

# ZEITSCHRIFT FÜR DEN PHYSIKALISCHEN UND CHEMISCHEN UNTERRICHT

51. JAHRGANG

1938

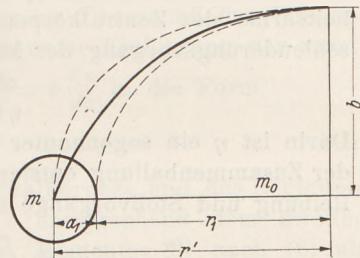
HEFT 5

## Ablauf und Dauer der Planetenabschleuderung und Sonnenschrumpfung.

Von Hans Lorenz in München.

### 1. Der Trennungsvorgang.

In der Abhandlung „Elementare Prüfung der LAPLACESchen Abschleuderungstheorie“ [diese Zeitschr. 50, 49 (1937)] wurde die Möglichkeit einer aufeinanderfolgenden Abschleuderung der Begleiter vom Zentralkörper auf Grund des Flächensatzes und des dritten KEPLERSchen Gesetzes sowie der Erhaltung der Drehwucht nachgewiesen und die mit der scharfen Äquatorante jeweils übereinstimmenden Trennungshalbmesser berechnet. Hierbei handelt es sich nur um Beziehungen zwischen den Bewegungszuständen nach der Abschleuderung und in der Gegenwart, die sowohl vom Trennungsvorgang als auch vom Verlauf des Übergangs der Begleiter in ihrer jetzigen Bahn unabhängig waren. Das bedeutete naturgemäß den Verzicht auf jede Zeitbestimmung, die zur Beurteilung der Abschleuderungstheorie nicht entbehrt werden kann und die Kenntnis der Einzelvorgänge erfordert.



Abtrennung des Begleiters vom  
Zentralkörper.

Wir betrachten zunächst den Trennungsvorgang des Begleiters  $m$  von der Äquatorante des Zentralkörpers  $m_0$  im Abstände  $r'$  von dessen Drehachse und mit der Umfangsgeschwindigkeit  $u'$  und lassen es dahingestellt, ob die Abtrennung durch Zusammenballung innerhalb des Äquatorwulstes oder durch Abblasen eines Gasringes und darauf folgende Zusammenziehung zum nahezu kugelförmigen Begleiter mit dem Halbmesser  $a_1$  erfolgt.

Das in der Figur dargestellte Ergebnis ist jedenfalls eine Berührung des getrennten Begleiters  $m$  mit dem auf den Halbmesser  $r_1 = (r' - a_1)$  zurückgegangenen, nicht mehr scharfkantigen Äquator. Im Falle eines ROCHEschen Modells des ursprünglichen Zentralkörpers mit punktförmiger Massenverdichtung würde der in der Figur gestrichelte Meridian mit der Äquatorebene den Winkel  $60^\circ$  einschließen und zwischen zwei Ellipsen mit den großen Halbachsen  $r'$  und  $r_1$  sowie der gemeinsamen kleinen Halbachse  $b = 3/4 r'$  verlaufen. Andererseits ist der Bestand des kugelförmigen Begleiters in der bezeichneten Lage an den Ausgleich der Beschleunigungen im Berührungspunkt, also mit Rücksicht auf die jedenfalls starke Zentralverdichtung von  $m_0$ , mit  $r'$  an die Bedingung

$$\frac{a_1}{r_1} \sim \frac{a_1}{r'} = \sqrt{\frac{m}{m_0}} \quad (1)$$

gebunden, aus der wir a. a. O. schon die in der dortigen Tafel 4 zusammengestellten Trennungshalbmesser der Planeten berechnet haben.

Wir setzen nun weiter voraus, daß der Gesamtinhalt des Äquatorwulstes von etwa dem halben Rauminhalt  $\Delta V$  der beiden Ellipsoide mit den großen Halbachsen  $r'$  und  $r_1$  bei gleicher Polachse  $b$  in den abgeschleuderten Begleiter übergegangen ist. Das gibt mit der in  $\Delta V$  herrschenden Dichte  $\delta'$  von  $m_0$  mit  $a_1 < r'$

$$\frac{m}{\delta'} = \Delta V = \frac{1}{2} \frac{4\pi}{3} (r'^2 - r_1^2) b = \frac{4}{3} r' a_1 b = \frac{8}{9} \pi r'^2 a_1 \quad (2)$$

oder nach Ausschaltung von  $a_1$  durch (1)

$$\delta' = \frac{m}{\Delta V} = \frac{9}{8} \frac{\sqrt{m m_2}}{\pi r'^3}. \tag{2a}$$

Führen wir schließlich noch die mittlere Dichte  $\delta_0$  des Zentralkörpers, also der Sonne beim jetzigen Halbmesser  $r_0$  durch  $4\pi r_0^3 \delta_0 = 3m_0$  ein, so wird aus (2a)

$$\frac{\delta'}{\delta_0} = \frac{3}{2} \frac{r_0^3}{r'^3} \sqrt{\frac{m}{m_0}}. \tag{3}$$

Hiernach ist  $\delta'$  die mittlere Dichte der Randschicht, aus welcher der abgeschleuderte Begleiter im Zentralabstande  $r'$  hervorgegangen ist, wobei die Dicke dieser Randschicht selbst mit der Begleitermasse wächst. Der Begleiter seinerseits hat nach der Abschleuderung die durch  $4\pi a_1^3 \delta_1 = 3m$  gegebene mittlere Dichte  $\delta_1$ , die wegen (1) mit derjenigen  $\delta'$  der Randschicht und der jetzigen des Zentralkörpers durch die Beziehungen

$$\frac{\delta_1}{\delta'} = \frac{2}{3} \frac{m_0}{m}, \quad \frac{\delta_1}{\delta_0} = \frac{r_0^3}{r'^3} \sqrt{\frac{m_0}{m}} \tag{3a}$$

zusammenhängt. Daraus geht hervor, daß die Zusammenballung des Begleiters aus der Randschicht mit einer sehr starken Verdichtung verbunden ist.

Bezeichnen wir ferner, wie in der früheren Arbeit, mit  $\alpha$  das Verhältnis des Trägheitsarms des Zentralkörpers zu seinem Äquatorhalbmesser, so gelten für den Abschleuderungsvorgang der Masse  $m$  von  $m_0$  der Flächensatz und die Energiegleichung

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 m_0 r' u' &= \alpha_1^2 m_0 r_1 u_1 + m' r' u' \\ \eta \alpha^2 m_0 u'^2 &= \alpha_1^2 m_0 u_1^2 + m u'^2 \end{aligned} \right\}. \tag{4}$$

Darin ist  $\eta$  ein sogenannter Wirkungsgrad, in dem die bei der Abtrennung bzw. der Zusammenballung entstandenen Verluste der Drehwucht des Zentralkörpers durch Reibung und Stoßvorgänge zur Geltung kommen. Hierin ist nach (1) wegen  $m \ll m_0$ :

$$\frac{r'}{r_1} = 1 + \sqrt{\frac{m}{m_0}}, \quad \frac{r_1}{r'} = 1 - \sqrt{\frac{m}{m_0}} \tag{1a}$$

und weiter aus (4)

$$\frac{\alpha_1^2}{\alpha^2} = \left(1 - \frac{m}{\alpha^2 m_0}\right) \frac{r' u'}{r_1 u_1} = \left(\eta - \frac{m}{\alpha^2 m_0}\right) \frac{u'}{u_1^2} \tag{4a}$$

oder

$$\left(1 - \frac{m}{\alpha^2 m_0}\right) \frac{r'}{r_1} = \left(\eta - \frac{m}{\alpha^2 m_0}\right) \frac{u'}{u_1} \tag{4b}$$

und mit (1a)

$$\frac{u'}{u_1} = \left(1 - \frac{m}{\alpha^2 m_0}\right) \left(\eta - \frac{m}{\alpha^2 m_0}\right)^{-1} \left(1 + \sqrt{\frac{m}{m_0}}\right) > 1, \tag{5}$$

so daß also wegen  $\eta < 1$  durch die Abschleuderung sowohl der Äquatorhalbmesser als auch die Umfangsgeschwindigkeit des Zentralkörpers abnehmen. Schließlich folgt aus der Verbindung von (4a) und (5)

$$\frac{\alpha_1^2}{\alpha^2} = \left(1 - \frac{m}{\alpha^2 m_0}\right)^2 \left(1 + \sqrt{\frac{m}{m_0}}\right)^2 \left(\eta - \frac{m}{\alpha^2 m_0}\right)^{-1} \tag{5a}$$

und daraus als Bedingung für die Möglichkeit einer Abschleuderung

$$1 > \eta > \frac{m}{\alpha^2 m_0}. \tag{6}$$

Da sich dieser Vorgang nur auf die Randschicht des Zentralkörpers mit einer gegen  $m_0$  fast verschwindenden Masse  $m$  erstreckt und so rasch abläuft, daß für eine Umlagerung innerhalb der Hauptmasse gar keine Zeit verfügbar ist, so dürfen wir von einer Änderung des für die Massenverteilung maßgebenden Verhältnisses des Trägheitsarms zum Äquatorhalbmesser absehen und erhalten mit  $\alpha_1^2 = \alpha^2$  aus (5a) für den Wirkungsgrad der Abschleuderung

$$\eta = \left(1 - \frac{m}{\alpha^2 m_0}\right)^2 \left(1 + \sqrt{\frac{m}{m_0}}\right)^2 + \frac{m}{\alpha^2 m_0}. \tag{7}$$

Dafür können wir auch mit der 2. Gleichung (4) mit  $\alpha_1^2 = \alpha^2$  schreiben:

$$\eta = \frac{u_1^2}{u'^2} + \frac{m}{\alpha^2 m_0} \tag{7a}$$

oder im Einklang mit der 1. Gleichung (4a) für  $\alpha_1^2 = \alpha^2$

$$\frac{u_1}{u'} = \left(1 - \frac{m}{\alpha^2 m_0}\right) \left(1 + \sqrt{\frac{m}{m_0}}\right) = \left(1 - \frac{m}{\alpha^2 m_0}\right) \frac{r'}{r_1}. \quad (4c)$$

## 2. Übergangsbedingungen.

Der Übergang des vom Zentralkörper getrennten Begleiters in seine Gegenwartsbahn kann nur durch eine Radialgeschwindigkeit  $v$  erfolgen, deren Anfangswert  $v_1$  bei der Trennung durch eine Eruption nach Art der Sonnenprotuberanzen dem Begleiter auf Kosten der potentiellen und thermischen Energie des Zentralkörpers erteilt wird. Außerdem erfordern die entgegengesetzten Änderungen des Eigendralls des Zentralkörpers und des Umlaufdralles  $m u r$  des Begleiters die Wirkung eines Drehmomentes  $\mathfrak{M}$  so zwar, daß mit der wirksamen Gesamtmasse  $\mathfrak{M} \sim m_0 \gg m$  und der Gravitationskonstante  $f$

$$\mathfrak{M} = \frac{d}{dt} (m u r), \quad (8)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{u^2}{r} - f \frac{M}{r^2}. \quad (9)$$

Die letztere Gleichung, welche die Radialbeschleunigung als Überschuß der Fliehbeschleunigung über die der Schwere kennzeichnet, kann unter Einführung der resultierenden Geschwindigkeit  $w$  durch  $w^2 = u^2 + v^2$  mit  $\frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{dr}$  in die Form

$$\frac{d(u^2 r^2)}{dr} = r^2 \frac{d(w^2)}{dv} + 2 f M \quad (9a)$$

überführt werden. Erfahren die Einzelmassen des Zentralkörpers und des Begleiters keine Änderung, so ergibt (9a) bei beständigem  $u r$  entsprechend dem zweiten KEPLERSchen Gesetz unter gleichzeitigem Wegfall des Momentes  $\mathfrak{M}$  nach (8) als Übergangsbahn einen Kegelschnitt, der zwar den schließlichen Bahnkreis berühren kann, eine Fortsetzung der Bewegung in diesem aber ausschließt.

Schreiben wir dagegen an Stelle von (9) mit  $M = M' + M''$

$$u^2 r^2 = r^3 v \frac{dv}{dr} + f (M' + M'') r \quad (9b)$$

und zerlegen diese Gleichung in

$$u^2 r^2 = f M' r, \quad (10)$$

$$v \frac{dv}{dr} = -f \frac{M''}{r^2}, \quad (11)$$

so werden wir unter Aufrechterhaltung des dritten KEPLERSchen Gesetzes (10) dem Übergang des Begleiters in die nahezu kreisförmige Gegenwartsbahn vom Halbmesser  $r_k$  mit  $v_k = 0$  gerecht, womit aus (11) für konstantes  $M''$

$$v^2 = 2 f M'' \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_k} \right) \quad (11a)$$

folgt und der Anfangswert  $v'$  sich aus

$$v'^2 = 2 f M'' \left( \frac{1}{r'} - \frac{1}{r_k} \right) \quad (11b)$$

berechnet. Andererseits erhalten wir aus (10) durch Ableitung nach der Zeit

$$2 u r \frac{d(ur)}{dt} = f M' \frac{dr}{dt} + f r \frac{dM'}{dt}$$

oder wegen  $dr = v dt$  sowie unter Einführung einer relativen Massenänderung  $\varepsilon$  des Zentralkörpers durch Strahlung

$$dM' = \varepsilon M' dt < 0, \quad (12)$$

$$2 u r \frac{d(ur)}{dt} = f M' (v + \varepsilon r) = u^2 r (v + 2r). \quad (10a)$$

Vernachlässigen wir ferner die zeitliche Massenänderung des Begleiters  $m$ , setzen also in (8)

$$\frac{\mathfrak{M}}{m} = \frac{d(ur)}{dt}, \quad (8a)$$

so wird aus (10 a)

$$\frac{\mathfrak{M}}{m} = \frac{u}{2} (v + \varepsilon r) \tag{13}$$

und mit

$$\begin{aligned} \frac{d(ur)}{dt} &= r \frac{du}{dt} + uv = \frac{\mathfrak{M}}{m}, \\ \frac{du}{dt} &= \frac{u}{2} \left( \varepsilon - \frac{v}{r} \right) < 0. \end{aligned} \tag{14}$$

Es nimmt also wegen  $\varepsilon < 0$  sowohl die Umlaufgeschwindigkeit  $u$ , also auch die Radialgeschwindigkeit  $v$  nach (11) bzw. (11 a) beim Übergang des Begleiters ab.

Erweitern wir nun (13) mit dem Bogenelement

$$d\varphi = \frac{u dt}{r} = \frac{u dr}{vr},$$

so folgt die auf die abgeschleuderte Masseneinheit übertragene Arbeit

$$\frac{dL}{m} = \frac{\mathfrak{M}}{m} d\varphi = \frac{u^2}{2} \left( \frac{1}{r} + \frac{\varepsilon}{v} \right) dr = \frac{u^2}{2rv} (v + \varepsilon r) dr \tag{15}$$

oder wegen (10) und (12) sowie  $dr = v dt$

$$\frac{dL}{m} = \frac{f}{2} \left( \frac{M'}{r^2} dr + \frac{dM'}{r} \right) = \frac{f}{2r^2} d(M'r), \tag{15a}$$

was wir auch unmittelbar aus (8 a) erhalten hätten. Diese Arbeit würde mit dem Moment  $\mathfrak{M}$  verschwinden, wenn  $M'r = \text{konst.}$ , die Zentralkörpermasse also mit dem Kehrwerte des Begleiterabstandes abnehmen würde, was auf eine ganz unmögliche Massenänderung nach der Abschleuderung führen würde. Das Moment kann aber auch nicht mit  $v + \varepsilon r = 0$  verschwinden, da bei beständigem  $\varepsilon$  die Radialgeschwindigkeit  $v$  mit dem Fahrstrahl  $r$  dauernd zunehmen müßte, was mit der nahezu kreisförmigen Gegenwartsbahn, d. h. mit  $v_k = 0$ , unvereinbar ist. Lassen wir aber eine Veränderlichkeit von  $\varepsilon$  zu, so folgt aus (11 a) doch  $v^2 = \varepsilon^2 r^2 = 2fM'' \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_k} \right)$ , also ein mit der Tatsache des noch andauernden Massenverlustes des Zentralkörpers durch Strahlung unvereinbares Verschwinden von  $\varepsilon$  für  $r = r_k$ . Andererseits ist dieser Wert für die Sonne mit  $1,9 \text{ erg. g}^{-1} \text{ s}^{-1}$  oder  $\varepsilon = 2/3 \cdot 10^{-13} \text{ spez. Massenverlust im Jahre}$  so klein, daß wir ihn zunächst einmal vernachlässigen wollen, das Moment  $\mathfrak{M}$  dagegen jedenfalls in Kauf nehmen müssen. Dann aber dürfen wir in (10 a) und (15 a)  $M' = m_0$ , also mit dem Gegenwartswerte der Sonnenmasse gleichsetzen, und erhalten durch Integration zwischen den Grenzen  $r$  und  $r_k$

$$\frac{L}{m} = \frac{f m_0}{2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_k} \right) = \frac{1}{2} (u^2 - u_k^2), \tag{16}$$

so daß das Moment  $\mathfrak{M}$  durch die Abnahme der Umlaufenergie des Begleiters beim Übergang in die Gegenwartsbahn bedingt wird. Damit vereinfachen sich die Formeln (13) und (14) in

$$\frac{\mathfrak{M}}{m} = \frac{uv}{2} = -r \frac{du}{dt} \tag{17}$$

Verbinden wir diese Gleichung mit (11 a), so erhalten wir mit (10)

$$\frac{\mathfrak{M}^2}{m^2} = \frac{u^2}{2} f M'' \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_k} \right) = \frac{M''}{M'} \frac{u^2}{2} (u^2 - u_k^2) \tag{18}$$

und für den Augenblick der Abschleuderung mit  $u'^2 = g' r'$

$$\left( \frac{\mathfrak{M}}{m} \right)^2 = \frac{M''}{M'} \frac{u'^2}{2} (u'^2 - u_k^2) = \frac{M''}{M'} \frac{g'^2 r'^2}{2} \left( 1 - \frac{r'}{r_k} \right), \tag{18a}$$

wodurch das Massenverhältnis  $M'' : M'$  mit dem Reibungsmoment bei der Abschleuderung verknüpft und durch dieses bestimmt ist. Nunmehr können wir auch die Energiegleichung für den Übergang des Begleiters unter Berücksichtigung aller Verluste aufstellen. Als Quelle ist jetzt die durch die Abtrennung

selbst geschwächte, d. h. mit dem Wirkungsgrad  $\eta$  behaftete Drehwucht des Zentralkörpers anzusehen, die nicht allein dessen jetzige Drehwucht, sondern auch die der noch nicht abgetrennten Begleiter und die durch (16) gegebene Übergangsarbeit zu bestreiten hat. Daraus aber ergibt sich

$$\eta \alpha^2 m_0 u'^2 = \alpha_0^2 m_0 u_0^2 + \sum_1^k m u^2 r m_k (u'^2 - u_k^2)$$

oder

$$(\eta \alpha^2 m_0 - m) u'^2 = \alpha_0^2 m_0 u_0^2 + \sum_1^{k-1} m u^2. \quad (19)$$

Schreiben wir dafür

$$\left( \eta - \frac{m}{\alpha^2 m_0} \right) \frac{u'^2}{u_0^2} = \frac{\alpha_0^2}{\alpha^2} \left( 1 + \frac{\sum_1^{k-1} m u^2}{\alpha_0^2 m_0 u_0^2} \right) \quad (19a)$$

und an Stelle von (7)

$$\eta - \frac{m}{\alpha^2 m_0} = \left( 1 - \frac{m}{\alpha^2 m_0} \right) \left( 1 + \sqrt{\frac{m}{m_0}} \right)^2, \quad (7a)$$

so liefert die Ausschaltung von  $\eta$  die Energieformel

$$\left( 1 - \frac{\alpha_0^2}{\alpha^2} \cdot \frac{m}{\alpha_0^2 m_0} \right)^2 \left( 1 + \sqrt{\frac{m}{m_0}} \right)^2 = \frac{\alpha_0^2 u_0^2}{\alpha^2 u'^2} \left( 1 + \frac{\sum_1^{k-1} m u^2}{\alpha_0^2 m_0 u_0^2} \right). \quad (20)$$

Andererseits besteht für den Übergang die Drallformel und das dritte KEPLERSche Gesetz

$$\alpha^2 m_0 r' u' = \alpha_0^2 m_0 r_0 u_0 + \sum_1^k m r u, \quad (21)$$

$$r' u'^2 = r_k u_k^2 \quad (22)$$

oder vereint unter Wegheben von  $r'$

$$\frac{\alpha^2 u_0}{\alpha_0^2 u'} = \frac{r_0 u_0^2}{r_k u_k^2} \left( 1 + \frac{\sum_1^k m r u}{\alpha_0^2 m_0 r_0 u_0} \right). \quad (23)$$

Dieser Ausdruck ergibt schließlich in Verbindung mit (20) unter Ausschaltung von  $u_0 : u'$

$$\frac{\alpha^3}{\alpha_0^3} - \frac{\alpha}{\alpha_0} \frac{m}{\alpha_0^2 m_0} = \frac{r_0 u_0^2}{r_k u_k^2} \left( 1 + \frac{\sum_1^k m r u}{\alpha_0^2 m_0 r_0 u_0} \right) \left( 1 + \frac{\sum_1^{k-1} m u^2}{\alpha_0^2 m_0 u_0^2} \right) \left( 1 + \sqrt{\frac{m}{m_0}} \right)^{-1}, \quad (20a)$$

also eine kubische Gleichung für  $\alpha : \alpha_0$ , die sich wegen  $m \ll \alpha_0^2 m_0$  leicht durch Probieren lösen läßt, während die zugehörigen Verhältnisse  $u' : u_0$  und  $r' : r_0$  sich alsdann bequem aus (23) in (22) berechnen und in der Zahlentafel 1 vereinigt sind, die an Stelle der Zahlentafel 3 der früheren Abhandlung zu treten hat. Beide Tafeln stimmen für die massenarmen inneren Planeten fast genau überein, womit nur der angesichts ihrer ohnehin kleinen Umlaufenergien und Drallwerte zu erwartende geringe Einfluß der Energieverluste bei der Ablösung und beim Übergang auf die Drehwucht der Sonne bestätigt wird. Demgegenüber ergeben sich wesentlich andere Werte für die großen Außenplaneten, insbesondere Jupiter und Saturn, für welche andererseits fast genau dasselbe Verhältnis  $\alpha_0^2/\alpha^2 = 37,6$  im Mittel sich ergibt und auf eine homogene Schrumpfung der Sonne während deren Abschleuderung hindeutet. Mit den so erhaltenen Werten von  $\alpha_0^2/\alpha^2$  ist nunmehr auch der Wirkungsgrad  $\eta$  für den Abschleuderungsvorgang bestimmt und für die einzelnen Begleiter in die Zahlentafel 1 ebenso aufgenommen worden, wie das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten  $\omega' : \omega_0$  des Zentralkörpers bei Beginn der Abschleuderung zum Gegenwartswerte. Dieses hat sich ersichtlich nach der Abtrennung der kleinen Planeten nur noch unerheblich geändert, dagegen während der Abschleuderung der großen Planeten, insbesondere vom Saturn zum Jupiter, eine starke Zunahme erfahren trotz der homogenen Schrumpfung des Zentralkörpers. Daraus erhellt deutlich der überwiegende Einfluß der beiden Hauptplaneten auf den ganzen Trennungsvorgang.

Zahlen-						
1	2	3	4	5	6	7
Planeten	$\frac{r_k}{r_c}$	$\frac{u_k}{u_0}$	$\frac{m_0}{m_k}$	$\sqrt{\frac{m_k}{m_0}}$	$\frac{m_k r_k u_k}{\alpha_0^3 m_0 r_0 u_0}$	$\frac{m_k u_k^2}{\alpha_0^3 m_0 u_0^2}$
Merkur . . . . .	83.4	23.4	$8 \cdot 10^6$	$3,53 \cdot 10^{-4}$	0,0035	0,001
Venus . . . . .	156	17,1	$4,1 \cdot 10^5$	$1,56 \cdot 10^{-3}$	0,096	0,0107
Erde . . . . .	215	14,5	$3,3 \cdot 10^5$	$1,74 \cdot 10^{-3}$	0,136	0,009
Erde-Mond . . . . .	60	2,19	81	0,111	4,43	0,159
Mars . . . . .	318	11,8	$3,4 \cdot 10^5$	$5,43 \cdot 10^{-4}$	0,0176	0,00064
Kleine Planeten . . . . .	470	10	$1 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^{-4}$	—	—
Jupiter . . . . .	1120	6,4	1047	$3,05 \cdot 10^{-2}$	97,5	0,559
Saturn . . . . .	2050	4,7	3500	$1,64 \cdot 10^{-2}$	39,3	0,0885
Uranus . . . . .	4130	3,3	22650	$7,64 \cdot 10^{-3}$	8,6	0,0069
Neptun . . . . .	6460	6,63	19350	$7,19 \cdot 10^{-3}$	12,6	0,0062

3. Das Bremsmoment der Flutreibung.

Zur Berechnung des Bremsmoments gehen wir aus von einer Masse  $m$  des schon abgetrennten Begleiters im augenblicklichen Abstand  $r$  von der Mitte des Zentralkörpers  $m_0$  und dem im allgemeinen veränderlichen Äquatorhalbmesser  $a$ . Dann ist die Oberflächenbeschleunigung des letzteren auf der Zentrale unter dem Einfluß von  $m$  mit  $g = f m_0 / r^2$

$$g' = f \left( \frac{m_0}{a^2} - \frac{m}{(r-a)^2} + \frac{m}{r^2} \right) = g \left[ 1 - \frac{m}{m_0} \left( \left( \frac{a}{r-a} \right)^2 - \frac{a^2}{r^2} \right) \right]$$

oder

$$\frac{g-g'}{g} = \frac{m}{m_0} \left[ \left( \frac{m}{r-a} \right)^2 - \frac{a^2}{r^2} \right]. \tag{24}$$

Dieser Verminderung der Beschleunigung entspricht aber eine größte statische Fluthöhe  $h' \ll a$  über der Oberfläche derart, daß  $g'(a+h')^2 = ga^2$  oder

$$\frac{g-g'}{g} = \frac{2h'}{a}. \tag{24a}$$

An einem Oberflächenpunkte mit der Neigung des Strahls  $\varphi$  gegen die Zentrale  $mm_0$  haben wir alsdann eine Fluthöhe

$$h = \frac{h'}{2} (3 \cos^2 \varphi - 1) = \frac{h'}{2} (2 - 3 \sin^2 \varphi), \tag{25}$$

womit der Bedingung genügt wird, daß durch die über die ganze Oberfläche verteilte Flut und Ebbe keine Volumänderung hervorgerufen wird, wie man sofort durch Multiplikation von  $h$  mit  $2\pi a \sin \varphi d\varphi$  und Integration zwischen den Grenzen 0 und  $\pi$  feststellen kann.

Legen wir nun durch die Zentrale und die Drehachse von  $m_0$  eine Ebene, so wird diese bei der Drehung des Körpers  $m$  an der Oberflächenstelle  $\varphi$  entsprechend der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  mit einer Geschwindigkeit  $a\omega \cos \varphi$  durchschritten, wobei mit dem Flächenelement  $d\tau = ha d\varphi$  in der Zeiteinheit mit der Oberflächendichte  $\delta$  ein Massenelement  $d\left(\frac{dm}{dt}\right) = \delta \omega h a^2 \cos \varphi d\varphi$  durch die Ebene fließt. Dessen Erhebung um  $dh$  erfordert alsdann eine Leistung

$$d^2 L = g dh \cdot d\left(\frac{dm}{dt}\right) = \omega \delta g a^2 h dh \cos \varphi d\varphi$$

oder mit (25)

$$d^2 L = \frac{1}{2} \omega \delta g h' dh' (2 - 3 \sin^2 \varphi) d \sin \varphi$$

und nach doppelter Integration über  $h'$  von 0 bis  $h'$  sowie zwischen  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$

$$L = 0,9 \cdot \omega \delta g a^2 h'^2. \tag{26}$$

Von dieser Leistung ist nun infolge der Turbulenzreibung der Flutwelle ein Bruchteil  $\zeta$  dauernd aufzuwenden, so zwar, daß mit

$$L' = \zeta L = \mathfrak{M} \omega$$

tafel 1.

8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\frac{k}{\alpha_0^2} \frac{\Sigma m r u}{m_0 r_0 u_0}$	$\frac{k}{\alpha_0^2} \frac{\Sigma m u^2}{m_0 u_0^2}$	$\frac{\alpha_0}{\alpha}$	$\frac{\alpha_0^2}{\alpha^2}$	$\frac{\alpha_0^2 m_0}{m_k}$	$\frac{u'}{u_0}$	$\frac{r'}{r_0}$	$\eta$	$\frac{\omega'}{\omega_0}$
0,0035	0,001	36	1296	$5,6 \cdot 10^5$	36	36,1	0,998	1
0,0995	0,0117	34,9	1218	$2,86 \cdot 10^4$	35,1	38,1	0,959	0,92
0,2355	0,0207	33,5	1122	$2,31 \cdot 10^4$	33,6	41,1	0,954	0,82
—	—	327	10,9	30,3	5,0	12,0	0,865	0,415
0,2531	0,0208	33,3	1109	$2,2 \cdot 10^5$	33,5	41,6	0,995	0,805
0,2550	0,0211	13,3	1109	—	33,4	41,7	1	0,80
92	0,58	6,17	37,8	73	12,55	296	0,736	0,317
137	0,668	6,12	37,45	245	9	575	0,846	0,0157
146	0,675	6,19	38,3	1585	8,45	653	0,937	0,013
157	0,737	6,06	36,7	1355	7,87	752	0,959	0,011

sich das gesuchte Bremsmoment zu

$$\mathfrak{M} = 0,9 \cdot \zeta \cdot \delta g a^2 h'^2 \tag{27}$$

ergibt. Während des Abschleuderungsvorgangs ist der Äquatorhalbmesser des Zentralkörpers  $a = r'$ ; außerdem dürfen wir für diesen Zeitpunkt, da der Begleiter mit dem Halbmesser  $a_1$  selbst der aus dem Äquatorwulst hervorgehenden Flutwelle entstammt,  $\delta = \delta'$  und  $h' = a_1$  setzen und erhalten somit für den Anfangswert des Bremsmoments

$$\mathfrak{M}' = 0,9 \cdot \zeta \delta' g' r'^2 a_1^2. \tag{27a}$$

Führen wir hierin noch die Werte von  $a_1$  und  $\delta'$  durch Gleichung (1) und (3) ein, so wird daraus mit  $4\pi r_0^3 \delta_0 = 3 m_0$

$$\frac{\mathfrak{M}'}{m} = 0,322 \cdot \zeta g' r' \sqrt{\frac{m}{m_0}} \tag{27b}$$

und in Verbindung mit (18a)

$$0,208 \cdot \zeta^2 g'^2 r'^2 \frac{m}{m_0} = \frac{M''}{M'} u'^2 (u'^2 - u_k^2) = \frac{M''}{M'} g'^2 r'^2 \left(1 - \frac{r'}{r_k}\right),$$

$$\frac{M''}{M'} = \frac{0,208 \zeta' r_k}{r_k - r'} \frac{m}{m_0}. \tag{28}$$

Durch diese einfache Beziehung sind wir aller Annahmen über die Dichteänderung in der Flutwelle während der Entfernung des Begleiters vom schrumpfenden Zentralkörper enthoben.

#### 4. Übergangsbahn und Übergangszeit.

Der Übergang des vom Zentralkörper getrennten Begleiters in die Gegenwartsbahn ist nunmehr durch die beiden Gleichungen (10) und (16a) gegeben, für die wir mit  $M' = m_0$  sowie  $f m_0 = g_0 r_0^2$ , worin  $g_0$  und  $r_0$  die jetzigen Werte der Oberflächenbeschleunigung und des Äquatorhalbmessers des Zentralkörpers bedeuten, schreiben dürfen

$$u^2 r = g_0 r_0^2; \quad v^2 = 2 g_0 r_0^2 \frac{M''}{M'} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_k}\right). \tag{29}$$

Mit  $dr = v dt$  wird aus der zweiten dieser Formeln

$$dt \sqrt{\frac{2 g_0 r_0^2}{r_k} \frac{M''}{M'}} = dr \sqrt{\frac{r}{r_k - r}}, \tag{29a}$$

deren Integration mit der Substitution

$$\frac{r}{r_k} = \sin^2 \psi, \quad 1 - \frac{r}{r_k} = \cos^2 \psi, \quad \psi = \arcsin \sqrt{\frac{r}{r_k}}, \tag{30}$$

also  $\psi = \frac{\pi}{2}$  für  $r = r_k$ , sowie wegen (28)

$$\zeta t = \frac{r_k}{r_0} \sqrt{\frac{r_k - r'}{0,416 \cdot g_0} \cdot \frac{m_0}{m}} \left[ \frac{\pi}{2} - \arcsin \sqrt{\frac{r}{r_k}} + \sqrt{\frac{r}{r_k} \left(1 - \frac{r}{r_k}\right)} \right] \tag{31}$$

und für  $r = r'$  die gesamte Übergangsdauer  $t_k$  ergibt.

Weiter erhalten wir für den Bahnwinkel  $\vartheta$  mit dem Fahrstrahl aus (29) und (28)

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{u}{v} = \sqrt{\frac{M''}{2M'} \frac{r_k}{r_k - r}} \zeta \operatorname{tg} \vartheta = 1,55 \cdot \sqrt{\frac{r_k - r'}{r_k - r} \cdot \frac{m_0}{m}}, \quad (32)$$

mit dem Anfangswert bei der Abtrennung für  $r = r'$

$$\zeta \operatorname{tg} \vartheta' = 1,55 \sqrt{\frac{m}{m_0}}, \quad (32a)$$

während für  $r = r_k$ ,  $\operatorname{tg} \vartheta = \infty$ ,  $\vartheta = \frac{\pi}{2}$  entsprechend der tangentialen Einmündung in die Gegenwartsbahn wird. Für die Bahn selbst erhalten wir aus (28) mit  $u : v = r d\varphi : dr$  und (26)

$$\pm d\varphi \sqrt{2 \frac{M''}{M'}} = \frac{dr}{r} \sqrt{\frac{r_k}{r_k - r}} = \frac{2 d\psi}{\sin \psi} \quad (33)$$

oder integriert wegen  $\psi = \frac{\pi}{2}$  für  $r = r_k$ ,  $\varphi = \varphi_k$

$$\varphi = \varphi_k + \sqrt{2 \frac{M''}{M'}} \ln \operatorname{tg} \frac{\psi}{2}$$

und mit (24)

$$\zeta(\varphi - \varphi_k) = \sqrt{\frac{r_k - r'}{0,416 r_k} \cdot \frac{m_0}{m}} \ln \left( \sqrt{\frac{r_k}{r}} - \sqrt{\frac{r_k - r}{r}} \right). \quad (34)$$

Daraus berechnet sich sofort mit  $\varphi = 0$  für  $r = r'$  der insgesamt vom Fahrstrahl überstrichene Bogen zu

$$\zeta \varphi_k = -3,1 \sqrt{\left(1 - \frac{r'}{r_k}\right) \frac{m_0}{m}} \ln \left( \sqrt{\frac{r_k}{r}} - \sqrt{\frac{r_k - r}{r}} \right) \quad (34a)$$

und daraus die Windungszahl  $n = \varphi_k / 2\pi$  durch Division mit  $2\pi$ . Schließlich erhalten wir noch für die radiale Anfangsgeschwindigkeit aus (28) und (29) mit  $r = r'$

$$v'^2 = 0,416 \zeta^2 g_0 \frac{r_0^2}{r'} \frac{m}{m_0} = 0,416 \zeta^2 g' r' \frac{m}{m_0} \quad (35)$$

oder wegen  $\sqrt{2 g_0 r_0} = 617 \text{ km s}^{-1}$  für die Sonne

$$v' = 281 \cdot \zeta \sqrt{\frac{r_0}{r'} \frac{m}{m_0}}. \quad (35a)$$

### 5. Die Schrumpfung des Zentralkörpers.

Im ersten Abschnitt haben wir gesehen, daß durch die Abtrennung eines aus der Randschicht des Äquatorwulstes gebildeten Begleiters der Äquatorhalbmesser des Zentralkörpers eine Verkleinerung erfuhr, der dann auch eine durch Energieverluste noch erhöhte Abnahme der Umfangsgeschwindigkeit entsprach. Infolgedessen besteht am Äquator nach der Abtrennung kein Ausgleich mehr der Flieh- und Schwerebeschleunigung, und es tritt für die neuen Werte von  $u_1 r_1$  am neuen Äquator an Stelle des dritten KEPLERSchen Gesetzes  $u'^2 r' = g'$  die allgemeinere Gleichung

$$\frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{dr} = \frac{u^2}{r} - g. \quad (37)$$

Diese geht mit (1a) und (4c), d. h. wegen

$$\frac{u'}{u_1} = \left(1 - \frac{m}{a^2 m_0}\right) \frac{r'}{r_1}, \quad \frac{r'}{r_1} = 1 + \sqrt{\frac{m}{m_0}}, \quad g' r'^2 = g_1 r_1^2$$

über in

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)_1 = \left[ \left(1 - \frac{m}{a^2 m_0}\right)^2 - 1 - \sqrt{\frac{m}{m_0}} \right] \left(1 + \sqrt{\frac{m}{m_0}}\right) g' < 0, \quad (36a)$$

da nach der Zahlentafel (1)  $2 \frac{m}{a^2 m_0} > \sqrt{\frac{m}{m_0}}$  ist. Es übertrifft also am neuen Äquator die Schwere weitaus die Fliehbeschleunigung, womit sogleich die Bedingung für eine weitere Schrumpfung gegeben ist, die erst unter Steigerung der Umlaufgeschwindigkeit bis zu einer weiteren Gleichgewichtslage mit  $u_2 r_2 g_2$  zur Ruhe kommt, in der die nächste Abschleuderung einsetzen kann. Für die Schrumpfungsgeschwindigkeit am



Äquator dürfen wir nach Analogie von (29)  $v^2 = C \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r} \right)$  bzw.  $v_1^2 = C \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$  ansetzen, woraus

$$\left( \frac{v}{v_1} \right)^2 = \frac{r - r_2}{r} \frac{r_1}{r_1 - r_2} \quad (37)$$

hervorgeht. Die anscheinend willkürliche Anfangsgeschwindigkeit  $v_1$  muß sich aber, da für die Abschleuderung das dritte KEPLERSche Gesetz gültig bleibt, mit der nach außen gerichteten Radialgeschwindigkeit der Begleitemasse aufheben, so daß also  $v_1 = -v'$  schon durch Gleichung (35) gegeben ist.

Für die Schrumpfszeit erhalten wir dann mit  $dr = v dt$

$$v_1 dt \sqrt{\frac{r_1}{r_1 - r_2}} = dr \sqrt{\frac{r}{r - r_2}}, \quad (37a)$$

deren rechte Seite sich mit der Substitution  $r \cos^2 \psi = r_2$  geschlossen integrieren läßt. Angesichts des recht unbequemen Ergebnisses wollen wir uns indessen nur mit einer Näherungslösung begnügen. Ist nämlich  $2(r_1 - r_2) < (r_1 + r_2)$ , so dürfen wir die beiden Wurzeln in (37a) einfach gleichsetzen und erhalten alsdann für die Schrumpfszeit  $t_{12}$

$$2 t_{12} v_1 = r_1 - r_2. \quad (38)$$

Diese Formel gilt fast genau für die nur geringe Schrumpfung innerhalb der Abschleuderungsradien der Planetoiden bis zum Merkur und darf auch unbedenklich für die Schrumpfung nach der Trennung der großen Planeten verwendet werden. Sie trifft aber zweifellos nicht mehr zu für die Schrumpfung von der Jupitertrennung bis zu den Planetoiden und den Vorgang nach der Merkurabschleuderung, da in beiden Fällen  $r_2 < r_1$  ist, und

$$\sqrt{\frac{r}{r - r_2}} \sim \left( 1 + \frac{r_2}{r} \right)^{\frac{1}{2}} \sim 1 + \frac{1}{2} \frac{r_2}{r}; \quad \sqrt{\frac{r_1}{r_1 - r_2}} \sim 1$$

gesetzt werden kann. Dann aber ergibt die Integration von (37a)

$$v_1 t_{12} = r_1 - r_2 + \frac{1}{2} r_2 \ln \frac{r_1}{r_2}, \quad (39)$$

also wegen der anfänglich raschen Abnahme von  $v$  mehr als den doppelten Wert von  $t_{12}$  gegenüber (38). Die mit  $v_1 = -v'$  nach den Formeln (38) und (3a) berechneten Schrumpfszeiten  $t_{12}$  sind in der Zahlentafel 2 neben den Übergangsdauern  $t_k$  der einzelnen Begleiter und der Windungszahl  $\zeta \varphi_k : 2\pi$  der Übergangsbahnen eingetragen, und schließlich noch das Verhältnis  $\delta' : \delta_0$  der Dichten der Randschicht, aus welcher die Begleiter entsprungen sind, zur jetzigen mittleren Sonnendichte nach Gleichung (3) hinzugefügt. Der hieraus ersichtlichen enormen Verdünnung der Randschicht bei der Abschleuderung steht nun eine starke Kernverdichtung gegenüber, die man am einfachsten aus dem Vergleich der homogenen Kugeln von gleichem Trägheitsmoment mit der dem jetzigen Sonnenzustand entsprechenden erkennt. Bezeichnet man den Halbmesser einer solchen Kugel mit  $r_\alpha$ , den der homogenen Sonnenkugel auch mit  $r_{\alpha 0}$ , so gilt

$$0,4 r_\alpha = \alpha r', \quad 0,4 r_{\alpha 0} = \alpha_0 r_0, \quad (40)$$

also

$$\frac{r_\alpha}{r_{\alpha 0}} = \frac{\alpha}{\alpha_0} \frac{r'}{r_0}. \quad (40a)$$

Die beiden Verhältnisse der rechten Seite sind aber der Zahlentafel 1 zu entnehmen und ergeben so die Werte der linken Seite, die als letzte Spalte der Tafel 2 angefügt sind. Daraus geht wieder hervor, daß die Schrumpfung während der Abschleuderung der großen Planeten im Verhältnis etwa 2,6:1 nahezu homogen erfolgte, und daß erst nach der Abschleuderung des Jupiter eine besonders starke inhomogene Schrumpfung vor allem im Kern einsetzte, der bei der Abschleuderung der Gaswolke, aus der die kleinen Planeten hervorgingen, nahezu die Abmessung des jetzigen Sonnenkerns erreicht hatte.

Wenn wir auch die Absolutwerte der Übergangzeiten  $t_k$  der Planeten von der Ablösung bis zu den Gegenwartsbahnen, die Schrumpfsdauern zwischen den

Zahlen-						
1	2	3	4	5	6	7
Planeten	$\frac{r'}{r_k}$	$\sqrt{\frac{r'}{r_k}}$	$\sqrt{1 - \frac{r'}{r_k}}$	$\sqrt{\frac{r'}{r_k} \left(1 - \frac{r'}{r_k}\right)}$	$\arcsin \sqrt{\frac{r'}{r_k}}$	$\zeta t_k$ Jahre
Merkur . . . . .	0,433	0,666	0,753	0,501	0,728	177,0
Venus . . . . .	0,244	0,494	0,875	0,432	0,517	127,5
Erde . . . . .	0,191	0,437	0,900	0,393	0,452	192,7
Mars . . . . .	0,127	0,356	0,934	0,332	0,363	992,7
kl. Plan. . . . .	0,088	0,297	0,955	0,284	0,301	2520
Jupiter . . . . .	0,264	0,514	0,858	0,441	0,540	118,1
Saturn . . . . .	0,280	0,530	0,849	0,450	0,558	532,1
Uranus . . . . .	0,156	0,395	0,919	0,365	0,406	4286
Neptun . . . . .	0,116	0,341	0,940	0,321	0,347	8198

einzelnen Abtrennungsvorgängen, sowie die zugeordneten Radialgeschwindigkeiten erst nach Kenntnis des hydraulischen Widerstandsbeiwertes  $\xi$  anzugeben vermögen, so folgt doch aus der Zahlentafel 2 das Verhältnis der beiden Zeiten. Insbesondere erkennt man, daß die Übergangsdauer des Neptun allein fast ebensoviel beträgt wie die aller anderen Begleiter zusammen und daß dagegen die gesamte Schrumpfungsdauer der Sonne fast verschwindet. Setzen wir nach irdischen Erfahrungen über die turbulente Strömung an glatten Wänden  $\xi = 0,01$ , so sind die wahren Zeiten und Windungszahlen etwa das hundertfache, und die Radialgeschwindigkeiten der hundertste Teil der in Zahlentafel 2 enthaltenen Werte, wonach der ganze Entwicklungsvorgang des Planetensystems von der Abtrennung des Neptun bis zu den gegenwärtigen Bahnen rund 1 Million Jahre erfordert haben würde. Den Pluto konnten wir, da seine Masse noch ganz unbestimmt ist, aber kaum die Größenordnung der Erdmasse überschreiten dürfte, nicht mit in Betracht ziehen. Da jedoch seine Bahn teilweise innerhalb der des Neptun verläuft, so dürfte seine Abschleuderung nur wenig vor der Neptuntrennung erfolgt sein.

Die Kürze der Schrumpfungsdauern zwischen zwei Trennungsvorgängen legt nun die Frage nahe, ob nicht beim Überwiegen der Radialgeschwindigkeit eines später abgetrennten Begleiters während der Übergangszeit ein Einholen des früheren eintreten kann, wenn die Abschleuderungsradien nicht sehr verschieden sind. Das trifft nach den Werten der Zahlentafel 2 in der Tat für die inneren Planeten zu, welche die kurz vor ihnen abgetrennte Gaswolke der Planetoiden einholen und zeitweise in derselben radial fortschreiten. Dadurch können sie entweder deren Zusammenballung verhindern oder einen schon gebildeten Gasball durch ihre Störungskräfte wieder auflösen, wodurch sich vielleicht die Mannigfaltigkeit der Planetoidenbahnen und deren kleine Einzelmassen erklären. Eine rechnerische Verfolgung dieser Vorgänge erübrigt sich angesichts der nur mit einem Mittelwert aufgenommenen Bahnradien und Umlaufzeiten der Planetoiden und ihrer nur schätzungsweise angegebenen Gesamtmasse. Dagegen wurden in die Zahlentafel 2 noch die aus dem Massenverhältnis nach Gleichung (1) berechneten Verhältnisse der größten Abschleuderungsradien  $a_1 : a_0$  der Planeten zu ihren Gegenwartswerten sowie die Verhältnisse  $a' : a_0$  der Radien bei der Mondabschleuderung unter Benutzung der Zahlentafel 2 a. a. O. aufgenommen, während die entsprechenden Werte für die etwaige Abschleuderung des Erdmondes in die Zahlentafel 1 eingetragen sind. Daraus folgt, wie schon in der früheren Arbeit erwähnt, wieder die Unmöglichkeit der Abschleuderung des Erdmondes von der Erde sowie der Marsmonde, da dies eine unmögliche Ausdehnung der Planeten nach ihrer Trennung von der Sonne bedingen würde. Unser Mond ist somit neben der Erde als selbständiger Planet der Sonne entsprungen, während die beiden Marsmonde wahrscheinlich aus der Planetoidengruppe während des Verweilens des Mars in derselben von ihm eingefangen sind.

Die hier vorgetragene Abschleuderungstheorie scheint indessen mit der Äquatorneigung der Sonne von  $7^\circ$  gegen die Ekliptik, die nur mit der Bahnneigung des

tafel 2.

8	9	10	11	12	13	14
$\frac{\zeta \varphi_k}{2\pi}$	$\frac{v'}{\zeta} \text{ m s}^{-1}$	$\zeta t_{12}$ Jahre	$\frac{\delta'}{\delta_0} 10^8$	$\frac{r_a}{r_{a_0}}$	$\frac{a'}{a_0}$	$\frac{a'}{a_0}$
950	16,53	49	1,15	1	—	3,54
366	72,9	0,303	4,23	1,09	—	6,65
377	76,4	0,432	3,66	1,22	12	7,76
1416	23,7	0,232	1,13	1,24	5,9	4,62
1745	14,0	0,157	0,621	1,25	—	—
17,7	444,6	20,4	0,179	43,1	2,22	90,50
31,4	198,3	15,5	0,0133	94,0	1,78	116
108,3	73,1	11,7	0,0034	105	2,39	117
113,6	73,7	14,6	0,0025	123	2,08	150

Merkur von  $7^\circ 10,5'$  nahe übereinstimmt, unvereinbar zu sein, wenn wir sie als von vornherein bestehend annehmen. Betrachten wir dagegen diese Äquatorneigung als das Ergebnis des Ausgleichs des Sonnendralls mit dem Umlaufdrall der Planeten mit Rücksicht auf deren Bahnneigungen<sup>1</sup>, so kann sie selbst nur allmählich mit deren Abschleuderung sich ausgebildet haben. Das zeigt schon die Abnahme der Bahnneigungen gegen die invariable Ebene nach außen, der eine Zunahme dieser Neigungen in der Zeitfolge der einzelnen Abschleuderungen und damit auch derjenigen des Sonnenäquators entspricht.

Da ferner die Sonnenoberfläche elektrisch geladen ist und daraus vermöge der Eigendrehung ein Magnetfeld bedingt, so wird sie diese Eigenschaft auch auf die von ihr abgeschleuderten Begleiter übertragen. Auf diese Weise muß auch das permanente Magnetfeld der Erde entstanden sein, dessen Achse etwa  $20^\circ$  gegen ihre jetzige Drehachse geneigt ist und um diese mit dem Erdball eine konische Drehung vollzieht. Danach kann dieses Magnetfeld nicht von der tatsächlich vorhandenen elektrischen Ladung der Erdoberfläche oder den nur schwachen Erdströmen herrühren, sondern hat seinen Sitz in den Atomen des Gaskerns, deren Elektronenhüllen bei der Ablösung axial gerichtet würden und diese Richtung innerhalb der Erde nahezu unbeeinflusst von der Verlagerung der Drehachse durch Drallausgleich mit der Mondbahn beibehalten haben. Da die jetzige Äquatorneigung der Erde  $23,5^\circ$  beträgt, so ergibt sich eine ursprüngliche Äquatorneigung des Magnetfeldes von  $3,5^\circ$ , die mit der des Sonnenäquators zur Zeit der Erdabschleuderung im Einklang mit ihrer Zunahme während der Planetenbildung übereinstimmte.

### 6. Zusammenfassung.

Das Ergebnis der vorstehenden in sich geschlossenen, induktiven Theorie der Entwicklung des Planetensystems auf Grund des Flächensatzes und des dritten KEPLERschen Gesetzes sowie unter Berücksichtigung der Energieverluste bei der Abtrennung und durch das Bremsmoment der Flutreibung an der Sonnenoberfläche mit einem Widerstandsbeiwert von 0,01 ist ein langsamer Übergang der Planeten von der Abschleuderung bis zum jetzigen Sonnenabstand in vielfach gewundenen Spiralbahnen mit rasch verlaufender Schrumpfung des Sonnenkörpers vom etwa 800fachen bis zum jetzigen Halbmesser. Diese Schrumpfung setzt sofort mit der Neptunabtrennung ein und verläuft ruckweise zwischen den einzelnen Ablösungen mit einer mittleren Radialgeschwindigkeit von etwa  $1,1 \text{ m s}^{-1}$  am Äquator in rd. 6300 Jahren bis zur Abtrennung der Planetoidenwolken, bei der die jetzige Massenverdichtung im Sonnenkern schon nahezu erreicht ist. Die Abschleuderung der kleinen Planeten bis zum Merkur ist dann nach rd. 110 Jahren vollendet, worauf die nur noch auf die Sonnenhülle beschränkte Schrumpfung bis zur jetzigen Oberfläche etwa 5000 Jahre erforderte.

<sup>1</sup> Vgl. HANS LORENZ: Die Äquatorneigungen der Sonne und Planeten. Diese Zeitschr. 50, 89 (1937).

Diese Schrumpfungzeiten verschwinden allerdings nahezu gegen die Übergangszeiten der Einzelplaneten, von denen Neptun und Uranus allein 820 000 und 430 000 Jahre zur Überwindung von 5500 bzw. 3500 Sonnenradien erfordern, während Saturn und Jupiter in 53 000 und 12 000 Jahren ihre jetzigen Abstände vermöge ihrer relativ großen Radialgeschwindigkeiten nach Zurücklegung von 1500 und 850 Sonnenradien erreicht haben. Durch die Abgabe der großen Planeten, insbesondere des Jupiter und Saturn, ist sowohl die Drehwucht als auch besonders der Drall des Sonnenkörpers so stark erschöpft, daß in der Folge nur noch kleinere Massen abgeschleudert wurden. Von diesen erforderten die Planetoidenwolken und der Mars 250 000 und 100 000 Jahre für einen Weg von 430 bzw. 280 Sonnenradien, während die Erde mit dem Mond, Venus und Merkur 19 000, 13 000 und 17 700 Jahre zur Überwindung von 174, 118 und 45 Sonnenradien brauchten.

Im Vergleich mit den Übergangszeiten der Planeten ist die gesamte Schrumpfungsdauer der Sonne so kurz, daß wir geradezu von einem Zusammenbruche eines Riesensternes sprechen dürfen, der ersichtlich mit 800 Sonnenradien sich in einem völlig instabilen Zustande befand. Da dieser kaum einer vorhergehenden Schrumpfung aus einem noch ungestalteten Urnebel entstammen konnte, so liegt es nahe, ihn als das Ergebnis eines Novaausbruchs der Sonne anzusprechen, der somit im Verein mit der schon vorhandenen Eigendrehung die Entstehung des Planetensystems erst ermöglicht und bedingt hat. Wenn wir auch nach der vorgetragenen Theorie den zeitlichen Ablauf und die Übergangsbahnen einigermaßen übersehen, so haben wir doch keinen Anhalt für die Zeit, welche danach bis jetzt verflossen ist. Aus dem nach dem Bleigehalt gewisser Uran- und Thorerze bestimmten Alter der erstarrten Erdkruste von etwa 1 bis  $1,5 \cdot 10^9$  Jahren können wir indessen schließen, daß die Abschleuderung der damals noch durchweg gasförmigen Sonnenbegleiter jedenfalls lange vor dieser Zeit stattgefunden hat und daß sich die weitere Entwicklung der Planeten schon völlig in ihren jetzigen Bahnen vollzogen hat, was mit der längst erkannten enormen Stabilität des Sonnensystems im besten Einklang steht.

## Messungen an der Sonne. III<sup>1</sup>.

Von S. Janß in Wandsbek.

5. Differentielle Refraktion. Sie ist für den zu 32' angenommenen Sonnendurchmesser im Horizont 2'43" und bleibt merklich bis etwa 30<sup>0</sup> Höhe bei rund 2". In kleinen Höhen sind die Beobachtungen schwierig wegen der geringen Intensität des Sonnenlichts. Aber doch kann man in 2<sup>0</sup> Höhe bei besonders dunstfreiem Horizont noch etwa 10mal vergrößern (für Projektion im Klassenzimmer kann ich wegen ungünstiger Lage des Raumes keine Zahlen angeben) und dabei mäßig gut schätzen. Die Höhe kann man nach einer Ephemeride berechnen oder mit einem Winkelinstrument messen; in kleineren Höhen muß aber dann die Bogenminute sicher sein. — Für die Messungen muß man die Mikrometerstriche waagrecht und senkrecht orientieren. Dann werden die Messungen dadurch erschwert, daß die Sonne sich nicht in Strichrichtung bewegt. Man muß daher in dem Augenblick, wenn sie einen Strich unten oder oben tangiert, schnell nach oben oder unten zu schätzen versuchen. Auch kann man Schüler auf ein Zeichen gleichzeitig oben und unten schätzen lassen. Zuverlässig sind auch Werte, wenn man mit gleichen Zwischenzeiten in folgender Reihenfolge schätzt: oben—unten—oben oder unten—oben—unten, und dann den Durchmesser aus dem Mittel des ersten und dritten Wertes und dem zweiten berechnet. Möglich ist es auch, die Sonne bei vertikal orientiertem Gitter mittels eines Flecks nachzuführen und Schüler an den Rändern schätzen zu lassen. — Am 13. Oktober 1935

<sup>1</sup> Teil I und II siehe diese Zeitschr. 51, 97 und 149 (1938).

erhielt ich 25 Werte in Zenitdistanzen zwischen  $86^\circ$  und  $71^\circ$ , von denen ein Wert nach der Refraktionstabelle um 0,03 mm falsch ist, zwei über 0,02 mm; die übrigen streuen zwischen  $\pm 0,02$  mm. — Da die so ermittelten Werte doch recht unsicher sind, tut man gut, sie nicht zur Korrektion der Beobachtungen für die Messungen unter Nr. 1 bis 4 zu verwenden, sondern dort Tafelwerte zu nehmen. Dann muß man die Zenitdistanz kennen. Diese findet man in der Nähe des Meridians leicht mit einem recht rohen Höheninstrument ( $dz = 0,5^\circ$  genügt); es ist auch dort belanglos, ob die Tabelle wahre oder scheinbare Werte für  $z$  enthält.

6. Durchgangszeit der Sonne. Man findet sie mit der Stoppuhr; diese wird in Gang gesetzt, wenn der Westrand einen bestimmten senkrechten Strich des Mikrometers berührt und gestoppt, wenn der Ostrand denselben Strich berührt. Ich wähle dafür den ersten feinen Strich nach dem dicken mittleren. Offenbar ist der erste Zeitpunkt nicht so scharf zu fassen wie der zweite, da man den Strich nicht vorher sieht. Aus diesem Grunde und wegen der Unsicherheit der Angaben von Stoppuhren<sup>1a)</sup> kann man 0,2 sec erst durch mehrere Messungen sicher erhalten. Dafür ist es selbstverständlich angenehm, wenn die infolge des Sportbetriebs sicher zahlreich an einer Schule vorhandenen Uhren auf die Schüler verteilt werden und dadurch während eines Durchganges mehrere Messungen möglich werden. Eine Uhr mit zwei Zeigern<sup>1b)</sup> gestattet folgendes Verfahren. Man setzt sie in Gang, wenn der Westrand einen feinen Strich nach einem Millimeterstrich nahe der Mitte passiert, arretiert den Nebenzeiger das erste Mal beim Passieren des Westrandes an einem andern derartigen Strich, vielleicht 3 mal, und schreibt alle Angaben des Nebenzeigers auf. Dann hält man den Nebenzeiger wieder an, wenn der Ostrand dieselben Striche passiert und notiert. In der Zeit von etwas mehr als einem Durchgang erhält man also drei und mehr Messungen. Dabei ist es angenehm, wenn ein Schüler nach Zuruf eines andern aufschreibt. Man kann dann vielleicht sogar mit dem Strichabstand 0,5 mm arbeiten und noch mehr Werte erhalten. Größere Abweichungen zeigen häufig die ersten Messungen gegenüber den folgenden, da infolge des Temperaturwechsels das Rohr sich anfangs verlagert. Man muß das Rohr daher  $\frac{1}{4}$  Stunde vorher an den Beobachtungsort bringen. Dem Zweizöller angemessen ist die 0,2-sec-Uhr; denn ihrem Skalenteil entspricht ungefähr 0,01 mm in der Bildebene des Objektivs und das genügt. Am Vierzöller wird man dagegen die 0,1-sec-Uhr verwenden müssen, um ihn voll auszunutzen; ob das aber infolge der bestimmt nicht so sicheren Aufstellung möglich ist, vermag ich nicht zu entscheiden. — Zur Vergleichung der gefundenen Werte mit den Jahrbücherangaben muß man beachten, daß die Jahrbücher diesen Wert in Sternzeit angeben, die Stoppuhr aber im allgemeinen wohl mittlere Sonnenzeit ( $T''$ ). Man erhält die Sternzeit  $T$ , indem man  $T'' : 365$  addiert (oder nach Tabellen). — Aus  $T$  kann man auch den Durchmesser  $d$  in Bogenmaß finden. Es ist nämlich  $T = \frac{d''}{15 \cdot \cos \delta} +$  Eigenbewegung der Sonne in  $\alpha$  in  $T$ . Die Eigenbewegung kann man aus einem Jahrbuch entnehmen; es genügt aber auch der mittlere Wert von  $5''$  oder  $\frac{1}{3}$  sec. Davon sind die Abweichungen durch verschiedene Bahngeschwindigkeit und den Winkel der Eigenbewegung mit dem Äquatorsystem nicht merklich. Also ist  $T = \frac{d''}{15 \cdot \cos \delta} + 0,3$  oder  $d'' = (T - 0,3) \cdot 15 \cdot \cos \delta$ ;  $\delta$  kann man ebenfalls aus einer Tabelle entnehmen oder selbst aus der Sonnenhöhe beim Meridiandurchgang finden nach  $\delta = h + \varphi - 90^\circ$ ;  $h$  und  $\varphi$  müssen auf je  $2'$  sicher sein. Im letzten Fall ist eine Korrektion wegen der Strahlenbrechung nicht nötig; denn man erhält ja die wirksame scheinbare Deklination; den Jahrbuchwert muß man aber im Winter um die Refraktion verbessern; denn am 21. Dezemer ist die Strahlenbrechung in Hamburg z. B. reichlich  $4'$ ; dadurch ändert sich  $\cos \delta$  um etwa  $0,5^\circ/00$ ; das kann sich gerade eben bemerkbar machen, jedenfalls

<sup>1</sup> a) B. WALTER: Über Fehler in den Angaben von Stoppuhren. Z. Instrumentenkde. 47, 583 (1927) und b) diese Zeitschr. 49, 76 (1936).

bei langen Rohren. — Korrekt erhält man so nicht den Durchmesser im Bogenmaß, sondern wegen der Neigung der Stundenkreise an dem Ost- und Westrand gegeneinander eine Sehne; bei den Deklinationen bis  $23,5^\circ$  ist der Betrag aber unmerklich, ebenso der Unterschied zwischen dem scheinbaren Durchmesser der Sonne und der Sehne, die sich für uns auf den Himmel projiziert. — Durch die Durchgangszeit allein

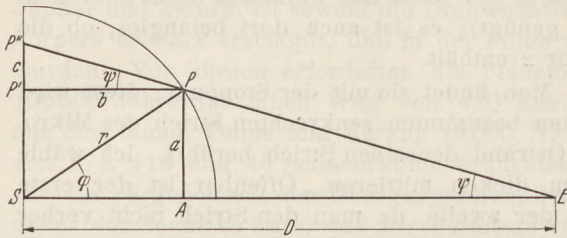


Fig. 10.  
Unterschied zwischen Zentral- und Parallelprojektion.

werden keine weiteren Tatsachen gefunden; sie ist aber ein schönes Beispiel für die Bedingtheit astronomischer Größen.

7. Die Durchgangszeit wird aber unbedingt bei Messungen an Flecken gebraucht. a) Man kann deren Ort bestimmen. Nachdem man das Mikrometer richtig an der Bewegung eines Flecks orientiert hat, schätzt man Südrand, Nordrand und Fleck in Bezug

auf ihre Lage in Nord-Südrichtung ( $y_n, y_s$  und  $y_f$ ) und findet so aus  $y_f - \frac{y_n + y_s}{2} = d\delta$  den Abstand vom Sonnenmittelpunkt entsprechend dem Deklinationsunterschiede. Ferner wird  $d\alpha$  ermittelt aus der Durchgangszeit  $T$  und dem Abstände des Flecks  $t_w$  oder  $t_o$  (Zeit) vom West- oder Ostrand;  $d\alpha = t_w - \frac{T}{2} = \frac{T}{2} - t_o$ . Will man diese Werte in

eine Zeichnung eintragen, dann muß man  $d\alpha$  umrechnen nach  $d\alpha' = \frac{d\alpha}{T} \cdot d$  (mm). Für diesen Zweck braucht man die Zeiten nicht in Sternzeit zu verwandeln, da ja nur

das Verhältnis der Zeiten vorkommt. — Im Klassenzimmer kann eine Gruppe Schüler die Schätzungen am Nord- und Südrand vornehmen, eine andere die Lage des Flecks in gleicher Richtung beurteilen, eine dritte Gruppe mit Stoppuhren  $T$  messen und eine vierte und eine fünfte  $t_w$  und  $t_o$ . Eine Uhr mit zwei Zeigern kann bei einem Durchgang für mehrere Flecken  $t_w$  und  $t_o$  neben  $T$  bestimmen und bei nicht zu zahlreichen durch gleiche Messungen an mehreren senkrechten Strichen die Werte häufen (einer liest ab, ein anderer schreibt nach Zuruf auf). In der Zwischenzeit ist dann noch Gelegenheit zur Schätzung für  $d\delta$ . — Wird größte Genauigkeit angestrebt, dann muß man die so gefundenen Orte wegen der Abweichung der Zentralprojektion von

der Parallelprojektion korrigieren. Nach Fig. 10 wird bei Parallelprojektion in Richtung  $ES$  der Punkt  $P$  in  $P'$  erscheinen, bei Zentralprojektion aus  $E$  dagegen in  $P''$ . Dann ist  $c = b \cdot \operatorname{tg} \varphi = r \cdot \cos \varphi \cdot a : AE = r^2 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi : AE \approx \frac{r}{D} \cdot r \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi$ ;  $r : D$  ist der

scheinbare Sonnenradius, etwa  $1 : 200$  (arc). Also hat man  $c = \frac{1}{2 \cdot 200} \cdot r \cdot \sin 2\varphi$ . Das Maximum liegt also bei  $\varphi = 45^\circ$  mit  $r : 400 = 0,0075$  mm [0,02], ist demnach auch schon bei kurzen Rohren mindestens störend. Nach Fig. 11 erhält man aus den gemessenen  $dy'$  und  $dx'$  die richtigen Werte nach  $dy = dy' - c \cdot \cos p$  und  $dx = dx' - c \cdot \sin p$ . Die nur roh benötigten Werte für  $c$  und  $p$  sind bestimmt nach  $\operatorname{tg} p = dy' : dx'$ ;  $\sin \varphi = a : r = \sqrt{dy'^2 + dx'^2} : r$ . Es sei aber hervorgehoben, daß die Korrektur für Fleckenörter kaum Bedeutung hat, auch nicht bei langen Rohren, wohl aber für die ähnlichen Rechnungen bei den Merkurdurchgängen.

b) Ferner läßt sich die Größe eines Flecks bestimmen. Man schätzt einfach die Ausdehnung in beiden Richtungen, im allgemeinen auch in  $d\alpha$  an dem Mikrometer; nur für größere Gebilde wird man die Stoppuhr heranziehen. Gut ist, wenn man weiß, daß der Erddurchmesser etwa  $1 : 110$  des Sonnendurchmessers ist; 660 mm

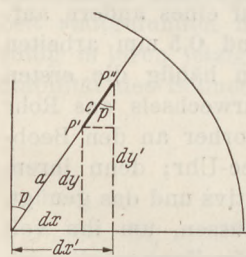


Fig. 11. Einfluß der Zentralprojektion auf die rechtwinkligen Koordinaten.

Brennweite bildet also einen Fleck, dessen Durchmesser gleich dem Erddurchmesser ist, in etwa 0,06 mm Größe ab [0,14]. Auch lohnt die Feststellung, bei welcher Größe ein Fleck mit bloßem Auge sichtbar wird; man wird dafür etwa  $\frac{3}{4}$  bis 1' Durchmesser finden (0,15 bis 0,2 mm). Zur Beobachtung mit bloßem Auge sind sehr gut geeignet photographische Diapositivplatten, die man in Breiten von etwa 15 mm zunehmend 1, 2 sec usw. belichtet und dann kräftig entwickelt, fixiert, wässert und trocknet. Die nach Sonnenhöhe und Luftbeschaffenheit angemessene Dicke kann man so leicht durch Verschiebung des Streifens vor dem Auge finden. Die Platten eignen sich auch vorzüglich zur Beobachtung einer Sonnenfinsternis und zur Prüfung, ob bei wolkeigem Himmel zeitweise die Sonne zur Photographie frei ist. Sie sind dagegen nicht geeignet als Dämpfgläser für visuelle Beobachtung am Fernrohr, wohl weil an den Körnern zu viel Streuung stattfindet. — Mathematisch lohnend ist auch die Aufgabe, aus der Ausdehnung eines Flecks außerhalb der Scheibenmitte dessen Größe in Scheibenmitte zu berechnen<sup>1</sup>. In Richtung des Radius erscheint er dann nämlich kleiner, senkrecht dazu aber nicht. Ist sein Durchmesser heliographisch  $\varphi$  (Fig. 12),

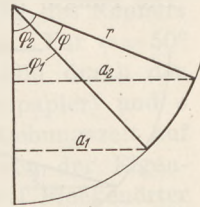


Fig. 12. Größe eines Flecks außerhalb der Scheibenmitte.

dann erscheint er in der Mitte in der Größe  $F = 2 \cdot r \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$ . Seitlich ist die Größe

$$F' = a_2 - a_1 = r \cdot (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) = 2 \cdot r \cdot \cos \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} \cdot \sin \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = 2 \cdot r \cdot \cos \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$$

Er ist also verkürzt entsprechend  $\cos \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}$ . Den Winkel findet man sehr genähert aus  $\sin \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} = a : r$ ;  $a$  ist wie oben (Fig. 11) zu berechnen. — Durch Konstruktion und Rechnung kann man auch eine am Rande vermessene Fleckengruppe auf die Scheibenmitte übertragen.

Hier soll es durch Konstruktion geschehen. Durch den Schwerpunkt der Gruppe  $F'_1, F'_2, F'_3$  (Fig. 13) wird der Durchmesser  $GSG$  gelegt und angenommen, daß die zu diesem Durchmesser parallelen Sehnen durch die einzelnen  $F$  nur unmerklich von diesem Durchmesser abweichen. Zu dem Durchmesser errichtet man durch jeden Fleck Senkrechte bis zum Schnitt  $F'_1$  usw. mit dem Kreis; ferner bezeichnet man die Mitte  $M''$ ; darauf zieht man  $MS$  senkrecht zu  $GS$  und überträgt jeden Schnitt  $F'_1$  usw. mit der Zirkelöffnung  $MM''$  in die Nachbarschaft von  $M$ . Durch  $F''_1$  usw. zieht man Senkrechte zu  $GSG$ ; deren Schnitte mit den Parallelen zu  $GS$  durch  $F'_1$  usw. ergeben die gesuchten Fleckenörter  $F_1$  usw.

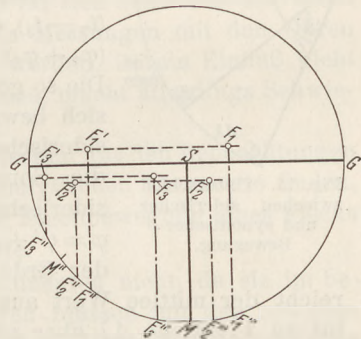


Fig. 13. Übertragung einer Fleckengruppe auf die Scheibenmitte.

c) Wesentlich erscheint, daß man die Rotationselemente der Sonne bestimmen kann. Diese Aufgabe wird im Anschluß an EPPSTEIN allgemein trigonometrisch gelöst von VOSS a. a. O., S. 102 ff. und allgemein graphisch von WELLMANN: Zeichnerische Bestimmung der Elemente von Sonnenfleckebahnen [Himmelswelt 42, 105 (1932)]. Hier sollen die besonders einfachen Verhältnisse Anfang Juni verfolgt werden (ähnlich auch Anfang Dezember; dann erfordern aber die unter B erwähnten Photographien die Beachtung der Refraktion, hier allerdings nicht; vgl. unten). — Schon nach einer Stunde kann man die Bewegung eines Flecks in  $\alpha$  deutlich mit der Stoppuhr erhalten, merklich wird sie in Scheibenmitte schon in 10 min [4]; die Uhrzeit darf also nicht Fehler von 5 min [2] enthalten. Will man ferner zur Steigerung der Genauigkeit die Messungen häufen und werden 5 min [2] wesentlich überschritten, dann muß man die mittlere Zeit notieren und ferner die Abstände zwischen den einzelnen Messungen möglichst gleich wählen. Diese Vorsicht hat aber nur Wert bei der trigonometrischen

<sup>1</sup> Vgl. Voss a. a. O., S. 100.

Rechnung, nicht bei dem graphischen Verfahren. Die Messungen umfassen die Zeit vom 27. Mai bis 2. Juni 1935. Auf Millimeterpapier (gute Sorte aussuchen!) zeichnet man einen Kreis in etwa 20facher Vergrößerung für den mittleren Wert (Fig. 14). Dann trägt man die an den einzelnen Tagen bestimmten Fleckenörter ein, umgerechnet auf gleiche Größe der Durchmesser (doch kaum nötig, da er nur unwesentlich schwankt). Die Punkte liegen genähert auf einer Geraden (in der schematischen Figur sind die

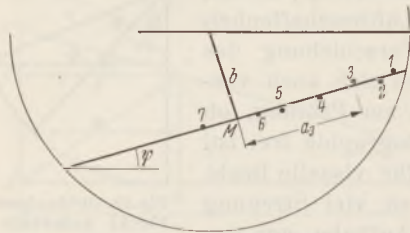


Fig. 14. Fleckenbahn zur Bestimmung der Rotationsperiode der Sonne.

Abweichungen übertrieben; die Streuungen um diese sind ein deutlicher Hinweis auf die Eigenbewegung eines Flecks und damit eine Warnung vor zu großer Genauigkeit bei der Rechnung. Weil die Örter auf einer Geraden liegen, muß die Knotenlinie der Fleckenbahnebene und damit des Sonnenäquators nach der Erde gerichtet sein. Der Knoten fällt also mit dem Sonnenort zur mittleren Zeit, 30. Mai, zusammen; Sonnenlänge  $\lambda = 68,1^\circ$ . — Weiter findet man leicht die Neigung des Sonnenäquators gegen

das Äquatorsystem des Himmels; man mißt Winkel  $\psi$  mit einem besseren Winkelmesser (auf Zelluloid von 16 cm Durchmesser, in  $0,5^\circ$  geteilt);  $\psi = 17,0^\circ$ ; um die Neigung  $i$  gegen die Erdbahn zu finden, muß man den Winkel zwischen Ekliptik- und Äquatorsystem am Sonnenort nach  $\text{tg } \eta = \text{tg } \epsilon \cdot \cos \lambda$  berechnen;  $\eta = 9,2^\circ$ ;  $i = 17,0 - 9,2 = 7,8^\circ$ . Die Rotationszeit läßt sich wie folgt finden. Man bestimmt den Mittelpunkt  $M$  der Sehne  $s$  und mißt  $s$  mit einem guten Maßstab, sowie etwa  $a_3$  und

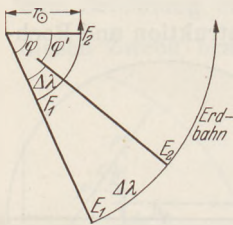


Fig. 15. Unterschied zwischen siderischer und synodischer Bewegung.

$a_7$ , und findet die dazu gehörenden Winkel nach  $\sin \varphi = 2 \cdot a : s$ . Die Örter  $F_3$  und  $F_7$ , mit dem Unterschiede der Beobachtungszeiten  $(t_7 - t_3)$ , ergeben dann die synodische Umlaufszeit  $T' = 360 \cdot (t_7 - t_3) : (\varphi_7 + \varphi_3)$ . Mit  $s = 105,6$ ,  $a_3 = 38,0$ ,  $a_7 = 4,3$  mm folgt  $T' = 28,05^d$ . Die so gefundene synodische Umlaufszeit, wie sie dem um die Sonne sich bewegendem irdischen Beobachter erscheint, muß noch in die siderische Umlaufszeit  $T$  verwandelt werden, die sich bei nicht um die Sonne laufendem Beobachter ergibt. Nach Fig. 15 sind siderischer Winkel  $\varphi$  und synodischer  $\varphi'$  durch die Gleichung  $\varphi = \varphi' + \Delta \lambda$  miteinander verbunden, wenn  $\Delta \lambda$  die Längenänderung der Erde (Sonne) in der Zwischenzeit ist. Als Längenänderung reicht der mittlere Wert aus; denn der mittlere und der wahre unterscheiden sich bis zu 1 : 30; da  $\Delta \lambda$  aber nur etwa  $\frac{1}{14} \varphi$  ist, wird  $T$  dadurch nur um  $\frac{1}{14} \cdot \frac{1}{30} = \frac{1}{420}$  beeinflusst. Dieser Wert ist hinreichend weit von der günstigsten Beobachtungsgenauigkeit (1 : 170, vgl. unten) entfernt. Für einen Tag ist  $\Delta \lambda = 360 : 365,25 = 0,986^\circ$ . Damit wird  $T = 26,05^d$ .

Man kann untersuchen, welche Werte von  $a$  die Rotationszeit  $T$  am genauesten liefern. Am günstigsten sind die Winkel  $\varphi$ , bei denen die Unsicherheit relativ klein ist gegenüber dem Winkel selber. Die Unsicherheit des nach  $\sin \varphi = 2 \cdot a : s$  bestimmten Winkels ist  $\Delta \varphi \approx 2 \cdot \Delta a : (s \cdot \cos \varphi)$ . Der Quotient aus dieser Größe und dem Winkel selber muß möglichst klein sein; er ist  $\frac{\Delta \varphi}{\varphi} = \frac{2 \cdot \Delta a}{s \cdot \varphi \cdot \cos \varphi}$ . Da  $\Delta a = 0,01$  mm und  $s$  für alle Werte konstant ist, wird die Größe dann ein Minimum, wenn  $\varphi \cdot \cos \varphi$  ein Maximum ist. Die Lösung ist für Schulverhältnisse graphisch möglich. Man muß den Wert des Produkts für verschiedene Winkel berechnen und in das Schaubild eintragen. Etwas genauere Werte erhält man, wenn man die erste Ableitung gleich Null setzt, also  $-\varphi \cdot \sin \varphi + \cos \varphi = 0$  oder  $\varphi = \text{ctg } \varphi$ . Auch hier verfährt man graphisch, hat aber den Vorteil, daß der Schnittpunkt von  $\varphi$  und  $\text{ctg } \varphi$  besser bestimmt ist und man weniger Rechenarbeit hat. Man findet etwa  $49^\circ$ . Rechnerisch erhält man (etwa in Mathematikstunden) einen hinreichend genäherten Wert durch Reihenentwicklung für  $\cos \varphi$ . Dann heißt der Nenner  $\varphi \cdot \cos \varphi = \varphi \cdot \left(1 - \frac{\varphi^2}{2} + \frac{\varphi^4}{24} \dots\right) = \varphi - \frac{\varphi^3}{2} + \frac{\varphi^5}{24} \dots$  Dieser Ausdruck



ist ein Extremwert, wenn die erste Ableitung Null ist, also  $1 - \frac{3}{2} \cdot \varphi^2 + \frac{5}{24} \cdot \varphi^4 \dots = 0$ .

Die Gleichung läßt sich lösen und führt auf  $\varphi = 0,86$  oder reichlich  $49^\circ$ . Dies ist ein Maximum; denn die zweite Ableitung wird für diesen Wert negativ. Das folgende Glied der Reihe  $\varphi^6 : 720$ , hier also unter  $1 : 2000$ , darf demnach vernachlässigt werden. Rechnet man nur mit den beiden ersten Gliedern, so erhält man  $47^\circ$ , also auch noch einen durchaus brauchbaren Wert, da es wegen der geringen Änderung des Nenners in der Gegend des Maximums auf große Genauigkeit nicht ankommt. Für  $\varphi = 50^\circ$  ist  $\varphi \cdot \cos \varphi = 0,56$ . Nimmt man nun  $\Delta a$  zu  $0,01$  mm (im direkten Bild durch das Objektiv,  $0,2$  mm in der 20fach größeren Zeichnung auf Millimeterpapier) und  $s$  günstig nahe gleich dem Durchmesser (6 mm), dann kann die Umdrehungszeit auf etwa  $\frac{1}{170}$  ( $\frac{1}{420}$ ) oder  $3,5$  (1,5) Stunden sicher werden, abgesehen von der Eigenbewegung eines Flecks. Am günstigsten ist es also, wenn man zwei Fleckenörter nimmt, die symmetrisch zur Achse mit dem Abstand  $0,7 \cdot s$  bis  $0,8 \cdot s$  liegen. — Da die Rotationszeit von der Breite abhängt, kann man auch noch diese bestimmen; der Unterschied kann mehr als einen Tag betragen. Die Breite findet man aus dem Abstände  $b$  der Sehne vom Mittelpunkt und dem Radius  $r$  nach  $\sin \beta = b : r$ , im vorliegenden Fall zu  $\beta = 29,1^\circ$ . — Voss gibt als Werte an:  $\Omega = 75,8^\circ$  (Unterschied gegen  $68,1^\circ$  vor allem durch die Beobachtungszeit);  $i = 7^\circ \pm 1^\circ$ ;  $T_{\beta=30^\circ}$  etwa 26,3 Tage.

Im angegebenen Beispiel hat die Refraktion keinen Einfluß, da die Beobachtungen nahe dem Meridian bei hohem Sonnenstand vorgenommen wurden. Um im Meridian von der Verbesserung für Refraktion frei zu sein, ist aber nicht einmal große Höhe erforderlich; auch im Winter ist man zur Fleckenbahnbestimmung dieser Art von ihr unabhängig; denn nach der in der Einleitung gemachten Annahme ist die differentielle Refraktion proportional  $dz$ ; der Nord-Süd-Durchmesser ist für sich betrachtet also nicht verzerrt; da nun die auch untereinander nicht verzerrten Messungen mit den Uhren auf die Größe des Nord-Süd-Durchmessers umgerechnet werden, ist ein Einfluß nicht vorhanden. Wesentlich außerhalb des Meridians zu messen, macht allerdings Schwierigkeiten, die man ja aber unbedingt vermeiden kann.

Selbstverständlich kann man die Bahnelemente der Flecken aus den Beobachtungen unter Erläuterung durch die Fig. 14 auch mittels der analytischen Geometrie finden. Das an sich korrektere Verfahren liefert aber wegen der Eigenbewegung eines Flecks und wegen der geringen Schärfe kaum günstigere Werte.

Die Fehler des Mikrometers stören bei kleinen Instrumenten nicht, da sie im benutzten Gebiet unmerklich sind. Längere Rohre dagegen müssen mit den mit dem Abstand von der Mitte zunehmenden Fehlern rechnen, wenn sie Grenzleistung erreichen wollen. Darum sollen hier die zu beachtenden Fehler der ersten dünnen Striche nach dem dicken mittleren angegeben werden. Fehler in  $0,001$  mm, genähert, so weit sie über  $0,004$  mm liegen.

Mit  $+10$  bezeichnete Mittelachse:

bei	— 0	1	2	3	4	5	6	7	8	19
	—29	—18	—17	—16	—14	—12	—10	—6	—5	+ 5

Mit  $-10$  bezeichnete Mittelachse:

bei	+ 1	2	3	4	5	6	7	12	13	14	20
	—12	—13	—12	—11	—13	—9	—4	—5	—5	—6	+ 7

Selbstverständlich läßt sich auch ein Merkurdurchgang verfolgen. Da aber die Durchgänge von 1937 und 1940 in Europa nicht sichtbar sind, soll nicht erörtert werden, wie man sie zur Ableitung der Neigung zwischen Erd- und Merkurbahn und bei größeren Rohren auch zur Bestimmung der differentiellen Parallaxe verwenden kann. Später finden dann erst 1953 und 1957 Durchgänge statt.

Die bisher beschriebenen Messungen kann man in derselben Weise mit dem Okular nach Fig. 5 auch visuell ausführen. Das dann notwendige Blendglas „schraube“ ich

auf einen kleinen Holzring, den ich über Rohr 2 in Fig. 5 schiebe. Bequem ist dann, daß man bei Verwendung des nach dem Okular hin mit schwarzem Papier beklebten Schirms am Objektivende das nicht messende Auge nicht zu schließen braucht. Da das Sonnenbild kaum schärfer ist, kann das Verfahren für den Unterricht aber wohl nicht empfohlen werden. Die sehr häufig ungünstige Kopfhaltung scheint die Zuverlässigkeit der Ergebnisse sogar nachteilig zu beeinflussen. Ferner ist wahrscheinlich, daß ein längeres Rohr nicht voll ausgenutzt werden kann, da man es infolge der starken Erwärmung des Blendglases abblenden muß und dann die gegenüber dem Zweizöller vorhandene zusätzliche Auflösung und Schärfe verloren geht.

Nachdem die Art der Messungen dargestellt ist, kann man auch die Gesichtspunkte für Genauigkeit der Mikrometerorientierung und der parallaktischen Aufstellung gewinnen. Ist eine Strichrichtung des Mikrometers nicht genau parallel der Richtung der täglichen Bewegung, so findet man trotzdem den Durchmesser in der Deklinationsrichtung genau, wenn man an beiden Rändern hinreichend gleichzeitig abliest; denn die Mikrometerstriche sind stets parallel zu den Tangenten an

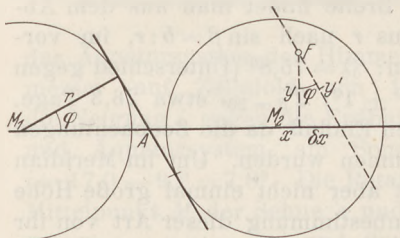


Fig. 16. Einfluß falscher Orientierung des Mikrometers auf die Projektion.

den Sonnenrand. Angenommen ist, daß die Refraktion nicht stört; das ist im Meridian bei nicht grob falscher Orientierung immer der Fall. — Die Durchgangszeit dagegen kann leichter falsch werden. Nach Fig. 16 hat die Sonne bei einer um  $\varphi$  falschen Orientierung des Mikrometers zwischen den beiden Berührungen sich um  $M_1 M_2 = 2 \cdot A M_1 = d \cdot \cos \varphi \approx d \cdot (1 - \varphi^2 : 2) \approx d \cdot (1 + \varphi^2 : 2)$  bewegt; der Fehler ist also  $d \cdot \varphi^2 : 2$ . Er läßt sich leicht vermeiden; denn er muß unter 0,005 mm bleiben; das ergibt  $\varphi = 1 : 25$  [1 : 40]. Die Orientierung muß also so genau sein, daß Sonnenrand oder Fleck bei der täglichen Bewegung oder Drehung des richtig aufgestellten Rohres um die Stundenachse über 25 Skalenteile [40] um weniger als einen davon abweicht; das ist leicht zu erreichen. — Der Einfluß auf die Flecken- und Merkurörter ist leider bedenklicher. Günstig ist noch, daß man nach Fig. 16 statt  $y$  erhält  $y' = y \cdot \cos \varphi$  mit der oben für  $\varphi$  gefundenen Grenze. Aber statt  $x$  erhält man  $x' = x + \delta x = x + y \cdot \operatorname{tg} \varphi \approx x + y \cdot \varphi$ . Soll der Fehler  $y \cdot \varphi$  nicht merklich werden, dann muß  $y \cdot \varphi < 0,005$  mm sein, und bei ungünstigem  $y$  ist  $\varphi = 0,005 : 3 = 1 : 600$  [1 : 1500], also bei Bewegung durch 60 Skalenteile etwa 0,1 Skalenteil. Diese Bedingung ist nur schwer zu erfüllen und setzt der Genauigkeit bei Merkurdurchgängen bestimmt eine unerfreuliche Grenze. — Anstatt das Mikrometer genau zu orientieren, kann man auch bei nur mäßiger Orientierung die beobachteten Werte nach den obigen Formeln korrigieren, indem man  $\varphi$  während der Zeit einer Bewegung der Sonne um ihren Durchmesser aus der Bewegung eines Flecks ermittelt (Merkur wegen Eigenbewegung ungeeignet): weicht er auf  $a$  Skalenteilen um  $b$  ab, dann ist  $\varphi$  hinreichend genähert  $b : a$ . Durch dieses Verfahren wird außerdem die Beobachtungszeit abgekürzt. Ferner erläutert man dadurch, daß nach BESSEL<sup>1</sup> auch mit fehlerhaften Instrumenten gute Beobachtungen möglich sind, wenn man nur die Instrumentalfehler ermittelt und sie entsprechend in Rechnung stellt.

An die parallaktische Aufstellung des Rohrs werden nur sehr mäßige Anforderungen gestellt. Angenommen, man habe das Mikrometer nach der Bewegung eines Flecks oder des Randes richtig orientiert. Nun muß das Rohr für die Messung mindestens so weit nachgedreht werden, daß der Westrand wieder in der Mitte des Gesichtsfeldes ist, also um reichlich  $0,5^\circ$ ; mit Zeitverlust und Mehrdrehung soll  $1^\circ$  (1 : 60) gerechnet werden. Dann darf der Winkel  $\varepsilon$  in Gleichung (Ia) in B\*, S. 205, nicht  $1 : 600$  [1 : 1500] sein, und mit den ungünstigen Werten  $\cos \delta = 0,9$ ,  $\cos(t - T) = 1$ ,  $\Delta t = 1 : 60$  erhält man  $\lambda = 0,09$  oder  $5^\circ$  [2]. Das ist leicht zu erreichen. Will man

<sup>1</sup> WOLFF, Geschichte der Astronomie, S. 254.

zwecks Erhöhung der Genauigkeit wiederholt messen, ohne das Mikrometer jedesmal erneut zu orientieren, so muß die Aufstellung proportional der Zahl der Messungen genauer sein. Das gilt natürlich nicht, wenn man während der Zeit von reichlich einem Durchgang an mehreren Strichen beobachtet und nach Zuruf notieren läßt. — Korrigiert man die bei mäßig falscher Orientierung des Mikrometers erhaltenen Werte nach Beobachtung eines Flecks, dann ist man von der parallaktischen Aufstellung völlig unabhängig.

Möglich erscheint auch ein Einfluß der Sonnenwärme auf das Mikrometer; ist er vorhanden, dann sind die etwa während 10 Min. erhaltenen Messungen nicht ohne weiteres vergleichbar, da das Mikrometer sich ausgedehnt hat und die späteren Werte dadurch zu klein angegeben werden. Durch Versuche kann man sich folgendermaßen ein brauchbares Urteil bilden. Zunächst blendet man das Objektiv auf etwa 10 mm ab und beobachtet das Projektionsbild bei schwacher Vergrößerung. Dann läßt man das Sonnenlicht durch das volle Objektiv gehen und beobachtet erneut in Projektion. Ein Unterschied ist nicht vorhanden, wohl weil das durchsichtige Glas wenig Wärme absorbiert.

### Kleine Mitteilungen.

**Die Ramme** (ein Beispiel für Impuls- und Energiesatz).

Von H. Blasius in Hamburg.

1. Aufgabe: Ein Rammbar vom Gewichte  $B = 1500$  kg falle aus der Höhe  $h = 1,8$  m auf einen Pfahl vom Gewicht  $P = 2400$  kg. Der Pfahl dringe durch den Schlag um  $s = 30$  mm in die Erde ein. Welchen Widerstand  $W$  hat er beim Eindringen überwunden?

Nimmt man an, daß keine Verluste stattfinden, so gilt der Energiesatz:

$$B(h + s) + Ps = Ws; \quad \text{also:} \quad W = \frac{Bh}{s} + B + P = 90000 + 3900 = 93900 \text{ kg.}$$

Nun kann aber ein Verlust stattfinden beim Schlage des Bären auf den Pfahl, der ein mehr oder weniger elastischer Stoß zweier Massen ist. Wir können nämlich den Vorgang des Rammens in 3 Abschnitte zerlegen: den Fall des Bären, den Stoß zwischen Bär und Pfahl, das Eindringen des Pfahles in die Erde. Zur Untersuchung des Stoßes bedürfen wir des Impulssatzes. Bei der kurzen Dauer des Stoßes können wir davon absehen, daß auch während desselben schon ein Eindringen stattfindet.

2. Impulssatz: Zwei Massen  $M_1$  und  $M_2$  haben vor dem Stoß die Anfangsgeschwindigkeiten  $v_{1a}$  und  $v_{2a}$ , nach dem Stoß die Endgeschwindigkeiten  $v_{1e}$  und  $v_{2e}$ . Die Kräfte, die sie während des Stoßes aufeinander ausüben, sind in ihrem zeitlichen Verlaufe schwer zu erforschen, jedenfalls aber einander entgegengesetzt und gleich. Deshalb besteht der Impulssatz:

$$M_1 v_{1e} + M_2 v_{2e} = M_1 v_{1a} + M_2 v_{2a},$$

„Summe der Impulse nachher ebenso groß wie vorher“;

oder wenn man beiderseits durch  $M_1 + M_2$  dividiert:

„Schwerpunktsgeschwindigkeit nachher so groß wie vorher“.

Die Ableitung steht in den Lehrbüchern; z. B. in meiner Mechanik III, Nr. 335. Die zwei unbekanntenen Endgeschwindigkeiten sind hierdurch noch nicht bestimmt. Es ist noch möglich: der vollkommen elastische Stoß, bei dem auch die Summe der kinetischen Energien konstant bleibt; andererseits der vollkommen unelastische Stoß, bei dem  $v_{1e} = v_{2e}$  wird, während ein Teil der kinetischen Energie in Wärme übergeht; überhaupt irgend eine Zwischenlösung, der teilweise elastische Stoß.

3. Ramme: unelastischer Stoß: Im Beispiel fällt der Bär auf den Pfahl nieder mit der Endgeschwindigkeit des Falles = Anfangsgeschwindigkeit des Stoßes

$$v_{1a} = \sqrt{2gh} = 5,94 \text{ m/sec, während } v_{2a} = 0 \text{ ist.}$$

Bei vollkommen unelastischem Stoß ergibt dann der Impulssatz:

$$v_{1e} = v_{2e} = \frac{1500}{3900} \cdot 5,94 = 2,28 \text{ m/sec,}$$

= Endgeschwindigkeit des unelastischen Stoßes,

= Anfangsgeschwindigkeit des Eindringens in die Erde.

Diese Geschwindigkeit wird nun beim Eindringen auf der Strecke  $s = 30 \text{ mm}$  gebremst durch die Kraft  $W = (B + P)$ .

$$\text{Verzögerung} = b = v^2/2s = 86,9 \text{ m/sec}^2 = 8,86 \text{ g,}$$

also  $W = B + P + \text{Trägheitskraft} = 3900 + 3900 \cdot 8,86 = 38\,500 \text{ kg.}$

Bei unelastischem Stoß muß man also aus der beobachteten Tiefe  $s$  des Einsinkens auf ein bedeutend kleineres  $W$  schließen als in 1.

4. Energieverlust beim unelastischen Stoß: Beim unelastischen Stoß findet nämlich ein erheblicher Energieverlust statt. Man kann dafür eine Formel ableiten (a. a. O. Nr. 336): CARNOTScher Stoßverlust =  $\frac{M_1 M_2}{2(M_1 + M_2)} (v_{1a} - v_{2a})^2$ .

Im Beispiel ist  $v_{2a} = 0$ ; Anfangsenergie =  $\frac{M_1 v_{1a}^2}{2} = B h$ ,

also: Verlust =  $\frac{M_2}{M_1 + M_2} \cdot \frac{M_1 v_{1a}^2}{2} = \frac{P}{B + P} \cdot \text{Anfangsenergie} = \frac{2400}{3900} \cdot B h$ ,

also: Nutzarbeit =  $\frac{B}{B + P} \cdot \text{Anfangsenergie} = \frac{1500}{3900} \cdot B h$ .

Der Wirkungsgrad des Schlages ist also nur 38,5%, um so kleiner, je kleiner  $B$  im Verhältnis zu  $P$  ist. Der Energiesatz für das Eindringen ergibt dann:

$$\frac{B}{B + P} \cdot B h + B s + P s = W s; \quad W = 34\,600 + 3900 = 38\,500 \text{ kg.}$$

$B + P$  erscheint, wie in 1., addiert zu der Kraft, die sich ohne Rücksicht auf die auch während des Eindringens wirkende Schwerkraft ergeben würde.

5. Vollkommen elastischer Stoß: Im anderen Grenzfall wird die Wirkung größer, denn der Bär prallt vom Pfahl zurück. Es wird also nicht nur seine  $\downarrow$ -Bewegung gebremst, er wird auch wieder  $\uparrow$  beschleunigt. Man beherrscht den vollkommen elastischen Stoß am einfachsten, indem man die Bewegung relativ zum Schwerpunkt der beiden Massen betrachtet. Beim vollkommen elastischen Stoße werden nämlich die Geschwindigkeiten relativ zum Schwerpunkt einfach umgekehrt.

	Bär	Schwerpunkt	Pfahl
vor dem Stoß absolut . . . . .	5,94 $\downarrow$	2,28 $\downarrow$	0
vor dem Stoß relativ zum Schwerpunkt . . . . .	3,66 $\downarrow$	0	2,28 $\uparrow$
nach dem Stoß relativ zum Schwerpunkt . . . . .	3,66 $\uparrow$	0	2,28 $\downarrow$
nach dem Stoß absolut . . . . .	1,38 $\uparrow$	2,28 $\downarrow$	4,66 $\downarrow$

Der Bär springt also nach dem Stoße 97 mm hoch zurück. Der Pfahl wird auf  $s = 30 \text{ mm}$  gebremst mit  $b = 346 \text{ m/sec}^2 = 35,2 \text{ g}$ . Wir schließen also bei der Annahme eines vollkommen elastischen Stoßes auf einen

Widerstand = Gewicht + Trägheitskraft des Pfahles (allein!)

$$W = 2400 + 2400 \cdot 35,2 = 87\,000 \text{ kg;}$$

beinahe so groß wie in 1. Der Rest der Energie steckt in der kinetischen Energie des zurückprallenden Bären. Indem dieser dann übrigens zum zweiten Male und öfter niederfällt, würde er den Pfahl noch tiefer eintreiben, bzw.: wenn die Gesamtsenkung gemessen wird, müßten wir den in 1. berechneten Wert  $W$  annehmen. Es scheint mir aber nicht sicher, daß der zweite, schwächere Stoß des aus  $97 + 30 = 127 \text{ mm}$  Höhe niederfallenden Bären den Pfahl noch so eintreiben wird, wie der erste Stoß. Er könnte sich auch nur in Schwingungen des Pfahles, des Erdreiches, auswirken.

6. Verschiedenes: Ob praktisch Fall 3 oder Fall 5 vorliegt, müßte entschieden werden durch die Beobachtung, ob und wie hoch der Bär vom Pfahl zurückspringt. Das hängt ab von der Härte des Holzklotzes, den man dem Pfahl zum Schutze aufsetzt.

Man kann obige Rechnung für verschiedene Verhältnisse von  $B : P$  durchführen; auch algebraisch. Ist  $B = P$ , so bleibt der Bär nach dem vollkommen elastischen Stoß stehen und der Pfahl erhält dieselbe Geschwindigkeit, mit der der Bär ankam. Ist  $B > P$ , so bewegt sich  $B$  mit kleinerer Geschwindigkeit hinter  $P$  her, springt also auch beim vollkommen elastischen Stoß nicht wieder hoch. Er kann  $P$  während des Einsinkens nochmals treffen.

Die Betrachtungen von Absatz 4 lassen sich auch anwenden auf das Beispiel von Hammer und Amboß, wobei das Schmiedestück die Rolle des Holzklotzes spielt. Was in 4. „Verlust“ ist, ist hier „Nutzarbeit“; was dort „Nutzarbeit“ ist, dient hier nur dazu, „den Amboß in den Grund zu schlagen“. Es muß also der Amboß  $P$  viel schwerer sein als  $B$ .

Jedenfalls scheinen mir diese und ähnliche Beispiele (a. a. O. Nr. 331 – 351) geeignet für den Schulunterricht in Mechanik zur Darstellung des Unterschiedes und des Zweckes der Begriffe Impuls und Energie. Der Sinn solcher Begriffe enthüllt sich ja nicht durch begriffliche Definitionen, algebraische Formeln und qualitative Erklärungen, sondern allein durchs Zahlenbeispiel an bestimmt umrissenen Aufgaben.

### Untersuchungen mit dem Kolbenprobergerät<sup>1</sup>.

Von Max Schmidt in Hamburg.

#### II. Die quantitative Synthese von Schwefeltrioxyd.

Dieser Versuch ist für Lehrzwecke meines Wissens nirgends beschrieben worden, obwohl er bei der Bedeutung des Schwefelsäure-Kontaktverfahrens zur Ableitung der Formel  $\text{SO}_2$  von ungewöhnlicher Wichtigkeit ist. Wegen der großen Wasserlöslichkeit des Schwefeldioxyds (50 Vol. lösen sich bei Zimmertemperatur in 1 Vol. Wasser) ist nämlich die Verwendung von Wasserschlußgeräten (Büretten, Gasmeßglocken) zur Abmessung des Schwefeldioxyds nicht angängig. Übrigens führt bekanntlich die Reaktion  $2 \text{SO}_2 + \text{O}_2 = 2 \text{SO}_3$  zu einem Gleichgewichtszustand, dessen Bedingungen von CL. WINKLER und besonders von R. KNIETSCH klargelegt worden sind. Obwohl der Gleichgewichtszustand nach diesen Forschungen bei niederen Reaktionstemperaturen und allerdings sehr geringer Reaktionsgeschwindigkeit ganz zugunsten des Schwefeltrioxyds liegt, bei der für die Katalysatorwirkung günstigsten Temperatur  $400^\circ$  bis  $450^\circ$  unter Voraussetzung stöchiometrischer Mischung von Schwefeldioxyd und Sauerstoff aber immer noch 98% Schwefeltrioxyd ergibt (bei Sauerstoffüberschuß sogar noch mehr), ist doch anscheinend der Verlauf der Reaktion zu einem Gleichgewichte zwischen  $\text{SO}_2$ ,  $\text{O}_2$  und  $\text{SO}_3$  neben den durch die Wasserlöslichkeit von  $\text{SO}_2$  bedingten experimentellen Schwierigkeiten der Grund dafür gewesen, daß man Versuche zur quantitativen Durchführung der wichtigen Reaktion im Unterrichte gar nicht erst unternommen hat, obwohl diese nicht nur in Hinsicht auf die wirtschaftlich-technische Bedeutung der Schwefelsäurefabrikation, sondern auch in theoretischer Beziehung zur Ableitung oder Bestätigung der chemischen Grundgesetze außerordentlich erwünscht und hochwillkommen gewesen wären. Diese Unterlassung ist um so merkwürdiger, als der quantitative Versuch, freilich nur unter Verwendung des für die Arbeit mit wasserlöslichen Gasen so ungemein bequemen Kolbenprobergeräts, experimentelle Schwierigkeiten überhaupt nicht bietet, nur einige Minuten in Anspruch nimmt und Messungsfehler wegen etwa geringerer Ausbeute an  $\text{SO}_3$  bzw. unvollständigen Verbrauches von  $\text{SO}_2$  infolge des Gleichgewichts überhaupt nicht in Frage kommen.

Man braucht für den Versuch nur zwei Kolbenprober mit 50 ccm Fassungsvermögen, welche in das übliche Holzstativ eingebaut sind, an dem der eine Träger in

<sup>1</sup> Vgl. diese Zeitschrift 50, 188; (1937).

einer Schlittenführung verschiebbar ist. Die Kolben sind durch ein Kapillarrohrsystem miteinander verbunden. In der Mitte ist ein etwa 20 cm langes Quarz- oder Supremaxglasrohr von einigen Millimetern lichter Weite eingeschaltet. In dieses bringt man ein wenig Platinasbest, einige Platinreste oder ein aufgewickeltes feines Platindrahtnetz. Das Kapillarrohr, welches das Quarzrohr mit den Kolbenprobern verbindet, hat auf der einen Seite zwei Seitenrohre, die mit Dreiwegehähnen abgeschlossen bzw. zugänglich sind, auf der anderen eines. Das eine Seitenrohr dient zum Anschluß einer mit Kali- oder Natronlauge gefüllten Gaspipette. Das zweite Seitenrohr ist zum Einleiten der Gase und später zum Anschluß eines mit Wasser gefüllten Druckmesser-*U*-Rohres bestimmt. Das Seitenrohr auf der anderen Seite ist zum Durchleiten des Sauerstoffs nötig. Die Kolben werden nicht geschmiert.

Zu Beginn des Versuches füllt man den einen Kolben in der üblichen Weise [L. DOERMER, diese Zeitschrift 49, 254; (1936); Verf. 50, 191; (1937)] mit Schwefeldioxyd, welches man in einem Probierröhr aus Bisulfit und verdünnter Schwefelsäure entwickelt. Nach Herausdrücken des Überschusses stellt man den Hahn um und leitet Sauerstoff aus der Stahlflasche durch das Reaktionsrohr, worauf man auch den anderen Kolbenprober zum Teil mit Sauerstoff füllt. Nach beendigter Füllung kann an einem der freien Seitenrohre das Druckmesser-*U*-Rohr angebracht werden. Für die Anfangsablesungen ist dies freilich nicht erforderlich, da man ja vor der Ablesung bei geringem Überdruck einen Hahn nach außen öffnen kann. Auch für die späteren Ablesungen ist das Manometer entbehrlich, da die Kolben so leicht beweglich sind, daß sie sich von selbst auf den äußeren Druck einstellen.

Nach geschehener Ablesung drückt man den Sauerstoff ganz oder zum Teil in den anderen Kolben und bringt darauf das Platin durch eine unter das Rohr gestellte Bunsenflamme zum Glühen. Leitet man hierauf das Gasgemisch über das glühende Platin, so treten sofort die Trioxydnebel auf. Will man ihr Eindringen in die Kapillarrohre und Kolben verhindern, so kann dies dadurch geschehen, daß man auf beiden Seiten des Platins eine Asbestpackung anbringt. In diesem Falle verwendet man besser ein etwas weiteres Reaktionsrohr. Wirkungsvoller ist der Versuch, wenn man die Nebel in die Kolben eintreten läßt. Andernfalls ist außer der Volumenverminderung kaum etwas bei dem Versuche zu sehen. Auch ist das Reinigen der Kolben und Röhren nach dem Versuch eine einfache und schnell ausführbare Sache. — Leitet man nun das Gasgemisch mehrfach hin und her über das glühende Platin, so nimmt das Volumen immer mehr ab, bis in einigen Minuten Sauerstoff im Betrage der Hälfte des  $\text{SO}_2$ -Volumens verschwunden ist. Eine weitere Volumenverminderung erfolgt dann nicht mehr. Nach Abkühlung des Quarzrohres geschieht die endgültige Ablesung. Hierauf leitet man den Gasrest in die Kalipipette, um einen etwaigen  $\text{SO}_2$ -Rest zu ermitteln, und zeigt schließlich, daß der jetzt verbleibende Rest Sauerstoff ist.

Bei 30 ccm  $\text{SO}_2$  und 30 ccm  $\text{O}_2$  bleibt nach Abkühlung ein Gasrest von 15 ccm, gelegentlich einmal 15,3 ccm bis höchstens 15,5 ccm. Die folgende Absorption ergibt dann einen ganz geringen  $\text{SO}_2$ -Rest, höchstens 0,5 ccm. Legt man die Zahlen 30  $\text{SO}_2$ , 30  $\text{O}_2$ , Vol. nach Reaktion und Abkühlung 15,5 ccm, nach Absorption 15 ccm zugrunde, so wären 29,5 ccm  $\text{SO}_2$  umgesetzt mit 15 ccm  $\text{O}_2$ . Das Ergebnis dürfte ausreichend sein, um die Gleichung:  $2 \text{SO}_2 + \text{O}_2 = 2 \text{SO}_3$  zu bestätigen, bzw. die Formel  $\text{SO}_3$  abzuleiten. Es wird sogar genügen, den geringen  $\text{SO}_2$ -Rest zu vernachlässigen, um so mehr, als bei diesem Versuch häufig auch genau das stöchiometrische Volumen nach der Reaktion beobachtet wurde. Für genaue Messungen ist es ohnehin erforderlich, das mit  $\text{SO}_2$  gefüllte Kapillarrohrvolumen vom Einleite-Seitenrohr bis zum Kolbenprober zu berücksichtigen. Natürlich ist es auch möglich, die Reaktion vor ihrer Beendigung abzubrechen, nach Abkühlung die Kontraktion zu messen, den  $\text{SO}_2$ -Rest und damit den  $\text{SO}_2$ -Verbrauch durch Absorption zu bestimmen und dann durch Subtraktion des  $\text{SO}_2$ -Verbrauches von der Kontraktion den Sauerstoffverbrauch zu ermitteln.

Beispiel:

	SO <sub>2</sub>	18	ccm
	O <sub>2</sub>	25	ccm
		43	ccm
Volumen nach Reaktion: . . .	29	ccm	
Kontraktion: . . . . .	14	ccm	
Vol. nach Absorption: . . .	20,3	ccm	
SO <sub>2</sub> absorbiert: 29 —	20,3 =	8,7	ccm
SO <sub>2</sub> verbraucht: 18 —	8,7 =	9,3	ccm
O <sub>2</sub> verbraucht: 14 —	9,3 =	4,7	ccm
Reaktion: 9,3 ccm SO <sub>2</sub> +	4,7 ccm O <sub>2</sub> ,		
Gleichung: 2 SO <sub>2</sub> + O <sub>2</sub> =	2 SO <sub>3</sub> .		

Diese Art der Durchführung des Versuches ist indessen für den Schüler weniger anschaulich, weil er nicht beobachten kann, daß die eintretende Volumenverminderung schließlich ein Ende hat. Ferner führt sie aus dem Grunde leicht zu weniger guten Ergebnissen, weil ein kleiner Fehler bei der Messung des SO<sub>2</sub>-Volumens und des SO<sub>2</sub>-Verbrauches den umgekehrten Fehler bei dem als Rest von Kontraktion und SO<sub>2</sub>-Verbrauch zu ermittelnden Sauerstoffverbrauch hervorruft. Für den Unterricht ist also das zuerst geschilderte Verfahren als einfacher vorzuziehen.

Die entstehenden SO<sub>3</sub>-Nebel setzen sich in den Kapillarrohren und Kolben ab und bilden mit meist vorhandenen Wasserspuren Schwefelsäure, welche durch Einwirkung auf das Habnfett und vielleicht einige Verunreinigungen dunkel gefärbt ist. Sie sind „besorgt und aufgehoben“ und kommen für eine etwaige Zersetzung in SO<sub>2</sub> und O<sub>2</sub> nicht mehr in Frage, weil sie an Ort und Stelle bleiben. Würden sich irgendwo feste SO<sub>3</sub>-Nadeln absetzen, welche bei 50° flüchtig sind und also einen nicht geringen Dampfdruck haben, so würde das gasförmige SO<sub>3</sub> einen Gleichgewichtszustand zwischen SO<sub>2</sub>, O<sub>2</sub> und SO<sub>3</sub>-Dampf zur Folge haben. Da aber am Ende der Reaktion ein Überschuß von O<sub>2</sub>, sehr wenig SO<sub>2</sub> und außerdem auch wenig gasförmiges SO<sub>3</sub> am glühenden Platin vorhanden ist, so liegt das Gleichgewicht so wie so sehr stark zugunsten des SO<sub>3</sub>. Außerdem ist es also offenbar vorteilhaft, wenn ganz geringe Wasserreste im Geräte vorhanden sind, weil diese das SO<sub>3</sub> allmählich binden. So erklärt sich also der überraschend quantitative Verlauf der Reaktion und die Tatsache, daß nahezu alles Schwefeldioxyd zu Trioxyd wird.

Für Lehrzwecke wäre es nun noch erwünscht, das zum mengenmäßigen Aufbau des Trioxyds verwendete Schwefeldioxyd durch Verbrennung einer abgewogenen Schwefelmenge und Messung des hierzu erforderlichen Sauerstoffverbrauches darzustellen, also auch die Formel SO<sub>2</sub> durch einen Versuch abzuleiten. Dieser quantitative Versuch ist leicht mit dem gleichen Gerät auszuführen. Man verwendet freilich für die SO<sub>3</sub>-Synthese besser Schwefeldioxyd, das, wie oben beschrieben, aus Bisulfit dargestellt wird, weil zur Darstellung von SO<sub>2</sub> durch Verbrennung von Schwefel ein Sauerstoffüberschuß nötig ist. Selbstverständlich kann man in einem und demselben Reaktionsrohr zuerst eine abgewogene Schwefelmenge im überschüssigen Sauerstoff verbrennen, das Volumen nach der Verbrennung messen (es bleibt gleich; SO<sub>2</sub> = O<sub>2</sub>), danach erst das Platin erhitzen und den Versuch, wie beschrieben, bis zur vollständigen Oxydation des SO<sub>2</sub> zu SO<sub>3</sub> weiterführen. In diesem Falle muß man aber auf die volumetrische Bestimmung der SO<sub>2</sub>-Menge durch Absorption verzichten bzw. dieses Volumen durch einen Vorversuch ermitteln, wenn es nicht ausreichend erscheint, aus der Beobachtung der Volumengleichheit vor und nach der Verbrennung auf das Vorhandensein von 2 Atomen O im Molekül zu schließen und diese Schlußfolgerung im Verein mit dem als bekannt vorausgesetzten Atomgewicht 32 des Schwefels zur Berechnung des entstandenen SO<sub>2</sub>-Volumens zu benutzen.

Zur quantitativen Synthese von SO<sub>2</sub> verwendet man ein etwas weiteres Reaktionsrohr (etwa 1 cm lichter Weite), und bringt zwischen zwei etwa 10 cm entfernte Asbestpackungen eine auf der JUNGschen Waage<sup>1</sup> abgewogene kleine Menge Schwefel (etwa

<sup>1</sup> Siehe diese Zeitschr. 50, 192 (1937).

30 mg, wenn man Kolben mit 50 ccm Fassungsvermögen benutzt). Die Asbestpfropfen sind zur Zurückhaltung des Schwefeldampfes im Rohre nötig. Das Schwefelstückchen liegt neben dem einen Asbestpfropfen. Ein Porzellanschiffchen ist unnötig. Nachdem die Kolben zur Hälfte und das Rohr mit Sauerstoff gefüllt sind und dessen Volumen abgelesen ist, erhitzt man das Rohr einige cm von der Stelle entfernt, wo der Schwefel liegt, zum Glühen. Hierauf erst erhitzt man den Schwefel und leitet jetzt ganz langsam den Sauerstoff in der Richtung zur glühenden Stelle des Rohres, wobei sich der Schwefel entzündet. Man vermeidet so am besten das lästige Hindurchgehen des Schwefeldampfes durch die Asbestpackung, und es gelingt verhältnismäßig leicht, den Schwefel quantitativ zu verbrennen. — Zum Schlusse wird hin- und hergeleitet und, wenn nötig, werden auch die Asbestpfropfen erhitzt. Nach Abkühlung ist das Volumen annähernd gleich geblieben, vorausgesetzt, daß der Apparat vor dem Versuche getrocknet und mit  $\text{SO}_2$  gespült wurde. Durch Einleiten in die Kalipipette und Rücksaugen ermittelt man dann die entstandene  $\text{SO}_2$ -Menge, welche gleich der verschwundenen Sauerstoffmenge ist. Man kann dann entweder die Messungen nach Reduktion des  $\text{SO}_2$ -Volumens zur Bestimmung des Atomgewichts von Schwefel auswerten oder, wenn man dieses als bekannt voraussetzt, wie auch den Begriff des Molekularvolumens, die Gleichung  $\text{S} + \text{O}_2 = \text{SO}_2$  bestätigen und damit die Formel  $\text{SO}_2$  ableiten. Verzichtet man dagegen auf die  $\text{SO}_2$ -Absorption, so erhitzt man jetzt die Stelle des Rohres, wo das Platin liegt, und leitet das Gasgemisch, wie früher beschrieben, hin und her, bis das Volumen nicht mehr zurückgeht. In diesem Falle muß man ein etwa 30 cm langes Reaktionsrohr verwenden. Auch ist es zweckmäßig, die Kolben mit Paraffinöl (nicht mit Glycerin) zu schmieren, weil jetzt der Durchtritt des Gases durch die Asbestpackungen beim Hin- und Herleiten weniger leicht erfolgt. Weiter verfährt man, wie oben beschrieben. Man kann dann auch aus der abgewogenen Schwefelmenge und dem Gesamtsauerstoffverbrauche sofort die Formel  $\text{SO}_3$  ableiten. Will man den Versuch in dieser Weise ausführen, also aus Schwefel unmittelbar  $\text{SO}_3$  herstellen, so ist es zweckmäßig, an einem der freien Seitenrohre einen Kolbenprober von 100 ccm anzuschließen, der eine Sauerstoffreserve enthält. Für beide Versuche seien zum Schluß noch zwei Versuchsergebnisse angefügt.

1. Schwefel: 34,4 mg.

Kolbenstand nach Füllung mit  $\text{O}_2$ : 60 und 50 ccm.

Kolbenstand nach Verbrennung: 60 und 48,5 ccm.

Kolbenstand nach Absorption: 60 und 22,5 ccm.

$\text{SO}_2$ -Volumen:  $50 - 22,5 = 27,5$  ccm.

Reduziertes Volumen: 24,9 ccm.

Hieraus errechnet sich das Atomgewicht des Schwefels zu:

$$\frac{34,4 \cdot 22,4}{24,9} = 31 \text{ statt } 32.$$

Setzt man das Atomgewicht 32 als bekannt voraus, so ergibt der Versuch das Verhältnis: 32 Gewichtsteile Schwefel zu 23,2 ccm Sauerstoff, mithin mit ausreichender Genauigkeit die Formel  $\text{SO}_2$ .

2. Schwefel: 48,2 mg.

Kontraktion nach Oxydation über  $\text{SO}_2$  zu  $\text{SO}_3$ : 57 ccm.

$\text{SO}_2$ -Rest: 1 ccm.

Sauerstoffverbrauch 57 ccm, red. 51,9 ccm.

Atomgewicht von S:  $\frac{48,2 \cdot 33,6}{51,9} = 31,2$ .

Sauerstoffverbrauch, bezogen auf S = 32:  $\frac{51,9 \cdot 32}{48,2} = 34,4$  ccm (statt 33,6).



## Für die Praxis.

**Das Absprengen weiter Glasröhren.** Von R. Scharf in Berlin. Bei der Einrichtung physikalischer und chemischer Schulversuche steht man häufig vor der Aufgabe des Absprensens weiter Glasröhren. In meinen Lehrgängen an der Staatlichen Hauptstelle für den naturwissenschaftlichen Unterricht habe ich stets beobachtet, daß die Fertigkeit in dieser Arbeit bei den Übungsteilnehmern recht gering ist, und ich will daher im folgenden eine kurze Zusammenstellung der wichtigsten und zugleich sichersten Verfahren hierfür geben.

Wesentlich für das Gelingen der Arbeit ist ein gutes Glasmesser. Es soll aus möglichst hartem Stahl bestehen; die äußere Form des Messers ist gleichgültig. Wichtig ist jedoch der Schneidkantenwinkel, der etwa  $70^{\circ}$  bis  $80^{\circ}$  betragen soll. Das Messer wird am besten an einem nassen rotierenden Sandstein oder an einer Schmirgelscheibe geschliffen; im letzteren Falle hat man darauf zu achten, daß das Messer nicht zu stark und nur kurze Zeit gegen die Scheibe gedrückt wird, um ein Ausglühen der Schneidkante zu verhüten. Ist ein rotierender Schleifstein nicht zugänglich, so kann man auch einen nicht zu feinen Karborundum-Handscheifstein benutzen, an dem das Messer unter Einhaltung des richtigen Winkels gewetzt wird. Die Rauheit der Schneide, die nach dem Schleifen noch vorhanden ist, soll nicht etwa durch Abziehen des Messers beseitigt werden, sie ist vielmehr für die Erzielung eines sauberen Schnittes notwendig. Zur Vorbereitung des Sprengens wird nun mit dem Glasmesser ein sauberer Schnitt um den ganzen Umfang des Rohres geführt; das Messer wird dazu unter mehr oder weniger kräftigem Druck auf das Rohr gesetzt und dieses daran vorbeigedreht; unter keinen Umständen darf das Messer wie eine Säge dabei hin und her gestoßen werden, es würde gar zu schnell stumpf werden, und der Schnitt würde alles andere als gleichmäßig werden.

Um das Rohr an der vorgeritzten Stelle abzusprengen, gibt es verschiedene Verfahren. Allen gemeinsam ist, daß das Rohr an der Schnittstelle stark erhitzt wird, während die nächste Umgebung kühl bleibt, bzw. sogar besonders gekühlt wird.

1. Das Erhitzen geschieht mit einer spitzen Gebläseflamme; die Umgebung wird durch feuchtes Filtrierpapier kalt gehalten. Man schneidet sich einige etwa 2 cm breite, möglichst lange Filtrierpapierstreifen zurecht, diese werden angefeuchtet und in mehreren Lagen so um das Rohr gewickelt, daß an der Seite des Schnittes genau Rand auf Rand zu liegen kommt. Es werden auf diese Weise zwei Manschetten hergestellt, denen man nach dem Umwickeln einen Abstand von etwa 2 bis 4 mm (je nach der Dicke des Rohres) gibt, während der Schnitt in der Mitte zwischen beiden liegt. Das Anfeuchten des Papiers muß vor dem Wickeln geschehen, weil bei nachträglichem Anfeuchten das Papier Falten wirft, wodurch eine gute Kühlung der Glasoberfläche verhindert wird. So vorbereitet, wird das Rohr mit der Sprengnaht in die heißeste Stelle einer kleinen, spitzen Gebläseflamme gebracht und während des Erhitzens dauernd im gleichen Richtungssinn flott gedreht. Meist schon nach wenigen Sekunden hört man dann ein leichtes Knacken im Glase, und die beiden Enden können außerhalb der Flamme durch ganz leichten Zug voneinander getrennt werden. Manchmal, besonders bei dickeren Gläsern, will das Glas nicht springen, und das Filtrierpapier fängt schon an zu verkohlen, bevor die Sprengung durchgeführt ist. In diesem Falle hilft oft ein dünner Wasserstrahl, der auf die Sprengnaht gerichtet wird. Wenn auch dann der Sprung sich nicht ausbildet, verschiebt man die beiden Filtrierpapier-Manschetten etwas, so daß ein größerer Zwischenraum zwischen beiden frei bleibt als vorher, und wiederholt das Erhitzen und gegebenenfalls auch das Befeuchten. Wird der Abstand der beiden Manschetten von Anfang an zu groß gewählt, so springt das Glas leicht unregelmäßig.

2. Die Erhitzung der vorgeritzten Stelle geschieht mit einem sogenannten Sprengdraht, d. i. ein 3 bis 4 mm starker Eisendraht, der an einem Ende halbkreisförmig

gebogen ist, während das andere Ende in einem Holzheft steckt. Den verschiedenen Rohrweiten entsprechend müssen mehrere Sprengdrähte vorhanden sein, damit sie sich dem jeweiligen Rohrumfang möglichst gut anpassen können. Eine Kühlung mit feuchtem Filtrierpapier ist hier nicht nötig. Der Halbkreis des Sprengdrahtes wird auf helle Rotglut erhitzt und von unten her gegen die Sprengnaht gelegt, bis ein Sprung sich bemerkbar macht. Der Draht wird dann zusammen mit dem immer weiter vorlaufenden Sprung langsam um das Rohr herumgeschoben, bis man an der Ausgangsstelle wieder angekommen ist; häufig fällt dann schon das Rohr an der Schnittstelle auseinander, oder es muß durch leichtes Auseinanderziehen nachgeholfen werden.

3. Die Erhitzung der vorgeritzten Stelle kann sehr bequem mit einem elektrisch geheizten Draht vorgenommen werden, der um den halben Umfang des Rohres gelegt und nach dem ersten Springen des Glases entsprechend weiter gezogen wird; auch hierbei ist die Umgebung der Schnittstelle nicht besonders zu kühlen. Ein Chromnickeldraht passender Dicke und Länge (siehe unten) wird am besten in zwei entsprechend geformte Halter gespannt und mit seinen Enden an zwei Klemmen des 100-VA-Schultransformators gelegt. Ein Halter<sup>1</sup> besteht aus einem handgerechten Holzgriff, in den ein 6 mm starker Rundmessing- oder Stahlstab fest eingefügt ist. Durch den Holzgriff hindurch führt eine isolierte, biegsame Stromzuleitung an den Metallstab heran, das andere Ende der 75 cm langen Zuleitung trägt einen Bananenstecker. Am 5 bis 6 cm langen freien Ende des Metallstabes befindet sich eine zentrale Bohrung von 1 mm Weite, in die der Heizdraht eingesetzt wird; er wird durch eine seitliche Kordelschraube darin festgeklemmt. Je nach Länge und Stärke des Drahtes sind verschiedene elektrische Spannungen erforderlich, um ihn auf helle Rotglut zu erhitzen; von dem erwähnten Schultransformator lassen sich diese Spannungen von 2 zu 2 V steigend bis herauf zu 12 V abnehmen. Zwischenschaltung eines Regulierwiderstandes ist nicht erforderlich. Im Gleichstrom-Netz ist natürlich ein Widerstand nicht zu entbehren, es müssen dann allerdings eine Reihe Nachteile in Kauf genommen werden, für deren wesentlichsten ich die Tatsache halte, daß infolge der höheren Spannung eine gewisse Gefahr für den besteht, der mit dem blanken Draht eine ihm etwas ungewohnte Arbeit ausführen soll. Ich möchte die Arbeitsweise mit dem elektrisch geheizten Sprengdraht daher nur für Wechselstrom empfehlen, wo mit einem Transformator gearbeitet werden kann und man es daher von vornherein nur mit niedrigen Spannungen

zu tun hat. Für eisenfreien Chromnickel-Runddraht sind zur Erzielung von Rotglut etwa folgende Maße verwendbar (siehe die Tabelle).

Bei den Drähten von 40 und 50 cm Länge muß eine geringe Überlastung des Transformators in Kauf ge-

Freie Drahtlänge	Drahtdicke	Widerstand je m	Erforderliche Spannung	Stromstärke	V · A
20 cm	0,4 mm	9,0 $\Omega$	8 bis 10V	4 bis 5 A	40 bis 50
20 cm	0,6 mm	4,0 $\Omega$	6 bis 8V	6,4 bis 8,4 A	38 bis 67
30 cm	0,6 mm	4,0 $\Omega$	10 bis 12V	7,5 bis 9 A	75 bis 96
40 cm	0,8 mm	2,25 $\Omega$	12 V	11 A	132
50 cm	1,0 mm	1,4 $\Omega$	12 V	14,2 A	170

nommen werden; da der Vorgang des Sprengens selbst bei einer großen 5-Liter-Flasche höchstens 2 bis 3 Minuten dauert, tritt noch keine schädliche Erwärmung des Transformators in dieser kurzen Zeit ein, wenn man ihn danach sofort wieder ausschaltet, so daß keine Bedenken gegen die Verwendung des 100-VA-Schultransformators für diesen Zweck bestehen.

<sup>1</sup> Die Halter können zusammen mit dem erforderlichen Chromnickeldraht von der Firma L. Preuschoff, Berlin-Neukölln, Schöneweider Straße 11, bezogen werden. Die gleiche Firma liefert auch den hier erwähnten Schultransformator.

## Berichte.

### 1. Apparate und Versuche.

Über Auftriebsmessungen mit dem Umlaufgerät. I. Von J. FRIEDRICH in Köln und Dr. W. KERRIS in Braunschweig.

Um die auf einen bewegten Körper wirkenden Luftkräfte zu untersuchen, bieten sich grundsätzlich zwei Wege. Man kann den Körper tatsächlich bewegen, ein Verfahren, das seit Mitte des 18. Jahrhunderts in sogenannten Rundläufen verwirklicht wurde; man kann aber auch den ruhenden Körper durch einen Luftstrom anblasen, wobei natürlich gewisse Voraussetzungen über Beschaffenheit des Luftstromes und Größe seines Querschnitts erfüllt sein müssen. Das zweite Verfahren wird bei wissenschaftlichen Untersuchungen fast ausschließlich angewandt. Für die Zwecke der Schule hat aber auch der durch verschiedene Lehrmittelfirmen zu neuem Leben erweckte Rundlauf zahlreiche Anhänger gefunden. Während nun der Luftwiderstand, den ein am Rundlauf bewegter Körper erfährt, sich leicht aus der Zugkraft ergibt, bietet die Messung von Auftriebskräften gewisse Schwierigkeiten. Soweit bekannt, war O. LILIENTHAL der erste, der Auftriebsmessungen mit Hilfe eines Rundlaufs durchführte. Er setzte die Achse seines Rundlaufs auf eine Hebelvorrichtung, die es ermöglichte, zunächst das Eigengewicht der bewegten Teile auszugleichen und danach den Auftrieb, der sich als Gewichtsverminderung geltend macht, zu bestimmen. Durch diese Anordnung war LILIENTHAL genötigt, seinen Rundlauf symmetrisch zu gestalten; er mußte zwei gleichlange Arme und demnach auch immer zwei gleichartige Tragflächen anbringen. Die Verfasser haben nun die Möglichkeiten untersucht, die ein einarmiger Rundlauf zu wirklichen Auftriebsmessungen bietet. Als solcher diente das von der Firma E. Leybolds Nachf. in Köln entwickelte „Umlaufgerät“<sup>1</sup>. Bei der Bauart dieses Geräts ist die Auftriebsmessung mit Hilfe eines Laufgewichts besonders naheliegend, aber außer diesem Verfahren ergeben sich noch weitere im Unterricht anwendbare Möglichkeiten.

Aufbau und Gebrauch des Umlaufgerätes. Das Mittelstück des Gerätes (Fig. 1) ist ein Drehgelenk, welches Drehungen um die lotrechte Stativachse (Umlaufachse) sowie eine waagerechte Achse (Steigachse) ermöglicht. In das Gelenk werden eingesetzt: 1. ein etwa 95 cm langer Arm, der die Versuchskörper trägt, 2. ein kürzerer Arm mit Gegengewicht, 3. ein Verspannungsstift, von dem aus ein Faden nach dem äußeren Ende des erstgenannten Armes geht. Zu Versuchen dienen verschiedene Widerstandskörper (Kreisplatte, Kugel, Halbkugel, Stromlinienkörper), deren übereinstimmende Stirnfläche ein Kreis von 54 qcm Inhalt ist, ferner zwei Trag-

<sup>1</sup> Die von der genannten Firma dem Geräte beigegebene, von den gleichen Verfassern herführende Anweisung „Auftriebsmessungen mit dem Umlaufgerät“ entspricht nur einem Teile der folgenden Ausführungen.

flächen (Flügel und ebene Platte), die in der Grundfläche (14 cm . 28 cm = 392 cm<sup>2</sup>) und annähernd auch in der Masse (mit Befestigungsstiel und Zeiger  $\approx$  42 g) übereinstimmen. Wird einer der genannten Versuchskörper am Dreharm befestigt, so ist die Mitte der Stirnfläche 114,6 cm von der Umlaufachse entfernt; der genannte Punkt beschreibt also, wenn der Arm waagerecht umläuft, einen Kreis von 7,20 m Umfang. Beträgt

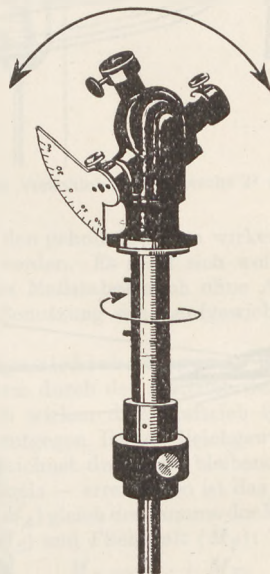


Fig. 1. Drehgelenk des Umlaufgeräts, welches Bewegungen um die senkrechte Umlaufachse und die waagerechte Steigachse ermöglicht. In die mit Winkelskala versehene Bohrung wird der Arm eingesetzt, der die Versuchskörper trägt.

die Umlaufzeit 1; 2; 3 ... sec, so ist die Geschwindigkeit entsprechend 7,2; 3,6; 2,4 ... m/sec.

Als Antrieb dient, wie aus Fig. 2 ersichtlich, die Zugkraft sinkender Gewichte, wozu natürlich auch noch das Gewicht der Waagschale zu rechnen ist. Das Aufziehen der Gewichte geschieht ähnlich wie bei einer Uhr mit Gewichtsantrieb; während des Aufziehens kreist der Arm weiter, so daß der Versuch keine Unterbrechung erleidet.

Die Umlaufbewegung ist zuerst beschleunigt; schließlich wird sie gleichförmig, nämlich dann, wenn der mit der Geschwindigkeit wachsende Luftwiderstand der Zugkraft das Gleichgewicht hält. Will man lediglich die Reihenfolge der Widerstandswerte verschiedener Körper ermitteln, so läßt man sie nacheinander bei derselben Zugkraft umlaufen und bestimmt, nachdem die Bewegung gleichförmig geworden, die Umlaufzeiten. Will man die Widerstandswerte selbst ermitteln, so ist es zweckmäßig, die Zugkraft für jeden Körper so zu regeln, daß alle mit gleicher Geschwindigkeit umlaufen. Durch einen weiteren Versuch ermittelt man außerdem noch die Zugkraft, die dem Leerlaufwiderstand des Gerätes (Luftwiderstand der

Arme und Lagerreibung) für die angenommene Versuchsgeschwindigkeit entspricht. Die danach berichtete Zugkraft stellt den 100fachen Widerstand dar, da die Hebelarme von Zugkraft (Halbmesser der Fadentremmel und halbe Fadendicke)

Arm verschoben wird, bis dieser waagrecht umläuft. Dann ist der Auftrieb ausgeglichen und nach Fig. 3 gilt die Gleichung:  $A \cdot a = P \cdot p$ . Die Strecke  $a$  ist gleich 114,6 cm, das Laufgewicht  $P$  wiegt 57,3 g. Demnach folgt  $A = p/2$ , d. h.: um

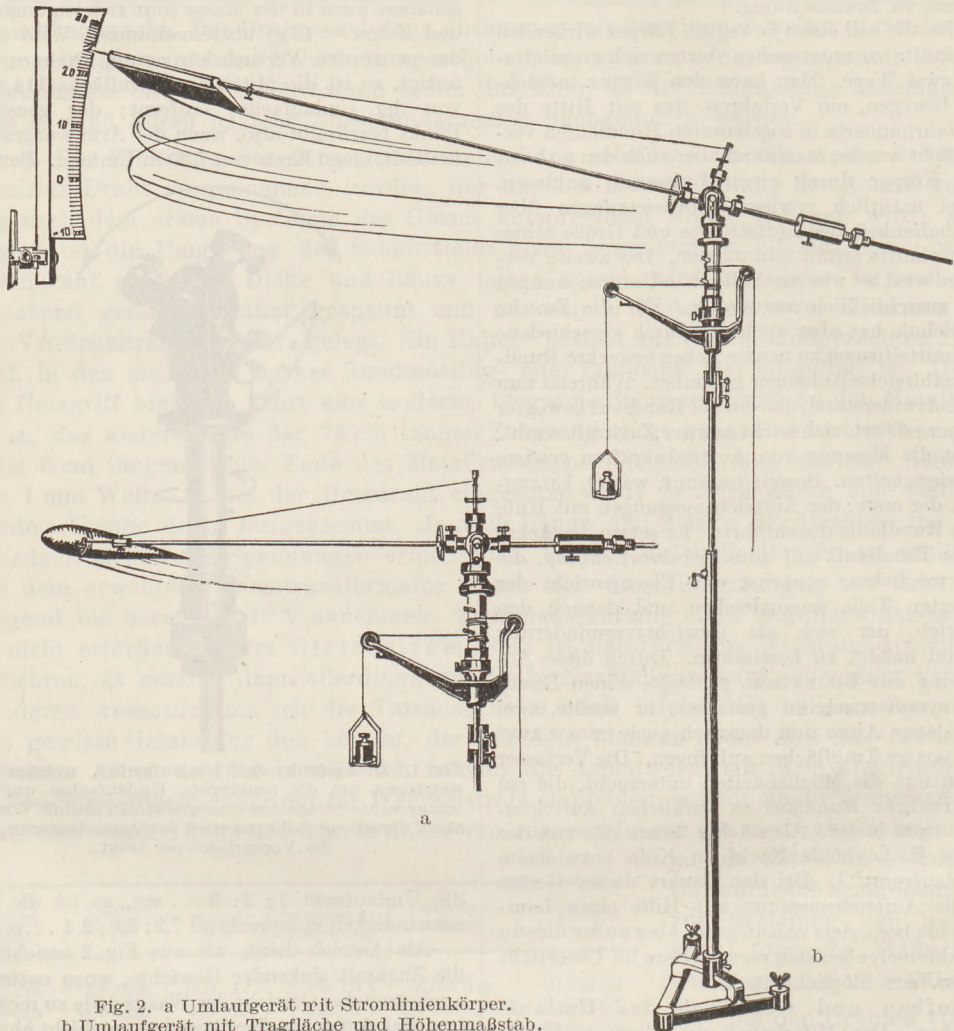


Fig. 2. a Umlaufgerät mit Stromlinienkörper.  
b Umlaufgerät mit Tragfläche und Höhenmaßstab.

und Luftwiderstand (Abstand der Körpermitte von der Umlaufachse) sich wie 1:100 verhalten.

Ist eine Tragfläche in den Arm eingespannt, so wird dieser durch den Auftrieb der umlaufenden Tragfläche gehoben. Die „Steighöhe“ kann man an einer Kreisbogenskala ablesen, die in Zentimeter geteilt ist, und zwar sind Papierzungen von je 1 cm Breite ausgeschnitten. Das Stativ, das diesen Höhenmaßstab trägt, wird so aufgestellt, daß der an der Tragfläche angebrachte Zeiger beim Umlauf den in seiner Höhe befindlichen Streifen anstößt. Für manche Zwecke genügt eine solche Beobachtung der Steighöhe, z. B. wenn man den Unterschied zwischen Flügel und ebener Platte veranschaulichen will. Soll jedoch der Auftrieb einer Tragfläche in Gramm ermittelt werden, so benutzt man ein Laufgewicht, das so weit auf dem

den Auftrieb in Gramm zu erhalten, braucht man nur den Abstand des Laufgewichtes von der Achse, der sich beim Ausgleich des Auftriebes ergibt, durch 2 zu teilen.

Beispiele für Auftriebsmessungen. Auf die angegebene Weise können wir u. a. die Abhängigkeit des Auftriebes einer Tragfläche vom Anstellwinkel untersuchen. Indem wir mit wachsendem Anstellwinkel die Zugkräfte erhöhen, läßt sich erreichen, daß die Fläche mit gleichbleibender Geschwindigkeit umläuft. Es ist nun naheliegend, die am Höhenmaßstab abzulesenden Steighöhen mit den durch das Laufgewicht ermittelten Auftriebswerten zu vergleichen. Die folgende Tabelle enthält die Ergebnisse einer solchen Meßreihe für Flügel und ebene Platte.

Die Umlaufzeit betrug 2 sec, die Geschwindigkeit der Tragflächenmitte also 3,6 m/sec.

Das soeben experimentell gewonnene Ergebnis soll nunmehr aus der Gleichgewichtsbedingung

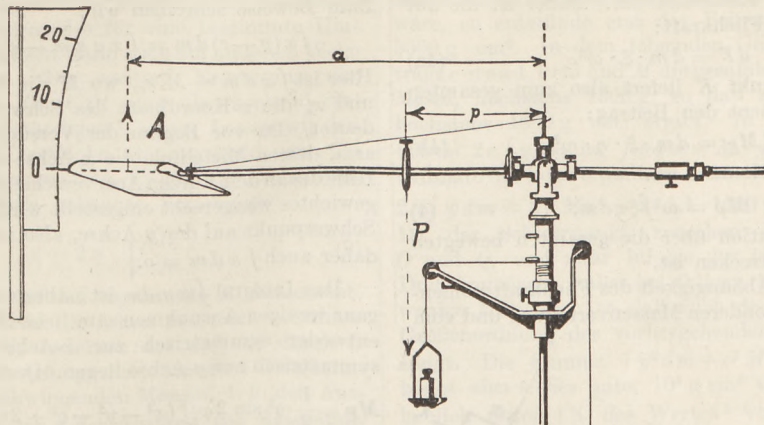


Fig. 3. Der Auftrieb  $A$  der umlaufenden Tragfläche wird durch das verschiebbare Gewicht  $P$  ausgeglichen.

Flügel.

Anstellwinkel	Steighöhe cm	Abstand des Laufgewichtes cm	Auftrieb g	Auftrieb je cm Steighöhe g/cm
$\alpha$	$h$	$p$	$A$	$A/h$
5	13	25,2	12,6	0,97
7,5	17	33,3	16,65	0,98
10	21,5	42,2	21,1	0,98
12,5	25	49,4	24,7	0,99
15	28,5	55,9	27,95	0,98

Ebene Platte.

$\alpha$	$h$	$p$	$A$	$A/h$
10	14	28,3	14,15	1,01
12,5	17	34,7	17,35	1,02
15	20,5	42,3	21,15	1,03
17,5	23,5	46,3	23,15	0,985
20	25	49,3	24,65	0,986

Die Tabelle zeigt, daß die Werte  $A/h$  für die beobachteten Steighöhen gut übereinstimmen. Beachten wir noch, daß viel größere Steighöhen von den zum Umlaufgerät gehörigen Tragflächen kaum erreicht werden (es genügt ein Höhenmaßstab von 35 cm), so folgt für die genannten Flächen:

1. Bei gleichbleibender Umlaufgeschwindigkeit sind die Steighöhen den Auftriebskräften proportional.

2. Beträgt die Umlaufzeit 2 sec, so ist der Auftriebswert je Zentimeter Steighöhe gerade 1 g.

Demnach ist es nicht nötig, die in der Versuchsreihe noch fehlenden Auftriebswerte mit Hilfe des Laufgewichtes zu ermitteln. Solange man die Umlaufzeit  $T = 2$  sec beibehält, ist die Steighöhe in Zentimetern gleich dem Auftrieb in Gramm. Natürlich kann man auf die gleiche Weise auch für jede andere Umlaufzeit den Höhenmaßstab in Gramm eichen; grundsätzlich würde ein einziger Versuch mit dem Laufgewicht zur Eichung genügen.

für die auf den gehobenen Arm wirkenden Kräfte abgeleitet werden. Es zeigt sich weiter, daß die Eichung des Maßstabes auch ohne Auftriebsversuch und Benutzung des Laufgewichtes erfolgen kann.

Gleichgewichtsbedingung. Wird der umlaufende Arm durch den Auftrieb des Tragflügels gehoben, so wirken dem Auftrieb Schwere und Fliehkraft entgegen. Ist der Gleichgewichtszustand — gekennzeichnet durch die bleibende Steighöhe des Tragflügels — erreicht, so ist das Moment des Auftriebs ( $M_A$ ) gleich der Summe der Momente von Schwere ( $M_S$ ) und Fliehkraft ( $M_F$ ):

$$M_A = M_S + M_F. \quad (1)$$

Berechnung der Momente. Zur Berechnung der Momente diene die schematische Zeichnung der Fig. 4. Von dem schräg stehenden Dreharm ist lediglich die Mittellinie  $QX$  gezeichnet, Tragflügel und Gegengewicht sind angedeutet.  $\eta$  ist die Umlaufachse. Die Steigachse, d. h. die Achse, um welche sich der Arm bei der Auftriebsbewegung dreht, steht in  $O$  senkrecht auf der Ebene der Zeichnung. Der Abstand  $OQ$  des Armes von  $O$  ist der Deutlichkeit halber übertrieben gezeichnet. Der Schwerpunkt  $S$  liegt auf der Strecke  $OQ$ .

a) Als Angriffspunkt des Auftriebes  $A$  können wir die Flügelmitte betrachten; die Länge des Armes von  $Q$  bis zur Flügelmitte sei  $a$ , dann ist:

$$M_A = A \cdot a. \quad (2)$$

b) Bedeutet  $\varphi$  den Winkel, um den sich der Arm gehoben hat,  $s$  die Entfernung des Schwerpunktes von  $O$ ,  $M$  die Gesamtmasse,  $g$  die Fallbeschleunigung, so gilt:

$$M_S = M \cdot g \cdot s \cdot \sin \varphi. \quad (3)$$

c) Zur Berechnung des Fliehkraftmomentes denken wir uns durch  $O$  ein  $\xi$ - $\eta$ -Koordinatensystem gelegt, dessen  $\eta$ -Achse die lotrecht stehende Umlaufachse sei, während die waagerechte  $\xi$ -Achse mit derselben Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  wie der Dreharm umläuft. Ist  $K$  ein mit dem Arm verbundener Massenpunkt — in Fig. 4 in übertriebenem Abstände von der Mittellinie des Armes

gezeichnet — von der Masse  $dm$ , so stellt seine  $\xi$ -Koordinate den Halbmesser der von ihm beschriebenen Kreisbahn dar. Daher ist die auf ihn wirkende Fliehkraft:

$$dF = dm \cdot \xi \cdot \omega^2. \quad (4a)$$

Der Massenpunkt  $K$  liefert also zum gesamten Fliehkraftmoment den Beitrag:

$$dM_F = dm \cdot \xi \cdot \eta \cdot \omega^2. \quad (4b)$$

Das gesamte Moment ist:

$$M_F = \omega^2 \int \xi \eta dm, \quad (4)$$

wo die Integration über die gesamten bewegten Masse zu erstrecken ist.

Damit die Abhängigkeit des Fliehkraftmomentes von der besonderen Massenverteilung und vom

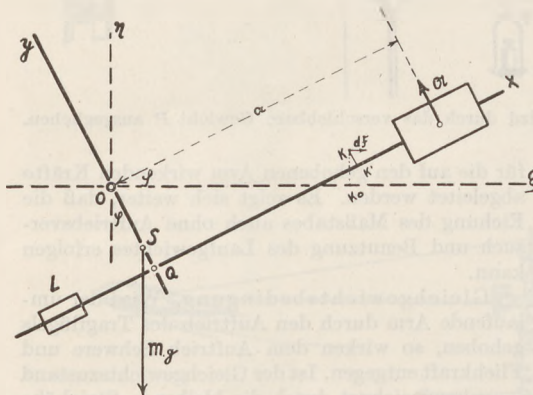


Fig. 4. Darstellung der Kräfte, die auf den beim Umlauf gehobenen Arm wirken.  $\eta$  = Umlaufachse. Die Steigachse steht in  $O$  senkrecht auf der Ebene der Zeichnung.  $QX$  = Mittellinie des Armes.  $\varphi$  = Steigungswinkel.  $S$  = Schwerpunkt, in dem das Gewicht  $M \cdot g$  angreift.  $dF$  = Fliehkraft, welche auf den Massenpunkt  $K$  wirkt. Der Abstand dieses Massenpunktes von  $QX$ , ebenso der Abstand  $OQ$  der Mittellinie des Armes von der Steigachse sind übertrieben gezeichnet.  $A$  = Auftrieb.  $L$  = Gegengewicht. Im Text ist  $OS = s$ ,  $OQ = c$  gesetzt

Steigungswinkel  $\varphi$  hervortrete, führen wir ein neues Koordinatensystem ein, dessen  $x$ -Achse mit der Mittellinie  $QX$  des Armes und dessen  $y$ -Achse mit der Richtung  $QOy$  zusammenfällt. Bedeutet  $c$  den Abstand  $OQ$ , so lauten die Transformationsgleichungen:

$$\xi = x \cos \varphi - (y - c) \sin \varphi, \quad (5a)$$

$$\eta = x \sin \varphi + (y - c) \cos \varphi. \quad (5b)$$

Demnach ergibt sich für das Produkt  $\xi \cdot \eta$ :

$$\xi \eta = \sin \varphi \cos \varphi (x^2 - y^2 - c^2 + 2cy) + (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) \cdot (y - c)x \quad (6a)$$

oder, da  $\sin \varphi \cos \varphi = \frac{1}{2} \sin 2\varphi$  und  $\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi = \cos 2\varphi$  ist,

$$\xi \eta = \frac{1}{2} \sin 2\varphi (x^2 - y^2 - c^2 + 2cy) + \cos 2\varphi (y - c)x \quad (6b)$$

und für das gesamte Fliehkraftmoment:

$$M_F = \frac{1}{2} \omega^2 \sin 2\varphi \int (x^2 - y^2 - c^2 + 2cy) dm + \omega^2 \cos 2\varphi \int x(y - c) dm. \quad (6)$$

Das zweite der hier auftretenden Integrale können wir mit sehr großer Annäherung gleich Null setzen. Zum Beweise schreiben wir:

$$\int x(y - c) dm = \int xy dm - c \int x dm.$$

Hier ist  $\int x dm = M x_s$ , wo  $M$  die Gesamtmasse und  $x_s$  die  $x$ -Koordinate des Schwerpunktes bedeutet. Da vor Beginn der Versuche der Dreharm, dessen Mittellinie die  $x$ -Achse darstellt, mit Hilfe des an dem kurzen Arm verschiebbaren Gegengewichtes waagrecht eingestellt wird, so liegt der Schwerpunkt auf der  $y$ -Achse, also ist  $x_s = 0$  und daher auch  $\int x dm = 0$ .

Das Integral  $\int xy dm$  ist nahezu null, da mit ganz wenigen Ausnahmen sämtliche Massenpunkte entweder symmetrisch zur  $x$ -Achse oder aber symmetrisch zur  $y$ -Achse liegen. Demnach bleibt:

$$M_F = \frac{1}{2} \omega^2 \sin 2\varphi \int (x^2 - y^2 - c^2 + 2cy) dm. \quad (7a)$$

Der Wert des verbleibenden Integrals wird weiterhin noch näher untersucht; zunächst genüge die Feststellung, daß sein Wert lediglich von der Massenverteilung abhängt, also eine Gerätekonstante<sup>1</sup> darstellt. Bezeichnen wir diese mit  $I$ , so folgt:

$$M_F = \frac{1}{2} \omega^2 \sin 2\varphi \cdot I. \quad (7b)$$

Neue Form der Gleichgewichtsbedingung; Folgerung. Die früher aufgestellte Momentengleichung lautet nunmehr:

$$A \cdot a = Mgs \sin \varphi + \frac{1}{2} \omega^2 \sin 2\varphi \cdot I. \quad (8)$$

Da die tatsächlich vorkommenden Steigungswinkel klein sind, können wir mit hinreichender Genauigkeit  $\sin \varphi = \varphi$  und  $\sin 2\varphi = 2\varphi$  setzen, so daß sich ergibt:

$$A \cdot a = (Mgs + \omega^2 I) \varphi \quad (8a)$$

$$\text{und } A = \frac{Mgs + \omega^2 I}{a} \cdot \varphi. \quad (8b)$$

Der Faktor von  $\varphi$  enthält außer Gerätekonstanten nur noch das Quadrat der Winkelgeschwindigkeit. Daraus ergibt sich die wichtige Folgerung: Wenn wir bei Auftriebsversuchen, z. B. bei Untersuchung der Abhängigkeit des Auftriebs  $A$  vom Anstellwinkel  $\alpha$  die am Dreharm eingespannte Tragfläche stets mit der gleichen Geschwindigkeit umlaufen lassen, so sind die Steigungswinkel und daher auch die am Bogenmaßstab abzulesenden „Steighöhen“ den Auftriebswerten verhältnismäßig. Damit ist der früher aus Versuchen gefolgerte Satz auch rechnerisch begründet, jedoch mit der Einschränkung, daß er nur für „kleine“ Steigungswinkel gilt. Bei „großen“ Winkeln ergibt die Gleichsetzung  $\sin 2\varphi = 2\varphi$  zu große Auftriebswerte. Die größte am Maßstab abzulesende Steighöhe, die jedoch kaum erreicht wird, beträgt 35 cm; dieser Steigung entspricht ein Winkel, der nicht ganz  $15^\circ$  beträgt. Zu der Umlaufzeit  $T = 2$  sec gehört für ihn ein Auftriebswert, der um 4,5% zu groß ist.

<sup>1</sup> Vgl. hierzu Fußnote S. 207.

Eichung des Höhenmaßstabes durch Schwingungen. Die vorher mit Hilfe des Laufgewichts durchgeführte Aufgabe, den Auftriebswert eines Skalenteiles für eine bestimmte Umlaufzeit zu ermitteln, kann auch auf anderem Wege gelöst werden. Die weitere Erörterung der Gleichung (8b) führt zu einer überraschend einfachen und vollständigen Lösung. Lassen wir den Dreharm mit Tragfläche, Gegengewicht usw. um die Steigachse schwingen, so gilt für die Schwingungsdauer  $\tau$  die bekannte Beziehung:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{R}} \quad (9)$$

Darin bedeutet  $R$  das sogenannte Richtmoment, d. h. dasselbe wie die schon mehrfach erwähnte Größe  $Mgs$ .  $I_0$  bedeutet das auf die durch  $O$  gehende Achse (Steigachse) bezogene Trägheitsmoment der schwingenden Massen, d. h. den Ausdruck  $\int r^2 dm$ , wo  $r$  der Abstand des Massenteilchens  $dm$  von der genannten Achse ist. Wir können nun zeigen, daß  $I_0$  mit großer Annäherung gleich der früher [(7b) und (7a)] aufgetretenen Größe  $I$  ist. Wegen  $r^2 = x^2 + (c-y)^2$  folgt

$$I_0 = \int (x^2 + y^2 + c^2 - 2cy) dm \quad (10)$$

$$= \int x^2 dm + \int y^2 dm + c^2 M - 2c \int y dm.$$

Die entsprechende Zerlegung liefert für  $I$ :

$$I = \int (x^2 - y^2 - c^2 + 2cy) dm \quad (11)$$

$$= \int x^2 dm - \int y^2 dm - c^2 M + 2c \int y dm.$$

Die Größen von  $I$  und  $I_0$  sind nahezu vollständig durch  $\int x^2 dm$  bestimmt. Gegenüber diesem Werte dürfen die folgenden Glieder vernachlässigt werden.

Um dies einzusehen, berechnen wir die Beiträge, welche die wichtigsten Dreharmteile sowie der Tragflügel zum Werte von  $\int x^2 dm$  liefern. Bedeutet  $m$  die Masse der Dreharmstange,  $\sigma$  die Masse je Zentimeter,  $x_1$  die kleinste,  $x_2$  die größte Abszisse der Stange, so gelten folgende Gleichungen:

$$dm = \sigma dx, \quad m = \sigma \cdot (x_2 - x_1),$$

$$\int x^2 dm = \sigma \int x^2 dx = \sigma \cdot \frac{x_2^3 - x_1^3}{3}$$

$$= \sigma (x_2 - x_1) \frac{x_2^2 + x_2 x_1 + x_1^2}{3} \quad (12)$$

$$= m \cdot \frac{x_2^2 + x_2 x_1 + x_1^2}{3}$$

Für die Dreharmstange ergibt sich nach dieser Formel: 598 830 g · cm<sup>2</sup>; entsprechend für die Stange, welche das Gegengewicht trägt: 132 050 g · cm<sup>2</sup>; für das Gegengewicht selbst: 138 400 g · cm<sup>2</sup>; für den Tragflügel: 365 570 g · cm<sup>2</sup> und als Summe der genannten Beiträge mehr als 123,4 · 10<sup>4</sup> g · cm<sup>2</sup>. Rechnen wir dazu dann noch die Beiträge, die von einigen kleineren, aber verhältnismäßig weit von der Umlaufachse entfernten Massen (z. B. Tragflügelstiel und zugehörige Klemmschraube) herrühren, so folgt:

$$\int x^2 dm > 136,4 \cdot 10^4 \text{ g} \cdot \text{cm}^2. \quad (13)$$

Wir betrachten nunmehr die auf  $\int x^2 dm$  folgenden Glieder. Zu  $\int y^2 dm$  liefern nur die höchsten Punkte des Mittelstückes nennenswerte Beiträge. Die

höchste Ordinate erreicht das obere Ende des Verspannungsstiftes mit 10 cm. Selbst wenn die ganze Masse dieses Stiftes, gleich 50 g, dort vereinigt wäre, so entstünde erst der Beitrag 50 · 100 = 5000 g · cm<sup>2</sup>. In dem folgenden Gliede  $c^2 M$  beträgt  $c$  etwa 1,1 cm und  $M$  die gesamte umlaufende Masse, höchstens 1500 g, so daß sich für  $c^2 M$  höchstens 1800 g · cm<sup>2</sup> ergibt. In dem letzten Gliede  $2c \int y dm$  ist  $\int y dm = M \cdot y_s$ , wo  $y_s$  die Ordinate des Schwerpunktes bedeutet. Daher gilt:  $2c \int y dm = 2c M y_s = 2 \cdot 1,1 \cdot 1500 y_s = 3300 y_s$ . Da der Schwerpunkt zwischen den Punkten  $O$  und  $Q$ , und zwar infolge der überwiegenden Dreharmmassen, näher bei  $Q$  liegt, beträgt  $y_s$  nur wenige Millimeter, so daß auch dieses Glied die Größenordnung der vorhergehenden nicht übersteigt. Die Summe  $\int y^2 dm + c^2 M - 2c \int y dm$  bleibt also sicher unter 10<sup>4</sup> g · cm<sup>2</sup> und damit erheblich unter 1% des Wertes<sup>1</sup> von  $\int x^2 dm$ .

Wir können also mit großer Annäherung setzen:

$$I = \int x^2 dm = I_0 = \frac{\tau^2}{4\pi^2} R, \quad \text{wo } R = Mgs. \quad (14)$$

<sup>1</sup> Hier sei noch folgender Einwand behandelt: Wir haben (s. S. 206) die Größe  $I = \int (x^2 - y^2 - c^2 + 2cy) dm$  als Gerätekonstante angesehen, während  $I$  sich doch tatsächlich mit dem Anstellwinkel der in dem Arme befestigten Tragfläche ändern muß, ebenso wenn wir den Flügel mit der ebenen Platte vertauschen. Mit dem Anstellwinkel ändern sich die  $y$ -Werte der Tragflächenpunkte. Wir haben also nur die in dem Ausdruck für  $I$  enthaltenen Größen  $\int y^2 dm$  und  $\int y dm$ , soweit sie sich auf die Tragfläche beziehen, zu untersuchen.  $\int y dm$  bleibt unabhängig vom Anstellwinkel für die Tragfläche gleich Null, da der Befestigungsstiel und also auch die  $x$ -Achse durch den Schwerpunkt der Tragfläche geht. Den höchsten Wert erreicht  $|y|$  für die Hinterkante des Flügels, wenn dieser senkrecht steht ( $\alpha = 90^\circ$ ):  $|y|_{\max} \approx 10$  cm. Denken wir uns die Masse des Flügels  $\approx 30$  g in dieser Hinterkante vereinigt, so ergibt sich, daß  $\int y^2 dm$  für jeden Anstellwinkel beträchtlich unter 3000 g · cm<sup>2</sup> liegen muß und somit gegen den Gesamtwert von  $I \approx 136 \cdot 10^4$  g · cm<sup>2</sup> mit Recht vernachlässigt werden darf. Das gleiche gilt für Änderungen des Anstellwinkels bei der ebenen Platte, wo  $y_{\max} = 7$  cm ist. Bei Ersatz des Flügels durch die Platte sind also nur noch etwaige Änderungen von  $\int x^2 dm$  zu untersuchen. Angenommen, die Platte sei schwerer als der Flügel, so muß das Gegengewicht weiter nach außen geschoben werden. Beides bedingt eine Erhöhung von  $\int x^2 dm$ . Beträgt der Gewichtsunterschied 1 g, so wächst  $\int x^2 dm$  um etwa 1,2%. Es ist also zweckmäßig, wenn Flügel und Platte möglichst gleiches Gewicht haben. Welchen Einfluß hat nun eine ungleiche Massenverteilung? Nehmen wir diese für Flügel und Platte möglichst verschieden an: die Masse der Platte vereinigt im Abstand  $a \approx 115$  cm von der Umlaufachse, die Masse des Flügels verteilt auf die Seiten, also in den Abständen  $a + b/2$  und  $a - b/2$ , wo  $b = 28$  cm, so zeigt sich, daß der Unterschied höchstens 1/2% des Wertes von  $I$  ausmachen kann.

Danach ergibt die Gleichung für  $A$ :

$$A = \frac{1 + \frac{\tau^2 \omega^2}{4\pi^2}}{a} \cdot R \cdot \varphi. \quad (15a)$$

Da die Umlaufzeit  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , folgt weiter:

$$A = \frac{1 + \frac{\tau^2}{T^2}}{a} \cdot R \cdot \varphi. \quad (15b)$$

Zur Bestimmung des Richtmomentes legen wir auf die Mitte des Tragflügels, also im Abstand  $a$  von der Achse ein kleines Gewicht  $q$ , etwa ein 500 mg-Stück, und lesen an einem senkrechten Maßstabe die Strecke  $h_0$  ab, um welche der am Tragflügel angebrachte Zeiger sich senkt. Ist der zugehörige Winkel  $\gamma$ , so gilt für die Gleichgewichtslage:

$$Mgs \sin \gamma = qga \cos \gamma, \quad (16a)$$

$$R = Mgs = qga \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma}, \quad (16b)$$

und da  $\gamma$  klein ist:

$$R = qga \frac{1}{\gamma}. \quad (16)$$

Die Einsetzung dieses Wertes ergibt:

$$A = \left(1 + \frac{\tau^2}{T^2}\right) qg \frac{\varphi}{\gamma}. \quad (17a)$$

Bedeutet  $h$  die zum Winkel  $\varphi$  gehörige Steighöhe,  $h_0$  die vorher beobachtete Senkung, so gilt:  $\varphi : \gamma = h : h_0$ , woraus folgt:

$$A = \left(1 + \frac{\tau^2}{T^2}\right) qg \frac{h}{h_0}. \quad (17b)$$

Die Gleichung ergibt den Auftrieb in *Dyn.* Um den Auftrieb in Gramm zu erhalten, hat man nur den Faktor  $g = 981 \text{ cm/sec}^2$  wegzulassen:

$$A = \left(1 + \frac{\tau^2}{T^2}\right) q \frac{h}{h_0}. \quad (17)$$

Der Ausdruck  $\left(1 + \frac{\tau^2}{T^2}\right) \cdot \frac{q}{h_0}$  stellt den Auftrieb für 1 cm Steighöhe dar. Wie man sieht, kann er ohne eigentlichen Auftriebsversuch aus der festgesetzten Umlaufzeit  $T$ , der beobachteten Schwingungsdauer  $\tau$  und der beim Auflegen des Gewichtes  $q$  beobachteten Senkung  $h_0$  berechnet werden.

Beispiel: Für den vorher durch Laufgewicht geeichten Arm betrug der Mittelwert der Schwin-

gungsdauer  $\tau$  bei waagrecht angestelltem Flügel 7,8 sec. Bei Auflegen von 500 mg auf die Flügelmitte senkte sich der Zeiger im Durchschnitt um 7,7 cm. Für die Umlaufzeit  $T = 2$  sec ergibt sich als Auftriebswert je Zentimeter Steighöhe:

$$\left(1 + \frac{7,8^2}{2^2}\right) \cdot \frac{0,5}{7,7} = 1,05 \text{ g/cm.}$$

Dieser Wert liegt um 7% höher als der mit Hilfe des Laufgewichtes gewonnene Wert 0,98. Die Größe dieser Abweichung hat folgenden Grund: Die Schwingungen, die der Arm bei waagrecht angestelltem Flügel ausführt, sind stark gedämpft. Daher ergibt sich die Schwingungsdauer zu groß. Stellen wir den Flügel in die Schwingungsebene (Anstellwinkel =  $90^\circ$ ), so ist die Dämpfung weit geringer, die mittlere Schwingungsdauer betrug 7,6 sec. Das 500 mg-Stück legen wir jetzt auf die Mitte der oberen Kante, wir müssen es etwas biegen, damit es dort Halt findet; der Mittelwert der Senkung betrug 7,65 cm. Nunmehr ergibt sich:  $\left(1 + \frac{7,6^2}{2^2}\right) \cdot \frac{0,5}{7,65} = 1,01 \text{ g/cm}$ , was mit dem Wert 0,98 gut übereinstimmt.

Überhaupt ist zu beachten, daß man nach dem Schwingungsverfahren immer nur eine obere Grenze für  $A/h$  erhält, denn die Schwingung bleibt auch bei senkrecht gestellter Tragfläche immer noch gedämpft; außerdem ist das für die Schwingung in Betracht kommende Trägheitsmoment  $J_0$  immer etwas größer als der für Auftriebsmessung wesentliche Wert  $J$ . Doch wird diese obere Grenze dem wirklichen Wert sehr nahe kommen. Für die ebene Platte in senkrechter Stellung ergaben sich für  $\tau$  und  $h_0$  als Mittelwerte 7,8 sec und 7,9 cm. Danach berechnet sich

$$\left(1 + \frac{7,8^2}{2^2}\right) \cdot \frac{0,5}{7,9} = 1,03 \text{ g/cm.}$$

Statische Empfindlichkeit und Auftriebsempfindlichkeit. Bezeichnen wir den Quotienten  $\frac{h_0}{q}$  als statische Empfindlichkeit  $\varepsilon_s$  und entsprechend den Quotienten  $h/A$  als Auftriebsempfindlichkeit  $\varepsilon_A$ , so ergibt sich aus Gleichung (17):

$$\varepsilon_A = \varepsilon_s \cdot \frac{T^2}{\tau^2 + T^2}, \quad (18)$$

d. h., die Auftriebsempfindlichkeit ist nur ein Bruchteil der statischen Empfindlichkeit; sie nimmt ab, wenn man die Umlaufzeit verringert.

## 2. Forschungen und Ergebnisse.

Internationaler Kongreß für Kurzwellen in Physik, Biologie und Medizin in Wien. III.<sup>1</sup> Originalbericht von J. BÖRME in Berlin.

### Leistungsmessung.

Die nachstehenden Ausführungen über die Leistungsmessungen bilden den Übergang zu den medizinischen Problemen, da diese Messung für die praktische Anwendung der Ultrakurzwellen in der Medizin die größte Bedeutung hat. Wie ein roter Faden zog sich durch fast alle medizinischen

<sup>1</sup> Berichte I und II vgl. diese Zeitschr. 51, 113 und 162 (1938).

Vorträge die Frage nach einer geeigneten und möglichst genauen Leistungsmessung. Im Laufe der letzten Jahre wurden viele Vorschläge gemacht und wieder verworfen. Worin liegt hier die große Schwierigkeit?

Die Messung der Leistung für definierte Elemente im Schwingungskreise bzw. angekoppelten Resonanzkreise läßt sich mit ziemlicher Genauigkeit durchführen. Dies ist aber in der Praxis nicht mehr der Fall, denn hier befinden sich innerhalb eines Hochfrequenzkreises Dielektrika, durch welche die Leistungsmessung unübersichtlich gemacht wird. Denken wir z. B. an einen



Hochfrequenzzeuger für medizinische Zwecke, so setzt sich der uns interessierende Hochfrequenzkreis, in diesem Falle der angekoppelte Resonanzkreis, nicht nur aus Induktivitäten, Kapazitäten und Ohmschen Widerständen zusammen; da bei der Kurzwellentherapie ein Teil des menschlichen Körpers — also elektrisch gesehen ein Halbleiter mit dielektrischen Eigenschaften — zwischen die Platten eines im Resonanzkreise befindlichen Kondensators gebracht wird, wird dieses Dielektrikum ebenfalls vom Hochfrequenzstrom durchflossen. In diesem Dielektrikum wird ein großer Teil der Hochfrequenzenergie in Wärme umgesetzt.

In der Kurzwellentherapie wird bekanntlich dieser Wärmeeffekt zu Heilungszwecken verwendet, und man hat ein begriffliches Interesse daran, diese Energie möglichst einwandfrei zu messen. Bisher war man nur auf subjektive Aussagen der Patienten bezüglich der Wärmeempfindung angewiesen.

Will man einen Hochfrequenzzeuger auf seine wirkliche Leistungsabgabe prüfen, so trifft man folgende Anordnung: Man schaltet in den Resonanz- oder Verbraucherkreis einen Widerstand ein, der durch den Hochfrequenzstrom erwärmt wird. Ist der Widerstand z. B. eine Glühlampe, so stellt man mit einer anderen Glühlampe gleicher Type auf die Helligkeit ein. Diese zweite Glühlampe wird mit Gleichspannung gespeist; aus einer Strom- und Spannungsmessung an dieser Lampe läßt sich die Leistung berechnen. Dieses Verfahren beruht also auf einer optischen Vergleichung. Eine andere Methode beruht auf der kalorimetrischen Messung der Widerstandswärme. Der Widerstand wird in einem Gefäß mit Wasser angebracht; aus der Zeit, die zur Erwärmung einer bestimmten Wassermenge notwendig ist, läßt sich die Wärme in Kalorien und hieraus die äquivalente Energie in Watt oder Kilowatt berechnen. ( $1 \text{ cal/sec} = 4,18 \text{ Watt}$ ).

Mit einer Hochfrequenzleistungsmessung ist auch der Wirkungsgrad der Schwinganordnung gegeben. Durch Messung von Anodenstrom und -spannung erhält man ohne Schwierigkeit die Eingangsleistung. Das Verhältnis von Nutzleistung zur Eingangsleistung ergibt den Wirkungsgrad in Prozenten. Die Differenz zwischen Eingangs- und Nutzleistung entspricht der Verlustleistung, die auf den Anoden der Senderöhren in Wärme umgesetzt wird. Aus dieser Überlegung heraus konstruierte REISINGER-Wien eine Vorrichtung zur Messung der Anodenverlustleistung. An der Anode der Senderöhre wird ein Bimetallstreifen angebracht, durch dessen Durchbiegung infolge der Erwärmung ein Lichtstrahl gesteuert und somit eine Photozelle in Tätigkeit gesetzt wird. Bei zunehmender Wärme wird die Durchbiegung und daher auch die Lichtstrahlintensität größer; hierdurch wird ein höherer meßbarer Photostrom ausgelöst. Wenn auch diese Anordnung den Vorzug einer Frequenzunabhängigkeit besitzt, so sagt die Methode doch nichts darüber aus, ob die in Hochfrequenzleistung umgesetzte Energie auch tatsächlich an einer vorausbestimmten Stelle

— menschlicher Körper im obenerwähnten Kondensatorfeld — wirkt. Abgesehen von Erwärmungen an anderen Stellen des Schwingungskreises tritt auch Abstrahlung der Hochfrequenz auf, deren Größe natürlich nicht erfaßt werden kann. Die meisten Untersuchungen über Leistungsmessungen erstreckten sich auf Anordnungen, die direkt mit dem Verbraucherkreis in Verbindung stehen. Für die medizinische Praxis scheiden kalorimetrische Verfahren, die für rein biologische oder Materialuntersuchungen sehr geeignet sein können, von vornherein aus, da man den Menschen nicht in ein Kalorimeter stecken kann.

Bevor wir die anderen Meßapparate behandeln, müssen wir auf einen für den Arzt wichtigen Begriff eingehen. Die Leistungsmessung ist nicht so wichtig wie gerade die „Dosismessung“. Prinzipiell unterscheiden wir zwischen Dosis und Dosisleistung. Dosis bedeutet die Gesamtenergie, die überhaupt von dem behandelten Gegenstand aufgenommen wurde (z. B. in Wattstunden gemessen). Dosisleistung dagegen ist die je Zeiteinheit an den Gegenstand abgegebene Energie (z. B. in Watt), die sogenannte Intensität.

Einen ausführlichen Bericht über die Dosierungsprobleme gab G. SCHWARZ-Wien, wobei er auch gleichzeitig auf biologische Probleme einging. Er betonte, daß zum Unterschiede von der Röntgentherapie, bei welcher infolge der kumulativen Wirkung der Röntgenstrahlen vor allem die Dosis die biologische Wirkung bestimmt, in der Ultrakurzwellentherapie die Intensität (also Dosisleistung) von größerer biologischer Bedeutung ist; dies erklärt sich daraus, daß infolge der annähernd konstanten Wärmeabfuhr eine zu hohe Intensität Verbrennungen und andere biologisch unerwünschte Wärmeeffekte bewirkt.

Von SCHWARZ wurden die verschiedensten Leistungsmeßverfahren einer Kritik unterzogen. Für die günstigste Methode hält er die sogenannte Phantommessung, bei der eine das biologische Objekt qualitativ und quantitativ nachahmende Elektrolytlösung in das Hochfrequenzfeld gebracht wird, deren Erwärmung gemessen wird (Gesamtdosismessung). Der Nachteil liegt darin, daß die Messung nicht am behandelten Objekt selbst erfolgt und auch zeitlich nicht mit der Behandlung zusammenfällt.

Weiterhin wird die Dämpfungsmessung genannt, die aber die Kenntnis der Resonanzkurve und einer weiteren elektrischen Konstante voraussetzt und dann auch noch nicht direkt Dosis oder Dosisleistung angibt.

HOLZER schlug eine Spannungsmessung am biologischen Objekt vor, wobei aber der Widerstand des Objektes bekannt sein muß. MITTELMANN-Wien entwickelte eine Apparatur zur Messung dieses Verlustwiderstandes, ohne daß wesentliche Fortschritte gegenüber anderen Verfahren erzielt werden konnten.

Für die Praxis scheinen nur die von WENK-Erlangen angegebenen Wege brauchbar zu sein. Ein Ersatzkreis, der während der Behandlung an- und abgeschaltet werden kann, wird durch Kondensatoren und durch einen Festwiderstand so

abgestimmt, daß man die gleiche Resonanzkurve wie im Behandlungskreise mit Patienten erhält. Ein Galvanometer zeigt über eine Photozelle die im Widerstand zur Wirkung kommende Hochfrequenzenergie (also die gleiche wie im Patienten) sofort in Watt mit einigen Prozent Genauigkeit an.

Bei Durchsicht des Abschnittes über die Leistungsmessung wird der Leser erkannt haben, wie labil hier die Verhältnisse der Meßtechnik liegen und wieviel noch zu tun ist, um ein einfaches und doch richtig anzeigendes Meßgerät zu schaffen.

#### Theorie der Elektrolyte.

Die Bedeutung der Ultrakurzwellen in der Medizin läßt sich nicht in wenigen Worten beschreiben, da die Anwendungen zu mannigfaltig sind, um unter einem einheitlichen Gesichtspunkte betrachtet zu werden. Wenn auch anfangs erwähnt wurde, daß die Ultrakurzwellen sich erst in den letzten 10 Jahren das Gebiet der Medizin und Biologie erobert haben, so wurden die ersten biologischen Untersuchungen doch bereits von HERTZ selbst vorgenommen. Wegen der geringen Energien der damaligen Funkensender konnten keine besonders großen Erfolge erzielt werden. D'ARSONVAL (1899), durch TESLA angeregt, verwendete das magnetische Feld großer Spulen zu biologischen und medizinischen Versuchen. Auch MARCONI beschäftigte sich mit derartigen Problemen.

Wir überspringen aber die ganze langsame Entwicklung und beginnen bei den Voraussetzungen der erfolgreich angewendeten Behandlungsmethode von SCHLEPFAKE und ESAU. Wie wir wissen, sind Selbstinduktion und Kapazität die frequenzbestimmenden Teile eines Schwingkreises. Die durch eine Spule und einen Kondensator fließende Hochfrequenz erzeugt in beiden Schwingkreiselementen ein hochfrequentes Wechselfeld. Diese Wechselfelder haben bei den verschiedensten Stoffen mehr oder weniger starke Wärmewirkungen zur Folge. Das Spulenfeld ist ein elektromagnetisches Feld, in welchem wegen der hohen Wirbelstromverluste Metalle, besonders natürlich Eisen und Nickel, zum Glühen gebracht werden können. Derartige Hochfrequenzöfen werden in den verschiedensten Industriezweigen erfolgreich angewendet. Aber nicht nur Metalle, sondern auch Isolatoren und Halbleiter werden ebenfalls im Spulenfeld erwärmt, wenn die Frequenz nur hoch genug ist. Dies beruht auf den sogenannten dielektrischen Verlusten der nicht- oder halbleitenden Stoffe; diese Stoffe nennt man auch Dielektrika. Das Kondensatorfeld ist ein überwiegend elektrisches Feld, in dem sich Metalle nicht erwärmen können. Dielektrika dagegen zeigen die gleichen Wärmewirkungen wie im Spulenfeld.

Auf die Theorie der dielektrischen Verluste können wir hier nicht eingehen. Wir können nur allgemein sagen, daß das Hochfrequenzfeld die Dielektrika durchdringt; hierbei üben die elektrischen Feldkräfte auf die Moleküle und Molekül-

gruppen der betreffenden Substanzen Wirkungen aus, die zu Bewegungen und Lageveränderungen dieser kleinsten Teilchen führen und somit elektrische Energien in Wärme überführen.

Man unterscheidet zwei Gruppen von Isoliermaterialien: Das ideale oder „verlustfreie“ Dielektrikum, das sich beim Durchdringen eines Hochfrequenzfeldes nicht erwärmt, und das „verlustreiche“ Dielektrikum, das starke Erwärmungen aufweist.

Verlustfrei sind Vakuum, Luft und Gase unter normalem oder erhöhtem Druck bei normalen Temperaturen. Weiterhin sind Kunststoffe zu nennen, die nahezu verlustlos sind, z. B. gewisse Keramikarten wie Calit, Condensa, Frequenta, Trolitul sowie einige Spezialgläser. Dagegen sind alle festen und flüssigen Substanzen des menschlichen Körpers verlustreiche Dielektrika, ferner Lösungen von Elektrolyten und Kolloiden, organische Verbindungen, Kunstharze, Pertinax, Holz usw. Das alles sind Stoffe, deren Moleküle ausgesprochen elektrisch-polare Eigenschaften (Dipol-Eigenschaften) besitzen.

Für die Erwärmung eines Dielektrikums im Ultrahochfrequenzfeld ist die Verschiedenartigkeit der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  von Einfluß, da sie ein Maß für die Durchlässigkeit der Feldkräfte ist. Dies bedeutet, daß reines Wasser ( $\epsilon = 81$ ) das Hochfrequenzfeld etwa 12mal so leicht durchläßt, als es bei Glimmer ( $\epsilon = 7$ ) der Fall ist. Destilliertes, reines Wasser hat auch, wie man experimentell festgestellt hat, geringe Verluste im Gegensatz zu Glimmer, der sich im Hochfrequenzfeld erwärmt. Abgesehen von der Dielektrizitätskonstante ist die Erwärmung eines Stoffes von seiner elektrischen Leitfähigkeit abhängig.

In der Medizin geschieht die Erwärmung von menschlichen Körperteilen fast ausschließlich im Kondensatorfeld, da das Spulenfeld für große Objekte einige experimentelle Schwierigkeiten bereitet. Trotzdem gibt es zahlreiche Versuche, bei denen Spulenfelder verwendet wurden. Ohne auf die Einzelheiten des Erwärmungsvorganges einzugehen, können wir sagen, daß die von den Ultrakurzwellen hervorgebrachte Wärmewirkung sich wesentlich von der einer Flamme unterscheidet. Die Flammenwärme dringt in einen Stoff von außen nach innen ein, während die Wärmewirkung der Kurzwellen gleichzeitig im ganzen Stoffbereich entsteht, also nicht durch Leitung oder Strahlung übertragen wird.

Bevor man sich mit Hochfrequenzenergie am lebenden Organismus beschäftigt, wird es zweckmäßig sein, Stoffe mit nichtorganischer Struktur zu untersuchen. Da Gase, wie wir hörten, verlustfrei sind, wenden wir uns zwangsläufig den Flüssigkeiten zu. Hier finden wir umfangreiche Probleme, die bereits vor vielen Jahren von DEBYE in Angriff genommen und zum größten Teil gelöst wurden; die DEBYE'sche Theorie über Gase und Dipolflüssigkeiten greift tief in die molekularen Eigenschaften der Stoffe ein und bildet über den Begriff der Dielektrizitäts-

konstante hinweg einen Beitrag zu dem Grenzgebiet der elektrischen und optischen Eigenschaften der Materie.

Als Flüssigkeiten wählen wir starke Elektrolyte, durch die man sich Stoffe des lebenden Organismus ersetzt denken kann. Lange bevor man an die Bedeutung der Elektrolyte für die Anwendung im Ultrakurzwellenfeld dachte, wurde im Zusammenhange mit der DEBYESchen Theorie das Verhalten von Elektrolyten bezüglich der dielektrischen Verluste, Leitfähigkeitsverluste und Dielektrizitätskonstante von FALKENHAGEN in einer Theorie der Elektrolyte zusammengefaßt.

In einem breit angelegten Vortrag versuchte FALKENHAGEN-Dreden zu klären, inwieweit man mittels Kurzwellen Aufschlüsse über die Struktur von polaren Flüssigkeiten und starken Elektrolyten erlangen könnte. Die im Jahre 1912 von DEBYE begründete Theorie der Dipolstruktur verschiedener Moleküle fand ihre glänzende Bestätigung durch die Messung der ultraroten Dispersion und Absorption von Gasen. Die Verhältnisse im Gaszustand liegen natürlich deshalb so günstig, weil die gegenseitige Beeinflussung der Moleküle zu vernachlässigen ist, die Moleküle als frei orientierbar angesehen werden können und die am Molekül angreifende Feldstärke berechnet werden kann. Alle diese Voraussetzungen treffen bei Flüssigkeiten nicht mehr zu.

FALKENHAGEN ging dann auf die bereits von DRUDE bei kurzen elektrischen Wellen beobachtete Abnahme der Dielektrizitätskonstante mit zunehmender Frequenz ein (anomale Dispersion). Das Gebiet der anomalen Dispersion hängt mit der sogenannten Relaxationszeit der Dipolmoleküle zusammen. Man denke sich in einer polaren Flüssigkeit plötzlich ein elektrisches Feld entstanden. Die völlig regellos durcheinanderliegenden Dipole werden sich — ähnlich den Elementarmagneten von Eisen im Magnetfeld — ausrichten. Die zur Ausrichtung benötigte Zeit ist in der Größenordnung der Relaxationszeit  $\tau = \rho/kT$  ( $\rho$  = Reibungskoeffizient,  $k$  = BOLZMANNsche Konstante,  $T$  = absolute Temperatur). Für Wasser erhält man den Wert  $\tau = 5,3 \cdot 10^{-11}$  sec.

Aus der bekannten Beziehung  $\tau = \frac{1}{f} = \frac{\lambda}{c}$  errechnet man für die entsprechende Wellenlänge den Wert  $\lambda = 1,6$  cm. Experimentell wurde beim Wasser eine anomale Dispersion bei etwa 2,6 cm festgestellt; die letzten Messungen von ESAU ergaben  $\lambda = 1,85$  cm, eine durchaus hinreichende Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis, wenn man die Fehler der Wellenlängenmessung berücksichtigt. Mit den Dispersionserscheinungen ist unlöslich eine Absorption, d. h. ein Energieverlust verbunden. Dieser Energieverlust macht sich in den dielektrischen Verlusten bemerkbar. Die Wellenlänge, bei der die anomale Dispersion beginnt, wird Sprungwellenlänge genannt. In

Tabelle 2 sind für einige Stoffe bei 20° C außer den Dielektrizitätskonstanten die gemessenen Sprungwellen  $\lambda_S$  verzeichnet.

Tabelle 2. Sprungwellenlängen der anomalen Dispersion.

	Me- thyl- alkohol	Äthyl- alkohol	n-Pro- pyl- alkohol	n-Bu- thyl- alkohol	Äthyl- äther	Wasser
$\epsilon$	31,8	25,16	20,5	17,8	4,34	81
$\lambda_S$ (cm)	12,6	27,9	70	100	1,9	1,85

Außer den Alkoholen gibt es eine Reihe Stoffe, welche die Bedingungen der DEBYESchen Theorie erfüllen. Andererseits sind auch viele polare Flüssigkeiten (z. B. Nitrobenzol, Glyzerin, Rohrzuckerlösungen) bekannt, bei denen die Sprungwellenberechnung mit den experimentell gewonnenen Ergebnissen nicht übereinstimmt. Man hat noch nicht feststellen können, ob diese Erscheinung in der Natur dieser Flüssigkeiten oder in ihrer Unzuverlässigkeit und Unbeständigkeit begründet ist.

Die vorstehenden Betrachtungen führten schließlich zu der Theorie DEBYE und FALKENHAGEN, wonach für starke Elektrolyte auch eine Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der Wellenlänge zu erwarten ist. Die für die Struktur starker elektrolytischer Lösungen charakteristische Ionenwolke benötigt zum Auf- und Abbau eine bestimmte Relaxationszeit  $\tau'$ , die sich durch die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_0$  des reinen Lösungsmittels, die Elektrolytkonzentration  $\gamma$  in Mol je Liter Lösung und die molare Leitfähigkeit  $\kappa_\infty$  bei unendlicher Verdünnung ausdrücken läßt:

$$\tau' = 8,85 \cdot 10^{-11} \frac{\epsilon_0}{\gamma \kappa_\infty}$$

Wie gezeigt werden kann, nimmt die Leitfähigkeit mit wachsender Frequenz zu<sup>1</sup>. Eine starke Dispersion der Leitfähigkeit tritt besonders bei Wellenlängen, die von der Größenordnung  $\tau' \cdot c$  sind, in Erscheinung. Gleichzeitig mit der Dispersion der Leitfähigkeit tritt eine Dispersion für  $\epsilon$  ein.

Die vorstehenden Ausführungen haben uns erkennen lassen, daß hinter der durch Ultrakurzwellen hervorgerufenen Erwärmung viele Fragen der Atom- und Molekültheorien stehen, die zum Teil gelöst, zum Teil noch unbeantwortet sind. Hier sehen wir deutlich, wie wichtig es ist, das Grenzgebiet zwischen Elektrizität und Optik genauer zu durchforschen. Das kann aber erst gelingen, wenn die Technik die Erzeugung elektrischer, ungedämpfter, energiereicher Wellen unterhalb einiger Zentimeter Wellenlänge bis zum ultraroten Spektrum zuläßt.

<sup>1</sup> Vielfach wird statt der Leitfähigkeit der Verlauf des spezifischen Widerstandes  $\rho$  in Ohm · cm angegeben; in diesen Fällen nimmt natürlich der Widerstand mit wachsender Frequenz ab.

### Neu erschienene Bücher und Schriften.

**Elementare Physik.** Von ARTHUR HAAS. X und 204 Seiten mit 85 Textabbildungen. Wien: Julius Springer 1937. Preis RM 4,80.

Das Buch will kein Lehrbuch sein. „Es soll lediglich solchen Studierenden, die eine Anfängervorlesung über Physik gehört haben und für die Wiederholung des Stoffes eine knappere und mehr zusammenfassende Darstellung wünschen, eine solche bieten.“ Diesem Ziel entsprechend, berücksichtigt das Buch alle Kapitel der Physik gleichmäßig; es behandelt vor allem das Gebiet der sog. Experimentalphysik, geht aber teilweise weit darüber hinaus. Auch schwierigere Stoffe sind aufgenommen (in der Mechanik z. B. die Corioliskräfte, ferner zweiter Hauptsatz und Entropie, NERNSTscher Wärmesatz, Masse und Ruhmasse, Masse und Energie, Lichtquanten, Compton- und Ramaneffekt, Materiewellen u. a.). Man muß das außerordentliche didaktische Geschick des Verfassers bewundern, der diesen ganzen Stoff in den engen Raum von 200 Großoktavseiten zu spannen verstanden hat, und die kurze, klare Art der Darstellung. Eine ganz andere, grundsätzliche Frage ist es freilich, ob eine so kurze, mit Stoff überladene, wenn auch gute Darstellung dem Anfänger wirklich viel nützen kann. Ich glaube es kaum.

*E. Lamla.*

**Kurze Elektrizitäts- und Gerätelehre für Funker und Fernsprecher.** Von Hauptmann MÜGGE. Vierte, neu bearbeitete Auflage. 78 Seiten mit 56 Abbildungen im Text. Berlin: E. S. Mittler & Sohn 1937. Preis RM 1,20.

Auf die Besprechung der früheren Auflagen kann hier verwiesen werden [vgl. z. B. diese Zeitschrift 48, 230 (1935) und 49, 282 (1936)]. Es sind wieder einige Anleitungen für den Gebrauch neuerer Heeresgeräte hinzugekommen, ohne daß es in größerem Umfange möglich war, dafür anderes zu streichen. Für den technischen Unterricht in der Wehrmacht vermag auch die neue Auflage des Büchleins gute Dienste zu leisten.

*W. Spreen.*

**Methoden zur Bestimmung der elektrischen und geometrischen Struktur von Molekülen.** Von P. DEBYE. 34 Seiten. Leipzig: S. Hirzel 1937. Preis kart. RM 1,50.

Das Büchlein enthält den Nobel-Vortrag, den P. DEBYE im Dezember 1936 in Stockholm gehalten hat. Er schildert darin in ausgezeichnet klarer und durchsichtiger Form die Entwicklung seiner Methoden zur Bestimmung der Molekularstruktur. Zunächst bespricht er die verschiedenen Möglichkeiten für die Bestimmung der Dipolmomente und ihre Rolle bei der Erklärung der dielektrischen Erscheinungen und sodann ihre Bedeutung für die Frage nach der geometrischen Molekülstruktur. Die interferometrischen Methoden (mit Hilfe von Röntgen- oder Kathodenstrahlen) schließen sich an. Interessant und wesentlich ist, daß die besprochenen physikalischen Methoden „neben einer Präzisierung eine glänzende Bestätigung der auf rein chemischem Wege zuerst

gewonnenen Ansichten über den räumlichen Bau der Moleküle geliefert haben“. Zum Schluß gibt der Verfasser Ausblicke auf weitere, noch zu lösende Probleme der Strukturforschung (Messung der thermischen Schwingungen der Atome im Molekül; Lage der Wasserstoffatome im Molekül). Ein Literaturverzeichnis ist angefügt.

Die Schrift gibt in klarem, glänzendem Stileinen ausgezeichneten Überblick über die Frage der Molekularstruktur; zugleich liefert sie einen lebendigen Beweis für die Förderung, die die Chemie durch die Physik erfahren hat, und für die enge Verknüpfung und Verflechtung der beiden Gebiete.

*E. Lamla.*

**Neuere Fortschritte in den exakten Wissenschaften.** Fünf Wiener Vorträge. Dritter Zyklus. Herausgegeben von K. MENGER. 132 Seiten. Leipzig u. Wien: Franz Deuticke 1936. Preis RM 3,60.

Der vorliegende dritte Zyklus der Wiener Vorträge wird ebenso allgemeinem Interesse begegnen wie der zweite [vgl. die Besprechung in dieser Zeitschrift 48, 282 (1935)]. ERNST SPÄTH spricht zuerst über „Vitamine und ihre Bedeutung“. Nach einer kurzen historischen Einleitung gibt er einen Überblick über die verschiedenen Vitamine, ihr Vorkommen (Vitamine werden im Gegensatz zu den Hormonen, die im Körper von Mensch und Tier entstehen, fast ausschließlich von den Pflanzen, Pilzen und Bakterien aufgebaut und mit der Nahrung aufgenommen), ihre Gewinnung, ihren chemischen Aufbau, ihre Wirkung und ihre Bedeutung für das Leben von Mensch und Tier. Auch die großen Leistungen, die die chemische Experimentierkunst bei der Erforschung vollbracht hat, werden gebührend gewürdigt. HANS THIRRING behandelt „die physikalischen Entdeckungen der letzten Jahre“. In anschaulicher, klarer Form schildert der Verfasser, daß, während die Theorie für den Augenblick „auf schwindelnder Höhe der Abstraktion stecken geblieben ist wie ein kühner Kletterer, der an einer höchst exponierten Stelle nicht mehr weiter und auch nicht zurück kann“, die Experimentalphysik während dieser Pause gewaltige Vorstöße gemacht hat: das Positron, das Neutron, das schwere Wasser, die künstliche Radioaktivität, die Kernumwandlung durch Neutronen, die Erzeugung von Materie aus Strahlung in den Höhenstrahlen wurden entdeckt. H. MARK berichtet in seinem Aufsatz „Extreme Versuchsbedingungen als Quelle des Fortschritts“ über die Erzeugung tiefster und höchster Drucke ( $10^{-8}$  mm Hg; kurzdauernde Drucke von 50 000 Atm.), höchster und tiefster Temperaturen (nach der Methode der explodierenden Drähte kurzzeitig bis über  $20\,000^{\circ}$  bzw. nach dem magneto-kalorischen Prinzip von DEBYE und DE HAAS  $0,001^{\circ}$  abs.), hoher elektrischer Spannungen (6000 kV nach VAN DEN GRAAF, stärkster Magnetfelder (320 000 Gauß nach KAPITZA), starker Gravitationsfelder (die Ultrazentrifuge von SVEDBERG liefert bis  $10^6$  Erdschweren) und über die Anwendung dieser Hilfsmittel. Außerordentlich anregend ist der

kurze, aber inhaltreiche Beitrag von W. HEISENBERG „Prinzipielle Fragen der modernen Physik“. Die Anwendbarkeit der klassisch-physikalischen Gesetze wird durch die moderne Physik eingeschränkt; unscharfe Begriffe (Ort, Zeit, Masse) werden revidiert. Der Ausgangspunkt für die Lösung von klassischen Begriffen ist meist ein „Scheinproblem“, z. B. die Frage nach der „wirklichen Gleichzeitigkeit“ zweier Ereignisse für die Relativitätstheorie, die Frage nach dem genauen Ort und dem genauen Impuls für die Quantentheorie. Auch in Zukunft werden weitere Revisionen nötig sein. Zum Schluß endlich behandelt KARL MENGER „einige neuere Fortschritte in der exakten Behandlung sozialwissenschaftlicher Probleme“. Das Thema liegt dem Naturwissenschaftler ferner, wird ihn aber doch interessieren. Die Frage ist, ob und wie man einige einfache Fragen der ökonomischen Wertlehre mathematisch erfassen kann. Weniger die Lösungen, die ziemlich elementar sind, als vor allem die eigenartigen Problemstellungen sind hier das Anregende.

Wie in dem früheren Zyklus wird auch hier ein klarer, fesselnder und anregender Überblick über eine Reihe wichtiger neuerer Probleme gegeben, so daß das Büchlein ebenso wie sein Vorgänger warm empfohlen werden kann. *E. Lamla.*

**Einführung in das mathematische Denken.** Die Begriffsbildung der modernen Mathematik. Von FRIEDRICH WAISMANN. VIII und 188 Seiten mit 27 Abbildungen. Wien: Gerold & Co. 1936. Preis brosch. RM 6,—.

Das Buch, das mit einem Vorwort von KARL MENGER versehen ist, verdient zweifellos besondere Beachtung. Es ist für einen breiteren Leserkreis bestimmt, verfällt aber zum Glück durchaus nicht in den Fehler, die eigentlichen, wirklichen Schwierigkeiten der Probleme zu umgehen und den Leser diese höchstens durch mehr oder minder geistreiche Vergleiche ahnen zu lassen. Es erstrebt vielmehr, durch möglichst restlose Klarheit die wesentlichen Schwierigkeiten dem Leser wirklich nahe zu bringen.

Behandelt werden die Grundlagen der Mathematik: der Aufbau der Geometrie und der Arithmetik, der gegenwärtige Stand der Grundlagenforschung, die Begriffe des Limes und des Differentialquotienten, die CANTORSche und die DEDKINDSche Theorie der reellen Zahlen, schließlich ultrareelle und hyperkomplexe Zahlen. (Zum Begriff der ultrareellen Zahlen kann man z. B. dadurch gelangen, daß man das Unendlichwerden der Funktion  $1/x^n$  an der Stelle  $x \rightarrow 0$  für verschiedene positive Werte  $n$  untereinander und etwa mit  $\log x$  vergleicht.)

Es ist selbstverständlich, daß bei einem so weiten und schwierigen Stoffgebiet der Leser dieser oder jener Einzelheit nicht voll zustimmen wird (z. B. in dem Kapitel über Formalismus und Logizismus). Das mindert aber den Wert des Buches ebenso wenig wie ein gelegentlicher Druckfehler oder ein geringfügiges Versehen (z. B. S. 32 unten). Und dieser große Wert besteht in der sehr geschickten und verständlichen Darstellung der schwierigen

Materie. Schritt für Schritt werden die Probleme vor dem Leser entwickelt und die Lösungen oder die bisherigen Lösungsversuche gegeben. Einwendungen, die dem Leser bei der Lektüre sozusagen auf der Zunge liegen, werden vom Verfasser selbst gemacht und besprochen. Es ist oft so, als sei man mit dem Verfasser in einem angeregten und anregenden Gespräch (nicht etwa einer bloßen Plauderei) begriffen. Es ist eine ernste, aber reizvolle und angenehme Lektüre. Ich kann das Buch jedem für Mathematik Interessierten empfehlen.

*E. Lamla.*

**Naturwissenschaftliche Erkenntnis und ihre Methoden.** Von M. HARTMANN und W. GERLACH. V und 70 Seiten. Berlin: Julius Springer 1937. Preis RM 2,40.

Das Schriftchen enthält 2 Vorträge, die auf der Tagung Deutscher Naturforscher und Ärzte im September 1936 in Dresden gehalten worden sind, und zwar den Vortrag von GERLACH in wesentlich erweiterter Form. MAX HARTMANN entwickelt unter dem Thema „Wesen und Wege der biologischen Erkenntnis“ Gedankengänge, die er in letzter Zeit schon mehrfach ähnlich vorgetragen hat [vgl. z. B. die Besprechung in dieser Zeitschrift 50, 172 (1936)], und zwar in sehr klarer und eindringlicher Form. Seine Hauptthese besagt, daß bei jeder naturwissenschaftlichen Forschung induktives und deduktives Schließen stets miteinander und auch stets mit Analysen und Synthesen zusammenwirken. Die Forschung verknüpft die reine oder generalisierende Induktion (die vergleichende Methode) mit der exakten Induktion, der kausalanalytischen, experimentellen Methode. „Jedes induktive Verfahren ist nicht nur mit deduktiven Schlüssen streng gekoppelt, sondern zugleich auch immer mit Analysen und Synthesen“. Alles zusammen bildet ein „einheitliches logisches Ganzes“. Der Verfasser legt das an der Entwicklung der Chromosomentheorie der Vererbung im einzelnen dar. Andere Forschungsmethoden gibt es nach ihm für die Naturwissenschaft nicht. Die Intuition z. B. ist, wissenschaftlich genommen, „nichts anderes als eine generalisierende Induktion an ungenügend analysiertem Material, dessen wissenschaftliche Verknüpfung nicht ohne weiteres logisch faßbar und daher nicht lehrbar ist“. Freilich, solch eine intuitive Zusammenschau spielt bei bahnbrechenden Forschern stets eine große Rolle. Aber der wirklich große Forscher begnügt sich nicht mit der noch unbewiesenen synthetischen Schau, sondern er füllt durch Einzelarbeit das hypothetische Bild auch mit konkretem Inhalt. Ebenso geben Zweck- und Ganzheitsbegriffe zwar wichtige Forschungsprinzipien, aber nur solche heuristischer, regulativer, nicht konstitutiver Art ab. Das alles gilt für den rationalisierbaren Teil der Forschung. Daneben steht das Irrationale, z. B. das Psychische, vom Rationalen durch eine absolute Schranke geschieden.

Der Vortrag von WALTHER GERLACH „Theorie und Experiment in der exakten Wissenschaft“, an sich völlig unabhängig von dem ersten, ergänzt diesen und illustriert ihn gewissermaßen an dem

Beispiel der Physik. Anschauung und Phantasie, gelenkt vom Geist, führen den Forscher vorwärts. Wesentlich für jeden Fortschritt ist die Durchdringung von Induktion, Deduktion, Analyse und Synthese; wesentlich ist daher auch engste Verknüpfung von Theorie und Experiment. Für diese Anschauung führt der Verfasser eine Reihe von Äußerungen von MAXWELL, STARK, LENARD, HEISENBERG an. Und dann zeigt er an einzelnen Beispielen, wie sich das nun wirklich in der Geschichte der Physik ausgewirkt hat. Die 1895 entdeckten Röntgenstrahlen trugen erst seit der aus theoretischen Überlegungen hervorgegangenen LAUESchen Entdeckung der Interferenz im Jahre 1912 zu dem wirklichen inneren Fortschritt der naturwissenschaftlichen Erkenntnis bei, und zugleich bewirkte die LAUESche Entdeckung eine enge Verbindung zwischen Physik und Mineralogie. „Es ist undenkbar, daß all die quantitativen Erkenntnisse, mit welchen die LAUESche Idee die Naturwissenschaft bis heute bereichert hat, nur durch experimentelle Bearbeitung hätten errungen werden können.“ Bei den Kathoden- und den Kanalstrahlen war der wesentliche Fortschritt an neue Problemstellungen geknüpft, die zum Teil auf LENARD zurückgehen. Dabei wurden in die Atomvorstellungen Begriffe eingeführt, die den Boden der materiell-mechanischen Raumauffassung verließen (angefangen mit LENARDS Dynamiden). Ebenso wird die enge Verflechtung von Theorie und Experiment an der Entwicklung der Strahlungsgesetze von KIRCHHOFF über PLANCK bis BOHR verfolgt, ferner am Problem des Para- und Orthowasserstoffs und an den Beziehungen zwischen Physik und Chemie. Die Theorien mögen sich ändern und umbilden; es kommt darauf an, welche Fragen sie neu gestellt, welche Perspektiven sie eröffnet haben. Die Bedeutung der PLANCKschen Theorie z. B., so betont der Verfasser, liegt nicht in der Strahlungsformel, sondern in erster Linie in der Entwicklung, die ihr physikalischer Inhalt ausgelöst hat.

Beide Aufsätze behandeln in so ausgezeichnete Weise die jetzt viel diskutierten Probleme der Forschungsprinzipien und insbesondere des Verhältnisses zwischen Theorie und Experiment, daß sie recht vielen Lesern sehr willkommen sein werden.

*E. Lamla.*

**Elektronentheorie der Metalle.** Von HERBERT FRÖHLICH. Band 18 der Sammlung „Struktur und Eigenschaften der Materie“, herausgegeben von F. HUND und H. MARK. VII und 386 Seiten, 71 Abbildungen. Berlin: Julius Springer 1936. Preis geh. RM 27,—; geb. RM 28,80.

Die theoretischen Forschungen über die Elektronentheorie der Metalle, die ihre Anfänge in einer Arbeit von PAULI über Paramagnetismus und vor allem in einer grundlegenden Arbeit von A. SOMMERFELD (1928) haben, und an denen seit jener Zeit zahlreiche Forscher stark und eifrig weiter gearbeitet haben, finden hier zum erstenmal eine zusammenfassende Darstellung. Nach einem ganz kurzen historischen Rückblick behandelt der Verfasser in 7 Kapiteln: allgemeine Grund-

lagen; einfache Probleme (Emission, Elektronenbeugung, optische und Röntgenstrahlen, Photoeffekt, Para- und Diamagnetismus); Leitfähigkeit (einschl. thermoelektrischer und magnetokalvanischer Effekte); Halbleiter; metallische Bindung; Ferro- und Paramagnetismus; systematische Diskussion der Metalle. Ein Anhang bespricht ergänzend eine Reihe von Fragen, die nur mittelbar zum Thema gehören.

Die Elektronentheorie legt die Wellenmechanik (SCHRÖDINGER-Gleichung) und die FERMI-DIRAC-Statistik zugrunde. Im ganzen handelt es sich um eine auch mathematisch recht komplizierte Theorie. Um so mehr ist die Darstellungskunst des Verfassers hervorzuheben. Es gelingt ihm in ausgezeichneter Weise, den physikalischen Gehalt der Formeln und Ergebnisse anschaulich zu deuten. Er geht in jedem Kapitel von einfachen, geläufigen Vorstellungen aus; ganz allmählich, Schritt für Schritt erläuternd und erklärend, führt er den Leser zu den schwierigeren Fragen und, wenn es nötig ist, zu komplizierteren mathematischen Deduktionen. Durch diese Art wird der Leser auf das Beste auch mit solchen Fragen vertraut, die sonst sehr unzugänglich und abstrakt erscheinen (z. B. im Kapitel über die Leitfähigkeit u. a.).

Eine große Reihe von Tabellen und von Diagrammen ermöglicht einen Vergleich zwischen den Ergebnissen der Theorie und den Experimenten. Von besonderem Wert ist auch das ausführliche, chronologische Literaturverzeichnis am Schluß des Buches, das bis 1936 reicht.

Alles in allem liegt ein sehr gutes Buch vor, das allen Physikern die Einarbeitung in das dornige Gebiet der Elektronentheorie der Metalle stark erleichtern wird.

*E. Lamla.*

**Sieben Formeln genügen.** Von BENEDIKT GRUBER. 3. Auflage. XII und 335 Seiten. Mit 395 Abbildungen. München u. Berlin: R. Oldenbourg 1937. Preis geb. RM 4,—.

Das Büchlein dient zur Vorbereitung auf die Gesellen- und Meisterprüfung im Elektrohandwerk und dürfte für diesen Zweck recht geeignet sein.

*E. Lamla.*

**Leitfaden der Chemie für höhere Lehranstalten.** Von K. SCHEID, neu bearbeitet von W. FLÖRKE. Unterstufe, 13. Auflage. 126 Seiten mit 117 Figuren. Leipzig: Quelle & Meyer 1937. Preis geb. RM 3,—.

Gegenüber den bisherigen Auflagen sind hauptsächlich folgende Änderungen eingetreten: Die grundlegenden Versuche wurden aus dem übrigen Text herausgezogen und an den Anfang der Abschnitte gestellt, um eine schärfere Trennung zwischen Beobachtung und Auswertung zu erreichen. Die Fragen des Luftschutzes und der Treibstoffe, die in der 12. Auflage als Anhang erschienen, sind jetzt in den Lehrgang eingegliedert worden. Die Versorgung Deutschlands mit Rohstoffen und Nahrungsmitteln, die Herstellung von Austauschstoffen und Ausfuhrsgütern, die Wehrchemie haben stärkere Berücksichtigung als bisher erfahren. Viele Abbildungen, Tafeln und Tabellen

wurden ergänzt und auf den neuesten Stand gebracht. Das Buch ist also gründlich überholt worden, und es wird seine Aufgabe im Chemieunterricht der höheren Schulen voll erfüllen können.

*R. Scharf.*

**Praktische Einführung in die physikalische Chemie.** Von KARL LOTHAR WOLF und HANS-GEORG TRIESCHMANN. Erster Teil: Moleküle und Kräfte. 114 Seiten mit 32 Abbildungen. Braunschweig: Friedrich Vieweg & Sohn 1937. Preis RM 4,80.

Die praktische Einführung in die physikalische Chemie von K. L. WOLF und H.-G. TRIESCHMANN stellt in zweifacher Hinsicht einen neuen Versuch eines Lehrbuches für das physikalisch-chemische Anfängerpraktikum dar: Erstens wird die bisher übliche Einteilung des Stoffes nach methodisch-apparativen Gesichtspunkten durch einen Aufbau ersetzt, der vom Einzelteil (Elektron, Ion, Atom, Molekül) über die Eigenschaften der Gase und Flüssigkeiten zur komplizierten chemischen Reaktion fortschreitet, die im zweiten Teil behandelt werden soll, wobei die Versuchsanordnungen jeweils an Stellen besprochen werden, die dieser Reihenfolge entsprechen. Zweitens wird der Beschreibung und Ausführung der Versuche ein verhältnismäßig kleiner Raum gewidmet und um so mehr Gewicht darauf gelegt, den Zusammenhang zwischen den Versuchen und dem chemischen Problem in dem verbindenden Text herauszuarbeiten. Das ist besonders zu begrüßen, da die bisherigen Praktikumslehrbücher den Studierenden zwar mit einer großen Zahl Meßmethoden und Einzelaufgaben bekannt machten, andere Versuche auch im physikalischen Anfängerpraktikum behandelt wurden, aber immer die Gefahr nahe lag, daß die Anwendung auf spezielle chemische Probleme nicht die notwendige Berücksichtigung fand. Andererseits bringt diese Art der Darstellung bei dem geringen Umfange des Büchleins die Notwendigkeit mit sich, daß auf bekannte Lehrbücher und Praktikumsanweisungen verwiesen werden muß, da nur bei einer Reihe bisher nicht üblicher Versuche, die erfreulicherweise aufgenommen sind (Lichtabsorption, Ramaneffekt, Bestimmung der SUTHERLANDSchen Konstante und der freien Weglänge, Viscositätsmessungen, Versuche über Flüssigkeitsmischungen usw.) der Gang der Versuche so weit beschrieben wird, daß der Praktikant sie ohne andere Hilfsmittel ausführen kann. Die jedem Kapitel vorangehende Einführung, in der die Grundlagen der folgenden Versuche besprochen werden, und der ausführliche Text gibt ihm dafür eine Fülle von Neuem und Anregendem.

*W. Groth.*

**Lehrbuch der physikalischen Chemie.** Von Dr. K. JELLINEK. 15. Lieferung. V. Band. Grenzflächenerscheinungen, chemische Kinetik, Elektrolyse, Aufbau der Materie, Photochemie. 1. und 2. Auflage. Mit 42 Tabellen und 259 Textabbildungen. Stuttgart: Ferdinand Enke 1937. Preis geh. RM 41.—

Mit der 15. Lieferung liegt das umfangreiche Werk JELLINEKS, dessen 1. und 2. Band in 1. Auf-

lage bereits 1914 und 1915 erschienen, und mit dessen 2. Auflage des 1. Bandes 1927 begonnen wurde, nach 10jähriger Arbeit in allen 5 Bänden fertig vor. Damit hat der Verfasser eine bewunderungswürdige Leistung vollbracht: eine Übersicht über alle für den Chemiker wichtigen Gebiete der Physik zu geben, die bis zu einem hohen Grade lückenlos ist.

In der Ausführlichkeit des Werkes liegen seine Vor- und Nachteile begründet: die erstaunliche Sicherheit, mit der man über jede physiko-chemische Frage Auskunft erhält — zum mindesten in der Form von Literaturhinweisen — einerseits, und andererseits die Unmöglichkeit für den Verfasser, bei einer solchen Fülle von Tatsachen immer persönlich-kritisch Stellung zu nehmen.

Die 15. Lieferung enthält vom 9. Buche (Aufbau der Materie) die Teile B: Aufbau der Moleküle, C: Kräfte zwischen den Molekülen und D: Kristallbau, sowie einen Anhang: Aufbau der Metalle; das Elektronengas in Metallen; die Potentialdifferenzen an den Grenzen zweier Metalle. Das Werk endet mit dem 10. Buche, das die Emission und Absorption von Strahlung bei physikalischen und chemischen Prozessen enthält, darunter sehr knapp — auf 23 Seiten — auch das Gesamtgebiet der Photochemie.

*W. Groth.*

**Chemische Analysen mit dem Polarographen.** Von Dr. HANS HOHN. Band III der Anleitungen für die chemische Laboratoriumspraxis. Herausgegeben von E. ZINTL. 102 Seiten mit 42 Abbildungen im Text und 3 Tafeln. Berlin: Julius Springer 1937. Preis RM 7,50.

Die seit langer Zeit bekannte, von HEYROVSKY und seinen Schülern ausgearbeitete Analysenmethode mit Hilfe elektrolytischer Stromspannungskurven (Polarographie) stellt neben einigen mehr physikalischen Arbeitweisen eine der wenigen Möglichkeiten dar, die analytische Laboratoriumsarbeit zu mechanisieren, sie durch mehr oder weniger automatische Verfahren zu ersetzen. Der Verfasser des vortrefflichen kleinen Büchleins über chemische Analysen mit dem Polarographen weist darauf hin, daß dieses sowohl in Industriebetrieben als auch bei wissenschaftlichen Serienbestimmungen zu immer vielfältigerer Anwendung kommende Verfahren viele Vorteile vereint: die oftmals nicht mehr notwendige Trennung trotz gleichzeitiger quantitativer Bestimmung mehrerer Bestandteile, die Gleichzeitigkeit qualitativer und quantitativer Ergebnisse, die Anwendbarkeit auf Mikro- und Spurenanalyse, die ungewöhnlich schnelle Arbeitsweise und ihre prinzipiell sehr allgemeine Anwendbarkeit.

In sechs Kapiteln werden die Grundlagen der Methode und das Prinzip der Apparatur, ihr Aufbau, ihre Bedienung und Pflege und vor allem die Technik der polarographischen Analyse besprochen. Besonders wertvoll für den, der sich in das Verfahren einarbeiten will, der also lernen muß, die Probe in geeigneter, den jeweiligen Bedingungen angepaßter Weise zu lösen und mit Zusätzen zu versehen, die den gewünschten elektrolytischen Prozeß ermöglichen, sind 28 Übungen.

versuche und einige Beispiele, die den Lernenden mit den Grundsätzen der Technik und auch mit einigen feineren Zügen der Methodik vertraut machen. Die theoretischen Ausführungen sind — mit Absicht — knapp gehalten, um dem eigentlichen Ziel des Verfassers, einer Einführung in die Praxis der Polarographie, Raum zu geben. Das ist in leicht verständlicher, anregender Weise gelungen.  
*W. Groth.*

**Einführung in die Kristalloptik.** Von Prof. Dr. EBERHARD BUCHWALD. Sammlung Göschen, Band 619; 3. Aufl. Berlin u. Leipzig: Walter de Gruyter & Co. 1937. Preis geb. RM 1,62.

Absichtlich nimmt der Verfasser Abstand davon, die Kristalloptik von vornherein rein deduktiv auf Grund der MAXWELLSchen Gleichungen der elektromagnetischen Lichttheorie abzuleiten. Er wählt vielmehr den historischen Weg von der Entdeckung der Doppelbrechung des isländischen Kalkspates durch ERASMUS BARTHOLINUS (1669) über die Strahlenfläche von HUYGENS (1692) und das Ellipsoid von FRESNEL (1788—1827). Im ersten Teile werden Doppelbrechung und Polarisation, im zweiten Interferenzerscheinungen im polarisierten Licht, im dritten drehende und absorbierende Kristalle und im vierten Gitteroptik des sichtbaren Spektrums behandelt. Erst am Ende des ersten Abschnittes werden die bis dahin mitgeteilten Ergebnisse aus den elektromagnetischen Grundgleichungen abgeleitet.

Der angehende Mineraloge kann sich aus den Abschnitten über das Verhalten der Kristalle im parallelen und konvergenten polarisierten Licht gut über die physikalischen Grundlagen seiner Beobachtungen am Polarisationsmikroskop unterrichten.  
*Dm.*

**Deutsche Austausch-Werkstoffe.** Von Prof. Dipl.-Ing. H. BÜRCEL, VDI, VAM. 154 Seiten, mit 84 Abbildungen und 23 Zahlentafeln. Berlin: Julius Springer 1937. Preis kart. RM 6,60.

Das vorliegende Buch soll den im Berufe stehenden Ingenieur über die Verwendung und Verarbeitung der aus deutschen Rohstoffen herzustellenden Austauschwerkstoffe unterrichten.

Im wesentlichen sind es zwei eng miteinander verbundene Gesichtspunkte, unter welche die Erzeugung neuer Werkstoffe gestellt wird: Einschränkung devisenpflichtiger Rohstoffzufuhr und Erzeugung gleichwertiger, d. h. ohne Güteminderung hergestellter Austauschwerkstoffe. — Einen hervorragenden Platz nehmen unter den obigen Gesichtspunkten die Metalle und ihre Legierungen ein.

Die geringen Kupfer- und Zinnvorräte Deutschlands haben zur Entwicklung der Sparlegierungen geführt, in denen durch Austausch der uns fehlenden Schwermetalle gegen Aluminium, Magnesium, Mangan, Silizium u. a. neuartige Werkstoffe geschaffen wurden. Die Erzeugung von Leichtmetallen und Leichtmetall-Legierungen ist daher weitestgehend entwickelt worden. Aluminium, Magnesium und ihre Legierungen beanspruchen nach ihrer Bedeutung und vielseitigen Verwendung den ersten Platz unter den Leichtmetallen. Auf über 80 Seiten sind die Zusammensetzung, Zugfestigkeit, Bruchdehnung und Brinellhärte neben anderen physikalischen Daten, sowie die Richtlinien für die Verwendung eines großen Teiles der Legierungen zusammengestellt. Es schließt sich die Darstellung der spanlosen und spanenden Formgebung, die Aushärtung, die Verbindungsarbeiten (Falzen, Nieten, Löten, Schweißen), wie endlich Behandlung und Schutz der Oberfläche des Aluminiums und Magnesiums und ihrer Legierungen an.

Neben den metallischen Werkstoffen spielen heute die nichtmetallischen, die Kunst- und Preßstoffe, eine bedeutsame Rolle. Es wird unterschieden zwischen den härtbaren und nichthärtbaren Kunst- und Preßstoffen. Zu den ersteren zählen die auf der Grundlage von Phenol und Kresolen oder Harnstoff aufgebauten Kunstharze, während die nicht härtbaren Kunststoffe sich auf der Grundlage der Zellulosen, der Kohlenwasserstoffe, des Kaseins, des Bleiborats, des Zements oder Naturharzes aufbauen. Auch hier werden die verschiedenen Wege der Verarbeitung, Untersuchungen über die Beständigkeit und die Anwendungsgebiete der Kunst- und Preßstoffe dargestellt. Kurze Abschnitte über vergütetes und veredeltes Holz, Gummi und neue keramische Werkstoffe bilden den Beschluß des Buches.  
*K.-E. Dörmer.*

**Schicksal einer Goetheschrift.** Druckgeschichtliche Funde zur Farbenlehre. Von GÜNTHER SCHMID. 36 Seiten. Halle a. S., Burg Giebichenstein: Werkstätten der Stadt Halle 1937. Preis RM 2,50.

Für jeden Goethefreund überraschend beweist G. SCHMID, daß allen Goethe-Ausgaben für die „Erklärung der zu Goethes Farbenlehre gehörigen Tafeln“ nicht die COTTASche Ausgabe, sondern ein unberechtigter, fehlerhafter Nachdruck des Wiener Verlages Geistinger als Vorlage gedient hat. Dankenswerterweise hat der Verfasser jeden Fehler angegeben und berichtigt.  
*R. Winderlich.*

## Korrespondenz.

**GUSTAV MIE 70 Jahre alt.** Am 29. September 1938 vollendet Herr Geh. Regierungsrat Prof. Dr. G. MIE in Freiburg das 70. Lebensjahr. Der Jubilar hat der Arbeit unserer Zeitschrift seit jeher die lebhafteste Teilnahme entgegengebracht. Ihm dafür an seinem Ehrentage wärmsten Dank zu sagen, ist

nicht nur Pflicht der Schriftleitung, sondern ein wirkliches Herzensbedürfnis. Mögen dem verdienstvollen Forscher und hochverehrten Lehrer zahlreicher Generationen von Schulphysikern noch viele Jahre erfolgreichen Schaffens in voller Gesundheit und frischer Rüstigkeit beschieden sein!  
*Mth.*