerfallstemperatur der Flüssigkeiten herunter, so kann die Schenkellänge, bzw. der Unterschied zwischen der Scheitelhöhe des Hebers und dem Niveau des unteren Flüssigkeitsspiegels, immer größer gehalten werden. Aber durch Überschreiten einer gewissen Höhendifferenz und des dadurch bewirkten hydrostatischen Zuges wird sofort Dampf- und Blasenbildung im Heberrohr ausgelöst und die Heberwirkung unterbrochen.

*Breslau, Allgemeines Chemisches Institut d. Univ. u. T. H.*

### Die Nebeldurchdringung mit gelbem Licht.

Von Johannes Jaumann in Brünn.

In den letzten Jahren hat sich die Verwendung von gelben Lichtfiltern in Automobilscheinwerfern oder auf deren Lampen sehr verbreitet. Auch durch das Aufkommen der Natriumdampflampen, die wegen ihrer hohen Wirtschaftlichkeit<sup>1</sup> vor allem berufen sein werden, die künftige ortsfeste Beleuchtung der Fernstraßen zu bestreiten, hat sich das Interesse für die physiologischen Wirkungen des gelben Lichtes gesteigert.

Diese beruhen teilweise auf der Ausschaltung des kurzwelligen Spektralbereiches bis etwa  $0,5 \mu$ , zum anderen Teil auf der Monochromasie des Natriumlichtes. Sie äußern sich einerseits in einer Erhöhung der Sehleistungen bei gleicher Beleuchtungsstärke<sup>2</sup>, andererseits in einer Verminderung der Blendung, d. h. Verminderung der Sehleistungen durch gleichzeitige Beleuchtung des gelben Fleckes selbst (direkte Blendung) oder eines peripheren Teiles der Netzhaut (indir. Blendung).

In dem für Straßenbeleuchtung wichtigen Bereiche von 0,2 bis 10 Apostilb (Lux auf Weiß) kann zur Erzielung gleicher Sehstärke Natriumlicht 3,5 bis 4,5 (je nach Objekt und Beobachter) mal so schwach gehalten werden als weißes Glühlampenlicht. Zur Erzielung der gleichen Wahrnehmungsgeschwindigkeit und Lesegeschwindigkeit muß in dem genannten Beleuchtungsintervall Glühlampenlicht doppelt so stark sein als Natriumlicht. Während bei simultaner Blendung sich Gelblicht nicht von weißem unterscheidet, ergibt sich bei Sukzessivblendung, d. h. nach kurzer Einwirkung der Blendungslichtquelle auf das Zentrum des Gesichtsfeldes für gelbes Licht gleicher Helligkeit eine 1,7- bis 2mal so kurze Herstellungszeit für die ursprüngliche Sehleistung, oder bei gleicher Herstellungszeit darf Gelblicht etwa 1,6mal so hell sein als weißes Glühlampenlicht, bei indirekter Blendung sogar 3mal so hell.

Endlich kommt der Blendung mit kurzwelligem Licht eine, allerdings nur subjektiv erfaßbare, viel höhere „Hinderlichkeit“ zu, als man nach seiner geringen spektralen Helligkeit erwarten sollte. Die letzten zwei Umstände sprechen ganz besonders für die Verwendung des Gelblichtes im Straßenverkehr.

<sup>1</sup> Bis 85 Lm/Watt, d. i. die vierfache Lichtausbeute von Glühlampen (20 Lm/Watt über 1 Amp).

<sup>2</sup> Wo nichts anderes gesagt, stets mit der für das Tagessehen (Zäpfchen) geltenden spektralen Helligkeitsverteilung gerechnet oder gemessen.

Daneben wurde seit Einführung des Gelblichtes diesem einfach auf Grund des subjektiven Eindruckes eine viel bessere „Nebeldurchdringung“ zugesprochen.

Es soll zunächst gezeigt werden, daß diese nicht auf den physikalischen Vorgang der stärkeren Zerstreuung kurzwelliger Lichtes im Nebel zurückgeführt werden kann, sondern daß es sich um einen physiologischen Vorgang, die Ausschaltung der indirekten Blendung des Stäbchenapparates durch kurzwelliges Streulicht, handelt.

Der Nebel bedingt durch Zerstreuung eine Schwächung des Lichtstromes mit wachsendem Abstände von der Lichtquelle. Da das kurzwellige Licht stärker gestreut wird, muß also weißes Licht stärker geschwächt werden als gelbes. Zur Ermittlung muß die spektrale Energieverteilung in verschiedenen Abständen bestimmt werden und mit der Helligkeitsempfindlichkeitskurve für Tagesssehen der Lichtstrom berechnet werden. Für die spektrale Abhängigkeit der Streuung wurde als Extremfall das RAYLEIGHsche Gesetz benutzt, das aber nur für Teilchen gilt, die erheblich kleiner als die gestreute Wellenlänge sind (blauer Dunst). Als Lichtquelle wurde eine gasgefüllte Wolframwendeldrahtlampe mit der Farbtemperatur 2900° K angenommen, und zwar zunächst ohne Filter (LW), dann dieselbe mit einem gelben Filter, das unter  $0,5\mu$  undurchlässig, darüber vollkommen durchlässig ist (LG); weiter mit einem orangefarbenen oder hellbraunen Filter, das von  $0,54\mu$  abwärts auch noch die blaugrünen und einen Teil der grünen Strahlen wegnimmt (LO); endlich eine Natriumdampflampe mit der monochromatischen Strahlung  $0,59\mu$  (LN). Sämtliche Lichtquellen sollen den gleichen Lichtstrom ausstrahlen. Es ergibt sich dann nach Durchdringung einer Nebelschicht  $x$  in willkürlichen Einheiten der untenstehende Bruchteil des direkt gestrahlten Lichtes:

X	0	1	2	4	8	16
LW	1	0,895	0,815	0,668	0,451	0,216
LG	1	0,897	0,819	0,673	0,457	0,220
LO	1	0,911	0,835	0,700	0,492	0,248
LN	1	0,923	0,850	0,722	0,521	0,271

oder der Gewinn gegenüber weißem Licht in v. H.

X	1	2	4	8	16
LG	0,23	0,55	0,81	1,32	1,85
LO	1,87	2,68	5,0	9,0	15,0
LN	3,07	4,30	8,1	15,4	25,4

Der Erfolg des Gelblichtes ist gering, beim gefilterten Licht außerdem durch eine Erhöhung der Lampenleistung erkauft, die den Verlust im Filter auszugleichen hat, welcher stets größer sein muß als der nachfolgende Gewinn durch verminderte Streuung. Diesen könnte man durch eine geringfügige Erhöhung des Anfangslichtstromes ganz ausgleichen. Dabei würde man allerdings das störende Streulicht, den Nebelschleier, erhöhen. Dieser kann sich durch zwei Einflüsse bemerkbar machen: Durch Überlagerung einer konstanten Flächenhelle über das gesehene Objekt bei zentralem Sehen, wodurch die Kontrastempfindlichkeit im Sinne des WEBER-FECHNERSchen Gesetzes herabgesetzt wird; andererseits wird durch die allgemeine Beleuchtung, welche die Nebelwand auf der Netzhaut erzeugt, der Adaptationszustand des Auges im Sinne einer indirekten Blendung verschlechtert. Für die indirekte Blendung ist die Beleuchtungsstärke auf der Pupille maßgebend, für die direkte Störung des Nebelschleiers seine Flächenhelle.

Die Berechnung dieser Größen für einen divergenten Strahlenkegel zeigt, daß sie mit sehr großer Annäherung einfach dem spektralen Streuvermögen proportional sind, d. h. die Veränderung der spektralen Energieverteilung in der Strahlrichtung hat fast keinen Einfluß. Nach Integration über das Spektrum mit der Helligkeitsempfindlichkeitskurve des Tagesssehens ergeben sich, wieder bezogen auf weißes Glühlampenlicht, bei gleichem Lichtstrom der Lichtquellen folgende relativen Schleierhelligkeiten (oder Streulichtbeleuchtungen des Auges):

LW	LG	LO	LN
1	0,958	0,851	0,798

Der Nebelschleier des Gelblichtes ist also auch nicht nennenswert schwächer als bei weißem Licht; der Vorteil des Gelblichtes ist auch hier nicht ausreichend zur Erklärung der beobachteten besseren Nebeldurchdringung. Außerdem sind für gewöhnlich die Nebelteilchen zu groß, um das RAYLEIGHsche Gesetz zu erfüllen. Im sichtbaren Spektralbereich ist meist überhaupt keine spektrale Selektivität festzustellen, sobald die Nebel eine den Verkehr störende Dichte annehmen. Diese beginnt erst in sehr wirksamer Weise, auch bei dichtem Nebel, im nahen Ultrarot (Ultrarotfernphotographie, Ultrarottelegraphie durch Wolken). Unter diesen Umständen unterscheidet sich das Gelblicht überhaupt in keiner Hinsicht mehr von weißem Licht, es entfällt jede physikalische Begründung für den Vorteil des Gelblichtes bei der Nebeldurchdringung.

Anders gestalten sich die Verhältnisse, wenn man berücksichtigt, daß das Auge bei den für die Straßenbeleuchtung erforderlichen Flächenhellen bereits zum erheblichen Teil dunkeladaptiert ist. Die PURKINJESche Verschiebung der spektralen Helligkeitskurve vollzieht sich etwa zwischen 1 und 1/100 Apostilb (Lux auf Weiß). Man hat also damit zu rechnen, daß ausgenommen den gelben Fleck mit einem Gesichtsfelddurchmesser von 1° bis 3° in den peripheren Teilen des Auges die Dunkeladaptation vollzogen ist. In großen Abständen von der Augenachse (20°) herrscht ja selbst beim Tagessehen die spektrale Helligkeitsempfindlichkeit der Stäbchen.

Soweit sich also der Einfluß des Nebelschleiers durch die Beleuchtung der peripheren Netzhautteile bemerkbar macht, haben wir seine Wirkung nach der spektralen Empfindlichkeit des Stäbchensehens zu beurteilen, die ihr Maximum bei etwa 0,52  $\mu$ , also bei unserer Filtergrenze hat und die bei Natriumlicht bereits auf 4% des Maximums abgesunken ist. Dann folgt die Stäbchenhelligkeit des Nebelschleiers, bezogen auf gleiche Zäpfchenhelligkeit (d. h. Lichtstrom) der Lichtquellen bei Gültigkeit des RAYLEIGHschen Streuungsgesetzes mit:

LW	LG	LO	LN
1	0,67	0,27	0,082

Selbst wenn man berücksichtigt, daß der Nebel in der Regel viel weniger selektiv streut, folgt im Extremfall konstanter Streuung über das ganze sichtbare Spektrum:

LW	LG	LO	LN
1	0,78	0,39	0,15

Der Einfluß des Nebelschleiers auf die peripheren Teile des Auges wird also durch die Ausschaltung des kurzwelligen Lichtes auf jeden Fall beträchtlich vermindert.

Zum Abschlusse sei noch zusammengestellt, was man aus der vorliegenden umfangreichen Literatur über Blendung über die Beeinflussung der Sehleistungen im zentralen Sehen durch die Beleuchtung peripherer Netzhautteile entnehmen kann. Leider liegen nur Messungen für das Tagessehen vor. Ich beziehe mich auf die Ergebnisse von HOLLADAY<sup>1</sup>. Als Sehleistung dient dort die Kontrastempfindlichkeit, d. i. der reziproke relative Schwellwert für Helligkeiten im zentralen Sehen. Das auffallendste Resultat besteht darin, daß die Verminderung der Kontrastempfindlichkeit bei indirekter (peripherer) Blendung nicht von der Flächenhelle der Blendungslichtquelle, sondern nur von der Beleuchtung auf der Pupille abhängt. Es kommt also in erster Linie auf den Nebenlichtstrom an, der in das Auge gelangt, erst in zweiter Linie auf seine Verteilung. Ganz sichergestellt ist das allerdings nur für Lichtquellen bis zu 3° Durchmesser. Ihre Wirkung nimmt nach dem Rande des Gesichtsfeldes stark ab, was einen Zusammenhang mit der Abnahme der Zäpfchendichte nach dem Rande der Netzhaut vermuten läßt. HOLLADAY drückt sein Ergebnis statt durch Angabe der Verminderung der Kontrastempfindlichkeit durch jene fiktive Schleierhelligkeit im Zentrum des Gesichtsfeldes

<sup>1</sup> HOLLADAY: J. opt. Soc. Amer. 14, 1 (1927). Übersichtliches Referat in den Veröffentlichungen des PHILIPS-Forschungslaboratoriums „Sonderdruck 1046“ u. a. — WEIGEL: Licht u. Lampe 18, 995, 1051 (1929).

aus, welche nach dem WEBER-FECHNERSchen Gesetz dieselbe Sehleistungsverminderung im zentralen Sehen nach sich zieht. Es wird aber hervorgehoben, daß es sich nicht einfach um eine optische Lichtstreuung im Auge handeln kann, sondern um einen physiologischen Effekt. Die fiktive Schleierhelligkeit ist auch der Pupillenbeleuchtung nicht genau proportional, sondern wächst etwas schwächer als diese.

Wenn es überhaupt erlaubt ist, aus diesen und ähnlichen Versuchen auf die Sehleistungsverminderung durch Beleuchtung peripherer Netzhautteile in mehr oder weniger dunkeladaptiertem Zustand bei wesentlich geringeren Blendungsflächenhellen und Beleuchtungsstärken Schlüsse zu ziehen, so können es nur diese sein:

1. Wegen Zunahme der Stäbchendichte nach dem Rande des Gesichtsfeldes dürfte der Blendungseinfluß dort mindestens nicht abfallen, so daß im Falle eines blendenden Schleiers der von der Pupille aufgenommene wirksame Lichtstrom — auf diesen kommt es beim Tagessehen zunächst an — wegen des erfaßten großen Winkels groß werden kann.

2. Es muß, selbst wenn man aus Mangel an Erfahrung mit einem derartigen, der indirekten Blendung beim Tagessehen analogen Vorgang überhaupt nicht rechnen will, durch die periphere Beleuchtung der bereits tätigen Zäpfchen in dem mehr oder weniger dunkeladaptierten Auge auf jeden Fall eine Verminderung der Dunkeladaptation eintreten, welche das ganze Auge, auch das Zentrum und seine nächste Umgebung, mit erfaßt und seine Empfindlichkeit herabsetzt. In dem Übergangsbereich wird sich dieser viel einfachere Vorgang experimentell überhaupt schwer von einer indirekten Blendung unterscheiden lassen.

Es gibt Adaptationsbereiche, in denen selbst eine schwache Beleuchtung des direkt zu sehenden Objektes durch Adaptationsverschlechterung mehr schadet als nützt (schwache Fahrradlampen). Auf derartige Vorgänge muß also die scheinbare Nebeldurchdringung des Gelblichtes zurückgeführt werden, da sie sicher einer physikalischen Grundlage entbehrt.

### Einige Demonstrationsversuche mit dem Christiansenfilter.

Von Conrad von Fragstein und Günther Kurz in Breslau.

C. CHRISTIANSEN hat bereits vor mehr als 50 Jahren<sup>1</sup> eine leistungsfähige Filteranordnung zur Herstellung von quasimonochromatischem Licht beschrieben, die sich wegen ihres einfachen Aufbaues und ihrer vielseitigen Verwendungsmöglichkeit auch für den Unterricht gut eignet. Der Vorschlag geriet in Vergessenheit, bis man sich im Jahre 1925 seiner wieder erinnerte<sup>2</sup>. In den darauffolgenden Jahren wurde eine Anzahl Arbeiten veröffentlicht, in denen es sich um die Nutzbarmachung des Filters für praktische Zwecke handelte<sup>3</sup>. Der eine Verfasser der vorliegenden Mitteilung hat ein Filter angegeben<sup>4</sup>, mit dem man schmale Spektralbezirke im Ultraviolett aussondern kann. Die einfache Theorie des CHRISTIANSEN-Filteres dürfte es rechtfertigen, Prinzip und Wirkungsweise dieses Hilfsmittels an dieser Stelle kurz zu erläutern.

Eine nahezu punktförmige Lichtquelle  $L$  (Fig. 1), z. B. eine Kohlenbogen- oder eine Wolframpunktlampe, wird mit Hilfe einer Linse  $Li_1$  etwa in gleicher Größe abgebildet. Es ist ratsam, die Brennweite dieser Linse nicht kleiner als 15 cm zu wählen, da die Reinheit des Filterlichtes<sup>5</sup> mit der Brennweite der abbildenden Linse abnimmt. An den Ort des Bildes der Lichtquelle wird eine Blende  $B$  gebracht, deren Öffnung die Größe dieses Bildes hat. Unmittelbar hinter die Linse  $Li_1$  setzt man einen Trog  $F$  mit

<sup>1</sup> C. CHRISTIANSEN: Wiedemanns Ann. **23**, 298 (1884); **24**, 439 (1885).

<sup>2</sup> H. STAUDE: Diss. Leipzig 1925.

<sup>3</sup> F. WEIGERT u. H. STAUDE: Z. physik. Chem. **130**, 607 (1927). — F. WEIGERT, H. STAUDE u. E. ELVEGARD: Z. physik. Chem. (B) **2**, 149 (1929). — F. WEIGERT u. J. SHIDEI: Z. physik. Chem. (B) **9**, 329 (1930). — H. KOHN u. C. v. FRAGSTEIN: Physik. Z. **33**, 929 (1932). — C. v. FRAGSTEIN: Ann. Physik **17**, 22 (1933). — Smithsonian Miscellaneous Collections, Bd. 93, Nr 7. — G. AHLER: C. r. **205**, Nr. 1, 37 (1937).

<sup>4</sup> C. v. FRAGSTEIN: l. c.

<sup>5</sup> Vgl. etwa C. v. FRAGSTEIN: Ann. Physik **17**, 23 (1933).

planen Wänden, der mit dem Filtergut, einem noch näher zu beschreibenden Gemisch eines pulverförmigen, festen Körpers und einer Flüssigkeit, gefüllt wird. Wenn man keinen geeigneten Trog zur Verfügung hat, kann man ihn sich leicht herstellen, indem man zwei von ihrer Schicht befreite, photographische Platten vom Format  $9 \times 12$  cm auf 3 Messingstreifen, die den Boden und die Seitenwände des Troges bilden, kittet. Die Schichtdicke braucht für die zu beschreibenden Versuche nur etwa 5 mm zu betragen.

Das Filtergut kann man auf verschiedene Weise herstellen. Wenn man nach dem Vorschlage von WEIGERT<sup>1</sup> ein bestimmtes Glaspulver<sup>2</sup> mit Benzoesäuremethylester kombiniert, hat man den Vorteil, mit einer einzigen Flüssigkeit auszukommen. Ist aber das vorgeschriebene Glaspulver nicht zur Hand, so läßt sich beinahe jedes andere Glas verwenden, wenn es nur genügend spannungsfrei ist. Man zerstößt es in einem Mörser zu einem groben Pulver der Korngröße 0,5 bis 1 mm und verwendet es zusammen mit einem Flüssigkeitsgemisch aus Benzol und Schwefelkohlenstoff oder, wenn das Glas nicht stark brechend ist, mit einem Gemisch aus Benzol und Alkohol. Man muß die Zusammensetzung der Mischung durch vorsichtiges Hinzufügen der einen Komponente so lange verändern, bis das feste Pulver in dem Flüssigkeitsgemisch immer weniger sichtbar wird. Das ist ein Zeichen dafür, daß die

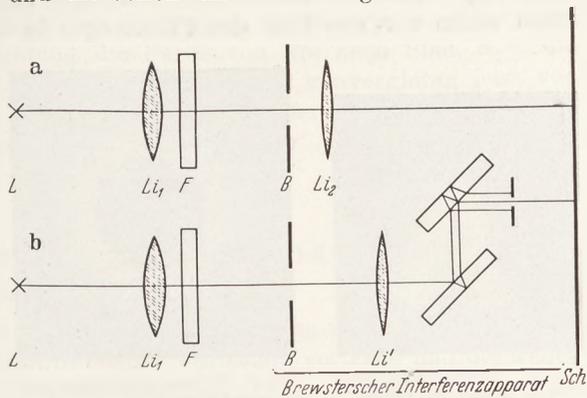


Fig. 1. Optische Anordnung a nur mit CHRISTIANSEN-Filter, b unter Hinzufügung des BREWSTERSCHEN Interferenzapparates.

Brechungsquotienten von festem Körper und Flüssigkeit nahezu gleich geworden sind. Eine Übereinstimmung der Brechungsquotienten über den gesamten sichtbaren Wellenlängenbereich, d. h. ein Zusammenfallen der Dispersionskurven, wird nur in seltenen Fällen eintreten; im allgemeinen werden sich die beiden Dispersionskurven nur in einem Punkte, der einer bestimmten Wellenlänge entspricht, schneiden (Fig. 2). Nur für diese Wellenlänge verhält sich das Gemisch: Flüssigkeit — fester Körper, wie ein optisch homogenes Medium, d. h. nur für diese eine Farbe erhalten wir ein scharfes Bild der Lichtquelle in unserer Anordnung. Alle anderen Wellenlängen werden diffus zerstreut und von der Blende *B* aufgefangen.

Ein solches Filter zeigt eine starke Temperaturempfindlichkeit. Mit steigender Temperatur rückt das Durchlässigkeitsgebiet nach dem blauen Ende des Spektrums (Fig. 2). Bei Temperaturerhöhung ändern sich nämlich im wesentlichen nur bei der Flüssigkeit Dichte und Brechungsquotient (sie nehmen beide ab), und da die Dispersionskurve der Flüssigkeit im allgemeinen steiler verläuft als die des festen Körpers, so bedeutet diese Abnahme des Brechungsquotienten eine Verschiebung des Schnittpunktes nach Blau (Fig. 2).

Zu den in Rede stehenden Versuchen wurde die WEIGERTSche Filterkombination von Glaspulver und Benzoesäuremethylester verwendet. Bei dieser Filterzusammensetzung entspricht dem äußersten Rot etwa die Temperatur  $18^{\circ}$  Celsius, dem Blau eine solche

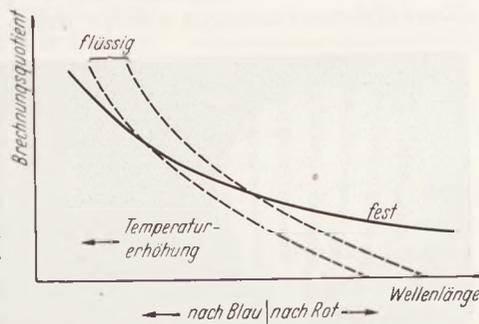


Fig. 2. Dispersionskurven der flüssigen und der festen Komponente des Filtergemisches.

<sup>1</sup> F. WEIGERT u. H. STAUDE: l. c.

<sup>2</sup> Prismenkron für Feldstecher von Schott u. Gen. in Jena; Korngröße 0,5 bis 1 mm.

von ungefähr  $50^{\circ}$ . In dieser Form ersetzt das eine Filter dann einen ganzen Satz verschiedenfarbiger Filter.

Mit der angegebenen Anordnung lassen sich die folgenden einfachen Demonstrationsversuche ausführen. Wir setzen zunächst (Fig. 1) hinter die Blende noch eine zweite Linse  $Li_2$ , welche die Ebene des Filtertroges auf einen Projektionsschirm  $Sch$  abbildet. Dann sehen wir das Bild des Filtertroges in derjenigen Farbe, für die das Filter,

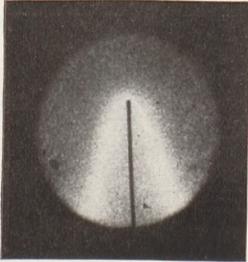


Fig. 3. Wärmeausbreitung von einem geheizten Kupferdraht aus.

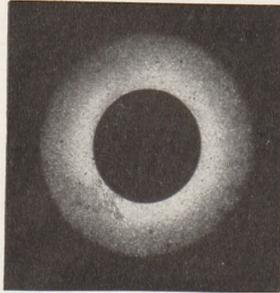


Fig. 4. Wärmeausbreitung von einer mit Wirbelstrom geheizten Silbermünze aus.

seiner jeweiligen Temperatur entsprechend, durchlässig ist. Infolge der großen Temperaturveränderlichkeit des Filters kann man lokale oder zeitliche Temperaturveränderungen, die in dem Filtergefäß vor sich gehen, durch die entsprechenden Farbänderungen vorweisen.

Wenn man zunächst das Filter auf  $18^{\circ}$  kühlt, erscheint das Bild des Filters auf dem Schirme gleichmäßig rot. Wird dann das Filter in eine flache Wanne mit heißem Wasser gesetzt, so daß nur die untere Schicht

des Filters eine höhere Temperatur annimmt, dann kann man deutlich das Fortschreiten der Erwärmung an den auftretenden Farbänderungen verfolgen. Auf dem Schirm erscheint im Bilde des Filters die untere, am meisten erwärmte Schicht blau, die darüber liegenden Schichten grün, gelb usw., und nur die oberste Schicht, deren Temperatur sich noch nicht verändert hat, hat die ursprüngliche, rote Farbe behalten.

Noch besser kann man den Vorgang der Wärmeleitung in der Filterflüssigkeit (Konvektionsströmungen werden durch das eingebettete Glaspulver verhindert) zeigen, wenn man in den Trog ein Stück Kupferdraht hineinsteckt und das herausragende Ende mit einer kleinen Flamme erhitzt. Man sieht dann das Vordringen der Wärme vom Draht in die Flüssigkeit wiederum an der verschiedenen Färbung in der Umgebung des Drahtes. Die Linien gleicher Färbung stellen dabei Isothermen dar (Fig. 3).

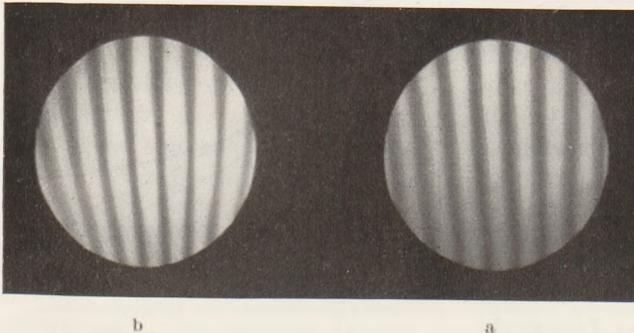


Fig. 5. BREWSTER'Sche Interferenzstreifen a im monochromatischen Licht, b im Mischlicht.

kann man z. B. auch die durch Wirbelstromverluste in einem geschlossenen Leiter auftretende Erwärmung im Versuche sichtbar machen. Zu diesem Zwecke bringt man in den Filtertrog eine Silbermünze und hält den Trog kurze Zeit in das Magnetfeld einer wechselstromdurchflossenen Spule. Wenn man dann das Filter wieder in den Strahlengang stellt, so sieht man die eingetretene Erwärmung an der Färbung in der Umgebung der Silbermünze (Fig. 4).

Schließlich sei noch eine Anwendung des CHRISTIANSEN-Filters bei einem Interferenzversuche besprochen, zu dessen Ausführung sich der lichtstarke BREWSTER'Sche Interferenzapparat gut eignet. Wir setzen dabei die Eintrittsblende des Interferenzapparates (Fig. 1 b) an die Stelle der Blende  $B$ , so daß das Licht zuerst durch die Filteranordnung und dann durch den Interferenzapparat geht. Der Interferenzapparat wird so benutzt, daß die Interferenzstreifen vertikal liegen. Die Linse  $Li'$  des Interferenzapparates ersetzt

Da sich Temperaturveränderungen auf diese Weise sehr einfach nachweisen lassen,

in einem geschlossenen Leiter

Zu diesem Zwecke bringt man in den Filtertrog kurze Zeit in das Magnetfeld einer wechselstromdurchflossenen Spule. Wenn man dann das Filter wieder in den Strahlengang stellt, so sieht man die eingetretene Erwärmung an der Färbung in der Umgebung der Silbermünze (Fig. 4).

die Linse  $Li_2$  unserer früheren Anordnung (Fig. 1 b) und bildet die Ebene des Filters gleichzeitig mit den Interferenzstreifen auf dem Schirm ab. Bei gleichmäßiger Temperatur des CHRISTIANSEN-Filters erhält man ein System paralleler, heller und dunkler Streifen (Fig. 5 a), die weiter oder enger liegen, je nachdem man die Durchlässigkeit des Filters ins Rot oder ins Blau verlegt. Wenn man aber in der oben angegebenen Weise für einen Temperaturabfall im Filter von oben nach unten sorgt, so ändert sich auf jedem Streifen in seiner Längsrichtung die Farbe von Rot nach Blau, d. h. die Streifen, die im monochromatischen Licht parallel erscheinen, konvergieren jetzt von Rot nach Blau (Fig. 5 b)<sup>1</sup>, so daß man auf diese Weise die Änderung der Streifenbreite mit der Wellenlänge des Lichtes zeigen kann.

### Bemerkungen zur Berechnung des Ferranti-Phänomens.

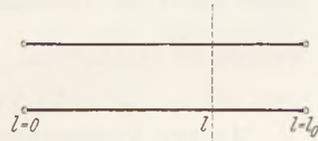
Von E. Lohr in Brünn.

Es sei mir gestattet, im folgenden eine kleine Untersuchung durchzuführen, deren wesentlichen Teil ich seit etwa 10 Jahren in meiner Vorlesung vortrage und die wegen ihrer grundsätzlichen Bedeutung vielleicht ein gewisses didaktisches Interesse beanspruchen darf.

#### I. Differentialgleichung und Randwerte der Aufgabe.

Wir betrachten eine homogene elektrische Doppelleitung, wie es die Figur andeutet. Irgendein „Querschnitt“ durch die Doppelleitung wird durch die Koordinate  $l$  charakterisiert,  $t$  bedeutet die Zeit.

Da wir voraussetzen, daß zu Anfang in allen Querschnitten und dauernd in einem Randquerschnitte die Stromstärke  $I$  in den gegenüberliegenden Punkten der Doppelleitung bis auf das Vorzeichen denselben Wert besitzt, muß das wegen der Homogenität der Leitung auch für alle übrigen Querschnitte dauernd zutreffen. Die Stromstärke, wie natürlich auch die zwischen zwei gegenüberliegenden Punkten herrschende Spannung  $U$ , sind dann lediglich Funktionen von  $l$  und  $t$ . Für die auf die Längeneinheit der Doppelleitung bezogene Größe der Selbstinduktion, der Kapazität, des Widerstandes und der Ableitung schreiben wir  $L', C', R', G'$ . Durch die „Ableitung“  $G'$  wird bekanntlich der zufolge mangelhafter Isolation zwischen gegenüberliegenden Punkten der Doppelleitung übergehende Strom, der pro Längenelement die Größe  $G' U dl$  hat, berücksichtigt.



Homogene elektrische Doppelleitung.

Wegen des Energiesatzes gilt ersichtlich die Relation:

$$U_0 I_0 - U_{l_0} I_{l_0} = \int_0^{l_0} dl \left[ \frac{\partial \frac{1}{2} L' I^2}{\partial t} + \frac{\partial \frac{1}{2} C' U^2}{\partial t} + R' I^2 + G' U^2 \right]. \quad (1)$$

Aus dieser Gleichung schließt man einerseits in bekannter Weise, daß  $U$  und  $I$  zu einer beliebigen späteren Zeit durch die Anfangswerte von  $U$  und  $I$  und durch die Randwerte von  $U$  oder  $I$  bestimmt werden. Andererseits folgt, wenn man

$$U_0 I_0 - U_{l_0} I_{l_0} = - \int_0^{l_0} d(U I) = \int_0^{l_0} dl \left( - \frac{\partial U}{\partial t} I - \frac{\partial I}{\partial t} U \right) \quad (2)$$

setzt, auf der rechten Seite von (1) nach der Zeit ausdifferenziert und die Glieder mit dem Faktor  $I$ , sowie jene mit dem Faktor  $U$  zusammenfaßt, daß der Energiesatz für

<sup>1</sup> Die Konvergenz der Streifen in Fig. 5 b ist nicht so deutlich erkennbar wie in der Vorweisung, da sich bei der Aufnahme der erforderliche Temperaturgradient nicht ohne weiteres über die Dauer der Belichtungszeit konstant aufrechterhalten ließ. Im übrigen ist der Demonstrationsversuch schon infolge seiner Farbigkeit der Wiedergabe in Schwarz-Weiß überlegen.

beliebig lange homogene Leitungen, bei beliebigen Werten von  $U$  und  $I$  dann gesichert ist, wenn die Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial U}{\partial l} &= R' I + L' \frac{\partial I}{\partial t} \\ -\frac{\partial I}{\partial l} &= G' U + C' \frac{\partial U}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

gelten. Durch Elimination von  $I$  oder  $U$  erhält man aus (3) die „Telegraphengleichung“.

Für harmonische Schwingungen kann man sich, wie üblich, der symbolisch-komplexen Schreibweise bedienen:

$$\left. \begin{aligned} U &= \mathfrak{U} e^{i\omega t}; & \mathfrak{R} &= R' + i\omega L'; \\ I &= \mathfrak{I} e^{i\omega t}; & \mathfrak{G} &= G' + i\omega C', \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

worin  $\omega$  die Kreisfrequenz,  $\mathfrak{U}$  und  $\mathfrak{I}$  komplexe Funktionen von  $l$  bedeuten. Geht man mit den Ansätzen (4) in die Gleichungen (3) und bezeichnet noch

$$\sqrt{\mathfrak{R} \mathfrak{G}} = \gamma; \quad \sqrt{\frac{\mathfrak{R}}{\mathfrak{G}}} = \mathfrak{Z}, \quad (5)$$

so erhält man die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{U}_{l=0} &= \mathfrak{Z} \mathfrak{C} \mathfrak{h}(\gamma l) + \mathfrak{I} \mathfrak{S} \mathfrak{h}(\gamma l), \\ \mathfrak{I}_{l=0} &= \mathfrak{I} \mathfrak{C} \mathfrak{h}(\gamma l) + \frac{\mathfrak{U}}{\mathfrak{Z}} \mathfrak{S} \mathfrak{h}(\gamma l). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Von diesen Relationen ausgehend hat man das FERRANTI-Phänomen mit Berücksichtigung der längs der Doppelleitung auftretenden Dämpfung durchgerechnet und diskutiert<sup>1</sup>. Ich habe in dieser Hinsicht nichts hinzuzufügen, ja ich werde, um das, worauf es mir hier ankommt, schärfer hervortreten zu lassen, die Verhältnisse auf der Leitung selbst durch die Annahme:

$$R' = 0, \quad G' = 0 \quad (7)$$

weitgehend idealisieren.

## II. Vertiefung des Randwertproblems.

Mit der Voraussetzung (7) erhält man aus (6) Ansätze, die man einfacher noch an den Gleichungen (3) verifiziert:

$$\left. \begin{aligned} U &= M \cos \frac{2\pi l}{\lambda} \sin(\omega t + \varphi), \\ I &= -\frac{M}{Z} \sin \frac{2\pi l}{\lambda} \cos(\omega t + \varphi), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

worin  $M$  und  $\varphi$  verfügbare Konstante,

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{L'C'}} \quad (9)$$

die Wellenlänge und  $Z$  den durch (5) gegebenen, jetzt reellen „Wellenwiderstand“ bezeichnen.

Obige Ansätze erfüllen für  $l=0$  die Randbedingung:

$$I = 0 \quad \text{zu allen Zeiten.} \quad (10)$$

Dieser Rand entspricht also einem offenen Ende der Leitung. Geben wir am anderen Rande, das heißt für  $l=l_0$ , wie es in der Praxis der Fall zu sein pflegt, die Spannung vor:

$$U = U_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (11)$$

so wird, nachdem der Einfluß des Anfangszustandes abgeklungen ist, der Zustand auf unserer Leitung durch (10) und (11) vollkommen bestimmt. Aus (8) und (11) erhalten wir:

$$M^2 = \frac{U_0^2}{\cos^2\left(\frac{2\pi l_0}{\lambda}\right)}, \quad M^2 \cong U_0^2, \quad (12)$$

<sup>1</sup> Vgl. z. B. W. HORT: Die Differentialgleichungen des Ingenieurs, 2. Aufl., S. 592. Berlin 1925.

worin die als FERRANTI-Phänomen bekannte Spannungserhöhung am offenen Leitungsende ihren elementarsten Ausdruck findet. Man könnte vermuten, daß  $M^2$  nach (12) lediglich deshalb gegen Unendlich gehen kann, weil wir die Verhältnisse auf der Leitung durch die Relation (7) vereinfacht haben. Wir wollen zeigen, daß diese Unnatürlichkeit ebensosehr die Folge einer anderen Idealisierung ist, welche man in der Regel stillschweigend macht, indem man so verfährt, als könnte man am Rande eine bestimmte Spannung unmittelbar vorgeben. Was tatsächlich zur Verfügung steht, ist die elektromotorische Kraft  $E_0 \sin \omega t$  eines Wechselstromgenerators, den man direkt oder indirekt an die Klemmen des Querschnittes  $l = l_0$  anschließen muß. Die Randspannung wird sich dann aus einer Differentialgleichung bestimmen, der wir, da es uns nur auf das Grundsätzliche ankommt, die Form geben können:

$$\left[ E_0 \sin \omega t - L \frac{\partial I}{\partial t} = IR + U \right]_{l=l_0}, \quad (13)$$

worin der Widerstand  $R$  und die Selbstinduktion  $L$  den Generatorkreis charakterisieren sollen. Schreiben wir zur Abkürzung:

$$\frac{2\pi l_0}{\lambda} = q, \quad \frac{L\omega}{Z} = u, \quad \frac{R}{Z} = v, \quad (14)$$

so folgt, da an den Klemmen  $U$  und  $I$  durch (8) bestimmt werden, aus (13):

$$E_0 \sin \omega t = M [u \sin q + \cos q] \sin(\omega t + \varphi) - M v \sin q \cos(\omega t + \varphi), \quad (15)$$

welche Bedingung durch:

$$\left. \begin{aligned} M [u \sin q + \cos q] &= E_0 \cos \varphi \\ M v \sin q &= E_0 \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

für alle Zeiten erfüllt wird. Sinngemäß werden wir uns jetzt statt für das Verhältnis  $\frac{M^2}{U_0^2}$  für das Verhältnis

$$\frac{M^2}{E_0^2} = \frac{1}{f(q)} \quad (17)$$

interessieren, worin aus (16)

$$f(q) = [u \sin q + \cos q]^2 + v^2 \sin^2 q \quad (18)$$

folgt. Eine elementare Zwischenrechnung ergibt für die Extremwerte:

$$\left. \begin{aligned} f(q') &= \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + 1) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(u^2 + v^2 - 1)^2 + 4u^2} \\ &= \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + 1) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(u^2 + v^2 + 1)^2 - 4v^2} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

worin das obere Vorzeichen dem Maximum, das untere dem Minimum entspricht. Die zugehörigen Werte von  $q'$  bestimmen sich aus:

$$\operatorname{tg} 2q' = \frac{2u}{1 - (u^2 + v^2)} \quad (20)$$

derart, daß  $\operatorname{tg} 2q'$  und  $\cos 2q'$  für das Maximum gleiches, für das Minimum entgegengesetztes Vorzeichen haben müssen.

Aus (19) folgt, daß das Minimum von  $f(q)$  nur dann verschwinden,  $M^2$  also nur dann gegen Unendlich gehen könnte, wenn wir  $R$  vernachlässigen, d. h.  $v = 0$  setzen würden. Schreiben wir das Maximum von  $f(q)$  in der Form:

$$f(q') = 1 + w^2, \quad (21)$$

also:

$$w^2 = \frac{1}{2}(u^2 + v^2 - 1) + \frac{1}{2} \sqrt{(u^2 + v^2 - 1)^2 + 4u^2}, \quad (22)$$

so erkennen wir weiter, daß  $w^2$  nur dann verschwindet, wenn gleichzeitig:

$$u^2 = 0 \quad \text{und} \quad v^2 < 1 \quad (23)$$

vorausgesetzt wird. In jedem anderen Fall ist das Maximum von  $f(q)$  größer als Eins und demnach in der Umgebung dieses Maximums  $M^2$  kleiner als  $E_0^2$ . Wir erhalten eine Art von Anti-FERRANTI-Phänomen.

Besonders übersichtlich werden die Verhältnisse, wenn man, was im entsprechenden Abstände von  $f(q)_{\text{Min}}$  meist zulässig ist,  $v^2$  gegen  $1 + u^2$  vernachlässigt. Aus (18) folgt dann:

$$f(q) = (1 + u^2) \cos^2(q - q') = \frac{\cos^2(q - q')}{\cos^2 q'}, \quad (24)$$

worin in Übereinstimmung mit (20):

$$\text{tg } q' = u \quad (25)$$

zu setzen ist. Wählen wir beispielsweise die für ein Turboaggregat (mit Transformator) größenordnungsgemäß vernünftigen, jedoch schematisch abgerundeten Zahlenwerte:

$$\omega L = 100 \Omega, \quad R \ll Z, \quad Z \text{ (Freileitung)} = 500 \Omega, \quad \lambda = 6000 \text{ km}. \quad (26)$$

Es wird dann  $q'$  genähert  $11\frac{1}{4}^\circ$ , und es stellt sich das „Anti-FERRANTI-Phänomen“ auf verlustfreien Leitungen von der Länge:

$$0 < l_0 < 375 \text{ km} \quad (27)$$

ein. Für  $l_0 = 187,5 \text{ km}$  ergibt sich der Kleinstwert:

$$M^2 = \frac{E_0^2}{1,04}. \quad (28)$$

Die soeben erörterten Verhältnisse müssen noch viel deutlicher fühlbar werden, wenn an die Stelle der Freileitung ein Kabel mit einem etwa zehnmal so kleinen Wellenwiderstande tritt.

Darf man, wie das bei Röhrengeneratoren der Fall sein kann,  $u$  gegen 1 vernachlässigen, so geht (18) über in:

$$f(q) = 1 + (v^2 - 1) \sin^2 q. \quad (29)$$

Es ergibt sich dann entweder nur das FERRANTI-Phänomen oder nur das „Anti-FERRANTI-Phänomen“, je nachdem  $v^2$  kleiner oder größer als Eins ist; im ersten Fall entspricht  $\sin^2 q$  gleich Eins dem Minimum, im zweiten Falle dem Maximum von  $f(q)$ . Für das betreffende Extremum erhalten wir:

$$M^2 = \left( E_0 \frac{Z}{R} \right)^2. \quad (30)$$

Für  $Z$  gleich  $R$  bleibt  $M^2$  gleich  $E_0^2$  bei beliebigen Werten von  $q$ . Man beachte schließlich, daß zu  $\sin^2 q$  gleich Eins,  $\cos^2 q$  gleich Null gehört. An den Klemmen  $l = l_0$  muß sich also, da  $M$  nach (30) endlich bleibt, gemäß (8) automatisch die Spannung Null einstellen, welchen Wert wir auch der EMK des Generators geben mögen.

*Brünn, Physikalisches Institut der Deutschen Technischen Hochschule.*

## Berichte.

### I. Apparate und Versuche.

**Eine neue Anwendung der Photographie mit infraroten Strahlen.** Von W. STREUBING in Breslau.

Die Fortschritte in der Sensibilisierung der photographischen Platten nach längeren Wellen sind in zweierlei Hinsicht bemerkenswert. Einmal ist es gelungen, die photographischen Schichten mit neuen Farbstoffen viel weiter für längere Wellen zu sensibilisieren, als dies noch vor einem Jahrzehnt möglich schien, und zugleich hat man ihre Empfindlichkeit für das Endgebiet so weit steigern können, daß Versuche und Aufnahmen möglich sind, an die man früher überhaupt nicht denken konnte.

Die Eigenschaften der jenseits der Rotsichtbarkeitsgrenze unseres Auges liegenden Strahlen sind allgemein bekannt, so daß ein kurzer Hinweis

genügen dürfte. Da die „Wärme“ ihr Hauptcharakteristikum ist, photographische Emulsionen aber besonders durch Wärme zersetzlich sind, so ist die Haltbarkeit dieser Ultrarotplatten naturgemäß noch kleiner als bei sonstigen hochsensibilisierten Platten und erfordert Aufbewahrung bei tiefen Temperaturen, um so mehr, je empfindlicher die Plattensorte für längere Wellen ist. Außerdem sind besondere Vorsichtsmaßnahmen bei Belichtung und Entwicklung notwendig. Diesen Nachteilen steht außer ihrer sehr viel geringeren Allgemeinempfindlichkeit als Hauptvorteil für ihre Verwendbarkeit zu den verschiedensten Aufgaben ihre sehr viel größere Durchdringungsfähigkeit gegenüber, die bekanntlich in der Landschaftsphotographie, Flugzeugaufnahmen u. ä. zu

bemerkenswerten Ergebnissen geführt hat. Endlich ist natürlich das Reflexionsvermögen der Strahlen in diesem Gebiet ein ganz anderes wie für die normalen in der Photographie verwendeten, besonders für unser Auge berechneten und auf richtige Farbenwiedergabe sensibilisierten ortho- oder panchromatischen Platten. Daher ist vielfach eine besondere Kontraststeigerung zu erwarten und hat genau, wie dies mit ultraviolettem Licht schon lange geschieht, zu ihrer Verwendung in der Kriminalistik, d. h. zur Aufdeckung von Fälschungen in der Schrift, Radierungen u. dgl. geführt, kurz zu solchen Zwecken, wo etwa nicht mehr erkennbare Farbreste oder Veränderungen der Oberfläche sichtbar gemacht werden sollen.

Zum Unterschied solcher in der Oberfläche vorhandenen oder nachzuweisenden Strukturänderungen oder Farbreste hat man die Tiefenwirkung der Röntgenstrahlen in gleicher Art photographisch benutzt, um Veränderungen unter der Oberfläche, z. B. an Gemälden festzustellen, wo Übermalungen stattgefunden haben, und ähnliche Aufgaben zu lösen, Versuche, die teilweise besten Erfolg gebracht haben. Es liegt nahe, die besonderen photographischen und physikalischen Eigenschaften der Infrarotplatten für ähnliche Zwecke zu verwenden, d. h. dort, wo sowohl das andere Reflexionsvermögen der Ultrarotstrahlen wie ihre Durchdringungsfähigkeit von Bedeutung sein kann. Rein technisch-photographisch betrachtet nehmen somit die Ultrarotphotogramme eine Mittelstellung ein zwischen der auf reiner Oberflächenwirkung (einschließlich Fluoreszenz) beruhenden Ultravioletphotographie und der auf Tiefenwirkung eingestellten Durchstrahlungsmethode mit Röntgenstrahlen. Dementsprechend kann man auch die Photographie vornehmen ohne Apparat mittels Durchleuchtung (Kontaktphotographie) oder mit Apparaten, die mit Spezialobjektiven und Filtern ausgerüstet sind. Es erscheint selbstverständlich, daß hierbei die Art der Beleuchtung eine ausschlaggebende Rolle spielt. Dies sei vorausgeschickt, um die Anwendung der Infrarotphotographie bei dem folgenden Problem verständlich zu machen.

In der Nähe von Hirschberg in Schlesien befindet sich in dem Dörfchen Boberröhrsdorf ein Gut, das dem Grafen SCHAFFGOTSCH gehörig, einen alten Wohnturm besitzt, dessen Bauzeit in den Ausgang des 13. Jahrhunderts gelegt wird. Der aus meterdicken Mauern aufgeführte Turm war Hauptbestandteil einer alten Wasserburg, die das Bobertal beherrschte bzw. sperrte, und hat wohl in alten Zeiten hervorragende Bedeutung besessen. Im oberen Teile dieses Turmes, der in den vergangenen Jahren für landwirtschaftliche Zwecke als Speicherraum u. dgl. benutzt wurde und allmählich durch Verwitterung und schadhafte Dach in Verfall geriet, befindet sich ein ganz großer Saal, an dessen kalkbeworfenen Wänden etwa 1886 erstmalig Wandbilder, sog. *el secco* Malereien, entdeckt wurden, zu denen man weitere Szenen im Jahre 1913 auffand. Photographiert wurden die Bilder erstmalig 1934 von Kunst-sachverständigen. Diesen Wandgemälden wird

besonders darum hohe Bedeutung beigemessen, weil es sich um die ältesten Malereien profanen Inhalts in Schlesien handeln dürfte. Die Wiederherstellung der Malereien und des ganzen Bauwerkes ist von dem Landeskonservator in Angriff genommen; desgleichen hat die wissenschaftliche Bearbeitung der Bilder von anderer Seite begonnen. Die starken Beschädigungen der Wände, teils durch eingedrungenes Regenwasser, teils durch mechanische Zerstörung (Risse, Löcher, Kalkbewurf), haben die Bilder zum Teil derartig mitgenommen, daß eine Wiederherstellung und vor allem ein richtiges Erkennen von Einzelheiten sehr schwierig, zum Teil unmöglich schien. Außerdem waren die Bilder in früheren Zeiten, wo der halbverfallene Saal mit seinen undeutlichen Wandmalereien Kindern und Erwachsenen zur Belustigung dienen mochte, zum Teil übermalt bzw. mit mehr oder minder gutem Willen nachgezeichnet und ergänzt worden.

Gute photographische Aufnahmen auf panchromatischem Material hatten für die genannten Zwecke (kunsthistorische Bearbeitung und Restaurierung) gewisse Unterlagen geschaffen, doch schien es wünschenswert, so weit es irgend möglich war, aus den stark mitgenommenen, teilweise noch kalkbedeckten Bildern weitere Einzelheiten herauszuholen. Die Durchleuchtungsmethode mit Röntgen- oder Infrarotstrahlen schied bei diesem Objekt aus, und nur Ultraviolet- oder Ultrarotphotographie im Aufnahmeverfahren konnte Erfolge bringen. Wir entschieden uns, beide Verfahren zu versuchen, versprachen uns aber besonderen Erfolg von den Infrarotaufnahmen.

Zur Erläuterung der hierzu gewählten Plattensorten sei folgendes bemerkt: Zur Zeit liefert auf Wunsch die Agfa-Gesellschaft, die in Deutschland hierfür maßgebend ist, drei Hauptsorten Infrarotplatten für solche Aufnahmen, die sich folgendermaßen unterscheiden: Hauptempfindlichkeitsgebiet (Sensibilisierungsmaximum gleich Sortenbezeichnung) 700  $\mu$ , 800  $\mu$ , 850  $\mu$ . Die Haltbarkeit sowie Allgemeinempfindlichkeit nehmen mit wachsender Infrarotempfindlichkeit stark ab. Als Sonderanfertigung werden auf Bestellung geliefert die Sorten 950  $\mu$  und 1050  $\mu$ . Diese letztere Platte 1050  $\mu$  ist bei normaler Lagerung nur tagelang haltbar, muß etwaigen Falles unter fester Kohlensäure gelagert werden und konnte für die vorliegende Aufgabe keine größeren Vorteile bieten. So wurde die Agfa-Platte 950  $\mu$  verwendet, für deren frische Lieferung und das uns gewährte Entgegenkommen ich der Agfa-Gesellschaft, besonders Herrn Prof. Dr. J. EGGERT, meinen besonderen Dank auch an dieser Stelle aussprechen möchte.

Um möglichst viele Einzelheiten und Feinheiten herausholen zu können, kamen nur Aufnahmen in großem Format in Frage, und darum wurde das Format 18  $\times$  24 cm und als Aufnahmeobjektiv ein Tessar f 1:4,5 und f = 25 cm gewählt. Da dieses System für Infrarot nicht korrigiert ist, Aufnahmen mit so großer Brennweite aber nur scharf werden können, wenn die Bildebene für die wirksamen Strahlen, die in unserem Falle mit dem Auge nicht zu beobachten sind, innegehalten wird, schien es zweckmäßig, durch Vorversuche

festzustellen, ob die nach Scharfstellung des Bildes auf der Mattscheibe rechnerisch vorgenom-

Kirche unternommen wurden. Die Belichtung erfolgte durch ein vor dem Objektiv angebrachtes Agfa-Schwarzfilter Nr. 85, das alle Strahlen mit kleinerer Wellenlänge als  $745\mu$  praktisch ausschaltete, woraus folgt, daß auch bei intensivster Beleuchtung kein für unser Auge wahrnehmbares Licht in den Apparat eintreten konnte. Als Lichtquellen wurden zwei Halbwattlampen zu 1000 W mit Reflektor und Mattglasscheibe, sog. Anstrahler, verwendet, wie sie bei nächtlicher Beleuchtung von Bauwerken u. dgl. heute üblich sind. Die bei den Probeaufnahmen ermittelten Belichtungszeiten für derartige Freskomalereien schwankten zwischen 5 und 15 Min. (bei abgeblendetem Objektiv). Nach Beendigung der Vorversuche konnten die Aufnahmen in Boberhörsdorf gewagt werden. Da an Ort und Stelle in dem Turm weder Dunkelkammer noch elektrischer Anschluß vorhanden waren, mußte beides behelfsmäßig geschaffen, Scheinwerfer und Photoapparat in geeigneter Weise aufgestellt werden, um die zahlreichen Aufnahmen im Laufe eines Tages beenden zu können.

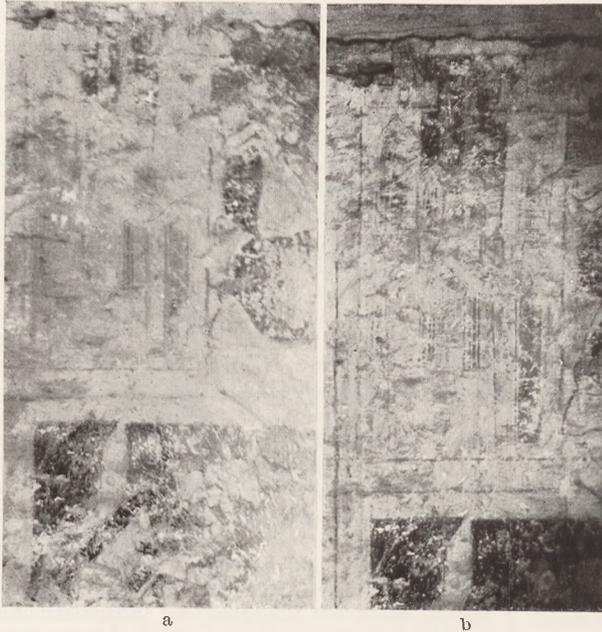


Fig. 1. Kontraststeigerung zwischen einer Aufnahme auf a panchromatischer und b infraroter Platte.

mene Korrektur der Einstellebene genügende Bildschärfe lieferte. Auch für die Ermittlung der

entsprechende Platten, ein einfaches Quarzobjektiv und eine Bogenlampe mit Ultraviolett-

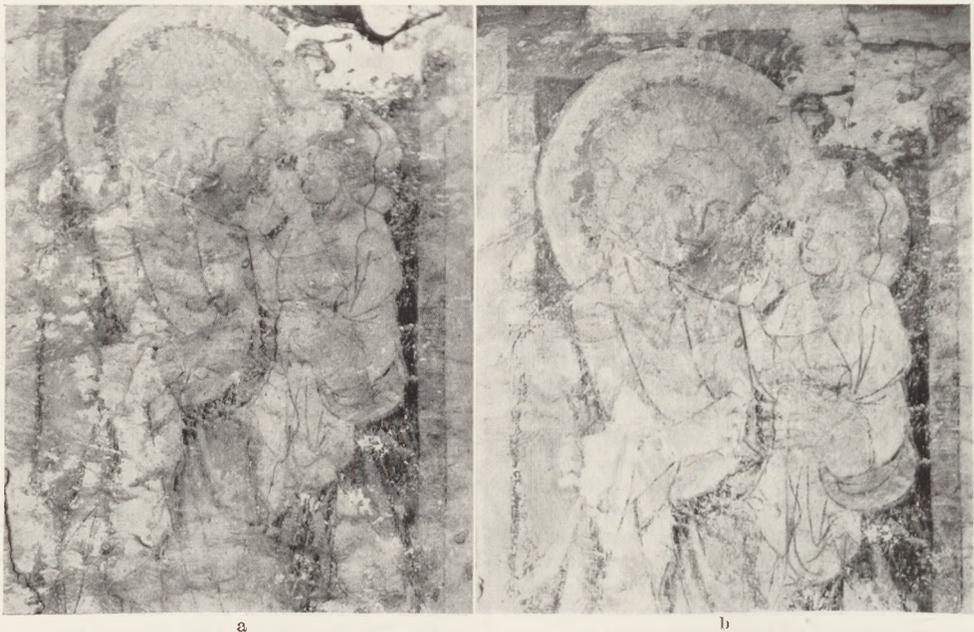


Fig. 2. Teile einer Christophorusfigur. Aufnahme auf a panchromatischer Platte, b Ultrarotplatte.

richtigen Belichtungszeit solcher ungewöhnlichen Aufnahmen waren Probeversuche erforderlich, die an geeigneten Wandmalereien in einer hiesigen

filter vorgesehen. An Ort und Stelle wurden sicherheitshalber die ersten Aufnahmen zur Kontrolle entwickelt, während die Bearbeitung der

meisten nach der Rückkehr im Institut in der photographischen Abteilung erfolgte.

Schon bei der ersten Probeentwicklung war zu erkennen, daß die Infrarotaufnahmen wesentlich mehr aus den Wandgemälden herausholten, als für unser Auge und auf den früher gemachten Aufnahmen mit panchromatischen Platten erkennbar war. Der erste Anblick der Fresken war für uns wenig ermutigend, und unser in diesen Dingen ungeschultes Auge hätte aus den Bildresten wenig oder gar nichts erkennen können. Über die Auswertung der gewonnenen Aufnahmen, die zum Teil als Hilfsmittel bei der Restaurierung der Gemälde dienen, kann naturgemäß hier nichts weiter gesagt werden. Um jedoch eine Vorstellung von dem Zustande der Bilder zu geben, seien hier zwei Ausschnitte wiedergegeben, die nebeneinander je eine Aufnahme auf panchromatischer Platte und auf Infrarotplatte zeigen (Fig. 1). Man sieht auf den ersten Blick, daß die Kontraststeigerung zwischen diesen Aufnahmen eine große ist<sup>1</sup>. Die Türme mit ihren Zinnen, die Bogenfenster im Gebäude (Bild rechts) kann man vielleicht auch in der linken Aufnahme a wiederfinden, nachdem man durch die erstere b erkannt hat, was vermutlich das Bild darstellen soll. Unserem Laienauge war beim Betrachten dieses Bildstückes an der Wand jede Deutung der Bildreste unmöglich gewesen. Auch der andere Bildausschnitt (Fig. 2), der Teile einer Christophorusfigur darstellen soll,

<sup>1</sup> Die Bilder a und b sind mit verschiedenen Objektiven aufgenommen; daher decken sich die Ausschnitte in der Bildgröße nicht genau.

## 2. Forschungen und Ergebnisse.

**Über den atomaren Aufbau der Gläser.** Von FRANK MATOSI in Berlin-Dahlem.

Der glasförmige Zustand, in dem manche Stoffe existieren können, kann nicht ohne weiteres einem der normalen Aggregatzustände der Materie zugeordnet werden. Man ist einerseits gewohnt, ein Glas als einen festen Körper anzusehen, da der makroskopische Befund über den Zusammenhalt seiner Teilchen und über seine elastischen Eigenschaften — Existenz von Transversalwellen — unseren Erfahrungen an festen Körpern entspricht. Andererseits fehlt den Gläsern gerade das, was wir heute als kennzeichnend für den festen Körper betrachten, nämlich die Kristalleigenschaft. Durch die Untersuchungen über Beugung von Röntgenstrahlen wissen wir, daß ein Kristall aufgebaut ist aus einem praktisch unendlich ausgedehnten räumlich periodischen Punktgitter, in dessen Gitterpunkten sich Ionen befinden. Diese Struktur fehlt in den Gläsern.

Um diesen Unterschied zum wahren, kristallinen, festen Körper hervorzuheben und dafür eine andere Analogie zu betonen, hat TAMMANN die Gläser als unterkühlte zähe Flüssigkeit bezeichnet. Einmal wird dadurch der amorphe Charakter des Glases ohne weiteres zum Ausdruck gebracht, zum anderen wird der Unterschied in der Konsistenz gegenüber gewöhnlichen Flüssigkeiten hervorgehoben.

zeigt, wieviel klarer die Zeichnung durch die Ultrarotplatte wiedergegeben wird. Man beachte die Einzelheiten im Kopf der Figur, den Faltenwurf und die Hand im unteren Teile. Natürlich haben auch die Infrarotstrahlen nicht so dicke Farbschichten, wie sie zum Teil noch die Bildspuren verdecken, durchdringen können, und die weißen Kalkflecken heben sich deutlich ab (Fig. 2b am rechten Unterarm).

Alles in allem haben jedenfalls die Aufnahmen den Beweis erbracht, daß die Infrarotphotographie ein wertvolles Hilfsmittel auch bei derartigen Aufnahmen darstellt, Reste alter Wandmalereien aufzufinden und wiederzugeben, und daß für die Zukunft solche Aufnahmen lohnend sein dürften<sup>1</sup>. Es sei noch kurz erwähnt, daß wir die Ultraviolett-aufnahmen nach einer an Ort und Stelle entwickelten Probeaufnahme nicht fortsetzten, da sie keinerlei Verbesserungen gegenüber den mit sichtbarem Licht gemachten Aufnahmen erkennen ließen. Meinen Assistenten Dr. F. STOLPE und G. RÖHR, welche die wegen der örtlichen Verhältnisse nicht gerade angenehmen photographischen Prozesse erledigten, sei auch hier mein Dank ausgesprochen.

Breslau, *Physikalisches Institut der Universität.*  
*Abteilung für angewandte Physik.*

<sup>1</sup> Es sei erwähnt, daß die Infrarotphotographie schon mit Erfolg zur Restaurierung von Ölgemälden verwendet worden ist. Siehe „Zur Anwendung der Ultrarotphotographie in der Maltechnik“ von Dr. F. MÜLLER-SKJOLD und HANNES SCHMITT: Z. angew. Chem. 49, 637 (1936).

Gleichgültig aber, ob wir Glas als amorphen festen Körper oder als unterkühlte Flüssigkeit auffassen, die Anordnung der Atome im Glase blieb unbekannt. In den letzten Jahren sind nun von verschiedenen Seiten Versuche unternommen worden, die atomare Struktur der Gläser aufzuklären. Die wesentlichen dieser Versuche und die ihnen zugrunde liegenden Tatsachen sollen im folgenden besprochen werden.

Das direkteste Verfahren zur Strukturbestimmung, die Röntgenanalyse, läßt zunächst nur den Schluß zu, daß sicher kein ausgedehntes Kristallgitter vorhanden ist, weil an Stelle scharfer Beugungsmaxima, wie sie bei Kristallen üblich sind, im wesentlichen ein ganz verwaschenes Maximum auftritt. Die Tatsache, daß aber überhaupt ein Maximum vorhanden ist, wird auf zwei grundsätzliche verschiedene Weisen gedeutet.

Die eine Auffassung geht von der Tatsache aus, daß die Schärfe der Maxima im Kristallspektrum bedingt ist durch die große Zahl beugender Atome in gleichen Abständen, eben durch das ausgedehnte periodische Kristallgitter. Wie in der Optik sichtbaren Lichtes die Schärfe der Beugungserscheinung mit der Zahl der Gitterstriche abnimmt, so kann man auch für die Kristallgitter berechnen, wie groß die Ausdehnung des Gitters sein muß, wenn man etwa das beobachtete unscharfe Maximum der Glasspektren als

Beugungsmaximum an einem Gitter erklären will. Man erhält etwa 15 Å als größte Ausdehnung. Dementsprechend nimmt man an<sup>1</sup>, daß im Glase „Kristallite“ von etwa 15 Å Ausdehnung vorhanden sind, die jeder für sich ein normales, höchstens leicht deformiertes Kristallgitter besitzen. An der Grenze der Kristallite befinden sich Zonen größerer Störung, die einen kontinuierlichen Übergang zwischen den einzelnen Kristalliten vermitteln. Diese denkt man sich dabei regellos gegeneinander orientiert. Die amorphe Struktur des Glases ist nach dieser „Kristallithypothese“ also nur im Mittel über größere Bezirke gewahrt.

Die andere Auffassung über die Struktur der Gläser hat ZACHARIASEN<sup>2</sup> vorgeschlagen, die sog.

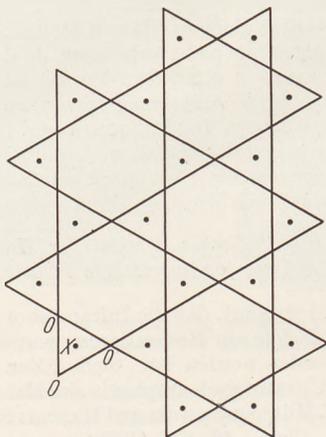


Fig. 1. Strukturschema von  $X_2O_3$  (Kristall). Jedes O gehört zwei Gruppen an.

„Netzwerkhypothese“. Diese spiegelt den amorphen Zustand auch in den kleinsten Teilchen wider. Das „Gitter“ des Glases sei völlig unperiodisch und ungeordnet. Die Kräfte im Atomverbände des Glases seien nahezu die gleichen wie in einem Kristall wegen der ähnlichen mechanischen Eigenschaften beider. Auch dann läßt sich das Auftreten eines Beugungsmaximums erklären<sup>3</sup>. Selbst bei ungeordneter Verteilung der Atome werden nicht alle möglichen Abstände gleich häufig vorhanden sein, sondern es werden im Mittel gewisse Abstände bevorzugt auftreten, da einerseits sehr kleine Abstände infolge der endlichen Größe der Atome unmöglich sind und andererseits sehr große Abstände eine Lückenbildung hervorrufen würden, die unwahrscheinlich ist. Die Beugungsmaxima entsprechen nun den im Mittel am meisten vorhandenen Abständen zweier Gitterpunkte. Die Unschärfe des Maximums gibt die Abweichung der Abstände vom Mittelwert wieder.

Wenn so beide Strukturhypothesen den wesentlichen Beobachtungsbefund verstehen lassen,

so muß erst eine genauere Betrachtung lehren, ob es möglich ist, zu einer experimentellen Entscheidung in einen oder anderen Sinne zu kommen.

Wir gehen zunächst von den Überlegungen aus, mit deren Hilfe es ZACHARIASEN gelungen ist, sich ein etwas genaueres Bild vom atomaren Aufbau eines Glases zu machen. Auf Grund der Netzwerkhypothese lassen sich die hauptsächlichsten allgemeinen Eigenschaften der Gläser ohne weiteres verstehen: Gläser sind isotrop, weil keine Richtung des Netzwerkes vor der anderen ausgezeichnet ist. Sie haben einen unscharfen Schmelzpunkt, da wegen der ungleichwertigen Lage der Atome nicht jedes Atom mit genau der gleichen Energie aus dem Verbände gerissen werden kann. Die chemische Zusammensetzung ist im allgemeinen nicht wie bei einer kristallisierten Verbindung durch eine chemische Formel darstellbar: In einem Kristall, wo im Gitter eine periodische Wiederholung einer kleinsten Gruppe, der Basiszelle, stattfindet, ist die chemische Zusammensetzung ein Vielfaches derjenigen der Basis, die ihrerseits nach stöchiometrischen Grundsätzen aufgebaut ist, d. h. mit festen Gewichtsverhältnissen der Atome. Im Netzwerk des Glases gibt es aber keine Basiszelle und damit keine stöchiometrische Zusammensetzung.

Wir spezialisieren uns nun mit ZACHARIASEN auf die Betrachtung von Oxydgläsern mit dem Ziel zu erkennen, welche Oxyde zur Glasbildung geeignet sind und welche nicht. Wenn man bedenkt, daß die mechanischen und auch die thermischen Eigenschaften der Gläser nur wenig vom Verhalten der kristallinen Oxyde, aus denen sie erschmelzt sind, abweichen, wird man erwarten müssen, daß Gläser auch strukturmäßig mit den glasbildenden Oxyden verwandt sein müssen. Nun weiß man von dem bekanntesten glasbildenden Oxyd, dem Quarz  $SiO_2$ , daß dieses aus regulären Sauerstofftetraedern aufgebaut ist, deren Zentren von Si-Atomen besetzt sind. Diese Tetraeder sind aber nicht isoliert, sondern jedes O-Atom ist je zwei  $SiO_4$ -Gruppen gemeinsam, so daß eine räumliche Verknüpfung aller Tetraeder im Quarz vorhanden ist.

In Verbindung damit, daß die Kräfte im Glase nicht wesentlich verschieden sein können von denen in einem Kristall und daß die innere Energie im Glase nur wenig höher sein darf als im Kristall — andernfalls fände eine schnelle Entglasung statt, also Übergang vom labilen Glaszustand zum stabilen Kristall —, fordert ZACHARIASEN, daß in der Glasstruktur die in sich sehr stabilen Polyeder der Oxydstruktur erhalten bleiben, also im Falle des  $SiO_2$  die regulären Tetraeder. Diese Polyeder seien aber nicht periodisch wie im Kristall, sondern ungeordnet miteinander zu einem räumlichen Netzwerk verknüpft, damit der amorphe Charakter gewahrt bleibt. Diese Forderung schränkt die Möglichkeiten zur Konstruktion glasbildender Strukturen ein.

Nehmen wir als Beispiel ein Oxyd mit der chemischen Formel  $X_2O_3$ , bei dem die Betrachtungen über die Struktur in der Ebene durchgeführt werden können; dessen Kristallstruktur habe die in Fig. 1 angegebene Form, sie bestehe also aus

<sup>1</sup> J. T. RANDALL, H. P. ROOKSBY, B. S. COOPER: Z. Kristallogr. **75**, 196 (1930).

<sup>2</sup> W. H. ZACHARIASEN: J. Amer. chem. Soc. **54**, 3841 (1932).

<sup>3</sup> F. ZERNIKE u. J. A. PRINS: Z. Physik **41**, 184 (1927).

gleichseitigen  $\text{XO}_3$ -Dreiecken, deren Ecken je zwei  $\text{XO}_3$ -Gruppen gemeinsam sind. Jedes X ist von drei O umgeben, X hat also die Koordinationszahl 3 gegen Sauerstoff. Die Verbindungslinien der Zentren bilden Winkel von  $120^\circ$ . Wie Fig. 2 zeigt, ist es möglich, diese Dreiecke so anzuordnen, daß

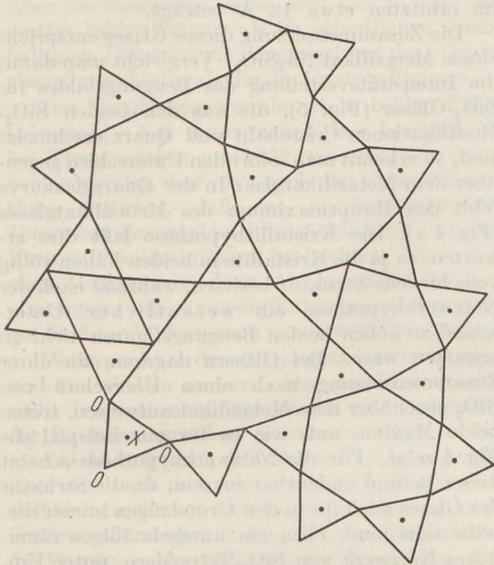


Fig. 2. Strukturschema von  $\text{X}_2\text{O}_3$ -Glas.

jede Periodizität fehlt, aber die Gleichseitigkeit der  $\text{XO}_3$ -Gruppen erhalten bleibt. Die Winkel zwischen den Zentrenlinien sind jetzt beliebig. Diese Art der Anordnung ist nicht mehr möglich, wenn das Oxyd die Formel  $\text{XO}$  hätte. Seine Struktur müßte, wenn für X wieder die Koordinationszahl 3 maßgebend ist, die in Fig. 3 gezeichnete sein. Hier ist eine Deformation unter Einhaltung der erwähnten Nebenbedingung der Gleichseitigkeit nicht mehr möglich. Da die Deformationsmöglichkeit unumgänglich notwendig ist, um ein amorphes Gitter zu erhalten, sind demnach von den Oxyden mit Dreiecksstruktur nur solche glasbildend, die dem Typ  $\text{X}_2\text{O}_3$  entsprechen.

Weiter fordert ZACHARIASEN, daß in Gläsern allgemein die Koordinationszahl klein sein soll, daß ein O-Atom nicht mehr als zwei Polyedern angehören darf und daß die Polyeder nur durch Ecken, und zwar durch mindestens drei, miteinander verknüpft seien. Diese Forderungen, auf deren genauere Begründung wir nicht eingehen wollen, sind im wesentlichen durch den geringen Energieunterschied von Glas und kristallisierten Oxyden bedingt, von denen diese Eigenschaften bekannt sind.

Es ist ein großer Erfolg der Überlegungen von ZACHARIASEN, daß man mit ihrer Hilfe in der Lage ist, die Möglichkeit einer Glasbildung vorauszu sehen. So kennt man in Dreiecksstruktur in Oxydgittern die Ionen B, As, Sb, wobei die  $\text{BO}_3$ -Gruppen eben sind, die anderen mehr oder weniger pyramidal, was von ZACHARIASEN als Übergang zu oktaedrischer Koordination gedeutet wird. Da die reine Oktaeder- also Sechserkoordination

nach den Annahmen von ZACHARIASEN nicht zur Glasbildung neigt, ist die Tatsache verständlich, daß  $\text{B}_2\text{O}_3$  das weitaus am stärksten glasbildende Oxyd mit dreiwertigen Ionen ist.

Mit ähnlichen Überlegungen wie im Falle der Dreierkoordination erkennt man, daß bei Ionen mit Viererkoordination nur tetraedrische Strukturen für glasbildende Oxyde möglich sind, und zwar muß die Verknüpfung aller Tetraeder derart sein, daß sich die chemischen Formeln  $\text{XO}_2$  (sämtliche O-Atome gehören zwei Tetraedern an) oder  $\text{X}_2\text{O}_5$  (nur drei verknüpfende O-Atome) ergeben. Dazu gehören  $\text{SiO}_2$  und  $\text{GeO}_2$ , die sehr leicht zu Gläsern geschmolzt werden können, sowie  $\text{P}_2\text{O}_5$ ,  $\text{As}_2\text{O}_5$  und  $\text{V}_2\text{O}_5$ , die tatsächlich als Glasbildner bekannt sind oder sogar erst auf Grund der genannten Überlegungen als solche erkannt wurden.

Wie die Fig. 2 erkennen läßt, entstehen im atomaren Aufbau Löcher, die Platz geben für andere Ionen, so daß es möglich ist, Gläser zu erhalten, die nicht aus einem einfachen Oxyd erschmelzt sind, sondern durch Zumischung anderer, die als solche nicht glasbildend zu sein brauchen, entstanden sind. Auf die durch die hinzutretenden Valenzen notwendig werdenden geringfügigen Änderungen im Gitteraufbau gehen wir hier nicht ein. Die zusätzlichen Ionen müssen nun einerseits genügend groß sein, um die Löcher auszufüllen, andererseits nur geringe Ladung tragen, damit nicht zu große Kräfte zwischen diesen und den eigentlichen Glasbildnern auftreten; denn das hätte eine zu große Änderung der inneren Energie gegenüber dem Oxydkristall zur Folge. Die häufigsten zusätzlichen Ionen in Gläsern, Na, K, Ca, Ba und Pb erfüllen tatsächlich diese Bedingung.

Während, wie oben gesagt, beide Auffassungen von der Struktur der Gläser die Existenz verwischener Röntgeninterferenzen erklären, haben VALENKOV und PORAY-KOSHITZ<sup>1</sup> in einer sehr sorgfältigen quantitativen Untersuchung gezeigt,

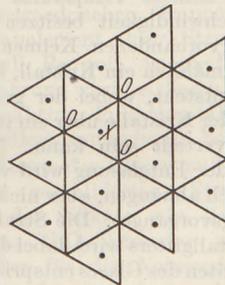


Fig. 3. Strukturschema von  $\text{XO}$  (Kristall). Jedes O gehört drei Gruppen an.

daß es zur Entscheidung zwischen beiden Auffassungen hauptsächlich auf eine genauere Betrachtung des Einflusses der Entglasungsvorgänge auf die Interferenzerscheinungen ankommt.

Betrachtet man im einzelnen den Vorgang der Entglasung, der dann eintritt, wenn Gläser einige

<sup>1</sup> N. VALENKOV u. E. PORAY-KOSHITZ: Z. Kristallogr. **95**, 195 (1936).

Zeit auf hohe Temperatur gebracht werden, dann muß dieser Vorgang nach der Netzwerkhypothese erst bei einer bestimmten Minimaltemperatur erfolgen, da es notwendig ist, erst das ganze Netzwerk zu zerstören, bevor die Atome wieder zu

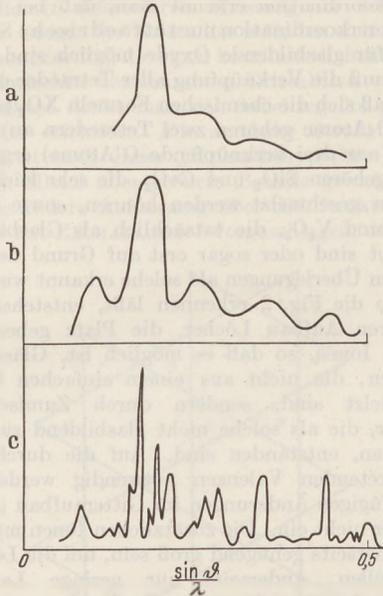


Fig. 4. Glas aus 50  $\text{SiO}_2$  + 50  $\text{Na}_2\text{O}$ . a nicht erhitzt; b 2 Stunden auf  $430^\circ$  erhitzt; c völlig entglast.

einem Kristallgitter zusammentreten können. Bei der Entglasung wird das entstehende kristallisierte Produkt die Struktur derjenigen Modifikation haben — wenn es mehrere gibt —, die bei der Entglasungstemperatur stabil ist. Es wird aber gleichgültig sein, bei welcher Temperatur das Glas vorher aus seiner Schmelze erstarrt ist. Im Gegensatz dazu verläuft der Vorgang der Entglasung nach der Kristallithypothese so, daß die einzelnen Kristallite bei höherer Temperatur eine größere Wachstumsgeschwindigkeit besitzen und so aus den im Glase vorhandenen Keimen bei höherer Temperatur allmählich ein Kristall, bzw. ein Kristallgemenge entsteht, wobei der ganze Vorgang des Wachsens der Kristalle über ein größeres Temperaturgebiet verteilt sein kann. Nur die Geschwindigkeit der Entglasung wird von der Temperatur merklich abhängen, aber nicht der Beginn des Entglasungsvorganges. Die Struktur des entstehenden Kristallgitters wird dabei diejenige sein, die den Kristalliten des Glases entspricht, also jene, die bei Erstarrung des Glases stabil war. Die Temperatur der Entglasung ist dagegen unmaßgeblich, also umgekehrt wie im ersten Fall.

Die Versuche von VALENKOV über Röntgenbeugung an Gläsern scheinen für den zuletzt genannten Entglasungsmechanismus zu sprechen. Den kontinuierlichen Übergang vom Glaszustand in den kristallinen durch allmähliches Anwachsen der Kristallite zeigen als Beispiel Fig. 4 und 6, in denen die Intensität der Röntgenstrahlen abhängig vom Beugungswinkel aufgetragen ist. Die Maxima werden allmählich schärfer, je besser das

Glas entglast wurde. Rechnet man die Größe der Kristallite aus, die man annehmen muß, um aus einem Kristallgitter, das die Beugungsfigur c (Fig. 4) hervorbringt, die Kurven a und b zu erhalten, so ergibt sich die beste Übereinstimmung, wenn die Größe der Kristallite im unerhitzten Glas 10 Å, im erhitzten etwa 12 Å beträgt.

Die Zusammensetzung dieses Glases entspricht einem Metasilikat  $\text{Na}_2\text{SiO}_3$ . Vergleicht man damit die Intensitätsverteilung des Beugungsbildes für  $\text{SiO}_2$ -Gläser (Fig. 5), die aus den beiden  $\text{SiO}_2$ -Modifikationen Cristobalit und Quarz erschmelzt sind, so erkennt man sofort den Unterschied gegenüber dem Metasilikatglas: In der Quarzglasurve fehlt das Hauptmaximum des Metasilikatglases (Fig. 4 a). Die Kristallithypothese läßt dies erwarten, da ja die Kristallite in beiden Fällen völlig verschiedene Struktur besitzen, während nach der Netzwerkhypothese ein wesentlicher Unterschied zwischen beiden Beugungsfiguren nicht zu erwarten wäre. Bei Gläsern dagegen, die ihrer Zusammensetzung nach einen Überschuß von  $\text{SiO}_2$  gegenüber dem Metasilikat aufweisen, treten beide Maxima auf, wie es für ein Beispiel die Fig. 6 zeigt. Für die Netzwerkhypothese scheint dieser Befund undeutbar zu sein, da die Struktur des Glases nach ihr in den Grundzügen immer dieselbe sein muß, eben ein unregelmäßiges räumliches Netzwerk von  $\text{SiO}_4$ -Tetraedern, unter Umständen mit eingelagerten anderen Ionen, während die Bildung einer typischen Metasilikatstruktur (mit linearen Ketten von  $\text{SiO}_4$ -Tetraedern) im Glas unwahrscheinlich erscheint, wenn man nicht mit

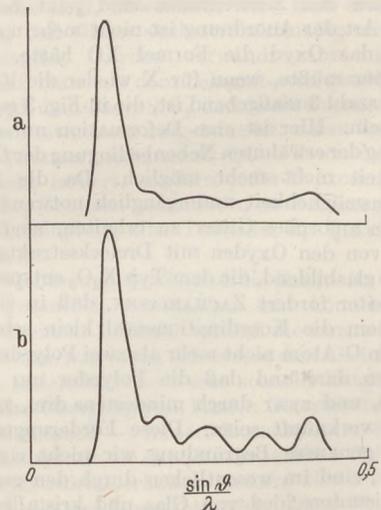


Fig. 5. a Quarzglas; b Cristobalitglas.

der Kristallithypothese annimmt, daß sich Metasilikat-Kristallite gebildet haben, die bei der Erstarrung zum Glas ihre Struktur mehr oder weniger beibehalten haben.

Weiter ersieht man aus Fig. 5, daß  $\text{SiO}_2$ -Glas, das aus Quarz erschmelzt ist, eine etwas andere Beugungsfigur aufweist als solches aus Cristobalit. Diese Abhängigkeit der Glasstruktur von der Struktur des Ausgangsmaterials (bei gleicher chemischer

Zusammensetzung!) spricht eindeutig zu Ungunsten der Netzwerkhypothese. Genauer ist der Vorgang hier so zu denken, daß beim Schmelzen der Quarz sich erst in den bei hohen Temperaturen stabilen Cristobalit umwandelt, so daß dieses Glas im Grunde auch als Cristobalitglas anzusehen wäre. Aber die Kristallite haben sich hier weniger ungestört bilden können als im eigentlichen Cristobalitglas. Daher ist die Beugungsfigur des „Quarzglases“ unschärfer als die des Cristobalitglases.

Das Entglasungsprodukt ist in beiden Fällen Cristobalit. Nur wenn man Gläser herstellt, die bei Temperaturen um  $800^{\circ}$  erstarren, wo Quarz noch stabil ist, darf man nach der Kristallithypothese erwarten, daß das Entglasungsprodukt Quarz ist; dies wird auch tatsächlich bei manchen Natron-Bleisilikatgläsern beobachtet. Nach dem oben Gesagten ist diese Abhängigkeit des Entglasungsproduktes von der Entstehungstemperatur ein direkter Widerspruch zur Netzwerkhypothese.

Wenn auch aus den dargelegten Beobachtungen und aus einigen anderen, hier aus Raumangel nicht besprochenen Argumenten eine Ablehnung der ZACHARIASENSCHEN Annahmen folgt, so darf man nicht vergessen, daß dessen Überlegungen für die Frage nach den möglichen Glasbildnern wertvoll bleiben, die von der Kristallitauffassung kaum beantwortet werden kann. Als eine Möglichkeit, die Vorzüge beider Auffassungen zu vereinen, mag man etwa folgende Überlegung heranziehen. Es ist nämlich zu beachten, daß die Kristallite keine scharf abgegrenzten Gebilde sind und an ihren Grenzen Bezirke von mehr oder weniger starker Strukturstörung vorkommen müssen. Dort können Überlegungen nach ZACHARIASENS Vorbild gültig bleiben. Sie geben dann Antwort auf die Frage nach der Bedingung, unter der sich Kristallite zu einem unregelmäßigen Gesamtnetzwerk verbinden können.

Man kann noch von einer anderen Seite dem Problem der Glasstrukturen näher kommen. Das ultrarote Spektrum eines Moleküls oder Kristalls liefert bekanntlich<sup>1</sup> die Frequenz der innermolekularen Eigenschwingungen; deren Kenntnis läßt Rückschlüsse auf die Struktur der schwingenden Gebilde zu. Ein reguläres Tetraeder wie die  $\text{SiO}_4$ -Gruppe besitzt vier Eigenschwingungen, wovon zwei aktiv sind, so daß sich bei den entsprechenden Frequenzen Absorptions- bzw. Reflexionsmaxima ergeben, und zwei inaktiv; letztere sind im Spektrum nicht erkennbar, da sich das elektrische Dipolmoment während der Schwingung nicht ändert. Zu ihnen gehört die „Pulsation“, bei der die Außenatome radial zum Zentralatom schwingen. Die Erfahrung<sup>2</sup> hat nun ergeben, daß das Spektrum der Silikate im wesentlichen die beiden aktiven Eigenfrequenzen eines Tetraeders zeigt, und zwar bei Wellenlängen von rund  $10$  und  $20 \mu$ . Diese beiden Frequenzen findet man nicht nur dann,

wenn die  $\text{SiO}_4$ -Gruppen des betreffenden Silikates völlig isoliert sind wie in den Orthosilikaten, z. B. bei Zirkon,  $\text{ZrSiO}_4$ , sondern auch dann, wenn die einzelnen Tetraeder mehr oder weniger stark miteinander verknüpft sind. Auch in den Metasilikaten und in Quarz, wo man nach der chemischen Formel die Schwingungen einer  $\text{SiO}_3$ - bzw.  $\text{SiO}_2$ -Gruppe erwartet hätte, sind die Schwingungen eines Tetraeders, der  $\text{SiO}_4$ -Gruppe, zu beobachten, unter Umständen durch die Verknüpfung aufgespalten.

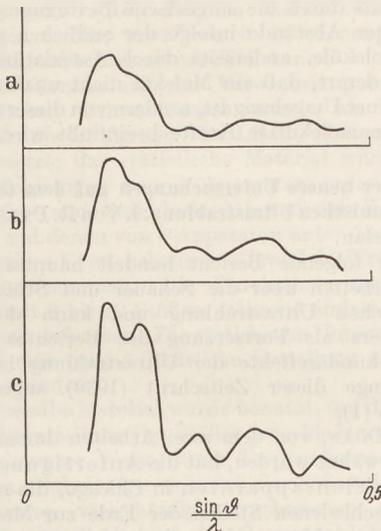


Fig. 6. Glas aus  $73 \text{ SiO}_2 + 27 \text{ Na}_2\text{O}$ . a nicht erhitzt; b 1 Stunde auf  $618^{\circ}$  erhitzt; c 10 Min. auf  $800^{\circ}$  erhitzt.

Wesentlich für unsere Fragestellung ist nun, daß darüber hinaus nicht nur das einzelne  $\text{SiO}_4$ -Tetraeder zu Schwingungen Anlaß gibt, sondern auch ganz bestimmte Arten der Verknüpfung der Tetraeder eine charakteristische Ausprägung im Spektrum finden. Am deutlichsten ist dies zu beobachten bei den Silikaten, die Ringe aus vier oder sechs tetraedrischen Gruppen als charakteristisches Bauelement ihrer Struktur aufweisen (Quarz, Beryll, Benitoit, Apophyllit). Nach Ausweis der Erfahrung wird bei diesen Ringstrukturen die sonst inaktive Pulsation aktiv, und man erhält ein Reflexionsmaximum bei  $12$  bis  $12,5 \mu$ .

Das Spektrum der Gläser muß nun auf Grund der beiden geschilderten Strukturannahmen analog dem der Silikate sein, da auch in ihrer Struktur das  $\text{SiO}_4$ -Tetraeder maßgebend ist. Während aber für die Netzwerkhypothese das einzelne Tetraeder das einzige gemeinsame Element der Struktur ist, muß für die Kristallithypothese eine weitergehende Analogie gefordert werden. Der Kristallit enthält auch noch, allerdings unter Umständen etwas deformiert, die weiteren charakteristischen Verknüpfungsmerkmale der Kristallstruktur, also z. B. im Quarzglas die Ringverknüpfung. Die Untersuchung des Reflexionsspektrums von Quarzglas zeigt nun, daß auch in diesem wie in dem des kristallinen Quarzes das Reflexionsmaximum bei  $12,5 \mu$  auftritt, was dafür spricht, daß zumindest für Quarzglas die

<sup>1</sup> Vgl. F. MATOSSI: diese Zeitschrift 47, 18 (1934).

<sup>2</sup> CL. SCHAEFER, F. MATOSSI u. K. WIRTZ: Z. Physik 89, 210 (1934). — F. MATOSSI u. H. KRÜGER: Z. Physik 99, 1 (1936).

Kristallitauffassung der Wahrheit näher kommt als die reine Netzwerkauffassung<sup>1</sup>.

Überlegungen derart, wie sie hier für die Gläser, zähe unterkühlte Flüssigkeiten, dargelegt wurden, sind auch für die Physik normaler Flüssigkeiten von Bedeutung. Diesen schreibt man heute eine „quasikristalline Struktur“ zu, die so zu verstehen ist, daß Bezirke von zeitlich und örtlich wechselnder Ausdehnung vorhanden sind, in denen ein gewisser Ordnungszustand herrscht, hervorgerufen einerseits durch die statistische Bevorzugung bestimmter Abstände infolge der endlichen Größe der Moleküle, andererseits durch Assoziationsvorgänge derart, daß ein Molekül nicht unabhängig von seiner Umgebung ist, sondern von dieser durch zwischenmolekulare Kräfte beeinflußt wird.

#### Über neuere Untersuchungen auf dem Gebiete der kosmischen Ultrastrahlung. I. Von R. PYRKOSCH in Breslau.

Der folgende Bericht handelt hauptsächlich von Arbeiten über die Schauer und Stöße der kosmischen Ultrastrahlung und kann deshalb besonders als Fortsetzung des Berichtes über die Sekundäreffekte der Ultrastrahlung im 49. Jahrgange dieser Zeitschrift (1936) angesehen werden (1).

R. DOAN, von dem zwei Arbeiten damals bereits erwähnt wurden, hat die Anfertigung von 7 Präzisionsapparaten in Chicago, die später an verschiedenen Stellen der Erde zur Messung der Ultrastrahlung aufgestellt werden sollten, dazu benutzt, um ihre Aufzeichnungen an demselben Orte miteinander zu vergleichen (2). Sie bestehen aus einer kugelförmigen Ionisationskammer von 19,3 l Inhalt mit einer Argonfüllung von 50 Atm Druck und sind durch 12 cm Pb allseitig abgeschirmt. Die Ionisation wird mit einem LINDEMANN-Elektrometer gemessen, dessen Nadel subjektiv beobachtet oder auf einen bewegten Streifen Photopapier abgebildet wird. Dabei wird das Ausgleichsverfahren mit Hilfe der  $\beta$ -Strahlung eines Uranstäbchens verwandt, so daß die Änderung der Ultrastrahlungsstärke als Differenz zwischen dieser selbst und der konstanten Hilfsstrahlung gemessen wurde.

Über Erfahrungen mit einer solchen zuerst von A. H. COMPTON angegebenen radioaktiven Kompensation und ihre Vorzüge vor der üblichen elektrischen hat K. STRAUSS berichtet (3). Das Elektrometer wird alle Stunden geerdet, und die Bewegung der Nadel während der 57,5 Min. Isolationsdauer gibt ein Maß für die Strahlungsstärke während dieser Zeit ab. Die Ionisation erleidet dabei Schwankungen infolge der endlichen Zahl ionisierender Teilchen, welche die Kammer durchsetzen. Ein gelegentlicher Sprung zeigt einen HOFFMANN-Stoß an.

Die stündlichen Aufzeichnungen von 6 dieser Apparate während des März und April 1934 sind durch Punkte so dargestellt, daß die Zahl der Stunden seit Monatsanfang als Abszisse, die Verschiebung der Nadel am Ende jeder Stunde als

Ordinate verwandt wird. Eine darüber angebrachte Darstellung des Luftdrucks läßt dessen Einfluß deutlich erkennen. Die Meßpunkte weisen bei jedem Apparat eine erhebliche Streuung auf, deren Zusammenhang mit den statistischen Schwankungen näher untersucht wird. Dabei wird eine Theorie von R. D. EVANS und H. V. NEHER für eine kugelförmige Kammer zugrundegelegt, in der vorausgesetzt ist, daß die Ionisation durch einfache und mehrfache Strahlen bewirkt wird, welche die Kammer durchsetzen, und daß ein Bündel zu  $n$  Strahlen die  $n$ -fache Ionisation eines einzelnen verursacht, wobei noch das Verhältnis der Häufigkeit eines  $n$ -strahligen Bündels zu der eines Einzelstrahls eine Rolle spielt (4). Diese Verteilung von Einzelstrahlen und mehrstrahligen Bündeln wird nach Erfahrungen mit Nebelkammern abgeschätzt und der noch nötige mittlere Beobachtungsfehler aus den Aufzeichnungen von 4 Apparaten während einiger Tage mit gleichbleibendem Luftdruck gewonnen. Nachdem noch der mittlere Wert der Gesamtionisation durch subjektive Beobachtung der Nadel festgestellt worden war, konnte die Zahl der ionisierenden Ereignisse in der Minute, nämlich die der Durchgänge von Einzelstrahlen und Strahlenbündeln auf Grund der Theorie zu 1045 ermittelt werden und durch Division mit dem Querschnitt 995 cm<sup>2</sup> der Kammer die Zahl der ionisierenden Teilchen je cm<sup>2</sup> und Min. zu 1,05. Dieser Wert stimmt genügend mit Zählrohrbeobachtungen überein, um die gemachte Voraussetzung zu rechtfertigen, daß die beobachteten Schwankungen von einer ebensolchen Verteilung von Einzelstrahlen und Strahlenbündeln wie in Nebelkammern herühren, während sie für nur einzelne willkürlich verteilte Strahlen zu groß sind. Aus der gleichartigen Verteilung der ionisierenden Strahlen in Nebel- und Ionisationskammern wird geschlossen, obgleich sie im ersten Falle von Luftsekundärstrahlen, im zweiten von Sekundärstrahlen aus dem Blei des Panzers ausgelöst werden, daß diese Sekundärstrahlen in beiden Fällen wesensgleich, nämlich Photonen sind, die bei den Zusammenstößen der Primärstrahlen mit Atomkernen entstehen.

Die Arbeit geht dann auf den Barometereffekt und die Schwierigkeiten seiner Bestimmung näher ein. Das Barometer gibt das Gewicht der Luft senkrecht über ihm an, während die kosmische Strahlung zum Teil unter merklichen Zenitwinkeln ankommt. Ferner haben die über den Beobachter hinwegziehenden Hochs und Tiefs verschiedene Geschwindigkeiten und Stellungen zueinander und alle Arten von Druckverteilungen, so daß es z. B. nach den vorliegenden Aufzeichnungen vorkommt, daß die Strahlungsstärke, die mit sinkendem Luftdruck zunahm, weiter wächst, obgleich das Barometer nach einem Tief wieder ansteigt. Es sei daher nicht verwunderlich, daß von manchen Forschern mit demselben Apparat zu verschiedenen Zeiten recht verschiedene Effekte gemessen worden sind.

Der Verf. hat nun für 6 seiner Apparate die stündlichen Ionisationen als Ordinaten gegen die

<sup>1</sup> Vgl. F. MATOSI: Z. techn. Phys. 18, 585 (1937).

Barometerablesungen als Abszissen aufgetragen und so ein Streudiagramm erhalten, dessen statistische Deutung erkennen läßt, daß die Angaben der 6 Apparate bei den Luftdruckschwankungen, die sich in einer Breite von etwa 20 mm Hg bewegten, während 67% der von den Messungen beanspruchten Zeit innerhalb der Genauigkeitsgrenzen übereinstimmten.

Um einen etwaigen täglichen Gang der Ultrastrahlungsstärke zu entdecken, sind die Aufzeichnungen der Apparate während einer sehr luftdruckbeständigen Zeit von 10 Tagen benutzt worden. Die Gelegenheit war dafür recht günstig, da bei einem einzelnen Apparat eine erheblich längere Meßzeit nötig gewesen wäre, um den wahrscheinlichen Fehler der Beobachtungen auf dasselbe Maß zurückzuführen. Die stündlichen und dreistündlichen Mittel, von denen jedes das arithmetische Mittel von 140 bis 150stündlichen Ablesungen auf 5 Apparaten war, lassen gegen die Zeit aufgetragen eine deutliche Periode mit einem Höchstwert um etwa 9 Uhr vormittags erkennen. Die erste Sinuslinie der FOURIER-Zerlegung hat eine Amplitude von  $0,189 \pm 0,035\%$ , also 5 bis 6mal so groß wie der wahrscheinliche Fehler. Da der Höchstwert gegen 9 Uhr eintrat, kann er nicht lediglich auf Rechnung der Sonne gesetzt werden. Indessen ist diese Zeit am 21. April ungefähr gleichbedeutend mit 23 Uhr Sternzeit, also nahe 20 Uhr 40 Min., das ist der Zeitpunkt, der von COMPTON und GETTING als bedingt durch die Bewegung der Erde im Weltraum berechnet worden war (5).

Die Bedeutung eines Panzers als Schutz gegen radioaktive Störungen der Umgebung wurde durch 3 der Apparate während eines Unwetters klar gestellt. Von ihnen war einer oben offen, ein zweiter mit 1 cm Pb in Form einer halbkugligen Kappe und der dritte mit mehreren Zentimetern Bleischrot als Deckel abgeschirmt. An den Seiten und unten waren alle gleich gepanzert. Während eines schweren, aber regenlosen Gewitters von 12 bis 14 Stunden verhielten sich die Apparate ganz gleichartig. Als aber dann ein heftiger Regen einsetzte, stieg die Ionisation bei dem oben offenen Apparat alsbald steil an, etwas später bei dem zweiten, und verharrte bei dem hohen Wert während des 2 Stunden währenden Regens, worauf ein rascher Rückgang zu dem alten Wert erfolgte. Dagegen zeigte der dritte Apparat während der ganzen Zeit keine Änderung. Die Ionisationszunahme bei den beiden ersten wird auf die  $\gamma$ -Strahlung des RaC zurückgeführt, deren bekannte Absorption mit der durch 1 cm Pb hier beobachteten übereinstimmt.

Der zweite Teil der Arbeit beschäftigt sich mit den HOFFMANN-Stößen. Ein solcher Stoß wurde durch eine plötzliche Verrückung der Nadelspur um 1 bis 20 Skalenteile angezeigt, die der Erzeugung von  $10 \cdot 10^6$  bis  $200 \cdot 10^6$  Ionenpaaren durch eine große Zahl Teilchen entspricht, welche die Kammer durchsetzen. Nun war als durchschnittlicher Betrag von Ionisationsvorgängen in der Kammer 1045 je Minute errechnet worden. Da ein solcher Vorgang in dem Durchgang eines

einzelnen Teilchens oder eines Strahlenbündels besteht, wird die durchschnittliche Zahl ionisierender Teilchen, welche die Kammer in der Min. durchsetzen, gleich  $1045 \cdot 1,23 = 1285$ , wobei der Faktor 1,23 von der aus Nebelkammern bekannten Verteilung von einzelnen Teilchen und Schauern verschiedener Strahlenszahl entnommen ist. Da die Gesamtionisation je Min.  $94,8 \cdot 10^6$  Ionenpaare beträgt, ist die durchschnittliche Zahl der von einem Teilchen erzeugten Ionenpaare  $94,8 \cdot 10^6 : 1285 = 7,38 \cdot 10^4$ . Folglich umfaßt ein Stoß mäßiger Größe, etwa von  $5 \cdot 10^7$  Ionenpaaren, ungefähr 680 ionisierende Teilchen.

Zur Vermeidung der Verwechslung mit gewöhnlichen Schwankungen wurde als untere Grenze die Stoßgröße von  $1,5 \cdot 10^7$  Ionenpaaren festgesetzt; das statistische Material wurde den Aufzeichnungen von 3 Apparaten unter einem Schiefer- und Stahldach während des Herbstes 1934 und denen von 6 Apparaten unter dem Glasdach eines Gewächshauses während des Frühjahrs 1935 entnommen. Die Durchmusterung ergab Tage mit 8 bis 10 Stößen, während andere keinen einzigen aufwiesen. Die statistische Untersuchung ergab eine ganz willkürliche Verteilung über die Tagesstunden.

Dasselbe Material wurde benutzt, um die Häufigkeitsverteilung von Stößen verschiedener Größe in bekannter Weise durch Treppennlinien darzustellen. Dabei zeigte sich, daß die Stöße bei einigen Apparaten viel häufiger vorkommen als bei anderen; z. B. betrug die Gesamtzahl bei dem einen 0,238 je Stunde, während sie bei zwei anderen nur etwa gleich 0,145 war. Die Häufigkeitsverteilung ließ sich annähernd durch eine Exponentialfunktion  $F = F_0 \cdot e^{-aS}$  wiedergeben, bei der  $F$  die Anzahl der Stöße je Stunde und  $S$  die Abszisse des Mittelpunktes einer Größenklasse ist, als deren Ausdehnung ein Skalenteil des Registrierstreifens gewählt wurde, der rund  $15 \cdot 10^6$  Ionenpaaren entsprach. Z. B. war bei dem einen Apparat  $F_0 = 0,66$ ;  $a = 0,067$ . Doch sind diese Konstanten von der willkürlich gewählten Größeneinheit abhängig, so daß man die Gesamtstoßzahl nicht durch eine Integration des Ausdrucks erhalten und  $F_0$  nicht als extrapolierte Häufigkeit kleiner Stöße ansehen kann. Es wird auch auf eine Unstimmigkeit mit den Ergebnissen deutscher Forscher, etwa MESSERSCHMIDT (6), aufmerksam gemacht, bei deren Häufigkeitsverteilungen Höchstwerte, z. B. eine größte Häufigkeit bei  $3,8 \cdot 10^6$  Ionenpaaren für Pb und  $2 \cdot 10^6$  für Al auftreten, so daß kleinere Stöße weniger zahlreich sind, während solche Höchstwerte bei den Ergebnissen des Verf. und der MONTGOMERYS nicht vorhanden sind. Das sei wichtig, weil durch sie eine wesentliche Schranke zwischen Schauern und Stößen errichtet werden würde.

Während der Betätigung von 4 bis 8 Apparaten im Laufe mehrerer Monate wurden einige Stöße größten Ausmaßes von rund  $4 \cdot 10^8$  Ionenpaaren beobachtet, die ungefähr 5000 ionisierende Teilchen und die Gesamtenergie  $1,3 \cdot 10^{10}$  eVolt erfordern. Von dem Wesen eines solchen Stoßes macht sich der Verfasser die Vorstellung, daß er

durch den Zusammenstoß eines Primärteilchens mit einem Atomkern des die Kammer umgebenden Stoffes verursacht wird, bei dem die Energie des Teilchens und vielleicht auch ein Teil der Energie des Kerns in eine riesige Photonenfarbe umgewandelt wird, deren Bestandteile wieder auf Atome der Umgebung einwirken und Zwillingpaare positiver und negativer Elektronen erzeugen, welche die eigentlichen ionisierenden Teilchen sind.

Da von einer Reihe Forscher festgestellt worden ist, daß Schauer und Stöße mit der Höhe über dem Meeresniveau an Zahl bedeutend stärker zunehmen als die vertikale und gesamt Stärke der kosmischen Strahlung, so ist auch ein größerer Barometereffekt bei ihnen zu erwarten. Diese

Vermutung ist auch von verschiedenen Forschern bestätigt worden, doch weichen ihre zahlenmäßigen Ergebnisse noch ziemlich stark voneinander ab (7). Der Verf. hat fast 700 Stöße von mehr als  $15 \cdot 10^6$  Ionenpaaren während eines Monats auf einen Barometereffekt hin untersucht, ohne einen deutlich zu erkennen; doch läßt die Unzulänglichkeit der Daten einen Effekt bis zu 8% je Zentimeter Hg zu.

Über die Abhängigkeit der Stoßzahl von der Panzerdicke hat der Verf. bereits in einer früheren Arbeit berichtet (8). Die noch nicht bestimmte Dicke für größte Stoßhäufigkeit liege wahrscheinlich bei 5 cm Pb. Es verhalte sich also ähnlich wie bei den Schauern, deren Zahl bis etwa 2 cm Pb zu- und dann wieder abnimmt.

### 3. Geschichte und Erkenntnislehre.

**Die Stellung der organischen und physikalischen Chemie zueinander im Wandel der Zeiten. I.** Von WALTER HÜCKEL in Breslau.

Die Naturwissenschaft strebt es an, durch Beobachtung, Versuch und verknüpfende Theorie ein Bild von den großen Zusammenhängen im Naturgeschehen zu erhalten. Die umfassende Aufgabe, die hier gestellt ist, kann nur so gelöst werden, daß die experimentelle Forschung von einzelnen enger umgrenzten Gebieten aus vorgeht. Die Gesamtheit der Erscheinungen zu überblicken, ist bei der heute bekannten Menge von Tatsachen und Zusammenhängen dem einzelnen Forscher nicht mehr möglich. Ja, die Entwicklung hat sogar dahin geführt, daß die großen Arbeitsgebiete, die zunächst aus Zweckmäßigkeitsgründen gegeneinander abgegrenzt wurden, noch weiter unterteilt werden mußten. Diese Unterteilung hat eine Spezialisierung des einzelnen zur Folge, die nur zu leicht dazu führt, daß das große gemeinsame Ziel aus dem Auge verloren und die Zusammenarbeit der Forscher auf den meist besonders fruchtbaren Grenzgebieten zweier Wissenschaftszweige geschädigt wird. Aber der Fortschritt der Wissenschaft zwingt immer wieder dazu, gerade an den Grenzen der einzelnen Wissenschaftsgebiete verknüpfende Verbindungen herzustellen. Dafür sind aber Spezialisten, selbst wenn sie auf ihrem Fachgebiet das Höchste leisten, nicht brauchbar. Will die Wissenschaft nicht Gefahr laufen, wegen Mangel an geeignet geschulten Forschern ratlos vor Fragen zu stehen, die für die wissenschaftliche Erkenntnis und in ihrer Auswirkung auch für das praktische Leben wichtig sind, so muß sie Vorsorge treffen, die gerade für die Grenzgebiete wichtige Ausbildung in mehreren Zweigen nicht verkümmern zu lassen. Es gilt, die nicht zu einseitig Begabten rechtzeitig zu erkennen und ihnen die Ausbildung zu geben, die die Voraussetzung für die volle Entfaltung der wissenschaftlichen Begabung ist. Ohne gründliche Kenntnis der experimentell fest gegründeten Tatsachen und der sie verbindenden Ideen vermag heutzutage auch das größte Genie in den Naturwissenschaften keine Großtat mehr zu vollbringen.

Wie wichtig es ist, allzu einseitige Spezialisierung zu vermeiden, lehrt uns die Geschichte der

Wissenschaft. Aus den Fehlern und aus den Erfolgen früherer Zeiten lernen wir, wie es heute besser gemacht werden kann als früher.

Aus vielen lehrreichen Beispielen sei hier das interessante Bild herausgegriffen, das sich in der Chemie bei der Betrachtung der Entwicklung von zwei großen Zweigen, der organischen und der physikalischen Chemie, bietet.

Von den verschiedenen großen Teilgebieten der Chemie, die man durch besondere Namen gegeneinander abzugrenzen pflegt, haben sich zwei, nämlich die organische und die physikalische Chemie, lange Zeit hindurch getrennt voneinander entwickelt, während dagegen die physikalische Chemie sehr bald den Kontakt mit der anorganischen Chemie gewonnen und sich daraufhin eine weitgehend gemeinsame Weiterentwicklung dieser beiden Teilgebiete vollzogen hat. Es ist noch gar nicht so lange her, daß eine innigere Berührung von organischer und physikalischer Chemie fühlbar geworden ist und das gegenseitige Verständnis von organischem und physikalischem Chemiker erheblich gewonnen hat. Es ist daher von großem Interesse, den Ursachen nachzugehen, weshalb sich diese beiden Zweige der chemischen Wissenschaft so lange fremd gegenüberstanden, und weiterhin zu verfolgen, wie im Laufe der Zeit doch ein gegenseitiges Kennen- und Verstehenlernen zustande gekommen ist.

Die organische Chemie erlebte ihre beispiellose Entwicklung von 1860 an nach der Schöpfung der Strukturlehre — 1858 Lehre von der Atomverketzung und der Vierwertigkeit des Kohlenstoffs, KÉKULÉ und COUPER, 1865 Benzoltheorie KÉKULÉS. Die physikalische Chemie entwickelte sich etwa 30 Jahre später ebenfalls unerwartet rasch nach der Aufstellung der Theorie der elektrolytischen Dissoziation durch ARRHENIUS 1884 und der Theorie der verdünnten Lösungen durch VAN'T HOFF 1887. Zu ihrem Aufbau benötigten beide Teilgebiete der Chemie letzten Endes eine und dieselbe Grundlage. Die Strukturlehre bedurfte als Fundament der richtigen Atomgewichte, deren Wahl nur unter Zugrundelegung der AVOGADROschen Hypothese, also einer physikalischen Vorstellung, eindeutig zu treffen war. So erfuhr gleich im Anfang ihrer großartigen Entwicklung

die organische Chemie eine Befruchtung von der physikalisch-chemischen Seite her; bei der Schaffung des für sie so unendlich wichtigen Molekülbegriffes zeigte sich zum ersten Male die unabwiesliche Notwendigkeit, auf chemischem und auf physikalischem Boden gewachsene Erkenntnisse und Vorstellungen logisch miteinander zu verknüpfen. Die gleiche AVOGADROSCHES Hypothese, deren Allgemeinbedeutung zuerst an organischen Verbindungen erkannt wurde, ist es nun wieder, auf die sich die klassische physikalische Chemie der achtziger und neunziger Jahre aufbaut, hier im Verein mit der um die Mitte des vorigen Jahrhunderts von Physikern geschaffenen und ausgebauten Thermodynamik. Die Bedeutung dieser Kombination gibt sich in dem Titel des klassischen Lehrbuchs der physikalischen Chemie von NERNST zu erkennen, das sein Verfasser „Theoretische Chemie, vom Standpunkte der AVOGADROSCHESchen Regel und der Thermodynamik“ genannt hat.

Während des weiteren Ausbaues seiner Spezialwissenschaft zog nun der organische Chemiker in wachsendem Umfange physikalisch-chemische Hilfsmittel bei seinen Arbeiten heran. Die praktische Ausgestaltung der Verfahren zur Molekulargewichtsbestimmung verdankt man dem Organiker ERNST BECKMANN; die Charakterisierung der Stoffe durch eine größere Anzahl physikalischer Eigenschaften über die längst gebräuchliche Bestimmung des Schmelz- und Siedepunktes hinaus, hauptsächlich durch Dichte, Brechungsindex und Molekularrefraktion, fand mehr und mehr Eingang in die organisch-chemischen Laboratorien. Später bediente sich der Enzymchemiker erfolgreich der Verfahren der chemischen Kinetik zur Kennzeichnung seiner Enzympräparate. Aber es blieb bei der Anwendung der Methoden zur Feststellung physikalischer Konstanten, wobei bestenfalls erfahrungsmäßige Regeln zwischen deren Größe und der Konstitution aufgefunden wurden. Eine theoretische Durchdringung des teilweise recht umfangreichen Beobachtungsmaterials fand nicht statt, wenn auch die Voraussetzungen dafür durch Schaffung einer breiten experimentellen Grundlage gegeben wurden. Die Lage war ähnlich wie lange Zeit hindurch in der Spektroskopie, wo in sorgfältigster Arbeit die Beobachtungen zusammengetragen wurden, welche einschließlich der aus ihnen erfahrungsmäßig entnommenen Regeln erst durch das BOHRSCHE Atommodell und dessen Weiterentwicklung ihre Deutung finden sollten.

Bediente sich der organische Chemiker im Laufe der Zeit mehr und mehr physikalisch-chemischer Hilfsmittel, so war der umgekehrte Fall, daß ein physikalischer Chemiker die von ihm untersuchten Beispiele aus der Stoffwelt der organischen Chemie nahm, bis in die neueste Zeit hinein selten. Ein Anlauf, wie ihn in den neunziger Jahren STOHMANN durch Bestimmung der Verbrennungswärmen organischer Verbindungen in Fortführung der Arbeiten THOMSENS und BERTHELOTS nahm, blieb vereinzelt und wurde erst nach etwa 2 Jahrzehnten von W. A. ROTH, unter teilweiser Anregung durch K. v. AUWERS, wieder aufgenommen.

Solche thermochemischen Messungen an organischen Verbindungen sind erst in neuester Zeit, insbesondere auch von amerikanischer Seite, in ihrer theoretischen und praktischen Bedeutung richtig gewürdigt worden. Im allgemeinen wählten die physikalischen Chemiker für ihre Untersuchungen Beispiele aus der anorganischen Chemie aus. Diese Wahl ist einmal begründet durch die Einfachheit in der Zusammensetzung vieler anorganischer Stoffe; es ist beispielsweise ohne weiteres klar, daß die Reaktionen zwischen den Halogenen und Wasserstoff, denen MAX BODENSTEIN seine Lebensarbeit gewidmet hat, nachdem früher sich schon BUNSEN, ROSCOE u. a. daran versucht hatten, besser geeignet sind, um grundlegende Gesetze zu finden, als etwa die Reaktionen zwischen Halogenen und Kohlenwasserstoffen. Ferner wurde die Entwicklung der physikalischen Chemie stark von der in ihr inbegriffenen Elektrochemie bestimmt, die ihrerseits naturgemäß die für sie grundlegenden Beispiele größtenteils aus dem Gebiete der aus elektropositiven und elektronegativen Bestandteilen aufgebauten anorganischen Salze wählte. Die durch OSTWALD angeregten Untersuchungen über die Dissoziationskonstanten organischer Säuren, die später hauptsächlich von WEGSCHEIDER weitergeführt wurden, bedeuteten nur einen kleinen Vorstoß der physikalischen Chemiker in das weite Gebiet der organischen Stoffwelt, dem eine breitere Auswirkung versagt blieb; ebenso gingen den Untersuchungen WALDENS über die nichtwässrigen Lösungsmittel, die zum größeren Teil der organischen Chemie angehörten. Im allgemeinen blieben aber organische Verbindungen, wenn die Wahl der physikalischen Chemiker auf sie fiel, Paradigmata für allgemeine Gesetze, wie die Rohrzuckerinversion und die Esterverseifung Musterbeispiele für die chemische Kinetik in verdünnten Lösungen, ohne daß stoffliche und konstitutive Eigentümlichkeiten weiter interessierten.

Allgemeine Gesetze zu finden, dies war überhaupt das Ziel der physikalischen Chemie in ihrer klassischen Periode, entsprechend den gleichgerichteten Zielen der damaligen wie der älteren Physik. Demgegenüber steht der Individualismus der Stoffe in der organischen Chemie. Ihn auf allgemeiner Grundlage zu erfassen, war zu Beginn des 20. Jahrhunderts die Wissenschaft noch nicht weit genug fortgeschritten. So blieb lange Zeit hindurch eine Verschiedenheit in der Problematik und den Denkmethode auf beiden Teilgebieten der Chemie bestehen, die sich stellenweise so stark auswirkte, daß sich mehrfach Forscher ohne gegenseitiges Verständnis, manchmal sogar in feindlicher Kampfstellung, gegenüberstanden.

Vom „Standpunkt der AVOGADROSCHESchen Regel und der Thermodynamik“, also von ganz allgemeinen Gesetzen aus, nimmt die physikalische Chemie ihren glänzenden Aufschwung. Die um die Mitte des 19. Jahrhunderts auf dem Boden der Physik gewachsene Thermodynamik liefert ihr den ersten und zweiten Hauptsatz; sie kümmert sich gar nicht um die stoffliche Materie, sondern nur um die gegenseitigen Umwandlungen der Energiearten Arbeit und Wärme.

Die Beziehung zum Stofflichen gibt erst die AVOGADROSche Regel, die durch DALTONS Gesetz der Teildrucke sinngemäß zu ergänzen ist. Die außerhalb der Thermodynamik stehenden Gasgesetze werden über das Gasthermometer mit der thermodynamischen Temperaturskala verknüpft. Es folgen die Gesetze der physikalischen Chemie, die nur durch die Zahl, nicht durch die Art der Teilchen bestimmt werden, zunächst für Gase. Die großartige Entwicklung beginnt aber erst, als sich — um die Mitte der achtziger Jahre — herausstellt, daß auch in Lösungen eine Reihe von Erscheinungen ebenfalls nur durch die Zahl der Teilchen bestimmt werden, und sich sogar die Form der Gasgesetze auf Lösungen in dem Ausdruck für den osmotischen Druck wiederfindet. Es gelingt weiter die Übertragung auf elektrochemische Vorgänge, die gerade durch die ARRHENIUSsche Theorie der elektrolytischen Dissoziation ihre elektrische Deutung gefunden haben. Angesichts der Erfolge bei den Anwendungen der allgemeinen Gesetze tritt manche prinzipielle stoffliche Frage in den Hintergrund. Die Größen, die man zu thermodynamischen Rechnungen braucht, wie Dichten, spezifische Wärmen, werden experimentell ermittelt, aber nach dem Zusammenhang der gefundenen Zahlenwerte mit irgendwelchen anderen Eigenschaften fragt man nicht. Ebenso geht es mit den Konstanten in den Zustandsgleichungen für Gase, deren physikalische Bedeutung dadurch verschleiert wird, daß man — anders als ursprünglich VAN DER WAALS — mathematische Ausdrucksformen für die funktionellen Zusammenhänge der Zustandsgrößen sucht, die, wie z. B. die Zustandsgleichung von DANIEL BERTHELOT, sie ausgezeichnet wiedergeben, aber keine eigentliche physikalische Grundlage mehr besitzen. Ferner rechnet man in der Thermodynamik mit der Existenz der Phasen und der Lösungen und nimmt sie hin, ohne die Frage aufzuwerfen, wie sie zustande kommen; man braucht nur ihre Zusammensetzung und ihre physikalischen Eigenschaften zu kennen. Ansätze, die von der Thermodynamik benutzten Größen aus dem Bau der Moleküle heraus zu verstehen, werden in der klassischen Periode der physikalischen Chemie nur vereinzelt gemacht, zuerst bei den spezifischen Wärmen der einatomigen und zweiatomigen Gase, später bei der Erklärung des Verlaufs der spezifischen Wärmen fester Körper bei tiefen Temperaturen. Aber abgesehen von solchen Fällen, die vereinzelt bleiben, nimmt der klassische physikalische Chemiker im allgemeinen die experimentell bestimmten Konstanten als solche hin, setzt sie in seine Rechnungen ein und versucht schließlich auch noch, Regelmäßigkeiten aus den Zahlen erfahrungsmäßig herzuleiten. Bei einer solchen Forschungsrichtung geht das Interesse am Stofflichen leicht verloren. Wir verstehen heute allerdings diese Gleichgültigkeit der damaligen physikalischen Chemie gegenüber den Fragen nach dem Bau der Moleküle. Denn die Zeit war damals noch nicht reif für die Beantwortung der Fragen nach dem Feinbau der Materie, als noch die abschließenden experimentellen Beweise für die atomistische oder allgemeiner für die diskonti-

nuierliche Struktur der Materie, die JEAN PERRIN 1908 gelangen, geführt werden mußten.

Gerade für den Bau der Materie interessiert sich aber der organische Chemiker, denn Voraussetzung für ein planvolles Eindringen in die mannigfaltigen Umsetzungen der unzähligen organischen Verbindungen ist die Kenntnis vom Bau der sie bildenden Moleküle. Der Organiker gewinnt sie durch ein kritisches Studium ihrer Umsetzungen; er geht den ihn beschäftigenden Problemen der Konstitution in rein stofflicher Arbeit nach. Die überraschende Erkenntnis, daß es mit Hilfe chemischer Reaktionen möglich ist, in den Bau der Moleküle einzudringen, war in den fünfziger und sechziger Jahren des vorigen Jahrhunderts gewonnen worden. Die auch heute noch in der organischen Chemie gebräuchlichen, einfach zu begreifenden theoretischen Vorstellungen, deren man dabei bedarf, gehen auf die Intuition einiger weniger Forscher, voran KEKULÉ, zurück. Mit überraschendem Erfolg werden die die Atomverketzung darstellenden Strukturformeln als Bilder für die Moleküle, später darüber hinaus räumliche Atommodelle und aus ihnen aufgebaute Molekülmodelle, benutzt. Mit den Hilfsmitteln der damaligen Physik sind sie theoretisch nicht zu begründen; aber der organische Chemiker hat auch angesichts der großen Erfolge der Strukturlehre und der Stereochemie kaum Zeit, nach solchen Begründungen zu fragen — so wie der physikalische Chemiker der klassischen Periode die Beantwortung mancher grundlegenden Frage seiner Wissenschaft zurückstellt. Auf beiden Teilgebieten führt freilich die Auswirkung dieser Zurückstellung grundlegender Fragen dazu, daß sich manche Forscher über die Grenzen der Grundlagen ihrer Wissenschaft nicht mehr ganz klar sind.

Diese Feststellung läßt sich insbesondere bei manchen organischen Chemikern machen, die, angelangt an der Grenze der klassischen Struktur- und Raumformeln, vergeblich versuchen, diese Grenze hinauszuschieben. Diese Versuche führen entweder zu Vorstellungen über die Bindung der Atome, die im Widerspruch mit physikalischen Erkenntnissen stehen und daher von einem Mangel an physikalischem Verständnis zeugen. Oder es bleiben solche Versuche im primitiv Bildhaften, das der Strukturchemie eigen ist, stecken. In der zweiten Richtung ist die Hypothese der Partialvalenzen von JOHANNES THIELE der letzte großangelegte Vorstoß, der unter bewußtem Verzicht auf physikalisch anmutende und verbrämende Bilder unternommen worden ist. Wenn ihm auch bei der Unzulänglichkeit der Ausdrucksmittel ein voller Erfolg versagt blieb und versagt bleiben mußte, so hat er doch sehr anregend auf die experimentelle Forschung gewirkt. Nach der theoretischen Seite hin ist die Auswirkung der Partialvalenzhypothese ohne Schuld ihres Schöpfers weniger günstig gewesen. Man hat später versucht, sie mehr oder weniger schematisch weiter zu entwickeln. Hierbei ist manchmal nur zu deutlich eine Verkrampfung zu spüren, und nicht anders steht es mit anderen Versuchen, die dem Ausbau der „Valenzlehre“ dienen und eine Erweiterung

der Grundlagen der Strukturchemie mit Hilfe primitiver bildlicher Darstellungen verwirklichen sollen, wobei manchmal halbverstandene physikalische Vorstellungen verwendet werden. Es wird nur ungerne eingestanden, daß die theoretischen Bedürfnisse, die der organische Chemiker über die klassische Strukturchemie hinaus verspürt, dadurch nicht befriedigt werden; oft genug wird diese Tatsache unbewußt durch die Art der Darstellung zu verschleiern versucht.

Die Denkweise des organischen Chemikers ist, was die physikalische Seite des Molekülbaues betrifft, von Grund aus primitiv. Dadurch wird der das Theoretisieren gewohnte physikalische Chemiker abgestoßen, der beim Anblick der organisch-chemischen Arbeiten nur zu leicht lediglich an die nicht viel Geist fordernde formale Ausgestaltung der Systematik denkt. Die schematischen und krampfhaften Versuche zur Erweiterung der Grundgedanken, deren physikalische Schwächen vom physikalischen Chemiker sogleich erkannt werden, entfremden den Organiker vollends dem Physikochemiker. Letzterer übersieht dabei, welche Kunst im organischen Arbeiten steckt, welcher Erfahrung und welchen feinen Empfindens es bedarf, um die widerspenstigen Moleküle gerade an den Stellen anzupacken, an denen ein Abbau oder Aufbau stattfinden soll. Die Untersuchung eines Naturstoffes durch den Organiker bedeutet also, auch wenn man von dem wichtigen physiologisch-chemischen Hintergrund ganz absieht, nicht einfach ein „Preisrätseln“ um die Strukturformel. Es kann freilich nicht gelehrt werden, daß manche Arbeiten der organischen Chemie tatsächlich nicht viel anders aussehen als die Lösung eines Rätsels, um ein formales Bedürfnis zu befriedigen, und lediglich den BELSTEIN gefüllt haben. Im Grunde genommen stecken aber hinter der Kunst der Synthese und des Abbaues physikalisch-chemische Probleme, nämlich Probleme der Reaktionsgeschwindigkeit; die Verhältnisse der Reaktionsgeschwindigkeiten an verschiedenen Stellen eines Moleküls gegenüber den verschiedenen Reagenzien hat der Organiker dabei gegeneinander auszuspielen. Für die Beschäftigung mit der Reaktionsgeschwindigkeit ist aber in der klassischen physikalischen Chemie nicht viel Platz, weil sich mit Hilfe der allgemeinen Grundgesetze nur die Funktionen des zeitlichen Ablaufs der Reaktionen vorhersagen, aber keine Zusammenhänge zwischen Konstitution und Reaktionsgeschwindigkeit herleiten lassen. Man braucht nur das klassische Lehrbuch der theoretischen Chemie von NERNST zur Hand zu nehmen, um an dem geringen Raum, den darin die chemische Kinetik einnimmt, zu erkennen, wie wenig ihre Probleme vom Standpunkt der AVOGADROSCHEN Regel und der Thermodynamik aus erfaßt werden können.

Die Sachlage war also lange Jahre hindurch so, daß die physikalische Chemie, die die allgemeinen Grundlagen der chemischen Wissenschaft geben wollte und deshalb von WILHELM OSTWALD „Allgemeine Chemie“ benannt wurde, weder imstande war, die wichtigsten und fruchtbarsten Hypothesen

der organischen Chemie zu begründen, noch es vermochte, der Kunst des organisch-chemischen Arbeitens auf dem Gebiete der Reaktionskinetik die Wege zu weisen. Infolgedessen ist es durchaus verständlich, daß mancher Organiker den Physikochemiker als wirklichkeitsfremden Theoretiker ansah, dessen Hilfe er bei seinen schönen präparativen Erfolgen nicht bedurft hatte — ohne Logarithmentafel und Rechenschieber, nur im Reagenzglas, wie sich der Farbstoffchemiker ROBERT EMANUEL SCHMIDT einmal ausgedrückt hat, sind wichtigste Entdeckungen auf dem Gebiete der organischen Chemie gemacht worden. Umgekehrt erblickte mancher physikalische Chemiker im Organiker einen Kleinigkeitskrämer, den keine großen allgemeinen Probleme bedrücken, und der, statt sich mit solchen abzugeben, einfach auf den leicht zu begreifenden Grundlagen der organisch-chemischen Systematik weiter baut. Der eine oder der andere „trockene Systematiker“ ist damit richtig beurteilt, nicht aber die organische Chemie als solche mit ihren wichtigsten Vertretern.

Vorschnelle und zu Unrecht verallgemeinerte Urteile, wie sie hier sowohl von der Seite der Organiker wie der Physikochemiker gefällt worden sind, haben ihren Grund immer nur zum Teil in der Sache; zum Teil sind sie stets persönlicher Natur. Wenn sich lange Zeit hindurch Organiker und Physikochemiker nicht verstanden haben, so liegt das auch an den Persönlichkeiten vieler Forscher. Dabei sind es manchmal gerade die Besten, die, von ihrer Arbeit besessen und für ihr engeres Fachgebiet begeistert, es wegen dieser Konzentration zu Spitzenleistungen bringen, für eine andere Richtung ihres Faches aber nicht das rechte Verständnis aufzubringen vermögen; ihnen fehlt die Zeit, sich in die Gedanken anderer zu vertiefen, oft hindert sie auch ihre Eigenwilligkeit daran. Will man also den Zustand der Entfremdung, der so lange zwischen organischer und physikalischer Chemie herrschte, begreifen, so muß man die Persönlichkeiten jener Zeit und ihre besondere Begabung für den einen oder den anderen Zweig der Chemie näher betrachten.

Hier liegt ein so interessantes und weitreichendes Problem vor, daß an dieser Stelle nur einige Grundfragen gestreift werden können. Sie werden schon berührt, wenn man die Persönlichkeit desjenigen Forschers näher ins Auge faßt, dem sowohl die organische wie die physikalische Chemie grundlegende und entwicklungsfähige Ideen verdankt, nämlich die Persönlichkeit VAN'T HOFFS. Es erscheint eigenartig, daß VAN'T HOFF, trotzdem er der organischen wie der physikalischen Chemie so viel gegeben hat, keine innigere Verbindung zwischen beiden Wissensgebieten herbeizuführen vermocht, ja nicht einmal den Versuch dazu unternommen hat.

Wie der ganze Entwicklungsgang VAN'T HOFFS zeigt, führt ihn seine geistige Veranlagung zur physikalischen Chemie hin; er selber hat das einmal so ausgedrückt, daß sein Bestreben schon in jungen Jahren gewesen sei, Chemie und Mathematik miteinander zu verknüpfen. Auf den so veranlagten jungen VAN'T HOFF wirken aber nun zuerst

die mächtigen Eindrücke der neuen Strukturlehre, vom Meister KEKULÉ selbst vermittelt, ein. Diese Anregungen auf dem Gebiete der organischen Chemie führen zu einer Befruchtung, aus der sich als Frucht die Tetraëderhypothese VAN'T HOFFS entwickelte. Aber seltsam, diese in ihren Grundzügen auf 11 Seiten niedergelegte Hypothese baut ihr Schöpfer nicht weiter aus; sein Kind überläßt er den Organikern, insbesondere JOHANNES WISLICENUS und ADOLF V. BAEYER. Unverkennbar trägt es mehr die Züge KEKULÉS als VAN'T HOFFS. Die Tetraëderhypothese bleibt auch die einzige große Leistung VAN'T HOFFS auf dem Gebiete der organischen Chemie. Zwar erscheint noch ein Werk: „Ansichten über die organische Chemie“ von ihm, das aber bei aller Originalität der Auffassung erkennen läßt, daß VAN'T HOFF kein schöpferischer Organiker ist; auch weist es keine Wege zu der von ihm später so geförderten physikalischen Chemie. Man sieht hier also in den Leistungen eines Forschers die Kluft, die in der klassischen Zeit zwischen organischer und physikalischer Chemie klafft. Daß selbst eine so vielseitige Persönlichkeit wie VAN'T HOFF sie damals nicht zu überbrücken vermochte, wird durch seine im Grunde genommen doch einseitig physikalisch-chemische Begabung erklärt.

Zur Beschäftigung mit der organischen und der physikalischen Chemie gehören eben doch zwei verschiedene Richtungen in der Veranlagung zu naturwissenschaftlichem Forschen, die sich nur selten bei einer Persönlichkeit gleichzeitig finden. Der organische Chemiker freut sich am Beobachten des einzelnen Versuchsergebnisses, am Stoff, springt leicht von Experiment zu Experiment, dem oft durch eine zufällige Beobachtung eingegebenen Einfall des Augenblickes folgend. Der physikalische Chemiker braucht häufig lange Meßreihen, er geht daher bedächtiger vor, wenn er, von theoretischen Überlegungen geleitet, Zahlenmaterial zu sammeln und zu ordnen bestrebt ist. Häufig — freilich durchaus nicht immer, und gerade die Begründer der physikalischen Chemie fügen sich dieser Regel nicht — entspricht der Organiker dem Typus des Romantikers nach OSTWALD, der Physikochemiker dem Klassiker.

Damit hängt weiter die Herkunft der organischen und physikalischen Chemiker aus verschiedenen Volksstämmen zusammen. Mit dieser Frage hat sich bereits VAN'T HOFF einmal kurz auseinandergesetzt; er hat für die Neigung seiner holländischen Landsleute zur physikalischen Chemie, zur Ausführung langer Meßreihen und Rechnungen unter anderem ihr Phlegma verantwortlich gemacht. Tatsächlich ist Holland auch heute noch ein klassischer Boden für die physikalische Chemie. Außer in Holland hat die physikalische Chemie ihren Ursprung hauptsächlich in den nordischen Ländern: ARRHENIUS ist Schwede, OSTWALD, WALDEN, TAMMANN sind Balten, NERNST ist Westpreuße. Ferner ist weiter Dänemark ein Boden, auf dem die physikalische Chemie gut gedeiht; von den Norwegern GULDBERG und WAAGE wurde das Massenwirkungsgesetz gefunden. Dagegen stammen die führenden Chemiker der klassischen

organischen Chemie vielfach aus Südwestdeutschland und dem Elsaß; genannt seien hier nur LIEBIG, AUGUST WILHELM V. HOFMANN, GERHARDT, WURTZ, KEKULÉ. Die Beweglichkeit der Südwestdeutschen steht der Bedächtigkeit der Holländer und Nordländer gegenüber. Bemerkenswert ist, daß sich kein Schwabe unter den typischen Organikern der früheren Zeit findet; der Schwabe SCHÖNBEIN, der die Freude am Experiment mit theoretischem Grübeln vereint, geht seine eigenen Wege. Mit der bei den einzelnen Völkern vorhandenen verschiedenen Veranlagung wird es auch zusammenhängen, daß die klassische physikalische Chemie in Frankreich und Italien verhältnismäßig wenig gepflegt worden ist, während sie in den angelsächsischen Ländern bald Eingang gefunden hat, allerdings nach anfänglichem, wohl durch den konservativen Sinn der Engländer bedingten Widerstande. In England und Amerika hat sie allerdings zunächst ihre Anregungen in erheblichem Umfange aus dem OSTWALDSchen Institut in Leipzig empfangen, das nach OSTWALDS Ausspruch „die Welt mit Professoren der physikalischen Chemie versorgte“; heute sind England und Amerika sehr selbständig geworden und pflegen gerade die klassische physikalische Chemie, die Thermodynamik und die Elektrochemie, in besonderem Maße.

Wenn auch die Begabungen für organische und physikalische Chemie nicht nur beim einzelnen Forscher, sondern auch bei den verschiedenen Völkern oft weit genug auseinander gehen, so findet man, wenn auch nur verhältnismäßig selten, Beispiele für Begabungen nach beiden Richtungen, der exakt messenden und der künstlerisch experimentierenden hin, in einer Person vereint. Von den Forschern, die schon früher gewissermaßen eine Synthese der organischen und physikalischen Chemie erstrebt haben, seien hier nur zwei genannt: PAUL WALDEN und ARTHUR HANTZSCH. WALDEN, an sich ausgesprochen physikalisch-chemisch begabt, wie seine zahlreichen Messungen zeigen, hat in erheblichem Umfange organische Verbindungen zu seinen Untersuchungen herangezogen und auch in der reinen organischen Chemie Musterbeispiele organischer Experimentalarbeit geliefert; man denke nur an die von ihm entdeckte und später nach ihm benannte Erscheinung der WALDENSchen Umkehrung. Vielleicht ist bei den organischen Arbeiten WALDENS ein befruchtender Einfluß des durch die Schule von JOHANNES WISLICENUS gegangenen C. A. BISCHOFF, WALDENS Lehrer in Riga, zu spüren. Es kommt hinzu, daß WALDEN ein Romantiker unter den physikalischen Chemikern ist, ebenso wie sein Lehrer OSTWALD, unter dessen Leitung er die ersten Schritte in die Chemie tat. Von der Seite der organischen Chemie aus hat HANTZSCH, seiner Veranlagung nach ein ausgesprochener organischer Romantiker, eine Verknüpfung mit der physikalischen Chemie durch die Einführung verschiedener physikalisch-chemischer Messungen, insbesondere elektrischer wie optischer, gesucht. Aber weder WALDEN noch HANTZSCH, noch einige andere Forscher — es sei hier einmal der photochemischen Versuche, die

CLAMICIAN von der organischen, HENRI von der physikalisch-chemischen Seite aus unternahmen, gedacht — vermochten eine Synthese der organischen und physikalischen Chemie zu

schaffen, die der Allgemeinheit zum Bewußtsein kam. Die Zeit war noch nicht reif für die Vereinheitlichung der Grundlagen beider Gebiete.

#### 4. Unterricht und Methode.

**Methodische Fragen zum Unterricht in der Elektrizitätslehre an der höheren Schule. I.** Von W. KLIEFOTH in Breslau.

Die Neuordnung des Unterrichtes an den höheren Schulen bedeutet auch für die exakten Naturwissenschaften eine Besinnung auf ihre Aufgaben im Rahmen der Gesamtziehung. Mehr denn je tritt die ungeheure Bedeutung der Naturwissenschaft für die Zukunft unseres Volkes hervor, und der schon jetzt an einigen Stellen einsetzende Mangel an tüchtigen, gut ausgebildeten Physikern, Chemikern und Ingenieuren zeigt deutlich die vordringliche Wichtigkeit der guten Durchbildung eines Nachwuchses, der die gestellten Aufgaben erfüllen kann. Die erste Grundlage für eine gediegene naturwissenschaftliche Bildung muß die höhere Schule legen.

Stundenzahl und Stoffauswahl schreiben die neuen Pläne vor; darüber hinaus ist aber eine Prüfung des Stoffes in Bezug auf Anordnung und Darbietung nötig. Die folgenden Zeilen bringen einige Bemerkungen für die methodische Behandlung der Elektrizitätslehre, die in den vergangenen Jahren viel umstritten war. Heute steht der Physiklehrer vor der Aufgabe, in möglichst kurzer Zeit ohne viele Umwege und unter Verzicht auf alles nicht unbedingt Wichtige eine grundlegende Kenntnis der elektrischen Vorgänge zu vermitteln. Eine doppelte Behandlung desselben Stoffes auf Mittel- und Oberstufe ist nicht mehr möglich, der Oberstufenunterricht muß unmittelbar auf der Mittelstufe aufbauen. Dabei ist noch zu berücksichtigen, daß Aufnahmefähigkeit und Fassungsvermögen der zum Teil ein Jahr jüngeren Schüler geringer sind. So soll versucht werden, in großen Zügen einen Lehrgang anzugeben, der mit möglichst wenig Voraussetzungen und Mitteln in schulgemäßer Weise einen sachlich einwandfreien Einblick in die Elektrizitätslehre vermittelt.

Als Thema für einen lebensnahen, lebendigen Unterricht der Mittelstufe kommt in der Elektrizitätslehre nur der elektrische Strom in Betracht, der zuerst in seinen Wirkungen behandelt wird. Am besten knüpft die Wärmewirkung des Stromes mit ihren vielen Anwendungen an den Erfahrungsbereich des Schülers an. Die chemischen Wirkungen führen sehr bald zur Festlegung des Ampere als Einheit der Stromstärke. Benutzt man die aus der Strömungslehre bekannte Definition der Stromstärke als Menge, die je Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters fließt, so kann man auch das Coulomb als Einheit der Elektrizitätsmenge einführen. Weiter lernt der Schüler das galvanische Element als eine Art Umkehrung der chemischen Wirkungen kennen, ohne daß dabei auf Einzelheiten eingegangen wird.

Neben dem Elektrizitätswerk ist das Element eine neue Elektrizitätsquelle, zwischen deren Polen

ein entsprechender Zustand herrschen muß wie bei der Steckdose, damit ein elektrischer Strom fließen kann. Die Spannung zwischen den Polen eines Zn-Cu-Elementes oder auch, weil zu Versuchszwecken geeigneter, die halbe Akkumulatorspannung, setzt man als Einheit fest. So werden die wichtigen Einheiten Ampere und Volt schon zu Beginn des Lehrganges für den vorwissen-schaftlichen Unterricht in einwandfreier Weise gewonnen.

Die magnetischen Wirkungen bringen uns neben den Strommeßgeräten viele Anwendungen aus der Praxis. Der wichtigen elektrischen Nachrichtenübermittlung durch den Draht wird man einen besonderen Abschnitt zubilligen und darin neben dem Telegraphen auch das Telefon behandeln. Da das Telefon in seiner gebräuchlichen Form aus Mikrophon und Elektromagnet besteht, reiht man es besser hier ein und nicht wie früher häufig erst unter Induktion. Diese wichtigen Anwendungen werden aber mit größerem Unterrichtserfolg an das Ende des Lehrganges der Mittelstufe gestellt, da zum tieferen Verständnis die Gesetze der Stromleitung und des Widerstandes notwendig sind.

Durch Besprechung der Wirkungen des elektrischen Stromes gewinnt der Schüler die ersten Kenntnisse vom elektrischen Strom; damit ist der Zeitpunkt gekommen, näher auf das Wesen dieser Erscheinungen einzugehen. Einmal drängt sich die Frage auf nach dem Etwas, das durch den Draht fließt. Was gibt überhaupt die Berechtigung, von einem Strom zu sprechen? (s. weiter unten). Weiterhin muß der Begriff Spannung, der bisher nur als Wort benutzt wurde, geklärt werden; darin liegt eine große Schwierigkeit für die Elektrizitätslehre der Mittelstufe. Wenn in diesem vorwissen-schaftlichen Unterricht auch ein Zuviel an Begriffen vermieden werden muß, so ist doch eine Behandlung z. B. des Ohmschen Gesetzes undenkbar ohne ein gewisses Verständnis für den Begriff Spannung.

Die Spannung zwischen den Polen einer Gleichstrom liefernden Steckdose weist man leicht mit einem einfachen, selbsthergestellten Elektroskop nach, indem man in ein Reagenzglas, auf dessen Außenwand ein Stanniolstreifen geklebt ist, einen dünnen Stanniolstreifen einführt und die beiden Streifen mit den Polen der Steckdose verbindet. Das innere Blättchen bewegt sich auf den außen aufgeklebten Streifen zu, und so erscheint der Spannungszustand als Kraftwirkung zwischen den Polen. Für die weiteren Versuche ist die Spannung der Steckdose zu gering, da in den meisten Schul-sammlungen ein geeignetes Elektrometer für so niedrige Spannungen fehlt. Andererseits lassen sich Versuche zur Veranschaulichung der mit der Spannung eng zusammenhängenden Begriffe elektrische Ladung und elektrisches Feld nicht umgehen.

Es hieße aber, sich einer der einfachsten und bequemsten Experimentiermöglichkeiten berauben, wenn man an dieser Stelle den verachteten Hartgummistab und das Katzenfell nicht benutzte. Dem Erstaunen des Schülers über die durch Reibung so spielend erzeugte hohe Spannung, verglichen mit den geringen Spannungen, die das Elektrizitätswerk liefert, begegnet man mit dem Hinweis darauf, daß bei der durch Reibung erzeugten Elektrizität die Spannung zwar sehr hoch sei, die Stromstärke aber gering. Hier hilft ein Vergleichen mit entsprechenden Verhältnissen beim Wasser (Druck und Stromstärke) den elektrischen Tatbestand klären.

Das verschiedene Verhalten der beiden Pole der Steckdose findet jetzt in der Verschiedenheit von Hartgummi- und Glaselektrizität ihre Ergänzung. So wie zwischen den Polen der Steckdose eine anziehende Kraftwirkung besteht, ziehen sich auch verschiedenartig geladene Körper an, während bei Gleichartigkeit der Ladung Abstoßung auftritt. Neben der Ladungsmenge eines Leiters muß auch vom Ladungsgrad gesprochen werden, indem man zur Vergleichung Wärmemenge und Wärmegrad (Temperatur) heranzieht. Einfache Elektroskopversuche zeigen, daß zwischen zwei Leitern mit verschiedenen Ladungsgraden eine Spannung herrscht, die als Voraussetzung für das Fließen eines Stromes erkannt wird.

Der Feldbegriff, der schon vom magnetischen Felde her bekannt ist, ergänzt die gewonnenen Begriffe, indem die Feldlinienbilder anschaulich die elektrische Kraftwirkung zwischen zwei geladenen Körpern zeigen. Auch die Abstoßung zwischen zwei gleichnamig geladenen Körpern wird durch den Verlauf der Feldlinien deutlich gemacht. Wenn nun noch erwähnt wird, daß zwischen einem geladenen Körper und der Erde auch eine Spannung besteht, indem man den Ladungsgrad der Erde willkürlich gleich Null festsetzt, so sind damit die für den propädeutischen Unterricht notwendigen Begriffe hinreichend geklärt.

Einige Schwierigkeit bereitet die Frage nach dem, was beim elektrischen Strom fließt. Ein Versuch, der dem Verständnis des Schülers der 5. Klasse angepaßt ist, läßt sich hier schwer machen. Eine gewisse Vorstellung von dem Verhalten der Ladungen auf den Leitern gibt die

Erscheinung der Influenz, die sich auf Grund der bisherigen Kenntnisse vom elektrischen Feld erklären läßt. Die Ladungen besitzen auf einem Leiter große Beweglichkeit und lassen sich leicht trennen. Die Tatsache, daß die kleinsten, frei beweglichen Ladungen die Elektronen sind, kann dem Schüler hier nur mitgeteilt werden. Die Existenz solcher kleinsten Elektrizitätsteilchen liegt aber durchaus nicht so fern, da atomistische Auffassungen schon aus der Wärmelehre, der Akustik und der Méchanik der Gase bekannt sind.

Ein nochmaliges Eingehen auf den Grundversuch der Elektrolyse führt dazu, daß es nicht nur freie Elektronen geben kann, sondern diese kleinsten elektrischen Ladungen auch mit Molekeln verbunden sein können. Ein einfacher Versuch zur Demonstration der Ionenwanderung mit Kaliumpermanganat ist von R. W. POHL angegeben. Auf eine waagerechte Glasplatte legt man zwei als Elektroden dienende Kupferblechstreifen, die gerade vom Wasser bedeckt werden. Bringt man in die Nähe der negativen Elektrode ein paar Tropfen  $KMnO_4$ -Lösung, so bewegen sich beim Anlegen der Spannung 220 V die rotfärbenden Ionen sofort auf die positive Elektrode zu; bei umgepoltem Felde wandern sie zurück.

Im dritten Teile der Elektrizitätslehre auf der in Rede stehenden Stufe handelt es sich um die Einführung des Widerstandes und die Behandlung des OHMSchen Gesetzes, zu dessen Ableitung man einen sehr großen Widerstand, ein empfindliches Amperemeter und einen Sammler benutzt. In einfacher Weise muß man auch auf die Stromverzweigungen eingehen; ob dabei schon die KIRCHHOFFSchen Gesetze quantitativ formuliert oder nur mit Hilfe von Parallel- und Hintereinanderschaltung von Glühlampen qualitativ geklärt werden, mag offen bleiben und von der Aufnahmefähigkeit der Klasse abhängig gemacht werden.

Die Beschränkung auf die Wirkungen und die Gesetze des Stromes ermöglicht ein gründlicheres Kennenlernen dieses Teiles der Elektrizitätslehre, als wenn man versuchte, einen wenn auch nur oberflächlichen Überblick über alle Erscheinungen schon hier zu geben. So fehlt z. B. der Kondensator. Die Induktion wird nicht behandelt; ihre Durchnahme bleibt den Oberklassen vorbehalten.

### 5. Technik und mechanische Praxis.

Über das Millimeterwellengebiet der elektromagnetischen Strahlung. Von E. ASMUS in Breslau.

Dieses sehr interessante, aber praktisch noch gar nicht erforschte Gebiet, welches sich von etwa 0,3 bis 10 mm erstreckt, ist Übergangsgebiet zwischen dem Ultrarot und den elektrischen Wellen, dem Gebiete quantenhafter Strahlung der Moleküle und der klassisch erfaßbaren Strahlung makroskopischer Dipole. Weder das Verhalten der unorganischen Materie — im wesentlichen gekennzeichnet durch Absorption, Reflexion und Brechung — gegenüber dieser Strahlung ist bekannt, noch weiß man irgend etwas über die physiologischen Wirkungen dieses Wellenlängengebietes.

Ein hierher gehöriges physikalisches Problem ist z. B. der Verlauf des Brechungsquotienten des Wassers im Gebiete zwischen 30 mm und 0,3 mm. Theoretisch ergibt sich für das Quadrat des Brechungsquotienten als Funktion der Wellenlänge in halblogarithmischer Darstellung eine Kurve, deren qualitativen Verlauf Fig. 1 wiedergibt.

Im optischen Gebiet ist bekanntlich  $n \approx 1,3$ , also nicht wie es die MAXWELLSche Beziehung  $n = \sqrt{\epsilon_\infty} = \sqrt{81} = 9$  fordert; selbst bei 300  $\mu$  erweist sich  $n$  als ungefähr 2; bei etwa 28 mm Wellenlänge ist nach Messungen von ESAU und BÄZ der Brechungsquotient des Wassers etwa 7,6 (1)<sup>1</sup>. Es muß also gerade in dem hier zu besprechenden

<sup>1</sup> Die eingeklammerten Zahlen beziehen sich auf das Schrifttumsverzeichnis am Schlusse.

Wellenlängenbereich, ganz wie es die Theorie fordert, ein Gebiet anomaler Dispersion liegen.

Um die experimentelle Prüfung der Theorie aber durchführen zu können, bedarf es einerseits der Möglichkeit, diese Wellen zu erzeugen, andererseits, sie zu empfangen. Weil es sich um ein Zwischengebiet handelt, ist grundsätzlich der Zugang von zwei Seiten möglich, sowohl vom Ultrarot als von den elektrischen Wellen. Vom UR kommt

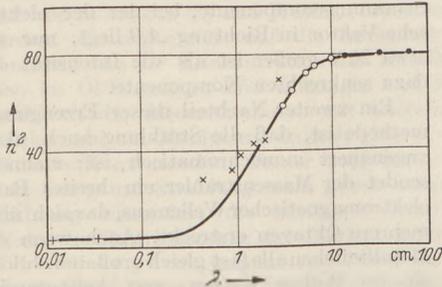


Fig. 1. Die Dispersion des Wassers. Gemessen von: • V. ARDENNE, GROOS, OTTERBEIN; ○ ESAU, BÄZ; × TEAR; + RUBENS.

ist RUBENS bis etwas über  $300 \mu$ , NICHOLS und TEAR sogar bis etwas über  $400 \mu$  vorgedrungen. Diese Forscher benutzten die durch schwarzen Karton gefilterte Strahlung der Quarz-Quecksilberlampe. Eine neue Quelle von langwelligen ultraroten Strahlen hat 1936 M. LEWITSKAJA (2) angegeben. Es handelt sich um ein Vakuumrohr, welches Kathode, Anode und eine Antikathode enthält. Letztere ist mit MgO bedeckt, in dessen Oberfläche ein feines Messinggitter eingepreßt ist. Legt man an die Kathode 45 kV, an das Gitter und die Anode 300 V und erdet die Antikathode, so sendet das Rohr langwelliges UR mit der mittleren Wellenlänge  $200 \mu$  aus. Die Strahlung soll dadurch zustande kommen, daß Elektronen um das Gitter eine Schwingung ausführen.

Von der elektrischen Seite her hat man so kurze Wellen erzeugen können, daß das fragliche Gebiet eigentlich überbrückt ist; jedoch sind die bisher erzielten Strahlungsintensitäten so gering, daß man schon bei der Registrierung der Wellen auf Schwierigkeiten stößt und Messungen des Absorptions und Reflexionsvermögens — und damit die Berechnung des Brechungsquotienten — noch nicht durchführen konnte.

Erzeugt werden konnten bisher auch nur gedämpfte Wellen. Wünschenswerter wäre selbstverständlich das Arbeiten mit ungedämpften elektrischen Wellen; aber vorläufig kommt man vermittels der modernsten Erzeugungsmethode sehr kurzer Wellen (Magnetronsender) nur eben über die Grenze des eigentlichen Millimeterwellen-Gebietes. Die Röhren haben dann schon so kleine Abmessungen, daß ihre Herstellung an der Grenze der technischen Möglichkeiten liegt (3).

Die Erzeugung der gedämpften Wellen geschieht nach dem klassischen Vorbilde von HERTZ. Die Wellenlänge der vom HERTZschen Dipol ausgesandten Strahlung hängt bekanntlich mit seiner Länge  $l$  zusammen ( $\lambda = 2l$  für dünne Stäbe). Bei einer Verkleinerung des Dipols zum Zwecke der Herstellung kurzer Wellen stößt man aber bald

auf Schwierigkeiten. Der Dipol muß in einer bestimmten Lage festgehalten werden, was am einfachsten durch eine Einschmelzung geschieht. Da diese jedoch nicht klein im Verhältnis zum Dipol gehalten werden kann, wird die Kapazität erhöht und damit die Wellenlänge nicht in dem Maße, wie es der Verkleinerung des Dipols entsprechen würde, heruntergedrückt. Ferner lassen sich die Querdimensionen des Dipols aus Festigkeitsgründen nicht im selben Verhältnis wie die Längsdimensionen verkleinern, so daß der Dipol nicht mehr als dünner Stab angesprochen werden kann und daher auch aus diesem Grunde  $\lambda$  wieder größer als  $2l$  wird. Hinzu kommt die starke Inkonzanz der Strahlungsintensität und der Wellenlänge, hervorgerufen durch den intensiven und ungleichmäßigen Abbrand des Dipols unter dem Einflusse der Erregerfunken. Auch sinkt die Intensität stark mit abnehmender Wellenlänge; dabei läßt sich eine Steigerung der Intensität durch Erhöhung der Erregerfunkenfrequenz nicht beliebig hoch treiben, weil die Funkenstrecken in der Zeit zwischen zwei Funkenübergängen entionisiert werden müssen, damit Bogenbildung vermieden wird. Die Strahlung ist jedoch gut linear polarisiert.

Die oben aufgezählten Schwierigkeiten sind von NICHOLS und TEAR (4) bei der Konstruktion ihres Millimeterwellensenders weitgehend überwunden worden. Ihre Oszillatoren, deren kleinste nur die Länge 0,1 mm aufwies, waren aus Wolfram angefertigt und in Glas eingeschmelzt; die Hauptfunkenstrecke befand sich in strömendem Petroleum, die Ladefunkenstrecken wurden durch Preßluft gekühlt (Fig. 2 und 3).

Mit dieser Apparatur haben NICHOLS und TEAR Millimeterwellen einwandfrei bis zu der Wellen-

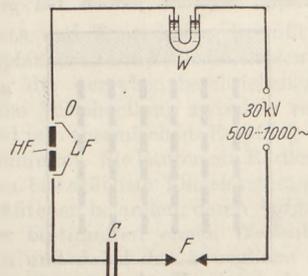


Fig. 2. Schaltschema des Millimeterwellensenders nach NICHOLS und TEAR. O Oszillator; HF Hauptfunkenstrecke; LF Ladefunkenstrecke; W Wasserwiderstand; C Kapazität  $0,5 \mu\text{F}$ ; F Funkenstrecke.

länge 4,2 mm hergestellt und den Brechungsquotienten des Wassers gemessen. Die erzielten Send-Intensitäten waren jedoch naturgemäß minimal und die Intensitätsschwankungen so groß (bis über 200%), daß ein besonderer Kontrollempfänger benutzt werden mußte.

Naheliegend ist nun der Gedanke, die Intensität der ausgesandten Strahlung dadurch zu erhöhen, daß man statt eines einzigen Oszillators eine große Anzahl davon gleichzeitig verwendet. Man kommt so zu den sog. Oszillatörgittern, die von M. LEWITSKAJA (5) angegeben worden sind. Eine große Anzahl winziger Oszillatoren, etwa in Form von kurzen Drahtstückchen, wird in der

in Fig. 4 dargestellten Weise auf eine Glasplatte gekittet und durch Funken gleichzeitig angeregt. Durch die geordnete Lage der Dipole ist im Prinzip versucht worden, die Linearpolarisation der Strahlung zu erhalten; doch es erweist sich, daß trotz mühevoller Kleinarbeit die Polarisation nicht gut

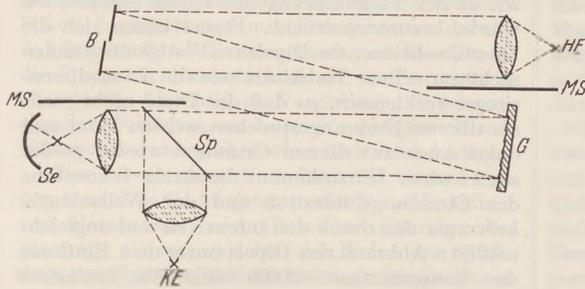


Fig. 3. Anordnung zur Wellenlängenmessung. *Se* Sender; *HE* Hauptempfänger; *KE* Kontrollempfänger; *Sp* Halbdurchlässiger Spiegel; *G* Stufengitter; *B* BOLZMANN-Interferometer; *MS* Metallschirm.

ist, die Funken nicht nur senkrecht, sondern auch waagrecht zwischen den einzelnen Oszillatoren übergehen und die Intensität der auch nicht angenähert monochromatischen Strahlung recht gering ist. Hinzu kommt noch, daß die Konstanz der Strahlung wegen des Abbrandes der feinen Drähtchen mangelhaft ist.

Ein Fortschritt bei der Erzeugung der sehr kurzen gedämpften elektrischen Wellen war zweifellos der sogenannte Massenstrahler von GLAGOLEWA-ARKADIEWA (6). Auch hier wird statt eines Dipols eine sehr große Anzahl Oszillatoren verwendet. Man verzichtet dabei bewußt auf eine geordnete Lage der Oszillatoren und damit auf Polarisation der Strahlung, erreicht jedoch bei genügender

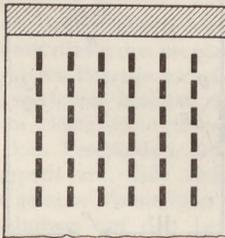


Fig. 4.

Anordnung der Oszillatoren beim Oszillatörgitter nach LEWITSKAJA.

Intensität eine bei Erzeugung von Millimeterwellen durch Funkenerregung sonst unbekannte Intensitätskonstanz.

Den prinzipiellen Aufbau des Massenstrahlers zeigt Fig. 5. Ein auf einer waagerechten Welle sitzendes Hartgummirad taucht in einen Brei aus Öl und kleinen Metallteilchen. Bei den letzteren handelt es sich entweder um Spänchen oder nach dem Metallspritzverfahren hergestellte Kügelchen mit etwa 0,3 mm Durchmesser. Rotiert das Rad, so nimmt es einen Öl-Kügelchen-Wulst mit, durch den man bei *AB* die Funken eines Induktors schlagen läßt. Im Funkenraum befinden sich im Augenblicke des Überschlags mehrere tausend Oszillatoren, so daß die ausgesandte Intensität verhältnismäßig groß ist. Durch den dauernden Wechsel der

Oszillatoren wird ihr Abbrand vermieden, und daher ist die Intensität der ausgesandten Strahlung sehr gut konstant. Allerdings muß man es, wie bereits oben gesagt, mit in Kauf nehmen, daß die Strahlung fast unpolarisiert ist. Bei der großen Zahl der vollkommen ungeordnet liegenden Oszillatoren geht der Funke auf seinem Wege von *A* nach *B* auf einer unberechenbaren Zickzackbahn durch den Wulst, so daß die Intensität der Strahlungskomponente, bei der der elektrische Vektor in Richtung *AB* liegt, nur um etwa 20% größer ist als die Intensität der dazu senkrechten Komponente.

Ein zweiter Nachteil dieser Erzeugungsmethode ist, daß die Strahlung auch nicht angenähert monochromatisch ist; vielmehr sendet der Massenstrahler ein breites Band elektromagnetischer Wellen aus, das sich über mehrere Oktaven erstreckt. Auch wenn die Metallteilchen alle fast gleich groß sind, bilden sie im Wulste Ketten und Anhäufungen ganz verschiedener Größe, so daß ein ganzes Wellengemisch ausgesandt wird.

Die ausgesandte Intensität ist, wie bereits erwähnt, ziemlich groß: man erhält leicht beim Empfang der Gesamtstrahlung mit einer MOLL'schen Thermoäule und einem Galvanometer nach ZERNIKE (Typ Ze) bei 5 m Skalenabstand Ausschläge von 150 mm; dabei ist die vom Massenstrahler ausgesandte Strahlung schon durch dickes schwarzes Papier und ein Drahtnetz mit 2,5 mm Maschenweite vorgefiltert. In günstigen Fällen kann man sogar doppelt so große Ausschläge und ohne Drahtnetz im besten Falle etwa 4fache Aus-

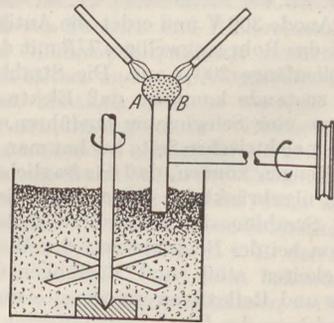


Fig. 5. Prinzipieller Aufbau des Massenstrahlers nach GLAGOLEWA-ARKADIEWA.

schläge erhalten. (Nach Versuchen des Verfassers, die C. SCHAEFER angeregt hat.)

Da der Massenstrahler ein Wellengemisch aussendet, ist man zum einwandfreien Nachweis einzelner Wellen gezwungen, eine spektrale Zerlegung der Strahlung vorzunehmen, etwa durch ein Stufengitter. Dabei bleibt für die Messung einer bestimmten Wellenlänge so wenig Energie übrig, daß die Messungen sich sehr schwierig gestalten. Bei Messungen von GLAGOLEWA-ARKADIEWA (vgl. Fig. 6) betrug die Differenz zwischen dem maximalen und minimalen Ausschlag bei Aufnahme der Interferenzkurven mit dem BOLZMANN-Interferometer kaum einen einzigen Skalenteil (7).

Will man nun im Gebiet 0,3 bis 10 mm z. B. Untersuchungen über den Brechungsquotienten

des Wassers anstellen, dann muß man Absorptions- und Reflexionsmessungen vornehmen. Da die Absorption des Wassers in diesem Gebiet eine sehr hohe ist, stoßen Absorptionsmessungen wegen der geringen zur Verfügung stehenden Energie nach der spektralen Zerlegung auf äußerst große Schwierigkeiten.

Die Eigenschaften des Massenstrahlers sind von GLAGOLEWA-ARKADIEWA (8) selbst und in Deutschland von SCHARIN (9) und WOHL (10) erforscht worden. Es zeigte sich, daß die Intensität der Strahlung von der Konzentration der Metallteilchen im Öl-Kügelchen-Brei abhängt, und zwar durchläuft die Intensitätskurve mit wachsender Teilchenzahl ein Maximum; danach gibt es eine optimale Konzentration. Ferner zeigt sich, daß nicht der ganze Strahlungsraum gleich intensive Strahlung aussendet; die kräftigste Strahlung liefern die Eintrittsstellen der Erregungsfunken in den Wulst. Auch scheint von diesen Stellen eine im Mittel kürzerwellige Strahlung auszugehen, als vom mittleren Teile des Wulstes. Ob allerdings diese von den Eintrittsstellen der Funken herkommende Strahlung ausschließlich von den kleinen Metallozillatoren geliefert wird, erscheint sehr fraglich, denn nach Versuchen von LEWITSKAJA (11) sendet auch ein gewöhnlicher, zwischen zwei Elektroden übergehender Hochfrequenzfunke eine kurzwellige Strahlung des fraglichen Wellenlängengebietes aus. Nach Auffassung von LEWITSKAJA kommt die kurzwellige Strahlung dadurch zustande, daß die aus der Kathode austretenden Elektronen um ein der Kathode vorgelagertes virtuelles Gitter aus positiven Ionen, denen in etwas größerem Abstände von der Kathode eine negative Raumladung folgt, eine „BARKHAUSEN-KURZ“-Schwingung vollführen.

Während wir nun im Massenstrahler einen immerhin ziemlich intensiven und vor allem sehr konstanten Sender für gedämpfte Wellen des Millimetergebietes haben, ist es um einen Empfänger wesentlich schlechter bestellt. Hier tritt es deutlich in Erscheinung, daß man sich bei den Millimeterwellen in einem Übergangsbereich befindet. Die rein elektrische Art des Empfängers, der abgestimmte Schwingungskreis, etwa in Form eines kleinen Dipols, ist wegen der winzigen Dimensionen in reproduzierbarer Weise nicht zu verwirklichen; auch sind die Eigenschaften von Detektoren, die man als Gleichrichter hierbei verwenden könnte, im Gebiete der Millimeterwellen noch vollständig unbekannt. Andererseits stößt die Verwendung von Thermosäulen oder Bolometern, die sich im Ultrarot sehr gut bewähren — vorausgesetzt, daß man die blanken Metallteile berußt —, im Millimeterwellengebiet ebenfalls auf Schwierigkeiten. Eine blanke Thermosäule absorbiert von der auffallenden elektromagnetischen Energie nur etwa 1%, und eine Berußung der Metallteile hat nicht viel Erfolg, weil Ruß im Millimeterwellengebiet auch nicht angenähert als schwarzer Körper angesprochen werden kann. In den meisten Fällen wird wohl eine Thermosäule die auffallende elektromagnetische Welle nicht nur vermöge der Wärmewirkung registrieren. Im Gebiete der eigentlichen Millimeterwellen wird häufig ein elektrischer

Resonanzeffekt hinzutreten. So zeigte eine ganze Reihe vom Verfasser untersuchter MOLLscher Thermosäulen mit 18 Elementen ausgesprochen selektive Empfindlichkeit für bestimmte Wellenlängen des Millimetergebietes. Dabei hatte jede Thermosäule (es handelte sich um denselben Fabrikationstyp) eine andere Resonanzlage, die durch irgendeine, sicher zufällige Lineardimension der Säule hervorgerufen wurde.

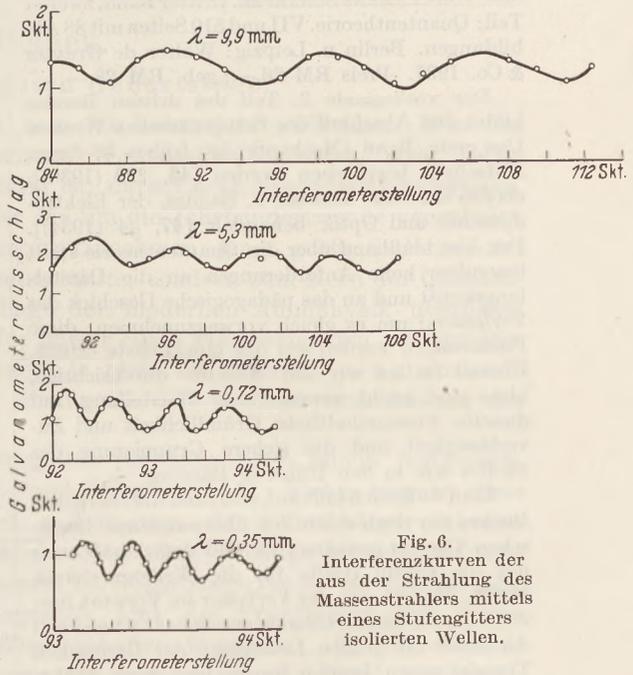


Fig. 6.  
Interferenzkurven der aus der Strahlung des Massenstrahlers mittels eines Stufengitters isolierten Wellen.

NICHOLS und TEAR haben bewußt versucht, einen Empfänger zu konstruieren, dessen Wirkungsweise wie die der eben beschriebenen Thermosäulen eine Mittelstellung zwischen rein elektrischem und rein thermischem Empfang der kurzen Wellen einnimmt. Sie bauten ein Radiometer (12), auf dessen beweglichem Flügelsystem sich dünne kurze Drähtchen befanden, deren Aufgabe es war, auf einen bestimmten engen Wellenbereich zu resonieren und dabei das bewegliche System zu erwärmen. Der Bau eines solchen Radiometers, dessen gesamtes bewegliches System weniger als 1 mg — in einzelnen Fällen sogar weniger als 0,5 mg — wog, ist aber selbstverständlich äußerst schwierig und kann nur von einem erfahrenen Radiometerfachmann durchgeführt werden.

Zusammenfassend ist zu wiederholen, daß wir heute auf dem Gebiete der Millimeterwellen noch fast keine Erfahrungen haben. Wir besitzen weder Sender noch Empfänger, die dem zu untersuchenden Gebiet angepaßt sind und wissen auch noch nichts über die Ausbreitung der Wellen, ihre Absorption, ihre Reflexion. Das Verhalten der Materie im Gebiete der Millimeterwellen werden wir wohl erst dann genau untersuchen können, wenn es gelingt, diese Wellen mit genügender Energie herzustellen und einwandfrei zu empfangen.

## Schrifttumsverzeichnis.

1. A. ESAU u. G. BÄZ: *Physik*, Z. 38, 774 (1937). —  
 2. M. LEWITSKAJA: *Physik*, Z. Sowjet, 10, 697 (1936). —  
 3. H. RICHTER: *Hochfrequenztechn. u. Elektroakust.*  
 51, 10 (1938). — 4. E. F. NICHOLS u. J. D. TRAR: *Phys.*  
*Rev. II* 21, 587 (1923). — 5. M. LEWITSKAJA: *Physik*, Z.  
 27, 177 (1926); 28, 821 (1927). — 6. A. GLAGOLEWA-  
 ARKADIEWA: *Z. Physik* 24, 156 (1924). — 7. A. GLAGO-

- LEWA-ARKADIEWA: *Sitzgsber. russ. Akad.* (1934). —  
 8. A. GLAGOLEWA-ARKADIEWA: *Z. Physik* 55, 234; 58,  
 134 (1929). — 9. H. SCHARDIN: *Unveröffentlichte*  
*Diplomarbeit aus dem Institut für technische Physik,*  
 Berlin. — 10. W. WOHL: *Unveröffentlichte Diplom-*  
*arbeit aus dem Institut für technische Physik,* Berlin. —  
 11. M. LEWITSKAJA: *Physik*, Z. 35, 361 (1934). —  
 12. A. a. O. Vgl. auch F. MATOSSI: *Z. phys.-chem.*  
*Unterr.* 47, 18 (1934).

## Neu erschienene Bücher und Schriften.

**Einführung in die theoretische Physik.** In 3 Bänden. Von CLEMENS SCHAEFFER. Dritter Band, zweiter Teil: Quantentheorie. VII und 510 Seiten mit 88 Abbildungen. Berlin u. Leipzig: Walter de Gruyter & Co. 1937. Preis RM 26,—; geb. RM 28,—.

Der vorliegende 2. Teil des dritten Bandes bildet den Abschluß des SCHAEFFERSCHEN Werkes. Der erste Band (Mechanik) ist früher in dieser Zeitschrift besprochen worden [43, 229 (1930)], ebenso der erste Teil des 3. Bandes, der Elektrodynamik und Optik behandelt [47, 44 (1934)]. Der Abschlußband über die Quantentheorie stellt besonders hohe Anforderungen an die Darstellungskunst und an das pädagogische Geschick des Verfassers; um es gleich vorwegzunehmen: diese Forderungen werden auf das glücklichste erfüllt. Überall treffen wir auf dieselbe durchsichtige, klare und leicht verständliche Darstellung, auf dieselbe wissenschaftliche Gründlichkeit und Zuverlässigkeit und die sichere Gruppierung des Stoffes wie in den früheren Bänden.

Rein äußerlich fällt auf, daß rund die Hälfte des Buches der doch eigentlich überwindenen BOHRschen Theorie gewidmet ist und demgemäß auch nur die zweite Hälfte für die Wellenmechanik bleibt. Das ist, wie der Verfasser im Vorwort hervorhebt, aus gutem Grunde geschehen: einmal soll der Leser die großen Leistungen der BOHRschen Theorie genau kennen lernen und ihren Wahrheitsgehalt erfassen (der sie ja auch heute noch und wohl für lange Zeit z. B. für den Chemiker so wichtig macht), und sodann soll er einsehen, welches ihre Schwächen und Mängel sind; nur so versteht er, daß und warum etwas Neues kommen mußte. Auch sonst wird der Leser auf klarem Gedankenpfade vorwärts geführt, wird ihm das Wechselspiel von Grund und Folge in der geschichtlichen Entwicklung geschildert. Gleich auf den ersten Seiten beginnt es damit: hier wird das Versagen der klassischen Theorie gegenüber den Problemen der Wärmestrahlung und der spezifischen Wärme aufgezeigt. Erörterungen über die semikorpuskuläre Auffassung der Strahlung (lichtelektrischer Effekt u. ä.) leiten über zum BOHRschen Atommodell. Daran schließen sich die allgemeine Theorie der wasserstoffähnlichen Spektren, die Theorie der optischen Spektren, das periodische System und die Röntgenspektren an. Die nächsten Kapitel behandeln die Wellenmechanik: ihre Grundlagen, einfache Anwendungen (Eigenwerte und Eigenfunktionen), die statistische Deutung der Wellenmechanik, die Strahlung und die DIRACsche Theorie der relativistischen Wellenmechanik. Es wird also das Gesamtgebiet der Wellenmechanik ausführlich behandelt, einschließ-

lich einer kurzen Darstellung der GAMOWschen Theorie des radioaktiven Zerfalls. (Die sonstige Kerntheorie und die Neutrinotheorie bleiben unberücksichtigt, weil der Verfasser sie, und auch mit gutem Grunde, noch nicht für „lehrbuchreif“ hält.)

Das behandelte Gebiet stellt ja vielfach höhere mathematische Anforderungen an den Leser als sonstige Abschnitte der Physik; aber hier bewährt sich die Kunst des Verfassers, auch Schwieriges in einer dem Verständnis und der Fassungskraft des Studenten angepaßten Form darzustellen (man vergleiche z. B. die Behandlung der SCHRÖDINGER-Gleichung, die Einführung in die Matrizenrechnung oder in die DIRACsche Theorie u. a.). Vor allem aber, und das ist noch weit wichtiger, bewährt sich der in der früheren Besprechung hervorgehobene Grundsatz des Verfassers, daß es nie ausreicht, sich mit einer formalen Herleitung zu begnügen, sondern daß sie stets mit physikalischem Geiste durchdrungen werden muß. Und das ist besonders wichtig auf einem Gebiete, wo der Formalismus so nahe liegt. Dadurch, daß der Verfasser immer wieder den hinter dem Formalen stehenden physikalischen Gehalt untersucht, fördert er das Verständnis des Lesers außerordentlich; hierher gehören auch Überlegungen, ob bestimmte Vorstellungen (z. B. etwa die des rotierenden Elektrons) nur gute formale Hilfsmittel zur Behebung theoretischer Schwierigkeiten sind, oder ob ihnen auch eine modellmäßige Realität zukommen kann. Ausgezeichnet ist weiter auch die Gegenüberstellung der großen Leistungen und der Schwächen und Mängel des BOHRschen Modells, als Übergang von der ersten zur zweiten Hälfte des Buches. Doch würde es zu weit führen, hier noch auf andere Einzelheiten einzugehen. Hinweisen möchte ich aber auf die (mir persönlich sehr sympathische) vorsichtige Art, wie der Verfasser Schlüsse über die erkenntnistheoretische Deutung und Bedeutung der Wellenfunktion zieht. Er schließt sich dem durch M. v. LAUE und E. SCHRÖDINGER vertretenen Standpunkt an, daß es verfrüht wäre, bei dem heutigen Stande der Dinge einen grundsätzlichen Verzicht auf die Determiniertheit des Einzelprozesses als unausweichlich anzusehen, sondern daß abzuwarten bleibt, wie sich die Wellenmechanik weiter entwickelt.

Bedarf das Buch nach dem vorstehend Gesagten noch einer besonderen Empfehlung? Ich glaube es nicht. Es gehört meines Erachtens zu dem Besten, was auf diesem (an Schrifttum gewiß nicht armen) Gebiete vorhanden ist. Jeder, ob Student oder Physiklehrer, der sich in die Quantenlehre einarbeiten will, wird es mit bestem Erfolge benutzen.

E. Lamla.