

Beiträge zur Ableitung der ersten Grundlagen der Dynamik.

Von

Professor O. Reichel in Charlottenburg.

1. Bewegung.

Insbesondere: geradlinige Bewegung, gleichförmige Bewegung.

Denkt man sich die Entfernungen zwischen einem Punkt P einerseits und den Punkten eines Körpers K andererseits durchweg als unveränderlich, so heisse auch P „unveränderlich bezüglich zu K (oder relativ zu K)“. — Beispiel: Die Mastspitze eines segelnden und auf den Wellen tanzenden Schiffes ist ein bezüglich des Schiffskörpers unveränderlicher Punkt.

Sind P und Q zwei bezüglich zu K unveränderliche Punkte, und fällt ein Punkt P' am Anfang eines gegebenen Zeitraumes zusammen mit P , am Schlusse mit Q , so werde gesagt, Punkt P' habe bezüglich des Körpers die Verschiebung PQ erlitten. Hat er dabei die Punkte der geraden Linie PQ und keine anderen durchlaufen, so werde gesagt, er habe sich bezüglich zu K geradlinig, und zwar um die Strecke PQ bewegt. — Beispiel: Es sei von der Mastspitze P des oben gedachten Schiffes zum Bugsprit Q ein Tau straff gespannt, und es rutsche eine durchbohrte, auf das Tau aufgezugene Holzkugel von P abwärts nach Q .

Erfolgt die Bewegung des Punktes P' derart, dass er in gleichen Zeiteilen stets gleiche Teilchen von PQ , und zwar in jeder Zeiteinheit v Längeneinheiten, in jeder halben Zeiteinheit $v/2$ Längeneinheiten u. s. w. zurücklegt, so sage man, die Bewegung sei gleichförmig vor sich gegangen und zwar mit der Geschwindigkeit v . — Beispiel: Bewegt (im vorigen Beispiel) das Schiff sich auf ebener Wasseroberfläche, und hat die Holzkugel einen nicht zu geringen, aber auch nicht einen zu hohen Grad von Reibung auf dem Tau, so geht das Hinabgleiten der Kugel gleichförmig vor sich.

Von zwei Körpern K und K_1 werde gesagt, K_1 bewege sich bezüglich zu K , wenn mindestens ein Punkt von K_1 sich bezüglich zu K bewegt. Geradlinig und gleichförmig werde die Bewegung genannt, wenn jeder Punkt von K_1 eine geradlinige und gleichförmige Bewegung zu K hat.

Bewegt K_1 sich geradlinig und gleichförmig in Bezug auf K , so bewegt auch K sich geradlinig und gleichförmig in Bezug auf K_1 , und zwar nach entgegengesetzter Richtung, aber mit ebenso grosser Geschwindigkeit.

Beweis: Es sei die Bewegung von K_1 während eines gegebenen Zeitraumes dargestellt durch eine Linie PQ , es seien also P und Q zwei bezüglich des Körpers K unveränderliche Punkte, so dass derjenige Punkt P_1 von K_1 , der am Anfang des Zeitraumes sich deckt mit P , am Schlusse mit Q zusammenfällt. Ist nun Q_1 derjenige Punkt von K_1 , welcher anfangs mit Q zusammenfiel, so hat, eben weil Q anfänglich

mit Q_1 , am Schlusse aber mit P_1 sich gedeckt hat, Q die Verschiebung Q, P_1 bezüglich zu K_1 erlitten, woraus die Richtigkeit der Behauptung folgt.

Beispiel: Bezüglich eines mit der Geschwindigkeit von 90 km in der Stunde nach Westen fahrenden Schnellzuges bewegt sich der Bahnkörper mit derselben Geschwindigkeit nach Osten.

2. Geschwindigkeit bei ungleichförmiger Bewegung.

Versuch. Ein Pendel (Fig. 1) ist gebildet durch einen 5 cm dicken, 10,5 cm hohen, 52 cm langen Klotz aus Buchenholz, der an jedem Ende mittelst eines Hakens an zwei nach oben divergierende, beim Ruhezustand des Pendels rechtwinkelig zur Längsrichtung des Klotzes gespannte Fäden gehängt ist. Jeder der beiden Haken

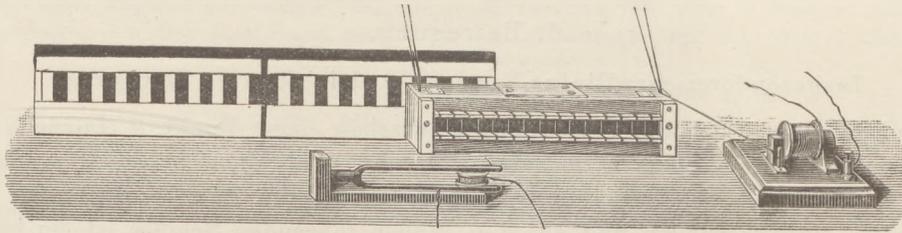


Fig. 1.

liegt 1,95 m tiefer als das Rechteck der Aufhängepunkte der vier Fäden; die Pendellänge ist also gleich 1,95 m zu rechnen¹⁾. Die dem Beschauer zugekehrte lange Vertikalwand des Klotzes ist mit einer Vorrichtung versehen, so dass sie mit einer stets abnehmbar bleibenden ebenso langen, 5 cm breiten Glastafel bekleidet werden kann. Diese wird an ihrer vorderen Fläche mittelst einer Terpentinlampe stark mit Russ überzogen. Eine hundert Schwingungen in der Sekunde ausführende, durch elektrischen Strom tönend erhaltene, an der einen Zinke mit einer Schreibspitze versehene Stimmgabel wird so aufgestellt, dass, wenn das Pendel in Schwingung versetzt wird, durch die Spitze eine Wellenlinie auf der berusssten Tafel gezogen wird. Die Spitze wird dabei durch den leisen Druck einer sie tragenden, sehr schwachen Feder in steter Berührung mit der Russfläche erhalten²⁾. Am Schlusse der ersten Pendelschwingung wird sofort die Gabel zurückgezogen.

Unmittelbar hinter der Bahn des Pendels steht eine Skala von Blech, halbe Winkelgrade anzeigend, an welcher die Ausgangsstellung des Pendels abgelesen wird.

Vor den beiden Längsrändern der Glastafel befindet sich je eine Messingleiste mit Einschnitten, die immer einem halben Grad entsprechen; und ein kurzes, dümmes Stahllineal passt mit seiner Längskante in je zwei solche einander gegenüberstehende Einschnitte, so dass, wenn man es bewegt, eine aus der Mitte der Kante als Fortsatz der Linealfläche hervorragende Spitze eine Linie auf der Glastafel zieht; es kann also eine Einteilung nach halben Graden auch auf der Russfläche binnen weniger Minuten hergestellt werden.

Mit einiger Vorsicht beim Justieren und Einstellen des Pendels, welches durch einen elektromagnetisch festgeklemmten und erst im Zeitpunkt des Versuchs aus-

¹⁾ In Folge zu geringer Zimmerhöhe mussten wir uns mit der Pendellänge 1,95 m statt 2 m, die wir lieber gewählt hätten, begnügen.

²⁾ Den Rat zur Anwendung der Stimmgabel verdanke ich meinem Bruder, dem Mechaniker C. Reichel in Berlin.

zulösenden Faden gehalten wird, gelingt es nun stets, eine Wellenlinie zu erhalten³⁾, mittelst deren der Begriff der Geschwindigkeit bei ungleichförmiger Bewegung ($v = \lim \Delta s / \Delta t$) sehr gut zu erläutern ist, und mittelst deren auch die durchlaufene Wegstrecke, sowie die augenblickliche Geschwindigkeit des Pendels sich als Funktionen der Zeit darstellen, so dass also die Formeln:

$$v = V \sin t \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad \varphi = \alpha \cos t \sqrt{\frac{g}{l}}$$

in ausreichender Weise durch den Versuch bestätigt werden können.

Für eine erstmalige Anwendung des Apparates (Anfang des Unterrichts in der Lehre von der Bewegung) sollen ausser dem Geschwindigkeitsbegriff nur folgende Ergebnisse hervorgehoben werden:

Es wurden nach einander Schwingungsweiten von 6° , 3° , $1\frac{1}{2}^\circ$ gewählt. Damit die drei Curven nicht in einander laufen, wurde beim zweiten und dritten Mal die Stimmgabel mittelst Stellschraube immer ein wenig tiefer gestellt. Das Feld des letzten halben Grades vor dem Durchgang durch die Gleichgewichtsstellung zeigte nun beziehungsweise $3\frac{3}{4}$, $7\frac{1}{2}$, 15 Wellen; daraus folgt:

Die Geschwindigkeit, mit der das Pendel durch die Gleichgewichtslage geht, ist proportional der Schwingungsweite.

Dass bei kleinen Schwingungsweiten die Schwingungsdauer eines Pendels von der Schwingungsweite im Uebrigen unabhängig ist, sei schon vorher mittelst zweier an gleich langen Fäden hängenden Bleikugeln den Hörern zur Anschauung gebracht worden.

3. Masse. Stosskraft einer bewegten Masse.

Versuch. Zwei Klötze von Buchenholz von gleicher Gestalt und Grösse wurden ebenso aufgehängt, wie das vorige Pendel, aber so, dass, wenn sie in der Ruhelage waren, ihre ein wenig convexen Stirnflächen sich berührten. Nun wurden sie nach entgegengesetzten Richtungen um gleiche Winkel (höchstens 10°) aus den Gleichgewichtslagen entfernt, es wurde an die eine jener Stirnflächen ein sehr kleines Kügelchen genügend weichen Wachses geklebt und alsdann mittelst zweier elektromagnetischen Auslösungen beide Klötze gleichzeitig losgelassen; sie trafen dann gerade beim Erreichen der Gleichgewichtsstellung auf einander. Die Bewegungen vernichteten sich. Ein zweiter Versuch unter Aenderung des Winkels ergab das Nämliche.

Wenn zwei Massen mit bezüglich des Beobachters gleichen Geschwindigkeiten gegen einander treffend, gegenseitig ihre Bewegungen nahezu oder gänzlich vernichten, ohne dass ein merklicher Teil der Massen seine Form ändert, so mögen sie bez. nahezu oder völlig gleich genannt werden.

Eine Wägung der Klötze ergab bei beiden das Gewicht 1 kg, daraus folgt:
„Gleiche“ Massen werden von der Erde gleich stark angezogen.

Es wurde ferner der eine der beiden Klötze einmal durch eine ihm gleiche Metallmasse, ein andres Mal durch zwei ihm gleiche, ein drittes Mal durch drei ihm gleiche vermehrt (zu dem Zweck waren in dem einen Klotz Vertiefungen hergestellt, in welche messingene Gewichtsstücke von je 1 kg. gesetzt werden konnten);

³⁾ Diese lässt sich sofort mit Leichtigkeit auf einen darüber gedeckten mit Siccativ frisch eingeriebenen Papierstreifen übertragen, der dann den Hörern zur Besichtigung herungebracht werden kann.

die gegenseitige Zerstörung der Bewegungen trat dann, falls der unbeschwerte Klotz jedesmal aus der Winkelstellung 6° losgelassen worden war, ein, wenn man den beschwerten bez. von der Ablenkung 3° , 2° , $1\frac{1}{2}^\circ$ aus hatte fallen lassen; eine Bewegung der einfachen Masse wird also von der doppelten, dreifachen, vierfachen Masse vernichtet (und umgekehrt), wenn deren Geschwindigkeit bez. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ so gross ist.

Lässt man die Klötze (beide unbeschwert) aus Schwingungsweiten von 6° und 2° gegen einander prallen, so bewegen sie von da ab sich gemeinsam und zwar bis zur Ausgangsstellung, 2° , des zweiten, worauf sie dann in gewöhnlicher Weise pendeln.

Stosskraft („Quantität der Bewegung“) einer bezüglich des Beobachters bewegten Masse heisse: das Produkt aus der Maasszahl der Masse und der Maasszahl ihrer Geschwindigkeit.

4. Das Parallelogramm der Stosskräfte.

Aufgabe: Zwei Massen m und m_1 treffen auf einander mit bezüglich zum Beobachter gemessenen Geschwindigkeiten v und v_1 ; welchen Weg nehmen sie, falls sie sich nicht wieder trennen?

Auflösung: Zunächst sei $m = m_1 = 1$, und es seien die Bewegungen beider Massen während der dem Zusammenstoss vorangehenden Zeiteinheit (Sekunde) dargestellt durch zwei Linien AC und BC . Ferner sei AB gezogen und die Mitte γ von AB verbunden mit C . Der Schüler werde nun zur Beantwortung folgender Reihe von Fragen angeleitet:

1) An welchen Orten, A_1 und B_1 der Zeichnung, befinden sich m und m_1 nach $t = \frac{1}{3}$ Sek., an welchen Orten, A_2 und B_2 nach $t = \frac{2}{3}$ Sek.? Beantwortung durch wirkliches Zeichnen (siehe Fig. 2).

2) Mit m und m_1 gleichzeitig verschiebbar gedacht sei eine durchsichtige Platte (Glasplatte für die Zeichnung an der Wandtafel, ein Stückchen Paus-Papier in der Hand jedes Schülers für dessen Zeichnung im Heft); und zwar denke man sich die Platte geradlinig und gleichförmig bewegbar derart, dass die Bewegung in Richtung und Grösse dargestellt sei durch die Linie γC . Man lege die Platte auf die Zeichnung und pause die Linie γC , ebenso die Linie AB mit roter Farbe durch; es stellt dann die Gerade γC die Führung dar, längs deren die Punkte rot γ und rot C (und zwar so, dass rot γ am Schluss der Sekunde in C ankommt)

zu laufen haben werden. An welchen Orten der Zeichnung nun, γ_1 und γ_2 , wird rot γ sich befinden nach $t = \frac{1}{3}$ Sek., bez. nach $t = \frac{2}{3}$ Sek.? und wie liegen die Punkte A_1 , γ_1 , B_1 zu AB ? Ebenso die Punkte A_2 , γ_2 , B_2 ? Beantwortung durch Zeichnen (siehe Fig. 3).

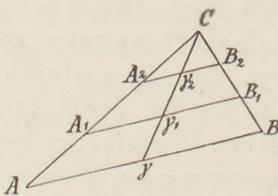


Fig. 3.

3) An welchen Orten, α_1 und β_1 der Zeichnung liegen zur Zeit $t = 0$ diejenigen beiden Punkte der durchsichtigen Platte, welche zur Zeit $t = \frac{1}{3}$ sich decken werden mit m und m_1 ? an welchen Orten α_2 und β_2 , liegen zur Zeit $t = 0$ diejenigen beiden Punkte der Platte, mit welchen m und m_1 zur Zeit $t = \frac{2}{3}$ zusammen-

treffen werden? Antw. siehe Fig. 4.

Man pause auf der immer noch still gehaltenen Platte die Punkte $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ mit roter Farbe durch! — Nunmehr führe man die der ersten Drittel-Sekunde entsprechende Verschiebung der Platte wirklich aus.

Bewegen alsdann m und m_1 sich ebenfalls, derart wie vorausgesetzt, so kommt zur Deckung

m mit rot α_1 (und zwar in A_1),

m_1 mit rot β_1 (und zwar in B_1);

es erleidet also bezüglich der Platte

Punkt m die Verschiebung rot $A\alpha_1$,

Punkt m_1 die Verschiebung rot $B\beta_1$.

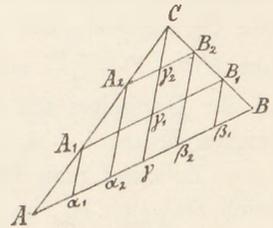


Fig. 4.

In gleicher Weise folgt, dass die Massenpunkte m und m_1 , wenn ihre Bewegung, ebenso wie diejenige der Platte, $t = \frac{2}{3}$ Sek. oder aber $t = \frac{3}{3}$ Sek. gedauert hat, die Verschiebungen rot $A\alpha_2$ und rot $B\beta_2$ (bezw. rot $A\gamma$ und rot $B\gamma$) bezüglich der Platte erlitten haben müssen.

Mittelst des Gesagten entwickelt sich die Erkenntnis, dass die Massenpunkte m und m_1 bezüglich der Platte sich mit gleichen Geschwindigkeiten einander gerade entgegen bewegt haben müssen. — Zu besserer Veranschaulichung führe man die Bewegung der Platte noch einmal, ohne jede Unterbrechung durch Sprechen und Zeigen aus; die Schüler seien aufgefordert, dabei nur auf die beiden veränderlichen Schnittpunkte zwischen AC und rot AB und zwischen BC und rot AB zu achten. Sie erhalten alsdann den Eindruck, als ob diese beiden Punkte Körperchen, m und m_1 , wären, die auf der Platte einander gerade entgegen liefen. Die Schüler können dasselbe dann an ihrer eigenen Zeichnung mittelst der Paus-Papier-Platte ausführen.

(Zur Erläuterung des Nächstfolgenden führe man an, dass die Versuche von S. 267 auch noch gelingen würden, wenn man sie in der Kajüte eines auf ruhiger Wasserfläche geradeaus fahrenden Dampfschiffes anstellte, und dass dann bez. zum Lande die beiden Klötze doch in nicht einander gerade entgegengesetzten Bahnen zusammentreffen und in der Diagonale weiter gehen würden.)

Als nächster Schluss ergibt sich nun, dass m und m_1 — vom Zusammentreffen in C ab — bezüglich der durchsichtigen Platte still stehen müssen. Stillstand bezüglich der bewegten Platte ist aber bezüglich des Beobachters: Bewegung von C aus in der Richtung γC mit einer Geschwindigkeit V oder CE , die gleich γC ist.

Verlängert man nun AC und BC um sich selbst (Fig. 5), bezw. bis F und J , so stellen CF und CJ die Stosskräfte dar, mit denen m und m_1 von C aus weiter gehen würden, wenn sie dort einander nicht vorfänden; da sie aber sich vereinigen (Voraussetzung), so wird die Stosskraft der nunmehrigen Masse 2 nicht durch die einfache Geschwindigkeit CE dargestellt, sondern durch die um sich selbst verlängerte CE , also durch eine Linie $CL = 2V$. Es ist dann aber CL nichts anderes als die Diagonale des Parallelogramms, welches CF und CJ zu Seiten hat.

Ist nur m , nicht aber m_1 gleich der Masseneinheit, und $m_1 > m$, so ändert sich die Betrachtung folgendermassen: Man wähle für Punkt γ auf AB nicht die Mitte, sondern eine solche Lage, dass $A\gamma : \gamma B = m_1 : 1$ wird; alsdann stellt $V = \gamma C$ die Bewegung dar, die man — zum Zweck einer der vorhergehenden entsprechenden

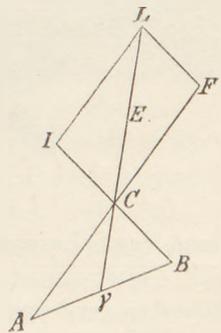


Fig. 5.

Betrachtung — der Platte geben muss. Man bestimme ferner einen Punkt G auf der verlängerten CB , sodass GC die Stosskraft $v_1 m_1$ darstellt, mit welcher m_1 in C ankommt. Alsdann ist $CG : CB = m_1 : 1$, also $= A\gamma : \gamma B$, also AG durch die Gerade $C\gamma$ halbiert; und es lässt sich leicht berechnen, wenn H die Mitte von AG , dass $HC = v \cdot \frac{1+m_1}{2}$ sein muss. Hieraus folgt aber, dass man nur die Linie HC um ihr Doppeltes CL zu verlängern braucht, um in CL die Stosskraft der vereinigten Masse $1 + m_1$ dargestellt zu erhalten.

Zeichnet man ferner CF , wie im vorigen Falle gleich $AC = v \cdot 1$, CJ aber gleich $GC = v_1 \cdot m_1$, so ergibt sich, dass das Resultat vom vorigen Fall auf den jetzigen in entsprechender Weise zu verallgemeinern ist.⁴⁾ Allgemein spricht sich demnach der Satz vom Parallelogramm der Stoskräfte folgendermassen aus:

Treffen zwei sich bewegende Massenpunkte m und m_1 in einem Punkte C zusammen und bleiben sie vereinigt, sind ferner die Stoskräfte, mit denen sie den Punkt C verlassen würden, wenn jeder den andern dort nicht vorgefunden hätte, dargestellt durch zwei Strecken CF und CJ , so wird die Stosskraft der vereinigten Masse dargestellt durch die Diagonale CL des durch CF und CJ als Seiten bestimmten Parallelogramms.

Zur Prüfung des Gesetzes durch den Versuch, wenn insbesondere $m = m_1 = 1$ ist, dient die folgende Vorrichtung (Fig. 6):

Drei Pendel aus gusseisernen Kugeln von je 1034 g (Pendellänge 2 m) gebildet, sind so aufgehängt, dass sie in ihren Ruhelagen einen ebenso als Pendel

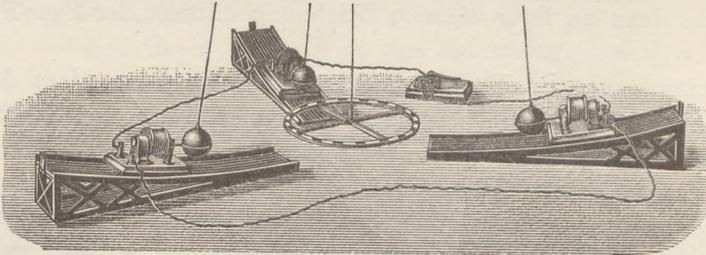


Fig. 6.

(axial) aufgehängten, also horizontal schwebenden, sehr leichten radförmigen Körper aus Pappelholz (Durchmesser: 32 cm) berühren. Die Aufhängungen der Kugeln

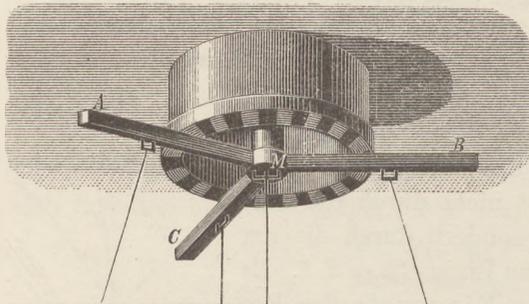


Fig. 7.

sind dabei noch, wie Fig. 7 zeigt, derart verstellbar, dass die Winkel zwischen den Schienen MA , MB , MC beliebig gewählt werden können.⁵⁾

Man wähle nun $\angle AMB = \varphi^\circ$ und entferne die an A und B hängenden Kugeln aus ihren Gleichgewichtslagen um ebenfalls beliebig, aber nicht zu gross gewählte Winkel α° und β° derart, dass, wenn man sie dann los

lasse, ihre Schwingungsebenen durch den Aufhängungsfaden des Rades gehen würden.

⁴⁾ Für den Unterricht würde es sich bei Mangel an Zeit empfehlen, nur das Ergebnis der soeben gegebenen Herleitung auszusprechen, die Herleitung selbst aber je nach Umständen unter Darbietung von Anhaltspunkten den begabteren Schülern zu überlassen.

⁵⁾ Die sinnreiche und sorgfältige Ausführung der Apparate rühmt von Herrn Rönne in Charlottenburg, Bismarckstrasse 98 her, der zu fernerer Herstellung bereit ist.

Vorher habe man ein Parallelogramm $aMbc'$ (Fig. 8) gezeichnet mit dem Winkel $M = \varphi$ und den Seiten $Ma = \alpha$ cm, $Mb = \beta$ cm; und es sei ein Punkt c auf der rückwärts verlängerten Diagonale Mc' so bestimmt, dass $Mc = Mc'$ sei. Man stelle jetzt die Aufhängung der dritten Kugel so ein, dass der Radius MC mit MA einen Winkel so gross wie aMc , also zugleich einen Winkel so gross wie bMc mit MB bilde, und entferne die Kugel aus ihrer Gleichgewichtslage und zwar um einen solchen Winkel γ° , dass $\gamma = Mc : 1$ cm ist — und in der Weise, dass wenn man sie los liesse, auch ihre Schwingungsebene durch den Aufhängungsfaden des Rades gehen würde. Die Einstellung der drei Kugeln in den bezeichneten Abständen von dem Holzrade wird mit Hilfe einer Skala (Fig. 9) vorgenommen, die in halbe Winkelgrade geteilt und oben mit einem Spiegel s versehen ist. (Die genaue Innehaltung der Winkel AMB , BMC und CMA durch die Pendel war erzielt,

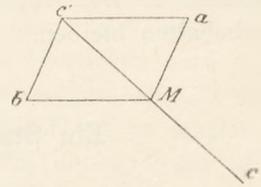


Fig. 8.

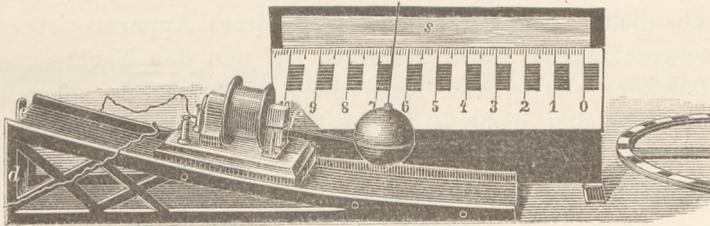


Fig. 9.

indem man noch vor Ablenkung jeder der Kugeln eine auf dem Plättchen e und eine auf dem Elektromagnet f befindliche Marke in die Ebene des Kugel- und des Rad-Fadens gebracht hatte, worauf dann erst die Skala an die gusseiserne Bahn d der Auslösungsvorrichtung herangerückt worden war). Das Rad werde nun an den von den Kugeln verlassenen Berührungsstellen mit dünnen Lagen weichen Wachses versehen und dann gebe man die Kugeln mittelst der elektromagnetischen Auslösung frei.

Bei den angestellten Versuchen vernichteten die drei Kugeln, indem sie gleichzeitig an das Rad schlugen, in überzeugender Weise gegenseitig ihre Bewegungen. — Dagegen blieb eine erhebliche Bewegung aller vier Körper übrig, wenn die Winkel φ , α , β , γ in anderer als der dem Parallelogramm der Stosskräfte entsprechenden Weise gewählt waren; insbesondere z. B. eine Bewegung in der Richtung MC' , oder aber in der Richtung MC , wenn man bei unveränderten Werten von φ , α und β den Wert von γ kleiner bez. grösser als $Mc : 1$ cm gemacht hatte.

Endlich ist noch zu bemerken, dass der Übergang von der Bewegungslehre (Dynamik) zur Lehre vom Gleichgewicht bei der hier eingeführten Betrachtungsweise keine Schwierigkeit bietet; um nur ein Beispiel hervorzuheben, der bekannte statische Beweis des Gesetzes vom Parallelogramm der Kräfte, bei welchem gezeigt wird, dass drei von einem beweglichen Punkte aus nach verschiedenen Richtungen laufende, mit Hülfe von geeigneten Gewichten und von Rollen gespannte Sehmüre einander im Ruhezustand erhalten, kann als eine Art Grenzfall des hier gegebenen Erfahrungsbeweises angesehen werden, wenn man denselben auf ungleiche Massen m und m_1 ausdehnt und absieht von dem unwesentlichen Umstand, dass es sich hier um stossend angebrachte Kräfte handelt, während dort die Gewichte ziehend wirken; man hat nur nötig, die Schwingungsweiten, also auch die Stosskräfte der drei Kugeln unmessbar klein und die Massen der

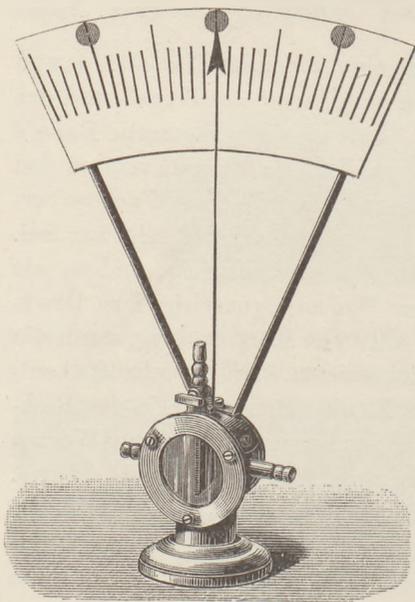
Kugeln proportional jenen Gewichten anzunehmen, und der Versuch mit den Kugeln geht im wesentlichen in denjenigen mit den Gewichten über. Dies näher auszuführen, wobei insbesondere auch die Versuche mit der Atwood'schen Fallmaschine noch in die Betrachtung zu ziehen sein würden, kann einer anderen Gelegenheit vorbehalten bleiben.

Ein Stromanzeiger für Wasser- und Luftstrom.

Von

Dr. P. Szymański in Berlin.

Herr K. NOACK hat in dieser Zeitschrift (*1. Jahrg. S. 236*) die Wichtigkeit der Methoden zur Messung von Widerständen, elektromotorischen Kräften und Strömen für den elementaren Unterricht hervorgehoben und einen Apparat beschrieben, der am Wasserstrom das Ohm'sche Gesetz und die Theorie der Wheatstone'schen Brücke veranschaulicht. Ein wesentlicher Teil dieses Apparats ist ein Stromanzeiger. Die vorgeschlagene Form desselben hat nun den Nachteil, dass die Bewegung des Rädchens aus grosser Entfernung nicht gut zu sehen ist und die Grösse der Stromintensität nicht so leicht beobachtet werden kann. Durch die beschriebenen Versuche angeregt, habe ich einen Stromanzeiger zusammengestellt, dessen Functionen aus grosser Entfernung sichtbar sind, und der einer Aichung unterworfen werden kann, so dass die Stromstärken vergleichbar werden. Auch die äussere Analogie dieses Apparates mit einem Galvanoskop ist eine vollständige.



Eine auf einem Fuss befestigte cylindrische Kapsel deren Vorderwand aus Glas besteht um das Innere sichtbar zu machen, ist mit zwei horizontal in dieselbe an zwei gegenüberliegenden Stellen des Mantels einmündenden Röhren versehen. An dem obersten Teil des Mantels besitzt die Kapsel eine Oeffnung die durch eine festgeklemmte Gummimembran verschlossen ist. Durch dieselbe geht in vertikaler Richtung ein kurzer Draht, welcher mittelst kleiner Schraubenmutter von beiden Seiten an der Membran so befestigt ist, dass die Kapsel wasserdicht verschlossen und der Draht an der Membran pendelnd beweglich ist. An das in die Kapsel hineinreichende Ende des

Drahtes ist eine Messingplatte als vertikaler Achsenschnitt des Cylinders befestigt, welche den inneren Raum in zwei Teile teilt und so gross gewählt ist, dass sie noch ziemlich weit seitlich hin und her pendeln kann. Das obere aus der Kapsel hervorragende Ende des Drahtes ist mit einem leichten 20 bis 30 cm langen Zeiger (Aluminiumdraht mit einem Papierpfeil) versehen, hinter welchem eine Teilung angebracht ist. In der Ruhe hängt die an der Membran befestigte Platte senkrecht herab, wodurch der Zeiger in vertikaler Stellung gehalten wird. Leitet man durch die Kapsel einen Wasserstrom, so wird die Platte von dem einströmenden Wasser seitwärts gedreht

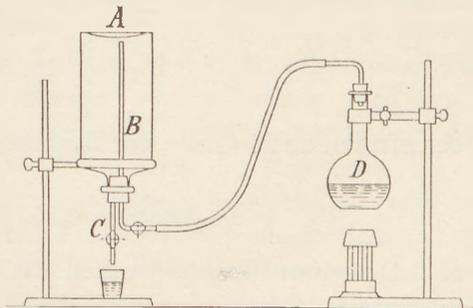
und dadurch der Zeiger seitlich bewegt. Der Ausschlag des Zeigers hängt von der Intensität des die Kapsel durchfliessenden Stromes ab und es kann ein Zusammenhang zwischen der Menge des in der Sekunde fliessenden Wassers (Stromstärke) und der Grösse des Ausschlages empirisch ermittelt resp. tabellarisch zusammengestellt, d. h. der Stromanzeiger geeicht werden. Bei Versuchen wird der Apparat in den Stromkreis mit Hilfe von Gummischläuchen eingeschaltet. Um auch an der Stelle des Apparates die Niveauhöhe (Potential) sichtbar zu machen, ist an dem oberen Teil der Kapsel vor dem Zeiger ein mit einem Hahn versehenes Messingrohr angebracht, an welches ein Glasrohr befestigt werden kann. In diesem wird bei offenem Hahn die Niveauhöhe sichtbar. Der Apparat functioniert auch bei einem Luftstrom; er kann zu vielen Versuchen der Hydro- und Aerodynamik benutzt werden. Soll der geeichte Apparat als Strommesser dienen, so muss die Kapsel vollgefüllt sein, damit die Eichung richtig bleibt.

Über die Bestimmung des absoluten und relativen Gewichts der Gase mittels der Wage.

Von

Dr. Friedrich C. G. Müller in Brandenburg a./H.

Schon vor längerer Zeit teilte ich (*Chem. Berichte 1876, S. 1626*) mit, wie sich ohne Luftpumpe mit Hilfe des Wasserdampfs in einfachster Weise das Gewicht von 1 Liter Luft ermitteln lässt. Man nehme einen etwa 500 ccm fassenden Kochkolben, versehe ihn mit einem guten Kautschukpropf, durch dessen Bohrung eine Glasröhre geht, welche in eine schlanke aber nicht zu enge Spitze ausgezogen ist. In den Kolben bringt man etwa 50 ccm Wasser, kocht bis alle Luft ausgetrieben und schmilzt die Spitze mit der unter dem Kolben fortgenommenen Flamme schnell zu. Dies geht sehr leicht, indem man den heissen Rand der Flamme an die Spitze hält; einige Sekunden dauert das Ausströmen von Dampf noch fort, aber in dem Augenblick, wo es aufhört, ist auch die Spitze zugeschmolzen, ohne dass eine Spur Luft zurücktritt. Der in Wasser auf Zimmertemperatur abgekühlte und gut abgetrocknete Kolben wird dann auf einer Wage tariert, die Spitze abgebrochen und die Gewichtszunahme bestimmt. Dieser für den physikalischen Anfangsunterricht so sehr geeignete Versuch erleidet die Beschränkung, dass die dünnwandigen Kochkolben leicht zerdrückt werden, sobald sie mehr als 500 ccm fassen. Um mit einer Unterrichtswage, welche bei einer Belastung von 500 g noch einen den Schülern sichtbaren Ausschlag giebt, bis auf 1 Procent genaue Werte zu erhalten, verfähre ich jetzt in folgender Weise. Eine etwas über ein Liter fassende, walzenförmige Flasche A, wie sie in jeder Apotheke vorrätig, wird mit einem neuen, gut passenden, doppelt durchbohrten Kautschukstopfen versehen. Durch die eine Bohrung geht bis dicht an den Boden der Flasche das Hahnenrohr B, durch die andere das gerade Hahnenrohr C, welches mit der unteren Grundfläche des Stöpsels eben ab-



schneidet. Derartige sehr gut schliessende Glashähne sind im Preise von 1,5 M. das Stück überall zu kaufen. Die so ausgerüstete Flasche wird auf einen passenden Ring oder ein Dreieck mit der Öffnung nach unten gestellt und aus einer daneben aufgestellten Kochflasche *D* mittels eines Schlauchs Wasserdampf durch *B* zehn Minuten lang eingeleitet. Dass alle Luft verdrängt, zeigt man dadurch, dass man das Rohr *C* in kaltes Wasser taucht, wobei eine vollständige Condensation ohne Aufsteigen von Luftbläschen eintritt. Nunmehr werden nach Entfernung der Flamme die Hähne schnell zugedreht. Nachdem man die Flasche 5—10 Minuten hat an Luft erkalten lassen, steckt man sie in Wasser von Zimmertemperatur. Das Weitere ergibt sich von selber. Unmittelbar an die Luftwägung schliesst man die Wägung eines andern Gases, z. B. der Kohlensäure, indem man dieselbe in raschem Strome durch *B* bei aufrechter Stellung der Flasche einleitet. *C* kann man dabei mit einem zweimal rechtwinklig gebogenen Rohr verbinden, dessen freier Schenkel in einen leeren Cylinder taucht. Sobald dann eine verlöschende Kerze anzeigt, dass etwa $\frac{1}{2}$ L Gas übergetreten, ist sicher alle Luft verdrängt. Das erhaltene Mehrgewicht zum vorher gefundenen Luftgewicht addiert giebt das Gewicht der Kohlensäure. Letzte Zahl durch erstere dividirt giebt ohne Weiteres das specifische Gewicht der Kohlensäure. Die Versuchsdauer beträgt etwa 40 Minuten, der Experimentator ist aber nur 10 Minuten in Anspruch genommen.

Man wird sich über die Brauchbarkeit dieses Verfahrens am besten ein Urteil bilden, wenn ich die kürzlich bei einem Klassenversuch erhaltenen Zahlen mitteile. Die Flasche fasste 1060 cem. Der Luftdruck betrug 765 mm, die Zimmertemperatur 18°. Das Gewicht der luftleeren Flasche war 409,36 g, nach Lufteinlass 410,61 g; die eingetretene Luft wog also 1,25 g. Nach Einleiten von Kohlensäure wog die Flasche 411,27 g, mithin wiegt die Kohlensäure 1,91 g. Der Quotient $1,91/1,25$ giebt 1,529, also genau die richtige Zahl. Solche unmittelbar hinter einander vorgenommenen relativen Versuche müssen sehr genau ausfallen, weil keine Correctionen nötig sind, indem ja die Luft und das betreffende Gas genau unter den nämlichen Verhältnissen gewogen werden. — Das absolute auf 0° und 760 mm reducierte Gewicht eines Liters trockner Luft berechnet sich aus den angegebenen Zahlen zu 1,28 g.

Eine solche Bestimmung des Gewichts von 1 Liter Luft und Kohlensäure findet im Physikerunterricht der Untersekunda statt. Im chemischen Unterricht der folgenden Klassen werden die auf Luft bezogenen specifischen Gewichte der Gase weit schneller und mit weit geringerem Gasbedarf unter Benutzung der für Kohlensäure gefundenen Zahl 1,53 nach der im folgenden Aufsatz beschriebenen neuen manometrischen Methode ermittelt.

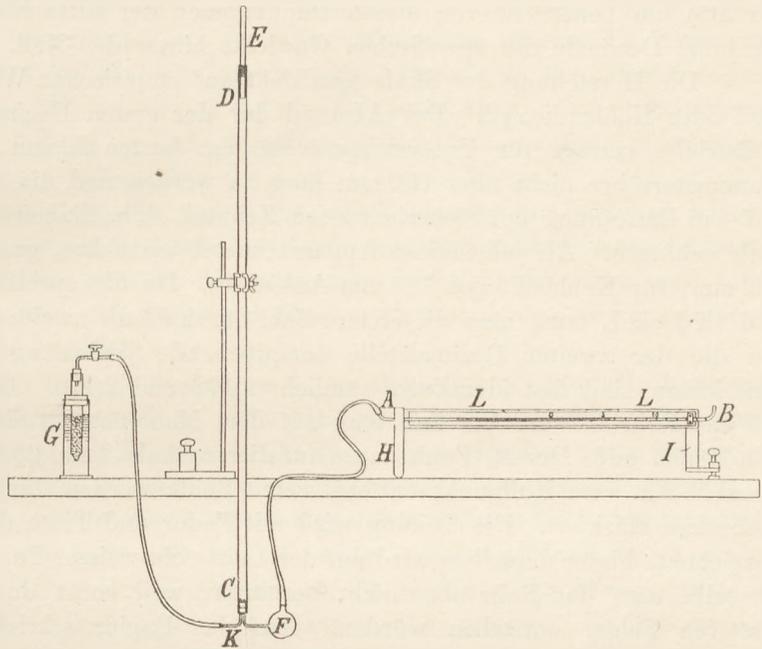
Über eine neue Methode zur Bestimmung des specifischen Gewichts der Gase.

Von

Dr. Friedrich C. G. Müller in Brandenburg a./H.

Den einen Hauptbestandteil des Apparats, welchen die Figur in $\frac{1}{15}$ natürlicher Grösse zeigt, bildet ein empfindliches Manometer. Dasselbe wird aus einer 3—4 mm weiten, mindestens 600 mm langen, in der Mitte schwach durchgebogenen Glasröhre *AB* gebildet. Man sucht eine Röhre aus, welche sich beim Hindurchsehen als

vollkommen gerade erweist, legt auf ein ebenes Brett in einem Abstände von 600 mm zwei Stifte von 2 mm Dicke einander parallel gegenüber, macht die Röhre über einer Flamme in der Mitte weich, legt sie mit ihren Enden auf die Stifte und biegt sie durch, bis sie das Brett berührt. Darauf werden die äussersten Enden in der Richtung der Winkelöffnung umgebogen. Die so vorgerichtete Röhre wird mit dem Scheitel nach unten horizontal in einem einfachen Gestell *HJ* befestigt. Letzteres besteht aus einem etwa 200mm breiten, 100 mm hohen Brett *H*, welches unten U-förmig ausgeschweift ist und dadurch 2 Füsse bildet, der Leiste *L* und dem dritten mit einer Stellschraube



verschenen Fusse *J*. Das Rohr geht bei *B* lose durch eine Drahtöse, wird aber bei *A* mittels Siegellack gehörig in einen Einschnitt des Brettes *H* gekittet. Beim Gebrauche füllt man es zur Hälfte mit durch Alkanna rot gefärbtem Äther und stellt mittels der Fusschraube so ein, dass das Ende des Flüssigkeitsfadens auf die dicht hinter der Biegung angebrachte Nullmarke fällt.

Der zweite Bestandteil ist eine vertikal eingespannte Glasröhre *CD* von etwa 20 mm Weite und 1200 mm Länge. In das eine Ende derselben ist mittels Korks oder eines Schlauchstückes ein etwas dünneres, beiderseits offenes Rohrstück *E* von 250 mm Länge so eingesetzt, dass es bequem auf und nieder geschoben werden kann. Das andere Ende ist mit einem Kautschukpropf versehen, durch dessen Bohrungen das Zuleitungsrohr *K* und eine Kugelhöhre *F* von der aus der Figur ersichtlichen Form gehen. *F* wird durch einen dünnen Schlauch mit dem Manometer, *K* ebenso mit dem Gasentwickler, z. B. einem Kohlensäureapparat *G* verbunden.

Die Wirkungsweise des ganzen Apparats ist Jedem, der mit den elementarsten Vorkenntnissen in der Hydrostatik ausgerüstet ist, leicht verständlich: Gesetzt, das eingeleitete Gas sei doppelt so schwer, wie die Luft, so wird es auf den Boden einen gewissen Druck ausüben, gleich dem einer Luftsäule von der Länge der Röhre. Infolge dieses Drucks wird der Äther im Manometer bis zu einem bestimmten Punkte verschoben, der dem spezifischen Gewicht 2,0 entspricht. Ein Gas von dem spezifischen Gewicht 3,0 müsste den Faden doppelt soweit schieben, ein solches von 1,5 halb soweit. Teilen wir also den Zwischenraum zwischen dem Nullpunkte und dem 2,0 entsprechenden Punkt in 10 gleiche Teile, so werden die Teilstriche den Einheiten der ersten Decimale des auf Luft bezogenen spezifischen Gewichts entsprechen. Für Gase leichter als Luft wird die Röhre *CDE* mit der

Öffnung nach unten eingespannt. Angenommen das Gas habe gar kein Gewicht, so würde der aufwärts gerichtete Druck wieder gleich dem einer Luftsäule von der Länge der Röhre sein und der Äther müsste zu demselben Punkte getrieben werden, wie zuvor von einem Gase mit dem spezifischen Gewicht 2,0. Zählen wir also die Teilstriche von diesem Punkte nach der Mitte hinzu, so erhalten wir die erste Decimale des spezifischen Gewichts hinter der Null.

Die Herstellung der Skala geschieht auf empirischen Wege mittels Wasserstoff oder Kohlendioxyd. Der Abstand der der ersten Decimale entsprechenden Teilstriche beträgt für Unterrichtszwecke am besten 20 mm, dann braucht die Manometerröhre nicht über 600 mm lang zu werden und die Schüler können doch auf 4 m Entfernung mit Sicherheit noch Zehntel, d. h. Einheiten der zweiten Decimale schätzen. Als ich meinen Apparat zuerst versuchte, gab er für Wasserstoff 202 mm, für Kohlendioxyd 115 mm Ausschlag. Da die spezifischen Gewichte 0,07 und 1,53 sind, muss man die erstere Zahl durch 93 die zweite durch 53 dividieren, um die der zweiten Decimalstelle entsprechende Skalenlänge zu erhalten. Die Quotienten sind fast identisch, nämlich 2,172 und 2,170. Daraufhin verkürzte ich das Rohr *CD* um $\frac{1}{11}$ und trug auf dem Manometer Teilstriche im Abstände von 20 mm auf. Der H_2 -Punkt muss auf dieser Skale 2 mal 93 mm, der CO_2 -Punkt 2 mal 53 mm vom Nullpunkt entfernt sein. Beide werden durch feine Striche noch besonders markiert. Die Teilung wird mit Feder und Tinte direkt auf die Röhre gezeichnet, hinter derselben wird auf der Leiste ein weisser Papierstreifen befestigt. Derselbe darf das Rohr aber nicht berühren, weil sonst durch Verbiegung des letzteren Fehler entstehen würden. Auf das Papier schrieb ich oberhalb der Röhre für schwere Gase die Zahlen 1,0, 1,1 . . . unterhalb für leichte 1,0, 0,9 . . . 0,0.

Soll der Apparat gebraucht werden, so macht man jedesmal im Beisein der Schüler einen Vorversuch mit H_2 oder CO_2 , wobei man durch Aus- oder Einschieben des Rohrs *E* den Ätherfaden genau auf die H_2 oder CO_2 -Marke einstellt. Hierdurch wird man unabhängig von Luftdruck, Temperatur und anderweitigen Umständen. Vor jedem neuen Versuch wird der Stopfen aus *CD* genommen und nach Lösung des Schlauchs etwa eingedrungenes Gas durch Saugen aus der Kugel *F* beseitigt. Hierauf verbindet man Alles wieder und leitet das zu prüfende neue Gas ein, bis das Manometer feststeht. Falls das Gas, wie z. B. Chlor oder Schwefeldioxyd, nicht ins Zimmer treten soll, bringt man vorläufig in *E* einen durchbohrten Kautschuckstopfen mit zweimal rechtwinklig gebogenem Rohr und leitet durch dasselbe das übersteigende Gas in eine Flasche ab. Nachdem das Manometer stationär geworden, wird nach Unterbrechung des Gasstroms dieser Stopfen wieder abgenommen, und die Ablesung bewerkstelligt.

Die Dauer einer jeden Bestimmung beträgt unter Voraussetzung eines lebhaften Gasstroms kaum eine Minute. Die Aufstellung des ganzen Apparats lässt sich mühelos in ein paar Minuten ausführen. Die Anordnung ist einfach und übersichtlich, das Prinzip leicht verständlich, aber gerade in dieser Anwendung sehr lehrreich. Schliesslich sind die nicht in jeder Schulsammlung vorrätigen Teile für wenige Mark zu beschaffen. Demnach dürfte der Apparat den Erfordernissen eines guten Schulapparats entsprechen.

Der vorstehenden Beschreibung seien noch einige ergänzende Bemerkungen hinzugefügt. Die Empfindlichkeit des Manometers und seine durch die mitgeteilten Zahlen belegte Genauigkeit ist über Erwarten gross. Fast möchte man glauben,

dass nur durch einen glücklichen Zufall gleich die zuerst ausgewählte Glasröhre in Bezug auf Geradheit sehr vollkommen war.

Es lassen sich noch verschiedene andere Versuche mit dem Manometer anstellen. Ein neben dem einen Fuss auf den Tisch gesetztes Gewicht biegt die Tischplatte durch und schon ein einziges Kilo bringt einen deutlichen Ausschlag hervor. Man kann die Tischplatte in dieser Weise als eine grobe Federwage wirken lassen. Wenn der Experimentator seinen Platz vor dem Tische ändert, so zeigt sich dies am Manometer; er hat also bei jeder Ablesung einen bestimmten Platz einzunehmen, falls er es nicht vorzieht das Manometer auf der Fensterbank oder auf Wandkonsolen aufzustellen.

Wenn man das Ende des von F gelösten Schlauchs hin und her bewegt, oder wenn man aus einiger Entfernung über die Schlauchmündung einen Luftstrom bläst, so zeigt sich eine lebhaftere Saugwirkung. Der Schornsteinzug wird sofort demonstriert, wenn man Zuleitungsrohr K offen lässt und eine kleine brennende Kerze auf den Stopfen stellt.

Ich beschliesse diese Mitteilung mit der Bemerkung, dass ich inzwischen den vorstehend beschriebenen Weg auch mit Erfolg zur Bestimmung von Dampfdichten eingeschlagen. Die Druckröhre habe ich weit dünner, etwa 8 mm weit, genommen und mit einem weiteren Rohr zum Erhitzen mittels Dampf umgeben. In das Druckrohr wird von unten ein Röhrechen eingeführt, welches die zu verdampfende Flüssigkeit enthält. Bis jetzt habe ich nur einige vorläufige Versuche, und zwar vor der Klasse, mit Alkohol und Aether unter Anwendung von Wasserdampf als Heizmittel angestellt. Alkohol gab 1,65, Aether 2,50, während die Theorie 1,68 und 2,51 verlangt. Nach den Ferien werde ich die Versuche weiter fortführen. Vorstehende Andeutungen dürften aber hinreichen, die wissenschaftliche Bedeutung der manometrischen Methode erkennen zu lassen. Denn diese Bestimmungen verlangen, abgesehen davon, dass sie sich beim Unterricht in wenigen Minuten ausführen lassen, weder Rechnungen noch Gewichts- und Maassbestimmungen.

Zur vergleichenden Analyse der Ableitungen für Begriff und Grösse der centripetalen Beschleunigung.

Von

Professor Dr. Alois Höfler in Wien.

1. Die Thatsache, dass für eine und dieselbe Hauptformel $w = v^2/\rho$ der Lehre von den krummlinigen Bewegungen eine grosse Mannigfaltigkeit von Ableitungen¹⁾ möglich ist, legt die Frage nahe, inwieweit es sich hier um eigentlich mechanische (phoronomisch-dynamische) oder bloss mathematische (arithmetisch-geometrische) Varianten eines und desselben Gedankens handle. Denn der Grundgedanke aller jener Ableitungen kann nur einer, nämlich derjenige sein, welcher unzweideutig bereits durch den Namen: Centripetale (d. i. gegen den Krümmungsmittelpunkt der Bahn gerichtete) Beschleunigung (d. i. Unterschied zweier Geschwindigkeiten, bezogen auf die Zeit 1) gegeben ist. — Überdies erscheint es namentlich im didaktischen Interesse wünschenswert, die Ableitungen für die Grösse der centripetalen Beschleunigung bei irgend einer krummlinigen Bewegung zu vergleichen mit den herkömmlichen Darstellungen zweier Klassen von Bewegungen, der Wurf- und Centralbewegungen, indem man sich bei der Einführung und Auswertung

¹⁾ Vgl. die Aufsätze von VOSS (II, 17), JANUSCHKE (II, 70) und die Mitteilung von MACH (II, 103).

der Begriffe „centripetale Beschleunigung“ und „Centripetalkraft“ bald auf Vorstellungsweisen, welche in der Lehre von den Wurfbewegungen, bald auf solche, welche in der Lehre von den Centralbewegungen begründet sind, zu berufen pflegt, ohne dass in der Regel klar gemacht wird, wieweit die Ähnlichkeiten, wie weit die Unterschiede der drei Klassen von Begriffen reichen. — In rechnerischer Hinsicht endlich bedürfen die überall notwendig werdenden Grenzübergänge einer näheren Erörterung, wie dies für eine Klasse der hierher gehörigen Ableitungen jüngst MACH (a. a. O.) verlangt hat.

Im Sinne der von MAISS²⁾ gestellten Forderung, „dass die geometrischen [genauer phoronomischen] und dynamischen Verhältnisse so streng als möglich gesondert erscheinen sollen“, beschränke ich mich im folgenden hauptsächlich auf die phoronomische Seite des Gegenstandes. Gewöhnlich pflegen schon in der Formulierung der Aufgabe wenigstens die dynamischen Begriffe von Masse und Trägheit vorausgesetzt zu werden. Verzichtet man hierauf, so bedarf die Einführung des Begriffes „centripetale Beschleunigung“ einer besonderen Rechtfertigung, welche wir zweckmässig an folgende allgemeine und hinsichtlich der Grenzübergänge völlig strenge Ableitung³⁾ knüpfen:

2. Die Bewegung eines Punktes erfolge längs einer beliebigen Bahn (Fig. 1) mit beliebiger, constanter oder irgendwie veränderlicher Geschwindigkeit; diese habe in zwei

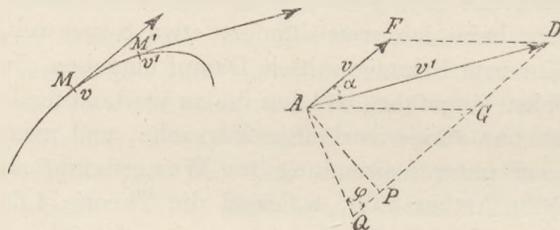


Fig. 1.

Fig. 2.

Punkten M und M' die Grössen v und v' . Die Richtungen der Bewegung in diesen Punkten sind gegeben durch die Tangenten. Tragen wir von einem beliebigen Punkte A (Fig. 2) innerhalb oder ausserhalb der Fig. 1 zwei Gerade AF und AD parallel zu jenen Tangenten auf und wählen wir ihre Längen so, dass sie sich verhalten wie die Maass-

zahlen v und v' jener Geschwindigkeiten, so ist durch die Seite AG des Parallelogrammes, dessen eine Seite AF , dessen Diagonale AD ist, Richtung und Geschwindigkeitsgrösse derjenigen Bewegung versinnlicht, welche zur Bewegung in M hatte hinzukommen müssen, um die Bewegung in M' zu geben. Diese AG kann nun selbst wieder auf unzählige Arten in zwei oder mehrere Componenten zerlegt werden. Wählen wir unter ihnen diejenigen Componenten GP und AP , welche zunächst definiert sind durch ihre Richtungen:

$$GP \parallel AF \quad \text{und} \quad AP \perp AF,$$

so ergeben sich hiernach auch ihre Grössen:

$$GP = DP - DG = AD \cos \alpha - AF = v' \cos \alpha - v$$

und $AP = AD \sin \alpha = v' \sin \alpha,$

wo der Winkel α die Richtungs-Änderung der Bewegung von M bis M' anzeigt. — Liegt ferner M' so nahe bei M , dass sowohl α , als auch der Unterschied $v' - v$, wie auch die Zeit τ der Bewegung von M bis M' verschwindend klein werden, so wird annähern d⁴⁾:

²⁾ Zeitschr. f. d. Realschulwesen, Wien, XIII. Jahrg., 1888, S. 201–217. „Zur Lehre von der Centralbewegung und den dabei auftretenden Kräften“ (besprochen in dieser Zeitschr. I, 271).

³⁾ Vgl. WALTENHOFEN, Grundriss der allgemeinen mechanischen Physik (Teubner 1876) S. 69.

⁴⁾ Das Zeichen \doteq für annähernde Gleichheit verwenden wir dort, wo die Annäherung zum ersten Male eingeführt wird; wenn von dem gewonnenen Ausdrucke in genauen Gleichungen fortgeschritten wird, setzen wir das einfache $=$, obwohl die späteren Grössen denen, von welchen ausgegangen wurde, im allgemeinen auch nur annähernd gleich sein werden. Wo der Grenzübergang, wie in obigen Rechnungen, zu genauen Schluss-Ergebnissen führt, ist dies besonders hervorzuheben.

$$GP \mp \left[v + (v' - v) \right] \cdot \left[1 - \frac{\alpha^2}{1 \cdot 2} \right] - v \mp v' - v; \quad \frac{GP}{\tau} = \frac{v' - v}{\tau}$$

$$\text{und } AP \mp \left[v + (v' - v) \right] \cdot \left[\alpha - \frac{\alpha^2}{1 \cdot 2 \cdot 3} \right] \mp v\alpha; \quad \frac{AP}{\tau} = \frac{v}{\tau} \cdot \alpha.$$

Hier ist $(v' - v)/\tau$ genau die nämliche Grösse, welche wir, gemäss der ursprünglichen Definition dieses Begriffes, als die Beschleunigung längs der Bahn kennen und mit w bezeichnen. Auch $(v/\tau) \cdot \alpha$ stellt eine Beschleunigung dar; da sie normal zur Bahn ist, bezeichnen wir sie mit w_1 . Wegen $v\tau = \alpha\rho$ ist:

$$w_1 = \frac{v^2}{\rho}.$$

Die Einführung dieses Begriffes einer „Normal-Beschleunigung“ oder „centripetalen Beschleunigung“ kann nun aber solange noch immer willkürlich scheinen, als nicht ein Grund angegeben ist, warum wir unter den unzähligen möglichen Zerlegungen der AG die in GP und AP bevorzugt haben. Der bei der Ableitung dieser Grösse gewöhnlich an die Spitze gestellte Grund: „Wäre der sich bewegende Punkt sich selbst überlassen, so ginge er infolge der Trägheit in der Tangente fort; dass er sich in einer krummen Bahn bewegt, rührt also von einer Kraft her, welche ihm eine Beschleunigung normal zum Bahnelement erteilt“ — ist ein durchaus dynamischer, und zwar setzt er die Giltigkeit des Trägheitsgesetzes nicht nur für die Erhaltung der Geschwindigkeit, sondern auch der Richtung voraus⁵⁾. — Rein phoronomisch liegt die verlangte Motivierung für die Zerlegung der AG in je eine zum Bahnelement parallele und normale Componente darin, dass die soeben erhaltenen Sätze sich auch umkehren lassen. Wählen wir nämlich statt des Punktes P , für welchen $\angle APG = 90^\circ$, einen anderen Punkt Q , für welchen $\angle AQG = \varphi \leq 90^\circ$, so wird:

$$GQ = DQ - DG = AD \cdot \frac{\sin(\varphi + \alpha)}{\sin \varphi} - AF = v'(\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cotg \varphi) - v$$

$$\text{und } \frac{GQ}{\tau} = \frac{v' \cos \alpha - v}{\tau} + \frac{v'}{\tau} \sin \alpha \cdot \cotg \varphi \mp \frac{GP}{\tau} + \frac{AP}{\tau} \cotg \varphi.$$

Da das letztere Glied nur verschwindet, wenn $\cotg \varphi = 0$ ist ($AP = 0$ wäre nur bei geradlinigen Bewegungen möglich), so ist bewiesen, dass nur⁶⁾, wenn man aus der Gesamtbeschleunigung eine Beschleunigungscomponente normal aussondert, die übrige Beschleunigung die längs der Bahn darstellt; oder anders ausgedrückt: Soll der phoronomische Unterschied zwischen einer nach irgend einer „Wegformel“⁷⁾ auf einer Bahn von constanter und auf einer von veränderlicher Richtung dadurch dargestellt werden, dass man letztere Bewegung aus einer der ersteren Art und einer zu dieser hinzukommenden Bewegungscomponente zusammengesetzt denkt (welche letztere dann gewissermassen nichts anderes als das „Krümmen“ des seiner Länge nach ungeändert bleibenden Weges zu besorgen hat), so muss letztere Bewegung als eine gedacht werden, welche gegen das Bahnelement normal gerichtet ist und in dem Orte des sich bewegenden Punktes die Beschleunigung v^2/ρ besitzt.

In dem besonderen Falle der gleichförmigen Kreisbewegung wird das Bedürfnis

⁵⁾ Vgl. die Bemerkungen des Herausgebers zu MAISS' Aufsatz (a. a. O. I, S. 272, Z. 3—17 v. u.). Der daselbst verlangte Nachweis dürfte sich aus dem obigen unmittelbar ergeben.

⁶⁾ Damit der Beweis für diese Umkehrung ganz vollständig würde, müsste der Punkt Q auch ausserhalb der Richtung DG angenommen werden. Doch kommt diese Zerlegung von vornherein nicht in Betracht, weil die Componente, welche dabei an Stelle von DP resp. DQ träte, nicht mehr eine längs der Bahn wäre.

⁷⁾ So liesse sich etwa eine Relation $s = f(t)$, welche das Gesetz der Beziehung für die längs der Bahn zurückgelegten Wege zu den dazu gebrauchten Zeiten unmittelbar darstellt (z. B. $s = g/2 \cdot t^2$, $s = a \sin(2\pi/T) \cdot t$ u. s. w.), kurz benennen.

eines besonderen Beweises für die zum Bahnelement normale Richtung⁸⁾ nicht gefühlt, weil nur diese Richtung zur ganzen Bahn symmetrisch ist. Für und gegen die volle logische Evidenz einer solchen ausdrücklichen oder stillschweigenden Berufung auf die Symmetrie wäre dasselbe zu sagen, wie bei anderen geometrischen und mechanischen Anwendungen des Symmetrieprinzipes, den sogen. Berufungen auf den „fehlenden zureichenden Grund“, z. B. bei der Ermittlung der Resultierenden zweier gleicher Kräfte, bei der Aufstellung der Gleichgewichtsbedingung für den gleicharmigen Hebel u. dgl.).

3. Indem bei der vorstehenden Ableitung die Geschwindigkeiten und Richtungen der Bewegung gewissermassen nicht selbst an Ort und Stelle, in den Punkten M und M' der Fig. 1, in Rechnung gezogen, sondern durch die Strecken AF und AD der Fig. 2 vertreten wurden, stellt diese Ableitung ein Beispiel der Anwendung jener Methode der HAMILTON'schen „Vektoren“ dar, mittels deren MAXWELL⁹⁾ eine ebenso durch ihre Knappheit wie durch ihre Einheitlichkeit ausgezeichnete elementare Darstellung der Mechanik bis hinauf zu so allgemeinen Theoremen wie die Erhaltung des Massenmittelpunktes, die Erhaltung des Winkelmomentes u. dgl. zu geben vermocht hat.

Für die Vorzüge der Methode der Vektoren gibt die Ableitung der Formel c^2/r ¹⁰⁾ für die gleichförmige Bewegung im Kreise¹¹⁾ eines der überzeugendsten Beispiele: Indem der Punkt M (Fig. 3) sich in dem Kreise mit dem Radius $OM = r$ mit einer Geschwindigkeit c bewegt, deren Richtung und Grösse durch den „Vektor der Geschwindigkeit“ OV

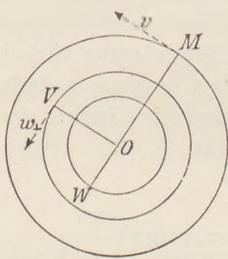


Fig. 3.

dargestellt wird, bewegt sich auch der Punkt V auf einem Kreise¹²⁾ mit dem Radius c . Die Geschwindigkeit, mit welcher dies geschieht, wird versinnlicht durch den „Vektor des Grades der Beschleunigung“ OW , wo $OW : OV = OV : OM$. Da OW entgegengesetzt gegen OM gerichtet, ist diese Beschleunigung centripetal; ihre Grösse ist c^2/r .

Da zur Konstruktion der Vektoren OV und OW nicht die Kenntnis der Bewegung auf dem ganzen Kreisumfang¹³⁾, sondern nur die der Richtung und Geschwindigkeit in je einem Punkte M gehört, so ist ersichtlich, dass das Ergebnis auch gültig bleibt, wenn

c und r als veränderlich gedacht werden, so dass allgemein $w_{\perp} = v^2/\rho$. —

So elegant und fruchtbar aber die Methode der Vektoren bei MAXWELL erscheint, so ist doch nicht zu verkennen, dass jeder Vektor nur ein Symbol für einen durch ihn bezeichneten Begriff ist; und hier so wenig wie anderwärts wäre der Klarheit des Denkens gedient, wenn wir uns durch die Vorzüge des Zeichens verleiten liessen, es für das Bezeichnete selbst zu nehmen. — MAXWELL definiert: „Man nennt AB einen Vektor in der Bedeutung der Operation, mittelst welcher die Linie AB gezogen wurde, nämlich das Fortführen eines beschreibenden Punktes in einer bestimmten Richtung und durch eine

⁸⁾ In der von VOSS gegebenen, ebenfalls rein phoronomischen Ableitung, wird die die Richtung betreffende Behauptung und ihre Umkehrung ohne Beifügung eines Beweises aufgestellt (a. a. O. S. 18, Z. 9 und 7 v. u.).

⁹⁾ MAXWELL „Substanz und Bewegung.“ Deutsch von FLEISCHL.

¹⁰⁾ Wir werden im Folgenden, wie auch sonst gebräuchlich, für constante Geschwindigkeiten den Buchstaben c , für variable v benutzen; ebenso für konstante Krümmungshalbmesser r , für variable ρ .

¹¹⁾ Vgl. MAXWELL a. a. O., Artikel CXIII.

¹²⁾ Dieser Kreis ist der „Hodograph“ (MAXWELL definiert diesen Begriff erst in Artikel CXXXII). — Der Kreisbogen BC in Fig. 4 des Aufsatzes von VOSS ist ein Stück des Hodographen (vgl. MACH's Mitteilung a. a. O.).

¹³⁾ Dass es der von MACH mitgeteilten Form des Hodographen-Beweises wesentlich ist, den vollen Umfang in Rechnung ziehen zu müssen, scheint mir daher kein Vorzug, zumal das Eingehen auf das unendlich Kleine, wenn auch im äusseren Gange der Rechnung, so doch nicht in dem Begriffe einer stetig veränderlichen Geschwindigkeit selbst vermieden werden kann (vgl. unten Anm. 15).

bestimmte Strecke. Der Ausgangspunkt, den man Ursprung des Vektors nennt, kann beliebig gewählt werden“. Es sind also drei Merkmale, welche irgend einem Begriffe zukommen müssen, damit er durch einen Vektor dargestellt werden könne: Erstens absolute Grösse, zweitens Richtung, drittens Unabhängigkeit von absoluter Lage. Da nun einerseits diese drei Merkmale einer grossen Zahl geometrischer, phoronomischer und dynamischer Grössen zukommen, und da andererseits diese drei Merkmale am leichtesten an einer Strecke von bestimmter Länge und Richtung und beliebigem Anfangspunkt (so dass z. B. zwei Paralleleseiten eines Parallelogramms als äquivalent gelten) in anschaulicher Vereinigung anzutreffen sind, so ist einerseits die Einheitlichkeit, andererseits die Anschaulichkeit der Vektoren-Methode begreiflich. Diese Anschaulichkeit überhebt uns aber nicht der logischen Verpflichtung, vor Allem uns bewusst zu bleiben, dass wir uns jene drei Merkmale vorzustellen haben nicht insofern sie der Strecke als solcher, sondern insofern sie der durch den Vektor symbolisierten Geschwindigkeit, Beschleunigung u. s. w. zukommen; und ferner, dass wir jene drei Merkmale erst dann (durch logische Synthese) zu einem Begriffe vereinigen können, wenn wir sie an der zu symbolisierenden Art von Grössen (durch logische Analyse) als wirklich vorhanden erkannt haben. — Auch die Anwendbarkeit dieser künstlich geschaffenen Begriffe wird man nicht bloß aus dem glücklichen Erfolge beurteilen wollen; vielmehr erkennt jeder mit den Thatsachen der Mechanik bereits Vertraute als letztes Motiv, z. B. den Begriff der „Summe“ zweier Vektoren so zu erweitern, dass zwei anstossende Seiten eines Parallelogramms als zusammen der Diagonale gerade zu „gleich“ bezeichnet werden, teils die geometrischen und phoronomischen Sätze über Zusammensetzung von Dislokationen und Bewegungen, teils das dynamische Prinzip der „Unabhängigkeit der Bewegungen und Kräfte“, welches den Kern von NEWTON's zweiter „*lex motus*“ bildet.

Speziell auf die Vektoren der Geschwindigkeit und Beschleunigung angewendet, trifft die Forderung einer hinreichend weitgehenden Analyse der zu bearbeitenden Vorstellungen mit der Forderung von MAISS¹⁴⁾ zusammen, „dass der Elementarunterricht, wie bisher, als Merkmale der Bewegung, Richtung und Geschwindigkeit durchweg auseinanderhalten muss, also nicht wie die höhere (analytische) Mechanik, welche der Geschwindigkeit schon Richtung und Grad zuschreibt, unter Beschleunigung eine Geschwindigkeits- und Richtungsänderung verstehen darf“. Ferner: Ebenso wenig als überhaupt durch die Methode der Vektoren an dem Inhalte der Begriffe Geschwindigkeit und Beschleunigung im Grunde etwas geändert wird, erspart sie uns bei der Auswertung von deren Grössen die Vollziehung der Grenzübergänge¹⁵⁾, welche durch die Definitions-Gleichungen:

$$\begin{array}{ll} \text{mittlere Geschwindigkeit während der Zeit-Strecke } t' - t: & v_m = \frac{s' - s}{t' - t}; \\ \text{Geschwindigkeit im Zeit-Punkte } t: & v = \frac{s' - s}{t' - t} \Big|_{\text{für } t' = t} \\ \text{mittlere Beschleunigung während der Zeit-Strecke } t' - t: & w_m = \frac{v' - v}{t' - t}; \\ \text{Beschleunigung im Zeit-Punkte } t: & w = \frac{v' - v}{t' - t} \Big|_{\text{für } t' = t} \end{array}$$

14) A. a. O. S. 203. Man wird auf obige Forderung vielleicht erwidern, es sei schliesslich nur Sache der Definition, ob man in den Begriff der Geschwindigkeit das Merkmal Richtung mit aufnimmt oder nicht. — Ohne das Prinzip einer gewissen Freiheit im Definieren läugnen zu wollen, muss ich doch darauf hinweisen, dass es nicht Zufall, sondern in dem Inhalte unserer Vorstellungen von Entfernung und Richtung begründet ist, wenn es schon der gewöhnlichen Sprache natürlicher dünkt, das Wort Geschwindigkeit nur für Änderungen der Entfernung (Weglängen) als solcher, abgesehen von der Richtung (Krümmung), zu verwenden. Zum entscheidenden Nachweise, dass die letztere Begriffsbildung wirklich auch die im streng logischen Sinne „natürlichere“, und im Vergleiche dazu die Verschmelzung der Merkmale Geschwindigkeit und Richtung eine „künstliche“ ist, würde eine tiefer gehende Analyse der Raum- und Bewegungs-Vorstellungen erforderlich sein, als hier am Platze ist. Wir haben oben zu Beginn von (2) die Aufgabe so formuliert, wie es jener Forderung von MAISS entspricht.

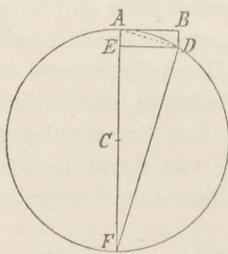
15) Vgl. MAXWELL, a. a. O., Art. XXVII und XXIII.

ein für allemal vorgeschrieben sind. Wo ein solcher Grenzübergang in einer Ableitung mittelst Vektoren nicht explicite vollzogen wird, haben wir es, im Sinne der eingangs hervorgehobenen Unterscheidung, nicht mit einer mechanischen, sondern einer arithmetischen Variante der Ableitungen zu thun.

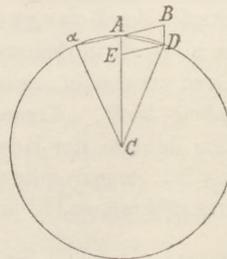
Dass z. B. in der obigen Ableitung von c^2/r geschlossen wird, man werde den Vektor \overline{OW} ebenso aus \overline{OV} finden, wie man \overline{OV} aus \overline{OM} gefunden hatte, leuchtet nur ein, wenn man sich gegenwärtig hält, dass in den beiden obigen Formeln für w , resp. v die Grössen v , resp. s die analoge Stellung einnehmen.

Ohne also irgendwie die volle Beweiskraft der Vektoren-Methode und speciell die wissenschaftliche Strenge der von Voss empfohlenen Ableitung in Frage stellen zu wollen, möchten wir doch zum mindesten für den ersten Unterricht raten, sich ja immer zu vergewissern, ob der Schüler, indem er sich die Beschleunigung als Differenz zweier das Merkmal „Richtung“ einschliessenden, dafür aber gleichsam von Ort und Stelle gerückten Geschwindigkeiten denkt, überdies auch die Wege vorzustellen vermöge, längs deren die Bewegungen, welchen jene Geschwindigkeiten als Eigenschaft zukommen, wirklich stattgefunden haben, oder doch im Sinne eines Grenzüberganges stattfindend gedacht werden müssen. Dadurch, dass die Geschwindigkeiten nicht an Ort und Stelle in Betracht gezogen werden, wird die Erfüllung dieser Forderung und mit ihr die anschauliche Erfassung dieses Vorganges immerhin einigermassen erschwert.

4. Inwieweit kommt nun die letztere Bemerkung etwa doch jenen beiden allgemein verbreiteten Ableitungen der Formel c^2/r zugute, deren wesentlicher Fehler nach Voss darin besteht, dass man, „um die Beschleunigung zu erhalten, auf die Wege zurückgeht und nicht auf die Geschwindigkeiten“? — Es seien behufs rascherer Orientierung die Figuren 1 und 2 des citierten Aufsatzes und die den Gedankengang der Ableitungen darstellenden Formeln hier wiederholt:



I.



II.

$$AE = \frac{1}{2} w \tau^2; \quad AE = \frac{AD^2}{AF} = \frac{c^2 \tau^2}{2r}$$

$$\frac{1}{2} w^2 \tau^2 = \frac{1}{2} \frac{c^2}{r} \tau^2$$

$$w = \frac{AE}{\tau}; \quad AE = \frac{AD^2}{AC} = \frac{c^2 \tau^2}{r}$$

$$w \tau^2 = \frac{c^2 \tau^2}{r}$$

$$w = \frac{c^2}{r}.$$

Die Ableitungen I und II unterscheiden sich in folgenden Punkten: a) In I. wird die Bewegung längs AE als gleichförmig beschleunigte, in II als gleichförmige gedacht, wie sich in den Ausdrücken $\frac{1}{2} w \tau^2$ und AE/τ verrät. Eine unmittelbare Folge davon ist, dass ersterer Bewegung eine doppelt so grosse Endgeschwindigkeit in E entspricht als letzterer; dies wird dadurch compensiert, dass b) die Strecke AE in I nur halb so gross ist als in II. (Der scheinbare Widerspruch zwischen Rechnung und Zeichnung löst sich, wenn man in Fig. I und II die Bögen AD gleich macht; denn dann wird das Dreieck ABD in I die Hälfte des gleichbezeichneten in II.) c) In I wird die Bahn \overline{AD} als stetig gekrümmt vorausgesetzt (die Sehne \overline{AD} dient nur als geometrische Hilfslinie

zur Berechnung der Länge von AE); in II wird die Bahn αAD als Polygon vorausgesetzt, dessen Elemente in A eine unstetige Richtungsänderung aufweisen. — *d*) In I wird die Kreisbahn und die gleichförmige Geschwindigkeit längs derselben als gegeben angenommen und hieraus das Vorhandensein einer centripetalen Bewegungs-Componente abgeleitet; in II wird die Kreisbahn aus dem Polygon, und die Bewegung auf ersterer als aus zwei Bewegungscomponenten, deren eine von vornherein als centripetal vorausgesetzt wird, durch Grenzübergang entstehend gedacht. — *e*) Durch diese Umstände, namentlich durch *a*) und *c*), tritt die Ableitung I in Analogie zu der für die Wurf-Bewegung, II in Analogie zu der für die Central-Bewegung gebräuchlichen Construction und Berechnung.

Prüfen wir vor jenem allgemeineren noch einmal die von Voss gegen jede der beiden Ableitungen im Besonderen geäusserten Bedenken, und zwar zuerst die gegen II als die nach unserer Überzeugung in höherem Masse angreifbare Ableitung.

5. „In der zweiten Entwicklung muss man dem Impuls eine gewisse Zeitdauer zusprechen, denn aus ihm soll eine stetig wirkende Kraft abgeleitet werden, ebenso muss die Geschwindigkeit, mit welcher infolge des Impulses AE durchlaufen wird, von Null anfangen; man müsste also um die Entwicklung einwandfrei durchzuführen, die Zeitdauer des Impulses von der Zeit τ unterscheiden.“

Zugegeben, dass sich durch derartige Modifikationen die Ableitung II einwandfrei gestalten liesse, so wäre es dann eben nicht mehr die Ableitung II. In der vorliegenden Form ist es ihr wesentlich, dass sie in geometrischer Hinsicht die Krumme durch Grenzübergang aus einem Polygon, in phoronomischer Hinsicht die Beschleunigung aus einer Folge gleichförmiger Geschwindigkeiten, welche momentan von einer Grösse zu einer anderen überspringen, in dynamischer Hinsicht eine stetig wirkende Kraft aus momentanen Impulsen aufbauen will. Alle drei Weisen, infinitesimale Übergänge vorstellbar zu machen, scheinen mir als die allerunglücklichsten, der fundamentalen Schwierigkeit, welche in dem Verhältnisse des Stetigen zum Unstetigen von jeher gefunden wurde, auf jedem der drei Gebiete beizukommen. Es wäre nicht am Platze, hier auf eine allgemeine Erörterung einzugehen, welche von den zur Einführung in die Grundvorstellungen der Infinitesimalrechnung benutzten Methoden die wissenschaftlich einwurfsfreieste und didaktisch überzeugendste sei. Aber soviel wird ohne weitere Erörterung zugegeben werden: Wer erstens die Vorstellung der Krümmen aus der der Gebrochenen durch Grenzübergang erzeugen will, ladet sich eine Schwierigkeit auf (ob sie überhaupt lösbar oder unlösbar ist, bleibe dahingestellt), die derjenige von vornherein vermeidet, welcher die Anschauung der Krümmen als gegeben voraussetzt und die Aufgabe darauf beschränkt, nachzuweisen, dass sich die Sekante MM' einer festen Grenzlage, der der Tangente in M , nähert, sobald M' längs der Krümmen immer mehr gegen M rückt; und wie gross der „Richtungsquotient“

$$A = \frac{y' - y}{x' - x} \Big|_{\text{für } x' = x}$$

bei gegebener „Wegformel“ $y = f(x)$ sei. Zweitens: Die Forderung, eine Geschwindigkeit c_1 sich in eine um Endliches grössere c_2 momentan übergehend zu denken, dürften die Meisten als geradezu widersprechend fühlen, wie sie auch sonst über das Gebundensein unserer Anschauung an apriorische Grundsätze denken mögen. Die Forderung widerspricht nämlich dem Grundsatz *c*, dass jede endliche Veränderung sich nur in stetigen Übergängen vollziehe und hierzu endlicher Zeitstrecken bedürfe; und sollte der Widerspruch angesichts unseres besonderen Falles einmal nicht gefühlt werden, so dürfte es sich herausstellen, dass bei vermeintlicher Erfüllung jener Forderung mehr oder minder deutlich statt an einen an zwei sich bewegende Punkte gedacht worden ist, welche die Geschwindigkeiten c_1 und c_2 besitzen und deren einen wir in Gedanken bis zur Stelle, an der der Wechsel vor sich gehen soll, begleiten, während wir von da aus an den andern denken. Drittens: Die „Momentankräfte“ pflegen denn doch erfreulicher Weise in

allen besseren Büchern nur mehr zu dem Zwecke erwähnt zu werden, um den Satz einzuschärfen, dass es dergleichen eben schlechterdings nicht gibt. Ein „momentaner Impuls“ ist widersinnig schon wegen der Art der Wirkung, welche er hervorbringen soll, nämlich die soeben besprochene un stetige Geschwindigkeitsänderung; dann aber führt auch der Satz, welchen die Vorstellung der Momentankräfte unter anderen begründen helfen soll, nämlich der Satz, dass die Kraft der Beschleunigung proportional sei, jene Annahme selbst wieder ad absurdum, indem die un stetige Geschwindigkeitsänderung unter den Begriff einer unendlich grossen Beschleunigung fällt, und somit jede der fingierten Momentankräfte, um die thatsächliche Wirkung wirklicher Kräfte zu erklären, als unendlich gross fingiert werden müsste. — Nun gibt es zwar freilich eine Wendung, durch die man der letzteren Consequenz entgeht: man erklärt als „Wirkung“ der Momentkraft eben die, „eine constante Geschwindigkeit zu erzeugen“, im Gegensatze zur continuirlichen Kraft, welche (bei gleichbleibender Stärke) eine constante Beschleunigung erzeugt. Aber dann setzt sich wieder der so gefasste Begriff der Momentkraft geradezu in Widerspruch gegen das Gesetz der Trägheit, gemäss welchem constante Geschwindigkeiten eben gar keiner „Kräfte“ bedürfen; und im Unterrichte kann er den Anfänger nur in den Vorurteilen der vorgalileischen Mechanik bestärken, von welchen er selbst ein Überbleibsel ist. — Auf unserem speziellen Gebiete war es bekanntlich der Begriff einer angeblichen „Tangentiale Kraft“ (auch bei constanter Geschwindigkeit längs der Bahn), welcher mit Schuld war an den oft gerügten Unklarheiten der herkömmlichen Lehre von den krummlinigen Bewegungen.

Wie es möglich ist, dass eine Construction, von welcher die der Ableitung II zugrunde liegende nur ein spezieller Fall ist, trotz dieser bis auf die Grundvorstellungen der Mechanik zurückreichenden Bedenken in der Lehre von der Centralbewegung gute Dienste thut, wird unter 9. noch kurz dargelegt werden.

6. Von der Ableitung I sagt Voss; „Die erste Entwicklung würde richtig sein, wenn die Beschleunigung, wie bei der Schwerkraft, während der Zeit τ von derselben Grösse und Richtung bliebe, das letztere ist aber nicht der Fall. Legt der Punkt in einer Sek. einen Bogen von v Metern zurück, so ist der zugehörige Winkel v/r , in dem Zeittheilchen τ wird also eine Richtungsänderung von $(v/r)\tau$ bewirkt; diese Grösse kann aber durchaus nicht vernachlässigt werden, da sie von derselben Ordnung wie AB ist.“ — Es liegt nahe, dieses Bedenken mit dem zu identifizieren, dass die Deviation BD als zu AC parallel, statt gegen C gerichtet eingeführt wird. So verstanden wäre es aber gegenstandslos, da sich zeigen lässt, dass die Richtigkeit des Ergebnisses unabhängig ist von den speziellen annähernden Annahmen über die Richtung der Deviationsbewegung. Wir führen behufs dieses Nachweises die dem Begriffe der „Beschleunigung“ wesentlichen Grenzübergänge für einige derartige besonderen Annahmen, wie sie in verschiedenen Darstellungen ohne nähere Begründung gemacht zu werden pflegen, wirklich durch, indem wir die oben (S. 281) angeführten elementaren Ausdrücke für die jenen Begriff definierende zweimalige Differentiation anwenden:

$\alpha)$ Ein Punkt entferne sich, während er nach der Richtung AB mit constanter Geschwindigkeit c fortschreitet, zugleich aus der Geraden AB um so grosse Strecken $BD = x$, dass er auf dem Kreisbogen AD verbleibt (Fig. 4). Dann ist wegen $x = BD = AC - AE$:

$$x = r - \sqrt{r^2 - c^2 t^2}$$

Fig. 4.

und hieraus:

$$(v_m)_x = \frac{(r - \sqrt{r^2 - c^2 t'^2}) - (r - \sqrt{r^2 - c^2 t^2})}{t' - t} = \frac{c^2(t' + t)}{\sqrt{r^2 - c^2 t'^2} + \sqrt{r^2 - c^2 t^2}}$$

$$v_x = \frac{c^2 t}{\sqrt{r^2 - c^2 t^2}};$$

woraus weiter durch ähnliche elementare Differentiation folgt:

$$w_x = \frac{c^2 r^2}{|Vr^2 - c^2 t^2|^3}.$$

Für $t = 0$ wird wirklich $w_x = c^2/r$ (für grössere t wird w grösser, für $ct = r$, d. h. für den von A um 90° abliegenden Punkt, wird $w = \infty$, darüber hinaus imaginär — was alles aus der Art der angenommenen Bewegung auch unmittelbar ersichtlich ist).

Hier waren also, wie bei der Ableitung I, die Richtungen der Geschwindigkeits- und Beschleunigungs-Componenten als zu AE parallel angenommen gewesen. Vertauschen wir diese Annahme gegen die plausiblere, dass

β) die Abweichung BG (Fig. 5) gegen das Centrum C gerichtet ist¹⁶⁾. Dann wird:

$$BG = BC - GC = \xi = \sqrt{r^2 + c^2 t^2} - r,$$

$$v_\xi = \frac{c^2 t}{\sqrt{r^2 + c^2 t^2}}, \quad w_\xi = \frac{c^2 r^2}{|Vr^2 + c^2 t^2|^3},$$

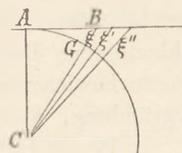


Fig. 5.

woraus wieder für $t = 0$ folgt: $w_\xi = c^2/r$.

γ) Es sei bemerkt, dass auch die Längen von x und ξ für sich (abgesehen von den Richtungen) sich derselben Grenze nähern, welche in der Ableitung I (nicht in II) für AE angenommen wird:

$$x = r - \sqrt{r^2 - c^2 \tau^2} = r \left[1 - \left(1 - \frac{c^2 \tau^2}{r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \pm \frac{1}{2} \frac{c^2 \tau^2}{r},$$

$$\xi = \sqrt{r^2 + c^2 \tau^2} - r = r \left[\left(1 + \frac{c^2 \tau^2}{r^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] \pm \frac{1}{2} \frac{c^2 \tau^2}{r}.$$

δ) Dieselben Grenzen erhält man auch, wenn man die Abweichung gegen den Endpunkt F des Durchmessers (Fig. zu I) gerichtet sein lässt; wie es z. B. EPSTEIN in seiner Geometrie (S. 522, Fig. 198) thut.

ε) Will man ausdrücklich derjenigen Annahme gerecht werden, von welcher man gewöhnlich ausgeht, dass nämlich das Stück der Tangente AB gleich sei dem Bogen AH (Fig. 6), so gestaltet sich der Grenzwert der Länge BH so:¹⁷⁾

$$BH^2 = AP^2 + BQ^2 = (r - r \cos \varphi)^2 + (r\varphi - r \sin \varphi)^2$$

$$\pm r^2 \left[\left(1 - 1 + \frac{\varphi^2}{1.2} \right)^2 + \left(\varphi - \varphi + \frac{\varphi^3}{1.2.3} \right)^2 \right] \pm r^2 \frac{\varphi^4}{4},$$

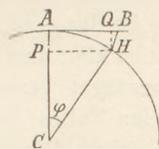


Fig. 6.

woraus wegen $r\varphi = c\tau$ wieder $BH = (c^2 \tau^2)/2r$ folgt.

Dass hier das Glied $r\varphi - r \sin \varphi$ gar nichts zum schliesslichen Grenzwert von BH beigetragen hat, macht uns schon aufmerksam, dass der Grenzwert dieser Länge von deren Richtung unabhängig ist, falls diese nur für $\tau = 0$ in die Richtung AC übergeht; um dies noch allgemein zu zeigen, ersetzen wir die in ε) gemachte Annahme durch die andere:

ζ) Es sei der Winkel $BHQ = \psi$ vom Winkel $ACH = \varphi$ nur insoweit abhängig, dass ψ zugleich mit φ gleich Null wird. Dann ist:

$$BH^2 = AP^2 + BQ^2 = AP^2 \left[1 + \left(\frac{BQ}{AP} \right)^2 \right] = (r - r \cos \varphi)^2 (1 + \text{tg}^2 \psi),$$

wo $1 + \text{tg}^2 \psi = (\cos \psi)^{-2} \pm [1 - \psi^2/2]^{-2} \pm 1$ und wieder $BH = (c^2 \tau^2)/2r$.

Mit dieser auf die Richtung der Deviation bezüglichen Widerlegung des allerdings nächstliegenden Einwurfes gegen I. ist aber noch nichts über Voss' Einwurf gegen die Vernachlässigung der Veränderungen, welche die Richtung der Beschleunigung erfährt,

¹⁶⁾ Diese Annahme liegt z. B. der Zeichnung und Rechnung in MACN'S Mechanik, S. 148, Fig. 105, zugrunde, vgl. diese Zeitschr. II, 103.

¹⁷⁾ Nach einer gültigen Mitteilung des Herrn Hofraths Professor Stefan in Wien.

entschieden. — Dass hiermit wirklich eine schwache Stelle der Ableitung I berührt ist, dürfte besonders deutlich fühlbar werden angesichts der Begründung, welche PAUL REIS¹⁸⁾ für die Heranziehung der Gleichung $BD = AE = \frac{1}{2}w\tau^2$ gegeben hatte: „Dieser Weg ist in einer gleichförmig beschleunigten Bewegung durchlaufen worden, weil die Centripetalkraft ununterbrochen in gleicher Stärke wirkt und weil jede constante Kraft eine solche Bewegung erzeugt.“ Aber offenbar ist hier zuviel und daher nichts, ja sogar das Gegenteil bewiesen: denn gerade weil eine constante Kraft dann eine constante Beschleunigung erzeugt, wenn in den verschiedenen Punkten einer Bahn immer sie selbst in voller Stärke wirkt, kann dies nicht auch der Fall sein, wenn die Richtung der Kraft immer grössere Winkel gegen die Bahn bildet und daher immer kleinere Componenten längs der letzteren entfallen. — Nur im Punkte A ist die von A gegen E gerichtete Beschleunigung dieselbe, ob sie im Späteren ihre Richtung behält oder ändert: und dies müsste bewiesen werden, um zu zeigen, dass und warum Voss' Einwurf nur die Art der Begründung, nicht das Ergebnis der Ableitung I treffen kann.

7. Es ist aber auch anderweitig klar, dass es von einer Bewegung zuviel verlangt ist, es sollen für sie die Beziehungen $AB = ct$ und $BD = (g/2)t^2$ gelten und sie solle zugleich eine gleichförmige Bewegung im Kreise sein: denn durch jene Beziehungen ist ja bereits vollständig die Bewegung eines Körpers in der Wurf-Parabel beschrieben. — Es wird nicht nur für die Beurteilung der Annäherungsrechnung, sondern der Stellung der Aufgabe selbst, wie sie durch die Ableitung I vorausgesetzt wird, belehrend sein, wenn wir die Analogie zwischen Kreis- und Wurf-Bewegung genauer ins Auge fassen, als es gewöhnlich geschieht. Wollten wir angesichts einer Wurfbewegung die der unsrigen analoge Aufgabe formulieren, so würde sie lauten: Es sei die parabolische Bahn eines geworfenen Körpers und seine Geschwindigkeit längs der Bahn in jedem Punkte derselben gegeben; giebt es bei ihr eine Beschleunigung und welches ist deren Vertikalcomponente im Scheitelpunkte A ? [Die Aufgabe ist die inverse der gewöhnlich gestellten, bei welcher aus den beiden als gegeben gedachten Bewegungscomponenten die Wurfbewegung als resultierend abzuleiten ist; und sie ist das genaue Analogon zur Ableitung des NEWTON'schen Gesetzes aus den KEPLER'schen.] Es ist klar, dass sich aus diesen Daten das Vorhandensein einer Beschleunigung $w = 9,8$ m/sec. ebensogut berechnen liesse, als wenn man sich für die noch einfachere Bewegung des freien Falles die Ergebnisse der direkten Messungen einer hinreichenden Reihe zusammengehöriger Werte von s und t in die allgemeine Beziehung:

$$s = at^2, \quad \text{wo für } t = 1, \quad a = 4,9 \text{ m,}$$

zusammengefasst denkt, und hieraus gemäss der Definitionsgleichungen von v und w (S. 281) zuerst v , dann w berechnet:

$$\begin{aligned} v_m &= \frac{at'^2 - at^2}{t' - t} = a(t' + t); & v &= 2at \\ w_m &= \frac{2at' - 2at}{t' - t} = 2a; & w &= 2a = g. \end{aligned}$$

¹⁸⁾ In der IV. Auflage seines grösseren Lehrbuches (1878, S. 149). In der V. Auflage (1885, S. 149) ist der Beweis durch einen auf die lebendige Kraft gegründeten ersetzt, der uns aber weder hinsichtlich der Grenzübergänge noch auch der Übersichtlichkeit der Rechnung überhaupt völlig befriedigend erscheint.

Im Allgemeinen sei bezüglich der auf den Begriff und das Prinzip der lebendigen Kraft sich stützenden Ableitungen, sowohl in der eben angeführten, wie der von JANUSCHKE (a. a. O.) mitgetheilten Form hier kurz bemerkt, dass sie Varianten der Ableitung I darstellen, insofern sie für den im Ausdrucke für die Arbeit vorkommenden Weg die Formel $\frac{1}{2}w\tau^2$ verwenden. — Ob übrigens diese Variante als eine bloss arithmetische, oder als eine eigentliche physikalische gelten soll, hängt davon ab, ob man die durch $p \cdot s$ und $\frac{1}{3}mv^2$ gemessenen Grössen bloss als andere Rechnungsausdrücke für $mg \cdot \frac{1}{2}g t^2$ oder als wirklich neue physikalische Vorstellungen auffasst. Gründe zugunsten der letzteren Auffassung hoffen wir bei einer anderen Gelegenheit zu erbringen.

Gemäss jenen allgemeinen Definitionsgleichungen gehörten nun aber schon zum Berechnen von v wesentlich zwei, und daher zum Berechnen der Beschleunigung w mindestens drei Weglängen s, s', s'' (vgl. oben Fig. 5 und 6): und es liegt somit schon im Begriffe der Beschleunigung, dass es ein von vornherein vergebliches Unternehmen ist, aus bloss einer Deviation, d. h. aus den zwei Werten $s = 0$ in A und $s' = BD$ erweisen zu wollen, dass die Deviationsbewegung überhaupt eine beschleunigte sei, ob die Beschleunigung constant oder variabel, und wie gross ihr Wert in A sei. Die Ableitung I will mit der einen Deviation BD ausreichen; dass die Bewegung längs dieser BD als eine beschleunigte gedacht werden müsste, führt sie ohne zureichende, oder überhaupt ohne Begründung durch Heranziehung der Gleichung $s = \frac{1}{2}gt^2$ ein, begeht also gerade in der ersten und wesentlichsten These eine Erschleichung; und dass diese Beschleunigung eine gleichförmige sei, ist, wie gesagt, mit der Annahme, dass der Bogen AD einem Kreise angehöre, geradezu unverträglich, weil aus jener Annahme die Parabel folgt.

Hiermit dürfte auch die zu Beginn von 4. aufgeworfene Frage beantwortet sein: obwohl das Zurückgehen auf die Wege nicht nur erlaubt, sondern bei weitergehender Analyse der Geschwindigkeiten von selbst gegeben ist, darf es doch nicht so wie in Ableitung I, mit Übergelung der Geschwindigkeiten, geschehen.

8. Diese grundsätzlichen Bedenken gegen die Ableitung I führen aber auch sofort auf eine Modifikation derselben, welche sowohl hinsichtlich der Stellung der Aufgabe wie der bei ihrer Lösung zu vollziehenden Annäherungen befriedigen dürfte.

Denken wir uns nämlich in der Figur zur Ableitung I ausdrücklich den Kreisbogen AD durch einen Parabel-Bogen ersetzt, was erlaubt ist, da

$$\begin{array}{ll} \text{die Gleichung des Kreises} & y^2 = 2rx - x^2 \\ \text{von der einer Parabel} & y^2 = 2rx \end{array}$$

sich nur durch das Glied x^2 unterscheidet, welches für die in Betracht kommenden kleinen x zweiter Ordnung ist. In letzterer Gleichung hat r zunächst nicht die Bedeutung eines Radius, sondern die des Parameters. Bekanntlich ist aber, wie sich auch leicht elementar¹⁹⁾ zeigen lässt, der Krümmungshalbmesser im Scheitel wirklich gleich dem Parameter. Der Parameter einer Wurfparabel ist aber $p = c^2/g$, woraus $g = c^2/p$; somit auch bei der entsprechenden Kreisbewegung:

$$w_1 = g = \frac{c^2}{r}.$$

9. Es erübrigt wegen der Analogie der Ableitung II zur herkömmlichen Behandlung der Central-Bewegung, welche sich in bekannter Weise an Fig. 7 knüpft, die am Schlusse von 5 angeregte Frage zu erledigen, warum die Einführung unstetiger Richtungsänderungen, welche hier ausreicht, nicht auch dort ausreichen soll. — Ich knüpfte an eine Erfahrung an, welche gleich mir wahrscheinlich schon die meisten Leser gemacht haben: Man wird von eifrigen Schülern, welche sich die Mühe genommen haben, die Parallelogrammconstruction so lange fortzusetzen, bis das Polygon sich dem Schliessen nähert, mit Enttäuschung gefragt, warum denn die Construction nicht zu den Ellipsen führe, welche angeblich durch ein solches Zusammenwirken von Trägheit und Momentan-Impulsen zu erklären sein sollen? Die Verweisung auf die unendlich klein zu nehmenden Polygonseiten reicht da nicht aus; man wird hinzufügen, dass Ellipsen, deren Brennpunkt C ist, nur herauskommen, wenn man überdies auch die Strecken $AE, BD \dots$ sich verkehrt verhalten lässt wie die Quadrate von $CA, CB \dots$ Was stellen

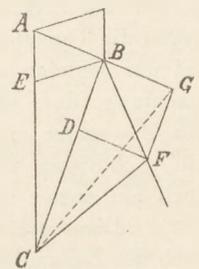


Fig. 7.

¹⁹⁾ Die Gleichung der Normale der Parabel ist:

$$\eta - y = -\frac{y}{p}(\xi - x);$$

das Stück ξ , welches sie von der Axe der Parabel abschneidet, ergibt sich aus $\eta = 0$, woraus $p = \xi - x$. Geht hierin x zur Grenze Null über, so wird ξ der Krümmungshalbmesser im Scheitel, also $\xi = \rho_0 = p$.

aber jene AE, BD . . eigentlich vor, mittlere, End-Geschwindigkeiten, Beschleunigungen oder die zurückgelegten Wege selbst? Dass über diese Fragen in der Regel kurz hinweggegangen wird, kommt daher, dass die ganze Konstruktion eben nur dazu dient, den Flächensatz abzuleiten, dem es wesentlich ist, unabhängig zu sein von allen specialisierenden Voraussetzungen über die Grösse der Beschleunigungen, welche gegen C gerichtet sind. Lässt man also die „Centralkräfte“ sogar „Momentankräfte“ sein, was nach 5 im Grunde heisst, dass sie „während“ eines Zeit-„Punktes“ unendlich gross und dann sofort Null sind, so stört auch diese gänzlich fiktive Vorstellung die Giltigkeit des Flächensatzes, und somit auch die Anwendung jener Konstruktion zu diesem besonderen Zwecke, noch nicht. Bei der Ableitung II aber kommt es gerade auf die Ableitung der Grösse jener Beschleunigung an, und das geht durchaus über ihre Kräfte.

Es sei nebenbei bemerkt, dass wohl aus eben diesem Grunde auch nirgends die obige Konstruktion verwendet wird, um die Wurfparabel abzuleiten, was wieder in seiner Weise zeigt, wie die Polygonkonstruktion nur ein unvollkommener Ersatz für das Ausgehen von der stetigen Kurve ist. Um eben dies ist auch die Ableitung II unvollkommener als Ableitung I.

10. Zum Schlusse einige didaktische Erwägungen. — Fragen wir uns, welchen von den verschiedenen Wegen, die zum Begriffe und zur Grösse der centripetalen Beschleunigung führen, der erste Unterricht in rechnender Physik wählen soll, so wird uns bei dieser Wahl nicht ausschliesslich die Rücksicht auf die möglichste wissenschaftliche Strenge, sondern auch die anderen leiten müssen, wie sich das grösste Maass von Anschaulichkeit für die der Begriffsbildung zu Grunde zu legenden Vorstellungen, und die stärkste subjektive Überzeugung dafür, dass überhaupt Beschleunigungen bei krummlinigen Bewegungen als solchen auftreten, erzielen lasse?

Vorausgesetzt, dass sich im Unterrichte mehr und mehr das Bedürfnis geltend machen werde, vor dem Eingehen auf irgend welche dynamische Begriffe und Sätze den Schüler möglichst mit den rein phoronomischen Vorstellungen von Bahnformen, Geschwindigkeiten, Beschleunigungen, Zusammensetzung von Dislokationen, Geschwindigkeiten, Beschleunigungen u. s. w. vertraut werden zu lassen, dürfte man zum ersten Mal bereits bei den genannten Zusammensetzungs- und den entsprechenden Zerlegungs-Aufgaben Gelegenheit nehmen, darauf hinzuweisen, dass aus zwei geradlinig gleichförmigen oder gleichförmig beschleunigten Bewegungen wieder eine geradlinige resultiert, eine krummlinige aber nur dann, wenn in jedem Punkte nach Aussonderung einer tangentialen gleichförmigen Componente noch eine mit der Tangente einen (rechten oder schiefen) Winkel bildende, beschleunigte angenommen wird. Entscheidend ist hierbei die Anschauung, dass die die Abweichungen von der Tangente darstellenden Wege in einem stärkeren Verhältnisse als dem der einfachen Proportion zur Zeit zunehmen müssen; dem entspricht unmittelbar, dass die entstehende Bahn gegen die Tangente hin convex ist. — Wie bei dieser allgemeinen Feststellung, dürften auch bei der sogleich an das Trägheitsgesetz sich knüpfenden grundlegenden dynamischen Betrachtung, dass ebenso wie zur Änderung der Geschwindigkeit auch zu der der Richtung der Bewegung eines Punktes „Kräfte“ gehören, nähere quantitative Bestimmungen über die Richtungen und Grössen der einzuführenden seitlichen Beschleunigungen und Kräfte noch auf später zu versparen sein.

Diese genauere quantitative Ergänzung fände dann ihren natürlichen Platz unmittelbar nach der Behandlung der Wurfbewegung, wie dies ohnedies üblich ist. Aber ich wünschte die Betrachtungen über das Auftreten einer zur Tangente normalen Beschleunigung nicht in allzu enge Verbindung gebracht mit den Centralbewegungen — schon deshalb, weil diese nur einen speciellen (durch den Flächensatz phoronomisch determinierten) Fall krummliniger Bewegungen bilden, und weil Centripetal- und Central-Beschleunigung, resp. Central-Kraft so wenig begrifflich identisch sind, dass nicht einmal die Richtung der centripetalen Beschleunigung immer zusammenfällt mit der der „Centralkraft“; z. B. bei den Planetenbahnen nur in den Scheiteln der grossen Axe.

Gegenüber dem fast überall eingehaltenen Vorgehen, den Begriff der centripetalen Beschleunigung zuerst an der einfachsten krummlinigen, nämlich der gleichförmigen Kreisbewegung zu entwickeln und die allgemeinere Giltigkeit des Ergebnisses für veränderliche Geschwindigkeiten und Krümmungen erst durch eine nachträgliche Betrachtung (oder auch gar nicht) zu erweisen, möchte ich geltend machen, dass dieser Fall einer von denen ist, in denen die Regel der Didaktik „Das einfache Besondere vor dem Allgemeinen“ eine Ausnahme²⁰⁾ nicht nur zulässt, sondern rätlich macht. Was nämlich z. B. bei der elliptischen Centralbewegung drei verschiedene Punkte sind: der Mittelpunkt der Bahn, der Krümmungsmittelpunkt des Bahnelementes und der Centralpunkt (Brempunkt), fällt bei der gleichförmigen Kreisbewegung in einem Punkt zusammen. Es ist dann viel schwieriger, nachträglich zu unterscheiden, dass der Kreismittelpunkt bei der Bestimmung der centripetalen Beschleunigung speciell in seiner Eigenschaft als Krümmungsmittelpunkt, bei der Bestimmung der Centralkraft der (als Specialfall der elliptischen Centralbewegung aufgefassten) Kreisbewegung speciell in seiner Eigenschaft als Centralpunkt ins Auge gefasst worden war, als wenn man bei der ersteren Aufgabe sogleich eine beliebige Bahn, die mit beliebiger Geschwindigkeit durchlaufen wird, zugrunde gelegt hatte; denn gerade diese Allgemeinheit der Aufgabe lässt hervortreten, dass es bei der centripetalen Beschleunigung ausschliesslich auf Richtung und Grösse der Krümmungshalbmesser als solcher ankommt. — Zum mindesten für die Entwicklung des Begriffes einer centripetalen Beschleunigung überhaupt, vor der rechnenden Bestimmung ihrer Grösse, glauben wir ein solches Ausgehen von der allgemeinen Aufgabe um so mehr empfehlen zu sollen, als bei der wichtigsten Anwendung des Begriffes, der elliptischen Centralbewegung, weder die Annahme der constanten Krümmung der Bahn noch die der gleichförmigen Geschwindigkeit statt hat²¹⁾.

An die Berechnung von w wäre erst zu gehen, sobald — im Anschluss an die geschichtliche Entwicklung — das Bedürfnis fühlbar geworden ist, die Bewegungen des Mondes und der Planeten als der Wurfbewegung analog aufzufassen und die Grössen der bei diesen himmlischen Bewegungen auftretenden Kräfte zu ermitteln. Dabei mag immerhin die Rechnung zuerst für die gleichförmige Kreisbewegung durchgeführt werden, zumal dies für die Berechnung der mittleren Beschleunigung des Mondes gegen die Erde (welche Berechnung NEWTON lange vor der Berechnung der Beschleunigung der Planeten gegen die Sonne durchgeführt hat) ausreicht. Dann aber sollte sofort die Aufstellung und Lösung der allgemeinen Aufgabe folgen, welche sich unter Anlehnung an die Ableitung I, aber unter Berücksichtigung der oben als notwendig erwiesenen Modifikationen etwa so gestaltet:

In einer Bahn von beliebiger Form bewege sich ein Punkt mit beliebiger constanter oder veränderlicher Geschwindigkeit, sie sei im Punkte M gleich v . Der Krümmungsmittelpunkt für M sei O , der Krümmungshalbmesser $MO = \rho$. Nach Verlauf der Zeit τ befinde sich der Punkt in M' . Man kann die wirkliche Bewegung längs MM' als aus folgenden zwei Bewegungen zusammengesetzt denken: erstens der „Tangential-Bewegung“ längs MN mit der Geschwindigkeit v ; zweitens einer „centripetalen Bewegung“, welche den Punkt aus der Tangente heraus nach M' führt und welche als in jedem Punkte der wirklichen Bahn gegen die jeweilige Tangente normal, somit gegen den jeweiligen Krümmungsmittelpunkt hin gerichtet vorgestellt werden kann; und weil infolge

²⁰⁾ Dass solche Ausnahmen nicht überhaupt von der Hand zu weisen seien, zeige statt einer allgemeinen didaktischen Erörterung ein weiteres Beispiel: So lange ich analytische Geometrie lehre, schien es mir geboten, dass man den grundlegenden Begriff der „Gleichung einer Linie“ die und mit ihm zusammenhängenden von variablen und constanten Grössen nicht (wie es die älteren bei uns eingeführten Lehrbücher thaten) zuerst bloss für die Gerade, sondern von Anfang ganz allgemein — allerdings nicht bloss abstrakt, sondern sogleich an Beispielen mannigfaltiger Curven und Gleichungen verwirklicht — einführe. Seit 1884 ist dieses Vorgehen durch unseren Lehrplan vorgeschrieben. — Auch MARTUS (Lehrproben und Lehrgänge von Frick und Richter, 2. Heft 1885, S. 77 ff.) schlägt diesen Weg ein.

²¹⁾ MACH (Mechanik, S. 149) weist noch auf einen anderen Umstand hin, durch welchen „der complicirtere Fall der elliptischen Centralbewegung . . . aufklärend“ wirkt.

der gegen MN convexen Krümmung (vgl. oben, S. 288) des wirklich zurückgelegten Weges MM' diese Bewegung als beschleunigte gedacht werden muss, findet auf sie die allgemeine Definitionsgleichung Anwendung:

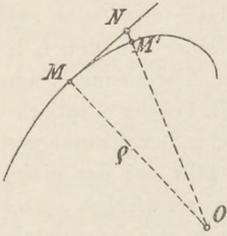


Fig. 8.

$$w = \frac{V' - V}{t' - t} \quad \text{für } t' = t,$$

wo in unserem Falle $V = 0$.

Da also nur verschwindende $t' - t = \tau$ in Betracht kommen, sind folgende Annäherungen zulässig:

1. Der Krümmungsmittelpunkt von M' fällt zusammen mit O und $M'O \perp \rho$.
2. Die Gerade NM' fällt in die Richtung von $M'O$.
3. Der Weg $MM' \pm v\tau$.
4. Der Weg $NM' \pm \sqrt{\rho^2 + v^2\tau^2} - \rho \pm \frac{1}{2}v^2\tau^2/\rho$ (vgl. oben 6. β, γ, ϵ).
5. Die centripetale Geschwindigkeit V' ist als Endgeschwindigkeit einer beschleunigten Bewegung das doppelte der mittleren Geschwindigkeit $V' = 2NM'/\tau$.

Somit:

$$w = \frac{V'}{\tau} = 2 \left(\frac{1}{2} \frac{v^2\tau^2}{\rho} \right) : \tau^2 = \frac{v^2}{\rho}.$$

Erst nach einer derartigen Berechnung, welche sich möglichst eng an jene Anschauungen anschliesst, um derenwillen der allgemeine Begriff einer centripetalen Beschleunigung geschaffen worden ist, mögen auch noch andere Ableitungen zum Vergleiche mitgeteilt werden²²⁾.

Als Spezialfälle, welche ebenso zur Controlle wie zur Einübung der Formel dienen, wären nicht nur nochmals die gleichförmige Kreisbewegung, sondern auch die in der Geraden ($\rho = \infty, w = 0$) und die mit plötzlicher Richtänderung ($\rho = 0, w = \infty$) in Betracht zu ziehen; ferner auch noch das Verhältnis der w bei Centralbewegungen in den Scheiteln der Ellipse, welches nur von dem Verhältnisse der v , nicht von den unter sich gleichen ρ abhängt.

Dass übrigens jene ausschliesslich phoronomische Grössenbestimmung auf irgendwelche in der Natur sich abspielende Bewegungen, und speziell auf die Planetenbewegungen Anwendung finden müsse, geht aus ihr selbst noch gar nicht hervor. Erst die Umkehrung des Flächensatzes (sie lautet: „Wenn sich für eine Bewegung ein Punkt C ermitteln lässt, dessen Vektoren der Zeit proportionale Flächen durchstreichen, so sind die in jedem Punkte der Bahn auftretenden Gesamtbeschleunigungen gegen C gerichtet“) und KEPLER's zweites Gesetz, dass für die Planeten die Sonne ein solcher Punkt C ist, für welchen der Vordersatz dieser Umkehrung zutrifft, bilden das Motiv, für die Planetenbewegungen jene Beschleunigung $w = v^2/\rho$ zu ermitteln und sie als Componente der gegen die Sonne gerichteten Gesamtbeschleunigung aufzufassen, worauf sich für letztere $v^2/\rho \cos \alpha$ (α der Winkel zwischen Normale und Radiusvektor), und bei weiterer Auswertung die Beziehung der Kraft $k = \text{Const.}/R^2$ zur jeweiligen Entfernung R des Planeten von der Sonne ergibt. —

Während diese Betrachtungen ihre natürliche Stellung als Abschluss der „Mechanik des Punktes“ finden, gehört die Anwendung der Formel $w = v^2/\rho$ auf die speziell bei Rotationen auftretenden Äusserungen der Trägheit und eigentlichen Kräfte erst in einen notwendig späteren Teil der Mechanik, nämlich in die „Mechanik der starren (und flüssigen) Systeme“.

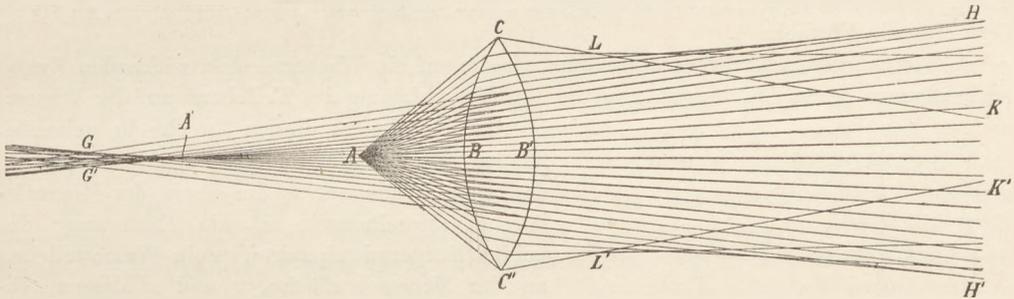
²²⁾ Es dürften sich hierfür empfehlen zunächst die in 8. mitgeteilte namentlich wegen ihrer unmittelbaren Beziehung zur Wurfbewegung (unter deren Bilde ja auch NEWTON die Mondbewegung auffasste), und als Abschluss eine der bereits eine freiere Auffassung voraussetzenden mittelst der Vektoren (also die nach MAXWELL, MACH, WALTENHOFEN, Voss).

Über eine unbekannte Eigenschaft der Convexlinsen.

Von Professor Dr. K. Schellbach in Berlin.

In meiner darstellenden Optik ist auf Tafel IX in Figur 1 der Gang der Lichtstrahlen aus einem Punkte A durch eine Glaslinse $CBC'B'$ dargestellt. Diese Figur ist hier reproduziert worden. Man sieht aus ihr, wie das sehr dünne Strahlenbündel AB gebrochen in der Richtung BB' in die Linse eindringt, und von B' aus, abermals gebrochen, seinen Weg in die Pupille (KK') fortsetzt. Dieses dritte Strahlenbündel würde seine Spitze jenseits A in A' haben. Hier würde also das sogenannte Bild des Punktes A liegen. Aber die Figur macht uns überdies darauf aufmerksam, dass von A aus zwei dünne Strahlenkegel AC und AC' auf die Fläche CBC' auffallen, die gebrochen aus der Fläche $CB'C'$ austreten und zwar so, dass sie schon in L und L' Spitzen bilden, und von hier als Kegel in die Pupille eindringen. Es würden sich also in den Punkten L und L' ebenfalls Bilder des Punktes A zeigen können.

Die vollständige Wirkung, welche ein Strahlenkegel ACC' , dessen Spitze in der Axe einer biconvexen Linse liegt, in dieser hervorbringt, wird man nun begreifen können, wenn man unsere Figur um ihre Axe ABB' gedreht denkt. Es beschreiben dann die



Punkte L und L' einen Kreis, dessen Durchmesser LL' ist. Ein an der richtigen Stelle in KK' beobachtendes Auge sieht dann jenseits der Linse einen leuchtenden Punkt A' und vor der Linse einen leuchtenden Kreis vom Durchmesser LL' . Die blosse geometrische Optik würde nicht auf die Existenz dieses Kreises geführt haben, denn selbst wenn man von ihm unterrichtet ist, fällt die Berechnung seiner Grösse und Lage noch immer recht schwer.

Unsere höheren Schulen besitzen gewöhnlich in ihrer Sammlung physikalischer Apparate ein Stativ, welches die sechs bekantnen Linsen auf einem horizontalen Stabe trägt. Ein solcher Apparat ist ganz geeignet, um vor der biconvexen Linse den erwähnten leuchtenden Ring zur Erscheinung zu bringen. Man entfernt zu dem Zwecke die übrigen Linsen und bringt vor der biconvexen senkrecht auf der Axe AB , im Punkte A , ein dünnes quadratisches Eisenblech an, welches in diesem Punkte mit einer Öffnung von $\frac{1}{2}$ mm Durchmesser durchbohrt ist. Wenn man dann noch in der passenden Entfernung $B'F$ einen Ring befestigt, um dem beobachtenden Auge seine Stelle anzugeben, so besitzt man hiermit einen Apparat, den man nur nach dem Tageslichte zu richten braucht, um vor der Linse einen in Regenbogenfarben leuchtenden Ring LL' zu erblicken, der in seiner Mitte einen leuchtenden Punkt A trägt. Goethe würde diesen Ring für den leibhaftigen Regenbogen genommen haben, von dem er himmelweit verschieden ist. Er würde ihn aber, wenigstens Sulpice Boisseree gegenüber, vor der Verzweiflung an der belehrenden Kraft der Schusterkugel haben bewahren können. (Siehe *Goethes Werke 1851, letzter Band, S. 83.*)

Zum Schluss bemerke ich nur noch, dass jeder Physiker verschiedene Apparate wird construieren können, welche den Lichtring zeigen. Es lassen sich z. B. zwei in ein

ander verschiebbare Papprollen benutzen, in deren einer die Linse mit scharfem Rande befestigt ist, während die andere das durchbohrte Blech enthält. Bringt man statt des Eisenblechs eine Glastafel an, die in A einen schwarzen Punkt trägt, so erblickt man natürlich vor der Linse, an Stelle des leuchtenden, einen schwarzen Kreis.

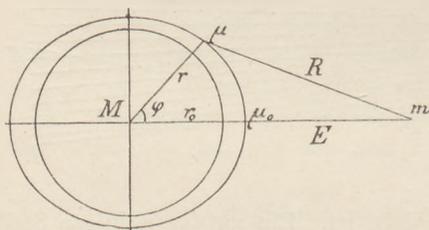
Elementare Berechnung der Fluthöhe.

Von Prof. **Hans Januschke** in Troppau.

Im Anschlusse an die Entwicklungen über Ebbe und Flut in dieser Zeitschrift (II. S. 180 und 199) soll nachfolgend in Kürze angegeben werden, wie sich die Fluthöhe in elementarer Weise mit Hülfe des Energieprinzips berechnen lässt.

Die Erscheinung der Ebbe und Flut ist das Ergebnis von drei Kraftwirkungen. Ausser der Anziehung von Mond oder Sonne wirken noch die Centrifugalkraft und die Schwerkraft. Das Wasser muss sich als bewegliches Mittel so verteilen, dass ein Gleichgewichtszustand eintritt; dies wird dann erreicht sein, wenn die Wasseroberfläche überall auf der resultierenden Krafrichtung normal steht, also wenn die Wasserfläche eine Niveaufläche geworden ist. Die Verschiebung eines Wasserteilchens längs einer solchen Fläche bedarf keinerlei Arbeit. Diese Bedingung in mathematischer Form ausgedrückt führt unmittelbar zu einem Werte für die Fluthöhe ¹⁾.

Zur näheren Ausführung betrachten wir die auf ein Wasserteilchen wirkenden Kräfte und bestimmen deren Arbeitsleistungen bei der Verschiebung des Teilchens auf der Wasser-



oberfläche. Sei zu diesem Zwecke in nebenstehender Figur M die in Mittelpunkte vereint zu denkende Erdmasse, m die Masse des Himmelskörpers (Mondmasse), E die Entfernung der beiden Körpermittelpunkte, μ ein Wasserteilchen an der Meeresoberfläche, r und R dessen Abstände beziehungsweise von M und m . Auf das Wasserteilchen wirken: die Schwerkraft $M\mu/r^2$, die Kraft des Himmelskörpers (Central-

kraft) $m\mu/R^2$, und eine Componente der im Erdmittelpunkte angreifenden der Centralkraft das Gleichgewicht haltenden Fliehkraft $\mu v^2/E = \mu E \omega^2$. Hierbei ist ω die Winkelgeschwindigkeit der Erdbewegung um m und ferner besteht zwischen Central- und Fliehkraft die Gleichung: $m/E^2 = E \omega^2$. — Nun werde das Teilchen μ längs des Meridians, in welchem der Himmelskörper liegt, von μ_0 bis μ fortbewegt. Die hierbei von der Schwerkraft geleistete Arbeit ist in leicht verständlicher Form:

$$\sum \frac{M\mu}{r^2} (r_n - r_{n-1}) = \sum M\mu \left(\frac{1}{r_{n-1}} - \frac{1}{r_n} \right) = M\mu \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right)$$

für r^2 wurde $r_n \cdot r_{n-1}$ gesetzt. — Ähnlich ergibt sich die Arbeit der Centralkraft; sie ist

$$m\mu \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} \right).$$

die Fliehkraft, durch welche wir den Erdmittelpunkt im Gleichgewicht gehalten denken, hat die Richtung von E ; die Arbeit der auf μ entfallenden Componente bei der angegebenen Verschiebung von μ ist $\mu E \omega^2 (r_0 - r \cos \varphi) = m\mu/E^2 (r_0 - r \cos \varphi)$ für die Bewegung des Wasserteilchens auf der Niveaufläche muss die algebraische Summe der geleisteten Arbeiten gleich Null sein; daher besteht die Gleichung:

$$M\mu \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right) + m\mu \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} \right) - \frac{m\mu}{E^2} (r_0 - r \cos \varphi) = 0.$$

¹⁾ Vergl. meine Schrift „Das Princip der Erhaltung der Energie als Grundlage der elementaren Dynamik“. (1884).

Wir denken die Verschiebung des Wasserteilchens längs eines Meridianquadranten fortgesetzt und führen die entsprechenden Grenzwerte ein. — Dann bestimmt $r_0 - r = \sigma$ die Erhebung des Wassers in μ_0 über den Ebbestand, also die Fluthöhe und φ wird gleich 90° . — Ferner setzen wir folgende sehr nahe richtigen Werte ein:

$$\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} = \frac{\sigma}{r^2}$$

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{E - r_0} = \frac{1}{E} \left(1 + \frac{r_0}{E} + \frac{r_0^2}{E^2} \right)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\sqrt{E^2 + r^2}} = \frac{1}{E} \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{r^2}{E^2} \right).$$

Dadurch nimmt die Arbeitsgleichung die Form an:

$$\frac{M \cdot \sigma}{r^2} = \frac{m}{E^3} \cdot \frac{3}{2} r^2$$

und die Fluthöhe wird:

$$\sigma = \frac{3}{2} \cdot \frac{m \cdot r^4}{M \cdot E^3}$$

die Fluthöhe ist also direkt der Masse und umgekehrt der dritten Potenz der Entfernung des störenden Himmelskörpers proportional.

Mit Bezug auf den Mond sind $m/M = 1/81.5$, $r/E = 1/60$ und $r = 6377400$ m; darnach ist die Mondflut 0.54 m — für die Sonne erhält man aus $m/M = 340000$, $E/r = 23300$ die Fluthöhe $\sigma = 0.26$ m. — Die vorstehende Berechnung lässt sich auf den Schnitt jeder Ebene, welche durch E geht, mit der Erde anwenden; daraus folgt, dass bei blosser Berücksichtigung der Verschiedenheit der Gravitation auf die verschiedenen Meeresteile, die Gestalt der Wasseroberfläche eine Rotationsfläche mit der Axe E sein muss. — Thatsächlich ist auch leicht zu bemerken, dass die zu E normalen Kreise auf der Wasserfläche Linien in der Niveaufäche sein müssen; denn bei der Verschiebung eines Wasserteilchens in einem solchen Kreise ist die Arbeit jeder Kraft für sich gleich Null.

Wie bereits Herr M. Koppe ausgeführt hat, übt die Verschiedenheit der Flihkraft insbesondere bei der Bewegung der Erde um die Sonne einen verschwindend geringen Einfluss auf die Erscheinung der Ebbe und Flut. — Will man diese Verschiedenheit berücksichtigen, so hat man anstatt der benützten Componente der Flihkraft im Erdmittelpunkte, direkt die Flihkraft $R \omega^2$ des Wasserteilchens μ in Rechnung zu ziehen. — Die Arbeit dieser Kraft bei der Bewegung von μ längs eines Quadranten im Schnitte der Erdbahn mit der Erde ist $\sum R \omega^2 (R_{n-1} - R_n) = \frac{1}{2} \omega^2 (R_0^2 - R^2)$. Hierin wurde für R das arithmetische Mittel $\frac{1}{2} (R_{n-1} + R_n)$ gesetzt. Durch Einführung der Grenzwerte $R_0 = (E - r_0)$, $R^2 = E^2 + r^2$ und $r_0 - r = \sigma$ erhält man für die Arbeit der Flihkraft.

$$- \frac{m r_0}{E^2} + \frac{m \cdot r \sigma}{E^3}$$

Zu der Arbeit der mittleren Flihkraft — $m r^0/E^2$ tritt somit noch der Wert $m r \sigma/E^3$ hinzu und damit nimmt die obige Gleichung für die Arbeit folgende Form an:

$$\frac{M \sigma}{r^2} - \frac{m r \sigma}{E^3} = \frac{3}{2} \cdot \frac{m r^2}{E^3}$$

Daraus wird:

$$\sigma = \frac{3 m r^4}{2 E^3 M \cdot \left[1 - \frac{m r^3}{M E^3} \right]}$$

Bezeichnet man den früheren Wert der Fluthöhe ohne Rücksicht auf die Verschiedenheit der Flihkraft mit σ_1 , dann wird der verbesserte Wert

$$\sigma = \frac{\sigma_1}{1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_1}{r}} = \sigma_1 \left(1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_1}{r} \right).$$

Gegenüber dem angegebenen Werte für die Fluthöhe σ_1 der Sonne ist der Erdradius r ausserordentlich gross und daher der Einfluss der Fliehkraft unmessbar klein.

Physikalische Aufgaben.

Denkaufgaben.

1. Zwei Raketen, deren jede das Gewicht p hat, sollen an einem überall gleich dicken Stab von der Länge l und dem Gewichte P , welcher um eine Axe drehbar ist, so befestigt werden, dass sie mit ihm ein Feuerrad bilden. In welchem Abstände x von der Axe wird man die Raketen am zweckmässigsten anbringen?

Antwort: In einem solchen Abstände, dass die Winkelbeschleunigung des Systems ein Maximum wird. — Durch Einsetzen der entsprechenden Werthe für die Drehungs- und Trägheitsmomente in die allgemeine Gleichung $\psi = D/T$ ergibt sich, wenn wir die Treibkraft je einer Rakete durch k bezeichnen:

$$\psi = \frac{2 k x}{\frac{P}{g} \cdot \frac{l^2}{12} + 2 \frac{p}{g} \cdot x^2} = 24 k g y, \text{ wo } y = \frac{x}{Pl^2 + 24 p x^2}.$$

Die Bedingung für das Maximum (ein Minimum ist ausgeschlossen, weil für $x = 0$ auch $\psi = 0$) lautet, wenn ξ einen verschwindenden Zuwachs von x bedeutet:

$$\frac{x + \xi}{Pl^2 + 24 p (x + \xi)^2} = \frac{x}{Pl^2 + 24 p x^2},$$

woraus mit Vernachlässigung des Gliedes mit ξ^2 folgt: $Pl^2 = 24 p x^2$, d. h.: Das Trägheitsmoment der Raketen muss gleich werden dem des Stabes; und

$$x = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{6 p}}.$$

So lange $P \geq 6 p$, sind die verhältnismässig günstigsten Stellen für die Raketen die Enden des Stabes. — Ist $P < 6 p$, so wird man die Raketen innerhalb der Stablänge befestigen. Dabei ist aber weiter klar, dass es noch zweckmässiger ist, die überflüssig gewordenen Teile des Stabes zu beseitigen; und dies führt zur weiteren Aufgabe:

Vorausgesetzt, dass man die Wahl hat, von einem Stabe von überall gleicher, gegebener Dicke ein längeres oder kürzeres Stück zur Befestigung der Raketen zu benutzen: Wird man dann, um einen möglichst raschen Umlauf des Rades zu erzielen, den Raketen einen recht langen oder einen kurzen Hebelarm zu erteilen haben?

Setzen wir $l = \lambda \cdot x$, so wird

$$\psi = \frac{2 k x}{\frac{P}{g} \cdot \frac{\lambda^2}{12} \cdot x^2 + 2 \frac{p}{g} x^2} = \frac{\text{Const.}}{x}.$$

Es wird also, auch abgesehen davon, dass ein längerer Stab bei gleicher Dicke weniger Festigkeit hat, vorteilhafter sein, die Raketen mit kleinem Hebelarme wirken zu lassen. (Direkt: Der Abstand macht sich im Drehungsmoment als der Beschleunigung günstig in erster, im Trägheitsmoment als ihr ungünstig in zweiter Potenz geltend.) — Das Paradoxon, das für $x = 0$ sich aus der Formel $\psi = \infty$ ergibt, während in Wirklichkeit dann keinerlei Drehung mehr eintritt, löst sich durch die Bemerkung, dass es für kleine x unzulässig wird, die Masse der Rakete in dem Abstände x vereinigt zu denken.

2. Von einem Punkte O aus werden in demselben Zeitpunkte mehrere Körper in derselben Vertikalebene mit der gleichen Anfangsgeschwindigkeit c unter verschiedenen Elevationswinkeln geworfen. Zu zeigen, dass sich nach Verlauf jeder beliebigen Zeit t alle Körper auf der Peripherie eines Kreises befinden; wo liegt dessen Mittelpunkt, wie gross ist der Radius?

(Anleitung: Aus $x = ct \cos \alpha$ und $y = ct \sin \alpha - g/2 t^2$ folgt: $x^2 + (y + g/2 t^2) = (ct)^2$.

Ohne Rechnung: Wo befinden sich die Körper, wenn nur die Anfangsgeschwindigkeit, und wo, wenn nur die Schwerkraft bestünde?

Vgl. die synthetische Behandlung dieser Aufgabe in der Zeitschr. f. mathem. u. naturw. Unterricht, XX. Jahrg. (1889) S. 169.)

3. Zu zeigen, dass wenn die als homogene Kugel gedachte Erde längs eines Durchmessers durchbohrt wäre und ein Körper an der Mündung des Schachtes (mit der Anfangsgeschwindigkeit 0) losgelassen würde, er längs des Schachtes Sinus-Schwingungen ausführen würde¹⁾, deren Schwingungsdauer gleich der eines mathematischen Pendels von einer Pendellänge gleich dem Erdradius wäre.

(Anleitung: Erdradius R , mittlere Dichte δ . Für $r = R$ ist die beschleunigende Kraft $k = \epsilon M m/r^2$ oder

$$k = \epsilon \frac{\frac{4}{3} \pi r^3 \delta \cdot m}{r^2} = \kappa r \cdot m,$$

wo für $r = R$ speciell $mg = \kappa R \cdot m$, woraus $\kappa = g/R$; während für ein Pendel von der Länge l entsprechend $\kappa = g/l$.

Was ändert sich an der Bewegung, wenn die Anfangsgeschwindigkeit an der Mündung des Schachtes nicht 0 , sondern c ist? A. Höfler, Wien.

4. Eine dicht vor das Auge gehaltene Linse werde in ihrer Ebene verschoben, wie ändert sich dadurch die scheinbare Richtung eines durch sie betrachteten Lichtpunktes?

Auft.: Es werde etwa ein an einer Stimmgabelzinke festhaftendes Quecksilberkugeln A durch eine Lupe betrachtet, welche durch eine elastische Feder gehalten wird und leicht auf und ab bewegt oder in dauernde Schwingungen versetzt werden kann. In der Figur ist von der biconvex zu denkenden Lupe je eine Hälfte in den beiden zu betrachtenden Lagen gezeichnet. Befindet sich anfangs der Mittelpunkt der Lupe in M , so sieht das Auge den Lichtpunkt A wie einen Stern B , der in der Richtung MA unendlich weit entfernt ist. Verschiebt man die Lupe nach M' , so erscheint der Stern in B' auf der Verlängerung von $M'A$. Die Richtungsänderung wird durch den Bogen BB' am Himmelsgewölbe oder durch den Winkel $B A B' = M A M'$ gemessen. Die Strecke MM' sei $= p$ Meter (p etwa $= 1/1000$), die Brennweite der Linse $= f$ m, ihre Stärke nach Dioptrien also $s = 1/f$, dann ist die gesuchte scheinbare Verschiebung $= MM'/AM = p/f = p \cdot s$. Sie erfolgt in dem der Bewegung der Lupe entgegengesetzten Sinne.

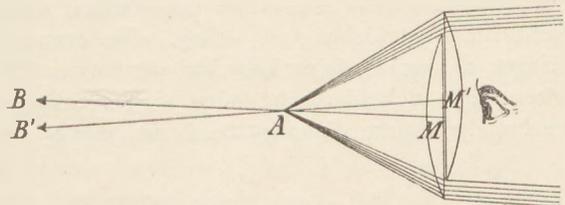


Fig. 1.

Hier war die Entfernung des Gegenstandes so angenommen, dass das Auge akkomodieren konnte. Diese Bedingung braucht aber nicht immer streng erfüllt zu sein. Einerseits ist eine ganz vollständige Akkommodation überhaupt nicht möglich, sie ist praktisch ausreichend, wenn man die betrachteten Gegenstände, trotz der unsicheren Begrenzung noch erkennen kann, andererseits werden gröbere Objekte, z. B. nahe Häuser oder

¹⁾ GALILEI hatte noch angenommen, dass die Schwerkraft vom Mittelpunkt aus constant wirke. (Dürring, Krit. Gesch. d. Mechanik, II. Aufl., S. 51).

Bäume, ihren Umrissen nach auch dann noch erkannt, wenn man sie durch Linsen betrachtet, welche das Bild ausserhalb der Akkommodationsweite des Auges erzeugen, z. B. sehr nahe vor oder sogar hinter dem Auge. In solchen Fällen kann man die Deutlichkeit durch Anbringung einer sehr kleinen Blende vor dem Auge vergrössern. Letzteres wirkt dann nur wie eine einfache Camera obscura, die Wirkung der Krystall-Linse beschränkt sich darauf, nach Art eines Prisma das Bild auf der Netzhaut zu verschieben. Zwei Strahlenbüschel, deren Vereinigungspunkte P und Q vor der Camera liegen, geben auf dem Schirm derselben ein umgekehrtes Bild von PQ , zwei Büschel aber, deren Vereinigungspunkte erst jenseits derselben lägen, geben ein aufrechtes Bild. Man wird daher bei mangelhafter Akkommodation die Gegenstände, die sich vor dem Auge befinden, aufrecht sehen, fängt man dagegen ein System convergenter Strahlenbüschel auf, die hinter dem Auge ein Bild erzeugen könnten, so sieht man dieses umgekehrt.

Wir ersetzen daher jetzt, um die scheinbare Verschiebung eines beliebigen Lichtpunktes A zu bestimmen, das Auge durch eine einfache Camera obscura mit sehr kleiner

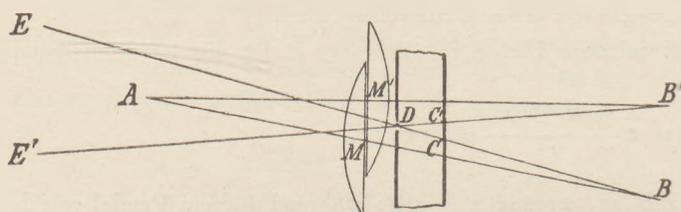


Fig. 2.

Lichtöffnung D , die der Mitte der Pupille entspricht. Ist Akkommodation möglich, so giebt die volle Pupillenöffnung dieselben Netzhautbilder in grösserer Lichtstärke. Die Linse in M verwandelt das Strahlenbüschel A in ein anderes B , von welchem nur der Strahl DB in das Auge einzudringen vermag. Er verursacht einen Lichtreiz in C , und erweckt dadurch die Vorstellung einer in der Richtung CD , in unbestimmter Entfernung etwa in E , vorhandenen Lichtquelle. Verschiebt man die Linse nach M' um die Strecke p , so wird das Bild von A auf der Axe AM' in B' entstehen, der Lichtreiz fällt auf C' , die Lichtquelle wird in E' vermutet. Ist die Entfernung des Gegenstandes von der Linse (also auch von dem Auge) $= a$, die des Bildes $= b$, sodass $1/a + 1/b = 1/f$, so wird $BB' = p \cdot (a + b)/a$, die scheinbare Verschiebung wird durch den Winkel $EDE' = BDB'$ gemessen, sie ist daher gleich $BB'/b = p(a + b)/(ab) = p(1/a + 1/b) = p/f = p \cdot s$. Dieser Ausdruck zeigt, dass die betrachtete Erscheinung ein einfaches Maass für die Stärke einer Linse darbietet. Für eine concave Linse sind s und f negativ.

Verschiebt man also eine convexe resp. concave Linse, so scheinen sich die Gegenstände in entgegengesetzter resp. gleicher Richtung zu bewegen; eine planparallele Platte zeigt keine Wirkung. Man kann hierdurch erkennen, ob eine schwache Linse convex oder concav ist. Eine Combination aus zwei Linsen von den Stärken s_1 und s_2 giebt die Verschiebung $p(s_1 + s_2)$, eine convexe und eine gleich starke concave Linse bringen zusammen keine Verschiebung hervor. Die Stärke einer beliebigen Linse in Dioptrien lässt sich hiernach finden, indem man aus einer Reihe bekannter Linsen von wachsender Stärke diejenige bestimmt, durch welche jene compensiert wird.

M. Koppe.

Kleine Mitteilungen.

Ein einfacher Apparat zur Demonstration der Mischung von farbigem Licht und von Farbstoffen.

Von V. L. Rosenberg in Petersburg.

Der Apparat besteht aus einem vertikalen quadratischen Brette (von etwa 40—50 cm Seitenlänge), in welchem sich zwei runde Öffnungen befinden, deren Durchmesser 5 cm und deren Abstand ca. 8 cm beträgt (Fig. 1). Auf der Vorderseite können farbige Gläser

(*g*) in einer Falz vor die Öffnungen geschoben, oder auf ein kleines Tischchen Glasgefäße (*F*) mit planparallelen Wänden, die mit farbigen Flüssigkeiten gefüllt sind, gestellt werden. Vor dem Brette werden zwei Petroleumlampen L_1 und L_2 (Fig. 2) oder zwei Kerzen so aufgestellt, dass sie auf dem hinter dem Brette befindlichen Schirme (*s*), der aus Seidenpapier oder aus mattem Glase besteht, zwei runde Lichtbilder geben. Durch Verschiebung des Schirmes kann man beide Lichtfelder sich teilweise decken lassen ($b_1 b_2$, Fig. 2). Die Erscheinung kann von beiden Seiten des Schirmes beobachtet werden.

1. Mischung farbigen Lichtes. Vor beide Öffnungen werden farbige Gläser eingeschoben oder planparallele Glasgefäße mit gefärbten Flüssigkeiten gestellt. Der gemeinschaftliche Teil des Farbenfeldes ($b_1 b_2$, Fig. 2) erscheint in der betreffenden Mischfarbe (Summationsfarbe). — Schiebt man die eine Lichtquelle näher oder weiter, so wird damit die Intensität der betreffenden Farbe erhöht oder vermindert, wodurch der Farbenton der Mischfarbe sich gleichfalls ändert.

2. Mischung complementärer Farben. Bedecken wir beide Öffnungen mit zwei nicht zu dunkeln, nahezu complementär gefärbten Gläsern (z. B. purpur und grün, rot und blaugrün, orange und cyanblau (Kobaltglas) u. s. w.) so ist es leicht, den Teil des Farbenfeldes, wo beide Farben sich decken, weiss erscheinen zu lassen. Noch besser gelingt der Versuch bei passend gewählten farbigen Flüssigkeiten, da man hier, durch Verdünnung der Flüssigkeiten, die Helligkeit des Farbenfeldes steigern kann. Sollte die Mischfarbe (bei Anwendung eines roten und eines blaugrünen Glases) rötlich ausschn, so entfernt man die betr. Lichtquelle etwas, oder nähert die andere, bis die Mischfarbe möglichst weiss erscheint.

3. Unterschied zwischen der Mischung von farbigem Licht und der Mischung von Farbstoffen. Helmholtz hat zuerst den Unterschied zwischen Mischfarben aus farbigen Lichtern und solchen aus gemengten Farbstoffen gezeigt. So liefert z. B. Gummi-guttac, mit Preussischem Blau gemengt, grün, das farbige Licht beider gemischt (an rotierenden Scheiben etwa) — weiss!

Zur Erläuterung dieser Erscheinung werden vor beide Öffnungen Glasgefäße von 8—10 cm Breite gestellt (s. o.), von denen das eine mit einer Lösung von doppeltchromsaurem Kali gefüllt ist, während das andere eine Lösung von Kupfervitriol enthält, dem Salniakgeist in Überschuss zugesetzt wird. Durch Zufügung von Wasser werden beide Lösungen verdünnt, sodass die beiden Farben (in der Durchsicht) noch intensiv genug erscheinen und das gemeinschaftliche Farbenfeld (auf dem Schirm) weiss aussieht.

Stellen wir beide Glasgefäße vor eine Öffnung und die Lampe nahe davor, so sehn wir auf dem Schirm die grüne Mischfarbe (Restfarbe). Mit Hülfe eines Spektroskops erkennt man leicht, dass die Lösung von doppeltchromsaurem Kali nur die roten bis grünen Strahlen durchlässt, während bei der Kupfervitriollösung die grünen bis violetten Strahlen hindurchgehen, die weniger brechbaren absorbiert werden. Beim ersten Versuch musste daher das gemeinschaftliche Farbenfeld alle Strahlen von rot bis violett enthalten und daher weiss erscheinen, während beim letzten Versuch nur die gemeinschaftlichen grünen Strahlen übrig blieben.

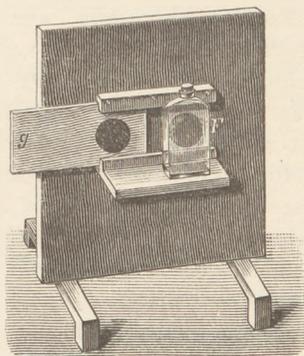


Fig. 1.

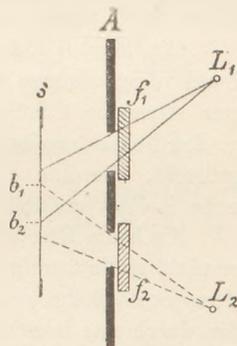


Fig. 2.

Über freie Elektrizität der Leydener Flasche.

Von Dr. G. Leonhardt in Dessau.

Die Erscheinung der successiven Entladungen einer Leydener Flasche, die Erscheinung also, dass, wenn man eine geladene Flasche auf eine isolierende Unterlage stellt und abwechselnd von innen und aussen berührt, bei jedesmaliger Berührung ein schwacher Funke wahrgenommen wird, ist, soweit mir bekannt, darauf zurückzuführen, dass die Menge der auf der inneren Belegung angesammelten Elektrizität etwas grösser ist als die auf der äusseren, und zwar aus zwei Gründen, einmal nämlich wird auch bei völliger Gleichheit der beiden Belegungen z. B. bei der Franklin'schen Tafel, die Menge der durch Verteilung auf dem Condensator hervorgerufenen Elektrizität etwas geringer sein als die auf dem Collektoir angesammelte, so dass sich auf letzterem freie Elektrizität befindet, deren Menge von der Entfernung der Belegungen und der Natur des zwischenliegenden Isolators abhängig ist; zweitens aber ist bei der Leydener Flasche ausserdem noch die innere Belegung etwas grösser als die äussere, grösser nämlich um die zur inneren Belegung führende Stange und den Knopf derselben, so dass auch aus diesem Grunde auf der inneren Belegung ein Überschuss freier Elektrizität vorhanden ist. Wird nun diese durch Berührung des Knopfes abgeleitet, so kann die so verminderte Elektrizität der inneren Belegung diejenige der äusseren nicht mehr vollständig binden, so dass ein Teil derselben frei wird und abgeleitet werden kann. Damit ist aber der frühere Zustand wiederhergestellt, die innere Belegung hat jetzt wieder einen Überschuss an Elektrizität und das Spiel kann von neuem beginnen.

Die hierbei auftretenden Funken sind ausserordentlich schwach, ja kaum zu sehen und auf einigermaßen weite Entfernung hin auch nicht mehr zu hören, so dass es entfernter sitzenden Schülern schwer wird, die Erscheinung zu beobachten. Man kann sie aber deutlicher machen, wenn man die innere Belegung der äusseren gegenüber stark vergrössert, dieselbe z. B. mit dem Conductor der Elektrisirermaschine verbindet, die Flasche isoliert aufstellt und nun ladet.

Auch die Erscheinung, dass man, wenn man den Auslader zuerst mit dem Knopfe einer nicht isolirt aufgestellten Flasche in Berührung bringt, nicht einen einzigen Schlag, sondern eine Reihe stehender Funken erhält, ist durch das Gesagte leicht erklärlich, indem durch das Berühren die freie Elektrizität der inneren Belegung abgeleitet und die dann frei gewordene Elektrizität der äusseren Belegung durch die Tischplatte von selbst fortgeführt wird.

Schliesslich kann man noch diese frei gewordene Elektrizität der äusseren Belegung durch folgende Anordnung der Apparate sicht- und hörbar machen. Die innere Belegung der zu ladenden Flasche werde mit dem Conductor der Elektrisirermaschine, die äussere, nachdem die Flasche isolirt aufgestellt ist, mit der inneren Belegung einer Lane'schen Maassflasche verbunden, deren äussere Belegung natürlich mit dem verschiebbaren Knopfe in Verbindung gebracht ist. Wird dann die Flasche stark geladen, die Maassflasche entladen und der Conductor der Maschine mit dem gekrümmten Finger wiederholt berührt, *so springen zwischen den Knöpfen der Maassflasche Funken über, als ob dieselbe und daher auch die Leydener Flasche selbst durch die Berührung des Conductors von neuem geladen würde.* In der That findet natürlich keine weitere Ladung der Leydener Flasche, sondern im Gegenteil eine Entladung statt. Da nämlich durch das Berühren des Conductors die auf der inneren Belegung befindliche freie Elektrizität abgeleitet wird, so fliesst auch die auf der äusseren Belegung dadurch frei gewordene Elektrizität in die innere Belegung der Maassflasche. Dadurch aber wird wieder ein Teil der auf der inneren Belegung der Leydener Flasche befindlichen Elektrizität frei und kann von neuem abgeleitet werden u. s. w. War nun die Leydener Flasche stark geladen und daher die Menge der freien Elektrizität auf dem Conductor beträchtlich genug, so kann auch die Menge der in die Maassflasche strömenden Elektrizität so gross werden, dass zwischen den Knöpfen derselben Funken überspringen. Die Leydener Flasche wird aber, wie ersichtlich, nicht von neuem

geladen, sondern im Gegenteile entladen, und die Maassflasche nicht, wie ursprünglich, mit positiver, sondern wie eine Prüfung sofort ergibt, mit der negativen Elektrizität der äusseren Belegung geladen. War die Leydener Flasche nicht stark genug geladen, so kann es auch vorkommen, dass zwischen den Knöpfen der Maassflasche zwar keine Funken überspringen, doch wird man auch in diesem Falle, wenn die Maassflasche vor dem Berühren des Conductors entladen ist, sie nach der Berührung wieder mit Elektrizität und zwar nun mit negativer angefüllt finden. War die Menge dieser Elektrizität aber gross genug, um in Funken überzuspringen, so kann dem Conductor von neuem eine Reihe stechender Funken entzogen werden.

Eine Bemerkung zu der Spannungsreihe für Reibungselektrizität.

Von Dr. J. Schiff in Breslau.

Bekanntlich haben mehrere Forscher versucht, eine Anzahl von Stoffen, insbesondere von Nichtleitern, in eine Spannungsreihe mit positivem und negativem Pole zu ordnen, derart, dass jeder derselben durch Reibung mit allen nach dem ersteren Ende hin stehenden Substanzen negative, hingegen bei gleicher Behandlung mit den auf seiner anderen Seite befindlichen positive Elektrizität erhält. Auf Grund eines umfangreichen experimentellen Materials gab im Anfang dieses Jahrhunderts J. W. Ritter (das elektrische System der Körper, 1805; auch abgedruckt in Gehler's physik. Wörterbuch, 3. Band, Leipzig 1827, S. 245) eine solche, wie folgt, an:

„— Schwefel, Bernstein, Kolophonium, Siegellack, Seide, Papier, Wolle, Glas, Turmalin, Hasenfell, Kaninchenfell, Diamant, Katzenfell +“.

Faraday stellte 1843 folgende, umgekehrt geordnete Spannungsreihe auf:

„+ Katzen- und Bärenfell, Flanell, Elfenbein, Federkiele, Bergkrystall, Flintglas, Baumwolle, Leinwand, weisse Seide, die Hand, Holz, Lack, Metalle, Schwefel —“.

Beim Vergleich beider Reihen fällt sofort auf, dass nach der ersteren Glas — beziehungsweise Flintglas —, mit Wolle oder Flanell gerieben, positive, nach der anderen negative Elektrizität annehmen soll.

Die Faraday'sche Spannungsreihe — mithin auch die Behauptung, dass Glas bei der Behandlung mit Wollstoffen negativ werde — hat Aufnahme gefunden in vielen neueren Lehrbüchern der Physik, insbesondere auch in solchen, die für den Schulgebrauch bestimmt sind. Einige der Verfasser fügen allerdings hinzu, dass obige Behauptung in solcher Allgemeinheit nicht richtig sei. Andere jedoch schliessen sich derselben ohne irgend welche Einschränkung an, z. B. Silvanus P. Thompson (Elementare Vorlesungen über Elektrizität und Magnetismus, Tübingen 1887, S. 7) und E. Jochmann (Grundriss der Experimentalphysik, 6. Aufl., 1880, S. 254). In dem letztgenannten, sonst so vorzüglichen Buche entsteht hierdurch ein durch keinerlei Zusatz gemilderter Widerspruch, denn auf der vorhergehenden Seite findet sich als Definition der positiven Elektrizität, dieselbe werde durch Reiben eines Glasstabes mit Wollenzeug erhalten.

Andere Lehrbücher verzichten gänzlich auf die Aufstellung einer derartigen Spannungsreihe; sie bringen vielmehr Einzelangaben über die elektrischen Erscheinungen beim Reiben verschiedener Stoffe; aber auch in diesen Angaben zeigt sich wenig Übereinstimmung, vor Allem, so weit sie sich auf das Verhalten von Glas und Wolle beziehen. So heisst es in J. Frick's physikalischer Technik, 4. Aufl., 1872, S. 386, dass mattes Glas, mit Wolle gerieben, positiv, aber glattes, in gleicher Weise behandelt, negativ wird. Genau das Entgegengesetzte behauptet P. Reis (Lehrbuch der Physik, 5. Aufl., 1882, S. 560); desgleichen Weinhold (Phys. Demonstrationen, 2. Aufl., 1887, S. 519), nach welchem mattes Glas „grosse Neigung“ hat, „negativ elektrisch zu werden“. —

Was nun die Erklärung dieser Widersprüche betrifft, so ist zunächst zuzugeben, dass Glas — je nach seiner chemischen Zusammensetzung und insbesondere je nach der Beschaffenheit seiner Oberfläche — beim Reiben mit Wolle sich verschieden verhalten kann. Daher sagt auch Riess in seinem klassischen Werke „Die Lehre von der Reibungselektricität“ (1. Band, 1853, S. 9 und 23) dass Glas absolut sicher nur dann positiv wird, wenn man zu dem Fundamentalversuche Zinn-Zink-Amalgam auf Leder anwendet, jedoch fügt er hinzu: „Glas mit Wolle gerieben wird gewöhnlich positiv“.

Bei den Versuchen, welche ich selbst zu dieser Frage unter Anwendung eines Bohnenberger'schen Elektroskopes durch Reiben von trockenen Stäben, Röhren und Gefässen aus glattem Glase mit Wollstoffen angestellt habe, fand ich, dass derartiges Glas stets positiv erregt wurde. Mattes Glas verhält sich nach meinen Beobachtungen entgegengesetzt. Meine Erfahrungen stehen daher im Einklang mit den oben citierten Angaben von Riess, Reis und Weinhold.

Ähnlich wie Glas und Wolle zeigen auch andere Stoffe bei der Reibung wechselndes Verhalten (vgl. z. B. Leonhardt und Kolbe: „Über die Art der Elektricität beim Reiben von Leder gegen Ebonit“, *diese Zeitschr.* II, S. 186 ff.). Auf streng wissenschaftlichen Wert wird daher eine Spannungsreihe für Reibungselektricität niemals Anspruch erheben dürfen. Sollte man jedoch aus pädagogischen Gründen eine solche für Schulbücher beibehalten, so dürfte sie etwa in folgender Weise dem Zwecke entsprechen:

„+ Tierische Felle, Glas mit glatter Oberfläche, Wolle, mattes Glas, Seide, Harze, Kollodium —“.

Hinter Kollodium würde nach P. Meutzner (*diese Zeitschr.* II, 242) vielleicht noch Speckstein als äusserstes Glied auf die negative Seite zu setzen sein.

Ein einfacher Schulversuch.

Von E. Schulze in Strausberg.

Das Elektrischwerden des Reibzeuges wird zwar in den meisten Schulbüchern hervorgehoben, es wird aber in der Regel unterlassen anzugeben, wie der Nachweis dafür bei einfachen Hilfsmitteln in der Schule geführt werden kann. Gewöhnlich wird dieser Nachweis aufgespart bleiben, bis zur Durchnahme der Reibungs-Elektroskopmaschine, deren Reibzeug ja zu diesem Zwecke isoliert angebracht ist. Er lässt sich indessen sehr leicht führen, wenn man eine Harzplatte mit einem Fuchsschwanz peitscht und dann das benutzte Ende des Fuchsschwanzes dem Elektroskope nähert. Da dieser Versuch wohl nicht allgemein bekannt ist, so habe ich geglaubt, ihn hier mitteilen zu sollen.

Berichte.

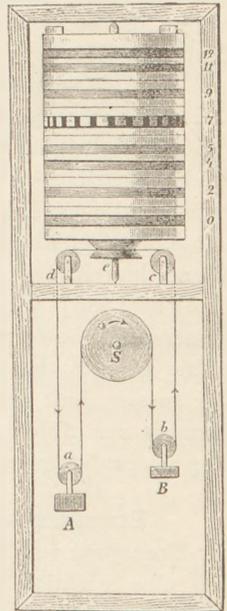
1. Apparate und Versuche.

Ein Spielversuch über das Gleichgewicht ist in *La Nature* No. 816, 1889 unter dem Titel *Récréation scientifique* beschrieben. Zwei Weinflaschen werden jede mit einem Kork versehen, der durch Zuschärfung von zwei Seiten in eine Kante endigt. Über diese Kanten legt man je ein Messer mit dem unteren Teil der Schneide, so dass die oberen Enden der Schneiden einander grade gegenüberstehen und sich fast berühren. Diese beiden Enden überbrückt man, indem man ein (Liqueur-) Gläschen darauf stellt, das zum Teil mit Wasser gefüllt ist. Durch passendes Verschieben der Flaschen und Änderung der Wassermenge im Glase kann man erreichen, dass das Glas auf den beiden Messerspitzen balanciert. Durch Wegnahme oder Zufügung von wenigen Tropfen Wasser kann

man ferner das Glas nach Belieben steigen und sinken machen. Taucht man einen kleinen schweren Körper an einem Faden in das Wasser ein, so senkt sich das Glas gleichfalls und folgt beim Auf- und Abbewegen des Fadens der Bewegung desselben in gleichmässigem Takt wie eine Marionette.

Ein einfacher Wellenapparat. Von P. SCHÖNEMANN. Zwei kreisförmige Blechscheiben von 8 cm Durchmesser sind auf einen runden Eisenstab von 3 dm Länge derart aufgesteckt, dass der Stab senkrecht zu den Scheiben steht und durch diese hindurchgeht; das eine Ende des Stabes ist zu einer Kurbel umgebogen und das Ganze mit den beiden Enden der hervorstehenden horizontalen Drehungsachse auf ein Gestell gelegt, auf welchem es sich drehen lässt. Jede der beiden Scheiben ist mit zwölf Einschnitten versehen und zwischen je zwei entsprechenden Einschnitten ein Faden oder dünner Draht parallel der Achse gespannt. Auf jeden Faden schiebt man vor dem Einspannen eine grosse schwarze Perle und ordnet diese Perlen nach dem Einspannen in einer Schraubenlinie an, indem man die erste Perle im Abstände $\frac{1}{12}$ vom einen Ende (mit Wachs oder Siegelack) feststellt, die zweite im Abstände $\frac{2}{12}$ u. s. f. Beim Drehen der Kurbel stellt der Schatten der Perlen, der durch parallel auffallende Lichtstrahlen erzeugt wird, eine Wellenbewegung dar. Die Schatten sind congruente Ellipsen mit dem constanten Phasenunterschied $\frac{1}{12}$, die zu geraden Linien werden, wenn das Licht parallel den Blechscheiben einfällt. Die Wellenbewegung kann auf einen Schirm projiziert werden, der zwischen dem Apparat und den Zuschauern steht, während die Lichtquelle in möglichst weiter Entfernung hinter dem Apparat aufgestellt wird. Es wird auch darauf aufmerksam gemacht, dass bei jeder kontinuierlichen Drehung einer Schraubenlinie (z. B. eines Pfropfziehers) unter Festhaltung der Achse das Auge des Beschauers in angemessener Entfernung den Eindruck einer kontinuierlich fortschreitenden Wellenlinie empfängt. (*Gymnasium, VI, No. 10; 16. Mai 1889.*)

Das Phonoskop. Von J. G. FORCHHAMMER in Kopenhagen. Der Apparat ist ursprünglich für den Taubstummenunterricht construiert; er ermöglicht, die Höhe eines Tones für das Gesicht wahrnehmbar zu machen. Ein Cylinder ist um eine vertikale Achse drehbar aufgestellt, der Mantel des Cylinders ist mit schwarzen Quadraten, die durch gleich grosse weisse Zwischenräume getrennt und in horizontalen Reihen angeordnet sind, in der Weise bedeckt, dass die Zahl der Quadrate von Reihe zu Reihe in bestimmtem Verhältnis zunimmt. Vor dem Cylinder ist eine kleine Gasflamme angebracht, die durch den zu prüfenden Ton in periodische Zuckungen versetzt wird. Zu dem Zweck ist die Gaszuleitungsröhre der Länge nach in zwei Abteilungen geteilt; durch die eine von diesen strömt das Gas zu, in die andere wird der erzeugte Ton geleitet, so dass die Luftverdichtungen und Verdünnungen neben der Ausströmungsöffnung des Gases austreten und auf die Gasflamme einwirken. Durch einen Hahn am Schallzuleitungsröhre kann man die Stärke dieser Einwirkung regulieren. Durch einen Hohlspiegel endlich wird das Licht der Flamme auf den rotierenden Cylinder geworfen. Bei dieser Beleuchtung erscheinen die Horizontalreihen im Allgemeinen gleichmässig grau; nur in dem Fall, dass die Zahl der Quadrate in einer Reihe der Schwingungszahl des Tones genau entspricht, wird diese Reihe so sichtbar, als ob sie in Ruhe wäre; bei einer nur geringen Abweichung bewegt sich die Reihe der Quadrate, je nach dem Sinn der Abweichung, in der einen oder der anderen Richtung. Die Zahl der horizontalen Reihen beträgt 21, während die Zahl der Quadrate in ihnen von 64 aufsteigend den halben Tönen der chromatischen Tonleiter folgt, so dass also z. B. die dreizehnte Reihe 128, die einundzwanzigste



Reihe 192 Quadrate enthält. Bei einer Umdrehung pro Sekunde wird demnach die unterste Reihe einem Ton von 64 Schwingungen entsprechen, bei doppelter Umdrehungszahl verdoppelt sich die Tonhöhe u. s. f. Auch die harmonischen Obertöne werden hierbei, natürlich schwächer, sichtbar. Die constante Rotationsgeschwindigkeit, welche der Gebrauch des Apparates erfordert, wird durch eine eigentümliche Verbindung eines sinkenden Gewichts mit einem Uhrwerk und einem Flügelradregulator hervorgebracht. Eine Schnur ohne Ende ist um die Achse des Cylinders geführt, von da über zwei feste Rollen *c, d*, über zwei bewegliche Rollen *a, b*, und über eine mit dem Uhrwerk verbundene Scheibe *S*. An den Rollen *a, b* hängen Gewichte *A, B*, deren halbe Differenz als constante treibende Kraft wirksam ist. Das Wiederaufwinden des fallenden Gewichtes *A* wird während des Ganges der Maschine durch beständige Drehung der Scheibe *S* vermöge des dahinter befindlichen Uhrwerkes ausgeführt. Das Gewicht *A* kommt daher nicht zu anhaltendem Sinken, sondern schwankt infolge der Regulierung durch das Flügelrad nur ganz wenig auf und ab. Zur Erreichung anderer Geschwindigkeiten kann man das eine der beiden Gewichte angemessen belasten; der Apparat lässt sich in dieser Weise auf bestimmte Tonhöhen einstellen und dazu benutzen, Taubstumme in der Hervorbringung von musikalischen Tönen zu unterrichten. Für Demonstrationszwecke wird der Cylinder in kleinerem Massstabe hergestellt und nur mit 8, einer Oktave entsprechenden, oder auch nur mit 4, dem Duraccord entsprechenden Reihen von Quadraten bedeckt. (*S. Abdruck übersandt vom Verf.*)

Ein neues Condensationshygrometer. Von H. DUFOUR in Lausanne. Die Bestimmung des Taupunktes am Condensationshygrometer leidet hauptsächlich an zwei Fehlerquellen: an der Ungleichheit der Temperatur in den verschiedenen Teilen der abkühlenden Flüssigkeit, und an dem Temperaturunterschiede zwischen dem Innern der Flüssigkeit und der Oberfläche an welcher sich der Tau absetzt; die letztere Einwirkung kann namentlich bei der Glaswand des Daniell'schen Hygrometers von erheblicher Grösse sein. Regnault hat deshalb eine stets bewegte Flüssigkeit im Innern eines sehr dünnen Silbergefässes angewandt. Vollkommener noch werden die bezeichneten Übelstände bei dem Instrument von DUFOUR vermieden. Hier ist das Thermometer in die Wand des Condensationsgefässes selbst eingesetzt; dies Gefäss besteht in einem prismatischen Kasten aus Metallblech, dessen eine vordere Wand von einer (1,2 cm) dicken, kupfernen oder eisernen Platte gebildet wird. In diese Platte ist von oben her eine cylindrische Öffnung gebohrt und das Thermometer da hinein gesetzt; eine Zwischenlage von sehr feinem Kupferstaub (bei einer Eisenplatte auch Quecksilber) dient zur Herstellung eines innigen Contactes. Die Flüssigkeit im Innern des Gefässes (Äther oder Schwefelkohlenstoff) wird durch einen hindurchgetriebenen Luftstrom zum Verdunsten gebracht und zugleich beständig umgerührt. Zum deutlichen Erkennen der ersten Abscheidung von Tau ist ein Teil der Vorderwand mit einem versilberten Kupferplättchen bedeckt, das durch ein dünnes Papierblatt von der Wand hinreichend thermisch isoliert ist. Endlich ist an dem Apparat eine schon von Crova (1883) vorgeschlagene Änderung angebracht; um die Ungleichheiten, die aus äusseren Luftbewegungen entspringen, zu vermeiden, ist der Apparat in ein weiteres Glasgefäss gesetzt, das mit einem Zu- und einem Ableitungsrohr versehen ist und durch welches die äussere Luft mittelst einer Kautschukbirne hindurchgeblasen wird. Als der geeignetste Moment zur Ablesung wird derjenige bezeichnet, in welchem die eben gebildete Schicht Regenbogenfarben zeigt. (*Arch. de Genève (3) XXI, No. 2, 1889. S. Abdr. übers. v. Verf.*)

Erzeugung eines Magnesiumblitzes. Die Entzündung von explosiven Gemengen zur Erzeugung von Magnesiumlicht spielt in der Technik der Momentphotographie bekanntlich eine wichtige Rolle. Einen kleinen Apparat zur bequemen Hervorbringung einer momentanen Magnesiumerleuchtung beschreiben A. GUÉBARD und P. RANQUE in den *C. R.* 108, 514 (1889). Ein Glasröhrchen von etwa 10 cm Länge und 0,4 cm Durchmesser wird in Form eines Posthorns gebogen, so dass die eine Öffnung der Flamme einer Kerze zugewendet ist. In das Röhrchen bringt man 0,2 g des Pulvers, an das andere

Ende setzt man den Kautschukschlauch eines kleinen Gummiblasebalges an und treibt in dem zur photographischen Aufnahme bestimmten Moment einen Luftstrom durch den Apparat, der das Pulver mit sich reisst und in der Flamme zur Explosion bringt. Durch einfache Vorrichtungen kann man auf verschiedene Weise das Röhrchen an der Kerze befestigen.

2. Forschungen und Ergebnisse.

Zusammendrückbarkeit von Glas und Bergkrystall. Die Ermittlung der Zusammendrückbarkeit von Glas und Bergkrystall hat sich als wichtig für die Bestimmungen der Compression von Flüssigkeiten und Gasen herausgestellt. E. H. AMAGAT hat deshalb die Untersuchung der genannten Körper bis zu einem Druck von 2000 Atmosphären ausgeführt und dazu ein Verfahren befolgt, dessen Prinzip schon vorher von Buchanan und Tait benutzt worden ist. Es besteht darin, dass ein stabförmiges Stück der Substanz in Wasser gebracht und sammt diesem einem hohen Druck ausgesetzt wird. Die Verkürzung wird von AMAGAT dadurch gemessen, dass ein Kontaktstab, der durch die Wand des Compressionsgefässes dichtschliessend hindurchgeführt ist, durch Schraubenbewegung stets zur Berührung mit dem Prüfungsobjekt gebracht wird; die Constatierung der Berührung geschieht durch einen dadurch bewirkten Stromschluss, die Grösse der Verschiebung geht unmittelbar aus dem Betrag der ausgeführten Drehung hervor. In der nachstehenden Tabelle sind die Mittelwerte der beobachteten Verkürzungen (δ) für einen Stab von 1 m Länge pro Atmosphäre in Tausendsteln mm angegeben, ϵ ist der kubische Compressibilitätscoefficient.

Druck	δ für Glas	ϵ für Glas	ϵ für Bergkryst.
1—500 Atm.	0,750	0,000002250	0,000002454
1—1000 „	0,746	0,000002248	0,000002424
1—1500 „	0,745	0,000002235	0,000002415
1—2000 „	0,743	0,000002229	0,000002406

Die Tabelle zeigt zugleich, dass die Zusammendrückbarkeit mit steigendem Drucke sich in geringem Maasse vermindert. Die Zahlen stimmen mit den Ergebnissen, die AMAGAT vor kurzem nach anderer Methode erhalten hat (ϵ für Glas 0,000002197, für Bergkrystall 0,000002405) in sehr befriedigender Weise überein. (C. R. **108**, 727; 1889.)

Spezifische Wärme der Gase bei constantem Volumen. Von J. JOLY sind direkte Bestimmungen, und zwar mit Hilfe des Dampfkalorimeters, ausgeführt worden. Eine dünnwandige kupferne Hohlkugel wurde mit trockener Luft gefüllt (deren Menge durch Wägen ermittelt war), an einer sehr empfindlichen Wage in das Dampfkalorimeter gehängt und die thermische Kapazität durch eine Reihe von Versuchen gemessen. Dann wurde die Luft völlig ausgepumpt und die thermische Kapazität des leeren Gefässes gemessen. Aus beiden Messungen konnte die spezifische Wärme der eingeschlossenen Luft abgeleitet werden. Bei diesem Verfahren traten jedoch erhebliche Störungen dadurch auf, dass das Gewicht der Kugel im Dampf ein anderes war als in der atmosphärischen Luft. Die Versuche wurden daher so abgeändert, dass zwei Kugeln von gleichem Volumen und nahezu gleichem Gewicht hergestellt, und gleichzeitig an je einem Arm der Wage in je ein Dampfkalorimeter gehängt wurden. Beide wurden zunächst auf gleiche thermische Kapazität gebracht, indem in dasjenige von geringerer Kapazität ein abgewogenes Quantum Kupferdraht eingeführt wurde. Nunnmehr wurde die eine Kugel mit Luft gefüllt und wieder beide Kugeln gleichzeitig in die Dampfkalorimeter gehängt. Die Gewichtszunahme durch Condensation rührte jetzt allein von der eingeschlossenen Luft her,

Die benutzten Kugeln hatten 6,7 cm inneren Durchmesser, ein Volumen von 158,5 ccm und ein Gewicht von ca. 92,2 g. Die für Aufnahme der Luft bestimmte Kugel war hydraulisch auf 1000 Pfd. pro Quadratzoll geprüft. Es wurden drei Versuchsreihen bei verschiedenem Druck ausgeführt, die folgende Tabelle enthält das Gewicht der eingeschlossenen Luft (G), den Druck bei 100° (P) in mm Quecksilber, die Dichtigkeit der Luft (D) und die spezifische Wärme (S) als Mittelwert aus mehreren Versuchen:

G .	P .	D .	S .
5,4816 g	27,700 mm	0,03458	0,17699
4,3084 g	21,800 mm	0,027182	0,17694
3,1357 g	15,890 mm	0,019784	0,17704

Der gefundene Wert ist etwas grösser als der theoretisch ermittelte (0,1684), die Ursache dieser Abweichung ist nicht ersichtlich, da die Bestimmung der Wärmekapazität der Kugeln einen Fehler von nicht mehr als 1 % einschliesst. Wichtig ist der Nachweis, dass die spezifische Wärme der Gase bei constantem Volumen vom Druck unabhängig ist. (*Proceed. Roy. Soc.* 45, No. 273; 1888.)

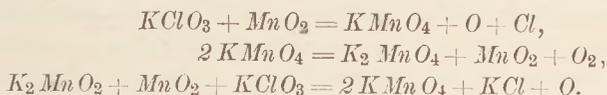
Über die Pictet'sche Flüssigkeit. Die Pictet'sche Flüssigkeit — $SO_2 + CO_2$ oder 64 Gewichtsteile SO_2 und 44 Gewichtsteile CO_2 — zeigt, abgesehen von ihrer Wichtigkeit für Eismaschinen, auch in theoretischer Hinsicht ein interessantes Verhalten (vgl. diese Zeitschrift, I. Jahrgang S. 77). Nach den Untersuchungen von Pictet und Corsepius ist nämlich die Spannkraft ihrer Dämpfe für Temperaturen über 30° geringer als diejenige der reinen schwefligen Säure. Die Richtigkeit dieses Resultates vorausgesetzt — zu dessen Erklärung Pictet annimmt, dass bei höheren Temperaturen aus dem Gemenge eine chemische Verbindung entsteht — würde die Mischung $SO_2 + CO_2$ thatsächlich im Vergleich mit anderen Flüssigkeiten Vorteile für Eismaschinen bieten; dies Resultat verstösst jedoch gegen den 2. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie und ist daher von H. v. HELMHOLTZ und Anderen (vgl. diese Zeitschrift a. a. O.) angezweifelt worden.

AD. BLÜMCKE hat (*Wied. Ann.* Bd. 34 S. 10 f. f. 1888 und Bd. 36 S. 911 f. f. 1889) nach verschiedenen Verhältnissen hergestellte Mischungen von Kohlensäure und schwefliger Säure neu untersucht. Er fand zunächst, dass die Dämpfe derselben sich nicht wie die gesättigten Dämpfe von einheitlichen Flüssigkeiten verhalten, sondern dass ihre Spannkraften auch vom Volumen abhängig sind und daher nicht — wie es bei der Ermittlung des Nutzeffekts von Kältemaschinen und zur Prüfung des 2. Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie geschehen ist — zu Temperaturbestimmungen benützt werden dürfen. Ebenso ergab sich auffallenderweise, dass die käufliche Pictet'sche Flüssigkeit gar nicht im Verhältnis von 1 Molekel SO_2 zu 1 Molekel CO_2 zusammengesetzt ist, sondern sehr viel weniger Kohlensäure — ungefähr 1 CO_2 auf 32 SO_2 , wie schon Corsepius behauptet hatte — enthält! Die Spannkraften ihrer Dämpfe wurden, unter Anwendung eines Quecksilberthermometers zur Temperaturbestimmung, sowohl in einem eigens construierten als im Cailletet'schen Apparate gemessen; dieselben waren zwischen 0° und $97,05^\circ$ im Gegensatz zu den Angaben Pictet's stets höher als für die reine schweflige Säure; ja, es zeigte sich sogar bei steigender Temperatur ein Anwachsen der Druckdifferenzen. Ein gleiches Resultat ergaben Mischungen mit anderem Gehalt an Kohlensäure, sowie frühere Versuche von Rilliet. Auch zeigte im Widerspruch zu Pictet's Behauptungen keines dieser Gemenge eine höhere Siedetemperatur als die schweflige Säure für sich allein. Hervorzuheben ist ferner, dass sich bei der Untersuchung dieser condensierten Gemische „Siedeverzüge“ gezeigt haben, wie solche bekanntlich auch beim vorsichtigen Erwärmen anderer Flüssigkeiten auftreten. So blieb das Gemenge 1 Vol. $SO_2 + 1$ Vol. CO_2 noch bei 13° und 38,1 Atm. Druck flüssig, obgleich bei dieser Temperatur hierzu eigentlich 44 Atm. gehören würden; ja, eine Mischung von 56 % SO_2 und 44 % CO_2 mit einem

Verflüssigungsdrucke von etwa 35 Atm. für 13° wurde manchmal bei 19 Atm. Druck noch nicht luftförmig. Entsprechend stieg bei freiwillig erfolgender Unterbrechung des Siedeverzuges der Druck um einige Atmosphären. Die entgegengesetzte Erscheinung — d. h. Verzüge bei der Verflüssigung von Gasen — war zwar von Maxwell, Thomson u. A. als möglich vermutet, bisher aber noch nicht nachgewiesen worden. An einem Gasgemisch von 1 Vol. SO_2 und 1 Vol. CO_2 ist es jedoch BLÜMCKE gelungen, zum ersten Male diesen „Verflüssigungsverzug“ sichtbar zu machen; denn als das Gemenge bei 76° comprimiert wurde und sich schliesslich ein Flüssigkeitsring über dem Quecksilber des Apparates bildete, sank der Druck um 0,2 Atmosphären. Im übrigen sind die Untersuchungen über die Pictet'sche Flüssigkeit — vgl. auch R. PICTET, *Wied. Ann.* 34, S. 734, 1888 — noch nicht abgeschlossen; dass diese jedoch bei höheren Temperaturen eine chemische Verbindung CSO_4 bilde, darf schon jetzt mit Bestimmtheit verneint werden.

J. Schiff.

Bildung von Chlor bei Darstellung von Sauerstoff aus Kaliumchlorat. Beim Erhitzen von Kaliumchlorat mit Oxyden von *Mn*, *Fe* etc. entwickelt sich anfangs stets Chlor, wobei die genannten Oxyde überoxydiert werden und als Säuren wirken. Der Vorgang lässt sich nach F. BELLAMY (*Chem. Z.* 11. Rep. 242) folgendermaassen darstellen:



Das gebildete Permanganat wird also unter Austritt von Sauerstoff wieder zersetzt, worauf das entstandene Superoxyd von neuem auf Kosten des Chlorats überoxydiert wird. Die Bildung des Permanganats kann durch Zusatz von basischen Oxyden (z. B. Kalk) verhindert werden. (Nach *Chem. Centr. Bl.* 58, 1483)

3. Geschichte.

Über die Verwendung des Kupfers in den ältesten Zeiten und die Herkunft des Wortes Bronze. Häufig ist vermutet worden, dass der Gebrauch des auf der Erde weit verbreiteten und vielfach gediegen vorkommenden Kupfers älter sein müsse als der seiner — gewöhnlich Bronze genannten — Legierung mit Zinn, da letzteres Metall nur vererzt und an wenigen Lagerstätten zu finden ist. Zur Entscheidung dieser Frage — wofür bisher nur ungenügendes Material vorlag — bedarf es der chemischen Untersuchung erhalten gebliebener Gegenstände, für welche Zeit und Ort der Entstehung mit genügender Sicherheit bekannt ist. Zwei derartige Analysen (vgl. *C. R.* 108, S. 923 ff.; 1889) sind kürzlich von BERTHELOT, auf dessen wichtige Arbeiten zur Geschichte der Chemie in dieser Zeitschrift schon wiederholt hingewiesen wurde, veröffentlicht worden. Es ergab sich, dass ein zu Tello in Mesopotamien gefundenes, mit dem eingegrabenen Namen einer uralten Gottheit — Gudeah — versehenes Figürchen, welches ungefähr 4000 vor Chr. gefertigt worden ist, aus reinem Kupfer besteht. — Ziemlich gleichalterig und ebenfalls von unzweifelhafter Echtheit, aber aus Ägypten stammend, ist das Scepter von Pepi I., einem Könige der 6. Dynastie, 4000—3500 v. Chr. Dieser kostbare, stets für Bronze gehaltene Besitz des britischen Museums ist ein hohler, mit Hieroglyphen bedeckter Metallcylinder. BERTHELOT hat einige Teilchen desselben — im ganzen 0,0248 g — analysiert und gleichfalls als reines Kupfer ohne eine Spur von Zinn oder Zink festgestellt. Mit Recht wird hieraus geschlossen, dass — wenn damals die wertvollere und haltbarere Legierung schon bekannt gewesen wäre — man diese zur Herstellung der Statuette wie des Scepters vorgezogen hätte, und dass mithin der Gebrauch des reinen Kupfers älter sein müsse als der der Bronze. — In Anschluss hieran sei erwähnt, dass nach einer früheren Mitteilung BERTHELOT'S (*C. R.* 107; 1888) zum ersten Male die Vokabel „Bronze“ — βροντησιον — bei einem griechischen Alchemisten, der in eines der ersten Jahrhunderte unserer Zeit-

rechnung gehört, in einem Recepte zur Darstellung dieser Legierung gefunden wird. Wahrscheinlich aber ist das Wort viel älter und wohl aus „aes Brundisium“ entstanden, worunter nach PLINIUS eine Kupfer-Zinn-Mischung zu verstehen ist, aus welcher zu Brundisium ausgezeichnete Spiegel gefertigt wurden.

J. Schiff.

4. Unterricht und Methode.

Der **krystallographische Unterricht in Obertertia**. In dieser Pr. Abh. des Königsstädtischen Gymnasiums (Berlin 1889, Pr. Nr. 59) findet W. WAEGE die Einführung bezw. Beibehaltung des mineralogischen Unterrichts in Obertertia hauptsächlich dadurch gerechtfertigt, dass dieser Unterricht die Aufgabe stellt, die Schüler schon frühzeitig an der Hand der Naturwissenschaft in stereometrische Anschauungen einzuführen. Er löst diese Aufgabe, indem er die entwickelnde Methode des neueren mathematischen Unterrichts in glücklichster Weise auf die Krystallographie anwendet. Die Unzulänglichkeit, welche mit den bisher benutzten geschlossenen und unzerlegbaren Krystalmodellen verknüpft ist, weiss er zu beseitigen, indem er zerlegbare Krystalmodelle verwendet (die „Netze zum Anfertigen zerlegbarer Krystalmodelle“ sind in Berlin bei H. Heyfelder, 1888 erschienen). Hierbei liegt in der Regel der eine Körper in dem anderen eingeschlossen, und der einhüllende Teil ist nach gewissen Hauptrichtungen in zwei oder mehrere Stücke zerschnitten, die einzeln auf den inneren Körper aufgesetzt oder davon entfernt werden können. Auf diesem genetischen Wege wird die Anschauung davon entwickelt, wie die verwandten Krystalformen aus einander hervorgehen. Die Modelle werden von geeigneten Schülern angefertigt und durch Bekleben mit verschiedenfarbigem Papier in bestimmter Weise gekennzeichnet. Von allem Schematismus krystallographischer Nomenklatur ist abgesehen, und die Auswahl auf wenige einfache Formen beschränkt. Im regulären System nimmt die Ableitung des Kubooktaeders und des Oktaeders aus dem Würfel die erste Stelle ein, dann folgt die Ableitung des Kubooktaeders und des Würfels aus dem Oktaeder, die Ableitung des Tetraeders aus dem Würfel und aus dem Oktaeder, des Granatoeders aus dem Oktaeder, des Pyritoeders aus dem Pyramidenwürfel. Vom hexagonalen Systeme werden das Dihexaeder und die sechsseitige Säule, die Ableitung des Rhomboeders und des Skalenoeders, die Combination von sechsseitiger Säule und Rhomboeder behandelt. Aus den übrigen Systemen sind nur Säulen und Oktaeder herangezogen. Mit dieser Auswahl hat der Verfasser wohl dasjenige Minimum bezeichnet, welches aus dem krystallographischen Bereich in das Pensum der höheren Schulen aufzunehmen ist. Gegen die volle Verwertung dieses Materials im Unterricht der Obertertia ist freilich noch immer einzuwenden, dass der naturkundliche Unterricht hierdurch allzusehr zu einem Mittel für den Zweck der mathematischen Ausbildung gemacht wird, insofern ein solcher krystallographischer Kursus von dem Verfasser selbst hauptsächlich als Vorbereitung für den späteren stereometrischen Unterricht aufgefasst wird. Unter voller Anerkennung des Bestrebens, die einzelnen Unterrichtsdisciplinen in organische Verbindung mit einander zu setzen, möchte es doch wohl wünschenswerter sein, in Anbetracht der geringen Stundenzahl des naturwissenschaftlichen Unterrichts (auf den Gymnasien), dass umgekehrt das krystallographische Material dem stereometrischen Unterricht zur Bearbeitung zugewiesen würde, wie KRUMME bereits vor einigen Jahren vorgeschlagen hat. Bei dieser Gestaltung des Unterrichtsplanes erst würde auch die Gesetzmässigkeit der krystalinischen Struktur in vollster Schärfe erfasst werden können. Hierdurch würde auch in dem mineralogischen Kursus der Obertertia soviel Zeit frei werden, dass Einiges zur propädeutischen Einführung in chemische und physikalische Grundbegriffe geschehen könnte, wofür bei der heutigen Verfassung des naturwissenschaftlichen Lehrplanes an Gymnasien eine ausreichende Gelegenheit meist nicht vorhanden ist.

P.

5. Technik und mechanische Praxis.

Ein Luftpyrometer, d. h. ein Luftthermometer für hohe Temperaturen, ist von J. WIBORGH construirt worden. Es ist zu technischen Zwecken, im besonderen zur Messung der Temperatur der Abzugsgase bei Hochöfen bestimmt. Eine Übersetzung der schwedischen Originalabhandlung findet sich in der *Öst. Ztschr. f. Berg- u. Hüttenk.*, und in *Dingler's Polyt. Journ.*, Bd. 271, Heft 3. Das neue dabei befolgte Prinzip besteht in Folgendem. Man lässt das Capillarrohr, welches das Thermometergefäss mit dem Quecksilbermanometer verbindet, bis zur Anstellung der Messung durch ein Seitenrohr mit der äusseren Luft communicieren. Zu Beginn des Versuchs schliesst man dieses Rohr durch Umdrehung eines Hahnes und drückt das im oberen Teil des Manometers befindliche kleine Luftquantum in das Thermometergefäss, indem man das Quecksilber durch vorsichtiges Handhaben einer Presse bis zu einer Marke emporsteigen lässt. Das eingepresste Luftquantum von der Anfangstemperatur t nimmt in Folge dessen die Temperatur T der bereits im Thermometergefäss befindlichen Luft an und es wird ein bestimmter Überdruck erfordert, um dem Druck der erwärmten Luft das Gleichgewicht zu halten; dieser Überdruck aber ist um so geringer, je kleiner das eingepresste Luftquantum im Vergleich zu dem bereits im Thermometer befindlichen ist. Nennt man das erste V_1 , das zweite V , so geht nach einer von A. SPRUNG vereinfachten Rechnung das Volumen V_1 bei constantem (Atmosphären-) Druck durch Erwärmung von t auf T über in:

$$1) \dots \dots \dots V_1 + V_{1,0} \alpha (T - t),$$

wenn $V_{1,0}$ das Volum bezeichnet, auf welches V_1 bei Abkühlung auf 0° sich zusammenziehen würde. Nun ist $V_{1,0} = V_1 / (1 + \alpha t)$, deswegen geht (1) über in:

$$2) \dots \dots \dots V_1 \frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha t} = V_1 \frac{\tau}{\tau'},$$

wenn τ und τ' die den Celsiustemperaturen T und t entsprechenden absoluten Temperaturen bezeichnen. Das Gesamtvolum der im Thermometergefäss enthaltenen Luft wurde also nach Erwärmung auf τ° bei Atmosphärendruck dargestellt durch:

$$V + V_1 \frac{\tau}{\tau'}.$$

Nach dem Boyle'schen Gesetz ist, wenn bei Compression auf das Volum V der Druck auf $H + h$ zu steigern ist:

$$\left(V + V_1 \frac{\tau}{\tau'} \right) H = V (H + h),$$

woraus:

$$\tau = \tau' \frac{V}{V_1} \frac{h}{H}.$$

Man erkennt daraus zugleich, dass h um so kleiner im Verhältnis zu H zu sein braucht, je grösser V im Verhältnis zu V_1 . Das Volumen der capillaren Verbindungsrohre bleibt bei dieser Rechnung ausser Betracht. Zu dem genannten technischen Zweck war das Thermometergefäss wie die Capillarröhre aus Porzellan hergestellt, die Verwendbarkeit ging daher bis ca. 1500° . Das Thermometergefäss hatte einen Rauminhalt von ca. 12 ccm.

Fabrikmässige Herstellung von Sauerstoff. Ein bereits 1850 von Boussingault entdecktes Verfahren zur Herstellung des Sauerstoffs ist neuerdings von A. und L. BRIN in Paris industriell nutzbar gemacht worden. Es besteht in der Gewinnung des Sauerstoffs aus der atmosphärischen Luft mittelst Ätzbaryts. Dieser zieht bei $500-600^\circ$ C den Sauerstoff an und giebt ihn bei 800° C. wieder ab. Zur Ausbeutung des Verfahrens hat sich in London eine Gesellschaft, die „Brin's Oxygen Co.“ gebildet, welche das Gas in Stableylinder unter 40 Atmosphären Druck eingeschlossen zum Verkauf bringt. Der Preis pro Kubikfuss beträgt bis zu 20 Kubikfuss 4 Pence (33 Pf.) bis 60 Kubikfuss 3 Pence (25 Pf.) über 60 Kubikfuss $2\frac{1}{2}$ Pence (21 Pf.). — *Polytechn. Notizbl.* 1889, No. 14.

Neu erschienene Bücher und Schriften.

Naturwissenschaftliche Anwendungen der Differentialrechnung. Lehrbuch und Aufgabensammlung. Von Dr. Arwed Fuhrmann, ordentl. Professor an der königl. technischen Hochschule zu Dresden. Mit 28 Holzschnitten. Berlin, Ernst und Korn. 1888. — 148 S.

Der Titel entspricht nicht genau dem Inhalt. Es handelt sich hier nicht um Lösung physikalischer Aufgaben mittelst der Differentialrechnung, vielmehr um Einübung der Operationen des Differentiierens an Ausdrücken, die in irgend welchen Gebieten der Naturwissenschaften eine empirische oder theoretische Bedeutung haben. Meist wird diese angegeben, bisweilen beschränkt sich die Erregung des naturwissenschaftlichen Interesses darauf, dass ein Journal für Chemie als Fundort der Formel citiert wird, eine wirkliche Ableitung kommt nur vereinzelt, besonders bei Maximal-Aufgaben, vor. Die Sammlung ist für Studierende und Ausübende der Naturwissenschaften bestimmt, welche nach den Erfahrungen des Verfassers die gewöhnlichen Aufgaben-Sammlungen oft nur mit Unlust benutzen. Zuerst wird gezeigt, dass man Differentialformeln anwenden kann, um annähert die Unsicherheit einer berechneten Grösse zu finden, wenn die gegebenen Stücke mit Beobachtungsfehlern behaftet sind (Inhalt eines Prisma aus den Kanten, Specificische Wärme aus gemessenen Temperaturen und Massen, Messung des galvanischen Stromes mit der Tangentenbussole, Bestimmung von Atomgewichten). Es werden dann Gleichungen, welche eine Grösse als Funktion der Zeit darstellen, aufgeführt, um Geschwindigkeit und Beschleunigung zu berechnen (geradlinige Bewegungen, gedämpfte Schwingungen einer Magnetnadel, Verlauf chemischer Reaktionen). Die Ausdehnung dieser Begriffe auf krummlinige Bewegung wird erörtert und aus einer allgemeinen Formel für mehrere besondere Fälle die Kraft abgeleitet, die von einem gegebenen Centrum aus die Bewegung eines Punktes auf gegebener Bahn mit constanter Flächengeschwindigkeit unterhalten kann. Zu dem Hinweis auf die Mechanik sei bemerkt, dass eine Beschleunigung nicht gleich der Längeneinheit sein kann. Es werden ferner mehrere Gesetze der gegenseitigen Abhängigkeit zweier Grössen graphisch für rechtwinklige und Polar-Coordinten durch Kurven dargestellt und von diesen die Inflexionspunkte, Subtangenten, Krümmungsradien u. s. w. bestimmt. Hierzu sind verwandt: Der Verlauf chemischer Reaktionen, das Mariotte'sche Gesetz, die Spannkraft des gesättigten Wasserdampfes, v. d. Waals' Zustandsgleichung, das psychophysische Gesetz ($y = \log x$), die Fehlerwahrscheinlichkeit $y = e^{-x^2}$, Nordenskjöld's Löslichkeitsgesetz, die Sterbenswahrscheinlichkeit als Funktion des Lebensalters, mögliche und wirkliche Gesetze für die Abhängigkeit der Gravitation von der Entfernung. Von natürlichen Kurven ist die Mittelfaser eines belasteten Balkens untersucht. Das Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz führt auf eine Fläche an der die Grundbegriffe der Flächentheorie (Tangential-Ebene und Normale) erläutert werden. Weiterhin werden die allgemeinen Lösungen gewisser mechanischer Probleme mitgeteilt, die für specielle Fälle gedeutet werden sollen, in denen sie unbestimmte Form annehmen (z. B. die Fallgesetze im luftleeren Raum zu folgern aus denen im luftgefüllten). In den Aufgaben über Maxima von Funktionen einer und mehrerer Variablen finden sich behandelt: Gefässe von kleinster Wandfläche, wenn Inhalt und Form gegeben, die Bienenzellen, Kegel von gegebener Seite und grösstem Inhalt (bezeichnet als günstigste Filterform), Grösse und Richtung der kleinsten Kraft, welche einen auf wagerechter rauher Ebene liegenden Körper in Bewegung setzt, Lösung eines Systems von mehr Gleichungen als Unbekannten durch das Princip der kleinsten Summe der Fehlerquadrate, die Minimaleigenschaft des reflektierten und gebrochenen Lichtstrahls (§ 61 ist wesentlich dieselbe Aufgabe wie § 59). Der Schluss ist den Reihen gewidmet, sie liefern die bekannten Näherungswerte für $\sin \delta$, $(1 + \delta)^n$ u. s. w., auch wird durch numerische Rechnung untersucht, wie sich e^x und $(1 + x)^n$ von ihrer auf die ersten vier Glieder beschränkten Reihenentwicklung unterscheiden.

Ausser den schon erwähnten Gebieten sind noch berücksichtigt: Zinseszinsrechnung

(als Wachstum der Organismen), geometrische Reihe, Abhängigkeit der Erwärmung und Beleuchtung von der Entfernung und dem Einfallswinkel, die Lehre von den Isophoten und Isophengen, die Ausdehnung durch die Wärme, das Potential. Aus der Geometrie ist folgender Satz bewiesen: Beschreiben die Endpunkte einer Strecke zwei sich kreuzende, aufeinander senkrechte Gerade, so sind die Bahnen ihrer Punkte Ellipsen. *M. Koppe.*

Leitfaden der theoretischen Optik zum Gebrauch auf höheren Unterrichtsanstalten und beim Selbstunterrichte bearbeitet von Dr. Carl Pabst. Halle a./S., Druck und Verlag von H. W. Schmidt. 1888. 100 Seiten.

Der Verfasser hat bemerkt, dass die Optik in den gebräuchlichen Lehrbüchern der Physik meist nur experimentell behandelt wird, obwohl sie ebenso gut wie die Mechanik eine mathematische Deduktion zulasse. Er hat deshalb in diesem Leitfaden die Gesetze der Reflexion, Brechung und Dispersion, „soweit deren Kenntniss von einem Schüler höherer Lehranstalten verlangt wird“, elementar-mathematisch entwickelt. Die Form ist die starre euklidische, es werden Lehrsätze aufgestellt, deren Beweise auf frühere Sätze, Folgerungen, Zusätze, Erklärungen sich stützen, so dass das ganze System auf dem einen Prinzip basiert: Das Licht ist eine Wellenbewegung, die sich im Äther mit einer constanten Geschwindigkeit verbreitet. Die Möglichkeit einer solchen Bewegung bleibt unerörtert, sie wird der Wellenlehre entnommen. Für das Reflexions- und Brechungsgesetz werden die gebräuchlichen Ableitungen gegeben, der Satz, dass der Brechungsexponent mit der Schwingungszahl zunimmt, erhält dagegen einen dem Verfasser eigentümlichen, aber sehr anfechtbaren Beweis.

Im allgemeinen ist auf die mathematische Technik viel zu grosses Gewicht gelegt, der Übergang von einer optischen Erscheinung zu ihrer mathematischen Formulierung hätte genauer erörtert, die Grenzen der Übereinstimmung physikalischer und mathematischer Begriffe hätten beachtet werden müssen. So wird z. B. ein mathematischer Punkt als voller Ersatz eines optischen Bildpunktes aufgefasst, die Folge davon ist, dass die ohne Rücksicht auf Strahlenbündel und auf die Lage des Auges abgeleiteten Gesetze des allgemeinen Winkelspiegels wenig Beziehung zur Wirklichkeit haben. Statt einer Erklärung des Regenbogens findet man nur Rechnungen über den Gang der Strahlen im Wassertropfen. Über die Konstruktion von Anamorphosen für den Kegelspiegel werden ausführliche Rechnungen angestellt, was aber nicht hindert, dass über sein optisches Verhalten die grösste Unklarheit herrscht. Er sei zugleich Plan- und Convex-Spiegel und liefere daher, wie diese, virtuelle Bilder von Gegenständen. Aber wo ist der genaue Ort eines Bildpunktes? Dem Verfasser zufolge ist dafür der Convex-Spiegel maassgebend, und dieser entwerfe das Bild in der Grundfläche des Kegels. Selbst wenn jene Auffassung berechtigt wäre, bliebe die letzte Angabe unrichtig. Hinfällig ist auch der Satz, dass beim Hohlspiegel Bild und Gegenstand einander immer parallel wären, auch bei schiefer Stellung zur Axe. Sein Beweis beruht auf einer unstatthafter Vernachlässigung kleiner Grössen.

Die Begrenzung des Inhalts ergibt sich aus folgender Übersicht. Die Theorie des Planspiegels wird auf die Drehung des vom rotierenden Spiegel reflektierten Strahls, auf die Messung der Höhe einer sich spiegelnden Wolke, und auf einen Distanzmesser angewandt, dann folgt die Ableitung und Diskussion der Formel $1/a + 1/\alpha = 2/r$ für den Hohlspiegel und den Convexspiegel, darauf die Konstruktion von Zerrbildern für Kegelspiegel. Der Satz, dass die Ablenkung eines gebrochenen Strahles mit dem Einfallswinkel zunimmt, wird auf zwei, das Minimum der Ablenkung beim Prisma auf drei Arten bewiesen, auch die Verschiebung und Ablenkung eines Strahls durch eine Reihe planparalleler Platten untersucht. Die Linsenformel wird in brauchbarer Weise auch für endliche Dicke entwickelt und durch Einführung der Hauptpunkte vereinfacht, der Ausdruck für die Vergrösserung einer Linse hätte bewiesen werden müssen, da die herangezogene Analogie mit dem Hohlspiegel eine unvollkommene ist. Endlich wird noch die Ver-

größerung der Linsen, des Mikroskops, der einfachen Fernrohre, zuletzt das achromatische Prisma und der Regenbogen behandelt. Übungsaufgaben sind jedem Abschnitt beigelegt.

M. Köppe.

Praktische Physik für Schulen und jüngere Studierende. Von Balfour Stewart und Haldane Gee. Autorisierte Übersetzung von Karl Noack. I. Teil. Elektrizität und Magnetismus. Mit 123 in den Text gedruckten Abbildungen. Berlin. Verlag von Julius Springer 1889. Geb. M. 2,50.

Dieses Buch wurde bereits als englisches Original in dieser Zeitschrift (*1. Jahrgang S. 276*) besprochen. Es behandelt die wichtigsten qualitativen und die einfacheren quantitativen Versuche aus dem Gebiete der Elektrizität und des Magnetismus. Die Methode basiert auf der Selbstthätigkeit der Schüler, indem das Buch diesen eine Anleitung zur Anstellung derjenigen Versuche giebt, auf welche die Theorie der elektrischen Erscheinungen gegründet ist. Jedem Abschnitt ist daher eine Zusammenstellung der für die Versuche nötigen Apparate, Werkzeuge und Materialien vorangeschickt; die Versuche selbst sind so gewählt und beschrieben, dass der Schüler sie selbstständig, und ohne Mühe anstellen kann. Die benutzten Apparate sind recht einfacher Art und meist so eingerichtet, dass sie vom Schüler angefertigt werden können. An geeigneten Stellen werden die aus den Versuchen sich ergebenden Gesetze übersichtlich zusammengestellt, an die Resultate theoretische Betrachtungen angeknüpft und hin und wieder Winke gegeben, die das Interesse erwecken und dem Schüler Gelegenheit zum selbstständigen Nachdenken geben.

Nach einer Einleitung über die Messung von Längen, Flächen, Körpern, Gewichten etc. werden im ersten Abschnitte die Grunderscheinungen und Gesetze der statischen Elektrizität entwickelt und die elektrostatische Elektricitätseinheit definiert. Hierauf folgen theoretische Bemerkungen, die sich mit Potential, Dichte und Capacität beschäftigen, endlich einige Versuche über das Potential am Elektrometer. Bei den Versuchen mit dem Condensator ist zu erwähnen, dass auch die quantitative Vergleichung der Capacitäten und die spezifische Capacität behandelt werden. — Das folgende Kapitel umfasst die Erscheinungen des Magnetismus. Hervorzuheben sind die recht systematisch und übersichtlich zusammengestellten Versuche über den Erdmagnetismus, die Bestimmung der Deklination und Inklination und die Versuche über die Wirkung der Magnete auf einander. Obgleich die meisten Versuche nur Näherungen sind, so gewähren sie doch dem Schüler eine gute Einsicht in die quantitativen Verhältnisse der magnetischen Kraft. Dies gilt besonders von den Versuchen mit einem Vergleichs-Magnetometer und Probierstift-Magnetometer. — Im dritten Kapitel werden die Grundgesetze und Messungen aus dem Gebiete des Galvanismus erörtert. Aus der Fülle des Materials dieses Kapitels heben wir hervor die Eichungen der Galvanoskope, den experimentellen Beweis des Ohm'schen Gesetzes und die verschiedenen Vergleichungen und Messungen elektromotorischer Kräfte. — Das nächste Kapitel ist der Theorie und Anwendung des Tangenten-Galvanometers gewidmet. Hierauf werden Messungen von Widerständen geübt und zum Schluss das Quadranten-Electrometer in seiner Anwendung zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft besprochen. Die Form dieses Apparates ist so sehr vereinfacht, dass er auch für den elementaren Unterricht verwendbar erscheint. Anhangsweise sind endlich die Erfordernisse eines physikalischen Schullaboratoriums zusammengestellt. An die Empfehlungen, die dem Werkchen schon früher zu Teil geworden sind, knüpfen wir die Ueberzeugung an, dass es zur Läuterung der Methodik des physikalischen Schulunterrichts viel beitragen kann.

P. Szymański.

Versammlungen und Vereine.

Physikalische Gesellschaft zu Berlin.

Sitzung am 26. April 1889. Herr A. Kundt gab eine Übersicht über die neueren Untersuchungen von GOUY, WIENER und WEDDING bezüglich der elektromagnetischen Cirkularpolarisation in doppeltbrechenden Medien und hob als wichtigstes Ergebnis die Thatsache hervor, dass auch

den krystallinischen Körpern eine VERDET'sche Constante zukomme, dass somit die Drehung der Polarisationsenebene im magnetischen Felde positiv (d. h. im Sinne der AMPÈRE'schen Ströme) und proportional der Differenz des magnetischen Potentials sei. Doch wird, wie WIENER gezeigt hat, bei den doppeltbrechenden Körpern die Drehung der Cirkularpolarisation unter Umständen durch die Wirkung der Doppelbrechung verdeckt. Ein älterer Versuch von VILLARI, durch sehr schnelle Rotation eines Flintglaseylinders zwischen zwei Magnetpolen nachzuweisen, dass die Magnetisierung Zeit brauche, ist von WEDDING wiederholt worden; die hierbei stattfindende Abnahme der Drehung der Polarisationsenebene wird von diesem aber aus einer Doppelbrechung im Glase in Folge centrifugaler Spannung erklärt. — Herr W. König teilte mit, dass die von HERTZ beobachtete Polarisation elektrischer Strahlen ihr Analogon beim Licht in der Oberflächenwirkung gewisser Krystalle (Platincyänure, Jod) finde, deren Metallschimmer geradlinig polarisiert sei; ferner in den Beugungserscheinungen am Rande eines Metallschirmes, bei denen das Licht parallel zum Rande polarisiert sei; noch genauere Analogie böten FIZEAU's Versuche mit sehr engen Spalten, wobei gleichfalls das Licht parallel zum Spalt polarisiert sei. Der Vortragende wies auch darauf hin, dass das von HERTZ aufgestellte Gesetz für die Verteilung der Amplituden um eine geradlinige Schwingungsbewegung nahezu der von Stokes für die Lichtbewegung aufgestellten Formel $C \sin nt d/dt (1/r)$ entspricht, einer Formel, die auch bei der Bewegung einer Flüssigkeit, in der eine Kugel schwingt, sich wiederfindet, und die zu den von FRÖLICH und RÉRNY studierten Gitterwellen in naher Beziehung steht.

Verein zur Förderung des physikalischen Unterrichts in Berlin.

Sitzung am 20. Mai 1889. Herr O. Reichel führte Apparate und Versuche vor, welche zur Einführung in die Grundbegriffe der Dynamik bestimmt sind (vergl. dieses Heft, S. 265).

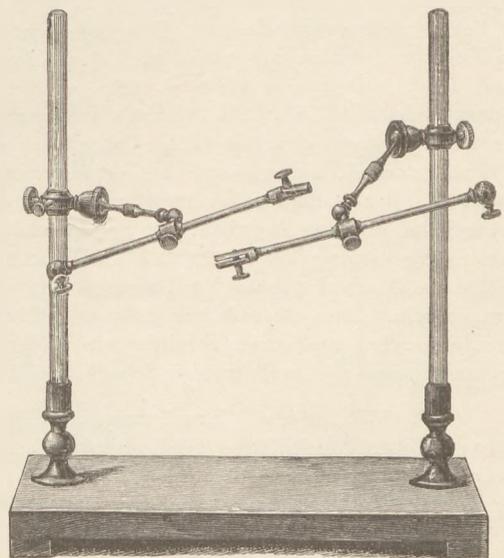
Sitzung am 3. Juni 1889. Nach einer Diskussion über die von Herrn O. Reichel gegebene Ableitung des Parallelogramms der Kräfte macht Herr Arendt Mitteilung über neue mechanische Erfindungen, ferner über meteorologische Beobachtungen bezüglich der 'drei gestrengen Herren'. Derselbe empfiehlt, bei dem Versuch, ein Ei durch den engen Hals einer Flasche mittelst Luftdrucks zu pressen, die Befeuchtung des anzuzündenden Papiers mit Spiritus. Derselbe zeigt, wie man den aus Cylinder und Verschlussplatte bestehenden Auftrieb-Apparat benutzen kann, um eine grössere Zahl hydrostatischer Grunderscheinungen zu veranschaulichen. Herr M. Koppe beschreibt und erklärt die von ihm beim Baden beobachtete Erscheinung, dass sich um den Schatten seines Kopfes auf dem Wasser ein Strahlenkranz zeigte; derselbe sprach über einen von HESS veröffentlichten Beweis für das Minimum der Ablenkung beim Prisma und zeigte, wie der Beweis richtiger zu führen sei.

Mitteilungen aus Werkstätten.

Elektrisches Universal-Stativ

construiert von Ferdinand Ernecke in Berlin.

Auf einem Holzbrett von 30 cm Länge stehen zwei starke Glasstäbe, deren jeder eine Vorrichtung von der folgenden Beschaffenheit trägt. An eine metallene Nuss, die an den Glasstab festgeklemmt werden kann, ist vermittels einer Kugelbewegung ein nach allen Seiten drehbarer Arm angefügt, an dessen anderes Ende durch ein einfaches Kugelgelenk eine kleinere Nuss befestigt ist. Durch diese Nuss ist ein Messingstab verschiebbar hindurchgeführt, der einerseits in eine Federklemme, andererseits in eine Kugel endigt, die mit einer Klemmschraube zum Einspannen eines Leitungsdrahtes versehen ist. Die Federklemme kann zum Festhalten von Geissler'schen Röhren, Stanniolstreifen, dünnen Drähten und dergl. dienen, die Kugel ist für elektrostatische Versuche zu verwenden, die mit dem Henley'schen Auslader angestellt zu werden pflegen. Eine Klemmschraube an der auf dem Glasstab aufsitzenden



1:5

Eine Klemmschraube an der auf dem Glasstab aufsitzenden

Nuss erleichtert die Benutzung des Apparates für galvanische Experimente. Eine ähnliche Vorrichtung, aber von einfacherer Konstruktion wird von Professor K. SCHELLBACH in Berlin seit langer Zeit beim Unterricht benutzt. — (Preis: 24 Mark.)

Fortbildungskurse für Lehrer Deutschlands und Oesterreichs an der Universität Jena.

Es wird beabsichtigt, an der Universität Jena vom 23. September an die folgenden zweiwöchentlichen Kurse für akademisch gebildete Lehrer abzuhalten:

- 1) Psychologische Grundlagen des Unterrichtsverfahrens von Prof. Rein.
- 2) Anleitung zu chemischen Experimenten von Prof. Reichardt.
- 3) Anleitung zu physikalischen Experimenten von Prof. Schäffer.
- 4) Anleitung zu botanischen Beobachtungen und pflanzenphysiologischen Experimenten von Prof. Detmer.
- 5) Ausgewählte Kapitel der Tierbiologie von Prof. Lang.
- 6) Schullhygiene von Prof. Gärtner.
- 7) Physische Geographie und Kolonisation von Prof. Pechuel-Löschke.

Verschiedene Docenten haben sich ferner bereit erklärt, Kurse über deutsche Literaturgeschichte, Sprachwissenschaft und Kunstgeschichte einzurichten, wenn dies gewünscht wird, und die Anmeldungen zeitig genug eingehen.

Die Herren Prof. Rein und Prof. Detmer nehmen Anmeldungen entgegen und erteilen nähere Auskunft.

Correspondenz.

Über Vorlesungsgalvanometer. Im Anschluss an den von Herrn W. Holtz im vorigen Heft beschriebenen Apparat teilt Herr Fr. C. G. Müller dem Herausgeber mit, dass er sich Jahre lang mit der Ausbildung von Vertikalgalvanometern beschäftigt habe und im Verein mit Herrn Mechaniker WANKE in Osnabrück vergeblich bemüht gewesen sei, die Schwierigkeiten zu überwinden, so lange er an dem Prinzip der Ablenkung festgehalten habe. „Nur eine Messerschneide, welche mit derselben Feinheit zugeschliffen und eingesetzt ist, wie bei einer Analysenwaage, kann als Drehungsachse verwendet werden. Zwischen Spitzen laufende Achsen sind ganz unbrauchbar.“ Eine zweite Schwierigkeit liege in der Durchbiegung des langen Zeigers; nur bei Verwendung breiter Aluminiumzeiger sei zu erreichen gewesen, dass bis zum Ausschlage von 45° die Fehler nicht zu gross waren. Desswegen habe er später das Ablenkungsprinzip verlassen und ein Nulllage-Galvanometer nach dem Prinzip der Schnellwaage construiert (*Ztschr. f. Instrumentenkunde* 1884, Heft 4; *diese Ztschr.* I, 182). — Hierzu schreibt uns Herr W. Holtz, er würde in seinem Aufsätze auf Fr. C. G. MÜLLER'S Wagegalvanometer Rücksicht genommen haben, wenn es ihm früher bekannt gewesen wäre. Dasselbe scheine in der That nicht bloss als Messinstrument im Laboratorium, sondern auch als Vorlesungsapparat sehr zweckmässig zu sein. Ein kleiner Übelstand sei allerdings dabei, und auch in dem betreffenden Aufsatz eingeräumt: das Instrument mache keine direkten Angaben, der Experimentator müsse sie vielmehr erst durch Verschiebung eines Laufgewichts ermitteln. Das dürfe Manchem vielleicht nicht allemal zusagen und deshalb möchte die Beschreibung des Vorlesungsgalvanometers im vorigen Heft doch nicht ganz überflüssig gewesen sein. Dass die Achse in Spitzen endige an Stelle einer Schneide, und dass der Zeiger eine Röhre sei an Stelle eines Streifens, sei alles wohl überlegt und bei dem beschriebenen Instrumente ebenso an seinem Platze, wie Schneide und Streifen bei FR. C. G. MÜLLER'S Wagegalvanometer.

St., Wilhelmshaven. Ihre Zusammenstellung erdmagnetischer Elemente kann wegen verspäteten Eintreffens leider erst im nächsten Heft erscheinen. Einstweilen verweisen wir unsere Leser auf die treffliche Arbeit von M. ESCHENHAGEN in A. Kirchhoff's Anleitung zur deutschen Landes- und Volksforschung (Stuttgart, J. Engelhorn, 1889).

Namen-Verzeichnis.

Nur bei Verfassern von Original-Beiträgen ist dem Namen die Inhaltsangabe der Abhandlung oder Mitteilung hinzugefügt.

- A**magat, E. H., 40, 139, 303.
- B**ellamy, F., 305.
Benecke, A. & Co., 208.
Berliner, E., 98.
Berthelot, M., 305.
Blakesley, T. H., 137.
Blümel, A., Lichtbrechungsapparat, 162.
Blümcke, A., 304.
Boehm, E. E., Wasserdilatometer, 83.
Boguski, J. J., 246.
Bossard, E., Telephon, 133.
Braun, Ferd., 140.
Brin, A. u. L., 307.
- C**ailletet, L., 92.
Chantemille, P., 138.
Clausius, R., 254.
Clerke, A. M., 147.
Colardeau, E., 92.
Crafts, J. M., 196.
Craig, G., 88.
Crookes, W., 46.
Curie, C. u. P., 39.
- D**agger, John H. J., 138.
Daurer, F. S., 259.
Dufour, H., 302.
Duter, S., 41.
- E**dison, 98.
Elsas, A., 138.
Emmons, Elmer E. E., 191.
Epstein, J., Aufgaben, 131, 132.
Epstein, Th., 203.
Ernecke, F., 311.
Exner, F., 194.
- F**orchhammer, J. G., 301.
Friedel, C., 196.
Fuhrmann, A., 308.
- G**attermann, L., 252.
Gerland, E., 142.
Glatzel, P., 255.
Gleichen, A., Brechung eines Strahlenbündels, 229.
Gore, G., 88.
Govi, G., 89, 93.
Grimsehl, E., Akustische Apparate, 58.
Gröger, M., Archimedisches Prinzip, 183.
Grünwald, W., 41.
Guébbard, A., 302.
- H**ammerl, H., Fall durch die Sehne, 225.
Handl, A., 99.
Hartl, H., Wurfapparat, 81; Aufgabe, 239.
- Heinze, L., Wärmeleitungsapparat, 134.
Hertz, H., 89, 192.
Heyden, R., Verteilung der Elektrizität, 78.
Höfler, A., Die humanistischen Aufgaben des physikalischen Unterrichts, 1; Aufgaben, 33, 238, 294; Lehrmittel für astronomische Geographie, 165; centripetale Beschleunigung, 277.
Hodgkinson, W. R., 39.
Holtz, W., Influenzmaschine, 42, 80; Fussklemmen, 55; Cylinderinfluenzmaschine, 80; Vorlesungsgalvanomet., 222, 312.
- J**anuschke, H., Tonleiter, 36, Energieprinzip, 65; Fluthöhe, 292.
Jaumann, G., Kontaktelektrisierung, 22.
Jegorow, N. G., 190.
Johnson, G. St., 39.
Joly, J., 303.
- K**eck, L., Cylinder-Influenzmaschine, 185.
Klimpert, R., 258.
Kleinstück, O., 37.
Kochs, W., 152.
Kohlrausch, W., 97.
Kolbe, B., Potentialdifferenz galvanisch. Ketten, 9; empfindliches Elektroskop, 79; Elektrometer, 153, vgl. 264; Wärmeleitungsapparat, 185; Elektrizität beim Reiben, 186.
Kollert, J., 148.
Koppe, M., Aufgaben, 34, 131, 179, 239, 295; Winkelspiegel, 126; Wagner'scher Hammer, 232.
Krebs, G., Induktion, 103.
- L**ampe, E., Aufgaben, 74.
Landmann, E., 144.
Landolt, Reinigung von Sauerstoff, 104.
Langley, S. P., 101.
Lehmann, O., 205.
Leonhardt, G., Elektrisieren durch Reibung, 34, 186; freie Elektrizität der Leydener Flasche, 298.
Lermontow, W. W., 246.
Loew, E., Krystallisationsversuche, 21; Filtrierapparat, 84; der Atom- und Molekülbegriff, 105.
Louis, E., 195.
Lowndes, F. K., 39.
Lubarsch, O., 45, 100.
- M**acé de Lépinay, 87.
Mach, E., Linsenabweichungen, 52; Schwingkraft, 103; Aufgaben, 130. — 140, 147.
Maclean, M., 37, 38.
Matthiessen, L., positive und negative Elektrizität, 243.
Mehner, H., Aufgabe, 130; Mariotte'sches Gesetz, 184.
Mensbrugge, van der, 85, 189, 249.
Mercadier, E., 251.
Meutzner, P., Aufgaben, 178; Speckstein, 241. — 261.
Meyer, V., 41.
Müller, Fr. C. G., Vibrationsbewegung, 115; Sprengstoffe, 170; Neue Pendelversuche, 227; Bestimmung des absol. u. relat. Gewichts der Gase, 273; Bestimmung des specif. Gewichts der Gase, 274; über Vorlesungsgalvanometer, 312. — 47, 245.
Mylius, F., 44.
- N**atanson, L., 246.
Neesen, F., Reibungsapparat, 122.
Netto, C., 201, 202.
Neu, W., 94, 190.
Nilsson, 196.
Noack, K., Vorbildung der Lehrer, 49; compensiertes Wasser-Dilatometer, 159. — 255, 310.
- O**berbeck, A., elastische Deformationen eines Drahtes, 82; Vergrößerung optischer Instrumente, 135.
Ohm, G. S., 196.
Oosting, H. J., Cylinder von weichem Eisen, 83; Torsionswinkel und Torsionskraft, 241. — 190.
- P**aalzw, A., Reibungsapparat, 122.
Pabst, A., 256.
Pabst, C., 309.
Parragh, G., 30; elektrolytisches Chronometer, 77, 208. — 189, 247.
Pettersson, O., 196.
Plassmann, J., 198.
Popper, J., 93, 100.
Poske, F., Wasser-Dilatometer, 12; Denkaufgaben, 34, 240; zu G. S. Ohm's Gedächtnis, 196.
Puluj, J., 137, 247.
- R**anque, P., 302.
Recknagel, G., 257.
Reichel, O., Aufgabe, 239; erste Grundlagen der Dynamik, 265.
Reidt, F., Aufgaben, 179.
Riecke, E., 254.
Roentgen, E., Apparat für astron. Geographie, 60.

- Rosenberg, V. L., Mischung von farbigem Licht und von Farbstoffen, 296. — 38, 190 246.
 Roux, L., 195.
 Rücker, A. W., 86.
- Schellbach, K., Absorption u. Emission des Lichts, 82; Lichtstrahlen in einer Glaskugel, 135; Schwingkraft auf der Erdkugel, 177; unbekannte Eigenschaft der Convexlinsen, 291.
 Schiff, J., Spannungsreihe für Reibungselektricität, 299.
 Schönemann, P., 301.
 Schulze, E., einfacher Schulversuch, 300.
 Scott, A., 196.
 Shurawsky, 88.
- Smith, J., 192.
 Sohncke, L., 251.
 Somogyi, R., Parragh'sche Apparate, 30.
 Stevens, Le Conte, 87.
 Stewart, B., und Gee, H., 310.
 Stokes, G. G., 99.
 Sumpf, K., 205.
 Szymanski, P., Reflexion und Brechung; 62; Aufgaben, 129; Stromanzeiger, 272.
 Tait, P. G., 45.
 Tilden, W. A., 149.
 Truchot, Ch., 37.
 Tuma, J., 194.
- Violle, J., 40.
 Vogel, H. W., 261.
 Voss, A., die Schwingkraft, 17.
 Voutier, Th., 40.
- Waage, W., 306.
 Wallentin, J. G., 143, 206.
 Wanke, G., 47.
 Weber, C., 148.
 Weber, Rob., 145.
 Weber, Rud., 44.
 Weinhold, A., Archimedisches Prinzip, 35.
 Weinstein, A., 43.
 Weinstein, B., 99.
 Wiborgh, J., 307.
 Wilbrand, F., Experiment im chemischen Unterricht, 209.
 Wimslurst, J., 42.
 Wolz, M., 152.
 Wronsky, R., Newton's drittes Bewegungsgesetz, 173.
- Zetlin, S., 40.
 Zwick, H., 191, 200.

Sach-Verzeichnis

für Jahrgang I und II.

Bei Original-Arbeiten sind die Namen der Verfasser gesperrt gedruckt, die in kleinerer Schrift gesetzten Titel beziehen sich auf Berichte.

- A**bsprengen von Glas (E. Beckmann), I, 81.
 Absorption und Emission des Lichtes, Schulversuch darüber, von K. Schellbach, II, 82, vgl. II, 152.
 Adhäsion der Flüssigkeiten, Versuch darüber (W. Holtz), I, 75.
 Adiabatische Gleichung, ihre elementare Ableitung, von A. Voss, I, 155.
 Akkumulatoren und ihre Verwendung im Laboratorium (W. Kohbrausch), II, 97.
 Alchemie, zur Gesch. ders. (Berthelot, Kopp), I, 80.
 Aluminium, seine Darstellung (C. Netto), II, 202.
 Ammoniak, Salzsäure und Chlor, ihre Darstellung aus Chlorammonium (L. Mond), I, 125.
 Aräometer, ein unsichtbares (G. Parragh), II, 189.
 —, Einfluss der Kapillarität bei demselben (Van der Mensbrugge), II, 189.
 Archimedisches Prinzip, exakter Versuch dafür, von A. Weinhold, II, 35.
 — —, einfacher Apparat zum exakten Nachweis dess., von M. Gröger, II, 183.
 Astatiche Nadel, eine neue Form derselben, von A. Hempel, I, 165.
 Astronomische Geographie, zwei Lehrmittel zur Einführung in dieselbe, von A. Höfler, II, 165.
 Atmosphärische Elektricität, transportable Apparate zu deren Beobachtung (F. Exner), I, 169.
 Atom- und Molekülbegriff im chemischen Unterricht, von E. Loew, II, 105.
- A**ufgaben, physikalische, I, 68, 160, 259; II, 74, 178, 294, (vgl. Denkaufgaben).
 Ausdehnung fester Körper, Versuch darüber (H. G. Madan), I, 34.
 Ausdehnungscoefficient des Wassers bei hohem Druck (E. H. Amagat), II, 40.
 — von Metallröhren, Apparat zur Bestimmung desselben (W. W. Lermontow), II, 246.
- B**arometer, eine neue Art von — (F. H. Blakesley), II, 137.
 — und Luftthermometer, combinirtes (Fr. C. G. Müller), II, 245.
 — mit Contactablesung (Boguski und Natanson), II, 246.
- B**atterie, beste Anordnung der Elemente einer galvanischen — (S. Zetlin), II, 40.
 Batterieladung mittels der Influenzmaschine, von A. Weinhold, I, 263.
 Bewegung, Apparat zur Demonstration der gleichmässig veränderlich. — (Th. Bertram), I, 177.
 Bewegung der Sonne um die Erde, Apparat zur Veranschaulichung der scheinbaren täglichen —, von E. Röntgen, II, 60.
 Bifilarsuspension für Vorlesungszwecke, von A. Oberbeck, I, 258.
 Bodendruck-Apparat (Pellat), I, 265.
 Bolometer (C. Baur), I, 86.
 Brechung des Lichtes, deren Demonstration (V. L. Rosenberg), I, 216.
 Brechungsexponenten der Metalle (A. Kundt), I, 270.

- Brechungsexponenten von Flüssigkeit, Appar. zu deren Bestimm., von A. Blümel, II, 162.
- Brechungsgesetz, Apparat zu dessen Bestätigung, von A. Blümel, II, 162.
- Bronze, Herkunft des Wortes (Berthelot), II, 305.
- Bunsen-Element, neue Form desselben, I, 224.
- Centralbewegung, zur Lehre von ders. und den dabei auftretenden Kräften (E. Maiss), I, 271.
- Centrifugalpendel, eine Verwendung dess., von O. Reichel, I, 113.
- Centripetale Beschleunigung, zur vergleichen- den Analyse der Ableitungen für deren Begriff und Grösse, von A. Höfler, II, 277.
- Chemie, ihre Entwicklung in den letzten 50 Jahren (H. E. Roscoe), I, 83.
- , Anfangsunterricht in ders. (A. Weinstein), II, 43.
- Chemische Elemente, neue, I, 221.
- Chemischer Lehrstoff, Behandlung beim Unterricht (F. Wilbrand), I, 38.
- Chemischer Unterricht, die Aufgaben dess., von B. Schwalbe, I, 41.
- — vorder British Association (P. Muir), I, 79.
- — in England (W. A. Tilden), II, 149.
- Chemische Unterrichtsversuche, Erfahrungen dabei, von H. Landolt, I, 250.
- Chlor, Bildung von — bei Darstellung von Sauerstoff aus Kaliumchlorat (F. Bellamy), II, 305.
- Chlorknallgas, Apparat zu dessen Darstellung (Rosenfeld), I, 76.
- Chromsäure-Elemente, Bunsen'sche Flüssigkeit dafür, I, 88.
- Chromsäure-Tauchbatterie, Untersuchungen darüber (E. Landmann), II, 144.
- Chronometer, elektrolytisches, II, 208.
- Clausius, Rudolf (E. Riecke), II, 254.
- Complementärfarben, Zerlegung des Lichtes in dieselben (W. v. Bezold), I, 33.
- Condensationshygrometer, ein neues (H. Dufour), II, 302.
- Contactelektrisierung, Zusammenstellung der wichtigsten Versuche darüber, von G. Jaumann, II, 22.
- Convexlinsen, über eine unbekannte Eigenschaft derselben, von K. Schellbach, II, 291.
- Cylinder von weichem Eisen, dessen beschützende Wirkung gegen äussere magnetische Einflüsse, von H. J. Oosting, II, 83.
- Cylinder-Influenzmaschine, zur Erfindung derselben, von W. Holtz, II, 80.
- —, noch eine, von L. Keck, II, 185.
- Demonstrationsphotometer, von B. Kolbe, I, 193.
- Demonstrationsthermometer, von Fr. C. G. Müller, I, 23.
- Demonstrationswage (E. Ruepprecht), I, 279.
- Denkaufgaben, physikalische, I, 110, 211; II, 33, 129, 237.
- Diamant, seine Verwendung in der Präcisionsmechanik (H. Schroeder), I, 129.
- Differential-Induktor, Widerstandsmessungen damit (A. Elsas), II, 138.
- Diffusion und Absorption der Gase, Vorlesungs-Versuche darüber, von N. Zuntz, I, 105.
- einer Salzlösung, von A. Weinhold, I, 262.
- Drehapparat, ein elektrischer, als Messinstrument (E. Bichat), I, 218.
- Dynamik, Beiträge zur Ableitung der ersten Grundlagen derselben, von O. Reichel, II, 265.
- Dynamomaschine, eine einfache (Fred. J. Smith), II, 192.
- Ebbe und Fluth, deren Erklärung in der Schule, II, 199, vgl. 179.
- Echo, das tönende, von R. v. Fischer-Benzon, I, 116.
- Eisenchlorid, Dampfdichte desselben (W. Grünwald und V. Meyer), II, 41.
- Elastische Deformationen eines Drahtes, Apparat zu deren Demonstration und Messung, von A. Oberbeck, II, 82.
- Elektricität, Versuche über deren Verteilung, von R. Heyden, II, 78.
- , freie, der Leydener Flasche, von G. Leonhard, II, 298.
- des Reibzeugs, Schulversuch, von E. Schulze, II, 300.
- Elektricitätslehre, über einige Grundbegriffe derselben, von F. Poske, I, 89.
- Elektrische Abstossung, Versuch darüber (C. V. Boys), I, 265.
- Elektrische Influenz, ein Versuch darüber (O. Strack), I, 266.
- Elektrische Maasse, ihre Dimensionen (G. Lippmann), I, 171.
- Elektrische Ströme, deren Erzeugung durch Deformation (Ferd. Braun), II, 140.
- Elektrische Strömung, eine Erläuterung des Vorgangs derselben (J. Popper), II, 93.
- Elektrisches Leuchten im luftverdünnten Raum, I, 80.
- Elektrisches Löthen und Schweißen der Metalle (E. Thomson, Benardos), I, 130.

- Elektrodynamische Wirkungen, deren Ausbreitungsgeschwindigkeit (H. Hertz), II, 89.
- Elektrolyse von Lösungen (Fr. Kohlrausch), I, 36.
- Elektrolytischer Chronometer, v. G. Parragh, II, 77.
- Elektrometer, ein einfaches, von B. Kolbe, II, 153.
- Elektroskop, Demonstrations —, von B. Kolbe, I, 152.
- , über dessen Gebrauch, von B. Schwalbe, I, 233.
- , über die Herstellung eines empfindlichen —, von B. Kolbe, II, 79.
- , ein einfaches (Shurawsky), II, 88.
- Elektrothermometer, von G. Parragh, II, 31.
- Elementar-Mechanik, zu ihrer induktiven Behandlung (W. Neu), II, 94.
- Energieprinzip, über dessen Verwendung, von H. Januschke, II, 65.
- Englische Schwefelsäure, Apparat zu ihrer Darstellung, von F. Wilbrand, I, 30.
- Entladungserscheinungen der positiven und negativen Elektrizität, v. L. Matthiessen, II, 243.
- Erdabplattung, deren Veranschaulichung (Demichel), I, 119.
- Erdmagnetische Elemente und meteorologische Mittelwerte für Berlin, von B. Schwalbe, I, 112; II, 312.
- Erstarrung durch Druck (E. H. Amagat), I, 35.
- Experiment, über die Stellung dess. im chemischen Unterricht, von F. Wilbrand, II, 209.
- Fäden, sehr dünne, ihre Herstellung, Verwendung und Eigenschaften (C. V. Boys), I, 129.
- Fechner, Gustav Theodor, †, I, 126.
- Filtern innerhalb einer indifferenten Gasatmosphäre, Apparat dafür, von E. Loew, II, 84.
- Fliehkraft, Versuch über dies., von A. Handl, I, 73.
- Flüssigkeitshäutchen, Nachweis desselben bei Wasser, von G. Krebs, I, 212.
- Fluor, dessen Darstellung (H. Moissan), I, 171.
- Fluthöhe, elementare Berechnung derselben, von H. Januschke, II, 292.
- Fortpflanzungsgeschwindigkeit longitudinaler und transversaler Wellen, elementare Berechnung ders., v. P. Kindel, I, 57.
- Foucault'scher Pendelversuch, v. M. Koppe, I, 14, 70.
- Foucault'sches Pendel, eine Modifikation desselben (V. L. Rosenberg), I, 265.
- Freier Fall im Vakuum (J. Puluj), I, 215.
- Fühlhebelapparat (R. Fuess), I, 134.
- Fussklemmen, über die Vereinfachung elektrischer Vorlesungsversuche durch solche, von W. Holtz, II, 55.
- Fortbildungskurse an der Universität Jena, 312.
- Galvanische Kette, Entstehung des Stroms in derselben (L. Sohncke), II, 251.
- Galvanismus, zur chemischen Theorie desselben (F. Exner und E. Tuma), II, 194.
- Gasentwicklungsapparat, ein einfacher (G. Stillingfleet Johnson), II, 39.
- Gasthermometer, ein neues (L. Cailletet), I, 267.
- Gebläselampe von Muencke, I, 184.
- Genauigkeit (W. Förster), I, 78.
- Geometrische Optik, Beiträge dazu, von K. Schellbach, I, 185, 239.
- Germanium (Cl. Winkler), I, 78.
- Gewicht, absolutes und relatives der Gase, dessen Bestimmung mittels der Wage, von Fr. C. G. Müller, II, 273.
- , spezifisches der Gase, neue Methode zu dessen Bestimmung, von Fr. C. G. Müller, II, 274.
- Gewichtszunahme bei der Oxydation, von H. Landolt, I, 251.
- Glasröhren, Versuche mit engen — (F. Melde), I, 168.
- Gleichgewicht, ein Spielversuch darüber, II, 301.
- Glühlampen, elektrostatische Experimente damit (Elmer E. E. Emmons), II, 191.
- Gold, dessen Metallurgie bei den Alten (M. Berthelot), I, 222.
- Gramophon (Berliner), II, 98.
- Heber, Theorie desselben (Van der Mensbrugghe), II, 249.
- Himmelskunde, der Unterricht in derselben (Plassmann), II, 198.
- Homocentrische Differenz eines Strahlenbündels, welches durch ein Prisma gebrochen wird, von A. Gleichen, II, 229.
- Humanistische Aufgaben des physikalischen Unterrichts, von A. Höfler, II, 1.
- Hydrostatische Wage (J. Joly), I, 31.
- Induktion, Erklärung des Fundamentalversuchs, von G. Krebs, I, 263.
- , zur Erklärung ders. (G. Krebs), II, 103.
- , unipolare, Versuche darüber (J. Puluj), II, 247.
- Induktionskreisel (Ch. Manet), I, 267.
- Induktionswage (Hughes), I, 88.

- Influenzmaschine ohne Polwechsel, von A. Weinhold, I, 8.
- Influenzmaschinen (J. Wimshurst), II, 42.
- Interferenz isochroner Schallwellen, deren Demonstration durch Telephone (G. Parragh), II, 247.
- Isolationsmittel gegen strahlende Wärme, (S. Scheiner), I, 177.
- Isomerie chemischer Verbindungen, Entwicklung der Lehre davon (J. Wislicenus), I, 133.
- Jungius, Joachim, und die Atomistik (E. Wohlwill), I, 175.
- Kältemischungen mit fester Kohlensäure (L. Cailletet und E. Colardeau), II, 92.
- Kipp'scher Apparat, Anwendung dess. zur Darstellung von Chlor, Schwefeldioxyd und Sauerstoff, (C. Winkler), I, 34.
- Kirchhoff, Robert Gustav, †, von F. Poske, I, 72.
- Kohle, chemische Einwirkung ders. auf absorbierten Sauerstoff (Ch. J. Baker), I, 220.
- Körperfarbe, Versuche über deren Abhängigkeit von dem Neigungswinkel des auffallenden Lichtes (V. L. Rosenberg), II, 38.
- Körperfarben, latente (G. Govi), II, 89.
- Kraft, Zusammenhang von Dauer und Wirkungsgrösse derselben (M. Maclean), II, 38.
- Kreuzpendel, von A. Oberbeck, I, 253.
- Krystallbildung durch Diffusion (Ch. Guignet), I, 219.
- Krystallisationsversuche, von E. Loew, II, 21.
- Krystallographischer Unterricht in Obertertia (W. Waage), II, 306.
- Kupfer, dessen Verwendung in den ältesten Zeiten (Berthelot), II, 305.
- Lehrbücher, Physikalische (A. Höfler), I, 223.
- Leitungsfähigkeit verdünnter Gase, Versuch darüber, von A. d. Schumann, I, 28.
- Leitungsvermögen, elektrisches, des Quecksilbers (R. Kohlrausch), I, 219; — des Schwefels (E. Duter), II, 41.
- Leitungswiderstand des menschlichen Körpers (W. H. Ston), I, 36.
- Leuchtgas-Sauerstoffgebläse mit Zirkonlicht (Linnemann), I, 87.
- Libellen, Ursachen der Fehler von —, (R. Weber, F. Mylius), II, 44.
- Lichtemission glühender fester Körper (H. F. Weber), I, 35.
- glühender Körper, Versuch darüber (F. Braun), I, 119.
- , Vorlesungsversuch (P. Simon), I, 216.
- Lichtstrahlen, Gang ders. in einer Glaskugel, von K. Schellbach, II, 135.
- Linse mit veränderlicher Krümmung (N. G. Jegorow), II, 190.
- Linsenabweichungen, deren experimentelle Darstellung, von E. Mach, II, 52.
- Luftpyrometer (J. Wiborgh), II, 307.
- Luftverdichtung und -verdünnung in den Schallwellen, einige Versuche zu deren Nachweise, von P. Szymanski, I, 148.
- Luftthermometer, von Fr. C. G. Müller, I, 102.
- , zu dessen Geschichte (E. Gerland), II, 142.
- Luftwägung in der Lehrstunde (A. Kurz), I, 167.
- Lullin'scher Versuch (K. L. Bauer), I, 126.
- Magnesiumblitz, Erzeugung eines solchen (Guéhard und Ranque), II, 302.
- Magnetinduktion, ein neuer Apparat zur Demonstration der Fundamentalversuche, von L. Pfaundler, I, 53.
- Magnetnadel, stellbare (E. Mach), I, 232.
- Mariotte'sches Gesetz, eine Anwendung desselben, von H. Mehner, II, 184.
- Mathematische Physik, Verhältnis zur Experimentalphysik (P. Janet), I, 127.
- Mechanik, Vorlesungsapparate für dieselbe, von A. Oberbeck, I, 253.
- Mechanische Arbeit, ihre Umsetzung in Elektrizität und Rückverwandlung, von G. Krebs, I, 118.
- Messende Schulversuche, Apparate dafür, von G. Parragh, II, 30.
- Metaelemente (W. Crookes), II, 46.
- Mikrophon, dessen Wirkungsweise (G. Krebs), I, 170.
- Mikroskop, die Erfindung des zusammengesetzten — durch Galilei (G. Govi), II, 92.
- Mikroskopierlampe (Kochs und Wolf), II, 152.
- Mikrotasimeter (Edison), I, 136.
- Mischfarben, Versuch darüber (H. W. Vogel), I, 76.
- Molekulargrösse einiger Verbindungen des Aluminiums, Eisens und Chroms (B. Louis und Roux, Meyer und Grünwald, Nilsson und Pettersons), II, 195.
- Momentphotographie von bewegten Luftmassen (E. Mach), I, 121.
- Monochord, vertikales (E. Mach), I, 232.
- Mischung von farbigem Licht und von Farbstoffen, Apparat zu deren Demonstration, von V. L. Rosenberg, II, 296.
- Natrium, Darstellung von metallischem — (C. Netto), II, 201.
- Natriumbichromat, Bezugsquelle dess., II, 264.
- Natriumlinie, deren Umkehrung (O. Tunlitz, F. Emich), I, 33.

- Newton'sches Anziehungsgesetz, dessen elementare Herleitung aus den Kepler'schen Gesetzen (H. Vogt), I, 129.
- Newton's drittes Bewegungsgesetz, von R. Wronsky, II, 173.
- Normaltangentenbussole (J. Kessler), I, 230.
- O**berflächenspannung von Flüssigkeiten, Versuch darüber (A. R. Walsh), I, 167.
- , Versuche darüber, (Van der Mensbrugge), II, 85.
- Ohm, zu G. Simon Ohm's Gedächtnis, II, 196.
- Optik, zur elementaren (H. Zwick), II, 200.
- Optische Beziehungen, Apparat zu deren Vorführung (K. L. Bauer), I, 215.
- Optische Demonstrationsapparate (W. Neu, V. L. Rosenberg, H. Zwick), II, 190.
- P**arallelogramm der Bewegungen und der Kräfte (R. Heger), I, 176.
- Peltier'sches Phänomen, dessen Demonstration, von L. Lechner, I, 212.
- Pendel, Vorrichtung für das Mitschwingen zweier —, von A. Oberbeck, I, 254.
- Pendelgleichung, deren elementare Herleitung (A. Schmitz), I, 223.
- Pendelschwingungen, deren Zusammensetzung (E. Bazzi), I, 167.
- Pendeluhr Galilei's (L. v. Schaik, E. Gerland), I, 175.
- Pendelversuch, von O. Reichel, I, 165.
- zur Erklärung der Resonanz und Absorption, von W. Holtz, I, 164.
- Pendelversuche, einige neue, von Fr. C. G. Müller, II, 227.
- Persönliche Gleichung, II, 208.
- Phonograph (Edison), II, 98.
- Phonoskop (G. Forchhammer), II, 301.
- Physik ohne Apparate, I, 170, II, 247.
- Physikalischer Unterricht, Ziel und Wege desselben, von F. Poske, I, 1.
- —, zur Methodik desselben (P. Glatzel, K. Noack, A. Pabst), II, 255.
- — in Amerika, II, 101.
- Pictet'sche Flüssigkeit (Pictet, Corsepis, v. Helmholtz), I, 77.
- — (A. Blümcke), II, 304.
- Polarisation des Lichts, akustische Veranschaulichung derselben (J. Macé de Lépinay), II, 87.
- Polbestimmung der Influenzmaschine (O. Mund, K. L. Bauer), I, 217.
- Potentialdifferenz galvanischer Ketten, deren Bestimmung, von B. Kolbe, II, 9.
- Praktisches physikalisches Arbeiten, dessen Wert für die Erziehung (H. A. Rowland), I, 37.
- Pyroelektrische Untersuchungen (E. Riecke), I, 124.
- Pyromagnetischer Motor und Stromerzeuger Edison's, I, 81.
- Q**uantitative Schulversuche, von E. Mach, I, 197.
- Quadranten - Elektrometer, eine Abänderung daran (G. Guglielmo), I, 266.
- Quarzplatten-Elektrometer (J. und P. Curie), II, 39.
- Quermagnetisierung von Stahlstäben (P. Janet), I, 219.
- Quecksilber, Haften desselben in Barometer-röhren (H. v. Helmholtz), I, 31.
- , dessen Leitungswiderstand (Fr. Kohlrausch), I, 219.
- , dessen Reinigung (C. Bohn), I, 178.
- Quecksilber - Barometer, selbstregistrierendes, II, 85.
- Quecksilber-Luftpumpen, ihre historische Entwicklung (S. P. Thompson), I, 228.
- R**auchwirbel, Versuche damit (V. L. Rosenberg), II, 246.
- Reflexion des Schalles in Röhren (A. Tocpler, F. Halsch, J. Violle), I, 32.
- und Brechung des Lichts, Demonstration derselben (Le Conte Stevens), II, 87.
- Regenbogen, Sichtbarkeit desselben durch ein Fernrohr, I, 88.
- , Photographie desselben, II, 48.
- Reibung, Mitnehmen durch dieselbe, von A. Handl, I, 107.
- , Versuch über Elektrisieren durch dieselbe, von G. Leonhardt, II, 34.
- von Leder gegen Ebonit, Art der Elektrizität dabei, von G. Leonhardt und B. Kolbe, II, 186.
- Reibungsapparat, von A. Paalzow und F. Neesen, II, 122.
- Reibungselektrizität, Bemerkung zu der Spannungsreihe für dieselbe, von J. Schiff, II, 299.
- Resonanz und Absorption, ein sehr einfacher Pendelversuch zu deren Erklärung, von W. Holtz, I, 164.
- Reversionspendel, zur Lehre von demselben (J. G. Wallentin), II, 143.
- Rheostat (Fr. C. G. Müller), II, 47.
- Ritter, J. W., und das Volta'sche Spannungsgesetz (E. Hoppe), I, 222.
- Rubinen, künstliche (Frömy und Verneuil), I, 220.

- Sauerstoff- und Stickstoffgehalt der atmosphärischen Luft, dessen Bestimmung, von Fr. C. G. Müller, I, 29.
- Sauerstoff, Entwicklung desselben, von H. Landolt, I, 250.
- , sein Verschwinden bei der Verbrennung, von H. Landolt, I, 250.
- , Reinigung desselben von Chlor (Landolt), II, 104.
- , fabrikmässige Herstellung desselben, II, 307.
- Schall, Fortpflanzungsgeschwindigkeit desselben (J. Violle und Th. Voutier), II, 40.
- , Vorlesungsversuch über die Geschwindigkeit desselben (A. W. Rücker), II, 86.
- Schallerregung bei scharfen Schüssen (E. Mach), II, 139.
- Schallgeschwindigkeit in Drähten (E. Mercadier), II, 251.
- Schallleitungsvermögen (N. Hesehus), I, 75.
- Schulversuche über die gleichförmig beschleunigte Bewegung und das physische Pendel, von Fr. C. G. Müller, I, 205.
- Schwefel, sein Leitungsvermögen (E. Duter), II, 41.
- Schwefelsäureanhydrit, Vorlesungsapparat zur Erzeugung dess. (Hodgkinson und Lowndes), II, 39.
- Schwefelwasserstoffapparat, eine Modifikation desselben, von P. Wilbrand, I, 166.
- Schwefelwasserstoff, zwei Apparate zu seiner Darstellung (H. J. Dagger, P. Chantemille), II, 138.
- Schwingende Saiten, Versuche darüber (J. Puluj), II, 137.
- Schwingungen, neuer Apparat zur Darstellung einfacher —, von J. Bergmann, I, 25.
- , Darstellung einfacher —, von A. Handl, I, 74.
- , Zusammensetzung derselben (M. Maclean), II, 38.
- Schwingungskurven, deren Darstellung (E. Mach), I, 75.
- , Lissajous'sche (J. H. Oosting), II, 190.
- Schwingungsform gestrichener Saiten, ein Versuch darüber, von E. Mach, I, 264.
- Schwingungsknoten und -bäuche in einer tönenden Luftsäule, Apparate zu deren Nachweis, von E. Grinsehl, II, 58.
- Schwungkraft, von A. Voss, II, 17.
- , über dieselbe (E. Mach), II, 103.
- , ihre Wirkung auf der Erdkugel, von K. Schellbach, II, 177.
- Seifenblasen, Vorlesungsversuche damit (C. V. Boys), I, 277.
- Seifenlösung, I, 136.
- Silicium und Bor, Untersuchungen darüber (L. Gattermann), II, 252.
- Specifisches Gewicht fester Körper, Bestimmung desselben (O. Kleinstück), II, 37, vgl. Gewicht.
- Specifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen (J. Joly), II, 303.
- Speckstein, der, als Elektrizitätsquelle, von P. Meutzner, II, 241.
- Spannkraft der Dämpfe, Versuch darüber, von B. Schwalbe, I, 115.
- Spannung des Wasserdampfs in luftgefüllten Räumen, Apparat zu deren Messung, von Fr. C. G. Müller, I, 102.
- Spiegelmagnetometer, von G. Parragh, II, 30.
- Spiegelmanometer, von G. Parragh, II, 32.
- Sprengstoffe, neue Versuche zur Demonstration ihrer Wirkungsweise, von Fr. C. G. Müller, II, 170.
- Standfestigkeit, zur Lehre von derselben, von A. Weinhold, I, 74.
- Stoss, neue Versuche darüber, von A. Handl, I, 115.
- Strahlen elektrischer Kraft (H. Hertz), II, 192.
- Strahlende Wärme, zur Geschichte derselben (S. P. Langley), II, 101.
- Stromanzeiger, von P. Szymanski, II, 272.
- Tauchbatterie, galvanische (A. Benecke & Co.), II, 208.
- Telephon, optische Darstellung der Vorgänge in demselben (O. Fröhlich), I, 122.
- , einfache Versuche zur Demonstration der Wirkungsweise desselben, von E. Bosshard, II, 133.
- Temperaturen, niedrige, deren Messung (L. Cailletet und E. Colardeau), I, 268.
- Temperaturskala, absolute, I, 88.
- Thermobaroskop, als Messinstrument und Demonstrationsapparat (Steinhauser), I, 119.
- Thermoelement, ein neues (C. C. Hutchins), I, 267.
- Thermometer, Luft- und Aether- (S. Young), I, 265.
- , deren Prüfung und Beglaubigung (Phys. techn. Reichsanstalt), II, 151.
- , vgl. auch Demonstrationsthermometer.
- Toepler's Vorlesungs-Apparat zur Statik und Dynamik starrer Körper, von R. Hennig, I, 137.

- Tonleiter, Ableitung derselben, von H. Januschke, II, 36.
- Tonstärke-Messung (E. Grimseh), I, 269.
- Torsionswinkel und Torsionskraft, Proportionalität zwischen ihnen, von H. J. Oosting, II, 241.
- Tropfenreibung, Elektrizität durch dieselbe, (J. Elster und H. Geitel), I, 217.
- Universal-Spektralapparat (H. W. Vogel), I, 231.
- Universalstativ, elektrisches (Ferd. Ernecke), II, 312.
- Valenz der Metalle, Vorlesungsversuch zur Demonstration derselben, von B. Lepsius, I, 208.
- Variationsmikroskop, von G. Parragh, II, 33.
- Verbrennung von Eisen, von H. Landolt, I, 251.
- , umgekehrte, von H. Landolt, I, 251.
- von selbstentzündlichem Phosphorwasserstoff, von H. Landolt, I, 252.
- von Luft in Leuchtgas, Vorlesungsapparat dafür (G. Craig), II, 88.
- Verbrennungsversuch, historischer, von F. Poske, I, 213.
- Vergrößerungszahl optischer Instrumente, einfacher Apparat zu deren Messung, von A. Oberbeck, II, 135.
- Verzögerung der Bewegung einer Kupferscheibe durch einen Magnet, von G. Krebs, I, 118.
- Vibrationsbewegung, deren Behandlung in der Prima des Realgymnasiums, von Fr. C. G. Müller, II, 115.
- Vibratorium, von J. Bergmann, I, 199.
- Vinci, Leonardo da, und das Beharrungsgesetz (E. Wohlwill), I, 271.
- Volta'sche Wirkung, deren Theorie (J. J. Brown), I, 220.
- Vorbildung der Lehrer für Physik, von K. Noack, II, 49.
- Vorlesungsgalvanometer, von W. Holtz, II, 222.
- , (Fr. C. G. Müller und W. Holtz), II, 312.
- Wärmelehre, über den Unterricht darin, von E. Mach, I, 3.
- , zum Unterricht darin (Duda), I, 177.
- Wärmeleitung von Metallen (A. Kurz), I, 216.
- , Vorlesungsversuch darüber (Fr. Kohlrausch), I, 217.
- Wärmeleitung in hartem und weichem Stahl (Fr. Kohlrausch), I, 219.
- Wärmeleitungsapparat, eine Abänderung daran, von B. Kolbe, II, 185.
- Wärmeleitungsfähigkeit der Metalle, Demonstration der verschiedenen —, von L. Heinze, II, 134.
- Wage, eine automatische (Ch. Truchot), II, 37.
- , Volta'sche (G. Gore), II, 88.
- Wage-Galvanometer (Fr. C. G. Müller), I, 182.
- Wagner'scher Hammer, über dens. und die Erhaltung von Schwingungen, von M. Koppe, II, 232.
- Wasserbatterie, eine galvanische (H. A. Rowland), I, 120.
- Wasser-Dilatometer, von F. Poske, II, 12.
- , Bemerkung dazu, von E. E. Boehm, II, 83.
- , ein compensiertes, von K. Noack, II, 159.
- Wechselwirkung galvanischer Ströme, Schulapparat zu deren Demonstration, von C. Mühlenbein, I, 202.
- Wellen-Apparat zur Demonstration der Zusammensetzung von Transversalwellen, von L. Pfaunder, I, 98.
- , ein einfacher (P. Schönemann), II, 301.
- Wellenmaschine von Mach, I, 184.
- Wheatstone'sche Brücke für Luft- und Wasserfluss (W. Holtz), I, 266.
- Widerstandsschraube (W. Engelmann), I, 170.
- Winkelspiegel, Theorie dess., von M. Koppe, II, 126.
- Wirbel, spiralförmige, in Flammen (W. Holtz), I, 120.
- Wurfapparat, von H. Hartl, II, 81.
- Zerlegung des Wassers durch die Elektrisiermaschine (G. Govi), I, 171.
- Zersetzung, chemische, durch Druck (Spring und van't Hoff), I, 125.
- Zersprengen eines Gefäßes durch gefrierendes Wasser (A. Buguet), I, 168.
- Zink, dessen Dampfdichte (J. Mensching und V. Meyer), I, 35.
- Zurückwerfung und Brechung des Lichtes, Schulversuche darüber, von P. Szymanski, II, 62.
- Zusammendrückbarkeit von Glas und Bergkrystall (E. H. Amagat), II, 303.