

Fig. 1. Die tägliche Bewegung der Sterne um den Pol.
(Photograph. Aufnahme der Eidg. Sternwarte in Zürich.)
Dauer der Aufnahme eine Stunde.

281765 1045376

MATHEMATISCHE BIBLIOTHEK

HERAUSGEGEBEN VON W. LIETZMANN UND A. WITTING

17

DREHT SICH DIE ERDE?

VON

205

DR. W. BRUNNER

PROFESSOR AN DER HÖHEREN TÖCHTERSCHULE
ZÜRICH

MIT 19 FIGUREN IM TEXT
UND AUF EINER TAFEL



Biblioteka Główna
Uniwersytetu Gdańskiego



1100186911

LEIPZIG UND BERLIN

DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER

1915



0378763



imm. 51824

+

201

SCHUTZFORMEL FÜR DIE VEREINIGTEN STAATEN VON AMERIKA:
COPYRIGHT 1915 BY B. G. TEUBNER IN LEIPZIG.

P. 70/58

ALLE RECHTE,
EINSCHLIESSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN.

822

VORWORT

Dieses Bändchen der mathematischen Bibliothek möchte in leicht verständlicher Weise zeigen, wie es möglich ist, die Drehung der Erde sichtbar zu machen. Im Schulunterricht und in den Lehrbüchern werden gewöhnlich nur die Fallversuche und die Versuche mit dem Foucaultschen Pendel kurz besprochen. Der Leser findet hier einige wesentliche Ergänzungen und auch Berichtigungen zu den üblichen elementaren Darstellungen dieser Versuche. Vielen Lehrern und Schülern dürften auch die graphischen Darstellungen der Ergebnisse der Fallversuche willkommen sein.

Von den anderen, weniger bekannten mechanischen Nachweisen der Erddrehung möchte ich auch hier im Vorwort noch besonders hervorheben die Versuche mit der Atwood'schen Fallmaschine, die Hagen, Direktor der vatikanischen Sternwarte, vor drei Jahren in Rom ausführte.

Weiter muß ich bemerken, daß das Bändchen nicht alle vorgeschlagenen und mit mehr oder weniger Erfolg ausgeführten Versuche erwähnen kann. Wer mehr wissen will und über das nötige mathematische Rüstzeug verfügt, den verweise ich auf die große Monographie von Hagen in den Publikationen der vatikanischen Sternwarte, die allerdings noch nicht in deutscher Bearbeitung vorliegt. (Vgl. Zitat S. 27.)

Zürich, Februar 1915.

W. BRUNNER.

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
I. Auf- und Untergang odertägl. Bewegung der Gestirne und ihre Erklärung durch die Erddrehung	1
II. Möglichkeit des mechanischen Nachweises der Erdrotation. Absolute und relative Bewegung.	5
III. Die Erddrehung sichtbar gemacht am freifallenden Körper	10
1. Grundgedanke der Fallversuche und historische Bemerkungen S. 10. 2. Eine erste unvollständige Herleitung der östl. Abweichung, S. 11. 3. Der Fehler der vorigen Ableitung, S. 12. 4. Eine Hilfsformel über Summation von Binomialkoeffizienten, S. 14. 5. Elementare Herleitung der Größe der östl. Abweichung beim freien Fall, S. 15. 6. Zusammenstellung der Ergebnisse von Fallversuchen S. 19.	
IV. Nachweis der Erddrehung durch Fallversuche mit einer Atwoodschen Fallmaschine	25
Verlangsamte Fallbewegung. S. 25. Erklärung des Prinzips der Fallmaschine. S. 25. Beschreibung der Versuche von Hagen. S. 26.	
V. Die Erddrehung sichtbar gemacht am schwingenden Pendel. (Foucaults Pendelversuch.)	30
Begriff des Pendels u. der Schwingungsebene. S. 30. Einführung einer fingierten Rahmenebene. S. 31. Absolute Bewegungen der Schwingungsebene u. Rahmenebene. S. 32. Relative Verschiebung der Schwingungsebene bzw. Schwingungsrichtung. S. 34. Korrektion des Begriffs der Schwingungsebene, momentane Schwingungsebene. S. 35. Ergebnisse und Beschreibung der Versuche. S. 37.	
VI. Nachweis der Erddrehung am konischen Pendel	38
Begriff des konischen Pendels S. 38; relative u. absolute Drehgeschwindigkeit des konischen Pendels auf der rotierenden Erde. S. 39. Theorie u. Beschreibung der Versuche von Bravais. S. 40.	
VII. Die Erddrehung, sichtbar gemacht am Kreisel. (Gyroskop.)	42
Prinzip der Erhaltung der Rotationsebene. S. 42. Beschreibung des Gyroskops. S. 44.	
VIII. Einfluß der Erddrehung auf irgendwelche horizontale Bewegungen	45
Bestimmung der Richtung einer Bewegung in bezug auf den Horizont. S. 46. Absolute Bewegung des Horizontes. S. 46. Rechtsabdringung. S. 47. Ablenkende Kraft der Erdrotation. S. 48. Größere Belastung der rechtseitigen Eisenbahnschienen. S. 48. Größere Erosionswirkung am rechten Ufer der Flüsse der nördlichen Halbkugel. S. 49. Passatwinde. S. 49. Hadleys Prinzip. S. 49. Prinzip der Erhaltung der Rotationsmomente u. Flächensatz. S. 50.	

I. AUF- UND UNTERGANG DER GESTIRNE UND IHRE ERKLÄRUNG DURCH DIE ROTATION DER ERDE

Die älteste und einfachste astronomische Beobachtung ist die Beobachtung des Auf- und Unterganges von Sonne, Mond und allen Sternen. Um diese im wahren Sinne des Wortes alltägliche Erscheinung zu beschreiben, denken wir uns am frühen Morgen im Freien an einem Punkt mit freier Aussicht ins ebene Land oder aufs Meer. Wir sehen weiter als uns vielleicht im Augenblick bewußt ist; wir schauen über die Erde hin, hinaus ins Weltall. Da unsere Augen nach allen Seiten gleich weit reichen, glauben wir unter einem Kugelgewölbe, dem Himmel, zu stehen, mitten auf einer zum Lot senkrechten Scheibe, die von diesem Gewölbe im Horizont kreisförmig begrenzt erscheint. Wir sehen die Sonne über diesen Kreis aufsteigen und in schiefem Bogen immer höher kommen, bis sie am Mittag ihren höchsten Stand über dem Horizont erreicht hat, um dann nachher einen dem Vormittagsbogen völlig gleichen Nachmittagsbogen zu beschreiben und am Abend im Westen des Horizontes wieder zu verschwinden. Es wird dunkel und am ganzen Himmel tauchen leuchtende Punkte, Sterne, auf. Wir sehen leicht, daß sie mit wenigen Ausnahmen ihre gegenseitige Stellung nicht verändern, weshalb man sie Fixsterne nannte; und weil sie immer die gleichen Figuren miteinander bilden, war es möglich, sie in leicht erkennliche Gruppen oder Sternbilder anzuordnen. Aber wir erkennen bald, daß sie alle eine gemeinsame, derjenigen der Sonne völlig gleiche Bewegung zeigen. Im Osten steigen während der ganzen Nacht neue Sterne auf, während andere im Westen unter den Horizont verschwinden. Nur eine einzige Stelle, der Pol der Himmelskugel, für uns liegt er im Norden, in der Mitte zwischen Horizont und Zenit, scheint zu ruhen. Figur 1 (Titelbild) stellt eine photographische Aufnahme der Umgebung dieses Punktes dar. Sie wurde so gewonnen, daß ein astronomisches Fernrohr, das an Stelle des Okulars eine Kassette mit einer lichtempfindlichen Platte trug, auf den Pol gerichtet wurde. Die Belichtungsdauer betrug eine Stunde. Die Aufnahme zeigt, daß alle Sterne parallele Kreise um den Pol zu beschreiben scheinen. Sie zeigt es besser als die un-

mittelbare Beobachtung im Freien, weil die photographische Platte das „Nacheinander“ der Erscheinung als ein „Nebeneinander“ registriert. In der Expositionszeit von einer Stunde legten alle Sterne den vierundzwanzigsten Teil ihres ganzen Tagkreises zurück und zeichneten während dieser Zeit eine kreisförmige Lichtspur von 15° auf die Platte. Der dicke kleine Bogen in der Nähe des Zentrums ist z. B. die Lichtspur des Polarsterns. Dick ist die Spur, weil der Stern hell ist, Polarstern heißt er, weil er der hellste Stern ist in der Umgebung des Pols, wenn auch nicht ganz der nächste, wie das Titelbild zeigt.

Wiederholt man die Beobachtung an mehreren aufeinanderfolgenden Tagen, so zeigt sich für die große Mehrzahl genau dieselbe Erscheinung, auch für Sonne und Mond, nur haben diese ihre Auf- und Untergangsstellen und -zeiten etwas verschoben. Ferner lehrt eine ganz aufmerksame Beobachtung, daß einige wenige Sterne ihre Lage unter den Fixsternen geändert haben; es sind die Planeten oder Wandelsterne. Diese Besonderheiten von Sonne, Mond und Planeten sollen uns hier aber nicht beschäftigen, sondern wir wollen uns fragen, was eigentlich hinter dieser, Sonne, Mond und allen Sternen gemeinsamen Bewegung steckt. Nach dem bloßen Anblick zu urteilen, müßte man sagen, daß die Erscheinung genau so verläuft, wie wenn die große Mehrzahl der Sterne am Himmelsgewölbe fest wäre und dieses Gewölbe sich um einen Durchmesser, die Weltachse, in einem Tage drehen würde. Aber,

„Wenn ich's recht betrachten will
Und es ernst gewahre,
Steht vielleicht das alles still
Und ich selber fahre.“

Man hat in der Tat von Vornherein zwei Möglichkeiten für die Erklärung dieser Bewegung. Entweder ist sie eine wirkliche Bewegung der Gestirne um die ruhend gedachte Erdkugel oder aber diese selber dreht sich in einem Tage (Stern-tag) in der Richtung West-Ost um einen gewissen Durchmesser, die Erdachse und bewirkt so für einen Beobachter auf ihr eine scheinbare Bewegung aller Weltkörper außerhalb der Erde in der entgegengesetzten Richtung, ähnlich wie wir im fahrenden Eisenbahnzug auf kurze Zeit oft den Eindruck haben, daß die Bäume, Telegraphenstangen an uns

vorbeifahren, wir aber in Ruhe wären. Wir nehmen leicht den Schein für Wirklichkeit und übertragen eine eigene Bewegung in umgekehrter Richtung auf die ruhenden Außendinge. Alle Luftschiffer bestätigen das und sagen, daß die eigene Bewegung vollkommen unbemerkt sei. Der französische Astronom Flammarion erzählt, wie er bei einer Ballonfahrt nach dem Schwinden der einhüllenden Wolken bei einem Blick über den Rand des Korbes den Eindruck hatte, daß die Erde mit schreckenerregender Gewalt auf ihn zustürze.

Die erste Annahme, die den Schein für Wirklichkeit nimmt, scheint im ersten Augenblick natürlicher, namentlich weil wir von einer Drehung der Erde ja nichts „spüren“. Mancher frische Junge schüttelt den Kopf, wenn er in der Schule hört, wie die große, feste Erde sich drehe, mit allem was auf ihr ist, mit Menschen, Tieren, Häusern, fahrenden Wagen und Schiffen und hohen Bergen; wie das Schulhaus in einer Sekunde einen Weg zurücklege fast so weit wie eine Kanonenkugel in derselben Zeit und das alles, ohne daß er, der starke Junge etwas davon merkte; diese feste Erde, auf die er stampfen kann mit seinen Füßen, ohne daß sie nachgibt, und auf der schwere, lange Eisenbahnzüge rollen und die dabei kaum etwas zittert. Der kleine Junge und wir alle würden die Bewegung schon zu „spüren“ bekommen, wenn es möglich wäre, daß sie einen Moment aussetzt. Wir merken nichts von ihr, weil sie immer da war und da ist. Es ist nicht wie im Eisenbahnwagen, der eine halbe Stunde fährt und dann wieder still steht, aus den wir aussteigen und in den wir einsteigen können; wenn wir hier einmal einen Moment den Eindruck haben, daß wir im Wagen ruhen und die Außendinge an uns vorbeiziehen, so genügt ein kurzes Besinnen, ein blitzschnelles Rückerinnern, um uns wieder richtig „einzustellen“, wie der Psychologe sagt.

Einmal zugegeben, daß die Erde um eine Achse rotieren kann, ohne daß wir im landläufigen Sinn des Wortes etwas davon „spüren“, überlegen wir weiter leicht, daß nun gerade diese Annahme zur Erklärung der täglichen Bewegung der Gestirne die natürlichere ist, während eine wirkliche Drehung der Gestirne um die Erde bzw. um die sog. Weltachse zu wenig wahrscheinlichen Folgerungen führen müßte. Schon Pythagoras lehrte, daß Sonne, Mond und Erde im Raum frei schwebende Kugeln sind. Für den Mond schloß er wahr-

scheinlich aus seinen Lichtgestalten auf die Kugelform, und die Bewegung des Mondes unter den Sternen führte ihn darauf, anzunehmen, daß diese Kugel frei schwebend sei, besonders die Tatsache, daß der Mond andere Gestirne zuweilen bedecke und z. B. bei einer Sonnenbedeckung oder Sonnenfinsternis sich förmlich auf der Sonne abzeichne. Eine ähnliche kreisrunde Abzeichnung sehen wir auch bei den Finsternissen des Mondes sich über diesen hinbewegen; sie kann nicht unmittelbar von einem Körper herrühren, da der Mond bei der Finsternis sichtbar bleibt. Es muß sich also ein schattenwerfender, kugelförmiger Körper zwischen Sonne und Mond gestellt haben und bei einer Mondfinsternis taucht der Mond in den Schatten dieses Körpers ein. Dieser Körper ist die Erde, die also auch frei im Raume schwebt. Heute sehen wir auch die Fixsterne als frei im Weltenraume schwebende Körper an und da müßte es ein höchst unwahrscheinliches Zusammentreffen sein, wenn Sonne, Mond und alle Sterne trotz ihrer sehr verschiedenen Abstände von der Erde in der nämlichen Zeit und in parallelen Bahnebenen ihren Umlauf um die Erde bzw. um die gedachte Weltachse vollenden sollten. Außerdem müßten dabei alle Gestirne und besonders die unsagbar weit entfernten Fixsterne undenkbar große Geschwindigkeiten haben.

Anders wenn wir annehmen, daß die Erde um einen Durchmesser als Achse rotiere, dessen Richtung nach den Polen der scheinbaren Himmelskugel zeigt. Dann ist klar, daß alle Gestirne scheinbare Bahnen beschreiben müssen, deren Ebenen senkrecht stehen auf dieser Achse, die also unter sich parallel sind und ferner, daß alle Sterne in der gleichen Zeit ihren scheinbaren Umlauf vollendet haben, wenn sie nicht noch andere, von uns aus bemerkbare Bewegungen haben, wie es für Sonne, Mond und die Planeten der Fall ist.

Auch was dann hinter dem Auf- und Untergang der Gestirne steckt, können wir leicht einsehen. Wir beziehen alle astronomischen Erscheinungen in erster Linie auf den Horizont, d. h. auf jene zum Lot des Beobachtungsortes senkrechte Ebene, von der wir schon oben sprachen. In Bezug auf die Erdkugel können wir den Horizont als Berührungsebene (Tangentialebene) im Beobachtungsort ansehen. Bei der Rotation der Erde dreht sich auch diese und ein Sonnenuntergang für einen Beobachter auf der Erde bedeutet, daß

sein Horizont sich über das Gestirn hebt, ein Sonnenaufgang, daß der Horizont des Beobachters unter das Tagesgestirn sinkt. Ich empfehle dem Anfänger sich diese Vorstellung zu erleichtern mit irgend einer Kugel (etwa einem Apfel oder einer Kartoffel) als Erde, einer Lampe als Sonne und einem steifen Papierblatt als Horizont, das mit einer Stecknadel auf der Kugel befestigt ist. Die Stecknadel stelle den Beobachter dar. Die Kugel mit dem Horizont drehe man um eine nicht durch die Stecknadel gehende Achse und beobachte nun, wie der Beobachter Sonnenaufgang, Mittag, Sonnenuntergang und Nacht hat. Wenn irgendwelche andere Gegenstände im Zimmer andere Weltkörper außerhalb der Erde darstellen sollen, so beachte man, wie bei der Drehung immer neue Gegenstände (Gestirne) über den Horizont der Stecknadel kommen und auf der anderen Seite wieder unter diese Ebene verschwinden.

Das klingt alles sehr möglich und sehr wahr, aber wir möchten doch mehr! Wir werden uns nicht zufrieden geben, bis es uns gelungen ist, die Rotation der Erde gewissermaßen doch noch zu „spüren“ d. h. sichtbar zu machen an den Körpern auf der Erde selber. Daß dies möglich ist und worauf es ankommt, soll nun zunächst erläutert werden.

II. MÖGLICHKEIT DES MECHANISCHEN NACHWEISES DER ERDROTATION. ABSOLUTE UND RELATIVE BEWEGUNG

Wenn wir annehmen, daß die tägliche Bewegung der Gestirne von der Drehung der Erde um eine gewisse Achse herühre, so müssen wir weiter folgern, daß alle auf der Erde oder in ihrer Atmosphäre sich bewegenden Körper gleichzeitig auch an ihrer Rotation teilnehmen. Für die Körper auf der Erdoberfläche ist das selbstverständlich. Für Körper in der Atmosphäre, z. B. für den in der Luft fliegenden Vogel oder für die Wolken lehrt es die Erfahrung. Eine Wolke in mäßiger Höhe, die nicht an der Erdrotation teilnehmen würde, müßte in unserer Gegend in jeder Sekunde 300 m nach Westen zurückbleiben. Wir hätten den Eindruck, daß diese Wolke von einem enorm starken Ostwind nach Westen getrieben würde. Da ein solches Zurückbleiben der Körper in der Atmosphäre auch in geringerem Betrage nicht festgestellt werden

kann, so müssen wir annehmen, daß die Lufthülle der Erde die Rotation bis in große Höhen hinauf mit der gleichen konstanten Winkelgeschwindigkeit mitmacht.¹⁾

Jeder fallende Körper oder das in den Flüssen fließende Wasser ist also außer seiner eigenen durch die Schwere verursachten Bewegung noch der Erddrehung unterworfen. Das gleiche gilt bei allen Luftströmungen (Winden) und Meeresströmungen, überhaupt von jedem auf der Erde bewegten Körper. Ein Beobachter auf der Erde beobachtet dann nicht die aus den zwei Bewegungen zusammengesetzte wirkliche oder absolute Bewegung des Körpers, sondern nur seine relative Bewegung d. h. seine Bewegung in Bezug auf die selber bewegte Erde. Die Geschwindigkeit, die er mißt, ist die relative Geschwindigkeit gegenüber der Erde. Die Bahn, die er beobachtet, ist die relative Bahn. Nur ein Beobachter, der sich in absoluter Ruhe im Weltenraum befände, könnte die absolute Bewegung der Körper beobachten. Wir auf der Erde können uns diese Bewegung nur denken.

Jede Bewegung ist relativ. Das liegt schon in ihrem Begriff, denn Bewegung ist Ortsveränderung. Wir beobachten, daß ein Körper sich bewegt, indem wir feststellen, daß er seinen Abstand von anderen Körpern ändert. Wenn von der Bewegung eines Körpers die Rede ist, müssen wir angeben, auf welche anderen Körper die Bewegung bezogen wird. Eine Kugel rolle auf dem Deck eines Schiffes. Welches ist ihre Geschwindigkeit? Die gegen das Schiff? Ja, für die wird sich der Beobachter auf dem Schiff in erster Linie interessieren. Aber das Schiff bewegt sich ja selber, muß er sich sagen, wenn er die absolute Geschwindigkeit wissen möchte. Er rechnet also die Geschwindigkeit aus gegenüber der Erde. Aber auch diese bewegt sich und trägt Schiff und Kugel durch den Weltenraum. Also nimmt er die Geschwindigkeit gegen die Sonne, oder weiter gegen die Fixsterne oder noch weiter gegen irgend etwas Unbekanntes, gegen das sich die Fixsterne vielleicht bewegen. Wir sehen ein „absolutes Bezugssystem“ im wahren Sinne des Wortes und eine absolute Bewegung gibt es nicht. Der Grad der Re-

1) An den sog. leuchtenden Nachtwolken, die besonders von O. Jesse in den Jahren 1887/8 beobachtet wurden und für die man eine Höhe von 80 km fand, soll dieses Zurückbleiben festgestellt worden sein.

lativität ist verschieden und man macht aus praktischen Gründen die Unterscheidung zwischen absoluter und relativer Bewegung, wobei man das bewegte System zu einem anderen in Beziehung setzt und dieses letztere als ruhend ansieht.

Hier interessiert uns dann hauptsächlich folgende Frage: Wir denken uns ein System von Körpern, von denen einige Beobachter sind. Ein solches System ist die Erde. Das System ist in Bewegung oder in Ruhe gegenüber einem Bezugssystem, sagen wir einmal gegenüber dem Fixsternsystem. Können dann diese Beobachter mit ihren physikalischen Apparaten, insbesondere durch Beobachtung der relativen Bewegungen der Körper den Bewegungs- oder Ruhezustand ihres Systems erkennen, wenn ihnen kein außerhalb des Systems befindlicher, ruhender Vergleichspunkt zur Verfügung steht? Die Antwort gibt das in den letzten Jahren außerordentlich viel genannte Relativitätsprinzip. Es sagt, daß die Naturgesetze unabhängig sind von einer gleichförmigen, geradlinig-fortschreitenden Bewegung des Bezugssystems. Die Physiker in unserem System werden also, ob es ruht oder gleichförmig fortschreitet, dieselben physikalischen Gesetze finden; ihre Messungen für die Geschwindigkeit, die Gestalt, die Ausdehnung bewegter Körper geben ihnen in beiden Fällen dieselben Ergebnisse. Sie werden also nicht entscheiden können, ob ihr System ruht oder in gleichförmiger, fortschreitender Bewegung begriffen ist. Anders wenn das System rotiert oder in beschleunigter Bewegung begriffen ist. Denken wir uns, um das zu erläutern, einen kreisförmigen Stahldrahtbügel um einen Durchmesser in Rotation versetzt; er plattet sich ab. Nehmen wir weiter zwei Scheiben, die durch eine vertikale Spiralfeder verbunden sind und lassen dieses System gegen die Erde fallen, so wird sich die Stahlfeder zusammenziehen. Hängt man diesen Apparat aber an eine Schnur, die um eine Rolle läuft und reguliert man die Reibung der Schnur an der Handfläche so gut es geht so, daß das System sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit abwärts bewegt, so bleibt die Feder gespannt wie im Ruhezustand.¹⁾ Bei den ersten

1) Dieses Beispiel entnehme ich einem Vortrag von Emil Cohn, *Physikalisches über Raum und Zeit, Himmel und Erde* 1910, Heft 3. Teubner Leipzig.

beiden Versuchen war die Geschwindigkeit veränderlich, bei der Rotation der Richtung nach, beim Fall der Größe nach; beim letzten Versuch ist sie konstant. Die Versuche illustrieren, was wir oben gesagt haben: Der elastische Körper hat die gleiche Form, ob er ruht gegenüber der Erde oder ob er ruht gegenüber einem Bezugssystem, das gegen die Erde eine gleichförmige Bewegung hat. Er hat aber eine andere Form, wenn er ruht gegenüber einem Bezugssystem, das gegen die Erde eine beschleunigte Bewegung oder eine Rotationsbewegung ausführt. Ein Beobachter, der mit dem Versuchskörper in eine Hülle eingeschlossen ist, wird von einer gleichförmigen, fortschreitenden Bewegung nichts merken, wohl aber kann er eine beschleunigte oder eine Rotationsbewegung erkennen.

Ein Beobachter in einem Eisenbahnwagen mit verhängten Fenstern, würde, wenn der Wagen ohne jede Erschütterung gleichförmig und immer in derselben Richtung fährt, diese Bewegung nicht nur nicht spüren, sondern er würde sie auch mit seinen Apparaten nicht nachweisen können. Anders, wenn der Wagen in Kurven fährt, also seine Bewegungsrichtung ändert. Ich will erzählen, welchen einfachen Versuch wir bei Fahrten auf der Gotthardbahn immer anstellen, um die Bewegung des Zuges im Kehrtunnel sichtbar zu machen. Beim Fahren im dunkeln Kehrtunnel nämlich „spüren“ wir allerdings die Bewegung des Zuges, weil es so ideal fahrende Wagen, wie wir sie oben forderten, nicht gibt, aber wir haben nicht ohne weiteres ein Urteil darüber, ob wir gradaus, nach links oder rechts fahren. Um uns davon zu überzeugen, machen wir aus einer Schnur und einem Schlüssel ein Pendel, das wir im Wagen irgendwie passend aufhängen oder zur Not auch in der Hand halten, so daß der Schlüssel fast auf den Boden kommt. Kurz vor dem Eintritt des Zuges in den Kehrtunnel setzen wir das Pendel längs eines Kreidestrichs am Boden in Schwingungen unter Vermeidung eines seitlichen Stoßes, so daß das Pendel möglichst in einer Ebene schwingt, deren relative Lage gegenüber dem Wagen bei Beginn der Beobachtung durch den Kreidestrich am Boden gegeben ist. Nach kurzer Zeit erkennen wir, wie sich der Kreidestrich in Folge der Drehung des Zuges unter dem Pendel durchgedreht hat. Die relative Änderung von Schwingungsrichtung

und Kreidestrich rührt her von der Änderung der Lage des Wagens. Die absolute Orientierung der Schwingungsrichtung ist am Anfang und am Ende des Versuches ziemlich dieselbe.

Die tägliche Bewegung der Gestirne, die wir im ersten Abschnitt besprochen haben, ist eine relative Bewegung derselben in Bezug auf den Horizont des Beobachters. Die Visierrichtungen nach den Sternen sind absolut genommen unveränderlich. (Die Sterne sind dabei gleichsam als „ideale Fixsterne“ gedacht, ohne die kleinen wirklichen und scheinbaren Eigenbewegungen, die die moderne Astronomie auch an ihnen nachgewiesen hat, und die Dimensionen der Erde sind gegenüber den Entfernungen der Fixsterne als verschwindend angenommen worden.) Relativ zum Horizont ändert sich diese absolute Visierrichtung wegen der Drehung des Horizontes mit der Erde, und so spricht der Beobachter vom Auf- und Untergang und der täglichen Bewegung der Gestirne. Denken wir uns die Erde weg, so hat diese Bewegung keinen Sinn.

Die Beobachtung dieser relativen, täglichen Bewegung aller Gestirne zeigt uns nun in allererster Linie die Rotation der Erde, wenn sie sie auch noch nicht beweist. Die vorstehenden Bemerkungen dürften gezeigt haben, daß es auch möglich ist, sie an Körpern auf der Erde sichtbar zu machen. Es wird darauf ankommen, einen solchen Versuchskörper durch mechanische Hilfsmittel und unter derartigen Bedingungen in Bewegung zu versetzen, daß in seiner Relativbewegung die Winkelgeschwindigkeit der Erde sichtbar wird.

Außer ihrer täglichen Bewegung führt nun allerdings die Erde noch eine andere, jährliche Bewegung um die Sonne aus. Man könnte erwarten, daß bei den Versuchen zum Nachweis der Erdrotation diese Bewegung störend wirkt. Das trifft nicht zu, weil diese Versuche so kurze Zeit dauern, daß während dieser Zeit die jährliche Bewegung der Erde als geradlinig und gleichförmig angesehen werden kann oder genauer, weil unsere Beobachtungsmittel nicht fein genug sind, um Abweichungen der Bewegungsrichtung der Erde von der Geraden während der Dauer solcher Versuche anzeigen zu können; dann aber hat diese jährliche Bewegung nach dem Relativitätsprinzip auf das Ergebnis der Versuche auch keinen Einfluß.

III. DIE ERDDREHUNG SICHTBAR GEMACHT AM FREIFALLENDEN KÖRPER

1. GRUNDGEDANKE DER FALLVERSUCHE

Schon von griechischen Forschern war die Möglichkeit der Achsendrehung der Erde ausgesprochen worden. Aber erst Kopernikus (1473—1543), der Reformator der Astronomie, machte diese Ansicht lebensfähig.

Unter den Scheingründen gegen die Kopernikanische Lehre von der Drehung der Erde figurierte am häufigsten die Behauptung, es müßte ein frei fallender Körper auf der von West nach Ost rotierenden Erde nach Westen zurückbleiben. Der bedeutende dänische Astronom Tycho Brahe schreibt z. B. in einem Brief im Jahre 1589:

„Da ist zunächst die tägliche Achsenumdrehung, die in 24 Stunden vor sich gehen und den Lauf der Gestirne von Ost nach West erklären soll. Nun sage mir, wie kann denn eine Bleikugel, die man von einem recht hohen Turme in passender Weise fallen läßt, den genau lotrecht unter ihr liegenden Punkt der Erde treffen? Eine einfache mathematische Überlegung zeigt Dir, daß dies bei bewegter Erde vollkommen unmöglich ist. Selbst in unseren Breiten müßte sich ein Erdpunkt in einer Sekunde noch um 150 Doppelschritte nach Osten weiter drehen.“

Ein anderer ernster Gegner der Kopernikanischen Lehre, der Jesuitenpater Riccioli (1598—1671), suchte in seinem „neuen Almagest“ die neuen Ideen zu bekämpfen durch 77 Einwände, die auch fast alle darauf hinaus laufen, daß fallende, schwebende und geworfene Körper bei bewegter Erde nach Westen zurückbleiben müßten.

Nun zeigte aber Newton (1642—1727), daß diese Ansicht falsch sei. Ein Körper, der durch eine große Höhe fällt, z. B. innerhalb eines Turmes oder Bergschachtes, hat im Zeitpunkt, wo er losgelassen wird, eine größere Rotationsgeschwindigkeit nach Osten, als der Fußpunkt des Lotes der Ausgangsstelle auf dem Aufschlagboden, da dieser Boden der Erdachse näher ist. Da keine weitere störende Kraft auf ihn einwirkt, behält der Körper diese größere Geschwindigkeit nach Osten beim Fallen bei (Trägheitsprinzip) und muß des-

wegen östlich vom Lotpunkt der Ausgangsstelle auffallen. Eine sich nicht drehende Erde kann eine solche Abweichung nicht herbeiführen; bei vorhandener Rotation dagegen muß das Voreilen sich zeigen.

2. EINE ERSTE UNVOLLSTÄNDIGE HERLEITUNG DER ÖSTLICHEN ABWEICHUNG

Die Größe der östlichen Abweichung hängt ab von der Fallhöhe und der Geschwindigkeit der Erdrotation. Letztere ist charakterisiert durch die sog. Winkelgeschwindigkeit ω . Darunter versteht man das Verhältnis der Geschwindigkeit eines Punktes zu seiner Entfernung von der Drehachse oder, was dasselbe ist, den Weg eines Punktes in der Entfernung 1 von der Drehachse in einer Sekunde. Die Zeit einer vollen Umdrehung der Erde heißt ein Sterntag. Er hat $24 \cdot 60 \cdot 60 = 86400$ Sternzeit-Sekunden. Im gewöhnlichen Leben rechnen wir nach mittlerer Sonnenzeit¹⁾. Eine mittlere Sonnenzeit-Sekunde ist etwas größer als eine Sternzeit-Sekunde und hat nur 86164 mittlere Zeitsekunden. Der Weg eines Punktes in der Entfernung 1 von der Drehachse ist ein Kreis vom Umfang 2π und folglich ist der Weg dieses Punktes in einer mittleren Zeitsekunde oder die Winkelgeschwindigkeit der Erde:

$$\omega = \frac{2\pi}{86164} = 0,00007292. \quad (1)$$

Ein Punkt in der Entfernung r von der Rotationsachse hat dann die Geschwindigkeit $r\omega$. Bei der Drehung der Erde beschreiben alle Punkte auf ihr Kreise, Parallelkreise, deren größter der Äquator der Erde heißt. Unter der geographischen Breite φ eines Ortes P versteht man den Neigungswinkel des zum Ort gehörenden Erdradius OP gegen die Ebene des Äquators (Fig. 2) oder also auch den Bogenabstand des Ortes vom Äquator in Graden gemessen.

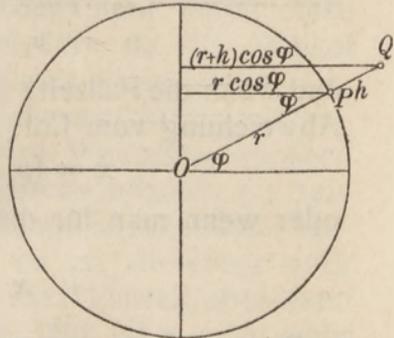


Fig. 2.

1) Vgl. Math. Bibl. Nr. VIII: Paul Meth, Theorie der Planetenbewegung, Abschnitt 10.

Der Ort P in der Breite φ hat dann, wie die Figur zeigt, von der Erdachse den Abstand $r \cos \varphi$ und seine Rotationsgeschwindigkeit ist

$$v_1 = \omega r \cos \varphi. \quad (2)$$

Der Ort Q senkrecht über P in der Höhe h sei der Ausgangspunkt des fallenden Körpers. Er hat die nach Osten gerichtete Rotationsgeschwindigkeit:

$$v_2 = \omega (r + h) \cos \varphi,$$

da seine Entfernung von der Erdachse $(r + h) \cos \varphi$ ist. Für jede Sekunde Fallzeit ergäbe sich so ein östliches Voreilen des fallenden Körpers um:

$$v_1 - v_2 = \omega h \cos \varphi,$$

und wenn die Fallzeit t Sekunden beträgt, so wird die östliche Abweichung vom Lot:

$$x = (v_1 - v_2) t = \omega h t \cos \varphi,$$

oder wenn man für die Fallhöhe h noch $\frac{1}{2} g t^2$ setzt

$$x = \frac{1}{2} \omega g t^3 \cos \varphi. \quad (3)$$

Das ist die Formel für die östliche Abweichung beim freien Fall, wie sie in vielen Lehrbüchern der mathematischen Geographie angegeben ist. Sie ist aber nicht richtig und gibt die Abweichung zu groß an, wie folgende Überlegung zeigt.

3. DER FEHLER DER VORIGEN ABLEITUNG

Solange der Körper festgehalten wird, beschreibt er einen Parallelkreisbogen bei der Rotation. Vom Augenblick an, in dem er frei wird, bestimmen zwei Geschwindigkeiten seine Bewegung. Erstens hat er eine nach Osten gerichtete tangentielle Geschwindigkeit parallel der Lage des Horizontes des Ausgangspunktes; zweitens wirkt auf ihn die Schwere und erteilt ihm pro Sekunde eine Beschleunigung von $9,81 \text{ m/sec}^2$. Für einen Körper am Äquator beträgt die östliche tangentielle Geschwindigkeit ungefähr 460 m/sec . Im Augenblick, in dem der Körper zu fallen beginnt, wirkt die Schwere senkrecht zur horizontalen, nach Osten gerichteten Geschwindigkeit. Nach einem kleinen Zeitteilchen schon ist das aber nicht mehr der Fall. Der Körper ist etwas tiefer gekommen und

das Lot, die Schwererichtung der Ausgangsstelle, hat seine absolute Lage infolge der Rotation um einen kleinen Winkel geändert. Die Schwerebeschleunigung gibt deshalb in die Richtung des Horizontes der Ausgangsstelle (ursprüngliche horizontale Richtung) eine Komponente, die der in dieser Richtung wirkenden östlichen tangentialen Geschwindigkeit entgegenwirkt und sie vermindert (vgl. Fig. 3). Die östliche Komponente des Weges in einem zweiten Zeiteilchen ist daher kleiner als die horizontale Komponente des Weges im ersten Zeiteilchen und ähnlich werden die horizontalen Wege (horizontal in der Richtung des ursprünglichen Horizontes) in den nachfolgenden Zeitelementen noch mehr durch diese Komponente der Erdschwere vermindert, da der Winkel zwischen der ursprünglich - horizontalen tangentialen Geschwindigkeit und der momentanen Schwererichtung mit fortschreitender Rotation immer größer wird. Wenn also, wie oben angenommen wurde, v_1 die Rotationsgeschwindigkeit der Ausgangsstelle des fallenden Körpers ist, v_2 diejenige des zugehörigen Lotpunktes auf der Erde, so ist allerdings noch $(v_1 - v_2) t$ der Wegunterschied beider für t^s Fallzeit, aber wenn der Körper losgelassen wird und frei fällt, ist v_1 nicht mehr konstant, sondern abnehmend. Und die obige, erste Ableitung ist deswegen unvollständig, weil dort v_1 konstant angenommen worden ist; der durch die Gleichung (3) gegebene Wert für die östliche Abweichung ist daher zu groß.

Gauß und Laplace haben zuerst genauere Formeln angegeben für die Berechnung der östlichen Abweichung frei fallender Körper. Sie haben gezeigt, daß für kleine Fallzeiten, wie sie bei praktischen Versuchen in Betracht kommen können, die östliche Abweichung um $\frac{1}{6}$ ihres Wertes kleiner ist, als sie die Formel (3) angibt, nämlich nur

$$\boxed{x = \frac{1}{3} g \omega t^3 \cos \varphi} \quad (4)$$

Denjenigen Lesern dieses kleinen Büchleins, die über einige algebraische Kenntnisse verfügen, ist vielleicht die folgende, einfache Herleitung der Formel willkommen.¹⁾ Ich brauche dabei eine, dem Anfänger weniger bekannte Regel

1) Entlehnt, etwas vereinfacht und abgeändert, aus Dr. Max Möller: Exakte Beweise für die Erdrotation; Alfred Hölder, Wien und Leipzig.

über die Summation von Binomialkoeffizienten, die ich nicht voraussetzen und daher zuerst herleiten will.

[Wer sich mehr für die physikalische Seite unserer Aufgabe interessiert, kann diese Rechnung weglassen ohne Schaden für das Nachfolgende.]

4. EINE HILFSFORMEL ÜBER SUMMATION VON BINOMIALKOEFFIZIENTEN

Bei der Besprechung der Eigenschaften der Koeffizienten der Glieder der Entwicklung von $(a + b)^n$ wird gezeigt, daß

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1} \quad \text{oder} \quad \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k+1} - \binom{n}{k+1}.$$

Nach dieser Regel ist:

$$\begin{array}{r} \binom{n}{2} = \binom{n+1}{3} - \binom{n}{3} \\ \binom{n-1}{2} = \binom{n}{3} - \binom{n-1}{3} \\ \binom{n-2}{2} = \binom{n-1}{3} - \binom{n-2}{3} \\ \vdots \\ \binom{4}{2} = \binom{5}{3} - \binom{4}{3} \\ \binom{3}{2} = \binom{4}{3} - \binom{3}{3} \end{array} \quad \Bigg| \quad +$$

Die Addition dieser Gleichungen gibt:

$$\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} + \binom{n-2}{2} + \cdots + \binom{4}{2} + \binom{3}{2} = \binom{n+1}{3} - \binom{3}{3}.$$

Alle anderen Glieder auf der rechten Seite heben sich auf. Für $\binom{3}{3}$ setzen wir $\binom{3}{3} = 1 = \binom{2}{2}$ und nehmen dieses Glied auf die linke Seite:

$$\binom{n}{2} + \binom{n-1}{2} + \binom{n-2}{2} + \cdots + \binom{4}{2} + \binom{3}{2} + \binom{2}{2} = \binom{n+1}{3}$$

oder:

$$\boxed{\sum_{n=2}^n \binom{n}{2} = \binom{n+1}{3}} \quad (5)$$

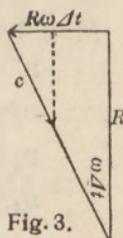
5. ELEMENTARE HERLEITUNG
DER GRÖSSE DER ÖSTLICHEN ABWEICHUNG
BEIM FREIEN FALL

Wir denken uns die Fallzeit t^s in sehr viele kleine Zeitelemente Δt zerlegt. Es sei $t = n\Delta t$, wo Δt einen so kleinen Bruchteil einer Sekunde darstellt, daß man sich die Erdschwere anstatt kontinuierlich wirkend, in jedem dieser Zeitelemente mit der Größe c aufs neue angreifend vorstellen kann; n bedeutet die Anzahl dieser Zeiteile Δt die auf die Fallzeit t gehen. In jedem Zeitelement Δt bekommt also der fallende Körper durch die Anziehung der Erde einen Impuls, demzufolge er in einer Sekunde den Weg c zurücklegen würde, wenn nicht vorher neue, rasch aufeinanderfolgende Impulse (an Stelle der kontinuierlichen Wirkung) die Geschwindigkeit fortwährend vermehrten. In dem kleinen Zeitelement Δt ist dann der Weg infolge der Anziehung der Erde $c\Delta t$.

Wir denken uns vorerst den Körper über einem Punkt des Äquators in der Höhe h , so daß $R = r + h$ seine Entfernung ist von der Erdachse. Die Rotationsgeschwindigkeit des Körpers ist dann $R\omega$, wenn ω wie oben die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation bedeutet. Zu Beginn des ersten Zeitelements wirkt die Schwere senkrecht zur östlichen Rotationsgeschwindigkeit $R\omega$. Der nach Osten gerichtete horizontale Weg in diesem Zeiteilchen ist $R\omega\Delta t$. Zu Beginn des zweiten Zeitelements bildet die Schwererichtung mit dem horizontalen Weg $R\omega\Delta t$ des losgelassenen Körpers den Winkel $(\frac{\pi}{2} - \omega\Delta t)$ (vgl. Fig. 3), denn in der Zeit Δt hat sich das Anfangslot um den Winkel $\omega\Delta t$ gedreht, wobei die Winkel in Bogenmaß ausgedrückt sind ($180^\circ = \pi$; $90^\circ = \frac{\pi}{2}$). Die Geschwindigkeit c hat eine Komponente

$$c \cos \left(\frac{\pi}{2} - \omega\Delta t \right) = c \sin \omega\Delta t$$

in der Richtung des ursprünglichen Horizontes. Für kleine Winkel darf der Sinus ersetzt werden durch den zugehörigen Bogen des Einheitskreises, d. h. durch sein Bogenmaß. Also darf $\sin \omega\Delta t = \omega\Delta t$ gesetzt werden, und dann wird die öst-



liche horizontale Komponente der Geschwindigkeit des fallenden Körpers nur noch

$$v_2 = R\omega - c\omega\Delta t = (R - c\Delta t)\omega.$$

Der Weg im zweiten Zeitelement ist also:

$$s_2 = (R - c\Delta t)\omega\Delta t.$$

Zu Beginn des dritten Zeitelementes hat sich die ursprüngliche Lotrichtung um den Winkel $2\omega\Delta t$ gedreht und bildet mit der horizontalen Richtung der anfänglichen Tangentialgeschwindigkeit den Winkel $\frac{\pi}{2} - 2\omega\Delta t$. Die Komponente der Schwerkraft c in diese Richtung ist $2c\omega\Delta t$ und um diesen Betrag wird die Geschwindigkeit $v_2 = (R - c\Delta t)\omega$ des zweiten Zeitelementes vermindert, so daß

$$v_3 = (R - 3c\Delta t)\omega \quad \text{und} \quad s_3 = (R - 3c\Delta t)\omega\Delta t$$

Geschwindigkeit und Weg im dritten Zeitelement sind.

Durch eine ähnliche Überlegung findet man die horizontalen östlichen Komponenten der Geschwindigkeiten und Wege des frei fallenden Körpers für die nächsten Zeitelemente. Man hat:

$$\begin{array}{ll} v_1 = R\omega & \text{und} \quad s_1 = R\omega\Delta t \\ v_2 = (R - c\Delta t)\omega & s_2 = (R - c\Delta t)\omega\Delta t \\ v_3 = (R - 3c\Delta t)\omega & s_3 = (R - 3c\Delta t)\omega\Delta t \\ v_4 = (R - 6c\Delta t)\omega & s_4 = (R - 6c\Delta t)\omega\Delta t \\ \vdots & \vdots \\ v_n = \left(R - \binom{n}{2}c\Delta t\right)\omega & s_n = \left(R - \binom{n}{2}c\Delta t\right)\omega\Delta t. \end{array}$$

Man erkennt in den Koeffizienten 1, 3, 6, 10 ... die Binomialkoeffizienten $\binom{2}{2}$, $\binom{3}{2}$, $\binom{4}{2}$, ... $\binom{n}{2}$. Die Summation dieser Elementarwege gibt die gesamte horizontale, östliche Komponente des Weges vom frei fallenden Körper. Es wird:

$$s = R\omega\Delta t n - c\omega\Delta t^2 \left[\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \dots + \binom{n}{2} \right]$$

und da $n\Delta t = t$ und nach Gleichung (4)

$$\sum_{n=2}^n \binom{n}{2} = \binom{n+1}{3}$$

und endlich $c = \frac{gt}{n}$, wo g die bekannte Beschleunigung der Schwere ist ($9,81 \text{ m/sec}^2$), so wird:

$$s = R\omega t - \omega g t^3 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\binom{n+1}{3} : n^3 \right].$$

Für den Grenzwert aber erhält man:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\binom{n+1}{3} : n^3 \right] &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{(n+1)n(n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} : n^3 \right] \\ &= \frac{1}{6} \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{n^2 - 1}{n^2} \right] = \frac{1}{6} \lim_{n \rightarrow \infty} \left[1 - \frac{1}{n^2} \right] = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Daher ist der östliche Weg des frei fallenden Körpers in Bezug auf die Lotrichtung der Ausgangsstelle

$$s = R\omega t - \frac{1}{6} \omega g t^3.$$

Zur Berechnung der östlichen Abweichung vom jeweiligen Lot ist davon noch abzuziehen der Weg des Fußpunktes der Ausgangsstelle. Er ist $r\omega t$. Ersetzt man nun wieder R durch $r + h$, so erhält man für die östliche Abweichung vom Lot:

$$x = (r + h) \omega t - \frac{1}{6} g \omega t^3 - r \omega t = h \omega t - \frac{1}{6} g \omega t^3.$$

Nach den Fallgesetzen kann man die Fallhöhe h noch ersetzen durch $h = \frac{1}{2} g t^2$, so daß

$$x = \frac{1}{2} g \omega t^3 - \frac{1}{6} g \omega t^3 = \frac{1}{3} \omega g t^3. \quad (6)$$

Diese Formel gibt die östliche Abweichung, wenn der Körper über dem Äquator fällt. Liegt der Ausgangspunkt des Körpers in der Breite φ , so ist $R = r + h$ zu ersetzen durch $(r + h) \cos \varphi$ (Fig. 2). Während ferner für eine Ausgangsstelle über dem Erdäquator die Schwerewirkung c auch in der Ebene des Äquators liegt, bildet c für einen Ausgangspunkt in der Breite φ mit der Ebene des zu diesem Punkt gehörenden Parallelkreises den Winkel φ (Fig. 2) und die Komponente von c , die in den Radius dieses Parallelkreises fällt, und die in den aufeinanderfolgenden Zeitelementen die östlichen Elementarwege immer mehr vermindert, ist $c \cos \varphi$.

Es ist also in den vorhergehenden Gleichungen R zu ersetzen durch $R \cos \varphi$ und c durch $c \cos \varphi$. Macht man das, so ergibt sich für die östliche Abweichung des frei fallenden Körpers der behauptete und von Gauß und Laplace herführende Wert

$$\boxed{x = \frac{1}{3} g \omega t^3 \cos \varphi} \quad (7)$$

Bei der Besprechung der östlichen Abweichung haben wir keine Rücksicht genommen auf den Einfluß des Luftwiderstandes und den Einfluß der Abweichung der Gestalt der Erde von der Kugel. Auch wurden bei der Rechnung die höheren Potenzen der kleinen Winkelgeschwindigkeit ω (vgl. S. 15) vernachlässigt, indem wir $\sin \omega \Delta t$, $\sin 2\omega \Delta t \dots$ ersetzten durch $\omega \Delta t$, $2\omega \Delta t \dots$. Wegen des kleinen Faktors ω konnte auch die Veränderlichkeit der Schwerebeschleunigung g mit der Erhebung über der Erde unberücksichtigt bleiben.

Die theoretischen Untersuchungen über den Einfluß des Luftwiderstandes und der Abplattung der Erde sind schwierig und es haftet ihnen, wenigstens was den Luftwiderstand anbetrifft, immer etwas willkürliches an. Die Erfahrung lehrt glücklicherweise, daß ihre Berücksichtigung bei den praktischen Versuchen zum Nachweis der Erdrotation nicht nötig ist, denn ihr Einfluß ist kleiner als andere störende Einflüsse, die sich bei den Versuchen geltend machen und auf die wir gleich zu sprechen kommen.

Die strenge Theorie der relativen Fallbewegung auf der rotierenden Erde zeigt, daß der fallende Körper auch nach Süden vom Lot abweicht.¹⁾ (Das gilt auch, wenn man die Erde als Kugel und keine Rücksicht auf den Luftwiderstand nimmt.) Diese südliche Abweichung ist aber so klein, das sie praktisch kaum wird nachgewiesen werden können. Jedenfalls kann es sich nicht darum handeln, sie als mechanischen Nachweis für die Erdrotation in Betracht zu ziehen. Für die größte bis jetzt angewandte Fallhöhe von 158,5 m beträgt ihr Wert nur 0,004 mm. (Über ihre Bedeutung für die Bewertung der Versuchsergebnisse vgl. S. 29).

1) Vgl. Denizot, Das Foucaultsche Pendel und die Theorie der relativen Bewegung, Leipzig und Berlin 1913.

6. ZUSAMMENSTELLUNG DER ERGEBNISSE VON FALL-VERSUCHEN.

Die folgende kleine Tabelle gibt die nötigen Daten und die Ergebnisse der wissenschaftliches Interesse verdienenden Fallversuche.

Beobachter und Zeit	Ort (geogr. Br.)	Zahl der Ver- suche	Fall- höhe m	Östl. Abweichung in mm	
				be- obachtet	be- rechnet
Guglielmini 1791/2	Bologna $\varphi = 40^{\circ}30'$	16	78.3	19 ± 2.5 wahrscheinl. Fehler.	11.3
Benzenberg 1802	Hamburg $\varphi = 53^{\circ}33'$	31	76.34	9.0 ± 3.6	8.7
Benzenberg 1804	Schlebusch $\varphi = 51^{\circ}25'$	29	85.1	11.5 ± 2.9	10.4
Reich 1831	Freiberg i. S. $\varphi = 50^{\circ}53'.1$	106	158.5	28.3 ± 4	27.4
Hall 1902	Cambridge (Mass.) $\varphi = 42^{\circ}22'.8$	948	23	1.5 ± 0.05	1.77
Flammarion	Paris $\varphi = 48^{\circ}50'.8$	144	68	6.3	8.1

Einige historische Bemerkungen mögen die Zahlen der Tabelle ergänzen und zeigen, wie heikel die Versuche sind und welche Schwierigkeiten zu beseitigen waren.

Im Jahre 1679 machte Newton die Royal Society (eine der ältesten wissenschaftlichen Gesellschaften) auf die östliche Abweichung der frei fallenden Körper aufmerksam und auch auf die Möglichkeit, daraus die Erdrotation nachzuweisen. Die Gesellschaft beauftragte ihren berühmten Experimentator Rob. Hook, solche Versuche anzustellen. Da aber dabei nur eine Fallhöhe von 27 Fuß verwendet wurde, so konnten diese Versuche keinen Erfolg haben, denn unsere Formel gibt für diese Fallhöhe eine Abweichung von weniger als $\frac{1}{2}$ mm. Dieser Mißerfolg hat wohl bewirkt, daß lange keine weiteren Versuche unternommen wurden und erst Guglielmini nahm sie 1791/2 wieder auf, zuerst bei geringer Fallhöhe im Observatorium und dann mit einer Fallhöhe von 241 Fuß = 78.3 m

im Turm Asinelli in Bologna. Er hing 16 mal eine Metallkugel an einem Faden auf, der in den Backen einer Zange festgehalten wurde. Ein leichter Druck auf einen Hebel öffnete die Zange und brachte den Körper zum Fallen. Um die Auftreffstellen genau zu kennen, bediente er sich eines mit Wachs überzogenen Brettes. Der Schwerpunkt der 16 Auffallpunkte gab ihm den relativ wahrscheinlichsten Auftreffpunkt. Durch Messung seiner Entfernung vom Lotpunkt der Ausgangsstelle erhielt er nach Größe und Richtung den Wert der Ablenkung vom Lot.

Es sind zwei Punkte, die den Wert der Versuche von Guglielmini als mechanische Nachweise der Erdrotation heruntersetzen. Erstens hat Guglielmini leider erst sechs Monate nach den Beobachtungen den Lotpunkt bestimmt. Nachprüfungen zeigten aber, daß der Versuchsturm sehr wenig stabil ist, so daß leider fast sicher der Lotpunkt der Ausgangsstelle zur Zeit der Versuche ein anderer war, als zur Zeit seiner Bestimmung. Beobachtungen über die Bewegungen der Eiffelturmspitze, die in den letzten Jahren angestellt worden sind, bestätigen die Veränderlichkeit der Lotlinie von hohen Türmen. Die Eiffelturmspitze zeigt nämlich eine tägliche Bewegung, die durch die Sonnenwärme verursacht wird und je nach den atmosphärischen Bedingungen zwischen 3 cm und 17 cm schwankt. Guglielmini hat nun allerdings seine Versuche in der Nacht angestellt. Aber gerade die Beobachtungen am Eiffelturm zeigen auch mit den Jahreszeiten wechselnde Änderungen der Lage des Turmes. Guglielmini machte die Fallversuche im Sommer und bestimmte die Lotlinie im Winter. Man darf wohl kaum voraussetzen, daß der Turm zu beiden Jahreszeiten dieselbe Lage hatte gegenüber dem Lot der Ausgangsstelle.

Ein zweiter, auch von den Nachfolgern schwer zu überwindender Punkt betrifft die Aufhängevorrichtung der Kugeln. Die kleinste seitliche Wirkung beim Öffnen der Zange behält ihre Einwirkung während der Fallzeit bei und kann die Hapterscheinung der östlichen Abweichung vollständig verdecken.

Der Hauptwert der Versuche von Guglielmini liegt aus diesen Gründen weniger in ihren Ergebnissen als in der Tatsache, daß er die praktische Möglichkeit des Nachweises der

Erdrotation durch Fallversuche zeigte und die Umstände, auf die besonders zu achten ist, aufdeckte.

Benzenberg, der zehn Jahre später die Versuche wiederholte, zuerst im Michaelisturme in Hamburg und dann in einem Kohlenschacht zu Schlebusch, konnte die Erfahrungen Guglielminis benutzen. Er schreibt selbst: „Die Mittel, die Guglielmini anwandte um seinen Versuchen diesen großen Grad der Genauigkeit zu geben, sind für mich sehr lehrreich gewesen und werden es gewiß für jedermann sein, der die Versuche anstellt.“

Benzenberg achtete auch auf genaue Bestimmung des Lotpunktes, indem er ihn zweimal, einmal vor und dann wieder nach jeder Beobachtungsreihe feststellte. Den Einfluß der seitlichen Störungen, die von der Aufhängevorrichtung und von der Art der Loslösung der Kugeln herrühren konnten, suchte er dadurch einigermaßen aufzuheben, daß er nach jeder Beobachtungsreihe die Aufhängevorrichtung um 180° drehte. Die Versuche in Schlebusch hatten besonders den Vorteil, daß der Lotpunkt im Kohlenschacht stabiler war als im Holzturm in Hamburg. Fig. 4 und 5 zeigen die graphische Darstellung der Versuchsergebnisse. Die Kreuzpunkte geben die Auftreffstellen der einzelnen Kugeln; der Kreispunkt ihren Schwerpunkt. Die Darstellung zeigt, daß die Abweichungen zwischen den einzelnen Auftreffstellen ziemlich groß sind; auch einige rechte „outsider“ sind da; aber sicher nachgewiesen ist die Tendenz der östlichen Abweichung vom Lotpunkt, der in der Darstellung im Anfangspunkt der Koordinaten ist. Auch stimmt die östliche Entfernung des Schwerpunktes aller Auftreffpunkte mit dem nach der Theorie zu erwartenden Werte gut überein.

Die Versuche Benzenbergs hatten außerdem noch den großen Erfolg, Gauß und Laplace für die Sache zu interessieren, durch die dann die Theorie der Lotabweichung so wesentlich gefördert wurde, daß die Frage nach mechanischen Nachweisen der Erddrehung neuen Reiz erhielt.

Nach Benzenberg stellte Reich im Sommer 1831 wieder Versuche an im Dreibrüderschacht zu Freiberg. Er konnte über eine Fallhöhe von 158.5 m verfügen, doppelt soviel wie diejenigen in Hamburg und Bologna. Er brachte bei einem Teil der Versuche mit Vorteil eine neue Art der Befestigung

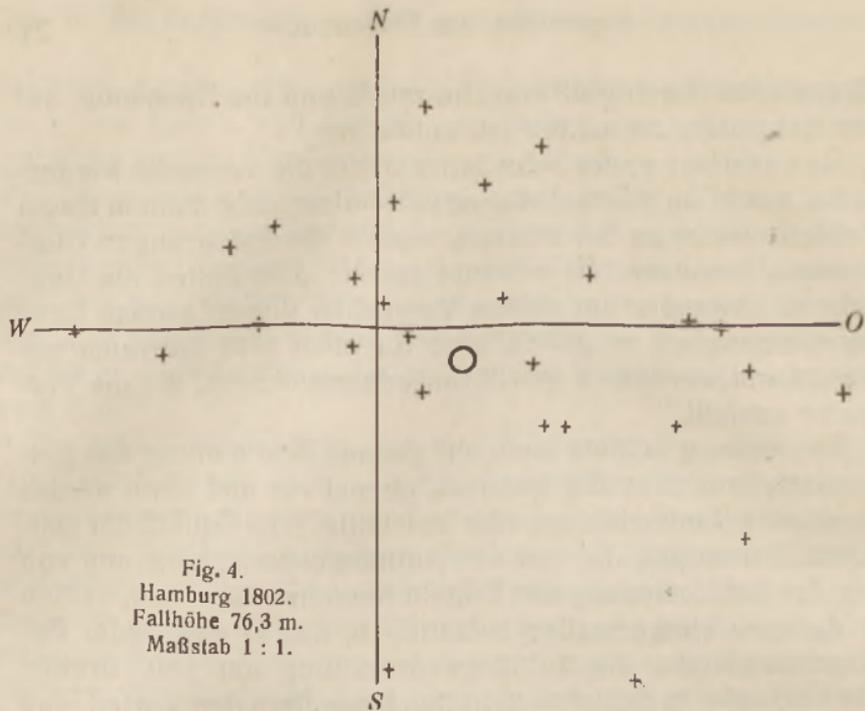


Fig. 4.
Hamburg 1802.
Fallhöhe 76,3 m.
Maßstab 1 : 1.

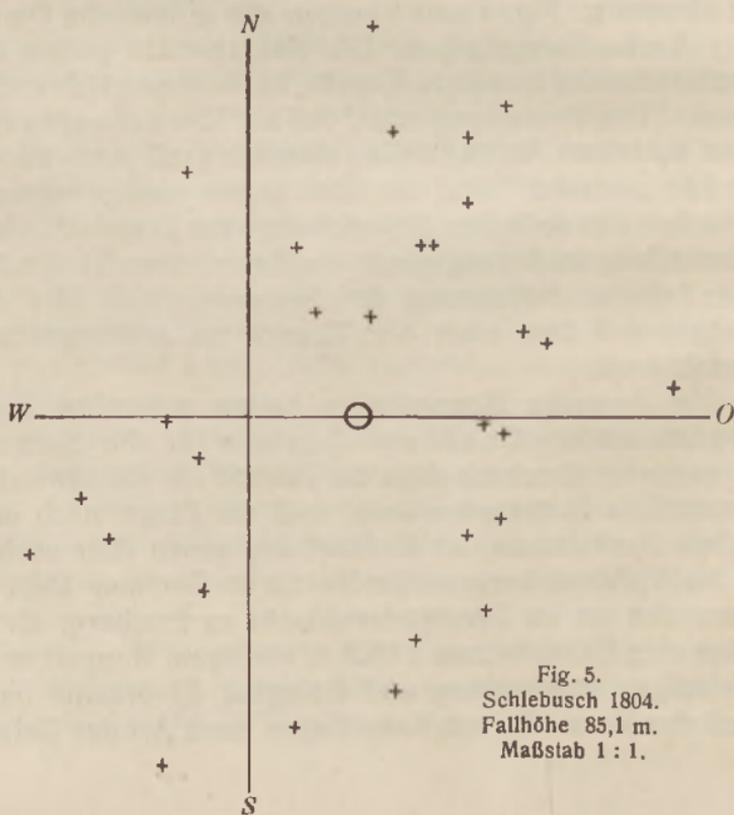


Fig. 5.
Schlebusch 1804.
Fallhöhe 85,1 m.
Maßstab 1 : 1.

und Einleitung des freien Falles der Kugeln zur Anwendung. Nachdem die Bleikugeln in kochendem Wasser erwärmt und dann getrocknet worden waren, wurden sie auf einen Metallring gesetzt. Ihre Abkühlung und damit verbundene Volumenverminderung bewirkte, daß sie durch den Ring fielen.

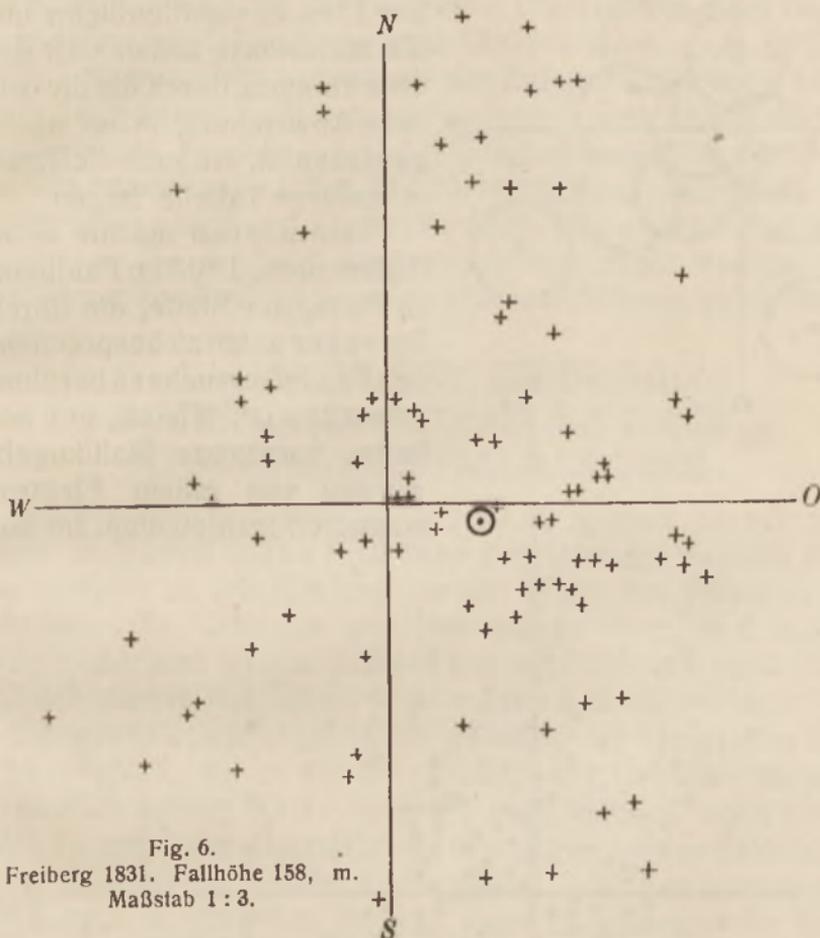


Fig. 6.
Freiberg 1831. Fallhöhe 158, m.
Maßstab 1 : 3.

Fig. 6 zeigt die graphische Darstellung der Versuchsergebnisse. Die östliche Abweichung scheint darnach, wenigstens qualitativ, sicher nachgewiesen. Starke Abweichungen infolge zufälliger Störungen sind aber auch hier noch zu erkennen. Bemerkenswert ist, daß der Schwerpunkt aller Auftreffpunkte fast genau nach Osten liegt und seine Entfernung mit dem berechneten Wert innerhalb der Fehlergrenzen gut übereinstimmt (vgl. die Tabelle S. 19).

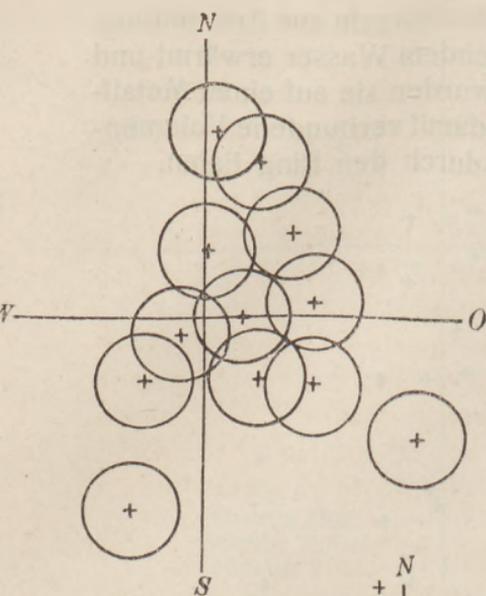


Fig. 7.

Hall zog für seine Versuche die Vorteile des modernen Laboratoriums den großen Fallhöhen vor und experimentierte in Cambridge mit Fallhöhen von nur 23 m. Er veröffentlichte nur die Mittelwerte seiner 948 Beobachtungen, durch die die östliche Abweichung sicher nachgewiesen ist, wie auch die Daten in unserer Tabelle zeigen.

Flammarion machte seine Fallversuche 1903 im Panthéon zu Paris, der Stätte, die durch die weiter unten zu besprechenden Pendelversuche so berühmt geworden ist. Kleine, gut polierte, homogene Stahlkugeln wurden von einem Elektromagneten festgehalten. Im Au-

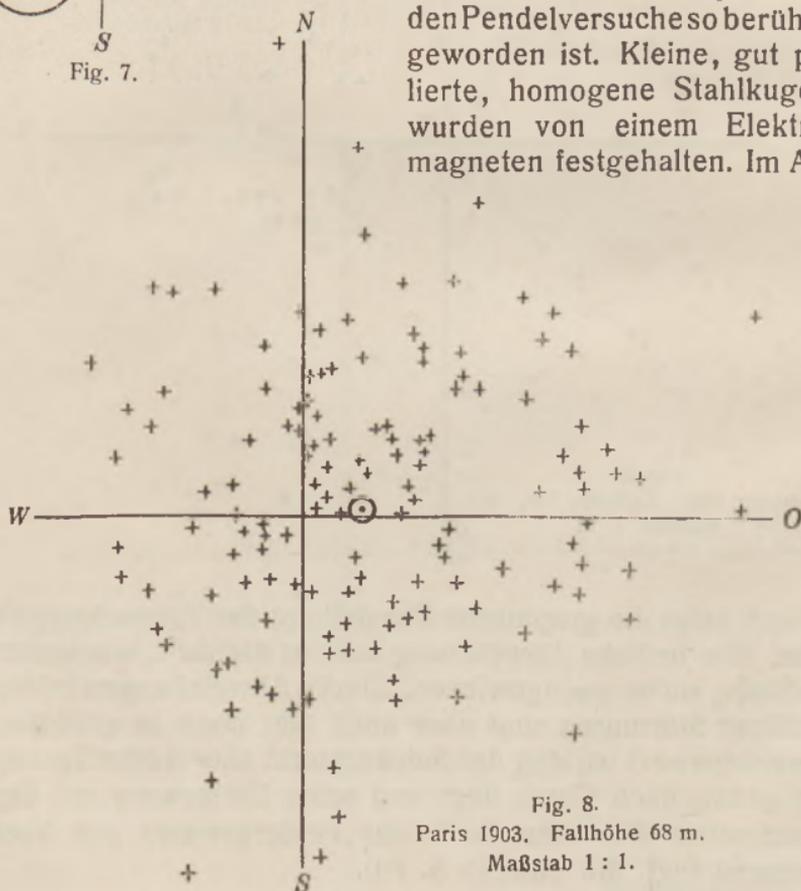


Fig. 8.

Paris 1903. Fallhöhe 68 m.

Maßstab 1 : 1.

genblick, wo der Strom ausgeschaltet wurde, fielen die Kugeln. Sie wurden auf einer Bleiplatte von $2\frac{1}{2}$ mm Dicke mit Stahlunterlage aufgefangen und auf dieser Platte waren der Lotpunkt und die N-S- und O-W-Richtungen bezeichnet. Fig. 7 zeigt in natürlicher Größe eine Zeichnung der Eindrücke der 12 Kugeln einer Serie auf der Platte. Die Tendenz nach Osten aufzufallen ist deutlich erkennbar. Die Gruppierung um die Ost-Westlinie entspricht dem Gesetz des Zufalls. Unter den 12 Kugeln weichen gleich viele nach Norden wie nach Süden ab. Die Gruppierung aber um die Süd-Nordachse kann nicht mehr als zufällig bezeichnet werden. Die Abweichungen nach Osten dominieren der Zahl und der Größe nach. Das gleiche darf vom Diagramm Fig. 8 gesagt werden, das in wahren Maßstab die Auffallpunkte aller 144 Kugeln mit ihrem Schwerpunkt S darstellt.

IV. NACHWEIS DER ERDDREHUNG DURCH FALLVERSUCHE MIT EINER ATWOODSCHEN FALLMASCHINE

Guglielmini, Benzenberg und Reich gingen darauf aus, durch möglichst große Fallhöhen beträchtliche östliche Abweichungen zu erhalten und so den Effekt der Versuche zu erhöhen. Die Versuche von Hall zeigen aber, daß dieser Weg zweifelhaft ist und daß mit kleinen Fallhöhen unter Umständen ebensoviel, wenn nicht mehr zu erreichen ist.

Die großen Fallhöhen haben den Nachteil der großen Geschwindigkeit, durch die der Einfluß des Luftwiderstandes wesentlich erhöht wird. Auch die ganz kleinen, wohl kaum ganz zu vermeidenden seitlichen Störungen bei der Einleitung der Fallbewegung kommen bei großen Fallhöhen stärker zur Wirkung. Es wäre von Vorteil, wenn es gelänge, die Fallbewegung künstlich langsamer zu machen, ohne daß dadurch neue störende Faktoren auftreten.

Darauf hat schon Benzenberg hingewiesen. Er erwähnt sogar die einfache sinnreiche Vorrichtung, die Atwood kurz vorher erfunden hatte, um die Fallgesetze dadurch experimentell nachweisbar zu machen, daß er die Fallbewegung künstlich verlangsamt.

Der fallende Körper mit der Masse m_1 fällt nicht frei, sondern an einem Faden, der um eine feste Rolle läuft (Fig. 9),

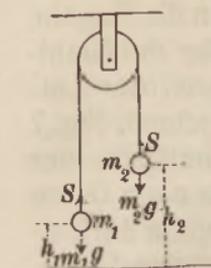


Fig. 9.

und der auf der anderen Seite ein Gegengewicht der Masse m_2 trägt. Wenn $m_1 = m_2$ ist, herrscht Gleichgewicht; wenn dagegen m_1 etwas größer ist als m_2 , so fällt m_1 je nach der Größe des Übergewichts, mit größerer oder kleinerer Beschleunigung. Die beschleunigende Kraft dieser unfreien Bewegung ist die Resultierende aus der Schwere und der durch die spezielle Art der Unfreiheit der Bewegung bestimmten Fadenspannung S .

Wenn p die Beschleunigung des fallenden Körpers und g die Beschleunigung der Schwere ist, so wird, da Kraft = Masse \times Beschleunigung ist und wenn die Beschleunigungen und Kräfte, die die Höhe vermindern, negativ gezählt werden:

$$- m_1 p = - m_1 g + S,$$

$$+ m_2 p = - m_2 g + S,$$

woraus durch Subtraktion p bestimmt werden kann, nämlich

$$p = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g. \quad (8)$$

Die Beschleunigung bei dieser unfreien Fallbewegung hängt also ab vom Verhältnis des Übergewichtes $m_1 - m_2$ zur gesamten bewegten Masse $m_1 + m_2$.

Merkwürdigerweise ist weder Benzenberg noch einer seiner Nachfolger auf den Gedanken gekommen, diese Idee von Atwood auch für den Nachweis der östlichen Abweichung nutzbar zu machen. Erst Hagen in Rom, der Direktor der vatikanischen Sternwarte, führte 1912 solche Versuche wie mir scheint mit großem Erfolge aus.¹⁾

Die verwendete Fallhöhe ist nur 23 m. Die Ablenkung des Fadens wird erwiesen und gemessen mit Hilfe eines kleinen Fernrohrs, das in seiner Brennebene eine Glasskala trägt. Das leichtere Gegengewicht m_2 wird bei den Versuchen von Hagen vor Einleitung der Bewegung unten am Boden durch einen verbrennbaren Faden festgehalten. Die Abbrennung geschieht vom Beobachter am Fernrohr aus durch Schließen eines elek-

1) J. G. Hagen S. J.: La rotation de la terre, ses preuves mécaniques anciennes et nouvelles; second Appendice. Rome 1912. (Publikation der vatikanischen Sternwarte.) Siehe auch: Verhandlungen der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte. 83. Vers. zu Münster. 2. Teil 1. Hälfte. S. 37ff. Leipzig 1913.

trischen Stromes. Wichtig ist, daß das freihängende Fallgewicht m_1 vor der Einleitung der Fallbewegung keine schwingende Bewegung annimmt. Deswegen müssen alle Vorsichtsmaßregeln getroffen werden, um störende Luftströmungen vom Apparat abzuhalten. Weiter ist eine Vorrichtung nötig („amortisseur“ nennt sie Hagen), die das Gegengewicht m_2 langsam und ohne Stoß aufhält, wenn es oben ankommt.

Die Ablenkung aus dem Lot durch die Erdrotation bewirkt, daß nach dem Fall, d. h. wenn das Gegengewicht oben angekommen ist, durch das abgelenkte Fallgewicht eine Pendelbewegung eingeleitet wird. Die erste Ausweichung des Pendels muß dabei nach Osten geschehen und die Feststellung dieser Tatsache ist schon ein einfacher und sicherer Nachweis des Einflusses der Erdrotation auf fallende Körper. Die Pendelschwingungen aber, die nach dem Fall des Körpers einsetzen, gestatten eine einfache und äußerst genaue Bestimmung der Lotrichtung der Ausgangsstelle für jeden einzelnen Versuch. Sie ist nämlich gegeben durch das Mittel der östlichen und westlichen Ausweichungen des Bildes vom schwingenden Faden auf der Skala im Fernrohr. In der Möglichkeit der genauen Lotbestimmung bei jedem einzelnen Versuche liegt ein Hauptvorteil dieser neuen und feinen Fallversuche zum Nachweis der Erdrotation.

Natürlich gibt man sich auch hier nicht zufrieden mit der einfachen, qualitativen Beobachtung der östlichen Abweichung, sondern man wird versuchen, diese Abweichung genau zu messen, das Resultat mit dem nach der Theorie zu erwartenden Werte zu vergleichen und so die Beweiskraft des ganzen Versuches zu erhöhen. Die erste Idee wäre, daß die östliche Abweichung vom Lot einfach gegeben sei durch die halbe Schwingung bei der nach dem Fall einsetzenden Pendelbewegung. Theorie und Erfahrung zeigen, daß das für genauere Messungen nicht erlaubt ist. (Der Grund ist der, daß der Fallkörper beim Pendeln kleine Ellipsen beschreibt, deren Achsen sich in einer horizontalen Ebene drehen.) Für die Bestimmung der Lotrichtung ist diese kleine Störung glücklicherweise nicht von Einfluß, und zur Messung der östlichen Abweichung ist es möglich, den Faden als feine, schwarze Linie auf der Skala schon zu sehen und seine Lage einzuschätzen, bevor das Gegengewicht aufgehalten wird. Die Beobachtung geht darum etwa so vor sich:

Man stellt das Fernrohr so ein, daß eine Meridianmarke (Mire), die im Süden des sich bewegenden Fadens aufgestellt ist, in der Mitte des Gesichtsfeldes vom Fernrohr erscheint. Man schließt den Strom und nach einigen Sekunden erscheint der Faden auf der Skala. Man notiert möglichst genau seine Stellung und nach etwa einer halben Minute wird der Faden genügend ruhig, um die Lesung der östlichen und westlichen Pendelabweichung möglich zu machen. Solche Lesungen macht man nacheinander vier bis fünf und ihr Mittel bestimmt die Lotrichtung.

Auf diese Art wird die östliche Abweichung gemessen. Wie sie rechnerisch gefunden wird, kann hier nicht erläutert werden. Hagen gibt dafür die Formel:

$$x = \frac{p_0^2}{2 p_0 + g} \omega t^3 \cos \varphi \quad (9)$$

wo p_0 die „konstante äquivalente Beschleunigung“ ist, wie sie Hagen nennt und die experimentell bestimmt werden muß aus

$$h = \frac{1}{2} p_0 t^2.$$

Die Fallhöhe h und die Fallzeit t können leicht angegeben werden, letztere z.B. einfach mit einer Stoppuhr mit Sekundenzeigerarretierung. Im Zeitpunkt, wo der Strom geschlossen wird, drückt der Beobachter auf den Knopf der Uhr und im Augenblick, wo er den Faden auf der Skala sieht, arretiert er wieder den Sekundenzeiger.

Für $p_0 = g$ geht diese Formel (9) in die alte, in Gleichung (7) gegebene, für den freien Fall gültige östliche Abweichung über.

Es geht nicht etwa an, den Ausdruck für die östliche Abweichung beim freien Fall dadurch in diejenige bei der Atwoodschen Fallmaschine überzuführen, daß man dort einfach die freie Beschleunigung g ersetzt durch die Beschleunigung

$$\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$$

dieser verlangsamten Bewegung. Das Schicksal des auf der Atwoodschen Fallmaschine fallenden Körpers wird bestimmt durch die Größe, der durch das Übergewicht hervorgerufenen, lotrecht wirkenden Beschleunigung, dann durch die Fadenspannung S (vgl. S. 26) und durch die horizontale, östliche, tangentielle Geschwindigkeit, die der Fallkörper durch die

Erdrotation besitzt. Zu Beginn eines ersten Zeiteilchens wirken Fallbeschleunigung und Fadenspannung in der Richtung des Lotes der Ausgangsstelle und senkrecht dazu wirkt die tangentielle Geschwindigkeit. Dann aber geben Fadenspannung und Schwere gewisse Komponenten auf die östlichen Wege, die die Ablenkung verändern. Die Fadenspannung hat eine östliche Komponente, einmal wegen der Änderung der ursprünglichen Lotrichtung und dann weil die östliche Ablenkung des fallenden Körpers selber den Faden aus der Vertikalen bringt.

Die Versuche von Hagen zeigen von vornherein etwas wichtiges, bei Fallversuchen noch nie dagewesenes. Unter den 66 Versuchen ist keine einzige westliche Abweichung vorhanden. Der Mittelwert der beobachteten östlichen Abweichung und sein wahrscheinlicher Fehler ist:

$$X = 0.889 \pm 0.027 \text{ mm.}$$

Der berechnete Wert ist 0.899, also gute Übereinstimmung. Für die Versuche von Hall mit freien Fallhöhen von derselben Größe war:

$$y = 1.50 \pm 0.05 \text{ mm Beobachtung;}$$

$$y = 1.77 \quad \text{Rechnung.}$$

also ein beträchtlich größerer Unterschied von Beobachtung und Rechnung und auch ein größerer wahrscheinlicher Fehler.

Diese große Genauigkeit der Fallversuche mit der Atwoodschen Fallmaschine hat wohl ihren Hauptgrund in der Möglichkeit der genauen Lotbestimmung für jeden einzelnen Versuch und in der Anwendung von Meßskala und Fernrohr.

Hagen beobachtete auch die südliche Abweichung und fand $+ 0.010 \pm 0.027 \text{ mm}$. Der theoretische Wert ist 0.000 mm (d. h. kleiner als 0.0005 mm). Also besteht auch hier vollkommene Übereinstimmung von Theorie und Beobachtung innerhalb der Fehlergrenzen. Alle früheren Versuche gaben viel zu große südliche Abweichungen. (Vgl. die graphischen Darstellungen.)

Die Fallversuche mit der Atwoodschen Fallmaschine dürfen also nicht nur als qualitative, sondern auch als quantitative Nachweise der Erdrotation gelten. Es dürfte nicht unmöglich sein, den Versuch als Demonstrationversuch zum Nachweis der östlichen Abweichung auszubauen!

V. DIE ERDDREHUNG SICHTBAR GEMACHT AM SCHWINGENDEN PENDEL. (FOUCAULTS PENDELVERSUCH)

Wir haben im zweiten Abschnitt besprochen, wie man die Änderung der Bewegungsrichtung eines Zuges im dunkeln Kehrtunnel sichtbar machen kann.

Auf dem gleichen Grundgedanken beruht der Nachweis der Erdrotation durch Beobachtung und Messung der scheinbaren allmählichen Abweichung der Schwingungsrichtung eines Pendels von der im Versuchsraum irgendwie bezeichneten anfänglichen Schwingungsrichtung. Der französische Physiker Foucault hat 1851 zuerst darauf hingewiesen und die Versuche auch auf der Sternwarte und im Panthéon in Paris mit großem Erfolg ausgeführt.

Wir wollen erklären, wie bei einem auf der rotierenden Erde schwingenden Pendel solch eine Abweichung eintreten muß, und wie groß sie für eine bestimmte Zeit ist.

Zuerst ein Wort über das Pendel selber. So heißt bekanntlich ein Körper, der um eine horizontale, nicht durch den Schwerpunkt des Körpers gehende Achse drehbar ist. Bringt man den Pendelkörper aus der Gleichgewichtslage heraus und läßt ihn sorgfältig, ohne irgend welchen seitlichen Stoß wieder frei, so daß nur die Schwere als äußere Kraft auf ihn wirkt, so trachtet der Körper auf dem kürzesten Weg die Ruhelage wieder zu erreichen, geht aber zufolge der erreichten Bewegungsenergie über sie hinaus und sein Schwerpunkt schwingt in einer Ebene hin und her. Die Schwingungsebene eines Pendels für einen bestimmten Ort ist dann die Ebene, die bestimmt ist durch die Vertikale des Ortes und den Schwerpunkt des aus der Gleichgewichtslage gebrachten Pendelkörpers. Selbsttätig, ohne daß neue Kräfte auf das Pendel wirken, wird dieses seine Schwingungsebene nicht ändern. (Vorausgesetzt ist vorläufig, daß der Versuchsraum keine Bewegung ausführt oder wenigstens keine Bewegung, die die Richtung der Vertikalen ändert!)

Denken wir uns zuerst ein Pendel über einem Pol der Erde. Zur Festlegung der Lage der ursprünglichen Schwingungsebene, denken wir uns weiter einen mit der Erde fest verbundenen Rahmen A_0B_0P , in dessen Ebene das Pendel seine Schwingun-

gen beginnt. (Fig. 10.) Am Pol fällt die Vertikale mit der Rotationsachse der Erde zusammen. Da hier die Vertikale ihre Lage gar nicht ändert, gilt dies auch von der Schwingungsebene des Pendels. Die Rahmenebene dreht sich dagegen in einem Sterntag um 360° um die Vertikale. Für einen Punkt am Pol, der diese Drehung mitmacht, scheint sich dann die Schwingungsebene stündlich um 15° in der Richtung entgegengesetzt der Erdrotation aus der Rahmenebene herauszudrehen. Der Rahmen, von dem hier und weiterhin die Rede ist, braucht dabei nur ein fingierter zu sein. Für den Versuch würde es genügen, die Spur seiner Ebene im Horizont als anfängliche Schwingungsrichtung zu bezeichnen. Da die Schwingungsebene am Pol ihre Lage bei der Rotation nicht ändert, gilt dies auch von der Sehne A_1B_1 des Schwingungsbogens, und diese Sehne scheint sich dann für den Beobachter am Pol von einer bestimmten Anfangsrichtung um 15° stündlich abzdrehen. (In Fig. 10 stellt ABP die Lage des Rahmens nach 4 Stunden dar.)

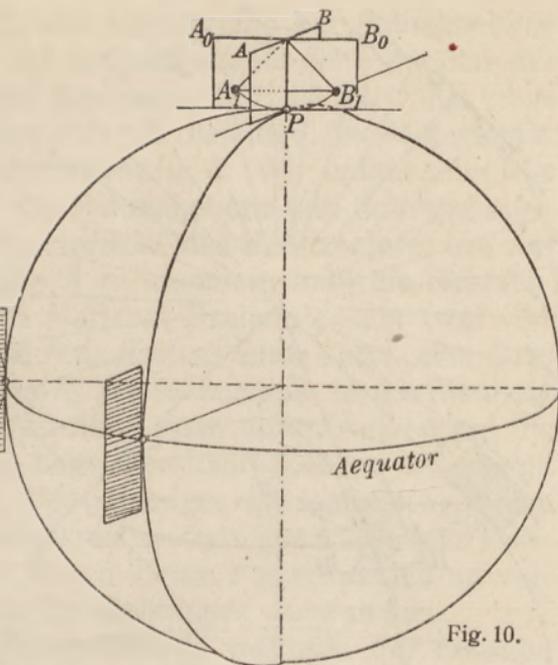


Fig. 10.

Denken wir uns dann ferner den Versuch am Äquator ausgeführt. (Fig. 10.) Der Rahmen werde in der N-S-Richtung d. h. in der Meridianebene aufgestellt und in dieser Ebene werde das Pendel in Schwingungen versetzt. Die Rahmenebene enthält die Rotationsachse der Erde. Die Vertikale beschreibt während der Rotation die Äquatorebene und hat dabei die Winkelgeschwindigkeit ω der Erdrotation. Die Forderung, das Lot zu enthalten, bewirkt also, daß die Schwingungsebene der Rahmenebene einfach folgt und keine Abweichung bei der stattfindet. Die Schwingungsebene ändert also ihre Lage

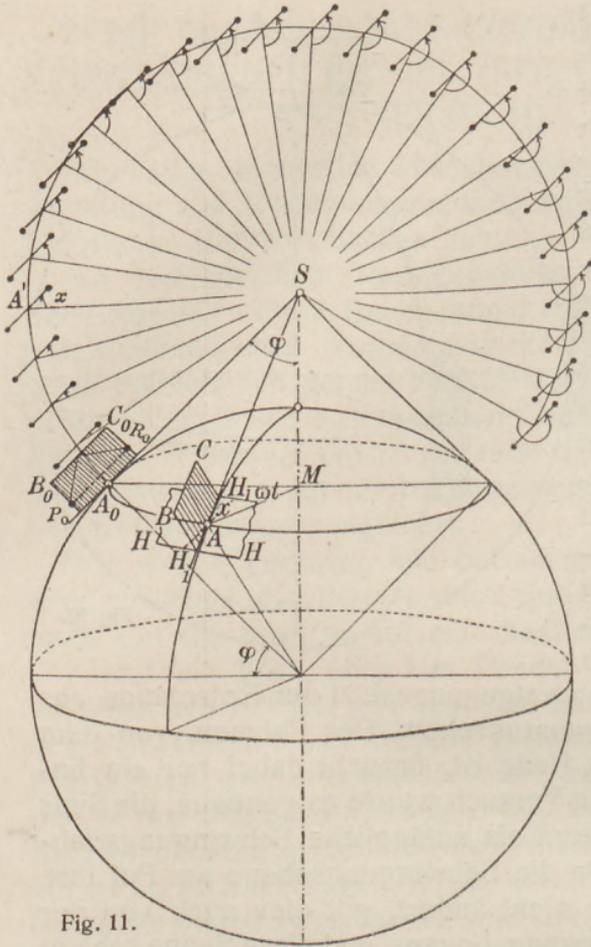


Fig. 11.

im absoluten Raum, aber sie ändert sie gleich wie die Rahmenebene. Schwingungsebene und Rahmenebene bleiben am Äquator relativ zu einander in Ruhe. Die Spur des Rahmens im Horizont ist die Nord-Südlinie, die Mittagslinie des Ortes. Sie beschreibt im Laufe eines Tages einen Zylinder und ändert ihre Richtung nicht.

Die Sehne des Schwingungsbogens bleibt immer parallel der Mittagslinie. Der Beobachter am Äquator wird keine Abweichungen beider Richtungen feststellen.

Untersuchen wir endlich die absoluten Bewegungen von Rahmenebene und Schwingungsebene für einen Ort in der Breite ϕ und leiten aus diesen absoluten Bewegungen die relative Änderung der Lage beider Ebenen gegeneinander ab. Die Rahmenebene, durch die wir die anfängliche, relative Lage der Schwingungsebene bezeichnen, sei wieder nach Nord-Süd gerichtet. Die Sehne des ersten, von der Erddrotation noch unbeeinflusst gedachten Schwingungsbogens habe also die Richtung der Mittagslinie des Beobachtungsortes. Diese beschreibt während der Rotation einen Rotationskegel, dessen halber Öffnungswinkel gleich ist der geographischen Breite ϕ (Fig. 11). Am Äquator, für $\phi = 0$, geht dieser Kegel in den oben erwähnten Zylinder über und an den Polen in eine Ebene.

In Fig. 11 sei $A_0B_0C_0$ die Anfangslage der Rahmenebene und P_0R_0 die Sehne des Schwingungsbogens parallel der Mittagslinie. Nach einer gewissen Zeit sei ABC die neue Lage der Rahmenebene und AS diejenige der Mittagslinie. HH markiere die Horizontebene in A . Wir untersuchen die Änderungen der Lage von Rahmenebene und Schwingungsebene in Bezug auf den Horizont des Beobachters. Um aus der Lage A_0 in die Lage A zu kommen, muß die Rahmenebene in Bezug auf den Horizont Drehungen um zwei verschiedene Achsen ausführen. Erstens muß durch eine Drehung um die Vertikale in A_0 die Mittagslinie in die Richtung AS gebracht werden und dann kann durch Neigen um die Nord-Südlinie die neue Lage der Rahmenebene hergestellt werden. Ich empfehle dem Anfänger auf einer Kugel sich die Pole und einen Parallelkreis zu markieren und dann Horizont und Rahmenebene durch kleine Papiermodelle an verschiedenen Punkten des Parallelkreises darzustellen.

Die Bewegung der Rahmenebene während der Rotation kann also relativ zum jeweiligen Horizont aufgefaßt werden als eine beständige Drehung um die Vertikale in die aufeinander folgenden Lagen der Mittagslinie und zweitens als ein beständiges Neigen gegen Osten um die jeweilige Mittagslinie. Die letzte Bewegung macht die Schwingungsebene mit, da sie der Drehung des Lotes infolge der Rotation entspricht. Die Drehung um die Vertikale dagegen macht die Schwingungsebene nicht mit, da dieses zur Erfüllung der Bedingung, das Lot zu enthalten, nicht nötig ist.

Die fortwährende Neigung nach Osten ist am Äquator am stärksten und an den Polen Null. Die Drehung des Rahmens um die Vertikale dagegen ist Null am Äquator und 15° stündlich an den Polen. Die erste Bewegung ist der Rahmenebene und der Schwingungsebene gemeinsam, die letztere macht nur die Rahmenebene. Für den Beobachter auf der Erde scheint die Rahmenebene fest, weil die anderen Gegenstände auf der Erde, z. B. die Wände des Versuchsraumes, die Bewegung der Rahmenebene mitmachen und der Rahmen relativ zur Erde in Ruhe ist. Der Beobachter wird also sehen, daß die Schwingungsebene sich um einen bestimmten, von der geographischen Breite des Ortes abhängigen Winkel nach rechts aus der Rahmenebene herausgedreht hat. H_1H_1 im

Horizont HH der Fig. 11 stellt für den Beobachter in A die Spur der Schwingungsebene im Horizont dar.

Die Schwingungsebene steht in allen Lagen senkrecht zum zugehörigen Horizont; ebenso die Rahmenebene, ihre Spuren im Horizont bilden also den Ablenkungswinkel x . Die Drehung der Rahmenebene um die Vertikale geht so vor sich, daß ihre Spuren im Horizont nacheinander in die aufeinander folgenden Lagen der Mittagslinie fallen. Die Spur der Schwingungsebene im Horizont ist unbeeinflusst von der Erddrehung und ist also absolut genommen immer gleich orientiert, da sich diese Ebene nicht um die Vertikale dreht. Der eine Schenkel von unserem Winkel x hat also immer die Richtung der Mittagslinie, wie sie dem Zeitpunkt des Beginns der Beobachtungen entspricht, der andere nimmt nacheinander die Richtungen der sich mit der Erde drehenden Mittagslinie an. Um den Ablenkungswinkel für eine bestimmte Zeit zu berechnen, kann man also einfach berechnen, um welchen Winkel die Mittagslinie sich gedreht hat. Diese beschreibt in einem Sterntag einen Kegel mit der Spitze S (Fig. 11) und dem halben Öffnungswinkel φ . Die Größe der Drehung der Mittagslinie finden wir durch die Abwicklung der Kegelfläche in eine Ebene. Dem Bogen A_0A (Fig. 11) des Parallelkreises entspricht bei der Rotation der Erde im Zentrum des Parallelkreises ein Winkel ωt . In der Abwicklung kommt der Bogen A_0A nach A_0A' und da beide Bogen A_0A und A_0A' gleich groß sind, müssen sich die zugehörigen Zentriwinkel umgekehrt wie die entsprechenden Radien verhalten, also:

$$\frac{x}{\omega t} = \frac{A_0M}{A_0S} = \sin \varphi,$$

woraus:

$$\boxed{x = \omega t \sin \varphi} \quad (10)$$

Die stündliche, scheinbare Abweichung der Schwingungsebene von der Rahmenebene beträgt also:

$$\boxed{x = 15^\circ \sin \varphi} \quad (10a)$$

In Fig. 11 ist die ganze Abwicklung des Rotationskegels gezeichnet und es sind für die 24 Stunden des Tages die

1) Zahlenbeispiele vgl. S. 37.

Richtungen der Mittagslinie und ihre allmähliche Abweichung von der Sehne des Schwingungsbogens angegeben. •

In den Lehrbüchern der Physik und der mathematischen Geographie wird die Formel (10) gewöhnlich hergeleitet unter der Annahme, daß die Schwingungsebene ihre Stellung nicht ändere und daß ihre räumliche Orientierung unbeeinflußt sei von irgendwelchen Bewegungen, die das Pendel als Ganzes ausführt. Diese Voraussetzung ist unrichtig und auch unnötig. Der springende Punkt ist der, daß die Schwingungsebene sich nicht um die Vertikale dreht. Nicht absolut, aber relativ zur Vertikalen bleibt die Schwingungsebene in gleicher Lage, und das hat Foucault schon betont; das hat ihn auch auf einen neuen Apparat, das Gyroskop, zum Nachweis der Erdrotation geführt (vgl. S. 43).

Wir haben angenommen, daß die ursprüngliche Schwingungsrichtung (die Rahmenebene) nach Nord-Süd orientiert sei. Diese Annahme ist eigentlich nicht nötig, denn die Erscheinung bleibt sich genau gleich für jede Orientierung der ursprünglichen Schwingungsrichtung, wie nun leicht zu überlegen ist (Vgl. auch Abschn. VIII).

Wir wollen aber noch einmal die Herleitung unserer Formel (10) unter die Lupe nehmen. Die ganze Betrachtung stützt sich auf den Begriff und das Verhalten der Schwingungsebene. Nun aber schwingt das Pendel auf der rotierenden Erde streng genommen gar nicht in einer Ebene, sondern in einer gekrümmten Fläche. In jedem Moment schlägt das Pendel eine Bewegung ein, der zufolge es auf dem kürzesten Wege die Ruhelage, die Lotrichtung erreichen würde, wenn die Erdrotation in diesem Moment aufhören würde. Aber in Wirklichkeit dreht sich die Erde und damit die Lotrichtung weiter, während das Pendel auch nur den kleinsten Teil einer Schwingung ausführt und deswegen wird für jede Phase einer Schwingung die Schwingungsebene wieder eine andere und man kann eigentlich nur von „momentanen Schwingungsebenen“ sprechen und eine solche wäre die Ebene, in der das Pendel seine Schwingung beenden würde, wenn die Erde von einem bestimmten Moment an aufhören würde sich zu drehen. Dort wo das Lot sich nicht dreht, also am Pol, oder wenn es sich in einer Ebene dreht, wie am Äquator, ist die Schwingungsfläche eine Ebene.

Für beliebige Orte ist sie, eine Bemerkung, die den etwas vorgeschrittenen Freund von mathematischen Dingen interessieren wird, die Enveloppe aller momentanen Schwingungsflächen, d. h. die Fläche, die von allen diesen vielen, unendlich benachbarten Ebenen umhüllt wird.

Für kleinere Schwingungsweiten darf aber diese Fläche als eben angesehen werden, und unsere Formel (10) gilt also nur für kleinere Schwingungsweiten.

Die scheinbare Abweichung der Schwingungsebene ist zu klein, als daß man sie schon nach einer einzigen oder wenigen Schwingungen beobachten könnte. Die einzelnen elementaren Abweichungen summieren sich aber und werden so dem Auge sichtbar und können gemessen werden. Dazu ist aber nötig, daß das Pendel längere Zeit, z. B. eine Stunde schwingt und doch darf andererseits die anfängliche Schwingungsweite nicht zu groß sein, wenn auch das Sinusgesetz (Gl. 10) erkannt und der mechanische Nachweis der Erdrotation quantitativ werden soll. Die Weite der Schwingungen wird allmählich vermindert wegen der Reibungswiderstände an der Aufhängevorrichtung und wegen des Luftwiderstandes. Der letztere wirkt um so stärker, je geringer die Masse und je größer die Geschwindigkeit des Pendelkörpers ist. Deshalb muß man einen spezifisch schweren Pendelkörper und einen langen Pendelfaden nehmen.

Foucault machte seine ersten Versuche mit kleinen Pendeln. Bei seinen berühmten Versuchen aber im Panthéon (1851), die er auf Wunsch von Louis Napoléon ausführte, hatte er ein Pendel von 67 m Länge; der Pendelkörper wog 28 kg; der Pendelfaden war ein Stahldraht von 1.4 mm Dicke. Um kleine, seitliche Stöße möglichst zu verhindern, brachte Foucault das Pendel bis zur Elongation, die er haben wollte und befestigte es in dieser Lage mit einem Faden an der Wand. Dabei war darauf zu achten, daß sich Pendelfaden und Anknüpfungsfaden in der gleichen vertikalen Ebene befanden. Durch Abbrennen des Fadens wurden dann die Schwingungen eingeleitet.

Um die scheinbare Abweichung nach Westen bequem sichtbar zu machen, kann man unten am Pendelkörper einen feinen, gefärbten Pinsel aufsetzen oder noch besser, man häuft längs eines Kreises, dessen Zentrum der Lotpunkt der

Aufhängestelle ist, Sand zu einem kleinen Walle und versteht die Pendelkugel oder Pendellinse mit einem feinen Stift. Bei jedem Hin- und Hergang zeichnet er in den Sandwall eine feine Linie ein. Um die Abweichung genau zu messen, sind besondere Vorrichtungen mit Gradskalen nötig.

Die Pendelversuche wurden bald nach den Versuchen in Paris in einer ganzen Reihe von Ländern wiederholt. Die nachfolgende kleine Tabelle gibt einige Beobachtungs- und Rechnungsergebnisse für verschiedene Breiten.

	geogr. Breite φ	stündliche berechnet	Abweichung beobachtet	$\frac{x'}{\sin \varphi}$
Nordpol	Grad 90.0	Grad 15.0	—	Grad —
Dublin	53.4	12.04	$x' = 11.90$	14.82
Köln	50.9	11.65	11.64	15.00
Genf	46.2	10.83	10.18	14.10
Rom	41.9	10.02	9.90	14.82
New-York	40.7	9.78	9.73	14.92
Colombo	6.9	1.81	1.87	15.57
Äquator	0.0	0.00	—	—
Rio de Janeiro	-22.9	5.84	5.17	13.29
Südpol	-90.0	15.00	—	—

Die Vergleichung der beobachteten und berechneten Werte gibt ein Urteil über den Wert dieser Versuche als quantitative, mechanische Nachweise der Erdrotation. Die letzte Kolonne enthält noch die aus den beobachteten Werten der Abweichung berechneten Werte für die stündliche Winkel-drehung der Erde. Die Beobachtungen in Dublin, Köln, Rom und New-York kommen dem theoretischen Wert von 15° recht nahe.

Im Laufe der Jahre ist die Theorie und die Praxis des Foucaultschen Pendelversuches wesentlich verfeinert worden. Ganz besonders ging man darauf aus, gewisse unvermeidliche Störungen, denen zufolge das Pendel nicht genau in einer Ebene schwingt, in Rechnung zu bringen und auch messend zu verfolgen und so den Versuchen den Charakter von eigentlichen Präzisionsmessungen zu geben. Man versuchte ferner, das sog. mathematische Pendel, mit dem als gewichtslos vorausgesetzten Faden, durch ein physisches Pendel zu ersetzen. Auch neue besondere Aufhängevorrichtungen wurden ange-

wandt. Alle diese theoretischen und praktischen Verbesserungen erreichten ihren Gipfelpunkt in den Arbeiten des holländischen Physikers Kamerlingh-Onnes aus den Jahren 1879 und 1880. Er fand für die stündliche Drehung der Erde um die Vertikale aus zwei Versuchsreihen $12^{\circ}.04$ und $11^{\circ}.99$ für den Horizont seines Beobachtungsortes (Groningen), während die Rechnung $12^{\circ}.03$ ergibt.

VI. NACHWEIS DER ERDDREHUNG AM KONISCHEN PENDEL

Wir haben auf S. 8 erläutert, wie wir auf Reisen durch den Gotthard die Änderung der Bewegungsrichtung des Eisenbahnwagens im dunkeln Kehrtunnel sichtbar machten. Gelegentlich sind wir aber auch schon anders vorgegangen.

Wir bezeichnen am Boden des Wagens wiederum eine Richtung R (Fig. 12), die durch den Lotpunkt L der Aufhänge-

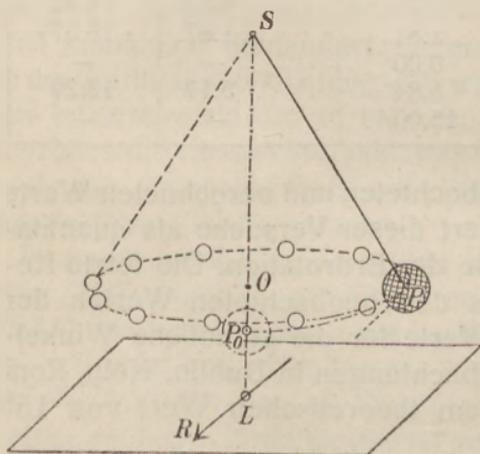


Fig. 12.

stelle S des Pendels geht. Dann heben wir das Pendel P_0 etwa bis P und geben ihm einen möglichst genau horizontalen Stoß senkrecht zur Verbindungslinie PO . Die Pendelkugel dreht sich dann in einem wagrechten Kreise und der Pendelfaden beschreibt eine Rotationskegelfläche. Das Pendel heißt deswegen ein konisches Pendel. In der Physik wird gezeigt,

daß für kleinere Ausweichungen die Umlaufszeit des konischen Pendels nur abhängt von der Pendellänge und sich nicht ändert. Wir beobachten nun die Umlaufszeit des Pendels in bezug auf die, auf dem Boden bezeichnete Richtung R . Wenn diese relative Umlaufszeit allmählich wächst, so ist das ein Zeichen dafür, daß die Richtung R und somit der Wagen sich im gleichen Sinn gedreht hat wie das Pendel, und umgekehrt, wenn die beobachteten, relativen Umlaufzeiten allmählich abnehmen.

Die Übertragung auf die Erde ist leicht. Als Anfangsrichtung, auf die wir die Umlaufszeit des Pendels beziehen, wählen wir wieder die Nord-Südrichtung des Beobachtungsortes. Die absolute Umlaufszeit des Pendels ist konstant, die relative wird zunehmen oder abnehmen, je nachdem die konische Bewegung des Pendels in gleicher oder entgegengesetzter Richtung vor sich geht wie die Drehung der Mittagslinie um die Vertikale infolge der Rotation der Erde. Die Versuche mit dem konischen Pendel haben also gegenüber dem Foucaultschen Pendel von vornherein den Vorteil, daß sie umkehrbar sind.

Die relative Geschwindigkeit des Pendels ist gleich seiner absoluten Winkelgeschwindigkeit plus oder minus der Winkelgeschwindigkeit der Drehung der Mittagslinie im Horizont des Beobachters. Das Zeichen plus ist zu nehmen, wenn die Drehung des Pendels von Osten nach Westen, d. h. in der Richtung entgegengesetzt der Erdrotation vor sich geht. Wenn der Sterntag T Sekunden zählt, so ist $\omega = \frac{2\pi}{T}$ die Winkelgeschwindigkeit der Erde und auch der Winkel, um den sich die Mittagslinie in einer Sekunde für einen Beobachter am Pol um die Vertikale dreht. Für einen Beobachter in der Breite φ dreht sich die Mittagslinie im Horizont in der Zeiteinheit um den Winkel $\omega \sin \varphi$, wie wir bei der Besprechung des Foucaultschen Pendels ausführlich erläutert haben. Wenn t die absolute Umlaufszeit des Pendels bedeutet, so ist $\frac{2\pi}{t}$ seine Winkelgeschwindigkeit pro Sekunde und ebenso sind $\frac{2\pi}{t_w}$ und $\frac{2\pi}{t_0}$ die relativen Winkelgeschwindigkeiten, die eine bei Drehung des Pendels von West nach Ost (für den nach Süden schauenden Beobachter), die andere für die entgegengesetzte Richtung.

Dann ist:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2\pi}{t_w} = \frac{2\pi}{t} - \frac{2\pi}{T} \sin \varphi \\ \frac{2\pi}{t_0} = \frac{2\pi}{t} + \frac{2\pi}{T} \sin \varphi \end{array} \right. \quad (11)$$

Daraus folgt

$$\frac{1}{t_0} - \frac{1}{t_w} = \frac{2}{T} \sin \varphi$$

oder

$$t_w - t_0 = \frac{2}{T} t_w t_0 \sin \varphi. \quad (12)$$

Das Produkt $t_w \cdot t_0$ kann man noch durch die Konstanten des Pendels ersetzen. Es folgt nämlich aus (11)

$$t_w = \frac{tT}{T - t \sin \varphi}, \quad t_0 = \frac{tT}{T + t \sin \varphi};$$

also

$$t_w \cdot t_0 = \frac{t^2 T^2}{T^2 - t^2 \sin^2 \varphi} = \frac{t^2}{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{T^2}}.$$

Durch Ausdividieren folgt:

$$t_w \cdot t_0 = t^2 \left(1 + \frac{\sin^2 \varphi}{T^2} + \frac{\sin^4 \varphi}{T^4} + \dots \right).$$

Da $T = 86\,164^s$ eine sehr große Zahl ist, sind die Potenzen in der Klammer verschwindend klein und man darf angenähert setzen:

$$t_w \cdot t_0 = t^2$$

und damit geht (12) über in:

$$t_w - t_0 = \frac{2}{T} t^2 \sin \varphi. \quad (13)$$

In den elementaren Lehrbüchern der Physik wird gezeigt, daß für kleine Ausweichungen von der Vertikalen die Umlaufszeit des konischen Pendels wie folgt von der Pendellänge l abhängt:

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{oder} \quad t^2 = \frac{4\pi^2 l}{g}.$$

Dadurch geht (13) über in:

$$t_w - t_0 = \frac{2}{T} \frac{4\pi^2 l}{g} \sin \varphi,$$

oder, wenn man noch T durch die Winkelgeschwindigkeit ω der Erde ersetzt:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega};$$

so wird endlich:

$$\boxed{t_w - t_0 = 4\pi \frac{l}{g} \omega \sin \varphi} \quad (14)$$

Der Unterschied $t_w - t_0$ wird nun durch Beobachtung bestimmt und andererseits nach dieser Formel berechnet. Die Übereinstimmung beider Werte gilt als neuer mechanischer Beweis der Erdrotation.

Die Idee zur Anwendung des konischen Pendels zum Nachweis der Erdrotation rührt von Bravais her, der im Mai 1851, wenige Monate nach den ersten Versuchen von Foucault, seine Messungen im Meridiansaal der Pariser Sternwarte ausführte.

Zur Beobachtung benutzte Bravais ein Fernrohr, dessen Visierlinie die Richtung der Mittagslinie hatte und nach Süden zeigte. Im Zustand der Ruhe koinzidierte der Pendelfaden genau mit dem vertikalen Mittelfaden im Gesichtsfeld des Fernrohrs. Bei bewegtem Pendel wurden die Durchgangszeiten der Bilder des Pendelfadens durch den vertikalen Mittelfaden im Gesichtsfeld des Fernrohrs an einem Chronometer abgelesen.

Wie das Foucaultsche Pendel möglichst genau in einer Ebene schwingen soll, so ist hier die Bedingung, daß der Pendelkörper, d. h. sein Schwerpunkt, möglichst genau einen Kreis beschreibe. Um dies zu erreichen, benutzte Bravais einen einfachen aber sinnreichen Hebelapparat, durch den die Bewegung eingeleitet wurde.

Wie beim Foucaultschen Pendel die Abweichungen von einer Anfangsrichtung, so sind auch hier Unterschiede der aufeinanderfolgenden Umläufe des konischen Pendels zu klein, um bemerkt zu werden. Wie dort summieren sie sich aber mit wachsender Versuchszeit und werden so genau meßbar. Die t_w und t_0 der Formel (14) wurden also je aus einer großen Zahl von Umläufen bestimmt und dann ihre Differenz auf einen Umlauf reduziert. Bravais fand:

$$t_w - t_0 = 0.000743^s \text{ (Mittel aus 6 Beobachtungsreihen)}$$

$$t_w - t_0 = 0.000716^s \text{ (berechnet nach Gl. 14).}$$

Die Differenz Beobachtung-Rechnung ist nur 3% des beobachteten Wertes.

Die Versuche von Bravais wurden, wie es scheint, nirgends wiederholt, vielleicht weil die Beobachtung der Zeit mehr Aufmerksamkeit erfordert, als die einer räumlichen Verschiebung und deswegen für das Publikum auch weniger anschaulich und auffällig wirkt. Theoretisch ergänzen sich das Foucaultsche und das konische Pendel in wertvoller Weise.

VII. DIE ERDDREHUNG, SICHTBAR GEMACHT AM KREISEL

(Gyroskop.)

Jederman kennt den Kreisel, dieses auch für den Physiker so interessante Spielzeug der Kinder. Es ist nicht möglich, ihn im Ruhezustande auf die Spitze zu stellen, ohne daß er fällt; wohl aber gelingt es, wenn man ihn in rasche Rotation versetzt. Auch das rollende Rad fällt nicht, so lange nicht äußere Widerstände die Bewegung zu sehr verlangsamt haben. Das gleiche gilt von einer Münze oder einem flachen Teller, den man auf glattem Boden um einen Durchmesser in rasche Rotation versetzt hat. Die Rotation aller dieser Körper geschieht um Achsen, die nicht durch mechanische Hilfsmittel in ihrer Lage festgehalten werden müssen und die man deswegen freie Achsen nennt. Die Massen der Körper sind in Bezug auf diese Achsen symmetrisch verteilt und so heben sich alle Schwungkräfte auf. Die Rotationsachse wird nach keiner Seite hin stärker beansprucht als nach einer anderen.

Jeder Punkt beschreibt bei der Rotation eine ebene Kurve, einen Kreis, und in jedem Augenblick besitzt jeder Punkt eine bestimmte in die Richtung der Tangente fallende Geschwindigkeit. Wenn man nun den rotierenden Körper so drehen wollte, daß die neue Lage der Rotationsebenen mit der alten einen Winkel bildet, so müßte auch diese Geschwindigkeit ihre Richtung ändern. Das kann nach dem Trägheitsprinzip nicht ohne Einwirkung einer äußeren Kraft geschehen. Bei der Rotation eines Körpers um eine freie Achse haben also alle Teilchen das Bestreben, in ihren zur Rotationsachse senkrecht stehenden Rotationsebenen zu verharren (Prinzip der Erhaltung der Rotationsebenen). Daher zeigt auch die Rotationsachse das Bestreben, ihre Richtung im Raume beizubehalten, unbekümmert um irgendwelche andere Bewegungen, die der Körper im Raum noch ausführt.

Denken wir uns also auf der Erde eine nach allen Seiten um ihren Schwerpunkt frei bewegliche Scheibe irgendwie in genügend lang andauernde Rotation versetzt um eine freie, durch ihren Schwerpunkt gehende Achse, so behält sie ihre Richtung im absoluten Raum unverändert bei, während der Horizont, auf den der Beobachter die Lage der sich drehenden

Scheibe bezieht, seine Stellung im Raum wegen der Rotation der Erde ändert. Der Beobachter bemerkt die Bewegung des Horizontes nicht, da die Wände des Zimmers und alle Körper auf der Erde diese Bewegung mitmachen. Ihm wird es also scheinen, daß die sich drehende Scheibe allmählich ihre Lage gegen den Horizont verändert. Oder:

Man denke sich die Rotationsachse unseres Apparates im Horizont und z. B. nach Nord-Süd orientiert. Die Rotationsachse behält ihre Richtung unbeeinflusst von der Erdrotation. Die Mittagslinie dagegen dreht sich im Horizont um den Winkel $\omega t \sin \varphi$ (vgl. S. 34). Ein Beobachter auf der Erde wird dann eine allmählich größer werdende Abweichung von Rotationsachse und Mittagslinie beobachten und diese auch messend verfolgen, um so einen neuen, schönen, mechanischen Nachweis der Erdrotation zu erhalten, der auch hier wieder ein um so größeres Gewicht haben wird, je weniger die beobachtete von der berechneten Abweichung verschieden ist.

Foucault hieß seinen Kreiselapparat, den er speziell zum Nachweis der Erdrotation konstruierte, ein Gyroskop (δ γυρός, drehende Bewegung; σκοπεῖν sehen). Foucault betrachtete die Tatsache, daß die Schwingungsebene eines Pendels nur relativ zur Vertikalen ihre Lage im Raum nicht ändert, absolut genommen aber verschiedene Richtungen einnimmt, als einen kleinen, theoretischen oder sagen wir einmal moralischen Nachteil seines Pendelversuches. Der Wunsch, einen Apparat zu finden, der unabhängig von der Erdrotation eine im absoluten Raum konstante Richtung festlegt, führte ihn auf sein Gyroskop.

Fig. 13 zeigt den Aufriß des Apparates. Der Hauptteil ist das Schwungrad *A*, das am Rand einer Messingscheibe *B* aufgesetzt ist, die in der Mitte von einer stählernen Achse *C* senkrecht durchbohrt wird. In der Fig. 13 ist diese Achse horizontal; man sieht sie besser in der Fig. 13a, in der die Hauptteile des Apparates im Grundriß noch einmal gezeichnet sind. Diese Achse endigt in zwei Spitzen *D* und *E*, die mit wenig Reibung in konischen Öffnungen zweier Schrauben sitzen. Die Schrauben bilden die Endpunkte eines Durchmesser von einem Metallring *F*. Dieser Ring trägt zwei Schneiden *S*, die auf harten Flächen im Innern eines zweiten Ringes *G* ruhen, der um die vertikale Achse *HI* wiederum mit möglichst ge-

ringem Widerstand drehbar ist. Er ist zu diesem Zwecke an einem torsionsfreien Faden aufgehängt, und durch die Schraube *K* kann man den Ring etwas heben oder senken und so erreichen, daß die untere Spitze nicht in der Öffnung bei *H* ruht, sondern daß diese der Spitze nur als Führung dient.

Diese Art der Aufhängung sichert die freie Beweglichkeit der Rotationsachse nach allen Seiten. Die Reibung an den Zapfen und Schneiden des Foucaultschen Apparates war so gering, daß ein Lufthauch genügte, um die Richtung der Rotationsachse *C* zu ändern, wenn der Apparat ruhte. Die Reibung war also als äußere störende Kraft fast ganz ausgeschaltet. Das Prinzip von der Erhaltung der Rotations-

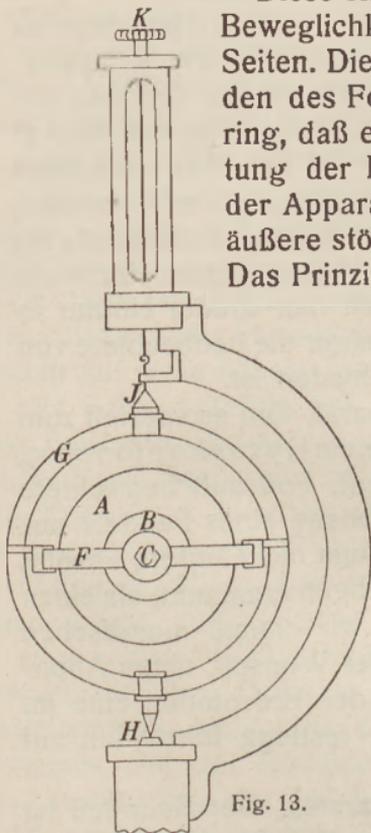


Fig. 13.

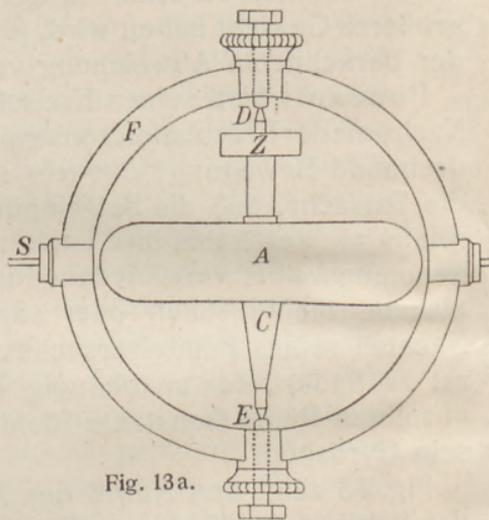


Fig. 13a.

ebene oder Rotationsachse gilt nur, wenn gar keine störende Kraft auf den rotierenden Körper wirkt, und der Einfluß von störenden Widerständen ist um so geringer, je rascher der Körper rotiert.

Wenn das Schwungrad durch eine besondere mechanische Vorrichtung, die im Zahnrad *Z* angriff, in rasche Rotation versetzt wurde, so behielt die Rotationsachse ihre Richtung im Raum bei und gab durch ihre scheinbare Abweichung von einer bestimmten horizontalen Richtung, z. B. der Mittaglinie, die Größe und Richtung der Erddrotation zu erkennen.

Foucault beobachtete allerdings nicht die scheinbare Drehung der Rotationsachse, sondern er brachte am äußeren vertikalen Kreis eine Skala mit Gradeinteilung an und beobachtete mittels eines mit Fadenkreuz versehenen Mikroskops, wie die Teilstriche scheinbar über den vertikalen Faden im Gesichtsfeld hinweg wanderten.

Foucault selber und dann namentlich Gilbert und Föppl verbesserten das Gyroskop. Erst die Versuche von Föppl führten aber zu quantitativen Beobachtungsergebnissen, die bis auf 2⁰/₁₀ mit den berechneten übereinstimmten.

VIII. EINFLUSS DER ERDDREHUNG AUF IRGENDWELCHE HORIZONTALE BEWEGUNGEN

Der Einfluß der Erdrotation macht sich nicht nur beim fallenden Körper geltend, sondern überhaupt bei jedem auf der Erde irgendwie bewegten Körper. Wir wollen in diesem Schlußabschnitt die Ablenkung horizontaler Bewegungen durch die Erdrotation erläutern, obwohl die Beobachtungen an künstlich eingeleiteten Bewegungen, z. B. an Geschossen, zum Zwecke des Nachweises der Erdrotation zu keinen befriedigenden Resultaten führten. Die Theorie zeigt auch, daß andere störende Einflüsse (Luftwiderstand und Rotation des Geschosses, die anderseits aber wieder nötig ist) den Einfluß der Erdrotation überdecken.

Dagegen haben wir in den Luftströmungen, in den Winden, Bewegungen der Luftmassen, die von der Erddrehung ganz wesentlich beeinflußt sind. Wenn wir die verschiedenen relativen Windbahnen beobachten und wenn sie mit den aus der Theorie, mit Rücksicht auf die Erdrotation abgeleiteten in den einzelnen, meteorologisch verschieden bestimmten Fällen übereinstimmen, so hat uns hier die Natur ohne unser Zutun ein Experiment im Großen vorgemacht, das uns die Erdrotation zu erkennen erlaubt.

Wir beurteilen die Richtung jeder Bewegung auf der Erde in Bezug auf den Horizont. Wir sagen die Bewegung gehe senkrecht oder irgendwie schief nach oben oder unten, nach Osten oder nach Westen. Die Richtung einer Bewegung gegenüber dem Horizont ist vollständig bestimmt durch die Angabe ihres Erhebungswinkels h über dem Horizont

(Fig. 14) und ihres Azimutes a . Darunter versteht man den Winkel, den die Projektion AB' der Bewegungsrichtung AB auf den Horizont mit der Mittagslinie NS bildet. Nun ändert unsere Bezugsebene ihre Lage im Raum; von der Bewegungs-

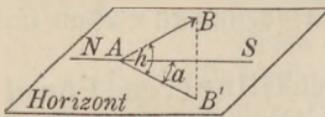


Fig. 14.

richtung wollen wir voraussetzen, daß sie absolutgenommen dieselbe bleibe. In praktischen Fällen ist diese Voraussetzung immer nur angenähert richtig, zum Teil schon wegen der beständigen

Wirkung der Schwere. Wir machen aber diese Voraussetzung, um den Einfluß der Erdrotation rein herauszufinden. Wegen der Bewegung des Horizontes werden wir eine Änderung der Koordinaten a und h beobachten und aus diesen auf die Drehung der Erde schließen.

Die absolute Bewegung des Horizontes ist ähnlich derjenigen der festen Rahmenebene, von der wir zur Erläuterung des Foucaultschen Pendelversuches Gebrauch machten. Sie besteht in einem fortwährenden Neigen nach Osten um die jeweilige Lage der Mittagslinie und einer fortwährenden Drehung nach links um die momentanen Lagen der Lotlinie. Die erste Drehung bewirkt eine scheinbare Änderung des Erhebungswinkels der Bewegungsrichtung und die letztere eine Änderung des Azimutes der Bewegungsrichtung.

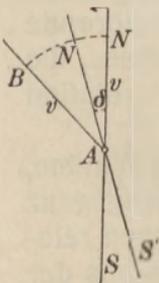


Fig. 15.

In Fig. 15 sei AB Größe und Richtung einer horizontalen Bewegung oder der horizontalen Komponente irgend einer Bewegung. Es sei AB der horizontale Weg in der Zeiteinheit, also die horizontale Geschwindigkeit v des Körpers. NS sei die Mittagslinie im Augenblick des Beginns der Beobachtung, $N'S'$ ihre Lage nach der Zeit t . Sie

hat sich also nach links gegen die unveränderliche Bewegungsrichtung AB des Körpers abgedreht (vgl. auch Fig. 16, in der die Buchstaben dieselbe Bedeutung haben wie in Fig. 15). Der Beobachter auf der Erde nimmt diese Änderung der Lage der Mittagslinie nicht wahr, wie schon oft erläutert (z. B. S. 31); für ihn hat scheinbar die Bewegungsrichtung AB eine Ablenkung nach rechts erfahren um einen Winkel δ , der gleich ist der Drehung der Mittagslinie in der betreffenden Zeit. Auf der südlichen Halbkugel ist die Sache

umgekehrt, dort dreht sich die Mittagslinie nach rechts um die Vertikale, und der bewegte Körper wird also im Azimut nach links abgelenkt. Also:

Jeder in der horizontalen Ebene bewegte Körper wird auf der nördlichen Halbkugel der Erde nach rechts abgelenkt, auf der südlichen Halbkugel nach links, einerlei welchen Winkel seine Bewegungsrichtung mit der Mittagslinie einschließt.

Die Größe dieser Winkelablenkung pro Zeiteinheit ist gleich der Größe der Winkelrotation der Mittagslinie in einer Sekunde, also gleich $\omega \sin \varphi$ (vgl. S. 34). Die lineare Größe der Ablenkung kann auch aus der Fig. 15 abgelesen werden, nur soll jetzt der Winkel $\delta = \omega \sin \varphi$ sein, d. h. die kleine Winkelablenkung in

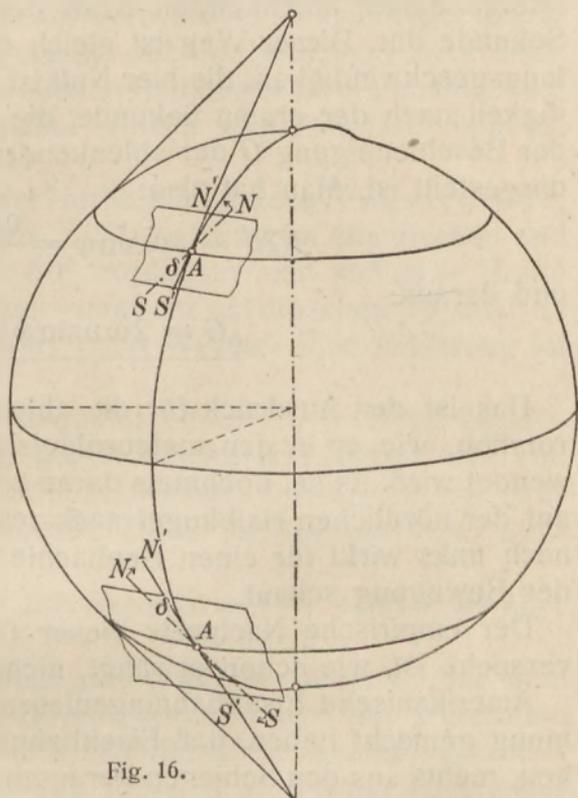


Fig. 16.

einer Sekunde bedeuten. Macht man $AN = AN' = AB = v$, so stellt NN' die lineare Größe der Ablenkung in der Zeiteinheit dar.

Es ist:
$$NN' = v \omega \sin \varphi. \quad (15)$$

In der Breite 30° z. B. und für $v = 400$ m wird, da $\omega = 0.00007292$ (Gl. 1 S. 12) ist $NN' = 14.58$ mm und an den Polen = 29.17 mm.

In der physikalischen Geographie spricht man gewöhnlich von einer „ablenkenden Kraft“ der Erdrotation, d. h. man führt der Einfachheit des Ausdrucks und der Darstellung wegen, eine fingierte Kraft als Ursache dieser Ablenkung

ein. Die Größe einer Kraft wird in den Bewegungserscheinungen oder wie man sagt dynamisch gemessen durch die Beschleunigung, d. h. durch die Geschwindigkeitszunahme, die die konstant wirkende Kraft der Masseneinheit in der Zeiteinheit erteilt. NN' in Gl. (15) stellt dann den Weg des Körpers infolge dieser ablenkenden Kraft der Erddrehung in einer Sekunde dar. Dieser Weg ist gleich dem Mittel aus der Anfangsgeschwindigkeit, die hier Null ist und der Endgeschwindigkeit nach der ersten Sekunde, die eben durch die Größe der Beschleunigung G der ablenkenden Kraft der Erdrotation dargestellt ist. Man hat also:

$$NN' = v\omega \sin \varphi = \frac{0 + G}{2}$$

und daraus:

$$\boxed{G = 2\omega v \sin \varphi} \quad (16)$$

Das ist der Ausdruck für die ablenkende Kraft der Erdrotation, wie er in den meteorologischen Lehrbüchern verwendet wird. Es sei nochmals daran erinnert, daß diese Kraft auf der nördlichen Halbkugel nach rechts, auf der südlichen nach links wirkt für einen Beobachter, der in der Richtung der Bewegung schaut.

Der empirische Nachweis dieser Gesetze durch Schießversuche ist, wie schon erwähnt, nicht gelungen.

Amerikanische Eisenbahningenieure wollen die Wahrnehmung gemacht haben, daß Eisenbahnzüge eine Neigung zeigen, rechts aus den Schienen herauszuspringen. Dies war der Grund, daß man der Sache auch theoretisch näher ging. Wenn die Eisenbahnbewegung keine gezwungene Bewegung wäre, d. h. wenn Schiene und Radkranz nicht vorhanden sein würden, so würde die Erdrotation die Wagen mit der Kraft $2\omega v \sin \varphi$ auf die Masseneinheit nach rechts abdrängen. Es hat deshalb die rechte Schiene einen größeren Druck auszuhalten als die linksseitige. Die Eisenbahntechniker haben ausgerechnet, daß für normale Spurweiten und Geschwindigkeiten eine Erhöhung der rechten Schiene um 0.4 mm nötig wäre, um diesen Druck aufzuheben. Dieser Betrag ist so klein, daß die Sache praktisch ohne Bedeutung ist.

Wichtiger ist der Einfluß der Erdrotation auf viele meteorologische Erscheinungen. Der vertikale und horizontale Kreis-

lauf der Luft, dieser Austausch, wie er eintritt in Folge der verschiedenen Erwärmung der Teile der Erdoberfläche durch die Sonne, nimmt auf der rotierenden Erde ganz andere Formen an, als auf einer ruhenden Erde. Die Luft strömt von den Orten hohen zu denjenigen niedrigen Luftdrucks. Dabei wird jeder Wind auf der nördlichen Halbkugel immer mehr nach rechts abgelenkt, auf der südlichen nach links. Ein *N*-Wind auf der nördlichen Halbkugel wird allmählich ein *NO*-Wind und ein Südwind auf der südlichen Halbkugel ein *SO*-Wind.

Das wichtigste Beispiel hierfür sind die sog. *Passatwinde*, diese auffallenden Winde, die besonders im atlantischen und stillen Ozean zwischen 30° nördlicher und südlicher Breite mit großer Regelmäßigkeit wehen und auf die schon *Columbus* rechnete bei seiner Fahrt nach Westen. Ihre Erklärung ist einfach:

Die Zone um den Erdäquator bildet einen Gürtel beständiger Luftdruckminima, gegen welche von Norden und von Süden her kältere Winde zuströmen, die infolge der Erdrotation in den angegebenen Zonen zu Nordost- bzw. Südostwinden werden.

Die Beispiele ließen sich vermehren; wir können sie aber nicht alle hier aufzählen.

Wir wollen ebenfalls nur kurz erwähnen, daß natürlich auch die Meeresströmungen der ablenkenden Kraft der Erdrotation unterworfen sind. Ferner wurde darauf aufmerksam gemacht, daß bei der Bewegung des Wassers in Flüssen infolge der Rechtsdrehung der Bewegung durch die Erdrotation, das rechtseitige Ufer stärker erodiert (ausgewaschen) werden muß als das linke (*Bärsches Gesetz*).

Diese besprochene Ablenkung jeder Bewegung auf der rotierenden Erde, die ihre Ursache in der Änderung der absoluten Lage des Horizontes hat, ist aber nicht die einzige Ablenkung, die ein auf der Erde bewegter Körper infolge der Erddrehung zeigen kann.

Hadley machte schon 1735 auf eine Ablenkung aufmerksam, der die sich in der Richtung der Meridiane bewegenden Körper unterworfen sind. Sie hat ihre Ursache in der verschiedenen linearen Geschwindigkeit der Punkte des gleichen Meridians bei der Erddrehung. Der Erdumfang am Äquator

ist 40 000 000 m, in der Breite φ dagegen $40\,000\,000 \cos \varphi$. Die lineare Geschwindigkeit eines Punktes der Breite φ ist daher

$$\frac{40\,000\,000 \cos \varphi}{86164} \text{ m pro Sekunde.}$$

Für einen Punkt am Äquator macht das 465 m, in der Breite $\varphi = 30^\circ$ noch 403, bei 60° noch 233 m. Geht nun ein Luftstrom vom Äquator nach den Polen, so hat er am Ausgangspunkt eine Rotationsgeschwindigkeit von 465 m nach Osten und er hat das Bestreben, diese Geschwindigkeit beizubehalten. (Prinzip der Erhaltung der Rotationsmomente.) Er kommt also mit einer östlichen Geschwindigkeit von 465 m in die Breite 30° . Hier ist aber die Rotationsgeschwindigkeit nur

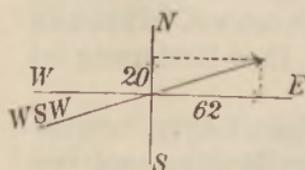


Fig. 17.

403 m, so daß also die nach Norden strömende Luft um 62 m pro Sekunde schneller nach Osten rotiert als die Erdoberfläche an dieser Stelle. Wenn die Anfangsgeschwindigkeit nach Norden 20 m war, so würde hieraus für den Beobachter der Breite 30° ein WSW-Wind entstehen (Fig. 17) von der Stärke 66 m ungefähr, wie jeder kleine Mathematiker mit dem Pythagoras ausrechnen kann. Dieses Beispiel ist natürlich nur eine sehr theoretische Überschlagsrechnung und das Ergebnis wird durch Reibung und Luftmischung stark vermindert. Bemerkenswert ist, daß man lange Zeit nur diese Ablenkung der meridionalen Bewegungen kannte und der Meinung war, daß östliche und westliche Bewegungen keine Richtungsänderungen erfahren durch die Erddrotation.

Das ist aber noch nicht alles und das Hadleysche Gesetz bedarf noch einer Ergänzung. Bei einer meridionalen Bewegung von Luftmassen oder irgendwelchen Körpern gegen die Pole hin, nähern sich die Luftmassen der Erdachse und nach den Gesetzen der Zentralbewegung (Prinzip der Erhaltung der Flächen, Flächensatz) muß ihre Rotationsgeschwindigkeit zunehmen und zwar im gleichen Verhältnis wie ihr Abstand von der Erdachse abnimmt.

Wie stehts nun mit den Beobachtungsergebnissen? Sicher nachgewiesen sind die Passatwinde (vgl. Karte Fig. 18), und ihr Auftreten spricht für die Erddrotation. Aber auch in unseren Breiten haben die Meteorologen die Rechtsablenkung der

Winde festgestellt. Sie verbinden auf Karten die Orte gleichen Luftdrucks durch Kurven (Isobaren) und zeichnen die beobachteten, gleichzeitigen Windrichtungen für die ver-

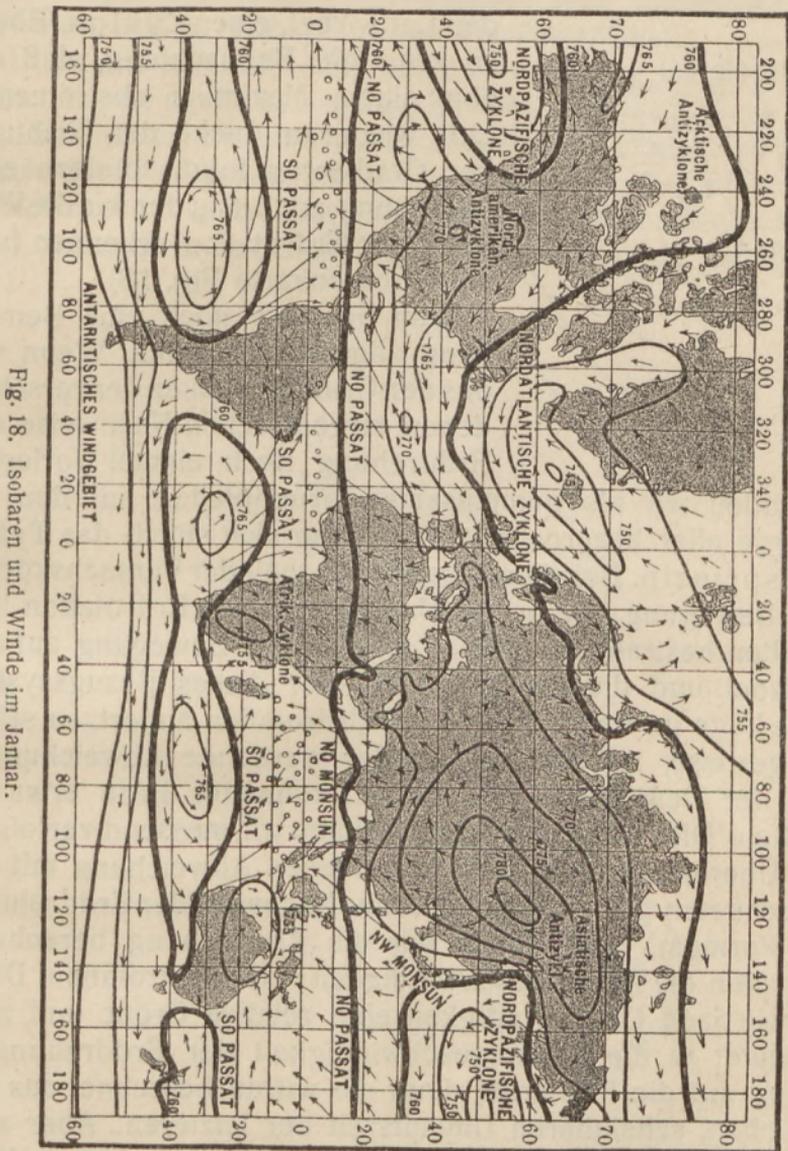


Fig. 18. Isobaren und Winde im Januar.

schiedenen Stationen ein. Dann zeigt sich, daß die Winde auf der Erdoberfläche aus den Gegenden höheren Luftdrucks nach denjenigen niederen Drucks wehen, aber nicht senkrecht zu den Isobaren, in der Richtung des größten Druck-

gefälles, des Gradienten, sondern auf der nördlichen Halbkugel mit einer Ablenkung nach rechts. Die in ein Luftdruckminimum einströmende Luft bildet so (Fig. 19) einen großen, in der Richtung entgegengesetzt dem Uhrzeiger sich drehenden Luftwirbel, einen Zyklon. Ebenso zeigt die Beobachtung, daß die von einem Maximum abströmende Luft wiederum nicht der Richtung des Gradienten folgt, sondern eine Ablenkung erfährt, in der wir die Wirkung der Erddrotation erkennen (vgl. die Isobarenkarte Fig. 18).

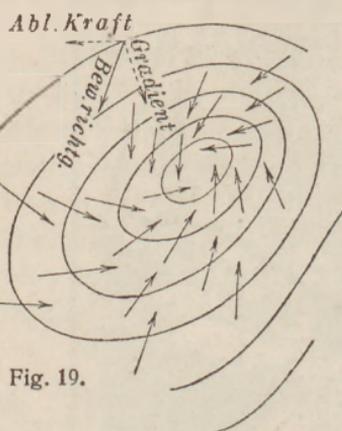


Fig. 19.

Zum Schlusse noch eine Bemerkung allgemeiner Natur. Wenn wir uns den Grundgedanken der verschiedenen mechanischen Nachweise der Erddrotation noch einmal vorlegen,

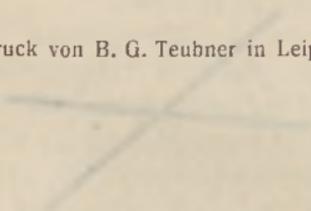
so finden wir als gemeinsamen Grundpfeiler, auf den die Theorie aller besprochenen Versuche sich stützt, das Trägheitsprinzip. Bei allen Versuchen erhält der Versuchskörper eine Bewegung, die er unabhängig von der Erddrotation beizubehalten bestrebt ist. Wir beziehen diese Bewegung auf den Horizont und die Vertikale. Da aber dieses Bezugssystem seine Lage im Raum infolge der Erddrotation ändert, so sehen wir gewisse, mit der Zeit größer werdende Abweichungen von der Bewegung, die wir bei ruhender Erde erwarten müßten. Diese Abweichungen können wir messend verfolgen. Die Übereinstimmung der gemessenen Abweichung mit der berechneten gilt als mechanischer Nachweis der Erddrotation. Die Formeln, nach denen wir die Abweichung berechnen, enthalten die Winkelgeschwindigkeit ω der Erddrotation. Diese ist wie jede Geschwindigkeit eine relative Größe und zwar bedeutet ω die Winkelgeschwindigkeit der Erddrotation in Bezug auf die Fixsterne, denn sie wurde berechnet aus der täglichen, scheinbaren Umlaufszeit der letzteren. Aber auch das Trägheitsprinzip gilt für ein gewisses Bezugssystem. Wenn wir nun unsere Versuche nicht mehr benutzen wollen zum Nachweis der Erddrotation, sondern diese als Tatsache annehmen, so können wir sie noch brauchen zur mechanischen Bestimmung der Winkelgeschwindigkeit ω , unabhängig von

den Fixsternen. Die Übereinstimmung dieses so gefundenen Wertes von ω mit dem astronomischen Wert lehrt dann, daß die Rotationsbewegung der Erde in Bezug auf das System, für welches das Trägheitsgesetz gilt, sehr angenähert dieselbe ist, wie in Bezug auf das Fixsternsystem.

Diese Bemerkung zeigt, welche Bedeutung für die Physik neue, feine Präzisionsmessungen über den Einfluß der Erdrotation haben können. Das Kapitel der mechanischen Nachweise der Erdrotation ist also noch nicht abgeschlossen und erhält durch diesen Punkt, auf den schon Hagen hingewiesen hat, neuen Reiz und hoffentlich bald auch neue Erfolge.



Druck von B. G. Teubner in Leipzig.



Winke für die Beobachtung des Himmels mit einfachen Instrumenten

Für Schüler und Liebhaber der Himmelskunde. Von Franz Rusch in Dillenburg. Mit 6 Abbild. [49 S.] gr. 8. 1912. Geh. M. 1.50.

Die 1909 erschienene und vergriffene Programm-Arbeit des Verfassers „Das Schulfernrohr und was man damit sieht“ ist hier stark erweitert und soll Schulen und Liebhabern der Astronomie eine Anleitung zur Anstellung astronomischer Beobachtungen geben.

Populäre Astrophysik

Von J. Scheiner in Berlin. Mit 30 Tafeln und 240 Figuren.

[VI u. 723 S.] 2., ergänzte Auflage. gr. 8. 1912. Geb. M. 14.—

„Daß gerade Scheiner, der einer unserer besten und erfolgreichsten Astrophysiker ist, sich entschließt, die bestehende Lücke durch ein eingehendes Lehrbuch der Astrophysik auszufüllen, ist ganz besonders zu begrüßen. . . . Trotzdem einige mathematische Vorkenntnisse verlangt werden, merkt man dem Buche doch an, daß der Verfasser lieber mit Worten als mit Formeln erklären will. Dieses Bestreben wird sehr unterstützt durch den klaren und präzisen Stil. Und dadurch ist das Buch zum mindesten für den Laien zu einem Kompendium der Astrophysik geworden. Sehr unterstützt wird der Text durch ein passend gewähltes und vorzüglich ausgeführtes Illustrationsmaterial.“

(Deutsche Literaturzeitung.)

Lehrbuch der kosmischen Physik

Von Wilhelm Trabert in Wien. Mit 149 Figuren und einer Tafel.

[X u. 662 S.] gr. 8. 1911. Geh. M. 20.—, geb. M. 22.—

„Überall, wo physikalische Gesetze im Leben des Kosmos aufgespürt sind, ist der Verfasser ihnen nachgegangen und hat so eine fast überwältigende Fülle zusammengetragen.“

(Monatshefte für den naturw. Unterricht.)

Himmelsbild und Weltanschauung im Wandel der Zeiten

Von Troels-Lund

Autorisierte, vom Verfasser durchges. Übersetzung von L. Bloch

4. Auflage. [VII u. 270 S.] gr. 8. 1913. Geb. M. 5.—

„Was das Buch von ähnlichen Werken unterscheidet, ist seine außerordentliche Großzügigkeit, das Fallenlassen aller Details. Wir sehen hier förmlich, wie die historische Entwicklung der Völker sie zu wissenschaftlichen Erkenntnissen drängt und viel tausend Fäden zwischen Religion, Wissenschaft und Gefühlsleben in wunderbarer Weise hin- und hergehen. Gerade in dieser Darstellungsart liegt das Erhebende dieses Werkes, das jeden Gebildeten fesseln und erfreuen muß.“

(Literarischer Jahresbericht des Dürerbundes.)

Eine erste Anleitung für die verständnisvolle Betrachtung der
Erscheinungen am Himmel selbst bildet:

A. Höflers Himmelsglobus aus Modelliernetzen

die Sterne durchzustechen und von innen heraus zu betrachten.

Bisher griff der Anfänger, der sich am Fixsternhimmel zu orientieren wünschte, entweder zur Sternkarte oder zu Sterngloben. Beiderlei Beihilfe bieten aber dem am Himmel nicht bereits einiger-



Außenseite her durchstochen hat, den Globus gegen das Tages- oder Lampenlicht hält und durch den (den südlichen, bei uns niemals sichtbaren) Zirkumpolarsternen entsprechenden offenen

maßen Be-
we-
an-
der-
eigen-
tümliche
Schwierig-
keiten bei ihrer Handhabung, die sich bei den Karten aus der Abbildung auf ebener Fläche, bei den Globen aus dem Standpunkt des Beschauers außerhalb der Sternwelt ergeben. Höflers Globus bietet, sobald man die einzelnen Sterne der Zeichnung von der

Teil des Globus in dessen Inneres blickt, das Sternbild hell auf dunklem Grunde ganz in derselben Anordnung wie am Nachthimmel. Die Anleitung zur Benutzung des Globus setzt keine Kenntnis von Astronomie und mathematischer Geographie voraus.

2. Auflage. 1913

In Mappe M. 2.—

„Wir begrüßen dieses Hilfsmittel mit der beigegebenen

Anleitung zur Benutzung als ein neues Lehrmittel von ausgezeichnetem pädagogischen Werte.“ (Das Weltall.)

„Jeder Freund der Himmelskunde findet in dem

Globus ein brauchbares Werkzeug für seine Beobachtungen. Er ist äußerst preiswert, zweckentsprechend und lehrreich.“ (Natur.)

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Astronomie

Unter Redaktion von J. Hartmann in Göttingen. (Die Kultur der Gegenwart, ihre Entwicklung und ihre Ziele. Herausgegeben von Paul Hinneberg. Teil III, Abt. III, Band 3.) [Unter der Presse.]

Inhalt: Anfänge der Astronomie, Zusammenhang mit der Religion: F. Boll. Chronologie und Kalenderwesen: F. K. Ginzel. Zeitmessung: J. Hartmann. Astronomische Ortsbestimmung: L. Ambronn. Erweiterung des Raumbegriffs: A. v. Flotow. Mechanische Theorie des Planetensystems: J. v. Hepperger. Physische Erforschung des Planetensystems: K. Graff. Die Physik der Sonne: E. Pringsheim. Die Physik der Fixsterne: F. W. Ristenpart. Das Sternensystem: H. Kobold. Beziehungen der Astronomie zur Kunst und Technik: L. Ambronn.

Theorie der Planetenbewegung

Von Paul Meth in Berlin-Westend. Mit 17 Figuren und 1 Tafel.
[IV u. 60 S.] 8. 1912. Kart. M. —.80.

Die „Theorie der Planetenbewegung“ steht zwischen den populären Darstellungen der Astronomie und den Lehrbüchern der Himmelsmechanik. Der Verfasser setzt die mathematischen Kenntnisse eines Primaners voraus und behandelt den Gegenstand nach dem Vorgange von Möbius auf der Grundlage elementarer, geometrischer Methoden. Der 1. Teil entwickelt die später zu verwendenden Sätze aus der Mechanik. Der 2. Teil enthält die Keplerschen Gesetze, aus denen das Gravitationsgesetz abgeleitet wird, dessen weitere Forderungen im 3. Teile behandelt werden, wobei auch der Bewegung der Doppelsterne ein Abschnitt gewidmet ist. Viele Zahlenbeispiele aus dem Planetensystem und eine Reihe von Figuren — darunter eine graphische Darstellung der Zeitgleichung, deren Theorie im Zusammenhang mit der Erdbewegung auseinandergesetzt wird — tragen zum leichteren Verständnis bei.

Vorlesungen über die Physik der Sonne

Von E. Pringsheim in Breslau. Mit 235 Abbildungen und 7 Tafeln
[VIII u. 436 S.] gr. 8. 1910. Geh. M. 16.—, geb. M. 18.—

„Das Werk wird zweifellos allgemeines Interesse finden, umso mehr als glänzender Stil, leichtfaßliche Darstellung und wohlgelungene Bilder die Lektüre jedermann, auch Nichtfachleuten, genüßreich gestalten.“ (Monatshefte für Mathematik und Physik.)

Himmel und Erde

Illustrierte naturwissenschaftliche Monatsschrift. Herausgegeben von Professor Dr. P. Schwann, Direktor der Urania. XXVII. Jahrgang. 1915. Jährlich 12 Hefte mit Tafeln und Abbildungen.
Preis vierteljährlich M. 3.60.

Sich fernhaltend von einer seichten Popularität, die nur der Halbbildung dient, unterrichtet „Himmel und Erde“ in wissenschaftlich einwandfreier, aber dennoch jedem Gebildeten verständlicher Weise den Leser über alle Fortschritte auf dem Gebiete der Naturwissenschaft und Technik. Seit den mehr denn zwei Dezennien ihres Bestehens erfreut sich die Zeitschrift der ständigen Mitarbeit der besten Namen aus allen Fachgebieten.

Professor Dr. Bastian Schmid^s

Naturwissenschaftliche Bibliothek

In zwei Serien A und B. Mit vielen Abbildungen. 8. In Originalband.

Der ursprüngliche Titel „Schülerbibliothek“ wurde aufgegeben, weil es sich zeigte, daß die Bücher ebenso sehr von Studierenden, Lehrern und einem weiteren Kreis von Naturfreunden benützt werden. Dadurch soll aber der Charakter der Sammlung nicht beeinflußt werden. Nach wie vor werden diese Bändchen, auf einem geordneten Anfangsunterricht in der Schule aufbauend, diejenigen Einzelgebiete behandeln, die erfahrungsgemäß gerade die jüngeren Leser besonders interessieren. Und nach wie vor wird auf Selbsttätigkeit, sei es durch Beobachtung auf Wanderungen oder durch planmäßiges Experimentieren, besonderes Gewicht gelegt.

Die neue Serie B für jüngere Schüler scheint einem besonderen Bedürfnis zu entsprechen. Mögen auch diese Bändchen dazu beitragen, der Naturwissenschaft immer neue Freunde zu werben.

Bis jetzt erschienen (1912/15):

Serie A. Für reifere Schüler, Studierende und Naturfreunde.

(Jedes Bändchen 3—4 Mark.)

- | | |
|--|--|
| Berg, A., Geographisches Wanderbuch. | Rebenstorff, H., Physikalisches Experimentierbuch. Teil I und II. |
| Dahms, P., An der See. Geographisch-geologische Betrachtungen. | Rusch, F., Himmelsbeobachtung mit bloßem Auge. |
| Franz, V., Küstenwanderungen. Biologische Betrachtungen. | Sassenfeld, M., Aus dem Luftmeer. |
| Graebner, P., Vegetationsschilderungen. | Schäffer, C., Biolog. Experimentierbuch. |
| Gscheiden, E., An der Werkbank. | Scheid, K., Chemisches Experimentierbuch. Teil I, 3. Aufl., und Teil II. |
| Höck, F., Unsere Frühlingspflanzen. | Schreber, K., Hervorragende Leistungen der Technik. I. |
| Keferstein, J., Große Physiker. | Schulz, G. E. F., Anleitung zu photographischen Naturaufnahmen. |
| Lampe, F., Große Geographen. | Volk, K. G., Geologisches Wanderbuch. Teil I und II. |
| May, W., Große Biologen. | |
| Nimführ, R., Die Luftschiffahrt. | |
| Radunz, K., Vom Einbaum zum Linien-schiff. | |

Unter der Presse * bez. in Vorbereitung:

- | | |
|---|--|
| von Hanstein, R., Das Leben in Teich und Fluß. | Ohmann, O., und R. Winderlich, Große Chemiker. |
| Lampert, K., Schmetterlingsbuch. | *Schmid, B., Jungdeutschland im Gelände. Unt. Mitarbeit v. E. Doernberger, R. Loeser, M. Sassenfeld, Chr. C. Silberhorn. |
| Löffler, E., Große Mathematiker. | Schreber, K., Hervorragende Leistungen der Technik. II. |
| Löwenhardt, E., Große Erfindungen und Entdeckungen, Chemie und Großindustrie. | *Schröder, Chr., Insektenbiologie. |
| Matschoss, C., Große deutsche Industriebegründer. | Urban, F., Aquarium und Terrarium. |

Serie B. Für jüngere Schüler und Naturfreunde.

(Jedes Bändchen 1 Mark.)

- | | |
|---|--|
| Frey, O., Mein Handwerkszeug. | Wunder, L., Physikalische Plaudereien. |
| Guenther, K., Vom Tierleben der Tropen. | — Chemische Plaudereien. |
| Oettli, M., Versuche mit lebenden Pflanzen. | |

Unter der Presse * bez. in Vorbereitung:

- | | |
|-----------------------------|---|
| Fest, F., Unser Hausgarten. | *Thienemann, J., das Leben unserer Vögel. |
|-----------------------------|---|

„Diese Sammlung stellt eine neue Form der belehrenden Jugendbücher dar, und zwar eine Form, in der sich deutlich der Einfluß der jüngsten Reformbewegung auf dem Gebiet des naturwissenschaftlichen Unterrichts auf höheren Schulen zeigt. Der Grundsatz, den Schüler möglichst viel zur Selbsttätigkeit heranzuziehen, war bei der Abfassung der vorliegenden Sammlung richtunggebend. . . . Eine andere wesentliche Eigentümlichkeit der Sammlung besteht darin, daß sie ein Bindeglied zwischen Unterricht und freiwilliger Beschäftigung sein will.“ (Pädagogisches Archiv.)

Demnächst erscheint:

Jungdeutschland im Gelände

Unter Mitarbeit von E. Doernberger, R. Loeser, M. Sassenfeld, Chr. C. Silberhorn. Herausgegeben von Prof. Dr. Bastian Schmid
ca. 100 S. 8. 1915. In Leinwand gebunden

Das Bändchen stellt sich in den Dienst der körperlichen und auch militärischen Ausbildung unserer 14—18jährigen. Im Vordergrund steht die körperliche Ertüchtigung unserer Jugend als eines der erstrebenswertesten Güter unseres Volkes. Um ein in allen Teilen einwandfreies Wertchen, das zugleich in Form des Erlebens bzw. der Selbsttätigkeit gehalten ist, zu geben, war es nötig, den Stoff unter bestbekannte Sachmänner aufzuteilen. Hofrat Dr. med. Doernberger behandelt die Gesundheitspflege im Gelände sowie die erste Hilfeleistung, Oberlehrer Dr. Loeser die geographischen, geologischen und biologischen Grundtatsachen des Geländes, Oberlehrer Sassenfeld die Meteorologie im Dienste des Geländes und Direktor Silberhorn, der langjährige Leiter der Münchener Wehrkraftvereinigungen, die militärischen Übungen im Gelände. Die Abfassung des Bändchens ist so gehalten, daß sie der Jugend aller Schulgattungen gute Dienste leisten und auch dem Lehrer wertvolle Winke geben wird.

Erschienen sind:

Große Geographen

Bilder aus der Geschichte der Erdkunde
Von Professor Dr. Felix Lampe

Mit den Bildnissen von Marco Polo, Prinz Heinrich, dem Seefahrer, Christoph Kolumbus, Magellan, James Cook, A. v. Humboldt (als Titelbild), Karl Ritter, F. v. Richthofen und S. Nanzen sowie einigen Textabbild. u. Kartenskizzen. [IV u. 288 S.] 8. 1915. Geb. M. 4.—

Das Büchlein schildert die Entwicklung erdkundlicher Verhältnisse vom Altertum bis zur neuesten Zeit in allgemeiner verständlicher Form, die auf jede systematische Gleichförmigkeit verzichtet, aber den Anteil, den kühne Männer durch mutige Entdeckungstaten an der Entschleierung des Antlitzes der Erde genommen haben, und den nicht minder wichtigen, durch den die gründlichen Forschungen der Gelehrten die geographische Wissenschaft ausgestaltet haben, eingehend darlegt. Kap. 1 gibt als Einleitung einen allgemeinen Überblick. Kap. 2 behandelt Geographen des Altertums, Kap. 3 und 4 des Mittelalters, Kap. 5 bis 11 die großen Geographen des 15. und 16. Jahrh., Kap. 12 und 13 die des 17. und 18., der Rest die Zeit der neueren Geographie von Alexander von Humboldt ab.

Geographisches Wanderbuch

Von Dr. Alfred Berg

Für mittlere u. reife Schüler, ein Führer für Wandervogel u. Pfadfinder
Mit 193 Abbildungen. [VI u. 282 S.] 8. 1914. Geb. M. 4.—

Dieses Buch enthält eine Anleitung zu kriegsgemäßen Aufnahmen im Gelände und eignet sich vorzüglich als Lehrmittel und Taschenbuch zur militärischen Ausbildung der reifen Jugend auf Grund der bekanntesten gemeinsamen Erlasse der Kgl. Preuß. Ministerien des Krieges, des Unterrichts und des Innern. Es sei reisenden Schülern, Wandervögeln und Pfadfindern namentlich aber allen denen, die sich in gegenwärtiger Kriegszeit für praktische Geländekunde, für militärische Aufnahmen im Felde, für Karten- und Signalwesen interessieren, wärmstens empfohlen.

„Ein überaus inhaltsreiches Buch, klar u. allgemeiner verständlich geschrieben, wie gesucht für Wandervogel, Pfadfinder u. den Jungdeutschenlandbund. Wer nach Anleitung dieses Buches Wanderungen macht, wird viel Gewinn davon haben.“ (Württemb. Schulwochenblatt.)

Aus Natur und Geisteswelt

Jeder Band geheftet M. 1.—, in Leinwand gebunden M. 1.25

Der Bau des Weltalls. Von Professor Dr. J. Scheiner. 4. Aufl. Mit 26 Figuren und 2 Tafeln. (Bd. 24.)

Gibt auf Grund des neuesten Standes der Forschung ein anschauliches Bild vom Bau des Weltalls und seinen ungeheuren Größenverhältnissen in Raum und Zeit.

Die Grundbegriffe der modernen Naturlehre. Von Hofrat Professor Dr. Felix Auerbach. 3. Aufl. Mit 79 Figuren. (Bd. 40.)

„Wer in die allgemeinen Grundbegriffe der modernen Physik eingeführt sein will, der lese das Buch. Es ist erstaunlich, was eine geistreiche und gewandte Feder aus den einfachsten Dingen zu machen versteht...“ (Elektrotechnischer Anzeiger.)

Moleküle — Atome — Weltäther. Von Dr. Gust. Mie, Professor an der Universität Greifswald. 3. Aufl. Mit 27 Figuren. (Bd. 58.)

„... Ein Muster sachlicher Darstellung, enthält es alles Wesentliche, was der Atomistiker an experimentell Bewiesenem für seine Anschauungen vorbringen kann...“ (Monatshefte für Mathematik und Physik.)

Entstehung der Welt und der Erde nach Sage und Wissenschaft. Von Professor Dr. B. Weinstein. 2. Aufl. (Bd. 223.)

Stellt das Problem der Entstehung von Welt und Erde dar, wie es bei allen Völkern und zu allen Zeiten wiederkehrt, wie seine Lösung ewig erstrebt wird von der dichterisch und religiös schaffenden Phantasie und von der wissenschaftlichen Reflexion und Theorie.

Das astronomische Weltbild im Wandel der Zeit. Von Professor Dr. S. Oppenheim. 2. Aufl. Mit 19 Abbild. (Bd. 110.)

Verfolgt den Entwicklungsengang der Astronomie unter besonderer Berücksichtigung des kulturhistorisch so bedeutsamen Kampfes der beiden hauptsächlichsten „Weltbilder“, des die Erde und des die Sonne als Mittelpunkt betrachtenden.

Die Sonne. Von Dr. A. Krause. Mit 64 Abbildungen. (Bd. 357.)

Erörtert die Fragen der Gestalt und Größe der Sonne wie die Entfernung von der Erde in äußerst klarer Weise.

Der Mond. Von Professor Dr. J. Franz. 2. Aufl. Mit 24 Abbildungen im Text und 2 Doppeltafeln. (Bd. 90.)

Bietet eine sachgemäße Darstellung der Ergebnisse der neueren Mondforschung.

Die Planeten. Von Prof. Dr. B. Peter. Mit 18 Figuren. (Bd. 240.)

Gibt eine nach dem heutigen Stande unseres Wissens orientierte Schilderung der einzelnen Körper unseres Planetensystems.

Der Kalender in gemeinverständlicher Darstellung. Von Professor Dr. W. F. Wislicenus in Straßburg i. E. 2. Aufl. (Bd. 69.)

„Die sorgfältige Bearbeitung vereinigt in gebügtem Umfang eine Fülle von Stoff in leichtverständlicher Form. Gebildete Kreise werden dieses Büchlein gerne zur Hand nehmen, um sich zu orientieren.“ (Schweizer Pädagogische Zeitschrift.)

Sichtbare und unsichtbare Strahlen. Von Prof. Dr. R. Börnstein und Prof. Dr. W. Marckwald. 2. Aufl. Mit 85 Abbild. (Bd. 64.)

Das Licht und die Farben. Von Professor Dr. L. Graëtz. 3. Aufl. Mit 117 Abbildungen. (Bd. 17.)

Die optischen Instrumente. Von Dr. Moritz von Rohr. 2. Aufl. Mit 88 Abbildungen. (Bd. 88.)

Spektroskopie. Von Dr. L. Grebe. Mit 62 Abbild. (Bd. 284.)

Ausführliches illustriertes Verzeichnis umsonst und postfrei.

m

BIBLIOTEKA
UNIWERSYTECKA
GDAŃSK

0378763

Na miejscu