

Über den Gebrauch des Elektroskops.

Von

Prof. Dr. B. Schwalbe in Berlin.

In den meisten Lehrbüchern, insbesondere in denen, die für gewöhnlich beim Schulunterricht gebraucht werden, finden sich die Versuche zum Nachweis der Grunderscheinungen der Reibungselektricität mit dem gewöhnlichen Elektroskop in einer Weise dargestellt, die dem Schüler die Auffassung schwierig macht dadurch, dass zur Ladung der Elektroskope fast stets die Wirkung durch Influenz benutzt wird. Die einfache direkte Ladungsmethode wird oft nur gelegentlich angegeben und entweder dadurch ausgeführt, dass der Metallknopf des Elektroskops durch Streichen am Kopfhaar elektrisiert wird oder dass man die geriebene Harz- oder Glasstange mit dem Knopfe des Elektroskops in Berührung bringt. Da hierbei aber nur wenig Elektricität von den schlechteren Leitern aus übergeht, so wird man gewöhnlich zur Influenzladung greifen.

Wenn man nun auch die Grundgesetze der Anziehung und Abstossung, der Ableitung und Isolierung mit den Hollundermarkkügeln an verschiedenen Fäden und an verschiedenen Gestellen (abgeleitet resp. isoliert aufgehängt) prüfen und das Elektroskop nach Besprechung der Influenz zur Wiederholung brauchen mag, so scheint es doch zweckmässig das Elektroskop auch unmittelbar zu benutzen; dafür ist die Herstellung der direkten Ladung in bequemer Weise wünschenswert. In einem Vortrage in dem hiesigen Verein zur Förderung des physikalischen Unterrichts¹⁾ teilte ich eine von mir seit längerer Zeit benutzte Ladungsmethode mit, die ich inzwischen auch in den Elementaren Vorlesungen über Elektricität von S. P. Thompson (übersetzt von Himstedt) S. 13 angeführt gefunden habe („wenn der Knopf nur mit einer Kameelhaarbürste gebürstet wird, so bringt die geringe Reibung eine merkliche Wirkung hervor“). Diese Ladungsmethode gestattet, die Elektroskope sehr fruchtbringend zu verwerten, doch will ich auf die methodische Darstellung der Versuche nicht speciell eingehen, da sich die Anwendung nach dieser Richtung hin leicht von selbst ergibt.

Für die Versuche wurden mehrere Elektroskope benutzt, unter anderen ein Ballonelektroskop und ein Elektroskop mit Skala, sodass die Grösse des Ausschlags abgelesen werden konnte; auch ziemlich wenig empfindliche Apparate erweisen sich noch als brauchbar. Selbst ganz roh angefertigte Elektroskope, die aus einem isoliert befestigten und leitenden Metalldraht und zwei Papierstreifen bestanden, eigneten sich noch dazu, und sind daher diese Apparate und Versuche für jede Schule zugänglich. Der Knopf der Elektroskope war stets metallisch (nicht gefirnisset), poliert oder matt; ein Unterschied in den Erscheinungen zeigte sich nicht.

Die Ladung lässt sich nun ausserordentlich leicht und schnell dadurch be-

¹⁾ Diese Zeitschrift H. 3, S. 134.

wirken, dass die Kugel des Elektroskops mit einem gewöhnlichen starken Haarpinsel oder Borstenpinsel schwach gepeitscht wird; die Grösse des Pinsels ist am besten so zu wählen, dass die Kugel von den Pinselhaaren fast ganz umhüllt wird. Die Goldblättchen gehen sofort stark auseinander und zwar mit negativer Elektrizität. Die Ladung lässt sich in schnellster Weise wieder erzeugen und nach Bedürfnis schwächer oder stärker erhalten. Um die Wirkung verschiedener Stoffe prüfen zu können, wurde eine Reihe von Pinseln, jeder in einer Messinghülse befestigt hergestellt; die Hülse konnte isoliert auf einem starken Glasstab befestigt werden; die Pinselfasern hatten eine Länge von 3 bis 4 cm. Mit folgenden Stoffen bepinselt wurde das Metall stets negativ geladen: durch Borsten-, Haar- oder Faserpinsel von Dachs, Ross, Biber, Iltis, Schwein, Ziege, Bast, Glas, und zwar sind diese Stoffe der Stärke der Erregung nach geordnet, sodass Dachspinsel am stärksten, Pinsel von Glasfäden nur wenig wirken.

Da gerade die Erregung des Metalls durch Reiben mit Glas besonders wichtig ist, so wurde noch ein anderer Weg der direkten Ladung eingeschlagen, der ebenso schnell zum Ziele führt. Man hält das Elektroskop fest und zieht den zu reibenden Körper, wenn er plattenförmig ist, mit scharfem Ruck ohne zu stark anzupressen über den Kopf fort, oder wenn er stabförmige Gestalt hat, seitlich am Kopf und Hals des Elektroskops entlang, ohne dabei die etwa vorhandene Glasfassung zu berühren; auch hier lässt sich die Ladung durch mehrmaliges Überführen verstärken. Eine kleine Glasplatte, die vorher erwärmt war, giebt dann dem Elektroskop eine starke negative Ladung; die positive Ladung des Glases ist leicht nachweisbar. Hierbei wird das Amalgam, das auf den Knopf des Elektroskops aufgetragen, zu einem ähnlichen Versuche benutzt wird, überflüssig.

Ausser Messing wurden auch Kupfer und Zink, die in Plattenform aufgeschraubt wurden, geprüft, ohne dass sich andere Resultate ergaben. Um durch Bestreichung verschiedene Stoffe prüfen zu können, wurden Holzstäbchen von quadratischem Querschnitt (1 qcm) und von 12 cm Länge, welche auch in die an einem Glas- oder Ebonitgriff befestigte Messinghülse gesteckt werden konnten, mit dem betreffenden Stoffe überzogen. Will man die Elektrizität des geriebenen Körpers nicht prüfen, sondern nur die Ladung des Elektroskops erhalten, so ist der Griff überflüssig. So wurden Stäbchen benutzt, die mit Flanell, Seidenzeug, Gummi, Kautschuk, Katzenfell, Papier u. s. w. überzogen waren, ebenso wie Stäbchen, die nur aus Holz oder Marmor bestanden. Es zeigte sich auch hier, dass das Metall (Messing) fast immer negativ wurde, wenn auch die Erregung sehr verschieden stark war. Welchen Einfluss das Material hatte, geht daraus hervor, dass von drei verschiedenen Ebonitplatten zwei das Messing beim Hinüberziehen negativ erregten und selbst positiv wurden, während bei der dritten das Metall positiv und die Platte negativ wurde (wahrscheinlich enthielt diese Platte viel Schwefel); auch beim Reiben mit Gummi wurde ein Elektroskop positiv, ein anderes negativ, der Gummi dagegen negativ resp. positiv. Hierdurch hat man also ein leichtes Mittel das Elektroskop positiv zu laden. Die positive Ladung gelingt immer, wenn man mit einem Stück Stangenschwefel scharf am Knopf des Elektroskops entlang streicht; durch Hinüberziehen einer Paraffinplatte (von reinem Paraffin) lässt sich das Elektroskop ebenfalls positiv laden, wie überhaupt Paraffin mit allen untersuchten Körpern, mit Stearin, Schwefel, Holz etc. negativ wird, während die anderen Körper positiv werden. Paraffin eignet sich aber zum Laden deshalb weniger, weil wegen der geringen Härte leicht Theilchen am Metallknopf

sitzen bleiben. Auch scheint es nicht zweckmässig solche Platten bei den elektrischen Versuchen als Isolatoren zu gebrauchen, wie in ‚Practical Physics‘ von Stewart und Gee (London, 1888) empfohlen wird, weil beim geringsten Drucke oder bei schwacher Berührung (Fortnehmen der Paraffinplatte vom Tische etc.) die Platten dauernd negativ werden (die Ladung hält wochenlang an), und die Ladung durch Erwärmen dann wieder entfernt werden muss.

Durch diese Methoden der Ladung, nach denen jederzeit zwei Elektroskope schnell mit verschiedenen Elektricitäten direkt geladen werden können, lässt sich nun eine grosse Zahl von Versuchen zur Einübung resp. zum ersten Nachweis der Gesetze anstellen. Um die dabei öfters erforderliche Verbindung zwischen zwei oder mehreren Elektroskopen herzustellen, wurde entweder ein Stück Tressenschnur benutzt oder ein Metallstäbchen (Stahlnadeldraht), an welches eine Siegelackstange als Griff gekittet war.

Man ladet das eine Elektroskop (*A*) negativ, das andere (*B*) positiv, setzt beide in Verbindung und der Ausgleich der Ladung zeigt, dass die Elektricitäten entgegengesetzt sind, während wenn *A* und *B* beide positiv oder beide negativ geladen sind, die Blättchen divergierend bleiben. Sehr leicht lässt sich die verschiedene Leitungsfähigkeit der verschiedenen Stoffe prüfen, indem man *B* ungeladen mit *A* verbindet und *A* bepinselt; die verhältnismässig grosse Leitungsfähigkeit von Glas, das an der Luft gelegen hat, kann man auch durch unmittelbare Berührung des geladenen Elektroskops mit dem Stabe zeigen, der durch Erwärmen zum Nichtleiter wird. Das Verhalten eines trockenen und nassen Fadens, das Verhalten von Nichtleitern bei Condensation von Feuchtigkeit, das Wiedereintreten der Isolierung beim Erwärmen und ähnliche Versuche sind leicht ausführbar.

Wird *A* geladen und mit *B* (ungeladen) verbunden, so zeigt die Abnahme des Ausschlags die Verminderung der elektrischen Dichtigkeit bei Vergrösserung der Oberfläche. Dieselben Versuche lassen sich in entsprechender Weise unter Hinzunahme eines dritten Elektroskops wiederholen.

Überhaupt können alle sonst angeführten Elektroskopversuche, wie der Faraday'sche Eiseimerversuch, die Wirkung von Spitzen u. s. w. auf diese Weise leicht angestellt werden. Besonders verdient Erwähnung, dass sich zwei mit einander durch Tressenfäden verbundene Elektroskope sehr gut zum Nachweis der Influenzgesetze benutzen lassen. Leicht lassen sich auch mit dem oben angeführten Apparate die Gesetze der sogenannten elektrostatischen Spannungsreihe nachweisen. Man ladet *A* positiv, *B* negativ, befestigt die oben beschriebenen Stäbe an dem isolierenden Griff und reibt gegen verschiedenes Material; die Reihenfolge der Erregung, sowie dass immer beide Elektricitäten auftreten, lässt sich leicht darthun; auch vermag der Schüler die Reihenfolge selbst zu finden.

Gerade die Wiederholung einfacher Versuche nach verschiedenen Methoden und von verschiedenen Gesichtspunkten aus vermag die Schüler vor der gedächtnismässigen Auffassung, wozu viele neigen, zu bewahren. Die Schüler anzuleiten, selbst die Experimente anzustellen, wie es in England und Nordamerika in einzelnen Fällen geschieht, oder praktische Curse für den Physikunterricht einzurichten ist bei unseren jetzigen Schulverhältnissen und der kurz gemessenen Zeit nicht gut möglich, sonst würden sich die elektrostatischen Versuche, in der oben angedeuteten Weise durchgeführt, sehr gut dazu eignen; alle die Einflüsse von Glätte und Rauhigkeit der Oberfläche, stofflicher Verschiedenheit u. s. w. auf die Art der Ladung würden in den einzelnen Fällen von den Schülern selbst gefunden werden können.

Wheatstone's Brücke im Unterricht.

Von

Dr. Karl Noack in Giessen.

Selbst im elementaren Unterricht liegt das Bedürfnis vor, die Methoden zu lehren, die zur Messung von Widerständen und zur Vergleichung der elektromotorischen Kräfte bei wissenschaftlichen Untersuchungen angewandt werden, denn abgesehen von der Bedeutung und der hervorragenden Fruchtbarkeit dieser Messungsmethoden für den Unterricht verlangt auch das praktische Leben bei der in raschestem Maasse wachsenden Verbreitung des elektrischen Stromes als Licht-, Wärme- und Kraftquelle entschieden eine etwas genauere Kenntnis der Mittel und Wege, welche die hierbei in Betracht kommenden Grössen zu ermitteln gestatten.

Im Voltameter und der Tangentenbussole sind für die Bestimmung und Vergleichung der Stromstärke Hilfsmittel gegeben, die auch im Schulunterricht wohl verwendbar sind, da beide Apparate Übersichtlichkeit und Einfachheit des zu Grunde liegenden Prinzips vereinigen. Von den Vorrichtungen zur Messung von Widerständen lässt sich das Gleiche leider nicht sagen, da einmal die Kirchhoff'schen Regeln nicht auf jeder Stufe des Unterrichts abgeleitet und gelehrt werden können und zweitens die Ausführung der Widerstandssätze und Stromverzweigungen auf Anschaulichkeit und Übersichtlichkeit keine Rücksicht nimmt.

In allen den Fällen, in denen eine mathematische Ableitung der Gesetze der Stromverzweigung nicht möglich ist, bietet die Analogie der hydrodynamischen, beziehungsweise aerodynamischen Vorgänge mit denen des elektrischen Stromes ein ausgezeichnetes Mittel, den Schülern die hier in Betracht kommenden Verhältnisse begrifflich näher zu rücken. Obgleich diese Methode nichts weniger als neu ist, so wird sie doch bis jetzt sehr wenig benutzt, und da sie in der That in vielen Fällen eine wesentliche Erleichterung für das Verständnis der einschlägigen Verhältnisse bedeutet, so möchte ich in den folgenden Zeilen einige einfache Vorrichtungen beschreiben, die für besagten Zweck besonders nutzbringend sind.

1. Zwei schmale, hohe Mariotte'sche Flaschen von etwa 2 Litern Rauminhalt (Fig. 1) sind durch eine Messingröhre von 1 m Länge verbunden, in welche von 20 zu 20 cm vertikale Glasröhren als Manometer eingekittet sind. Die eine Flasche

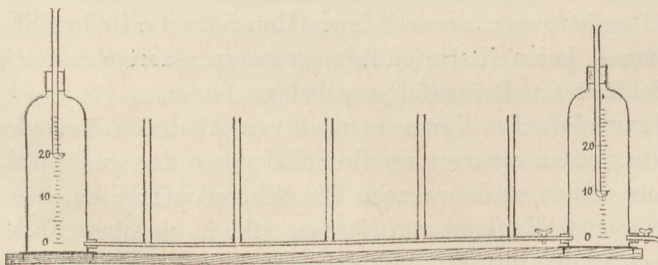


Fig. 1.

hat am Boden einen zweiten Tubus mit Glashalm. Stellt man die Luftröhre in letzterer Flasche auf ein niederes, in der anderen auf ein hohes Niveau und öffnet den Abflusshahn so weit, dass etwas mehr Wasser aus dieser Flasche abfließt, als aus der anderen einströmt, so

erhält man zwischen den Flaschen bei constanter Niveaudifferenz eine stationäre Strömung; die Manometer zeigen das Druckgefälle an. Ein Hahn am Ende der Messingröhre gestattet die Herstellung beliebiger Geschwindigkeit bei einer bestimmten Druckdifferenz.

Der einfache Apparat gestattet in ausgezeichneter Weise den Zusammenhang zwischen der Potentialdifferenz oder elektromotorischen Kraft (entsprechend der Niveau- oder Druckdifferenz in den Flaschen), dem Widerstand im Strombett und der Stromstärke zu zeigen, während die Niveauunterschiede in den Manometern ein Bild des Potentialgefälles geben.

Hätte man eine zweite genau gleichartige Vorrichtung parallel neben der ersten aufgestellt und zwischen den beiden Messingröhren eine Verbindungsrohre angebracht, so würde in dieser im allgemeinen ebenfalls ein Strömen des Wassers stattfinden und zwar von der Stelle höheren Druckes (Manometerstandes) nach der niederen Druckes. Nur wenn die Röhre Orte gleichen Druckes verbindet, findet kein Strom statt und umgekehrt kann die Abwesenheit jedes Stromes als Beweis dafür gelten, dass Orte gleichen Niveaus (Potentials) verbunden sind. Es ist überflüssig des weiteren zu erläutern, in welcher Weise diese Betrachtungen und Analogieen fortzusetzen sind.

2. Auf einem Brett von 60 cm Länge und Breite (vergl. Fig. 2) sind in den vier Ecken geschlossene Cylinder von Messingblech aufgestellt und durch vier Messingröhren parallel den Seiten des Grundbrettes, von denen jede in der Mitte einen Hahn hat, zu einem Quadrat verbunden. Die Cylinder haben im Deckel einen Tubus, in den mittels Gummistopfen Manometer eingesetzt werden können. Zwei von den Cylindern, die einander gegenüber stehen, sind durch eine fünfte Messingröhre diagonal verbunden; diese ist in der Mitte durchgeschnitten und zwischen ihre Enden ist ein Glaseylinder eingeschaltet, der sogleich näher beschrieben werden wird. Die beiden anderen Cylinder tragen Stützen von Messingrohr, die in der Verlängerung der anderen Diagonale nach Aussen gerichtet sind; der eine dieser Ansätze kann durch einen Hahn geschlossen werden.

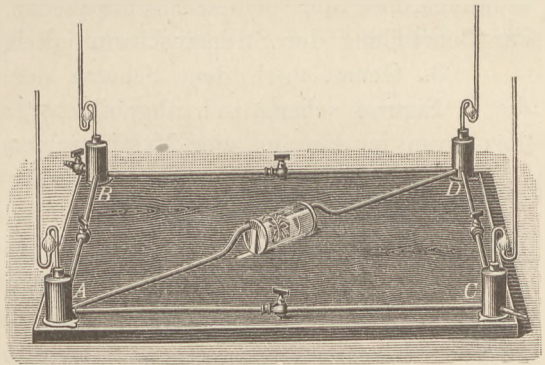


Fig. 2. ($\frac{1}{10}$ nat. Gr.)

Wird in einem der vier Cylinder, etwa in C, durch Blasen an dem Rohr-ansatz die Luft verdichtet, so gehen, falls der Hahn an B offen ist, zwei Luftströme nach B, der eine über A, der andere über D. Sind nun alle Verbindungshähne in den gleich langen und gleich weiten Röhren offen, so zeigt das Manometer in C hohen, das in B niederen Druck, während die beiden in A und D gleich hoch stehen; in diesem Falle kann durch die Verbindungsrohre von A und D kein Strom gehen, weil sie Punkte gleichen Druckes (Potentials) verbindet. Wird dagegen durch Drehen eines der vier Verbindungshähne, etwa in AB, das Gleichgewicht gestört, so steigt das Manometer in A und es geht ein Strom von A nach D (vom höheren zum niederen Potential). Um wieder gleichen Manometerstand in A und D oder Stromfreiheit der Brücke AD herbeizuführen, giebt

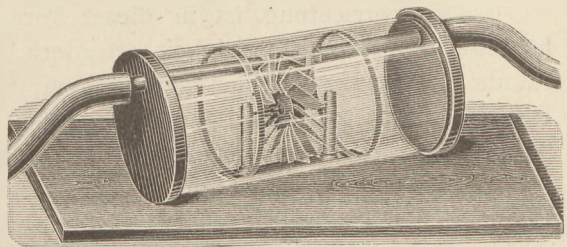


Fig. 3. (ca. $\frac{1}{2}$ nat. Gr.)

es zwei Wege, Drehen des Hahnes in DB , wodurch der Druck (Potential) in D steigt, oder in CA , wodurch das Manometer in A sinkt, und so fort¹⁾.

Das Mittel, die Stromfreiheit der Brücke AD sichtbar zu machen, befindet sich in dem oben erwähnten und in Fig. 3 schematisch abgebildeten Glascylinder. Derselbe ist beiderseits durch Messingkappen geschlossen, durch welche die beiden Teile der diagonalen Röhre in das Innere führen; dort sind zu Spitzen ausgezogene Glasröhren eingekittet, deren Form aus der Figur ersichtlich ist. Zwischen diesen Röhren läuft ein sehr leichtes Turbinen-Rädchen von folgender Einrichtung: eine dünne Stahlnadel, die in Achsen läuft, geht durch die Mitte eines kreisrunden ziemlich dünnen Korkscheibchens. In den Rand des letzteren sind radial, aber mit der Stahlachse einen Winkel bildend, 16 Einschnitte gemacht, in welche quadratische Stückchen dünnes Cartonpapier befestigt werden. Das ganze Rädchen mit schrägstehenden Schaufeln muss den Glascylinder möglichst ausfüllen, ohne aber bei der Drehung den Mantel zu berühren. Durch seine Drehung zeigt dasselbe sowohl die Anwesenheit als auch die Richtung des Luftstromes; da es sehr leicht beweglich ist, so erweist sich der Apparat als durchaus empfindlich.

Es möge noch erwähnt werden, dass ein ähnliches Rädchen, in die Verbindungsröhre der beiden Mariotte'schen Flaschen bei Versuch 1 eingeschaltet, zur Beurteilung der Stromgeschwindigkeit dienen kann.

3. Genau nach dem Schema der unter 2 beschriebenen Luftbrücke ist die in Figur 4 schematisch abgebildete galvanische Brücke construiert. In A tritt der Strom in das aus vier Messingschienen gebildete Quadrat $ABDC$ ein, in D

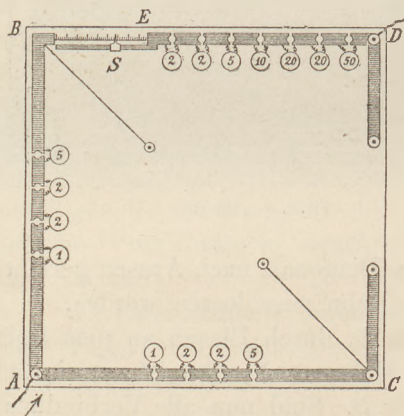


Fig. 4.

verlässt er dasselbe. In die Seiten AB und AC können durch je vier Stöpsel Vergleichswiderstände von 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 Ohm eingeschaltet werden; der Zweig BC enthält den zu messenden Widerstand, während sich in BD der Widerstandssatz von 1 bis 110 Ohm befindet. An die Polklemmen der Diagonale BC wird ein Galvanoskop angeschlossen. Sehr zweckmässig für den Unterricht erweist es sich, in den Strom, der den Apparat durchfließt, einen Stimmgabelunterbrecher einzuschalten und die Stromfreiheit des Brückendrahtes mit Hilfe eines Telefons nachzuweisen, das mit einem zur Stimmgabel

passenden kegelförmigen Resonator versehen ist.

Die Vorrichtung ist in dieser Form auch für Messungen, die nicht den höchsten Grad von Genauigkeit erfordern, sehr gut zu gebrauchen. Die Widerstände bestehen aus bifilar gewickeltem, mit Seide umsponnenem Nickelindraht. Der Messdraht zwischen B und E besteht aus Platin und hat bei angenähert 30 cm Länge einen Widerstand von $1\frac{1}{4}$ Ohm; ihm parallel liegt ein an die Schiene EB angeschlossenes Lineal von Messing, auf dem ein Messingschlitten mit Taster und Platinschneide gleitet. Der Taster wird im Ruhezustand durch eine Feder an den Messdraht angepresst; will man den Schlitten verschieben, so wird der Taster gehoben²⁾.

1) Über eine ähnliche Vorrichtung von W. HOLTZ vgl. d. Heft, S. 266.

2) Die beschriebenen Apparate werden von der Firma Liebrich's Nachfolger in Giessen in guter Ausführung zu folgenden Preisen geliefert: 1) Apparat für Wasserstrom 20 Mk., 2) pneumatische Brücke 40 Mk., 3) galvanische Brücke 60 Mk., alle drei Apparate zusammen 110 Mk.

Beiträge zur geometrischen Optik.

Von

Professor Dr. K. Schellbach in Berlin.

(Schluss.)

§ 8.

Einige Eigenschaften der Ellipse.

Für die weiteren Betrachtungen ist die Kenntnis einiger wichtiger Sätze aus der Lehre von den Kegelschnitten erforderlich. An diese Sätze soll zunächst erinnert werden.

Die Ellipse werde mit Hilfe eines Fadens construiert, der um zwei Stifte F und F' (die Brennpunkte) geschlungen ist. Bezeichnet man (Fig. 13) die Vektoren EF und EF' mit ρ und ρ' , die grosse Halbaxe OA mit a , die kleine Halbaxe OB mit b , so ist

$$1) \dots \dots \dots \rho + \rho' = 2a.$$

Da ferner $BF' = BF = a$, und $OF' = OF = \sqrt{a^2 - b^2}$, so können die Brennpunkte aus dem Scheitel B mit Hilfe eines Kreises vom Radius a leicht construiert werden.

Bezeichnet man den Winkel OBF' mit λ , und $\sin \lambda$ mit e , so ist $OF' = OF = ea$. Man nennt e die Excentricität der Ellipse.

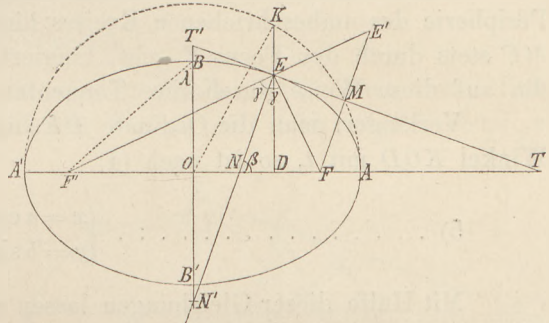


Fig. 13.

Wird $F'E$ über E hinaus bis E' verlängert, so dass $F'E' = 2a$, EE' also gleich EF ist, dann bildet die Mittelsenkrechte ME des Dreiecks EFE' eine Tangente der Curve; denn jeder Punkt E'' auf dieser geraden Linie, beliebig nahe an dem Punkte E , würde ein Dreieck

$F'E''E'$ geben, dessen zwei Seiten $F'E''$ und $E''E'$ grösser sind als $F'E'$ oder $2a$.

Eine Senkrechte ENN' auf der Tangente $TE T'$ heisst eine Normale der Curve. Das gleichschenklige Dreieck $EE'F$ lehrt, dass die Vektoren mit der Normale gleiche Winkel γ bilden, also die Normale und Tangente durch Halbierung des Winkels FEF' construiert werden kann.

Bezeichnet man in dem Dreieck FEF' die Strecke FN mit u und $F'N$ mit v , so ist $u + v = 2ae$ und $u/\rho = v/\rho'$, also $u = e\rho$ und $v = e\rho'$. Daher ist in dem Dreiecke FEN

$$\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{\rho}{e\rho} = \frac{1}{e}$$

oder

$$2) \dots \dots \dots \sin \gamma = e \sin \beta.$$

Diese merkwürdige Formel, die für alle Kegelschnitte gilt, aber in den Lehrbüchern der analytischen Geometrie gewöhnlich unbeachtet bleibt, macht darauf aufmerksam, dass die Kegelschnitte in der geometrischen Optik eine Rolle spielen müssen.

Bezeichnet man die Abscisse OD des Punktes E mit x und die Ordinate

ED mit *y*, so hat man aus den Dreiecken *EDF* und *EDF'* die Gleichungen

$$3) \dots \dots \begin{cases} y^2 = \rho^2 - (ae - x)^2 = \rho^2 - a^2e^2 + 2aex - x^2, \\ y^2 = \rho'^2 - (ae + x)^2 = \rho'^2 - a^2e^2 - 2aex - x^2. \end{cases}$$

Also, wenn man die erste Gleichung von der zweiten abzieht,

$$0 = \rho'^2 - \rho^2 - 4aex \text{ oder } (\rho' + \rho)(\rho' - \rho) - 4aex,$$

oder, da $\rho' + \rho = 2a$, $\rho' - \rho = 2ex$,

$$3a) \dots \dots \dots \rho = a - ex \text{ und } \rho' = a + ex.$$

Setzt man den Wert von ρ in die erste der Gleichungen (3) ein, so erhält man auf der Stelle

$$4) \dots \dots \dots \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

als Gleichung der Ellipse für rechtwinklige Coordinaten. Da in dem Dreieck *F'FE'* der Punkt *O* in der Mitte von *FF'* und der Punkt *M* in der Mitte von *FE'* liegt, so ist die Linie *OM* die Hälfte der Linie *F'E'*, also gleich *a*. Daher lässt sich mit *OM* = *a* ein Kreis *AKA'* um die Ellipse beschreiben.

Der Schenkel *MT'* eines rechten Winkels, dessen Spitze *M* sich stets an der Peripherie des unbeschriebenen Kreises hinbewegt, während der andere Schenkel *MF* stets durch den Focus *F* geht, tangiert bei seiner Bewegung stets eine Ellipse, die auf diese Weise durch ihre Tangenten sehr genau gezeichnet werden kann.

Verlängert man die Ordinate *DE* bis zum Kreise in *K* und bezeichnet den Winkel *KOD* mit *t*, so ist nach (4)

$$5) \dots \dots \dots \begin{cases} x = a \cos t, \\ y = b \sin t. \end{cases}$$

Mit Hülfe dieser Gleichungen lassen sich die Eigenschaften der Ellipse weit leichter als mit der einzigen Gleichung (4) entwickeln, besonders wenn man unter *t* die Zeit versteht, welche vom Beginn der Lehrstunde an gezählt wird.

§ 9.

Übergang des Lichtes aus Wasser in Luft.

Es war $ON = v - ae = e\rho' - ae = e^2x$, also

$$ND = x - e^2x = \frac{b^2}{a^2} x = \frac{b^2}{a} \cos t.$$

Bezeichnet man die Normale *EN* mit *n*, so folgt aus dem Dreiecke *END*

$$n^2 = \frac{b^4}{a^2} \cos^2 t + b^2 \sin^2 t,$$

also

$$n = b\sqrt{1 - e^2 \cos^2 t}.$$

Man hat daher die drei nützlichen Formeln:

$$6) \dots \dots n \sin \beta = b \sin t; \quad n \cos \beta = \frac{b^2}{a} \cos t; \quad \text{tg } \beta = \frac{a}{b} \text{tg } t.$$

Wegen Ähnlichkeit der Dreiecke END und ENT ist

$$n^2 = ND \cdot NT, \text{ also } NT = \frac{an^2}{b^2 \cos t} = \frac{a}{\cos t} (1 - e^2 \cos^2 t) = \frac{a}{\cos t} - e^2 a \cos t;$$

daher

$$OT = \frac{a}{\cos t}.$$

Die Gleichungen der Ellipse § 8, (5) lehren, dass man a mit b , x mit y und t mit $\pi/2 - t$ vertauschen kann, daher ist auch

$$OT' = \frac{b}{\sin t}.$$

Wird die Normale bis zum Durchschnitt N' (Fig. 14) mit der kleinen Axe verlängert, dann lehrt das Dreieck NON' , dass

$$ON' = e^2 x \operatorname{tg} \beta = \frac{e^2 x a}{b} \operatorname{tg} t = \frac{e^2 a^2}{b} \sin t.$$

Das Produkt

$$OT' \cdot ON' = e^2 a^2 = OF^2$$

zeigt, dass ein Kreis durch $ET'N'$ auch durch F und F' geht. Aus diesem wichtigen Satze folgt, dass die Winkel FEN' , $FT'N'$, OFN' alle einander gleich sind. Ist also PL senkrecht auf ON' , so ist $FN'L = \gamma$ und $EN'L = PN'G = \beta$. Überdies aber ist

$$\sin \gamma = e \sin \beta.$$

Denkt man sich also rechts von der tremenden Fläche BON' Wasser und links Luft, und der Brechungsexponent zwischen Wasser und Luft wäre $4/3 = 1/e$, so würde ein von F ausgehender Lichtstrahl FN' beim Austritt in Luft nach $N'G$ gebrochen.

Ein Nachbarstrahl FN_1 , der unter dem Winkel γ' in N_1 einfällt, wird nach G' gebrochen, so dass also ein Lichtkegel $FN'N_1$, der von F ausgeht, als abgestumpfter Kegel $N'N_1G'G$ in die Luft austritt. Offenbar würde für ein Auge in GG' dieser Lichtkegel aus R zu kommen scheinen, oder das Auge in GG' würde den leuchtenden Punkt F in R erblicken.

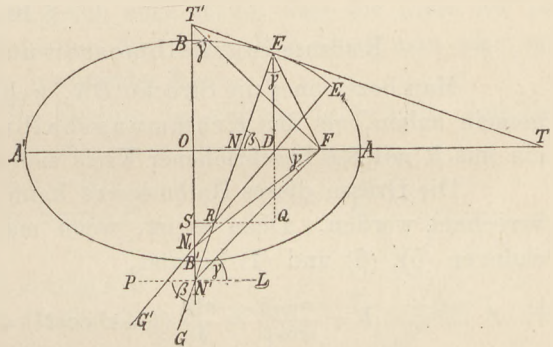


Fig. 14.

Um die Coordinaten $OS = \eta$ und $SR = \xi$ des Punktes R zu berechnen, muss man RS und ED bis zum gegenseitigen Durchschnitt in Q verlängern und findet dann nach (6), ganz wie vorher in § 8,

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a}{b} \operatorname{tg} t = \frac{y + \eta}{x - \xi} \quad \text{oder} \quad x \operatorname{tg} t - \xi \operatorname{tg} t = \frac{b}{a} y + \frac{b}{a} \eta,$$

oder

$$a \sin t - \frac{b^2}{a} \sin t = ae^2 \sin t = \xi \operatorname{tg} t + \frac{b}{a} \eta.$$

Für die Normale aus E_1 ergibt sich

$$ae^2 \sin t_1 = \xi \operatorname{tg} t_1 + \frac{b}{a} \eta.$$

Zieht man die erste dieser beiden Gleichungen von der zweiten ab, so findet man nach leichten Rechnungen

$$\xi = ae^2 \cos t \cos t_1 \cos \frac{1}{2} (t_1 + t).$$

Setzt man diesen Wert von ξ in die erste der beiden Gleichungen ein, so ergibt sich die Ordinate η des Durchschnittspunktes zweier beliebiger Normalen der Ellipse. Für zwei Nachbarnormalen wird $t_1 = t$, also

$$7) \dots \dots \dots \xi = ae^2 \cos^2 t \quad \text{und} \quad \eta = \frac{a^2 e^2}{b} \sin^2 t.$$

Eliminiert man aus diesen beiden Gleichungen den Winkel t , so gelangt man zu der Gleichung der Kurve, auf welcher die Bilder des Punktes F liegen:

$$8) \dots \dots \dots \left(\frac{a\xi}{a^2 - b^2} \right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{b\eta}{a^2 - b^2} \right)^{\frac{2}{3}} = 1.$$

Diese Kurve heisst die Evolute der Ellipse. Worauf diese Benennung sich gründet, wird im folgenden Paragraphen gezeigt werden.

Der Brechungsexponent

$$n = \frac{1}{e} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}}$$

gibt für b den Wert

$$b = a \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}},$$

so dass die Gleichung der Evolute unter der Form erscheint

$$\left(\frac{n^2 \xi}{a} \right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{n \sqrt{n^2 - 1}}{a} \cdot \eta \right)^{\frac{2}{3}} = 1.$$

§ 10.

Krümmungshalbmesser und Evolute der Ellipse.

Man bezeichnet die Strecke ER , welche zwei Nachbarnormalen mit einander gemein haben, als den Krümmungshalbmesser der Ellipse im Punkte E , weil ein aus R mit RE beschriebener Kreis sich am innigsten an die Ellipse anschliesst.

Die Grösse dieses Halbmessers kann aus dem rechtwinkligen Dreieck ERQ berechnet werden. Denn es ist, wenn man ER mit R bezeichnet und die Gleichungen (5), (6) und (7) benutzt,

$$R = \frac{x - \xi}{\cos \beta} = \frac{a^2 n}{b^2} (1 - e^2 \cos^2 t) = \frac{a^2}{b} (1 - e^2 \cos^2 t)^{\frac{2}{3}} = \frac{a^2 n^3}{b^4}.$$

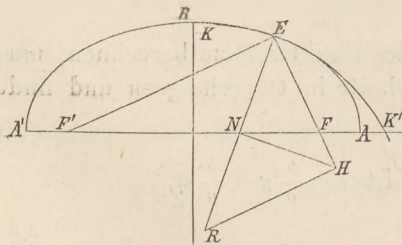


Fig. 15.

Die Ordinate im Focus F heisst der halbe Parameter p der Ellipse und ist nach (4) gleich b^2/a , daher ist der Krümmungshalbmesser

$$9) \dots \dots \dots R = \frac{n^3}{p^2}.$$

(Eine Gleichung, die für alle Kegelschnitte gilt.)

Nach dieser Gleichung kann der Krümmungsmittelpunkt R des Punktes E (Fig. 15) leicht gefunden werden; denn errichtet man

auf der Normalen in N ein Loth NH bis zum Durchschnittspunkte H mit dem verlängerten Radiusvector EF , so trifft ein zweites auf EH errichtetes Loth HR den Krümmungsmittelpunkt R .

Nach (2), (5), (6) ist nämlich

$$10) \dots \cos \gamma = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \beta} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - e^2 b^2 \sin^2 t} = \frac{p}{n}.$$

Hiernach ist aus Dreieck ENH

$$11) \dots \dots \dots EH = \frac{n^2}{p} \text{ und } ER = \frac{n^3}{p^2} \text{ oder } R = \frac{n}{\cos \gamma^2}.$$

Beschreibt man nämlich mit diesem Radius einen Kreis KEK' , so schliesst sich dieser inniger als jeder andere Kreis an die Ellipse an, und giebt also ein Maass für die Grösse der Krümmung der Kurve in dem Punkte E . Zugleich muss darauf aufmerksam gemacht werden, dass dieser Kreis die Kurve zwar berührt, aber auch schneidet.

Sind nun (in Fig. 16) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 die Mittelpunkte der unendlich kleinen gleichen Sehnen $a'a, ab, bc, cd, de, ef, fg$ der Kurve $a'g$, und 1', 2', 3', 4', 5', 6' die Mittelpunkte der Kreise, welche durch drei auf einander folgende Ecken des in die Kurve $a'g$ eingeschriebenen Polygons gehen, dann nennt man die Kurve $1'6'$ die Evolute der Kurve $a'g$. Wäre auf die krumme Linie $1'6'$ ein Faden $a'1' \dots 6'$ gelegt worden, der mit dem Punkte a' beginnend abgewickelt wird, so würde dieser Punkt bei seiner Bewegung die Kurve $a'g$ beschreiben. Deswegen heisst die Kurve $1' \dots 6'$ die Abgewickelte oder Evolute der $a'g$. Die durch Gleichung (8) in § 9 dargestellte Kurve ist demnach die Evolute der Ellipse. Man überzeugt sich auch leicht, dass die Linie $66'$ besteht aus der Linie $01'$ und den Elementen der Linie $1'6'$, dass man also mit Hilfe von $66'$ die Länge der Evolute bestimmen kann.

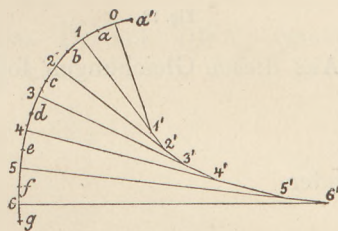


Fig. 16.

In Fig. 17 ist unter $CF_1C'F'_1$ die Evolute der Ellipse dargestellt. Aus der Gleichung (8) ergibt sich für $\eta = 0$ die Abscisse der Spitze F_1 der Evolute: $\xi = a - b^2/a = a - p$, und für $\xi = 0$ die Ordinate der Spitze C' : $\eta = a^2/b - b$.

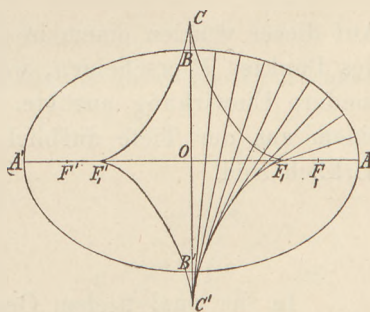


Fig. 17.

Legt man einen Faden über den Zweig F_1C' der Evolute und verlängert ihn noch um die Strecke $F_1A = p$ bis A , dann beschreibt der Punkt A , wenn der Faden abgewickelt wird, den Quadranten AB der Ellipse. In der bekannten Strecke BC' ist also der halbe Parameter und die Länge der krummen Linie F_1C' begriffen. (Die Evoluten sind diejenigen krummen Linien, deren Länge man am frühesten berechnen lernte.)

§ 11.

Übergang des Lichtes aus Luft in Wasser.

Wenn der leuchtende Punkt F sich in Luft befindet (Fig. 18) und einen unendlich schmalen Strahlenkegel FAA' auf die Wasserfläche aussendet, so dringt dieser in der Gestalt des abgestumpften Kegels $AA'BB'$ in das Wasser ein, und die Spitze

dieses Kegels liegt in F' . Ein in BB' befindliches Auge erblickt dann den leuchtenden Punkt in F' . Die Lage des Punktes F' wird auf ähnliche Weise wie in § 6 gefunden. Ist $FO = a$ die Entfernung des leuchtenden Punktes über dem Wasserspiegel und die Strecke $OP = na$, und PC parallel OA gezogen, so muss der Strahl FA bis C verlängert und dann mit AC aus A ein Kreis construiert werden, welcher die Senkrechte OP in D schneidet. Offenbar ist dann in dem Dreieck AFD der Winkel $ADF = \beta$. Ein zweiter Strahl FA' wird nach B' gebrochen, BA und $B'A'$ schneiden sich hinreichend verlängert in F' .

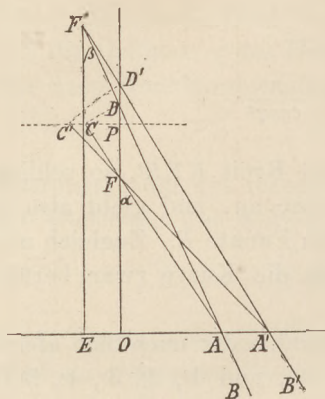


Fig. 18.

Die Coordinaten $OE = \xi$ und $EF' = \eta$ des Bildes ergeben sich aus den Dreiecken AEF' und AOF , so wie $A'EF'$ und $A'OF$ durch folgende Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= n \sin \beta \\ \sin \alpha_1 &= n \sin \beta_1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \eta \operatorname{tg} \beta - \xi &= a \operatorname{tg} \alpha \\ \eta \operatorname{tg} \beta_1 - \xi &= a \operatorname{tg} \alpha_1 \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen folgt durch dieselben Operationen wie in § 8:

$$\eta = na \frac{\cos \beta^3}{\cos \alpha^3}$$

oder

$$\eta = na \left(1 + \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \operatorname{tg}^2 \alpha \right)^{\frac{3}{2}}$$

und

$$\xi = a \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \operatorname{tg} \alpha^3.$$

Die Elimination von $\operatorname{tg} \alpha$ aus diesen Gleichungen führt zu der Evolute einer Hyperbel (§ 13)

$$12) \dots \dots \dots \eta^{\frac{2}{3}} = (na)^{\frac{2}{3}} + (n^2 - 1)^{\frac{1}{3}} \xi^{\frac{2}{3}}.$$

Auf dieser würden einem in dem dichteren Medium befindlichen Auge die Bilder des Punktes F erscheinen, wenn das Medium nicht auf das Auge selbst eine besondere Einwirkung ausübte. Hiernach werden hohe Thurm- oder Bergspitzen einem aus der Tiefe aufblickenden Auge höher und stärker erscheinen als sie wirklich sind.

§ 12.

Die Hyperbel.

In der analytischen Geometrie wird gezeigt, dass

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

die Gleichung der Hyperbel aus dem Mittelpunkte ist. Aus ihr folgt die Ordinate

$$y = \frac{bx}{a} \sqrt{1 - \frac{a^2}{x^2}}.$$

In Fig 19 sind XX' und YY' die Coordinatenachsen, $OA = OA' = a$ die halbe grosse Axe und $AB = b$ die darauf senkrechte halbe kleine Axe der Hyperbel. Die Punkte B und B' sind mit O verbunden. Es lässt sich leicht zeigen, dass

Wäre H (Fig. 21) ein Punkt der Hyperbel und HU parallel der Asymptote OK' und man machte $UK=OU$, so würde $HK=HK'$, also KK' eine Tangente der Kurve, da sich auf ihr nicht noch ein zweiter Punkt der Hyperbel finden könnte. Auf diese leichte Weise liesse sich eine Tangente und damit eine Normale HN construieren.

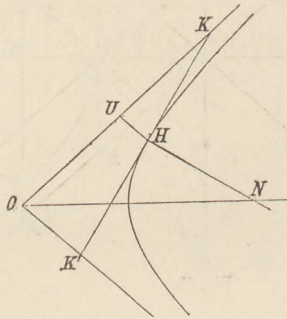


Fig. 21.

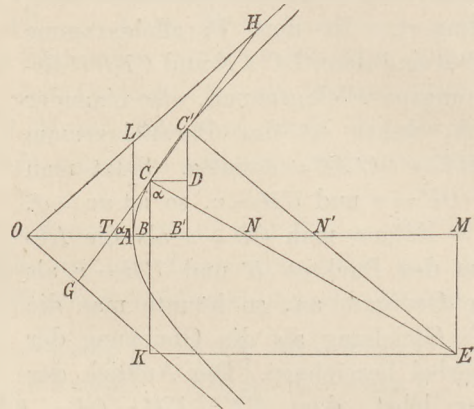


Fig. 22.

Die Evolute der Hyperbel lässt sich jetzt leicht entwickeln. In Fig. 22 sind OH und OG die Asymptoten der Hyperbel, $OA = a$, $AL = b$ die halbe grosse und kleine Axe, $OB = x$, $BC = y$ die Coordinaten des Punktes C und $OB' = x_1$, $B'C' = y_1$ die Coordinaten von C' , die Linie $C'CT$ eine Sekante der Kurve, sowie CNE und $C'N'E$ zwei Normalen. Es ist dann

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1; \quad \frac{x_1^2}{a^2} - \frac{y_1^2}{b^2} = 1; \quad \frac{x_1^2 - x^2}{a^2} = \frac{y_1^2 - y^2}{b^2},$$

oder

$$1) \dots \dots \dots \frac{y_1 - y}{x_1 - x} = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_1 + x}{y_1 + y} = \frac{C'D}{CD} = \text{tg } \alpha.$$

Liegt der Punkt C' unendlich nahe an C , so wird die Sekante zur Tangente und man erhält

$$2) \dots \dots \dots \text{tg } \alpha = \frac{b^2 x}{a^2 y}.$$

Es ist also nach der Figur CE der Krümmungshalbmesser der Hyperbel. Sind $OM = \xi$ und $ME = \eta$ die Coordinaten des Punktes E und verlängert man die Ordinate y um $BK = -\eta$, so ist $KE = \xi - x$, also, da Winkel $BCN = \alpha$,

$$3) \dots \dots \dots \xi - x = (y - \eta) \text{tg } \alpha = \frac{b^2 x}{a^2} - \frac{b^2 x}{a^2 y} \eta,$$

$$4) \dots \dots \dots \xi - x_1 = \frac{b^2 x_1}{a^2} - \frac{b^2 x_1}{a^2 y_1} \eta.$$

Daher (3) - (4) = (5)

$$5) \dots \dots \dots (x_1 - x) \left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right) = \frac{b^2}{a^2} \left(\frac{x_1}{y_1} - \frac{x}{y}\right) \eta,$$

also

$$\eta = \frac{y y_1 (x_1 - x)}{x_1 y - x y_1} \left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right).$$

Es ist aber

$$\begin{aligned} x_1 y - x y_1 &= (x_1 - x) y - x (y_1 - y) = (x_1 - x) \left(y - x \frac{y_1 - y}{x_1 - x}\right) \\ &= (x_1 - x) \left(y - \frac{x b^2 x}{a^2 y}\right) = \frac{(x_1 - x)}{y} \left(y^2 - \frac{x^2 b^2}{a^2}\right) = - \frac{(x_1 - x)}{y} \eta^2. \end{aligned}$$

Ein Rotationsparaboloid ist eine krumme Oberfläche, welche entsteht, wenn eine Parabel sich um ihre Axe dreht. Wenn diese Fläche innerhalb spiegelnd wirkt, so wird sie alle Strahlen, die aus dem Unendlichen auf sie einfallen, im Brennpunkte vereinigen und hier eine grosse Licht- und Wärmewirkung erzeugen. Solche innerhalb glänzend polierte, sehr grosse metallene Paraboloiden werden von der Artillerie benutzt, um ferne feindliche Schanzen hell zu beleuchten. Durch Öffnungen in K und K' werden zwei Kohlenstifte dem Focus F genähert, bis sie sich durch einen elektrischen Strom entzünden. Im Scheitel S ist ein kleines Fernrohr befestigt, um den Apparat richten zu können. Vergleiche die archimedische Fabel.

§ 15.

Gang der Lichtstrahlen im dreiseitigen Glasprisma.

Es sei PBC (Fig. 24) der Querschnitt eines dreiseitigen Glasprismas, $ABCD$ der

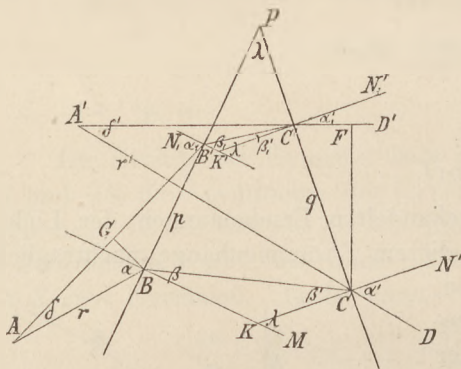


Fig. 24.

Weg eines von A ausgehenden Lichtstrahls und $AB'C'D'$ der eines zweiten unendlich nahen Strahls, sodass der unendlich schmale Lichtkegel ABB' als abgestumpfter Strahlenkegel $CDC'D'$ austritt, dessen Spitze in A' liegt. Ein zwischen DD' liegendes Auge würde also das Bild des Punktes A in A' erblicken. KBN , KCN' sowie $K'B'N_1$, $K'C'N'_1$ sind Normalen auf PB und PC . Die Winkel α , β ; β' , α' ; α_1 , β_1 ; β'_1 , α'_1 der Strahlen $ABCD$ und $AB'C'D'$ mit den Einfallsloten. Wenn der brechende

Winkel des Prismas mit λ bezeichnet wird, so hat man folgende Reihe von Gleichungen:

- 1) $\sin \alpha = n \sin \beta$, 2) $\sin \alpha' = n \sin \beta'$, 3) $\sin \alpha_1 = n \sin \beta_1$, 4) $\sin \alpha'_1 = n \sin \beta'_1$,
- 5) $\beta + \beta' = \lambda$, 6) $\beta_1 + \beta'_1 = \lambda$, 7) $\alpha_1 = \alpha + \delta$, 8) $\alpha'_1 = \alpha' - \delta'$,

in denen δ und δ' unendlich kleine Grössen sind.

Ferner ist BG ein Loth auf AB' und CF ein Loth auf $A'D'$, und wenn man BB' mit p und CC' mit q bezeichnet, so ist aus dem Dreieck BGB' das Lot $BG = p \sin BB'G = p \cos \alpha_1$ und das Lot CF aus Dreieck $CFC' = q \sin CC'F = q \cos \alpha'_1$. Es ist aber $BG = r \sin \delta = r \delta$ und $CF = r' \sin \delta' = r' \delta'$, wenn AB mit r und $A'C$ mit r' bezeichnet wird. Also ist

$$9) \dots \dots \dots r \delta = p \cos \alpha_1, \quad r' \delta' = q \cos \alpha'_1. \dots \dots \dots (10)$$

Legt man den Punkt B' sehr nahe an P , so werden p und q Seiten des Prismas. Aus dem Dreieck ist dann $PBC \ p : q = \cos \beta' : \cos \beta$, daher

$$\frac{r \delta}{r' \delta'} = \frac{\cos \beta'}{\cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha'_1}.$$

Aber

$$\frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha'_1} = \frac{\cos(\alpha + \delta)}{\cos(\alpha' - \delta')} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$$

daher

$$11) \dots \dots \dots \frac{r \delta}{r' \delta'} = \frac{\cos \alpha \cos \beta'}{\cos \alpha' \cos \beta}.$$

Nach (3) und (7) ist

$$n \sin \beta_1 = \sin(\alpha + \delta) = \sin \alpha \cos \delta + \cos \alpha \sin \delta = \sin \alpha + \delta \cos \alpha.$$

Es ist aber

$$n \sin \beta_1 = n \sin(\beta + \beta_1 - \beta) = n \sin \beta \cos(\beta_1 - \beta) + n \cos \beta \sin(\beta_1 - \beta) = n \sin \beta + n \cos \beta (\beta_1 - \beta),$$

da $\beta_1 - \beta$ unendlich klein ist.

Nach (1) ist also $n \cos(\beta_1 - \beta) = \delta \cos \alpha$ oder

$$\delta = \frac{n \cos \beta}{\cos \alpha} (\beta_1 - \beta) \text{ und ebenso } \delta' = \frac{n \cos \beta'}{\cos \alpha'} (\beta_1 - \beta).$$

Daher

$$12) \dots \dots \dots \frac{\delta'}{\delta} = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \cdot \frac{\cos \beta'}{\cos \alpha'}.$$

Aus (11) u. (12) ergibt sich endlich

$$13) \dots \dots \dots \frac{r'}{r} = \left(\frac{\cos \alpha \cos \beta'}{\cos \beta \cos \alpha'} \right)^2.$$

Durch diese Gleichung lässt sich also r' durch r , α und λ berechnen, denn β' ist gleich $\lambda - \beta$ und β ergibt sich aus (1) also auch α' aus (2).

Beispiel. Für ein Glasprisma sei $n = 1,530$, $\alpha = 30^\circ$. Daraus ergibt sich $\beta = 19^\circ 4'$, $\beta' = 10^\circ 56'$, $\alpha' = 16^\circ 52'$ und somit $r' = 1,1320 \cdot r$.

§ 16.

Das Minimum der Ablenkung eines Lichtstrahles im Prisma.

Der Weg des Strahles sei $SQ'Q'S'$, alles Übrige ist aus der Figur 25 verständlich, so dass also der Winkel $Q'TU$ oder A die Ablenkung des Strahles bezeichnet.

Nimmt man den Durchmesser des um das Dreieck $Q'Q'R$ beschriebenen Kreises als Einheit an, so ist jede Seite der Sinus des gegenüberliegenden Winkels, daher liefert das Dreieck $Q'Q'R$ die Gleichung:

$$\sin \beta^2 + 2 \sin \beta \sin \beta' \cos p + \sin \beta'^2 = \sin p^2.$$

Es ist aber

$$\sin \alpha = n \sin \beta \text{ und } \sin \alpha' = n \sin \beta',$$

daher

$$\sin \alpha^2 + 2 \sin \alpha \sin \alpha' \cos p + \sin \alpha'^2 = n^2 \sin p^2.$$

Nun ergibt sich leicht

$$\sin \alpha^2 + \sin \alpha'^2 = 1 - \cos(\alpha + \alpha') \cos(\alpha - \alpha')$$

und

$$2 \sin \alpha \sin \alpha' = \cos(\alpha - \alpha') - \cos(\alpha + \alpha').$$

Setzt man diese Werte in die letzte Gleichung ein, so findet man sogleich

$$(\cos p + \cos(\alpha - \alpha')) (\cos p - \cos(\alpha + \alpha')) = (n^2 - 1) \sin p^2$$

oder

$$\cos(\alpha + \alpha') = \cos p - \frac{(n^2 - 1) \sin p^2}{\cos p + \cos(\alpha - \alpha')}.$$

Der Bruch ist für $\alpha = \alpha'$ offenbar ein Minimum, also $\cos(\alpha + \alpha')$ ein Maximum, daher $\alpha + \alpha'$ ein Minimum.

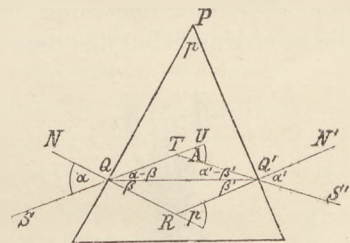


Fig. 25.

Es ist aber aus dem Dreieck $QQ'R$ $\beta + \beta' = p$ und $\alpha + \alpha' = A + p$. Für $\alpha' = \alpha$, also $\beta' = \beta$ hat man daher

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(A+p)}{\sin \frac{1}{2}p}.$$

Man kann also mit Hilfe dieser Formel den Brechungsexponenten der Substanz des Prismas finden, dessen brechenden Winkel man kennt, wenn man das Minimum der Ablenkung eines einfallenden Lichtstrahles beobachtet hat.

Erfahrungen bei einigen chemischen Unterrichtsversuchen.

Von

Professor H. Landolt in Berlin.

1. Die Entwicklung von Sauerstoff aus einem Gemenge von Kaliumchlorat und Braunstein, welche bekanntlich oft mit zu grosser Heftigkeit erfolgt, lässt sich in beliebigem Grade mässigen, wenn der Masse Chlorkalium zugesetzt wird. Man wendet den Rückstand von einer frühern Sauerstoffbereitung an und mischt in einer Reibschale etwa einen Teil desselben mit 2 Teilen frischem Kaliumchlorat und $\frac{1}{2}$ Teil Braunsteinpulver. Bei der Erhitzung ist nicht die mindeste Aufsicht nötig; das Gas entwickelt sich in regelmässigem Strom und zwar ist dasselbe erheblich weniger mit Chlor verunreinigt als dasjenige, welches aus der gewöhnlich angewandten Mischung von gleichen Teilen Chlorat und Braunstein erhalten wird.

2. Das Verschwinden von Sauerstoffgas bei der Verbrennung wird bekanntlich meist unter Anwendung von Phosphor gezeigt. Ruhiger gestaltet sich der Versuch, wenn man als oxydierbare Substanz Eisen in der Form von Ferrum pulveratum wählt und folgenden Apparat benutzt: Zwei mit einander durch eine Schliffstelle oder Kautschukdichtung verbundene Glaskugeln A und B , deren jede ungefähr

1 Liter fasst, gehen unten in eine Röhre, oben in eine 4 cm weite Öffnung aus. In die letztere wird ein Kautschukstopfen eingesetzt, durch welchen drei Kupferdrähte hindurchgehen. Der mittlere trägt ein rundes kupfernes Schälchen l von etwa 3 cm Durchmesser, welches zum Aufnehmen des Eisenpulvers dient. Die untern Enden der beiden andern Drähte dd' werden durch einen pferdehaardicken Platindraht von solcher Länge verbunden, dass die Mitte desselben bis in das Schälchen heruntergebogen werden kann. Zur Vorbereitung des Versuchs füllt man die geräumige Glassehale C , in welche die von der Kugel B herabgehende Röhre tief eintaucht, mit gefärbtem Wasser und ersetzt zunächst den Stopfen mit den Drähten durch einen andern, der mit einer kleinen knieförmig gebogenen Glasröhre versehen ist. Auf das äussere Ende der letzteren wird ein Stück Kautschukschlauch nebst Quetschhalm gesteckt und nun durch Saugen das Wasser in die Kugeln AB emporgehoben. Durch Verbinden der Kautschukröhre mit einem Sauerstoffgasometer und

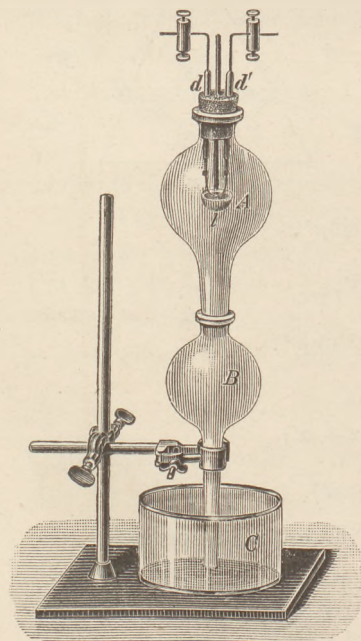


Fig. 1.

Öffnen des Quetschhalmes lässt man sodann den ganzen Apparat mit Gas sich anfüllen. Schliesslich wechselt man den Stopfen rasch gegen denjenigen mit

den Drähten, nachdem zuvor der Löffel gehäuft mit Eisenpulver gefüllt worden war und verbindet die beiden Drähte mit einer Batterie von 4 bis 5 Bunsen'schen oder Grove'schen Elementen. Bei Ausführung des Versuches wird der Strom geschlossen, der erglühende Platindraht entzündet das Eisen und das Wasser steigt rasch in die Kugeln empor.

3. Um die Gewichtszunahme bei der Oxydation nachzuweisen, kann das schwammförmige Zinn angewandt werden, welches man durch Einwirkung von Zink auf eine verdünnte und schwach mit Salzsäure versetzte Lösung von Zinnchlorür erhält. Die lockere Metallmasse wird von Zeit zu Zeit von den Zinkstücken abgenommen, sodann mit sehr viel warmem Wasser, zuletzt mit Alkohol ausgewaschen, rasch getrocknet und in einer gut schliessenden Flasche aufbewahrt. Das Präparat lässt sich in einer auf der Wage stehenden Porzellanschale mittelst eines Streichholzes entzünden und glimmt lebhaft ab. Ist der Zinnschwamm nicht genügend ausgewaschen worden, so entsteht bei der Verbrennung ein weisser Rauch, was als eine nicht zur Sache gehörige Erscheinung vermieden werden muss.

4. Die Verbrennung von Eisen unter Auftreten der beim Bessemer-Process stattfindenden Erscheinungen lässt sich sehr hübsch mit Hülfe von Spiegeleisen ausführen. Man bringt ein oder zwei Stücke im Gesamtgewichte von 10 bis 20 g auf eine Unterlage, wozu am besten die Kohlenplatte eines Bunsen'schen Elementes dient, welche an einer Stelle schwach ausgehöhlt wird. Zur Erhitzung wendet man eine mit Leuchtgas und Sauerstoff gespeiste Glasbläserlampe an, deren Düse nach abwärts gerichtet wird. Nachdem zunächst das Spiegeleisen mit vorwiegend reducirender Flamme geschmolzen worden ist, verringert man den Leuchtgaszufluss, worauf sich zeigt, dass aus dem Eisen unter Aufkochen eine erhebliche Menge Gas entweicht, welches mit weisslicher Flamme verbrennt. Hat diese aufgehört, so beginnt dann die Oxydation unter glänzendem Funkensprühen, welches man besonders lebhaft machen kann, wenn die Sauerstoffzuströmung etwas vermehrt wird.

5. Für den Versuch der sogenannten umgekehrten Verbrennung sind bereits eine Reihe verschiedener Apparate construiert worden¹⁾, an welche sich noch die nebengezeichnete Vorrichtung anreihen mag, vermittelt deren die Erscheinung sehr deutlich beobachtet werden kann. Ein Lampencylinder aus Glimmer, wird am unteren Ende mit einem dreifach durchbohrten Kork oder Gummistopfen verschlossen. In eine der Öffnungen ist ein rechtwinklig gebogener Glasstab gesteckt, der zum Befestigen des Apparates an einem Stativ dient. Durch die zwei andern gehen Glasröhren, welche beide oben mit etwa 20 mm langen und 2 mm weiten Platinröhrchen versehen sind, die man sich durch Aufrollen eines dünnen Platinbleches auf eine Stricknadel herstellt und an das Glas anschmilzt. Die beiden Glasröhren müssen leicht in dem Stopfen verschiebbar sein, was durch schwaches Fetten erreicht wird. Auf den obren Rand des Glimmercylinders passt endlich ein Blechdeckel, welcher in der Mitte mit einer etwa 20 mm weiten Öffnung versehen ist.

Zur Anstellung des Versuches verbindet man mittelst Kautschukschläuchen die eine Glasröhre (A) mit der Leuchtgasleitung, die andere (B) mit einem Sauerstoffgasometer, wobei es noch zweckmässig ist, zwei kleine Wasser-

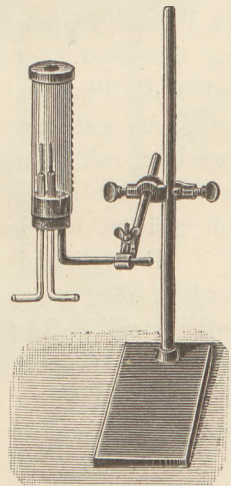


Fig. 2.

¹⁾ Heumann. Anleitung zum Experimentieren. 1876. S. 102–109.

flaschen einzuschalten, um die Stärke der beiden Gasströme beurteilen zu können. Zunächst wird die Röhre *A* tief gestellt und der Glimmercylinder sich mit Leuchtgas anfüllen gelassen, welches oben an der Öffnung des Blechdeckels entzündet wird. Indem man sodann die Röhre *B* hoch schiebt und Sauerstoff aus deren Spitze ausströmen lässt, entzündet sich dieser, und man bringt nun die entstandene Sauerstoffflamme durch Niederziehen in den untern Teil des Glimmercylinders, wobei die beiden Platinspitzen in ungefähr gleiche Höhe zu stellen sind. Jetzt wird durch Regulieren der Hähne das Leuchtgas allmählich vermindert, der Sauerstoff vermehrt, so dass die Atmosphäre im Cylinder umwechselt. Man sieht dann eine wogende Flamme entstehen, welche sich bald auf die andere Platinspitze niedersenkt, so dass nunmehr Leuchtgas in Sauerstoff brennt. Wird hierauf der Zufluss des Leuchtgases stärker, derjenige des Sauerstoffs schwächer gemacht, so erfolgt wieder Umkehrung der Atmosphäre und die Flamme ist abermals auf die andere Platinspitze übergegangen. Selbstverständlich kann der Wechsel beliebig wiederholt werden. Zum Regulieren der beiden Gasströme dienen am besten Schraubenquetschhähne.

6. Um bei dem Versuch der Verbrennung von selbstentzündlichem Phosphorwasserstoffgas recht grosse Phosphorsäureringe zu erhalten, lässt sich in folgender Weise verfahren: Die Glasröhre, welche von dem mit Phosphor und Kalilauge beschickten Kólben in das mit Wasser gefüllte Gefäss führt, worin die Gasblasen emporsteigen sollen, wird an ihrem unteren Teile nicht wie gewöhnlich umgekrümmt, sondern nur so gebogen, dass sie von oben beinahe senkrecht in die Wasserschicht einmündet. Das Ende verbindet man mittelst eines Stückes nicht zu dünnwandigen Kautschukschlauches mit dem Halse eines kleinen Glastrichters von 3—4 cm Öffnung. Die Länge und Stärke des Kautschukschlauches muss so bemessen werden, dass der in das Wasser etwas schief eintauchende Trichter noch ziemlich steif mit der Gasleitungsröhre verbunden bleibt, aber nach oben umkippt, wenn man durch die letztere Luft bläst, was vorher auszuprobieren ist. Entwickelt man nun Phosphorwasserstoff, so füllt sich der Trichter allmählich mit dem Gase an, biegt dann aber zuletzt um und lässt eine grosse Blase durch das Wasser emporsteigen, welche sich sodann entzündet und einen grossen Rauchring ausstösst. Ist der Kautschukschlauch zu schwer beweglich gemacht, so verplaffen die Phosphorsäureringe, ebenso, wenn der Trichter zu gross genommen wird.

An gut ausgebildeten Ringen lässt sich noch der Versuch des Zerschneidens derselben mit dem Finger oder einem Lineal vornehmen. Bekanntlich sieht man dann an der getrennten Stelle die beiden Enden unter Wirbelbewegung einander sich nähern, bis der Ring wieder vollständig geschlossen ist.

Bezüglich der Darstellung des Phosphorwasserstoffgases mag noch bemerkt werden, dass man, um Entzündungen im Entwicklungskolben vorzubeugen, am einfachsten die Luft aus demselben durch Leuchtgas verdrängt. Der Kolben wird mit einem doppelt durchbohrten Kautschukstopfen versehen, welcher ausser der Gasableitungsröhre noch eine knieförmig gebogene Glasröhre trägt, deren einer Schenkel bis zu der Kalilauge herabreicht, während der horizontale äussere, den man an einer Stelle etwas ausgezogen hat, mit der Leuchtgasleitung verbunden wird. Nach Verdrängung der Luft schmilzt man die Glasröhre an der verengten Stelle ab und beginnt dann erst mit dem Erwärmen des Kolbeninhaltes.

Vorlesungsapparate für die Mechanik.

Von

Professor A. Oberbeck in Greifswald.

(Aus den Mitteilungen des naturwissenschaftlichen Vereins für Neuvorpommern und Rügen, 19. Jahrg. 1887.)

1. Das Kreuzpendel.

Ein Apparat zur Demonstration der Gesetze des physischen Pendels.

Die Formel für die Schwingungsdauer des einfachen (mathematischen) Pendels:

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

lässt sich leicht mit Hilfe einer kleinen, an einem langen Faden hängenden Kugel durch Schwingungsversuche mit veränderter Fadenlänge nachweisen.

Viel complicierter und daher dem Verständnis des Anfängers schwerer zugänglich ist der Ausdruck für die Schwingungsdauer des physischen Pendels:

$$T = \pi \sqrt{\frac{\sum m r^2}{G \cdot M \cdot e}}$$

wo unter e die Entfernung des Schwerpunkts von der Drehungsaxe, unter M die Gesamtmasse zu verstehen ist. Das richtige Verständnis des physischen Pendels ist aber von so fundamentaler Bedeutung für den Unterricht in allen Teilen der Physik, dass man kein Bedenken tragen darf, einige Zeit bei demselben zu verweilen. Abgesehen von seiner Wichtigkeit für die Messung der Constanten G ist dasselbe das Vorbild vieler anderer pendelartiger Apparate. Die Schwingungen eines Magnetstabes, der Bifilarwage, der Torsionswage etc. folgen sämtlich denselben Fundamentalgesetzen.

Ferner sind die Begriffe des Trägheitsmomentes und des statischen Moments oder Drehungsmomentes¹⁾, deren Werte die Schwingungsdauer des physischen Pendels bedingen, so wichtig, dass man gern die Gelegenheit benutzen wird, ihre Bedeutung für Schwingungsbewegungen an diesem Beispiel darzuthun.

Um den Einfluss dieser Grössen auf die Schwingungsdauer einzeln darzustellen, habe ich einen einfachen Apparat construieren lassen, den ich als „Kreuzpendel“ bezeichnen will. Dasselbe besteht, wie die beistehende Figur zeigt, aus einem Messingcylinder xy , in welchen vier Messingdrähte von etwa 20 cm Länge kreuzförmig eingesetzt sind. Auf denselben sind vier gleich grosse Gewichte A, B, C, D von 140 g verschiebbar und durch kleine Schrauben an den Drähten festzuklemmen. Der Cylinder ist an seinen Enden den verstellbaren Schrauben P und Q angepasst²⁾.

Man kann zunächst mit diesem Apparat die verschiedenen Arten des Gleichgewichts zeigen. Bei gleichem Abstand der Gewichte von der Drehungsaxe ist das Gleichgewicht

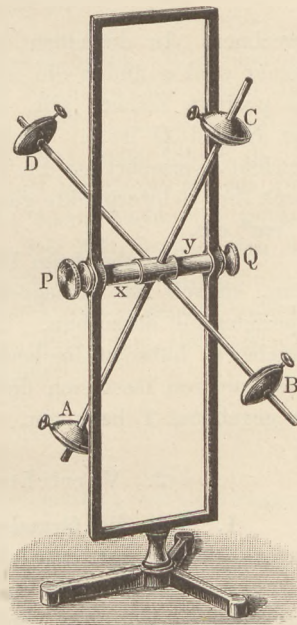


Fig. 1 (1/8 nat. Gr.)

1) Nach meiner Ansicht könnte man die Bezeichnung „statisches Moment“ durch den Ausdruck: „Drehungsmoment“ ersetzen.

2) Ich benutze das Gestell eines Pendelapparats nach Mach (Müller-Pfaundler, Lehrbuch der Physik, 9. Aufl. 1886, p. 191—192), welchem das bewegliche System angepasst worden ist.

indifferent. Ein leichter Anstoss genügt, um das System in gleichmässige langandauernde Rotation zu versetzen.

Eine kleine Senkung des Gewichtes A versetzt das bewegliche System in stabiles Gleichgewicht. Dreht man das Kreuz um 180° , so dass A nach oben kommt, so genügt, bei vorsichtiger Einstellung, die Zapfenreibung, das bewegliche System in labilem Gleichgewicht zu erhalten. Bei mässiger Erschütterung des Tisches, auf welchem der Apparat steht, fällt dasselbe in die stabile Gleichgewichtslage zurück.

Was nun die Anwendung des Apparats als physisches Pendel betrifft, so wird man zunächst nur ein Gewicht (etwa A) an dem Drahtkreuz anbringen. Die Schwingungsdauer ist klein und erreicht bei einer gewissen Entfernung des Gewichtes von der Drehungsaxe ein Minimum. Die Hinzufügung der Gewichte B und D , die immer in gleicher Entfernung von der Axe sich befinden, vergrössert die Schwingungsdauer. Durch Veränderung ihrer Entfernung von der Axe wird das Trägheitsmoment allein verändert, ohne dass das Drehungsmoment eine Veränderung erleidet.

Befestigt man das Gewicht C auf dem oberen Arm in einer Entfernung von der Drehungsaxe, welche kleiner als diejenige von A ist, so wird das Drehungsmoment sehr klein. Versetzt man C an die untere Stange und zwar in dieselbe Entfernung, welche es zuvor hatte, so bleibt das Trägheitsmoment des Systems unverändert, während das Drehungsmoment erheblich grösser geworden ist. Die Versuche lassen noch mannigfaltige Variationen zu, auf welche ich nicht weiter eingehen will.

Selbstverständlich kann man die Schwingungsdauer in allen Fällen, wo die vier Gewichte benutzt werden, aus der Formel:

$$T = \pi \sqrt{\frac{\mathfrak{I} + ma^2 + mc^2 + 2mb^2}{G \cdot m(a \pm c)}}$$

berechnen. In derselben ist m das Gewicht eines der verschiebbaren Messingcylinder. Ferner sind a und c die Abstände der Schwerpunkte von A und C von der Axe, wobei das positive Zeichen gilt, wenn beide an dem unteren Arm sich befinden. Der Abstand von B und D ist b . Endlich bedeutet \mathfrak{I} das Trägheitsmoment des Drahtkreuzes ohne Gewicht, vermehrt um die Trägheitsmomente der vier Gewichte in Bezug auf Axen, welche durch ihre Schwerpunkte gehen. Bei grösseren Abständen a, b, c , ist \mathfrak{I} klein im Vergleich zu ma^2 etc.

Da man aber beim Unterricht nicht immer die obige Formel durch Rechnung ableiten kann, so soll das Kreuzpendel dazu dienen, die wichtigsten Folgerungen aus derselben experimentell darzuthun. Dass sich an diese Versuche, speciell an die letzte Formel, mancherlei hübsche Rechenaufgaben anknüpfen lassen, sei noch zum Schluss bemerkt; unter anderen lässt sich die Formel als quadratische Gleichung in Bezug auf a oder c für ein gegebenes T benutzen.

2. Vorrichtung für das Mitschwingen zweier Pendel.

1. Um die Grundgesetze des Mitschwingens oder der Resonanz aus einfachen Vorlesungsversuchen entwickeln zu können, habe ich die folgende Anordnung getroffen.

An einer rechteckigen eisernen Stange (s. die beistehende Figur), welche von 2 Eisenstäben getragen wird, sind zwei verschiebbare Messinghülsen angebracht, welche Lager für die Schneiden der beiden Pendel tragen. Dieselben bestehen aus Stahlstangen, an denen zwei linsenförmige Messinggewichte festgeschraubt werden können.

Die Gewichte können verstellt und dadurch die Schwingungszeiten der Pendel verändert werden.

Um nun das eine Pendel durch die Schwingungen des anderen ebenfalls in periodische Bewegung zu versetzen, muss zwischen denselben eine mechanische Verbindung hergestellt werden. Man kann hierzu sehr verschiedenartige Mittel benutzen. Es genügt schon, einen halbkreisförmig gebogenen Draht an den beiden Pendelstangen zu befestigen.

Die Biegung desselben wird während der Schwingungen der Pendel grösser und kleiner und bewirkt eine veränderte Spannung zwischen den beiden Punkten. Ebenso kann man Drahtspiralen zwischen denselben anbringen. Noch zweckmässiger ist es, einen Faden an den Pendeln zu befestigen, der, wie die Figur zeigt, durch ein kleines Gewicht gespannt wird. Endlich kann dafür eine leichte Metallkette angehängt werden. Um irgend eine dieser Vorrichtungen bequem anbringen zu können, befinden sich an den Pendelstangen zwei kleine Klemmschrauben, welche auf denselben verschiebbar sind³⁾.

Die Intensität der Wechselwirkung der beiden Pendel kann durch Verschiebung der Schrauben verändert werden, da das hier in Betracht kommende Drehungsmoment von der Länge der Hebelarme abhängt. Ferner kann man dasselbe bei Benutzung des Fadens durch Veränderung des Gewichtes variieren. Die Versuche verlaufen nun so, wie man es nach den Principien des Mitschwingens zu erwarten hat.

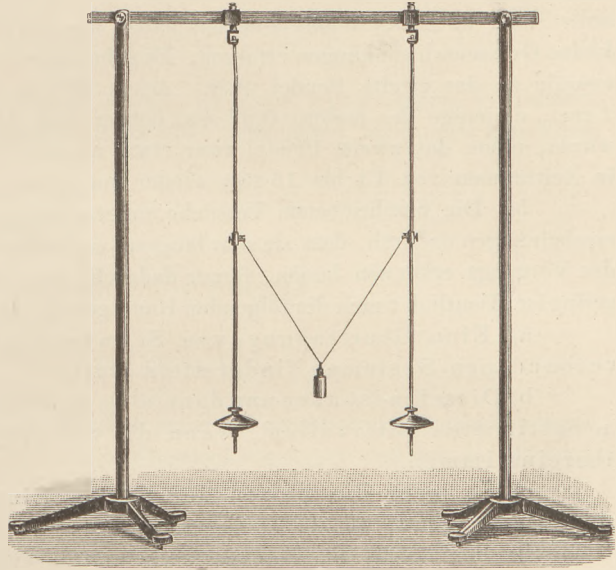


Fig. 2 ($\frac{1}{20}$ nat. Gr.)

2. Beide Pendel mögen zunächst gleiche Schwingungsdauer haben. Wird das eine Pendel in Schwingungen versetzt, während das andere in der Ruhelage bleibt, und dann das System sich selbst überlassen, so gerät das zweite Pendel ebenfalls in Schwingungen, deren Amplituden fortdauernd zunehmen, während dieselben bei dem ersten Pendel kleiner werden. Nach einiger Zeit ist die ganze Schwingungsenergie auf das zweite Pendel übergegangen. Hierauf kehrt sich der Vorgang um u. s. w. Man kann leicht eine grössere Anzahl (jedenfalls über 20) solcher Übertragungen beobachten. Die Zeit, welche von dem Stillstand des einen bis zum Stillstand des anderen Pendels vergeht, will ich als Übertragungsdauer bezeichnen. Dieselbe hängt von der Intensität des Übertragungsmechanismus ab. Als z. B. die Schwingungsdauer der beiden Pendel 1 sec. betrug und ein Faden mit spannendem Gewicht benutzt wurde, betrug die Übertragungszeit:

bei 20 g : 110 sec.
" 40 " : 60 "
" 60 " : 40 "

Es scheint mir nicht unwahrscheinlich, dass man die Beobachtung der Übertragungszeit zur Messung schwacher, elastischer Spannungen wird benutzen können.

3. Bisher waren zwei ganz gleiche Pendel benutzt worden. Die Messinggewichte derselben betragen 800 g. Ein drittes ähnliches Pendel hatte eine dünnere Stahlstange und trug ein Gewicht von 350 g. Lässt man dasselbe isochron mit einem der schweren Pendel zusammenschwingen, so erfolgt die Übertragung in ganz derselben Weise. Die Amplituden des leichteren Pendels sind aber jetzt grösser, wie diejenigen des schweren. Der Vorgang ist analog dem elastischen Stoss zweier Kugeln von ungleicher Masse.

³⁾ Nach der Mitteilung der hier beschriebenen Versuche machte mich Herr Professor W. Holtz auf eine Publikation von Isenkrahe (Carl's Repertorium der Physik 16, 99—118. 1880) aufmerksam. Dieselbe enthält ebenfalls Versuche über das Mitschwingen isochroner Pendel, bei welchen die Übertragung durch die Erschütterungen des Holzgestells erfolgt, an welchem die Pendel hängen. Vgl. auch die Mitteilung von W. Holtz in dieser Ztschr. H. 4, S. 164.

4. Es seien ferner die Schwingungszeiten der beiden Pendel ungleich. Hierzu wurden wieder die beiden schweren Pendel benutzt; das Messinggewicht des einen lag aber höher, als dasjenige des andern.

Wird Pendel I in Schwingungen versetzt, während Pendel II ruht, so gerät zwar letzteres auch in Schwingungen. Die Schwingungsamplituden nehmen aber nach kurzer Zeit wieder ab. Pendel II kommt wieder zur Ruhe. Die Schwingungsbewegung beginnt auf's Neue u. s. w. Währenddessen haben die Schwingungsamplituden von Pendel I nur kleine Grössenschwankungen erfahren. Es geht daher nur ein geringer Teil der Schwingungsenergie an das zweite Pendel über. Als z. B. die Schwingungsdauer des einen Pendels 1 sec., diejenige des andern 0,87 sec. betrug und das erste Pendel in Bewegung gesetzt wurde, nahm das zweite Pendel zwar etwas an den Schwingungen Teil, aber es kam stets in Zeiträumen von 13 bis 16 sec. wieder zur Ruhe.

5. Die beschriebenen Versuche unterscheiden sich von den akustischen Resonanzerscheinungen dadurch, dass sie sehr langsam verlaufen und auf diese Weise alle Einzelheiten des Vorgangs erkennen lassen, ferner dadurch, dass die Dämpfung der Schwingungen sehr gering ist. Deutlich treten die folgenden Hauptgesetze der beschriebenen Erscheinungen hervor:

a) Eine Übertragung von Schwingungsenergie bei zwei mechanisch verbundenen Systemen findet stets statt.

b) Dieselbe ist aber nur dann eine vollständige (Austausch der Energien in bestimmten Intervallen), wenn die Schwingungszeiten der beiden Pendel übereinstimmen.

c) Je mehr die Zeiten der beiden Einzelschwingungen von einander verschieden sind, um so geringer ist die übertragene Energie.

Bei den akustischen Resonanzerscheinungen entziehen sich die Bewegungen in dem letzten Fall meist wegen der starken Dämpfung der Beobachtung. Eine Reihe bemerkenswerter Beispiele und die allgemeinen Gesetze solcher Bewegungen hat E. Warburg in einer Abhandlung „Über tönende Systeme“⁴⁾ gegeben.

Die hier beschriebenen Versuche lassen sich mathematisch verfolgen. Man kann dabei sehr einfache Annahmen zu Grunde legen, sodass man im wesentlichen das folgende Problem zu behandeln hat.

Zwei Punkte A und B seien fähig, Schwingungen um zwei bestimmte Gleichgewichtslagen (A_0 und B_0) in der Richtung ihrer Verbindungslinie auszuführen. Von A_0 und B_0 aus wirken demnach anziehende Kräfte, proportional der Entfernung, auf A und B .

Ferner mögen sich die beiden Punkte A und B anziehen oder abstossen, je nachdem ihre Entfernung grösser oder kleiner als eine gewisse mittlere Entfernung A_0B_0 ist. Diese Kraftwirkung sei der Differenz der Entfernungen $AB - A_0B_0$ proportional. Hiernach sind die Beziehungen der Punkte zu einander ungefähr so gewählt, wie man sie sich zwischen den Molekülen denken kann, um das langsame Fortschreiten einer Schwingungsbewegung durch eine Punktreihe (wie z. B. bei der Wärmeleitung) zu erklären.

Nach den gemachten Annahmen sind die Bewegungsgleichungen für die beiden Punkte:

$$m_1 \frac{d^2 x}{dt^2} = -a_1^2 x + b^2(y - x), \quad m_2 \frac{d^2 y}{dt^2} = -a_2^2 y + b^2(x - y).$$

Setzt man

$$\frac{a_1^2 + b^2}{m_1} = \alpha^2, \quad \frac{a_2^2 + b^2}{m_2} = \beta^2,$$

und

$$\frac{b^2}{m_1} = \alpha^2, \quad \frac{b^2}{m_2} = \lambda^2, \quad \text{also: } \frac{\lambda}{\alpha} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}},$$

so erhält man:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \alpha^2 x - \alpha^2 y = 0, \quad \frac{d^2 y}{dt^2} + \beta^2 y - \lambda^2 x = 0.$$

4) Poggendorfs Annalen 136, 89–102.

Die allgemeinen Lösungen dieser Gleichungen sind:

$$x = A \cos(\sigma_1 t) + B \sin(\sigma_1 t) + C \cos(\sigma_2 t) + D \sin(\sigma_2 t).$$

$$y = \gamma_1 \{A \cos(\sigma_1 t) + B \sin(\sigma_1 t)\} + \gamma_2 \{C \cos(\sigma_2 t) + D \sin(\sigma_2 t)\}.$$

In denselben ist:

$$\sigma^2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\alpha^2 - \beta^2)^2 + 4\kappa^2 \lambda^2}, \quad \gamma = \frac{\alpha^2 - \beta^2 \pm \sqrt{(\alpha^2 - \beta^2)^2 + 4\kappa^2 \lambda^2}}{2\kappa^2}.$$

Der Index 1 bei σ und γ entspricht dem oberen, der Index 2 dem unteren Vorzeichen. Um die allgemeinen Lösungen den angestellten Versuchen anzupassen, kann man annehmen, dass für $t = 0$:

$$x = a, \quad \frac{dx}{dt} = 0; \quad y = 0, \quad \frac{dy}{dt} = 0.$$

Dann ist:

$$x = \frac{a}{\gamma_2 - \gamma_1} \left\{ \gamma_2 \cos(\sigma_1 t) - \gamma_1 \cos(\sigma_2 t) \right\},$$

$$y = \frac{a \gamma_1 \gamma_2}{\gamma_2 - \gamma_1} \left\{ \cos(\sigma_1 t) - \cos(\sigma_2 t) \right\}.$$

Die Bewegungen der beiden Punkte bestehen daher aus zwei Schwingungsbewegungen. Die Schwingungszeiten derselben hängen von den Einzelschwingungen und von der Wirkung des Mechanismus ab.

Von besonderem Interesse sind nun die folgenden beiden, speciellen Fälle:

I. Die Schwingungen der beiden Punkte ohne gegenseitige Beeinflussung mögen gleiche Zeitdauer haben. Ferner sei diejenige Kraft, welche von der ursprünglichen Gleichgewichtslage ausgeht, erheblich grösser als die von der Wechselwirkung der Punkte herrührende Kraft. Es sei also:

$$\alpha = \beta, \text{ ferner } \alpha \text{ gross im Vergleich zu } \kappa \text{ und } \lambda.$$

Dann ist:

$$\gamma_1 = \frac{\lambda}{\kappa}, \quad \gamma_2 = -\frac{\lambda}{\kappa},$$

und angenähert:

$$\sigma_1 = \alpha - \frac{\kappa \lambda}{2\alpha}, \quad \sigma_2 = \alpha + \frac{\kappa \lambda}{2\alpha}.$$

Also:

$$x = \frac{a}{2} \left\{ \cos(\sigma_1 t) + \cos(\sigma_2 t) \right\}, \quad y = \frac{a}{2} \frac{\lambda}{\kappa} \left\{ \cos(\sigma_1 t) - \cos(\sigma_2 t) \right\}.$$

Die Schwingungen der beiden Punkte setzen sich also aus zwei Einzelschwingungen zusammen, deren Dauer bei der einen grösser, bei der andern kleiner ist, als die den nicht mit einander verbundenen Punkten zukommende Schwingungszeit. Man kann auch schreiben:

$$x = a \cos\left(\frac{\kappa \lambda}{2\alpha} t\right) \cos(\alpha t), \quad y = a \frac{\lambda}{\kappa} \sin\left(\frac{\kappa \lambda}{2\alpha} t\right) \sin(\alpha t).$$

Setzt man noch:

$$\alpha = \frac{\pi}{T}, \quad \frac{\kappa \lambda}{\alpha} = \frac{\pi}{\vartheta},$$

so ist ϑ die zuvor als Übertragungsdauer bezeichnete Zeit. Fasst man als Amplituden der Einzelschwingungen der beiden Pendel die Ausdrücke

$$a \cos \frac{\pi t}{2\vartheta} \quad \text{und} \quad a \frac{\lambda}{\kappa} \sin \frac{\pi t}{2\vartheta}$$

auf, so sieht man, dass dieselben in Intervallen von ϑ ihre grössten und kleinsten Werte annehmen. Bei dieser Auffassung des Vorgangs kann man sagen: die Punkte vollführen

dennach ihre Schwingungen in der ihnen eigentümlichen Schwingungszeit T , die durchschnittliche lebendige Kraft ihrer Bewegungen verändert sich wie die Ausdrücke

$$\sin^2 \frac{\pi t}{2\vartheta} \quad \text{und} \quad \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 \cos^2 \frac{\pi t}{2\vartheta}.$$

Wie oben bemerkt ist $(\lambda/\alpha) = \sqrt{m_1/m_2}$. Die Amplituden des leichteren Pendels sind demnach grösser als diejenigen des schwereren und verhalten sich wie die Quadratwurzeln der Massen. Sind die beiden Massen gleich, so ist $\lambda = \alpha$.

II. Die Eigenschwingungen der beiden Massenpunkte seien so sehr von einander verschieden, dass $(\alpha^2 - \beta^2)^2$ gross ist im Vergleich zu $4\alpha^2\lambda^2$.

Dann ist in erster Annäherung:

$$\sigma_1 = \beta, \quad \sigma_2 = \alpha.$$

Die Schwingungsbewegung des zum Mitschwingen erregten Punktes ist:

$$y = \frac{a\lambda^2}{\alpha^2 - \beta^2} \left\{ \cos \beta t - \cos \alpha t \right\}.$$

Dieselbe besteht also aus zwei übereinander gelagerten Bewegungen mit den Schwingungszeiten der beiden Einzelschwingungen. Die Amplitude derselben bleibt aber stets erheblich kleiner als die erste Amplitude a des erregenden Punktes. Ferner stören sich dieselben gegenseitig, so dass der erregte Punkt in kurzen Intervallen immer wieder zur Ruhe kommt.

Hiernach werden die beobachteten Erscheinungen in ihren Hauptzügen durch die mitgeteilte Rechnung wiedergegeben.

3. Eine Bifilarsuspension für Vorlesungszwecke.

Während früher die Bifilarsuspension fast nur bei dem Gauss'schen Bifilmagnetometer Anwendung fand, hat F. Kohlrausch⁵⁾ dieselbe neuerdings mit Erfolg zu „absoluten Messungen, insbesondere zur Bestimmung der erdmagnetischen Horizontalintensität“ benutzt.

Hiernach dürfte wohl die Besprechung der Bifilarsuspension in der Vorlesung über Experimental-Physik notwendig, im Schulunterricht jedenfalls recht wünschenswert sein. Dieselbe liefert ausserdem ein gutes Beispiel eines pendelartigen Apparats, bei welchem die Begriffe des Drehungsmomentes und des Trägheitsmomentes und die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von denselben erörtert werden können.

Für Vorlesungszwecke recht geeignet scheint mir die folgende Form der Bifilarsuspension. An dem in No. 2 beschriebenen Stativ sind zwei Messinghülsen angebracht, welche gegen einander verschoben und durch Schrauben festgeklemmt werden können. An zwei Ösen können die Fäden oder Drähte befestigt werden, an denen das bewegliche System hängt.

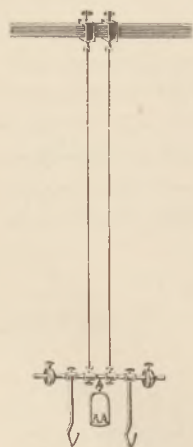


Fig. 3 ($1/20$ nat. Gr.)

Dasselbe besteht zunächst aus einem etwa 30 cm langen, zylindrischen Messingstab, auf welchem zwei kleine Hülsen zur Aufnahme der Fäden angebracht sind. Auch diese sind verschiebbar, so dass man die Abhängigkeit des Drehungsmomentes von dem oberen und unteren Fadenabstand demonstrieren kann. Die Stange kann mit den in No. 2 beschriebenen Messinggewichten versehen werden, durch deren Verschiebung das Trägheitsmoment verändert wird. An einem Haken in der Mitte der Stange kann eine Schale zur Aufnahme von Gewichten angehängt werden. Die Veränderungen der

⁵⁾ Wiedemanns Annalen 17, p. 737–772. Man findet dort historische Notizen über die Bifilarsuspension und eine ausführliche Theorie derselben.

Schwingungsdauer des beweglichen Systems zeigen dann den Einfluss der beschriebenen Veränderungen an dem Apparat auf das Drehungsmoment, wobei die Formeln:

$$T = \pi \sqrt{\frac{\mathfrak{P}}{D}}, \quad D = \frac{P \cdot e_1 e_2}{4h}$$

in Betracht kommen. Hierin ist D das Drehungsmoment, P das Gewicht des Systems, e_1 und e_2 die oberen und unteren Fadenabstände, h die Länge derselben.

Schliesslich können an der Stange zwei Messingstäbe mit ungebogenen Enden angebracht werden, in welche man Magnetstäbe oder durch Reibung elektrisch gemachte Stäbe legen kann, um die anziehenden oder abstossenden Wirkungen angenäherter Körper auf dieselben zu zeigen⁶⁾.

Physikalische Aufgaben.

1. An einem kleinen Ringe sind drei in einer vertikalen Ebene verlaufende Fäden befestigt. Von diesen ist einer durch ein Gewicht a gespannt, die beiden andern sind über je eine Rolle geführt und jenseits derselben mit den Gewichten b und c belastet. Wenn die Lage und der Radius der um feste Axen drehbaren Rollen gegeben ist, die Gleichgewichts-Lage des Ringes zu construieren (Apparat für das Kräfteparallelogramm).

Auflösung: Man construiere in der Ebene der Fäden aus den Seiten a , b , c ein Dreieck, sodass die Seite a vertikal sei, und ziehe an den obern Umfang der beiden Rollen Tangenten, welche den Seiten b und c parallel sind. Der Schnittpunkt derselben ist der gesuchte Punkt.

2. An einem horizontalen Balken ist mittelst einiger äquidistanter Messingspiralen ein horizontal schwebender Messingstab symmetrisch aufgehängt. Die Anzahl der Spiralen sei ungerade ($= 2n + 1$), ihre Elasticität sei derartig, dass jede einzelne, mit 1 g belastet, sich um 1 cm verlängere. Wie ändert sich die Lage des Stabes, wenn man an demselben eine Masse von M Gramm, die erheblich kleiner sei als seine eigne Masse, in dem Endpunkt einer beliebigen Spirale, etwa der m ten von der Mitte aus, befestigt?

Auflösung: Die mittelste Spirale dehne sich um x cm aus, die nächste auf der Seite der Last um $x + y$, also auf der anderen um $x - y$, endlich die äussersten um $x + ny$ und $y - ny$. Dann ist die Summe aller Verlängerungen $(2n + 1)x$, dies ist auch der Gesamtzug, also

$$(2n + 1)x = M.$$

Betrachtet man die Mitte des Stabes als Drehpunkt eines Hebels, so ist die Bedingung für das Gleichgewicht desselben:

$$n(x + ny) + \dots + 2(x + 2y) + 1(x + y) - 1(x - y) - 2(x - 2y) - \dots - n(x - ny) = m M,$$

$$2y(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) = m M,$$

$$y = \frac{3m}{n(n + 1)(2n + 1)} M.$$

3. Die Abweichung frei fallender Körper von der Vertikalen für einen Ort am Äquator zu bestimmen.

Auflösung: Die Winkelgeschwindigkeit der Erde sei \mathfrak{P} ($= 2\pi/86164$). Ein Stein falle von einem Turm von der Höhe h herab, dessen Spitze bei Beginn des Falles den absoluten Ort A , bei Beendigung desselben den Ort A' haben möge, während B und B' entsprechend den Ort seines Fusspunkts bezeichnen.

Bleibe die Richtung der Schwerkraft in bezug auf den absoluten Raum beständig ihrer anfänglichen Richtung AB parallel, so befände sich der Stein immer auf einer von der augenblicklichen Spitze des Turms zu AB gezogenen Parallelen, also schliesslich da,

⁶⁾ Vergleiche Weinhold, Physikalische Demonstrationen 1881, p. 492.

wo die von A' gezogene Parallele den Ort des Äquators schneidet. Ist dieser Punkt C , so ist die östliche Abweichung $B'C$, sie erscheint von A' aus unter dem Winkel $\vartheta \cdot t$, ihr Betrag wäre also $= \vartheta \cdot t \cdot h$, er könnte dem Unterschiede der Geschwindigkeiten zugeschrieben werden, welche die Spitze und der Fuss des Turmes infolge der Erdrotation besitzen.

Hätte dagegen die Schwerkraft während des Falles beständig schon diejenige Richtung, $A'B'$, die ihr thatsächlich erst zuletzt zukommt, so befände sich der Stein immer auf einer von der jedesmaligen Spitze des Turmes zu $A'B'$ gezogenen Parallelen, fiel also in B' ohne Abweichung nieder.

Der wahre Wert muss zwischen diesen beiden Grenzen liegen. Man kann die allmähliche Änderung in der Richtung der Schwerkraft so darstellen, dass man zu ihrem ursprünglichen Werte eine senkrechte, in der Äquatorebene liegende Componente hinzufügt, die zu der beliebigen Zeit t die Beschleunigung $\vartheta t \cdot g$ nach Westen erteilen müsste. Es ist leicht zu zeigen, dass eine solche in t Secunden die Geschwindigkeit $\frac{1}{2} \vartheta g t^2$ erzeugt und eine Verschiebung um die Strecke $\frac{1}{6} \vartheta g t^3 = \frac{1}{3} \vartheta t h$ bewirkt.

Hiernach ist die aus der ersten Betrachtung gefolgerte östliche Abweichung $\vartheta t h$ um $\frac{1}{3}$ ihres Wertes zu verringern, die wahre Abweichung also $= \frac{2}{3} \vartheta t h$. Diesen Ausdruck hat zuerst Gauss, veranlasst durch Benzenberg's Versuche, aus den Gleichungen der Mechanik abgeleitet.

M. Koppe.

4. Zwei Metallstreifen, die bei der Temperatur 0° gleiche Länge l , geringe Dicke d , Breite b haben, sind längs der Fläche lb zu einem Streifen fest verbunden. Wegen der Verschiedenheit ihrer Ausdehnungskoeffizienten $\alpha \alpha'$ krümmt sich bei der Erwärmung auf t° der aus ihnen gebildete Doppelstreifen. Die in der gemeinschaftlichen Grenzebene beider Streifen gelegene Längsachse des Doppelstreifens kann dann als ein Kreisbogen betrachtet werden, dessen Radius R , dessen Centriwinkel γ sei, und die Längsachsen der Einzelstreifen gestalten sich zu concentrischen Bögen mit den Radien $R \pm \frac{1}{2} d$. Wie gross sind R , γ , sowie die Pfeilhöhe des Bogens?

Auflösung: Man hat zur Bestimmung von R und γ die Gleichungen

$$l(1 + \alpha t) = \frac{2\pi\gamma}{360} \cdot \left(R + \frac{d}{2}\right), \quad l(1 + \alpha' t) = \frac{2\pi\gamma}{360} \cdot \left(R - \frac{d}{2}\right).$$

G. Helm, Dresden.

[Bei dieser Auflösung, die für den Standpunkt von Sekunda berechnet ist, sind absichtlich die elastischen Kräfte ausser Acht gelassen, welche bei der Erwärmung des Streifens in Wirkung treten. Wie bei Berücksichtigung dieser Kräfte die Aufgabe zu behandeln ist, wird in dem Zusatz zur folgenden Aufgabe gezeigt, welcher der Vollständigkeit wegen Aufnahme findet, obwohl die Lösung in der dort gegebenen Form über die Grenzen des Schulunterrichts hinausgeht.]

5. Drei Metallstreifen von gleichen Dimensionen seien zu einem Stabe von dreifacher Dicke fest vereinigt. Welche Veränderungen erleidet dieser durch Erwärmung, wenn die äusseren Streifen aus Zink bestehen, der mittlere aus Eisen?

Auflösung: Die drei Streifen mögen bei 0° genau gleiche natürliche Länge ($= 1$) haben, der Ausdehnungskoeffizient der äusseren sei $= a$, des inneren $= \alpha$. Das eine Ende des Stabes sei in einen Schraubstock fest eingespannt. Bestände zwischen den drei Streifen noch kein fester Zusammenhang, so würden bei Erwärmung auf 1° C. die Metallteile an den Berührungsflächen über einander hingleiten, die freien Endflächen würden um a , resp. α vordringen, also nicht mehr in einer Ebene liegen. Die feste Verbindung bewirkt einen Ausgleich, so dass sich alle drei Streifen um dieselbe Strecke u verlängern. Hierdurch erscheinen die äusseren Längsfasern gegen ihren natürlichen Zustand um die Strecke $(a - u)$ verkürzt, die inneren um $(u - \alpha)$ verlängert; sind e und ϵ die Elasticitätsmoduln, so suchen sich jene für die Einheit des Querschnitts mit der Kraft $e(a - u)$ auszudehnen, diese mit der Kraft $\epsilon(u - \alpha)$ zusammenzuziehen. Durch einen beliebigen Querschnitt zerfällt der

Stab in zwei Teile, von denen der eine durch äussere Kräfte festgehalten wird, während der andere nur der Einwirkung der an der Trennungsfläche wirksamen Molecularkräfte unterliegt. Die letztern bestehen in den eben abgeleiteten Zug- und Druckkräften. Soll nun der Zustand des Stabes ein dauernder sein, so müssen dieselben im Gleichgewicht stehen, also ist

$$2e(u - u) = \varepsilon(u - \alpha), \quad u = (2ea + \varepsilon\alpha)/(2e + \varepsilon).$$

Für $a = 29 \cdot 10^{-6}$, $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$, $e = 8700$, $\varepsilon = 19000$ wird $u = 20 \cdot 10^{-6}$.

Zusatz: Ein gerader Metallstab, der nur aus zwei Streifen von Zink und Eisen zusammengesetzt ist, krümmt sich bei der Erwärmung. Diese etwas weniger einfache Erscheinung lässt sich auf denselben Grundlagen wie die eben gelöste Aufgabe mathematisch behandeln.

Denkt man sich die beiden Streifen vorläufig nur an dem einen Ende durch Einspannen in einen Schraubstock fest verbunden, so werden sie sich bei Erhöhung der Temperatur frei ausdehnen, wobei ihre sich berührenden Flächen über einander hingleiten. Werden nun beide Streifen nach der Seite des Eisens durch eine äussere Kraft gleichförmig gekrümmt, so dehnen sich an jedem die äusseren Fasern und verkürzen sich die inneren, es lässt sich daher ein Zustand erreichen, bei welchem die sich berührenden Streifen an der Berührungsfläche gleich lange Fasern aufweisen. Stellt man jetzt den festen Zusammenhang beider Streifen in dem freien Endpunkt und in den Zwischenpunkten wieder her, so hat man diejenige Gestalt des Doppelstreifens, welche bisweilen als Lösung der Aufgabe betrachtet wird (vgl. Budde, Aufgabensammlung, No. 459). Diese Gestalt ist aber nicht die definitive. Beide Streifen haben jetzt, sich selbst überlassen, das Bestreben, sich der erzwungenen Krümmung zu entledigen, sie werden sich zurückbiegen, bis die dadurch bedingte Veränderung der elastischen Kräfte das Gleichgewicht herstellt. Sind a und α die Ausdehnungs-Coefficienten, b und β die Dicken des Zink- und des Eisen-Streifens, bilden endlich zwei im Abstände 1 von einander gedachte Querschnitte nach der Erwärmung den Winkel φ , so führt die unvollkommene Theorie auf die Gleichsetzung von $1 + a - \frac{1}{2}b\varphi$ und $1 + \alpha + \frac{1}{2}\beta\varphi$, woraus

$$\varphi = 2 \frac{a - \alpha}{b + \beta}.$$

Die wahre Gestalt des erwärmten Doppelstreifens lässt sich nur unter Hinzuziehung der Elasticitäts-Moduli (e und ε) bestimmen. Wir zerlegen den geradlinigen Doppelstreifen in sehr viele parallele Längsfasern und nehmen an, dass diese bei der Erwärmung in Kreisbogen übergehen und dass die ursprünglich gelegten Querschnitte dauernd zur Richtung der Fasern senkrecht bleiben. Der betrachtete Teil des Doppelstreifens habe die Länge 1. Steigt die Temperatur um 1° , so mögen die Grenzfasern — an der Berührungsfläche von Zink und Eisen — die Länge $1 + u$ annehmen und sich so krümmen, dass die beiden äussersten Querschnitte den Winkel φ bilden. Eine im Abstände z von der Grenzfläche befindliche Faser des äusseren Streifens (Zink) müsste jetzt die Länge $1 + a$ haben, wenn sie frei wäre, hier ist aber ihre Länge thatsächlich gleich derjenigen der Grenzfasern vermehrt um $z \cdot \varphi$ — wegen des um z grösseren Krümmungsradius — d. h. sie ist $1 + u + z\varphi$, also gegen ihren natürlichen Zustand um $(u + z\varphi - a)$ zu lang, sie sucht sich deshalb für jede Einheit ihres Querschnitts mit der Kraft $e(u + z\varphi - a)$ wieder zusammenzuziehen.

Teilt man den gekrümmten Doppelstreifen durch einen beliebigen Querschnitt in zwei Teile, von denen der eine durch äussere Kräfte festgehalten wird, so wirken auf den zweiten die molecularen Zug- und Druckkräfte der einzelnen Fasern. Da er trotzdem sich weder verschiebt noch dreht, so gelten die Gleichgewichtsbedingungen:

$$e \int_0^b (u - a + \varphi z) dz + \varepsilon \int_{-\beta}^0 (u - \alpha + \varphi z) dz = 0,$$

$$e \int_0^b (u - a + \varphi z) z dz + \varepsilon \int_{-\beta}^0 (u - \alpha + \varphi z) z dz = 0.$$

In der zweiten ist als Axe der möglichen Drehung die Gerade angesehen, in welcher der angenommene Querschnitt von der Grenzfläche geschnitten wird. Durch Ausführung der Summationen folgt:

$$(eb + \varepsilon\beta)u + \frac{1}{2}(eb^2 - \varepsilon\beta^2)\varphi = eab + \varepsilon\alpha\beta,$$

$$\frac{1}{2}(eb^2 - \varepsilon\beta^2)u + \frac{1}{3}(eb^3 + \varepsilon\beta^3)\varphi = \frac{1}{2}(eab^2 - \varepsilon\alpha\beta^2),$$

woraus

$$((eb^2 - \varepsilon\beta^2)^2 + 4eb\varepsilon\beta(b + \beta)^2) \cdot \varphi = 6eb\varepsilon\beta(a - \alpha)(b + \beta).$$

Die Krümmung für einen Doppelstreifen von gegebener Dicke $(b + \beta)$ wird am stärksten, wenn $eb^2 - \varepsilon\beta^2 = 0$ ist, dann werden die obigen Gleichungen sehr einfach und ergeben

$$\varphi = \frac{3}{2} \frac{a - \alpha}{b + \beta}, \quad u = \frac{a\beta + \alpha b}{b + \beta}.$$

Hierdurch wird bestätigt, dass sich φ nach der unvollkommenen Theorie zu gross ergibt.

M. Koppe.

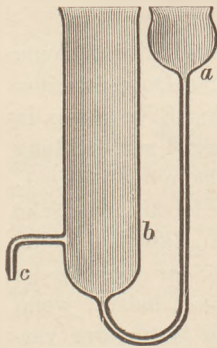
Kleine Mitteilungen.

Diffusion einer Salzlösung.

Von Professor Dr. A. Weinhold in Chemnitz.

Die Diffusion einer Salzlösung gegen Wasser lässt sich recht gut und in verhältnismässig sehr kurzer Zeit sichtbar machen bei Anwendung von Kaliumchromat (gelbem, einfach chromsaurem Kalium) und unter Benutzung eines von Uppenborn zur Herstellung einer scharfen Trennungsfäche der verschiedenen Flüssigkeiten bei einem Normalelement angewandten Verfahrens.

Die Figur zeigt den hierzu dienenden Apparat. Ein cylindrisches Glasgefäss communiciert durch ein starkwandiges, aber nur 1 mm weites Rohr mit einem Trichter und ist an seinem unteren Teile mit einem gleich engen, starkwandigen Abflussrohr *c* versehen.



Man steckt an *c* ein kurzes Stückchen Kautschuckschlauch, verschliesst dieses durch einen Quetschhahn, füllt das in einem Halter befestigte Gefäss bis *a* mit Wasser, so dass letzteres in dem engen Rohre bis oben an den Trichter steigt und giesst nun durch den Trichter soviel einer (nahezu gesättigten) Lösung von 3 Gewichtsteilen Kaliumchromat in 5 Gewichtsteilen Wasser zu, dass die durch das enge Rohr langsam nach dem weiteren Gefässe fließende Lösung in diesem bis *b* steigt, also wenig höher als die Ansatzstelle von *c*. (Dabei hat man darauf zu achten, dass das Zugießen der Lösung ohne Unterbrechung geschieht; hört man zu früh mit dem Zugießen auf, so sinkt die schwere Lösung in dem engen Rohre bis unter das untere Ende des Trichters und wenn man dann von neuem zugießt, so wird im engen Rohre eine Luftblase abgesperrt und

nach dem weiteren Gefässe geführt, in welchem aufsteigend sie eine Vermischung des Wassers und der Chromatlösung bewirkt. Durch Einschalten eines Glashahnes in das enge Rohr könnte man ein Absperrn dieses Rohres behufs Verhinderung des Sinkens des Flüssigkeitsspiegels in diesem Rohre ermöglichen; man könnte auch *c* mit einem Glashahn, anstatt des Quetschhahns versehen; durch diese Hähne würde aber der Apparat unnötigerweise teurer und zerbrechlicher werden.)

Die langsam von unten zutretende, gelbe Lösung mischt sich nur wenig mit dem leichteren Wasser; lässt man, nachdem die Lösung bis *b* gestiegen ist, aus *c* so lange Flüssigkeit ausfließen, bis das Abfließende farblos ist, so erhält man eine vollkommen scharfe Trennungsfäche zwischen Wasser und Chromatlösung. Wird jetzt die Vorrichtung sich selbst überlassen, so macht sich die Diffusion sehr bald bemerklich; die scharfe Trennungsfäche geht innerhalb weniger Minuten in eine fast undurchsichtige Zone von

merklicher Breite über, welche natürlich aus einer stetigen Folge verschieden concentrirter Lösungsschichten besteht¹⁾; die Breite der Mischzone nimmt mit der Zeit immer mehr zu, und nach etwa einer Stunde kann man in der heller gewordenen Zone die Verschiedenheit der Concentration an der von unten nach oben abnehmenden Sättigung der Färbung erkennen; die Färbung erstreckt sich dann schon bis zu beträchtlicher Höhe über *c*.

Batterieladung mittels der Influenzmaschine.

Von Professor Dr. A. Weinhold in Chemnitz.

Influenzmaschinen, welche nur durch Spitzenwirkung, nicht durch Berührung wirken, also Influenzmaschinen, welche nicht selbsterregend sind, wirken verhältnismässig schwach oder geraten wol gar ausser Wirkung, solange ihre Conductoren nur eine minimale Spannungsdifferenz besitzen²⁾. Da bei der Ladung grosser Batterien der Spannungsunterschied nur sehr langsam wächst, wenn die Conductoren der Maschine mit den Belegungen der Batterie durch gute Leiter verbunden sind, bezw. wenn der eine Conductor mit der inneren Batteriebelegung, der andere mit der Erde in gutleitender Verbindung steht, so empfiehlt es sich, um jederzeit eine gute Wirkung der Influenzmaschine zu erhalten, zwischen den einen Conductor und die Erde oder die äussere Batteriebelegung eine kleine Funkenstrecke einzuschalten, so dass die Spannung auf dem Conductor rasch eine gewisse, mässige Grösse erreicht. Dazu kann man sich zweckmässig der in der Figur in halber Grösse dargestellten Vorrichtung bedienen. Zwei starke Messingdrähte sind je an einem Ende zu Haken gebogen, welche zum Anhängen der Vorrichtung an den Influenzmaschinenconductor und zum Anhängen einer Leitungsschnur an die Vorrichtung dienen; die geraden Enden der Drähte sind zugespitzt und so in einen durchbohrten Horngummicylinder eingeschraubt, dass sie etwa 12 mm von einander abstehen. Das Laden der Batterie vollzieht sich bei Anwendung dieser Vorrichtung ganz sicher und ohne dass der Übergang der Elektrizität zwischen den Spitzen irgendwie stört, weil er für Auge und Ohr unbemerkt bleibt.



Erklärung des Fundamentalversuchs der Induktion.

Von Prof. Dr. G. Krebs in Frankfurt a. M.

In den Lehrbüchern der Physik findet man keine Erklärung des Fundamentalversuchs der Induktion; es wird lediglich als Thatsache hingestellt, dass beim Annähern eines stromlosen Leiters an einen stromdurchflossenen ein entgegengesetzt- und beim Entfernen ein gleichgerichteter Induktionsstrom entsteht. In den grösseren Lehrbüchern werden

¹⁾ Das undurchsichtige, fast schwarze Aussehen der Mischzone hat seinen Grund darin, dass in einem Mittel mit nach oben stetig und rasch abnehmendem Brechungsindex Lichtstrahlen, welche stark von der Vertikalen abweichen, eine beträchtliche Krümmung erfahren, so dass ein horizontaler Durchtritt der Strahlen durch eine solche Schicht unmöglich wird.

²⁾ Verfasser kann sich mit dem Vorschlag von Poske (diese Zeitschr., Heft 3, S. 90 u. ff.), den Dechant (Wiener Zeitschr. f. d. Realschulwesen, 1888, S. 240) unterstützt — das Wort Spannung nicht für Potential zu gebrauchen —, bei aller Anerkennung der theoretischen Richtigkeit der angeführten Gründe um deswillen nicht befreunden, weil die elektrotechnische Praxis die Worte Spannung und Spannungsdifferenz so vielfach im Sinne von Potential und Potentialdifferenz gebraucht, dass es völlig aussichtslos erscheint, dagegen noch anzukämpfen; es sei nur an die Ausdrücke „Polspannung oder Klemmenspannung, Lampenspannung, Gleichspannungsmaschine, Spannungsmesser, Spannungsverlust“ u. s. w. erinnert, sowie daran, dass auch Frölich in seinem sehr verbreiteten Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus (2. Aufl., S. 8; vergl. auch die Vorrede zur ersten Auflage) Spannung für Potential gebraucht. Der als Spannung im eigentlichen Sinne zu bezeichnende Begriff ($2\pi \times$ Quadrat der Dichte) wäre dann freilich mit einem anderen Namen zu versehen — im elementaren Unterricht, wie in der elektrotechnischen Praxis kann dieser Begriff aber völlig entbehrt werden, weil die Begriffe Dichte und Potential für alle Fälle ausreichen.

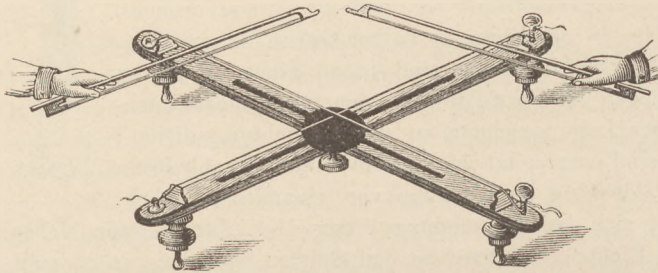
allerdings weiterhin allgemeinere Induktionsgesetze (z. B. das von Lenz) angeführt, aus denen sich der Grundversuch erklären liesse. Doch kann auch ohne dies selbst kleineren Schülern die Erklärung in einfacher, leichtverständlicher Weise gegeben werden:

Der Induktionsstrom, welcher beim Annähern eines stromlosen Leiters an einen stromdurchflossenen sich bildet, kann nur auf Kosten der Bewegung entstehen; es muss also die Bewegung gehemmt werden, und dies kann nur geschehen, wenn der sich bildende Induktionsstrom den Hauptstrom abstösst, ihm also entgegengesetzt gerichtet ist. — Beim Entfernen der Leiter von einander muss ein gleichgerichteter Induktionstrom sich bilden; indem dieser und der Hauptstrom einander anziehen, wird wiederum die Bewegung gehemmt. Bei der Erzeugung eines Induktionsstromes durch Schliessen und Öffnen des Hauptstroms wird dieser (auf dessen Kosten der Induktionsstrom entsteht) gehemmt resp. geschwächt¹⁾.

Ein Versuch über die Schwingungsform gestrichener Saiten.

Von Professor Dr. E. Mach in Prag.

Auf schwarzem Grunde ist eine weisse Saite ausgespannt und dicht darüber eine zweite, schwarze Saite, welche die erste rechtwinklig kreuzt. Werden beide Saiten zu-



gleich angestrichen, so erhält man als Lissajous'sche Figur bei allen Phasen-Unterschieden ein schwarz auf grau erscheinendes Parallelogramm. Daraus folgt, dass die betreffende Stelle der gestrichenen Saite sich mit constanter Geschwindigkeit hin- und ebenso mit constanter (im allgemeinen

anderer) Geschwindigkeit zurückbewegt. (Wären die Componenten Sinusschwingungen, so müsste die Combinationsfigur eine Ellipse sein; bei plötzlichen Änderungen der Geschwindigkeit geht diese eben in ein Parallelogramm über.) Die Schwingungsform der gestrichenen Saite ist daher eine Curve von zickzackförmiger Gestalt.

¹⁾ Die oben versuchte Deduktion halte ich für unzulässig. Dass der bei Bewegung des sekundären Leiters inducierte Strom nur auf Kosten der Bewegung entstehen kann, und dass die Bewegung gehemmt werden muss, das lässt sich auf die angegebene Weise nicht einsehen; es könnten z. B. wie beim Schliessen und Öffnen, so auch beim Nähern und Entfernen rein innere Veränderungen statthaben. Wenn aber auch der Schluss correct wäre, so würde damit nur die Richtung der Induktionsströme, nicht aber der Vorgang der Induktion selbst erklärt sein. Noch weniger lässt sich einsehen, was durch den letzten Satz der obenstehenden Mitteilung für die Induktion beim Öffnen und Schliessen bewiesen sein soll. Es würde vielmehr sachlich und methodisch richtiger sein, den Induktionsvorgang als eine neue Bestätigung des induktiv zu erweiternden Energieprinzips aufzufassen, da dieses in seiner ursprünglichen Form, geschweige denn in seiner elementaren Einführung, die Erscheinungen der Induktion nicht in sich begreift. Die genannten Vorgänge sind als Thatfachen aufzufassen, die dadurch eine erhöhte Bedeutung gewinnen, dass sie sich mit dem in anderem Bereich bereits als wahr erkannten Energieprinzip in Einklang setzen lassen. Dass die Beziehung auf dieses Prinzip nicht vergessen werden sollte, hat der Herr Verfasser in dankenswerter Weise angeregt.

Auch dass sich aus dem Lenz'schen Gesetz die Induktion erklären liesse, ist nicht zuzugeben; denn ein Gesetz kann nicht zur Erklärung derselben Erscheinungen dienen, aus denen es hergeleitet wurde. Das Vertrauen in die Sicherheit des Naturerkennens beruht auf anderen Grundlagen als auf Schlüssen der hier vorgeschlagenen Art; jenes Vertrauen in den Schülern zu erwecken dürften solche Deduktionen nicht sehr geeignet sein. P.

Berichte.

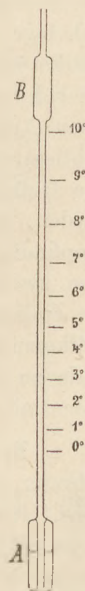
1. Apparate und Versuche.

Eine Modifikation des Foucault'schen Pendels. Den Nachteil der gebräuchlichen Demonstrations-Vorrichtung — dass der Aufhängepunkt ruht — vermeidet ein einfacher Apparat von V. L. ROSENBERG (*J. d. russ. phys.-chem. Ges. XIX, 1, 7—13; 1887*). Eine hölzerne Scheibe von 10 cm Durchmesser ist in horizontaler Lage und stellbarer Höhe auf einem etwa 1 m hohen Fuss befestigt. Auf dieser Scheibe ist ein 15 cm langer drehbarer Arm *A* angebracht, an dessen Ende eine Bleikugel mittels eines Fadens aufgehängt ist. Wird die Kugel in Schwingungen versetzt, deren Ebene dem Arme *A* parallel ist, so bleibt die Schwingungsebene sich selbst parallel, wenn man den Arm *A* im Kreise herum führt.

B. K.

Ein Bodendruck-Apparat. Schon vor längerer Zeit ist von G. Krebs in der *Ztschr. z. Förd. d. physik. Unterr. (I, 45; 1884)* eine sehr praktische Abänderung des Pascal'schen Apparates beschrieben worden, darin bestehend, dass der untere Rand der für die Pascal'schen Gefässe dienenden Fassung durch eine schlaife Blase verschlossen ist, welche auf die an einem Wagbalkenende befindliche Messingplatte drückt; die Wage setzt sich in Bewegung, sobald eine gewisse Druckhöhe in den aufgeschraubten Gefässen überschritten wird. Nach demselben Prinzip ist ein neuerdings von PELLAT in *Journ. de Phys. élém. III, 1, 1887* veröffentlichter Apparat construiert. Er unterscheidet sich von dem Krebs'schen nur dadurch, dass der Verschluss durch eine straffe Kautschuckmembran bewirkt ist, und dass die Deformation dieser Membran mit zunehmendem Druck direkt durch ein Hebelwerk auf einen vertikal stehenden Zeiger übertragen wird.

Ein Luft- und Äther-Thermometer hat SYDNEY YOUNG in dem *Chem. News. 56 No. 1465 (23. Dez. 1887)* beschrieben; seine spezielle Bestimmung ist, die Temperaturänderungen des Wassers zwischen 0 und 10° sichtbar zu machen, während gleichzeitig durch einen mit Quecksilber äquilibrirten Schwimmer, der bei 4° (6°) in die Höhe steigt, das Dichtigkeitsmaximum des Wassers demonstriert wird. Als thermometrische Substanz dient Luft die mit Ätherdämpfen gemischt ist. Der Apparat besteht aus einer Glasröhre von 700 mm Länge und 2,8 mm lichtem Durchmesser; daran ist ein cylindrisches Gefäss *A* (wie die Fig. zeigt) von 130 mm Länge und 17 mm lichtem Durchmesser gefügt, in welchem sich die durch Äther abgesperrte Luft befindet. Im oberen Teil hat die Thermometerröhre eine Erweiterung *B*, die den bei höherer Temperatur austretenden Äther aufnimmt. Aus dem Volum der abgeschlossenen Luft bei 0° und den bekannten Spannungen des Ätherdampfes für jeden Temperaturgrad lässt sich der Stand des Thermometers von Grad zu Grad berechnen; einfacher ist es, die Kalibrierung empirisch auszuführen. Bei den angegebenen Dimensionen betrug die Steigung der Äthersäule von 0° bis 10° = 510 mm. Die Zunahme für 1° war zwischen 0° und 1° = 40 mm, zwischen 0° und 10° = 82 mm. Das Instrument ist vom Luftdruck abhängig, dessen Einfluss bei genauen Messungen eine Correction erfordert, oder durch Verbindung der Röhrenöffnung mit einem Luftraum von constantem Druck abgehalten werden kann. Die Färbung des Äthers geschieht mit Anilinrot, nachdem man dem Äther ein wenig absoluten Alkohol zugefügt hat, um sein Lösungsvermögen zu vergrößern. Die Empfindlichkeit wird durch diesen geringen Zusatz nicht beeinflusst.



Ein Versuch über elektrische Abstossung. Bringt man ein Metallgefäss mit geschmolzenem Siegelack an den Conductor einer Elektrisirmaschine, so löst sich die Masse in zahlreiche feine Fäden auf, welche mit grosser Geschwindigkeit von dem Conductor fortgeschleudert werden, so dass ein Nahestehender völlig von ihnen wie von einem Spinwebennetz eingehüllt werden kann. C. V. Boys hat für diesen Versuch Canada-

balsam besonders geeignet gefunden. Nähert man dem Schälchen eine Flamme, so stürzen sich die Fäden gleichsam auf diese, entladen sich auch wohl und kehren wieder zur Ausgangsstelle zurück. Der Verfasser schlägt vor, dies Verhalten zum Pulverisieren von schwer zu zerkleinernden Substanzen anzuwenden. (Nach *La Nature*, 16, No. 766, 1888.)

Ein Versuch über elektrische Influenz. In den *Badischen Schulbl.* 1888 No. 1 teilt O. STRACK den folgenden „Schüler-Versuch“ mit: Zwei Papierscheibchen von der Grösse eines Pfennigstückes werden durch einen Seidenfaden zu einem elektrischen Pendel aufgehängt. Bringt man, während die Scheibchen der ganzen Fläche nach aufeinander liegen, einen elektrischen Stab langsam in die Nähe, so verschoben sie sich derart aneinander hin, dass das eine dem Stabe sich nähert, das andere sich von ihm entfernt. Nimmt man den Stab wieder weg, so fallen sie zusammen. Die neutrale Elektrizität beider Scheibchen hatte sich derart verteilt, dass das eine die positive, das andere die negative enthielt. Erhalten die Scheiben aber gleiche Elektrizität, so liegen ihre Ebenen bei der Abstossung nahezu parallel zu einander. — Auch die Thatsache, dass die Scheibchen durch eine Drehung dem elektrischen Stabe ihren Rand zuwenden, ist als eine Wirkung der Influenz zu erklären.

Eine Abänderung am Quadranten-Elektrometer. Von G. GUGLIELMO wird in der *Riv. Scient. Industr.* 1887 der beachtenswerte Vorschlag gemacht, statt der getrennten Metallquadranten eine Spiegelglasscheibe mit Stanniol (oder Silberfolie) zu bekleben, dann zwei schmale Streifen der Belegung längs zwei aufeinander senkrechten Durchmesser zu entfernen und die freigelegten Glasstreifen mit Schellack zu überziehen. Man gewinnt dadurch den Vorteil, der schwierigen Einstellung der Quadranten in eine horizontale Ebene überhoben zu sein, während sich die Glasscheibe ohne Mühe mit Hilfe einer Libelle wagerecht stellen lässt; die Kosten des Instruments dürften sich dadurch nicht unerheblich vermindern. Dass andererseits bei ungenauer Einstellung der Quadranten die Beobachtungen mit dem Elektrometer sehr erschwert und sogar wegen inconstanter Ruhelage gradezu unbrauchbar sind, ist bekanntlich selbst bei Elektrometern aus guten Werkstätten nicht ausgeschlossen. Die vorgeschlagene Einrichtung wird sich namentlich bei schwächeren Potentialen verwenden lassen; der Verfasser erhielt von einem Daniell einen Ausschlag von 200 Teilstrichen, so dass sich die Änderungen des Potentials im Schliessungskreise eines Elements mit solcher Vorrichtung gut demonstrieren lassen werden. Die Gefahr, dass ein Teil der Ladung in das Glas eindringt, kann dadurch vermieden werden, dass man die Glasplatte auch auf der Unterseite mit Quadranten belegt; die Empfindlichkeit liesse sich bei dieser Einrichtung leicht verdoppeln, indem man auch noch eine zweite Nadel unterhalb der Quadranten anbringt. Sollte bei stärkeren Ladungen die Isolierung nicht ausreichend scheinen (die übrigens auch bei Hartgummistützen nicht vollkommen ist), so braucht man nur die Quadrantenpaare mit den Polen einer Ladungssäule zu verbinden und die an einem Platindraht aufgehängte Nadel auf das zu messende Potential zu bringen.

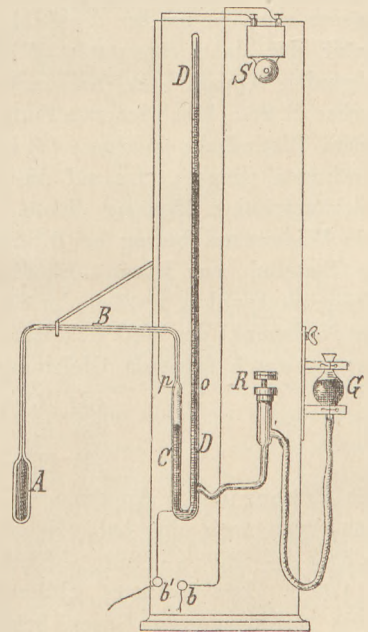
Eine Wheatstone'sche Brücke für Luft- und Wasserfluss. Eine ganz ähnliche Vorrichtung wie die von K. Noack in diesem Heft (S. 236) angegebene hat W. HOLTZ in *Wied. Ann.* 29, 675 (1886) beschrieben. Vier T-förmige Stücke aus Messingrohr sind durch ebensoviele Gummischläuche zu einem ringförmigen in sich geschlossenen Röhrensystem vereinigt. Die Mittelschenkel von zwei gegenüberliegenden Rohrstücken sind für den Zu- und Abfluss bestimmt. Die andern beiden Stücke sind durch eine Gummiröhre verbunden, die als Brückenweig dient; in ihrer Mitte ist ein weiteres Glasrohr eingeschaltet, in welchem an zwei Coconfäden ein Scheibchen aus Papier oder Guttapercha aufgehängt ist. Die Ausschläge dieses Scheibchens zeigen Richtung und Stärke des Brückenstromes an. Auch eine Wheatstone'sche Brücke für Wärmefluss, aus Metallstäben gebildet und mit einer in den Brückenweig eingefügten Thermosäule verbunden, hält W. HOLTZ für vielleicht ausführbar.

Ein Induktionskreisel. Die Entstehung Foucault'scher Ströme in einer rotierenden Scheibe unter dem Einflusse eines Magneten kann durch folgenden einfachen von G. Ch. MANET construierten Apparat in paradoxer Weise vor Augen geführt werden, ohne dass es dazu kostspieliger Einrichtungen bedarf. Eine Scheibe aus Eisenblech wird auf eine Axe gesteckt und mittels eines Fadens in kreisartige schnelle Rotation versetzt. Die Scheibe wird in der Ruhe von einem Hufeisenmagneten angezogen; nähert man dagegen der bewegten Scheibe einen Pol des Magneten, oder auch beide zugleich, so zeigt sich eine Repulsion, infolge deren sich die Scheibe sofort an der den Magneten zugewendeten Seite senkt. Sinkt die Geschwindigkeit der Scheibe unter einen gewissen Wert, so hört die Repulsion auf und es findet einfache Anziehung statt. Hält man den Magneten nicht auf die Fläche, sondern in der Ebene der Scheibe deren Rande gegenüber, so treten die Repulsionserscheinungen nicht auf. Die Repulsion wird bei einer Kupferscheibe noch kräftiger sein, doch entfällt bei dieser die erwähnte Paradoxie. (*La Nature*, 1888, No. 763.)

Ein neues Thermoelement. Ein Übelstand der älteren Thermosäulen ist die Langsamkeit ihrer Angaben und ihrer Rückkehr zum Anfangszustand. Diesen Übelstand vermeidet C. C. HITCHINS, einer Mitteilung im *Amer. J. of Sc.*, **34**, 466 (1887) zufolge, indem er einen sehr dünnen Streifen aus zusammengelötetem Uhrfedermetall und Kupfer verwendet (1 mm breit, 0,03 m dick); dies wird zwischen die Enden zweier Kupferstäbe gespannt, die durch einen Stopfen im Innern eines 10 Zoll langen, $2\frac{1}{2}$ Zoll weiten Ebonitrohres geführt sind. Hinter dem Streifen ist ein kleiner Hohlspiegel angebracht, so dass sich die Lötstelle des Streifens in dessen Brennpunkt befindet. Die Empfindlichkeit war sehr viel grösser als die eines gewöhnlichen Thermoelements von gleicher empfangener Fläche; die Rückkehr auf Null erforderte keine längere Zeit, als die Wiedereinstellung der Galvanometernadel an sich in Anspruch nahm.

2. Forschungen und Ergebnisse.

Ein neues Gasthermometer. Um die Messung der Temperatur bei einem Gasthermometer unabhängig von dem barometrischen Druck zu machen, hat L. CAILLETET (*C. R.*, **106**, 1055; 1888) die Einrichtung getroffen, dass über der zur Messung des Druckes dienenden Quecksilbersäule ein Vakuum sich befindet. Ein cylindrisches Glasgefäss *A* von 25 cm steht durch ein Capillarrohr *B* mit dem kurzen Schenkel *C* eines Manometerrohres in Verbindung, während von dem längeren Schenkel *D* eine Abzweigung nach einem vertikal verstellbaren Quecksilberbehälter *G* führt. Man stellt den letzteren so ein, dass das Quecksilber im kürzeren Manometerschenkel bis zu einem eingeschmolzenen Platindraht *P* steigt, der sich dicht vor dem Eingange des Capillarrohres befindet und bei dessen Contact mit dem Quecksilber eine elektrische Glocke *S* in Wirkung tritt. Dann schliesst man durch einen Schraubenhahn *R* den Quecksilberzufluss zum Manometer ab und liest unmittelbar die Höhe des Quecksilbers im längeren Schenkel des Manometers ab. Der Apparat funktioniert bis auf $\frac{1}{600}$ der zu messenden Temperatur genau; einer Temperaturdifferenz von 1° entspricht ein Höhenunterschied von 2,36 mm. Die Methode des Platinkontakts ist übrigens bereits vor 10 Jahren von CRAFTS (*Ann. de Ch. et Ph.* (5) **14**, 409) zu demselben Zweck benutzt worden. Der Verfasser hat dabei die Erhitzung des Platins beim Contact zu vermeiden gesucht (weil erhitztes Platin sich im Quecksilber auflöst) und in



neuerer Zeit (*C. R.* **106**, No. 17, 1888) ein Telephon zur Controlle des Stromschlusses bei ganz schwachem Strom benutzt. Um ferner die schwierige Temperaturcorrektio zu vermeiden, wurde das ganze Manometer (ausser dem Messgefäss) in Eis gestellt. Der oben erwähnte Abschluss des Quecksilbers wurde von CRAFTS durch einen elektromagnetisch regulierten Hahn bewirkt.

Die Messung niedriger Temperaturen. Unter den Gasen kommt das Wasserstoffgas dem Zustande eines ‚vollkommenen Gases‘ so nahe, dass die Angaben eines Wasserstoffthermometers unter gewöhnlichen Temperatur- und Druckverhältnissen völlig denen einer absoluten Temperaturskala entsprechen. Der Vergleich anderer Thermometer mit den Angaben des Wasserstoffthermometers ist nur für verhältnismässig hohe (absolute) Temperaturen durchgeführt; für niedrige Temperaturen erhebt sich die Schwierigkeit, dass mit der Annäherung an seinen Condensationspunkt das Gas mehr und mehr die Eigenschaft des ‚vollkommenen Gaszustandes‘ verliert. Die Bestimmung, bis zu welchem Punkte die Angaben dieses Thermometers noch als absolut gelten können, ist erst jetzt von L. CAILLETET und E. COLARDEAU ausgeführt worden (*C. R.* **106** No. 22. 28. Mai 1888). Die Autoren gehen davon aus, dass als Funktion der Temperatur nicht blos die Ausdehnung, sondern auch der elektrische Widerstand, der Wärmehalt eines Körpers, das magnetische Moment eines Eisenstabes, der Brechungsindex, das Drehungsvermögen, die thermo-elektrischen Wirkungen u. s. f. in Betracht gezogen werden können. Bezeichnet man für gewisse Temperaturen $T_1 T_2 T_3 \dots$ des Wasserstoffthermometers die Angaben von einer Reihe von Apparaten, die auf die erwähnten Wirkungen gegründet sind, mit $J_1 J_2 J_3 \dots$, so wird man für jeden dieser Apparate eine Curve entwerfen können, die durch eine Gleichung $J = f(T)$ dargestellt werden kann, und die umgekehrt die Auffindung eines Wertes T zu einem beliebigen Wert von J ermöglicht. Diese Rechnung wird aber nur anwendbar sein innerhalb der Grenzen, zwischen denen das Wasserstoffthermometer wirklich die absolute Temperatur angiebt. Wird ausserhalb dieser Grenzen eine Bestimmung von T vorgenommen, so ist es möglich, dass sich bei mehreren der erwähnten Apparate ein übereinstimmendes Resultat ergibt; die Wahrscheinlichkeit, dass die für jeden einzelnen Apparat gezogene Curve dann noch immer die absolute Temperatur bezeichnet, wird um so grösser sein, je grösser die Zahl der verglichenen Apparate und je verschiedenartiger die Natur der dabei benutzten Wirkungen ist. Auf Grund dieses Prinzipes wurden die folgenden Apparate in Anwendung gebracht: (1) Ein Wasserstoffthermometer von der vorher (S. 267) beschriebenen Form (*C. R.* **106**, 155; 1888); (2) ein elektrischer Widerstand, aus einem Platindraht gebildet; (3) und (4) zwei thermo-elektrische Elemente (pences); (5) ein Platinnetz (lingot), das auf die Beobachtungstemperatur gebracht wurde und zu einer calorimetrischen Messung diente. (Der Widerstandsdraht war 0,2 mm dick und 6 m lang, sein Widerstand betrug bei 0° 22,82 Ohm; von den Thermoelementen war das eine, nach Le Chatelier, aus Platin—Rhodiumplatin, das andere aus Eisen—Kupfer gebildet.) Als Temperaturpunkte wurden der Siedepunkt des Wassers, der Schmelzpunkt des Eises und der Siedepunkt des Methylchlorürs benutzt. Die Curven, welche sich ad 2, 3, 4, ergaben, wurden durch folgende Gleichungen wiedergegeben

$$(2) R_t = R_0 + 0,04379 t - 0,0000109 t_2$$

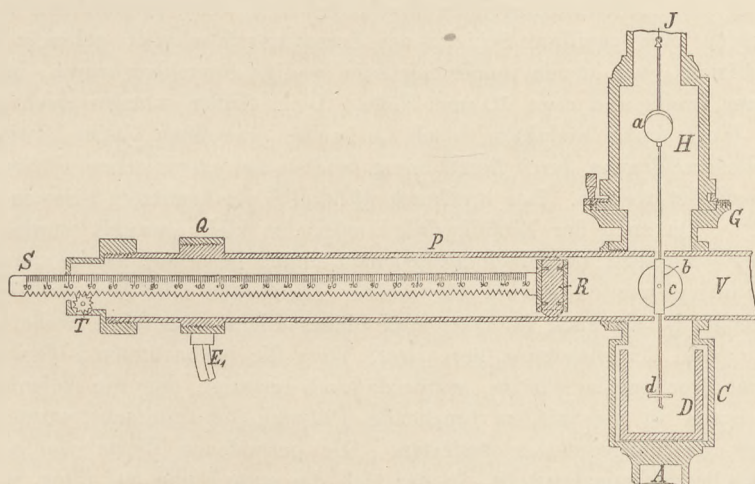
$$(3) E_t = 0,51048 t + 0,001624 t_2$$

$$(4) E_t = 0,7935 t - 0,001335 t_2$$

Die Prüfung der 5 Apparate bei der Verflüssigung des Stickstoffoxyduls und des Aethylens ergab noch eine befriedigende Übereinstimmung; im ersten Fall die Zahlen — 88,8; — 88,7; — 88,9; — 88,9; — 88,9; im zweiten Fall — 102,4; — 102,6; — 102,0; — 102,1; — 102,9. Die Verfasser schliessen daraus, dass bis -100° der Wasserstoff den Zustand eines vollkommenen Gases behält. Es ist interessant, dass ein Alkoholthermometer, dessen Calibrierung auf die beiden Punkte 0 und 30° gestützt war, im siedenden Aethylen nur $-89,5^\circ$ angab, also etwa 13° Abweichung von der absoluten Skala zeigte.

Tonstärke-Messung. Die Methoden, welche sich dazu eignen, die Messung von Schall- und Tonstärken auszuführen sind von dreierlei Art. Erstens kann die direkte Vergleichung zweier Töne oder Schalle durch das Gehör einen Unterschied in der Stärke derselben ergeben, welcher Unterschied auch innerhalb gewisser Grenzen zahlenmässig festgestellt werden kann. Versuche dieser Art sind besonders von K. v. Vierordt mit Benutzung einer Phonometertafel oder eines Schallpendels ausgeführt. Zweitens kann das Mikrophon benutzt werden, da ein solches ausser periodischer Veränderung des Uebergangswiderstandes auch eine Vergrößerung des mittleren Widerstandes erfährt; aus der Veränderung des Widerstandes kann man auf die Stärke des erregenden Tones schliessen. A. Oberbeck hat Versuche hierüber angestellt. Endlich kann ein Ton auf resonierende Körper so einwirken, dass eine mechanische Veränderung derselben oder in denselben stattfindet. Mehrere Apparate, welche diese Veränderungen zeigen, hat Dvorák konstruiert und beschrieben.

E. GRIMSEHL (*Progr. des Realgymn. des Johanneums, Hamburg 1888*) benutzt zur Konstruktion eines Phonometers eine Erscheinung, welche zuerst von Lord Rayleigh beobachtet ist, dass nämlich ein im Innern einer schwingenden Luftsäule drehbar aufgehängtes Blättchen das Bestreben zeigt, sich senkrecht zur Axe der Luftsäule zu stellen. Die Figur stellt den mittleren Teil des Phonometers im Durchschnitt (in $\frac{1}{4}$ natürlicher Grösse) dar. Eine auf einem Stativ drehbare Säule *A* trägt ein Gehäuse *C*, in welchem ein Gefäss *D* mit Glycerin steht. Oberhalb des Gehäuses ist eine cylindrische Hülse befestigt, welche zwei cylindrische Röhren *P* und *V* aufnimmt. Diese Röhren treten dicht aneinander und sind an der Stelle, an welcher sie zusammenstossen, mit zwei kleinen Durchbohrungen



versehen, durch welche die Axe einer Fahne hindurchgeht. In dem einen Rohre *P*, welches durch einen Arm *E*₁ gehalten wird, ist ein Stempel *B*, durch Zahnstange *S* und Trieb *T* beweglich, luftdicht eingeschoben. Oberhalb der cylindrischen Hülse befindet sich ein Teller *G*, auf welchem drehbar das Spiegelgehäuse *H* und die Suspensionsröhre *J* eingesetzt sind. An dem oberen Ende der Suspensionsröhre befindet sich ein Torsionskopf, welcher mittels eines bifilaren Coconfadens die Fahne trägt. Diese ist an einem dünnen Stahldraht befestigt, der überdies einen Ablesungsspiegel *a* trägt; dort, wo der Draht durch das Rohr *P* geht, nimmt eine an dem Stahldraht befestigte Messinghülse *b* ein dünnes Glimmerblättchen *c* auf. Das untere Ende des Stahldrahtes ist mit zwei kleinen Querbalken *d* versehen, welche in das Glycerin des Gefässes *D* tauchen und als Dämpfer wirken.

Wenn nun die Rohre *P* und *Q* mit ihren Längen so gewählt sind, dass sie einen Ton resonieren, so dreht sich das Blättchen *c* in die Senkrechtstellung zur Axe und zwar um so mehr, je stärker der resonierte Ton ist. Man kann daher aus der Grösse der Drehung einen Schluss auf die Tonintensität machen.

E. GRIMSEHL hat mehrere Beobachtungen mit diesem Phonometer gemacht und ist zu Resultaten gekommen, welche besonders durch ihre Übereinstimmung sich auszeichnen. Ausserdem gestattet der Apparat die Anwendung auch bei bewegter Luft, wenn die vordere Öffnung des Phonometerrohres durch eine dünne elastische Membran geschlossen ist, da durch diese zwar die Luftbewegung abgeschlossen, aber die Wirkung des Tones nicht aufgehoben wird. Der Apparat eignet sich besonders zur Bestimmung der Intensitätsverteilung eines Tones innerhalb eines Raumes. Bezüglich der hierüber angestellten Versuche muss auf die Schrift selbst verwiesen werden.

Endlich beschreibt der Verfasser noch einen Apparat, welcher eine eigentümliche Interferenzerscheinung zeigt. Derselbe besteht aus zwei offenen Orgelpfeifen, deren Entfernung von einander dadurch leichter variiert werden kann, dass sie sich an den Enden zweier drehbarer Röhre befinden. Diese beiden Pfeifen schwächen einander in ihrer Intensität, wenn ihre gegenseitige Entfernung gleich einem geraden Vielfachen, sie verstärken einander, wenn die Entfernung gleich einem ungeraden Vielfachen einer halben Wellenlänge ist. Die Tonintensität dieser „Doppelpfeife“ ist auch mit dem Phonometer untersucht worden.

Die Brechungsexponenten der Metalle. Es ist A. KUNDT gelungen, sehr dünne und noch hinreichend durchsichtige prismatische Metallschichten herzustellen, an welchen die Bestimmung des Brechungsexponenten nach der Methode der prismatischen Ablenkung ausgeführt werden konnte. Der grösste Teil der Prismen wurde elektrolytisch auf Platten aus platinirtem Glase niedergeschlagen, indem eine solche Platte horizontal gelegt, eine Elektrode aus dem niederschlagenden Metall senkrecht dazu gestellt und in die Winkel zwischen beiden eine capillare Schicht der Zersetzungsflüssigkeit gebracht wurde. Die erhaltenen Prismen, von denen immer nur sehr wenige brauchbar waren, hatten Flächen von 2—3 mm Breite und etwa 10 mm Höhe. Beim Silber wurden auch Prismen auf chemischem Wege durch Reduktion (nach Quincke) gewonnen, beim Platin musste das Mittel des Niederschlagens durch Zerstäubung (wie sie bei galvanischem Glühen des Platins eintritt) angewendet werden. Der brechende Winkel δ der benutzten Prismen lag zwischen $11''$ und $50''$. Da auch der Einfallswinkel möglichst klein gewählt wurde, so konnte, die Ablenkung $= \alpha$ gesetzt, der Brechungsexponent einfach berechnet werden aus $n = (\alpha + \delta) / \delta$. Die Beobachtungen wurden sowohl für weisses Licht (den mittleren Strahlen des Spectrums entsprechend), als auch für rotes und blaues Licht ausgeführt, wobei zugleich ein verschiedener Grad der Dispersion hervortrat. Dass die beobachteten Ablenkungen in der That von einer Brechung herrührten, wurde dadurch bestätigt, dass die Ablenkungen, wenn die Metallprismen in verschiedenen brechende Flüssigkeiten gebracht wurden, sich entsprechend den Brechungsgesetzen änderten. Die gefundenen Werte von n sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt, in der sich die erste Reihe auf rotes, die zweite auf weisses, die dritte auf blaues Licht bezieht.

Silber	Gold	Kupfer	Platin	Eisen	Nickel	Wismuth
—	0,38	0,45	1,76	1,81	2,17	2,61
0,27	0,58	0,65	1,64	1,73	2,01	2,26
—	1,00	0,95	1,44	1,52	1,85	2,13

Die Geschwindigkeit des (weissen) Lichtes im Silber ist demzufolge nahe viermal so gross als im Vakuum; auch im Gold und Kupfer ist sie grösser als im leeren Raum, in den übrigen Metallen dagegen kleiner. Die Dispersion ist bei Silber nicht sehr beträchtlich, bei Gold und Kupfer normal, bei den andern anomal. Die angegebenen Werte stimmen in überraschender Weise mit denjenigen überein, welche Beer nach der Cauchy'schen Theorie aus Beobachtungen Jamin's berechnet hat. Nur bei Wismuth ist eine grössere Differenz vorhanden, die in Verschiedenheit des Materials ihren Grund haben dürfte. Auch die Brechungsexponenten der Oxyde des Eisens, Nickels, Wismuths, Kupfers,

ferner des Jodsilbers, des mit Platin gemischten Platinoxids und des mit Gold gemischten Goldoxyds hat KUNDT auf dieselbe Weise bestimmt.

Von grossem Interesse ist es, dass die gefundenen Brechungsexponenten annähernd dasselbe Verhältnis zu einander zeigen, wie die Zahlen für das galvanische Leitungsvmögen und die Wärmeleitungscoefficienten. Diejenigen Metalle, denen der kleinste Brechungscoefficient, also die grösste Lichtgeschwindigkeit zukommt, sind die besten Leiter für Elektrizität und Wärme. Dies springt namentlich in die Augen, wenn man die Werte für rotes Licht, die der Grenze der Dispersion nach der minder brechbaren Seite zunächst liegen, auf den Wert für Silber = 100 bezieht:

Silber	Gold	Kupfer	Platin	Eisen	Nickel	Wismuth
100	71	60	15,3	14,9	12,4	10,3

Der ein wenig geringere Wert für Kupfer ist möglicherweise dadurch verursacht, dass das elektrolytische Kupfer etwas Oxydul enthielt. Der beträchtlicher abweichende Wert für Wismuth kann daher rühren, dass das elektrolytische Wismuth dem Anschein nach, auch unter dem Mikroskop, sich als unkrystallinisch erwies. Abgesehen hiervon ist die Proportionalität so deutlich erkennbar, dass darin ein weiterer wichtiger Hinweis auf die immer mehr sich aufdrängende Verwandtschaft der Lichtbewegung mit der Bewegung der Elektrizität und der Wärme erblickt werden muss. (*Berl. Sitz.-Ber.* 16. Febr. 1888; *Wied. Ann.* 34, 469; 1888.)

3. Geschichte.

Leonardo da Vinci und das Beharrungsgesetz. Die älteren Mitteilungen Venturi's aus dem handschriftlichen Nachlass von Leonardo da Vinci hatten es wahrscheinlich gemacht, dass diesem das Grundgesetz der Dynamik vor Galilei bekannt gewesen sei. Die neueste Veröffentlichung des Manuskriptes A der Pariser Handschriften durch Ravaisson-Mollien werfen auch auf diese Frage neues Licht, wie EMIL WOHLWILL in der *Biblioth. Math. N. F.* 2, S. 19—26 (1888) auseinandersetzt. Leonardo hat, „vielleicht als Einziger vor Descartes“, das Beharren des Zustandes als ein allgemeines Naturprinzip bezeichnet: „Naturgemäss verlangt ein jedes Ding sich in seinem Zustande zu erhalten“. Er führte auch bereits den Versuch mit den Damenbrettsteinen als ein Beispiel für die Trägheit des ruhenden Körpers an. In Bezug auf das Beharren im Zustande der Bewegung dagegen gehört Leonardo's Anschauung noch ganz jenem älteren Gedankenkreise an, über den E. WOHLWILL in einer anderen Abhandlung (*Über die Entdeckung des Beharrungsgesetzes' Ztschr. f. Völkerpsych. u. Sprachw.* 1883, 1884) genauere Untersuchungen angestellt hat. Wie Nicolaus von Cusa hat auch Leonardo die Ansicht, dass die Körper in Bewegung geraten vermöge einer ihnen eingepprägten Kraft (*vis impressa*, bei Leonardo *vis infusa*), welche im Laufe der Bewegung allmählich aufgebraucht wird. Wie der Schlag in der Glocke etwas ihm Ähnliches eingepreägt zurücklässt, so begleitet die eingepreägte Kraft, als ein unsichtbares Vermögen, den bewegten Körper und bewegt ihn so lange, als sie sich selbst verzehrt. Eben diese bewegende Kraft „eilt mit Ungestüm zu ihrem ersehnten Tode“, sie „stirbt durch Freiheit“, sie „entsteht zu kurzem Leben“. Deshalb ist „keine Bewegung, die sie hervorrufft, von Dauer“. Auch der geworfene Körper verfolgt den begonnenen Lauf, anfangs sogar mit Beschleunigung, bis er, „von der ersten Kraft etwas verlassen“, schwach zu werden und sich zu neigen beginnt. Der scheinbare Widerspruch, in welchem diese Äusserungen mit der oben erwähnten Formulierung des Beharrungsprinzipes stehen, löst sich nach der scharfsinnigen Unterscheidung WOHLWILL's durch den Hinweis auf jene ältere Auffassung von der bewegenden Kraft, die erst durch Galilei, und auch bei diesem erst in allmählicher Entwicklung, überwunden worden ist.

4. Unterricht und Methode.

Zur Lehre von der Centralbewegung und den dabei auftretenden Kräften. Über diesen Gegenstand, dessen Behandlung zu den reformbedürftigsten Teilen des Physik-Unterrichtes gehört, hat E. MAISS in der österr. *Ztschr. für Realschulw.* XIII, 201—217

(1888) einen Aufsatz veröffentlicht, der zur Klärung der Sache beizutragen wohl geeignet ist. Aus den ‚leitenden didaktischen Gesichtspunkten‘ sei folgendes hervorgehoben: 1. Die eingehende Behandlung der gleichförmigen Kreisbewegung darf im Unterricht nicht übergangen werden. 2. Bei den fundamentalen Bewegungen sollen die geometrischen und die dynamischen Verhältnisse so streng als möglich gesondert erscheinen; nur dann wird auch der Anfänger überblicken können, was beobachtet oder doch der Beobachtung zugängliche Thatsache ist, und was bloss behufs Erklärung beigegebene Begriffe sind. 3. Der dynamische Teil der Betrachtung soll nicht gleich die Begriffe der Centripetal- und der Centrifugalkraft in ihrem weitesten Sinne vorführen, sondern zunächst die besonderen Vorstellungen, die jenen Begriffen zu Grunde liegen, entwickeln.

Im einzelnen basiert die Darstellung, welche der Verfasser giebt, „auf einem durchweg consequenten Festhalten des Trägheitsbegriffes“. Den Anfang bildet die Fundamentalaufgabe: Es soll die Bewegung einer Masse von m Gramm beschrieben werden, welche sich so bewegt, dass die Richtung der Bewegung nach je τ Sek. um $\tau\omega^\circ$ (oder in je 1 Sek. um ω°) sich ändert, die Geschwindigkeit aber unverändert bleibt. Durch Übergang zu unendlich kleinem τ wird hieraus die gleichförmige Kreisbewegung hergeleitet. Von den dynamischen Begriffen schliesst sich an diese Betrachtung zunächst die Centripetalkraft an, deren Wert aus der vorangegangenen geometrischen Behandlung unmittelbar folgt. Der Verwirrung, welche bezüglich der Begriffe Centrifugalkraft und Flihkraft fast allgemein herrscht, sucht der Verfasser dadurch ein Ende zu machen, dass er die Centrifugalkraft als die Reaktion definiert, welche der Centripetalkraft gleich und entgegen gerichtet ist, und deren Angriffspunkt im Centrum, bezw. in der festen Achse der Kreisbewegung liegt. Dagegen liegt der Angriffspunkt der sogenannten Flihkraft in dem bewegten Körper selbst; was man Flihkraft nennt, ist „gar keine besondere wirklich auftretende Kraft“, sondern nur eine Hilfsvorstellung zur leichteren mathematischen Beschreibung der Thatsache, dass in gewissen Fällen von kreisförmiger Bewegung eine nachweisbare Verminderung der für die Centripetalwirkung disponiblen Kräfte des Systems eintritt. Von Tangentialkraft endlich kann in diesem Zusammenhange nur dann gesprochen werden, wenn eine Componente der Centripetalkraft in Richtung der Tangente einer krummlinigen Bahn (wie bei der elliptischen Centralbewegung) zur Wirkung kommt.

Zu dieser wohl durchdachten, in sich logischen Darstellung des Gegenstandes sei die Bemerkung gestattet, dass die bisherige Unklarheit der elementaren Behandlung in der Unsicherheit über Geltung und Tragweite des sogenannten Galilei'schen Bewegungsbegriffs ihren letzten Grund hat. Die Forderung, diesen Begriff consequent durchzuführen, ist in dem Aufsätze nachdrücklich ausgesprochen. Die Nötigung indess zu dieser Forderung ist nicht so unbedingt und selbstverständlich; hier liegt noch eine Schwierigkeit für den elementaren Unterricht, die sich verstehen lässt, wenn man bedenkt, dass die ewige Fortdauer der Rotation an sich ein ebenso einfaches Naturgesetz ist, wie die Erhaltung der geradlinigen Bewegung, so dass jene sogar sich bei Galilei — früher und in voller Allgemeinheit — ausgesprochen findet, während die zweite überhaupt erst in der nachgalileischen Zeit zur deutlichen Ausprägung gekommen ist; und wenn man ferner bedenkt, dass die Geltung des Beharrungsgesetzes für die geradlinige Bewegung sich seiner Herleitung zufolge zunächst nur auf frei bewegliche Körper, nicht aber auf solche, die sich in vorgeschriebener Bahn bewegen, erstreckt. Die Ausdehnung des Gesetzes auch auf diese Fälle war vielmehr eine Forderung der einheitlichen systematischen Darstellung und wurde durch die Beobachtung der Erscheinungen der Flihkraft gerechtfertigt. Von diesem Gesichtspunkte erscheint eine Darstellung möglich, welche, eben im Sinne der zweiten didaktischen Forderung des Verfassers, das Beharrungsgesetz nicht in voller Allgemeinheit voraussetzt, sondern die Verallgemeinerung selbst erst mit sich führt. — Eine durch den Aufsatz von E. MAISS hervorgerufene andersartige Darstellung des Gegenstandes wird demnächst von einem Mitarbeiter dieser Zeitschrift gegeben werden. P.

Neu erschienene Bücher und Schriften.

Physikalische Aufgaben für die oberen Klassen höherer Lehranstalten. Aus den bei Entlassungsprüfungen gestellten Aufgaben ausgewählt und mit Hinzufügung der Lösungen zu einem Übungsbuch vereinigt von Dr. Wilhelm Budde, Oberlehrer am Realgymnasium zu Duisburg. — Braunschweig. Vieweg & Sohn. 1888. —

Eine Sammlung der bisher in den Abiturienten-Prüfungen gestellten physikalischen Aufgaben, soweit sie wesentlich von einander verschieden sind, würde von grossem Interesse sein, da sie ein deutliches Bild von dem bisherigen Stande des Unterrichts geben könnte. Der Verfasser hat eine solche zu liefern nicht beabsichtigt, er hat seine Auswahl auf die Jahrgänge 1881—85 beschränkt und Aufgaben über das Trägheitsmoment, die Biegung des Lichtes, die doppelte Brechung als für die Schule zu schwierig ausgeschlossen. Wenn man auch der Ansicht sein sollte, dass es nicht möglich oder nötig ist, diese Gebiete sämtlich erschöpfend zu behandeln, so wird man doch nicht selten ein oder das andere Kapitel in den Unterricht hincinziehen; es erscheint daher als ein Mangel, dass dieser Sammlung Aufgaben der erwähnten Art ferngehalten sind.

Der schon mehrfach unternommene Versuch, durch einfache Aufgaben und Experimente über drehende und rollende Bewegung dem Schüler einen Einblick in den Begriff des Trägheitsmoments zu verschaffen, erscheint trotz der entgegenstehenden Ansicht des Verfassers berechtigt, da dieser Begriff das Verständnis einer grossen Menge alltäglicher Bewegungserscheinungen vermittelt. Bei der üblichen Beschränkung der Mechanik auf die fortschreitende Bewegung eines Massenpunktes hat der Schüler schliesslich wohl einige Einsicht in den Verlauf der himmlischen Bewegungen, für triviale Vorgänge an einem Uhrwerk oder einer Maschine fehlen ihm die Anknüpfungspunkte. Sollen die Aufgaben über das Trägheitsmoment etwa deshalb wegfallen, weil viele von ihnen, die einen mehr mathematischen als physikalischen Charakter tragen, Summationen erfordern, welche sich durch ein Integralzeichen allgemein zwar nicht ausführen, aber doch andeuten lassen? Solche Summationen können teils durch passende Einrichtung der Aufgaben vermieden, teils eben so leicht wie in vielen anderen Gebieten mit elementaren Mitteln bewältigt werden. Die Ansicht, dass eine sachgemässe Behandlung der betreffenden Aufgaben erst durch die analytische Mechanik ermöglicht werde, scheint eine Verkennung des Wesens dieser Wissenschaft in sich zu schliessen. Wendet man eine der Formeln, durch die sie die Bewegung eines allgemeinen Systems ausdrückt, auf die Rotation oder das Rollen eines Körpers an, so erhält man gewiss ein richtiges Resultat, aber der weite Umweg gestattet keine Einsicht in den innern Grund, die gerade den bildenden Wert dieser Aufgaben ausmacht. Das Trägheitsmoment ist dort nur eine häufig anzuwendende mathematische Constante und es erscheint überflüssig, seinen Namen als sachgemäss zu rechtfertigen. Für die Behandlung in der Schule und für die Erlangung des grundlegenden Verständnisses ist der umgekehrte Weg weit fruchtbringender, von den Elementen aufzusteigen und aus vielen verschiedenartigen Bewegungsbeispielen die Geltung der allgemeinen Prinzipien der Mechanik erkennen zu lassen. So gewinnt man eine sichere Vorstellung von ihrer alles umfassenden Bedeutung und kann sie dann auch auf solche complicirtere Erscheinungen anwenden, bei denen eine die einzelnen Teilchen individuell verfolgende Betrachtung nicht mehr möglich ist.

In dem durch die Programme gelieferten Material waren einige Gebiete z. B. die Reibungs-Elektricität nur sehr spärlich mit Aufgaben bedacht. Der Verfasser hat jedoch „der Versuchung widerstanden, aus eigenem oder fremdem Material die Lücken auszufüllen“. Seine Arbeit hat, abgesehen von der Auswahl der geeigneten Aufgaben, in der Herstellung einer einheitlichen Fassung und der Berechnung der allgemeinen und numerischen Lösungen bestanden. Was die erstere betrifft, so ist besonderes Gewicht auf den Ausschluss entbehrlicher Fremdwörter gelegt worden, denen wohl auch die „harmonischen“ Schwingungen zuzurechnen gewesen wären. Bei Aufgaben, die in bestimmten Beobachtungen einen thatsächlichen Hintergrund besaßen, ist dieser leider beseitigt worden.

Es erregt viel grösseres Interesse, die Declination und Inclination für einen bestimmten Ort und bestimmte Zeit zu berechnen, als Rechnungsoperationen an fingierten Daten zu vollziehen. Dahin gehört ferner, dass Angaben über den Wert elektromotorischer Kräfte hier in Zahlen erfolgen, denen die Benennungen fehlen, während für den Widerstand die gänzlich veraltete und unsichere Jacobi'sche Einheit benutzt wird. Die neuere so ausserordentlich wichtige Entwicklung des Maasswesens in der Elektrizität, die auch in andern Gebieten der Physik klare Vorstellungen gefördert hat, ist hier ganz unberücksichtigt geblieben. So erscheint denn das Gramm im Anschluss an die älteren französischen Lehrbücher der Mechanik noch immer als Gewicht, während schon Gauss diese Auffassung mit derjenigen vertauschte, nach welcher es eine unveränderliche Masse ist, die unter dem Einfluss verschiedener Weltkörper ein verschiedenes, selbst auf der Erdoberfläche schwankendes Gewicht besitzt. Ein sachlicher Irrthum findet sich in der Fassung mehrerer Aufgaben über die schiefe Ebene, die von rollenden Körpern handeln, während gleitende gemeint sind. Dieser sehr häufige Fehler zeigt, wie notwendig die Bekanntschaft mit dem Begriffe des Trägheitsmoments ist, wenn man auch nur die Galilei'schen Gesetze der schiefen Ebene nicht missverstehen will. Der Ausdruck wäre nur dadurch zu rechtfertigen, dass man sich die rollenden Körper als fast masselose Schalen dächte, die in ihrer Axe mit einem beträchtlichen Massenkern behaftet wären.

Für die Brauchbarkeit der Sammlung im Unterricht ist die Hinzufügung der Auflösungen von erheblichem Werte. Dieselben sind immer zuerst in allgemeinen Zeichen gegeben und gestatten dadurch eine leichte Schätzung der Schwierigkeit der einzelnen Aufgaben, können auch häufig eine Anleitung für den Gang der Lösung bieten. Über einzelne Aufgaben sind folgende Bemerkungen zu machen.

Bei der Bestimmung der horizontalen Kraft, die unter Berücksichtigung der Reibung einen Schlitten auf einer schiefen Ebene im Gleichgewicht hält (Aufg. 66), ist nicht beachtet, dass die gesuchte Kraft eine Componente hat, welche als Druck gegen die schiefe Ebene wirkt und daher die Reibung beeinflusst.

Für die Geschwindigkeit einer die Erde umkreisenden Kanonenkugel (Aufg. 92) wird als genauer Wert $\sqrt{g/2 \cdot (2r - g/2)}$ angegeben, der nur angenähert durch \sqrt{gr} zu ersetzen sei. Der letztere ist allein richtig, der erste nicht einmal homogen, da r und g resp. von den Dimensionen L und LT^{-2} sind. Die Aufgabe ist in Schellbach's neuen Elementen der Mechanik (bearbeitet von Arendt) enthalten, deren Studium für eine klare Auffassung der Schwung- oder Central-Kraft überhaupt zu empfehlen ist. Der obige Wert bedarf noch einer Correction infolge der aus der Erdrotation folgenden Geschwindigkeit des Geschützes, wenn dieses nicht etwa am Pol aufgestellt ist.

Für die Wirkungsweise eines Spiegels, auf den die Strahlen durch eine in bestimmter Entfernung aufgestellte Linse fallen (Aufg. 422), ist der Einfluss unberücksichtigt geblieben, welchen die Linse auf die reflektierten Strahlen ausübt. Sie ist für diese als blosses Diaphragma aufgefasst worden.

Endlich sind zwei Aufgaben zu erwähnen, die wohl entsprechend dem sonst inne gehaltenen Standpunkt wegen zu grosser Schwierigkeit hätten ausgeschlossen werden dürfen. Die erste (Aufg. 72 und 195) behandelt die Abweichung frei fallender Körper von der Vertikalen. Diese ist bekanntlich in erster Linie dem Cosinus der geographischen Breite proportional, was sich durch eine Zerlegung der Erdrotation in eine vertikale und eine horizontale Componente ähnlich wie das Gesetz des Foucault'schen Pendelversuchs begründen lässt, andere Grössen, z. B. der veränderliche Wert der Schwerkraft haben nur einen unmerklichen secundären Einfluss. Hier ist dagegen der letztere allein berücksichtigt, so dass die Abweichungen am Äquator und in einer Breite von 30° fast identisch sind und sich auch für den Pol noch derselbe Wert ergeben würde. Aber auch die auf den Äquator bezügliche Berechnung, die sich offenbar an die populäre, in Geographie-Büchern zu findende und nur qualitativ richtige Betrachtung des Vorgangs anschliesst, liefert ein unrichtiges Resultat, was wir an einer geeigneteren Stelle nach-

weisen wollen (vgl. d. Heft, S. 259). Auch die zweite Aufgabe (459), auf die Gestaltsänderung eines aus Kupfer und Zink zusammengesetzten Doppelstreifens bezüglich, bedarf einer ausführlicheren Erörterung (vgl. S. 261).

Auf die Herstellung der numerischen Resultate ist viel zu grosse Mühe und Sorgfalt verwandt worden. Der Verfasser hat überall 5 Stellen berechnet, auch wo die Natur der Aufgabe einer solchen Genauigkeit durchaus widerstreitet. Bei solchem Verfahren lernt der Schüler nicht, dass die Brauchbarkeit eines physikalischen Resultats allein in seiner Übereinstimmung mit der Wirklichkeit besteht. Eine vielziffrige Zahl, die bei der Erprobung durch den Versuch nur auf eine unbestimmte Anzahl von Stellen, vielleicht weniger als die Hälfte, bestätigt zu werden braucht, ist von sehr geringem Wert. Es ist daher sehr wesentlich, den Unterschied zwischen rein mathematischen Zahlen, wie $\sqrt{2}$, π , die mit unbeschränkter Genauigkeit definiert sind, und zwischen physikalischen Daten und Constanten zum Verständnis zu bringen. Angaben wie die folgenden (Aufg. 310), der höchste musikalische Ton habe 32768, der höchste wahrnehmbare 36864 Schwingungen, sind der Erreichung dieses Zieles nicht förderlich.

Unter Beschränkung auf die erreichbare Genauigkeit lassen sich viele physikalische Berechnungen vereinfachen, wenn man einige algebraische Formeln benutzt, deren wesentlicher Nutzen gerade aus solchen Anwendungen erkannt wird, z. B. die angenäherten Werte oder Reihenentwickelungen von $1/(1 + \alpha)$, $(1 + \alpha)^n$, $\sqrt[n]{1 + \alpha}$, $\sin \alpha$, $\log(1 + \alpha)$ für kleine Werte von α . Diese wären z. B. bei folgender Gleichung anzuwenden gewesen (Aufg. 459)

$$\frac{r-1}{r} = \frac{999}{1000} \frac{1 + \alpha' t}{1 + \alpha t}, \quad (\alpha' = 17 \cdot 10^{-6}, \alpha = 29 \cdot 10^{-6}, t = 30),$$

wo der Verfasser die fünfstelligen Tafeln zur Erreichung erträglicher Genauigkeit nicht einmal ausreichend fand. In der That zeigt die rechte Seite erst in der dritten Decimalstelle einen Unterschied gegen die Einheit, sodass ihr auf 5 Ziffern berechneter Wert beim Weiterrechnen für $1/r$ eine Zahl mit 2 geltenden Ziffern ergibt. Die geeignete Umformung ist

$$1 - \frac{1}{r} = \left(1 - \frac{1}{1000}\right) (1 - \alpha t) (1 + \alpha' t)$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{1000} + (\alpha - \alpha') t = \frac{1,36}{1000},$$

woraus $r = 735$ mm folgt. Hier bedeutet r den Radius des Kreisbogens, nach welchem sich der oben erwähnte Kupfer-Zink-Streifen krümmt. Eine grössere Genauigkeit lassen die Daten nicht zu. Der Verfasser findet mit 7stelligen Tafeln $r = 735,5646$ mm, was bis auf Wellenlängen des Lichtes genau zu sein scheint.

Wenngleich das Buch hiernach nicht allen Anforderungen genügt, so enthält es doch so viel brauchbares, dass der physikalische Unterricht nach manchen Seiten hin davon Nutzen ziehen kann. Die hervorgehobenen Mängel schreiben sich grossenteils von der Art der Entwicklung des physikalischen Unterrichts her, die lange Zeit in zu engem Anschluss an die reine Mathematik erfolgt ist.

M. Koppe.

Handbuch der statischen Elektrizität von E. Mascart. Deutsche Bearbeitung von Dr. Ignaz G. Wallentin. Zweiter Band. Mit 139 Holzschnitten. Wien, A. Pichler's Witwe und Sohn, 1887. 690 S. M. 16.—

Der erste Band des vorliegenden Werkes hatte die Grunderscheinungen der Elektrizität eingehend und im Anschluss an die historische Entwicklung auseinander gesetzt und dazu eine ausführliche, vom Übersetzer mit zahlreichen Erweiterungen versehen Darstellung der mathematischen Theorie gefügt. Der zweite Band enthält fast ausschliesslich experimentelles Material, ebenfalls unter Berücksichtigung des historischen Gesichtspunktes. In sieben Kapiteln werden die induktiven Entladungen, die disruptiven Entladungen,

die Eigenschaften des Funkens und andere Wirkungen der Entladung, die elektrischen Maschinen, endlich die Elektrizitätsquellen behandelt. Das Kapitel über die Maschinen ist wegen seiner klaren und übersichtlichen Darstellung auch der theoretischen Fragen, welche sich an die Reibungs- wie an die Influenzmaschinen knüpfen, besonders bemerkenswert. In dem Abschnitt über Kontaktelektricität sind die Originalarbeiten Ohm's nicht so berücksichtigt, wie sie es verdienen; es wäre dankenswert gewesen, wenn der deutsche Bearbeiter auch diesen Mangel des Originals abgestellt hätte. Auch in diesem Teil des Buches ist im übrigen der historische Charakter der Darstellung mit Recht beibehalten. Wenn es unleugbar ist, dass aus der genauesten und möglichst umfassenden Kenntniss des Entwicklungsganges einer Wissenschaft der Unterricht in dieser seine Kraft und Fülle zu schöpfen hat, so ist das Werk als ein wichtiges Förderungsmittel auch der Zwecke des Unterrichts zu bezeichnen. P.

Practical Physics for schools and the junior students of colleges by Balfour Stewart and W. W. Haldane Gee. Vol. I. Electricity and Magnetism. London, Macmillan and Co. 1888. VIII and 221 p. 2 sh 6 d.

Das Werkchen ist in erster Reihe eine Anleitung für Schüler und Studenten zur praktischen Ausführung der grundlegenden Versuche. Es enthält 34 Lektionen, in deren jeder erst eine Zusammenstellung der experimentellen Hilfsmittel nebst Angaben über deren Selbstverfertigung, dann die Experimente, dann deren Erklärung und Folgerungen daraus gegeben werden. Im Gegensatz zu der in England üblichen (schon durch Baco von Verulam inaugurierten) Art der Stoffanhäufung ist das Buch durch eine überlegte Auswahl der Versuche und durch planmässige Anordnung derselben ausgezeichnet. Besondere Beachtung verdienen die Versuche mit dem Goldblatt-Elektroskop, durch welche die Lehre vom Potential in einfacher Weise anschaulich gemacht wird. Ein offener Zimcyylinder auf isolierender Unterlage dient zur Wiederholung von Faraday's „Eisemerversuchen“. Auch Cavendish's Condensatorversuche werden für den elementaren Zweck des Buches nutzbar gemacht. Die Einführung in den Galvanismus ist weniger befriedigend; doch zeichnet sich dieser Teil im übrigen durch ein sehr exaktes Eingehen auf die Messung der Fundamentalgrössen aus. Die Fülle praktischer Winke und die Übersichtlichkeit, in welcher die Grundversuche vorgeführt werden, lassen das Buch nicht nur als brauchbar für den vorher bezeichneten Zweck, sondern auch als höchst wertvoll für den Lehrer der Physik erscheinen, der ihm überdies manche Anregung in methodischer Hinsicht entnehmen wird. P.

Kurzer Abriss der Geschichte der Chemie von G. Siebert, Realschul-Oberlehrer in Wiesbaden. Wien und Leipzig. A. Pichler's W. u. S. 1886. 124 S. M. 1,50.

Illustrierte Geschichte der Elektrizität von den ältesten Zeiten bis auf unsere Tage. Von Dr. Eugen Netoliczka. Wien, A. Pichler's W. u. S. 1886. 288 S. M. 3.—

Handbuch der physikalischen Maassbestimmungen von Dr. B. Weinstein. II. Band. Einheiten und Dimensionen, Messungen für Längen, Massen, Volumina und Dichtigkeiten. Berlin, Julius Springer. 1888. XII und 552 S. M. 14.—

Die Vertheilung der Wärme auf der Erdoberfläche. Nach seiner von der Académie des Sciences zu Paris gekrönten Preisschrift neu bearbeitet von Dr. Wilhelm Zenker. Mit einer lithographirten Tafel. Berlin, Julius Springer. 1888. VI und 98 S. M. 3.—

Programme. Ostern 1888.

Methodischer Leitfaden der unorganischen Chemie. Induktive Einführung in das Verständnis chemischer Vorgänge unter Berücksichtigung der Thermochemie. Von L. Knöpfel. Pr. der Realschule zu Oppenheim (vgl. auch diese Ztschr. S. 226).

Versammlungen und Vereine.

Vorlesungs-Versuche mit Seifenblasen. Vorgeführt von C. V. Boys in der Physical Society in London am 14. April 1888 (*Phil. Mag.* (5), 25 No. 156; May 1888).

Es ist bekannt, dass Seifenblasen nicht in wirklichen Contact mit den Gegenständen kommen, auf denen sie ruhen oder die man selbst mit Gewalt gegen sie presst; auch wenn zwei Seifenblasen gegen einander gedrückt werden, ändern sie ihre Gestalt, ohne sich zu berühren; dabei ist die Luftschicht zwischen ihnen noch so dick, dass die Newton'schen Ringe nur sichtbar werden, wenn die eine Blase ziemlich klein ist. Bei Eintritt wirklichen Contacts zerspringen beide Blasen auf ein Mal. Auf dieses Verhalten beziehen sich mehrere der folgenden Versuche.

(1.) Eine Blase von 9 cm Durchmesser, auf einen Ring von 7 cm Durchmesser gesetzt, kann mit Hilfe eines oben aufgelegten, kleineren Ringes durch den grösseren hindurch gedrückt werden. Auch lässt sich ein weiter, mit einer ebenen Seifenhaut bezogener Ring benutzen, um die Blase hindurch zu drücken, wobei kein Contact zwischen beiden Häuten stattfindet. — (2.) An denselben Ring hänge man von unten eine grosse Blase und Sorge dafür, dass ein möglichst grosser Tropfen daran hängen bleibt; dann führe man die Thonpfeife von oben in die Blase hinein und erzeuge im Innern eine zweite Blase, indem man einen Überschuss anhängender Flüssigkeit vermeidet. Zieht man nun die Röhre schnell heraus, so schwebt die zweite Blase frei in der ersten, indem der durch den Tropfen beschwerte dickere Teil der äusseren von der inneren völlig entfernt bleibt; durch Entziehung von Luft kann man den Zwischenraum zwischen beiden bis auf 2 oder 3 Millimeter vermindern. — (3.) Statt durch einen Tropfen, wie in Versuch 2, beschwere man die grosse Blase durch einen etwas kleineren befeuchteten Ring

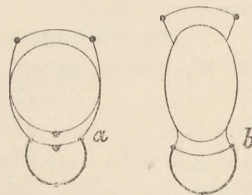


Fig. 1.

(Fig. 1a), dessen Gewicht so abgemessen ist, dass die Blase an der Berührungsstelle einen Winkel von 20–30° mit der Ebene des Ringes bildet. Stellt man nun wie vorher eine zweite Blase im Innern her, so ruht diese auf der nach unten verengten Wand des ersten; anhängende Tropfen können mit Hilfe des Pfeifenstiels entfernt werden. Zieht man den unteren Ring dann langsam nach unten (Fig. 1b), so wird die innere Blase zu einem schönen Oval umgestaltet, während die äussere eine entsprechende Erweiterung erfährt; bei weiterem Ziehen zerreißt die äussere Blase, während die innere in der Regel erhalten bleibt und davonschwebt. Die Kraft der Oberflächenspannung wird sehr augenfällig, wenn man wie eben eine Blase durch einen Ring beschwert, dann auf den mittleren Teil der Flüssigkeitsoberfläche einen ganz kleinen Ring bringt und diesen durchstösst; die Luft entweicht schnell und der untere Ring wird bis zur Berührung mit dem oberen empor gehoben. Durchstösst man statt dessen die Haut innerhalb des schweren Ringes, so geschieht die Hebung des Ringes so schnell, dass man ihn mit den Augen nicht verfolgen kann und dass das Gegenschlagen gegen den oberen Ring laut hörbar wird. Zur Messung der Oberflächenspannung wird in einen grösseren Ring, der mit einem ebenen Häutchen bezogen ist, ein kleinerer gebracht, dieser durchstossen und durch angehängte Gewichte so tief herabgezogen, bis die übrig gebliebene ringförmige Haut zerreisst; in diesem Moment beziehen sich beide Ringe wieder mit vollständigen Häuten.

(4.) Wird (wie bei Versuch 2) die äussere Blase auf den Ring gesetzt und die innere mit einem Gemisch von Luft und Leuchtgas gefüllt, so drückt diese gegen die obere Wand, die am dünnsten ist, und kann sich eine Stunde lang so erhalten. Durch Einführung von Gas in den Zwischenraum kann man es dahin bringen, dass die innere mehr im oberen oder im unteren Teil der grösseren schwebt; in diesem Falle kann auch eine Diffusion zwischen dem gasärmeren und dem gasreicheren Raume eintreten, infolge wovon die eingeschlossene Blase sinkt oder steigt. — (5.) Zwei Blasen wie vorher, so dass die innere eben gegen die obere Wand der äusseren stösst. Wird nun eine Glasglocke darüber gehängt und in diese von oben ein Strom von Leuchtgas eingeleitet, so plattet sich die äussere Blase ab und hängt immer tiefer durch den Ring hindurch; infolge der Diffusion sinkt darauf auch die innere Blase in der äusseren; nimmt man die Glasglocke fort und bläst etwas Luft in die äussere Blase, so kann man es dahin bringen, dass die innere wieder steigt. — (6.) In einer umgekehrten Glasglocke wird Ätherdampf erzeugt; eine Blase schwimmt auf dem Dampf wie auf Kohlensäure, sinkt aber unter lebhaftem Farbenspiel allmählich tiefer und zerplatzt endlich. Dass Diffusion von Ätherdampf stattgefunden hat, kann man durch die Entzündung zeigen, die eintritt, wenn man eine solche Blase auf einem befeuchteten Drahring wieder aus dem Behälter heraushebt und einer Flamme nähert; nach dem Eintauchen eines ebenen Häutchens in Ätherdampf findet eine solche Entzündung nicht statt. (7.) An

das etwas erweiterte Ende einer Glasröhre blase man eine grosse Seifenblase und halte sie in Ätherdampf, während man das obere Ende der Röhre mit dem Finger verschliesst. Nach einigen Sekunden lässt sich die Blase nur schwierig wieder herausheben, weil sie schwerer geworden ist und in Luft von der Röhre abreißt. Gelingt dies, so hängt sie wie ein schwerer Tropfen an der Röhre, lüftet man den Finger, so entzündet sich der ausströmende Dampf an einer Flamme. Bei Projektion der Blase sieht man überdies deutlich den Schatten des schweren, an der Unterseite der Blase wieder in die Luft diffundierten Ätherdampfes. — (8.) Eine Blase mit Sauerstoff geblasen und kurze Zeit in ein Gefäss mit Ätherdampf getaucht explodiert an einer Flamme mit lautem Knall. — (9.) Sucht man innerhalb einer leuchtgasgefüllten Blase eine andere mit Luft herzustellen, so reisst diese sehr bald ab und demonstriert so die relative Schwere der Luft. — (10.) Wird bei No. 4 ein Aluminiumring angewendet, so kann man an diesen einen langen Faden und ein Papierblatt anknüpfen; das Ganze wird dann durch die innere mit Gas gefüllte Blase schwebend erhalten. —

(12.) Wird eine Blase innerhalb einer andern erzeugt, wie in (3), und der Stelle der Wand, wo beide gegen einander drücken, eine starkschwingende Stimmgabel genähert, so geraten beide Hälften in heftige Bewegung (deren Vorhandensein man an den Lichtbildern in beiden Oberflächen deutlich erkennen kann), ohne dass die trennende Luftschicht verschwindet. — (13.) Eine kugelige Seifenblase kann in den Interstitien der Plateau'schen Figuren hin und her gerollt werden, ohne dass ein Ineinanderfliessen eintritt. — (14.) Auf einer nach Plateau erzeugten Schraubenfläche aus Seifenhaut lassen sich solche Kugeln auf- und abwärts bewegen. (15.) An einer cylindrisch ausgezogenen Seifenblase lässt sich der Einfluss des Magnetismus auf eingeschlossene Gase erkennen (Sauerstoff). —

(16.) Zwei Blasen, auf isolierten Ringen angebracht und einander berührend, verschmelzen mit einander, sobald im Abstand von einigen Yards ein Elektrophordeckel aufgehoben wird

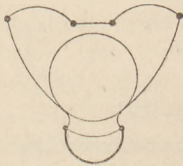


Fig. 3.

(Fig. 2a, b); ebenso wenn man sie mit den Polen eines einzigen Bichromat-Elementes verbindet; die geringe elektrische Anziehung zwischen den Oberflächen bewirkt die Entfernung der dazwischen befindlichen Luft. — (17.) Nähert man den Elektrophordeckel einem Paar Blasen wie in (3), so wird die Oberfläche deformiert, ohne dass ein Verschmelzen der Blasen eintritt; die äussere Blase demonstriert somit die Schirmwirkung eines Leiters auf einen von ihm umschlossenen in überzeugendster Weise. (Ähnliches hat Plateau an zwei in einander befindlichen, aber nicht sich berührenden Blasen gezeigt.) — (18.) Bringt man eine Doppelblase in Berührung mit einer einfachen, so verschmilzt diese bei elektrischer Erregung mit der äusseren, während die innere in der neugebildeten erhalten bleibt (Fig. 3). —

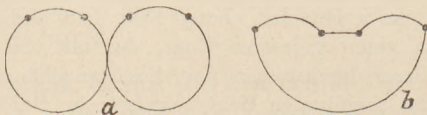


Fig. 2.

Zur Seifenlösung benutzt der Vortragende 1 Gewichtsteil ölsaures Natron auf 40 Gewichtsteile destilliertes Wasser. Die fertige Lösung wird mit $\frac{1}{3}$ Volumen Glycerin versetzt und eine Woche lang in verschlossenen Flaschen stehen gelassen, dann die klare Flüssigkeit durch einen Heber abgefüllt und mit einigen Tropfen Ammoniak geklärt. Die dicken Ringe sind aus verzinnem Eisenraht von $1\frac{1}{2}$ mm Durchmesser hergestellt und mit Seifergelleinwand gereinigt; die dünnen Ringe werden am besten aus Aluminiumdraht von $1\frac{1}{2}$ mm Durchmesser angefertigt. Die Blasepfeife ist mit einer Art Ventil im Innern versehen, um die störende Beimischung von condensierter Feuchtigkeit zur Seifenlösung zu vermeiden. P.

Physikalische Gesellschaft zu Berlin.

Sitzung am 18. Mai 1888. Herr C. Dieterici über eine Bestimmung der Verdampfungswärme des Wassers bei 0°. Die Messung geschah mittels des Eis calorimeters und ergab 596,4 W. E., während REGNAULT nach seiner bei höherer Temperatur aufgestellten Formel den Wert 607 W. E. berechnet hatte. — Herr W. v. Bezold gab einen Überblick über seine Abhandlung „zur Thermodynamik der Atmosphäre“ (Berl. Sitz.-Ber. 1888, S. 485–522). Die Anwendung der graphischen Methode der Thermodynamik liefert, unter Hinzunahme der Luftfeuchtigkeit als dritter Coordinate, ein neues und wertvolles Mittel, um auch meteorologische Proeesse zu behandeln, die nicht als adiabatisch und reversibel gelten können.

Sitzung am 1. Juni 1888. Herr O. Lummer sprach über ABBE's neue Methode zur Bestimmung der Hauptpunkte und Brennweiten bei Linsen. — Herr H. v. Helmholtz sprach über Bewegungen in der Atmosphäre und ihre mechanische Deutung (Berl. Sitz-Ber. 1888, S. 647—663) und zog den Schluss, dass die hauptsächlichste Hemmung der Circulation unserer Atmosphäre nicht von der Reibung an der Erdoberfläche herrührt, sondern von der Vermischung verschiedener bewegter Luftschichten durch Wirbel, welche durch „Aufrollung“ von Discontinuitätsflächen entstehen.

Sitzung am 15. Juni 1888. Nachdem der Vorsitzende, Herr H. v. Helmholtz, der Trauer um das an demselben Tage erfolgte Hinscheiden Kaiser Friedrichs III. Ausdruck gegeben, wurde die Sitzung geschlossen.

Sitzung am 29. Juni 1888. Herr R. v. Helmholtz sprach über ein von ihm benutztes Bolometer, bei welchem je zwei gegenüberliegende Widerstände der Wheatstone'schen Brücke gleichzeitig der Temperaturänderung ausgesetzt wurden. Eine theoretische Betrachtung zeigt, dass Stammolstreifen dünnen Drähten vorzuziehen sind. Bei stationären Temperaturdifferenzen erweist sich die Thermosäule als empfindlicher, dagegen bei kurz dauernden Einwirkungen das Bolometer in Folge der geringen zu erwärmenden Masse geeigneter. — Herr F. Kötter sprach über einige Probleme der stationären Flüssigkeitsbewegung, welche durch die Methode der doppelten Abbildung lösbar sind. — Herr F. Neesen teilte Versuche mit einem Ätherdampf-Calorimeter mit. — Herr Gad demonstrierte Kulturen von Leuchtmoos (*Schistostega osmundacea*), welches die Eigenschaft hat, auffallendes Licht hauptsächlich nach der Richtung, in welcher es eingefallen ist, zu reflektieren.

Verein zur Förderung des physikalischen Unterrichts in Berlin.

Sitzung am 14. Mai 1888. Die von Aescnütz construierte stroboskopische Trommel wurde demonstriert und dessen Momentphotographien besprochen. Herr Poske teilte einen Versuch über die Verbrennung von Phosphor mit, desgleichen einen Versuch über das Schwimmen einer Nähnadel auf Wasser. Herr G. Arendt zeigte, dass eine zwischen den Fingern hindurchgezogene Nähnadel sich leicht auf Wasser legen lässt; der Versuch wurde von mehreren Seiten mit gleichem Erfolg wiederholt. — Herr Poske machte darauf Mitteilungen über neuere Apparate und Versuche. — Herr Szymanski besprach die magnetischen und elektrischen Apparate von G. Parragh.

Sitzung am 28. Mai 1888. Herr G. Arendt führte eine grössere Zahl von Unterrichtsapparaten vor, darunter QUINCKE's stroboskopische Tafeln und mehrere Apparate nach A. F. WEINHOLD.

Sitzung am 25. Juni 1888. Herr Schwalbe besprach neuere Litteratur über Schülerversuche, zeigte mehrere Elektroskope nach B. KOLBE und führte darauf eine Reihe von elektroskopischen Versuchen vor (vgl. d. H. S. 233). Derselbe zeigt im Anschluss an den Faraday'schen Eiserner Versuch Versuche mit der zerlegbaren Leydener Flasche.

Mitteilungen aus Werkstätten.

Demonstrationswage für Vorlesungsversuche

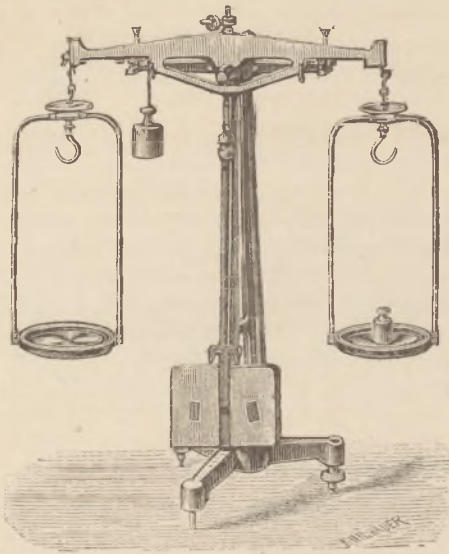
von Alb. Rueprecht, Wien.

Diese Wage ist speziell für Gymnasien, Realschulen, höhere Gewerbe- und Handelsschulen bestimmt und sowohl zu physikalischen Vorlesungsversuchen als auch zur Erläuterung der Theorie der Wage geeignet. Der Träger der Wage ist eine gusseiserne, gerippte Säule, welche auf einem kräftigen Dreifuss mit Stellschrauben ruht; zwei bewegliche Arme, welche durch einen Excenter von der Rückseite her gehoben und gesenkt werden können, bilden die Arretierung. Für die Vertikalstellung ist ein Lot in der Mitte der Säule angebracht.

Der aus Messing gearbeitete Wagbalken ist durchbrochen, trägt oberhalb eine Tariervorrichtung für grobe und feine Einstellung, nach unten zu eine cylindrische Zunge mit in Federung leicht verschiebbarem Laufgewichte und endet in einem 1 cm breiten, geschwärzten Metallstreifen. Im arretierten Zustande der Wage bildet dieser Streifen die Fortsetzung eines gleich breiten, schwarzen Streifens, welcher den Mittelstrich einer grossen weit sichtbaren Skala an der Säule abgibt. Diese Einteilung wird durch den erwähnten Mittelstrich und durch zwei weitere solche Streifen in einer Entfernung von etwa 4 cm von einander gebildet. Für scharfe Beobachtung des Spielens der Wage sind für den Vortragenden auf der oberen Kante der grossen Skala beiderseits von der Wagsäule Teilstriche ersichtlich gemacht. Während die eine Aufhängeaxe des Balkens

vollkommen fest sitzt, ist die andere behufs Verlängerung und Verkürzung eines seiner Arme mittels zweier Stellschrauben verschiebbar; durch das Einschrauben der äusseren mit dem Kreuzstifte versehenen Schraube wird das Verkürzen, durch die innere Kopfschraube hingegen das Verlängern dieses Armes herbeigeführt.

Genau in den Halbierungspunkten der beiden Arme sind, an verstellbaren Metallwinkeln,



zwei weitere Aufhängeachsen fixiert, deren Drehungspunkte in der Ebene der Endachsen liegen. Durch diese Einrichtung ist der Wagbalken in vier selbständige Wagen geteilt, wovon zwei gleicharmig, zwei ungleicharmig sind. Zur Beweisführung, dass alle Drehungspunkte an der Wage in einer geraden Linie liegen müssen, sind zu beiden Seiten der oben erwähnten mittleren Schneiden zwei Paar weitere Aufhängepunkte geschaffen, und zwar durch die nach innen zustehenden Ösen, 1 cm unterhalb und durch die nach aussen zu angebrachten Öhre, 1 cm oberhalb der Ebene der äussersten und mittleren Achsen.

Die Wagschalen sind ziemlich weit herabreichende, messingene Bügelschalen, welche oben ein kleines Tarierschälchen mit einem Haken zum Aufhängen von zu wägenden Körpern tragen und unten in einen horizontalen Ring verlaufen, in welchem tarierte Einsatzschalen Aufnahme finden. Bei einer Belastung von 1 kg ist noch 1 eg durch Ausschlag weithin zu erkennen.

Die Wage kann namentlich zur Vorführung der folgenden Unterrichtsversuche benutzt werden: Teilbarkeit des Hebels (Hebelgesetz); Verlegung des Schwerpunktes im vertikalen Sinne; Zu- und Abnahme der Empfindlichkeit der Wage; Indifferenz und Labilität der Wage; proportionale Zu- und Abnahme der Empfindlichkeit bei Verlängerung oder Verkürzung des Hebels; Folgen der Verlegung der Ebene der Aufhängeachsen über oder unter die Drehschneide; Prüfung der Wage auf ihre Gleicharmigkeit; Justierung der ungleicharmigen Wage; richtiges Wägen mit der ungleicharmigen Wage; Bestimmung des Hebelfehlers; Bestimmung des spezifischen Gewichtes fester und flüssiger Körper. Gleichzeitig ist diese Wage durch ihre Einrichtung auch geeignet für chemische Vorlesungsversuche, die Demonstration der Dichtenverhältnisse der Gase zur atmosphärischen Luft und der durch Oxydation hervorgerufenen Gewichtszunahme metallischer Körper etc.

Die Wage kann auch von der Firma Warmbrunn, Quilitz & Co. in Berlin zum Originalpreise (115 M.) bezogen werden.

Correspondenz.

M. K. — Es verdient in der That bemerkt zu werden, dass bei der pendelnden Scheibe von Fr. C. G. Müller (d. Zeitschr. S. 205) das die Schwingungen unterhaltende, an dem langen Faden jenseits der Rolle angebrachte kleine Gewicht nur unendlich wenig auf und ab schwanken darf, und dass bei Schwankungen von endlicher Grösse der Zug an dem Faden nicht genau gleich dem Gewichte ist.

H. J. — Die übliche Begründung der Aberration des Lichtes ist allerdings sehr mangelhaft. Doch auch der von Ihnen übersandte Versuch einer Ableitung aus dem Huygens'schen Prinzip ist nicht einwurfsfrei. Eine exaktere Darstellung, durch Ihre Einsendung veranlasst, wird demnächst von einem Mitarbeiter d. Ztschr. gegeben werden.

N., Danzig. — Die erdmagnetischen Elemente für Danzig und mehrere andere Orte sollen im nächsten Jahrgang veröffentlicht werden.

R. S., Budapest. — Ihr Aufsatz über G. Parragh's Unterrichtsapparate kann aus Mangel an Raum erst im nächsten Heft erscheinen.