

Prof. Kalahne
Schl. bei Danzig

Prof. Kalahne
1935

Die Energie trocken- und feuchtlabiler Schichtungen

150

Von der Technischen Hochschule der Freien Stadt Danzig
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs genehmigte
Dissertation

Vorgelegt von

Dipl.-Ing. Walter Littwin

Berichterstatter: Prof. Dr. H. Koschmieder

Mitberichterstatter: Prof. Dr. E. Buchwald

Tag der Promotion: 27. November 1934

1935

Die Energie trocken- und feuchtlabiler Schichtungen

Von der Technischen Hochschule der Freien Stadt Danzig
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs genehmigte

D i s s e r t a t i o n

Vorgelegt von

Dipl.-Ing. Walter Littwin

Berichterstatter: Prof. Dr. H. Koschmieder

Mitberichterstatter: Prof. Dr. E. Buchwald

Tag der Promotion: 27. November 1934

1935

III 24.150

III

27150



Vorliegende Arbeit erscheint gleichzeitig als Heft 4 der „Forschungsarbeiten des Staatlichen Observatoriums Danzig“.

1955

DRUCK VON W. KATZMANN - DANZIG

24/150

Die Energie trocken- und feuchtlabiler Schichtungen.

Von

WALTER LITWIN.

	Seite
I. Die Energie trockenlabiler Schichtungen für trockene Luft	5
II. Die Energie trocken- und feuchtlabiler Schichtungen für gesättigt und ungesättigt feuchte Luft	12
III. Vergleich der Labilitätsenergie eines isoliert aufsteigenden Luftteilchens mit dem Energievorrat einer umschichtenden Luftmasse	21

Einheiten und Formelgrößen, die in dieser Arbeit benutzt werden.

$A = p \cdot dv$ äußere Arbeit in joule.	$1 \text{ joule} = 10^7 \text{ erg.}$
$\mathcal{Q} = 1/J$ Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit.	
$E =$ Sättigungsdampfdruck des Wasserdampfes in Millibar.	
$J =$ Mechanisches Äquivalent der Wärmeeinheit. $J = 4,186 \text{ joule/gcal.}$	
$K =$ kinetische Energie in joule.	
$M =$ Luftmasse.	
$P =$ potentielle Energie in joule.	
$R =$ Gaskonstante.	$R = 0,2868 \text{ joule/gr grad}$
$T =$ absolute Temperatur	
$U =$ innere Energie in joule.	
$c_p =$ spez. Wärme der Luft bei konst. Druck.	$c_p = 0,2405 \text{ gcal/grad gr}$
$c_v =$ spez. Wärme der Luft bei konst. Volumen.	$c_v = 0,1719 \text{ gcal/grad gr}$
$c_w =$ spez. Wärme des Wassers.	$c_w = 1,000 \text{ gcal/grad gr}$
$e =$ Dampfdruck des Wasserdampfes in Millibar.	
$g =$ Schwerebeschleunigung.	$g = 980,616 \text{ cm/sec}^2$
$h =$ Höhe einer Luftmasse.	
$\ln =$ natürlicher Logarithmus.	
$\lg =$ gewöhnlicher Logarithmus.	
$p =$ Druck in Millibar.	$1 \text{ Millibar} = 1000 \text{ dyn/cm}^2$
$r =$ äußere Verdampfungswärme des Wassers.	$r = 594,8 - 0,55 \cdot t \text{ gcal/gr}$
$s =$ spezifische Feuchte (gr Wasserdampf pro kgr feuchter Luft).	
$t =$ Temperatur in Grad Celsius.	$t = T - 273,2^\circ.$
$u =$ innere Energie joule pro Gramm.	
$v =$ spezifisches Volumen [cm^3/gr].	$v = 1/\rho$
$z =$ Vertikalkoordinate.	
$\rho =$ Dichte [gr/cm^3].	
$\gamma = - \frac{dT}{dz}$ Temperaturgradient [$\text{grad}/100 \text{ Meter}$].	
$\gamma^* = \frac{Ag}{c_p}$ adiabatischer Temperaturgradient.	$\gamma^* = 0,974^\circ \text{ C}/100 \text{ m}$

Indices l, d, w oder L, D, W für Luft, Wasserdampf und Wasser.

Einleitung.

Die Frage nach den Energiequellen in der Atmosphäre ist durch den Begriff der Feuchtlabilität erneut aufgeworfen worden, jedoch haben die Untersuchungen, die sich um den Begriff der Feuchtlabilität drehen, quantitative Ergebnisse über den Energievorrat und den Energieumsatz bisher nicht zum Ziele gehabt.

Die theoretischen Grundlagen zu einer zahlenmäßigen Berechnung vorhandener latenter Energien sind schon lange vor dem Begriff Feuchtlabilität geschaffen worden, einmal durch die Arbeiten von Margules, dann durch das Tephigramm von Shaw. Die Ergebnisse dieser Arbeiten sind nicht miteinander vergleichbar, da sich die beiden Rechnungen auf zwei grundsätzlich verschiedene Vorgänge beziehen. Der Vorgang, der dem Tephigramm zugrunde liegt, hat den Charakter eines Differentialprozesses. Es werden die dynamischen Vorgänge beim Aufsteigen einer kleinen Luftmasse in den Vordergrund gestellt. Der Vorgang ändert nichts an der Schichtung der beteiligten Luftmasse, die Labilitätsenergie ist nach dem Aufsteigen des Quants in gleicher Größe vorhanden wie vorher. Auf die Frage, woher die kinetische Energie des aufsteigenden Teilchens stammt, wird nicht eingegangen. Margules dagegen betrachtet bei allen seinen Untersuchungen mehrere, meist zwei große Luftmassen, die von einem labilen Zustand durch Umschichtung in einen stabilen Zustand übergehen. In diesem Endzustand ist überhaupt keine Labilitätsenergie vorhanden. Er berücksichtigt also die Veränderung der Luftschichtung durch die Umlagerung der Luftmassen. Seine Rechnung stellt den Energieumsatz in den Vordergrund. Hauptziel und Hauptergebnis ist die Kenntnis des Energievorrates, der bei der vorgegebenen Temperaturverteilung aus der ganzen Luftsäule allein durch vertikale Umlagerung frei wird. Durch Berücksichtigung der vollständigen Umschichtung enthält das Ergebnis von Margules eine Integration mehr als die Auswertung des Tephigramms. Rechnungen und Ergebnisse beziehen sich also auf zwei ganz verschiedene Probleme.

Das gilt auch dann, wenn die Überlegungen von Margules für eine feuchte Atmosphäre durchgerechnet worden wären. Margules hat seine Rechnungen tatsächlich auch in einem Falle für eine gesättigt feuchte Luftmasse durchgeführt. Diese Rechnung kommt aus später zu erörternden Gründen zunächst nicht in Betracht. Alle seine andern Rechnungen beziehen sich auf trockene Luftmassen, die lediglich durch die Temperaturverteilung instabil sind. Die aus dem Tephigramm entnehmbaren Energiewerte beziehen sich dagegen ganz überwiegend auf feuchte Luftmassen. Durch die Betrachtung hier trockener, da feuchter Luftmassen unterscheiden sich die Untersuchungen von Margules und Shaw zum zweitenmal.

In vorliegender Arbeit wird nun der Zusammenhang zwischen den Untersuchungen von Margules und Shaw hergestellt, einmal dadurch, daß die Margules'schen Rechnungen für feuchte und feuchtlabile Luftmassen durchgeführt werden, und ein zweites Mal dadurch, daß mit Hilfe des Tephigramms eine vollständige Umschichtung durchgerechnet wird, indem der Umsturz einer ganzen Luftmasse in einzelne Schritte zerlegt und die einzelnen Schritte mit dem Tephigramm berechnet werden. Das Ergebnis dieser Rechnung kann mit einer schrittweisen Umschichtung nach Margules verglichen werden. Das sind die Hauptaufgaben dieser Untersuchung.

Es mag noch besonders darauf hingewiesen werden, daß in der hier vorliegenden Untersuchung ein labiles Nebeneinander ungleich temperierter Luftmassen, das Margules mit so großem Erfolg behandelt hat, und das wir als zweite Margules'sche Aufgabe bezeichnen wollen, gar nicht betrachtet wird. In der ganzen Untersuchung kommen nur solche Labilitäten vor, die durch die vertikale Temperatur und Feuchteverteilung bedingt sind. Die Aufgaben

und Ergebnisse können daher sowohl auf die vertikale Einheitssäule wie auf eine horizontal-homogene Atmosphäre bezogen werden.

Im ersten Abschnitt berechne ich noch die Labilitätsenergie trockener Luftmassen mit konstanten überadiabatischen Gradienten, eine Aufgabe, die Margules der Rechenschwierigkeiten wegen nicht behandelt hat.

I. Der Energieinhalt einer trockenen Luftsäule, deren vertikaler Temperaturgradient größer ist als der trockenadiabatische.

Margules hat zwar bereits die Labilitätsenergie einer vertikalen Luftsäule, die durch die vertikale Temperaturschichtung instabil ist, berechnet. Doch geht die Voraussetzung, die er einführen mußte, um die Rechnung in geschlossener Form durchführen zu können, so weit von den in der Natur auftretenden Verhältnissen ab, daß seine Rechnung häufig unbeachtet geblieben ist. Margules nahm nämlich an, daß im Anfangszustand eine Kaltluftmasse über einer warmen Luftmasse gelegen ist, derart, daß in der horizontalen Grenzfläche der beiden Luftmassen ein Temperatursprung von mehreren Grad auftritt. Solche Verhältnisse sind bisher nicht beobachtet worden. Dagegen steht es außer Zweifel, daß der Temperaturgradient oft über den trockenadiabatischen hinausgeht und dadurch instabile Schichtungen auftreten. Ich berechne daher in folgendem die Labilitätsenergie einer vertikalen Luftsäule für einen konstanten überadiabatischen Temperaturgradienten.

Ich betrachte einen starren Zylinder, der vom Erdboden bis zum oberen Ende der Atmosphäre reicht, und dessen Wände undurchlässig für Wärme sind. Der Zylinder wird durch einen gewichtslosen und beweglichen, dicht schließenden Stempel in zwei Kammern geteilt. Die untere enthalte eine völlig trockene Luftmasse mit einem überadiabatischen Temperaturgradienten, die obere eine stabil geschichtete Luftmasse. Im folgenden betrachte ich die Umschichtung der unteren Luftmasse M. Die Luftmasse der oberen Kammer ist an dem ganzen Vorgang nur insofern beteiligt, als sie bei den Volumänderungen der unteren Luftmasse vertikal ohne jede Umschichtung verschoben wird. Die zu dieser vertikalen Verschiebung notwendige Arbeit nennen wir die Hebungsarbeit. Der Druck, den der Stempel auf die Oberseite der unteren Luftmasse ausübt, bleibt also vor und nach der Umschichtung derselbe.

Da nach Voraussetzung in der unteren Luftmasse M, um die es sich im folgenden stets handelt, im Anfangszustand der vertikale Temperaturgradient überadiabatisch ist, nimmt die potentielle Temperatur im Anfangszustand mit der Höhe ab. Im Endzustand stabiler Schichtung werden sich die Teilchen so anordnen, daß die potentielle Temperatur mit der Höhe zunimmt.

Hier wie in allen folgenden Gedankenversuchen und Rechnungen setze ich voraus, daß die Luftmasse M im vorgegebenen Anfangszustand keine kinetische Energie besitzt. Weiter sehe ich hier wie in allen folgenden Rechnungen vom Einfluß der inneren Reibung ab, sowohl was die entwickelten Geschwindigkeiten betrifft, als auch hinsichtlich der Temperaturerhöhung, die durch die innere Reibung erzeugt wird. Infolgedessen ergeben meine Rechnungen wie die von Margules für die freiwerdende Energie einen Höchstwert, der nie erreicht wird.

Die Bezeichnung Endzustand benutzen wir hier wie in allen folgenden Beispielen für eine Schichtung, die stabil gegenüber beliebig großen Verschiebungen ist. Mit der Bezeichnung Endzustand soll keineswegs gesagt werden, daß die betreffende Schichtung am Ende eines zeitlichen Ablaufs steht, vielmehr ist es durchaus möglich, daß sich die Luftmassen in irgendwelchen Schwingungen diesem stabilen Endzustand nähern.

Von den möglichen Energieformen trockener Luft ändern sich bei der Umschichtung potentielle, kinetische und innere Energie. Die potentielle und innere Energie nimmt ab, die kinetische Energie entsteht bei der Umschichtung und

erreicht ihren größten Wert in dem Augenblick, in dem die Umlagerung den Endzustand durchläuft. Wir suchen diesen Wert der kinetischen Energie.

Dazu berechnen wir die Summe von potentieller Energie P und innerer Energie U im Anfangs- und Endzustand. Die Differenz

$$(P + U) - (P' + U')$$

liefert sowohl die freiwerdende kinetische Energie wie die Hebungarbeit.

Die potentielle Energie einer vertikalen Einheitssäule der Höhe h ist nach Margules gegeben durch:

$$P = R \int_0^h T \rho \, dz - h p_h$$

und die innere Energie durch

$$U = J c_v \int_0^h T \rho \, dz,$$

sodass wieder nach Margules mit $g \rho \, dz = -dp$

$$P + U = - \frac{J c_p}{g} \int_{p_h}^{p_0} T \, dp + h p_h.$$

Die Hebungarbeit können wir zahlenmäßig angeben, sie ist

$$A = p_h (h' - h).$$

Die Energiebilanz lautet dann

$$(P + U) - (P' + U') = K + A. \quad (1)$$

Damit ergibt sich als freiwerdende Energie die Differenz der Temperatur-Massenintegrale im Anfangs- und Endzustand, nämlich:

$$K = \frac{J c_p}{g} \int_{p_0}^{p_h} T \, dp - \frac{J c_p}{g} \int_{p_0}^{p_h} T' \, dp'. \quad (2)$$

Im folgenden handelt es sich um die Auswertung dieser Temperaturmassenintegrale. Für den Anfangszustand berechnet sich das Temperaturmassenintegral für eine lineare Temperaturabnahme mit der Höhe nach Margules mit der polytropen Temperaturdruckformel zu

$$\frac{J c_p}{g} \int_{p_0}^{p_h} T \, dp = \frac{J c_p}{R \gamma + g} [T_0 \cdot p_0 - T_h \cdot p_h]. \quad (3)$$

Nun ist es nötig, das Temperaturmassenintegral für den Endzustand zu berechnen. Bei der Umlagerung vertauschen die Luftteilchen ihre Reihenfolge von oben nach unten. Das unterste Teilchen steigt bis zur oberen Begrenzung und kommt unter den Druck p_h , das oberste nimmt die Stelle des untersten ein und kommt unter den Druck p_0 . Jedes dazwischen gelegene Teilchen erfährt einen Platzwechsel derart, daß die im Anfangszustand unter ihm gelegene Masse im Endzustand über ihm zu liegen kommt. Daher wird

$$p' = p_h + p_0 - p, \quad (4)$$

womit der gesuchte Zusammenhang zwischen p und p' gefunden ist. Diese Beziehung gilt, wenn $p'_0 = p_0$ und $p'_h = p_h$, was oben vorausgesetzt wurde.

Beim Übergang vom Druck p zum Druck p' ändert das Teilchen seine Temperatur nach der Trockenadiabaten

$$T' = T (p'/p)^{\frac{AR}{c_p}}$$

Die Temperatur des Anfangszustandes ist nun durch die Polytrope

$$T = T_0 (p/p_0)^{\frac{R\gamma}{g}} \text{ festgelegt, soda\ss}$$

$$T' = T_0 p_0^{-\frac{R\gamma}{g}} \cdot p'^{\frac{AR}{c_p}} \cdot p_0^{\frac{R\gamma}{g}} \left(\frac{R\gamma}{g} - \frac{AR}{c_p} \right)$$

Benutzt man (4) und $Ag/c_p = \gamma^*$, so wird schließlich

$$T' = T_0 p_0^{-\frac{R\gamma}{g}} \cdot p'^{\frac{R\gamma^*}{g}} \cdot (p_0 + p_h - p')^{\frac{R}{g}(\gamma - \gamma^*)} \quad (5)$$

Das Temperaturmassenintegral für den Endzustand nimmt daher die Form an:

$$\frac{J \cdot c_p}{g} \int T' dp' = \frac{J c_p}{g} T_0 p_0^{-\frac{R\gamma}{g}} \cdot \int_{p_0}^{p_h} p'^{\frac{R\gamma^*}{g}} (p_0 + p_h - p')^{\frac{R}{g}(\gamma - \gamma^*)} dp' \quad (6)$$

In gleicher Weise kann die Höhe der Schicht nach der Umlagerung berechnet werden. Es ist $dp = -g \rho dz$, also

$$dz = -\frac{RT}{gp} dp$$

$$\text{Vor der Umschichtung ist } T = T_0 (p/p_0)^{\frac{R\gamma}{g}}$$

$$\text{damit wird } z = \frac{RT_0}{g} \int (p/p_0)^{\frac{R\gamma}{g}} dp = \frac{T_0}{\gamma} \left[1 - (p/p_0)^{\frac{R\gamma}{g}} \right]$$

Nach der Umschichtung ist

$$z' = \frac{R}{g} \int_{p_0}^{p_h} \frac{T'}{p'} dp' = \frac{R \cdot T_0}{g \cdot p_0} \int_{p_h}^{p_0} p'^{\frac{R\gamma^*}{g} - 1} \cdot (p_0 + p_h - p')^{\frac{R}{g}(\gamma - \gamma^*)} dp' \quad (7)$$

Der Energiebetrag, der als Differenz der Temperaturmassenintegrale erhalten ist, wird dann wie bei Margules auf die gesamte an der Umschichtung beteiligte Masse gleichmäßig verteilt. Die über p_h liegende Säule soll keine kinetische Energie erhalten.

Zwischen p_0 und p_h liegt die Masse $(p_0 - p_h)/g$, andererseits ist die kinetische Energie der Gesamtmasse $K = \frac{1}{2} M c_m^2$, wo c_m eine mittlere Geschwindigkeit bedeutet. Mithin ergibt sich durch Verknüpfung der beiden letzten Ausdrücke:

$$c_m = \sqrt{\frac{2K}{M}} = \sqrt{\frac{2K \cdot g}{(p_0 - p_h)}}$$

Die Zahlenrechnung muß, wie man es auch an den Rechnungen von Margules bemerkt, sehr genau durchgeführt werden. Es sind sieben- bzw. acht-

stellige Logarithmen notwendig. Den Rechnungen wurde der Wert $\gamma^* = Ag/c_p = 0,973\ 970\ 0^\circ\text{C}/100\text{ m}$ zugrunde gelegt. Für die Werte $\gamma = 1,00; 1,05; 1,10; 1,15; 1,20; 1,25^\circ\text{C}/100\text{ m}$ wurden dann $R\gamma/g$ und $R(\gamma - \gamma^*)/g$ berechnet und damit für Druckstufen von 25 bzw. 50 Millibar auf logarithmischem Wege die Werte

$$\frac{R\gamma^*}{g} \quad \text{und} \quad (p_o + p_h - p) \frac{R}{g} (\gamma - \gamma^*)$$

Deren Multiplikation liefert den Integranden. Die Addition erfolgte nach der Simpsonschen Regel. Die Zahlenrechnung ist ziemlich umfangreich.

Die Ergebnisse sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Tabelle 1.

γ	1,0	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	$^\circ\text{C}/100\text{ m}$
$h' - h$	0,3	1,0	1,64	2,29	2,93	3,74	meter
A	2,1	6,96	11,50	16,03	20,51	26,11	joule
K	3,99	11,50	18,64	27,92	34,49	42,03	joule
$\frac{K}{M}$	0,012	0,037	0,061	0,091	0,112	0,128	joule/gramm
c_m	5,1	8,7	11,0	13,5	15,0	16,6	meter/sec.

Die Höhenänderung bei der Umschichtung erscheint recht unbedeutend, erst bei einem Gradienten von $1,20^\circ\text{C}/100\text{ m}$ nimmt die Gesamthöhe der Schicht um 1‰ zu. Trotzdem ist die Heibungsarbeit größer, als man erwartet, und von derselben Größenordnung wie die freiwerdende Energie K. Vergleichen wir die freiwerdende Energie für die hier gewählte Schichtdicke von 300 Millibar bei verschiedenen Gradienten der Temperatur im Anfangszustand, so erhalten wir ein lineares Anwachsen der freiwerdenden Energie mit $(\gamma - \gamma^*)$, der Abweichung vom adiabatischen Gradienten. Die Geschwindigkeit c_m wächst mit der Wurzel dieser Abweichung. In Abb. 1 sind die Energie K und die Geschwindigkeit c_m über γ aufgetragen. Das Ergebnis zeigt, daß mäßige Geschwindigkeiten schon durch geringe Abweichungen vom adiabatischen Gradienten erzeugt werden, während Sturmgeschwindigkeiten unverhältnismäßig größere Abweichungen verlangen.

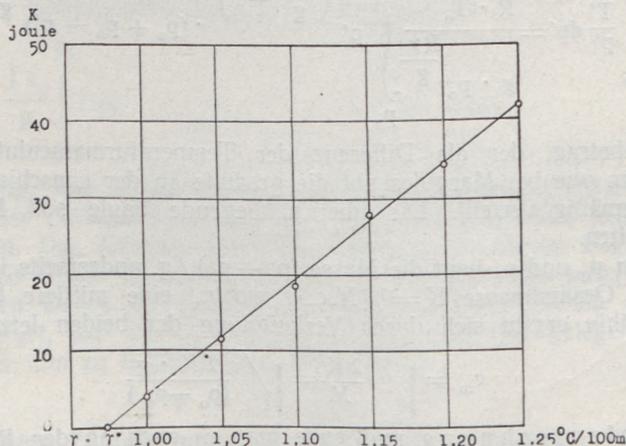


Abb. 1 a. Die bei verschiedenen Gradienten freiwerdende Energie.

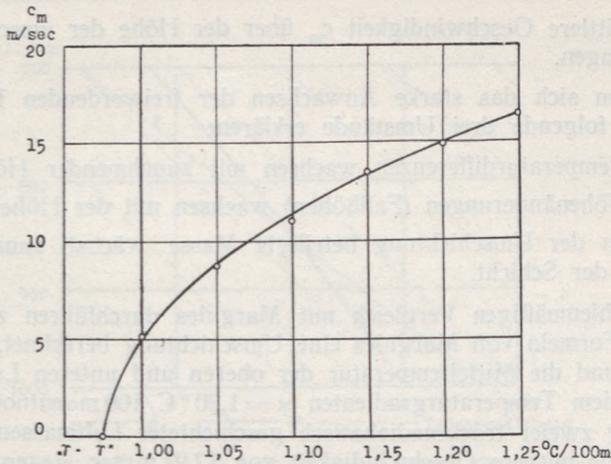


Abb. 1 b. Die bei verschiedenen Gradienten entstehende mittlere Geschwindigkeit.

Für die Gradienten $\gamma = 1,10$ und $1,20$ habe ich die freiwerdende Energie bei drei verschiedenen Schichtdicken ausgerechnet. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 2 zusammengestellt. Die Angaben für die gesamte freiwerdende Energie und für die Energie pro Masseneinheit sind in willkürlichen Einheiten gegeben, und zwar wurden bei der Schichtdicke von 300 Millibar für K und K/M die Zahlenwerte $27 = 3^3$ und $9 = 3^2$ gewählt.

Tabelle 2.

Umschichtende Luftmasse mbar	Höhe der Schicht m	$\gamma = 1,10$			$\gamma = 1,20$ °C/100 m		
		K	K/M	c_m	K	K/M	c_m
1 1000—900	909	0,93	0,93	3,54	0,83	0,83	4,57
2 1000—800	1889	7,56	3,80	7,15	4,27	3,62	9,53
3 1000—700	2957	27,00	9,00	11,0	27,00	9,00	15,0

Die Reihen für die insgesamt freiwerdende Energie K zeigen, daß K etwas mehr als mit der dritten Potenz der umschichtenden Luftmasse anwächst, entsprechend wächst K/M angenähert mit der zweiten Potenz an und die Geschwindigkeit angenähert mit der ersten. Eine bessere Angleichung erhält man, wenn man sich nicht auf die umschichtende Masse bezieht, sondern auf die Höhe der umschichtenden Luftsäule. In Abb. 2 ist daher die aus der freiwerdenden Energie

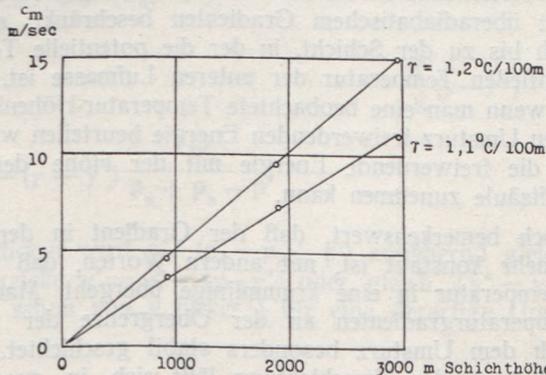


Abb. 2. Die bei verschiedenen Schichthöhen entstehende mittlere Geschwindigkeit.

berechnete mittlere Geschwindigkeit c_m über der Höhe der umschichtenden Luftsäule aufgetragen.

Man kann sich das starke Anwachsen der freiwerdenden Energie mit der Höhe durch folgende drei Umstände erklären:

1. Die Temperaturdifferenzen wachsen mit zunehmender Höhe der Schicht.
2. Die Höhenänderungen (Fallhöhen) wachsen mit der Höhe der Schicht.
3. Die an der Umschichtung beteiligte Masse wächst annähernd mit der Höhe der Schicht.

Um einen zahlenmäßigen Vergleich mit Margules durchführen zu können, habe ich mit den Formeln von Margules eine Umschichtung berechnet, bei der ich die Schichtdicke und die Mitteltemperatur der oberen und unteren Luftmasse meinem Beispiel mit dem Temperaturgradienten $\gamma = 1,20^\circ \text{C}/100 \text{m}$ entnommen habe. Die Umschichtung zweier trockenadiabatisch geschichteter Luftmassen nach Margules ergab dann die mittlere Geschwindigkeit von 12,97 m/sec, gegen 15,02 m/sec bei meiner Umschichtung. Der Energiegewinn bei meiner Umschichtung muß notwendig größer sein als bei Margules, denn ich kann meine Umschichtung in zwei Schritte zerlegen, erstens einen Platzwechsel der beiden Schichthälften ohne Umkehr der Schichtenfolge, dabei erhalte ich denselben Energiebetrag wie Margules. Dann schichte ich zweitens innerhalb jeder Hälfte um, damit die überadiabatischen Gradienten verschwinden. Hierdurch erhalte ich den Mehrbetrag gegenüber Margules.

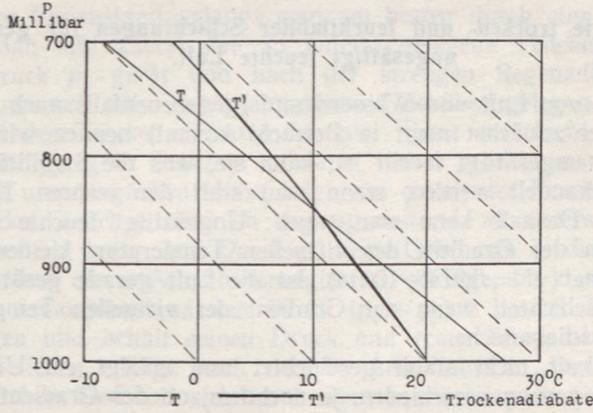
Wir wollen jetzt noch den Endzustand selbst genauer ins Auge fassen. Die infolge ihrer hohen potentiellen Temperatur aufstrudelnden Luftmassen sollen in ihrer Bewegung aufwärts begrenzt werden. Dazu ist nötig, daß die gerade oberhalb der betrachteten Schicht liegende Luftmasse eine höhere potentielle Temperatur besitzt als die höchste potentielle Temperatur, die in der unteren umstürzenden Luftmasse vorhanden ist. Setzen wir unten stetige Temperaturverteilung voraus, so ist zur Begrenzung des Umsturzes nach oben eine Inversion erforderlich. Der Betrag dieser Inversion errechnet sich leicht zu:

$$T'_h - T_h = T_o \left[\frac{R\gamma^*}{g} (p_h/p_o) - \frac{R\gamma}{g} (p_h/p_o) \right]$$

oder, wenn h bekannt ist, zu $T'_h - T_h = h(\gamma - \gamma^*)$. Dieser Betrag ist im Höchsfalle bei $\gamma = 1,25^\circ \text{C}/100 \text{m}$ und einer Schichtdicke von 300 mbar gleich $7,5^\circ \text{C}$.

Ist keine ausreichende Inversion vorhanden, so bleibt der Umsturz nicht auf die Masse mit überadiabatischem Gradienten beschränkt, sondern reicht höher hinauf, nämlich bis zu der Schicht, in der die potentielle Temperatur gleich der höchsten potentiellen Temperatur der unteren Luftmasse ist. Dies muß man vor Augen haben, wenn man eine beobachtete Temperatur-Höhenkurve hinsichtlich der durch vertikalen Umsturz freiwerdenden Energie beurteilen will. Das ist besonders wichtig, weil die freiwerdende Energie mit der Höhe der am Umsturz teilnehmenden Luftsäule zunehmen kann.

Es ist noch bemerkenswert, daß der Gradient in der umgestürzten Luftmasse nicht mehr konstant ist, mit andern Worten, daß die geradlinige Verteilung der Temperatur in eine krummlinige übergeht. Man findet die größten vertikalen Temperaturgradienten an der Obergrenze der Schicht, die untere Hälfte ist nach dem Umsturz besonders stabil geschichtet. Der vertikale Temperaturgradient nach der Umschichtung läßt sich in geschlossener Form als Funktion des Drucks darstellen.

Abb 3. Umschichtung einer trockenen Luftmasse mit einem Gradienten von $1,2^\circ/100\text{ m}$.

$$\text{Es ist: } \gamma' = -\frac{dT'}{dz} = -\frac{dT'}{dp'} \cdot \frac{dp'}{dz};$$

$$\text{darin } \frac{dp'}{dz} = -g \varrho = -\frac{g p'}{R T'} = \frac{g p'}{R T_o p_o \frac{-R\gamma}{g} \cdot p' \frac{R\gamma^*}{g} \cdot (p_o + p_h - p') \frac{R(\gamma - \gamma^*)}{g}}$$

und

$$\frac{dT'}{dp'} = T_o p_o \frac{-R\gamma}{g} \left[\frac{R\gamma^*}{g} \cdot p' \left(\frac{R\gamma^*}{g} - 1 \right) \cdot (p_o + p_h - p') \frac{R(\gamma - \gamma^*)}{g} + \right. \\ \left. p' \frac{R\gamma^*}{g} \cdot \frac{R(\gamma - \gamma^*)}{g} (p_o + p_h - p') \frac{R(\gamma - \gamma^*)}{g} \right]$$

also

$$\gamma' = \frac{T_o p_o \frac{-R\gamma}{g} \cdot g p'}{R T_o p_o \frac{-R\gamma}{g} \cdot p' \frac{R\gamma^*}{g} \cdot (p_o + p_h - p') \frac{R\gamma(\gamma - \gamma^*)}{g}} \left[\frac{R\gamma^*}{g} p' \left(\frac{R\gamma}{g} - 1 \right) \cdot (p_o + p_h - p') \frac{R(\gamma - \gamma^*)}{g} \right. \\ \left. - \frac{R(\gamma - \gamma^*)}{g} \cdot (p_o + p_h - p') \frac{R(\gamma - \gamma^*)}{g} \right] \\ \gamma' = \gamma^* - (\gamma - \gamma^*) \frac{p'}{p_o + p_h - p'}$$

Für geringe Schichtdicken wird $p' / (p_o + p_h - p')$ annähernd gleich 1 und man kann im ganzen Bereiche $\gamma' = \gamma^* - (\gamma - \gamma^*)$ oder gleich $2\gamma^* - \gamma$ setzen. Diese Näherungsformel ist schon von v. Ficker¹⁾ für eine derartige Umschichtung angegeben worden.

¹⁾ v. Ficker. Über die Entstehung lokaler Wärmegewitter. Sitz-Ber. der Akad. d. Wiss. XVI. S. 242. 1932. Berlin.

II. Die Energie trocken- und feuchtlabiler Schichtungen für gesättigt und ungesättigt feuchte Luft.

Ein Gemisch von Luft und Wasserdampf (gegebenenfalls auch kondensiertem Wasser, was aber zunächst nicht in Betracht kommt) nennen wir feuchte Luft. Solange die Luft ungesättigt feucht ist, kann sie, was die Stabilität betrifft, wie trockene Luft behandelt werden, wenn man statt der wahren Temperatur die virtuelle benutzt. Deshalb kann man sagen: Ungesättigt feuchte Luft ist stabil geschichtet, wenn der Gradient der virtuellen Temperatur kleiner ist als der trockenadiabatische ($\gamma^* = 0,974^\circ/100\text{ m}$). Ist die Luft gerade gesättigt feucht, so ist sie stabil geschichtet, wenn der Gradient der virtuellen Temperatur kleiner ist als der feuchtadiabatische.

Ist feuchte Luft nicht stabil geschichtet und erfolgt ein Umsturz, so ist die Art der Umlagerung verschieden, je nachdem, ob der Gradient der virtuellen Temperatur größer als der trockenadiabatische oder bloß größer als der feuchtadiabatische Gradient ist.

1. Ist der Gradient der virtuellen Temperatur größer als der trockenadiabatische, so erfolgt eine vollständige Umschichtung wie bei trockener Luft.
2. Ist der Gradient der virtuellen Temperatur kleiner als der trockenadiabatische, aber größer als der feuchtadiabatische, so können sich zwar die aufsteigenden Teilchen umschichten, in den absinkenden Luftmassen dagegen behalten die Teilchen ihre Lage zueinander bei.

Nach der Umschichtung haben wir zwei verschiedene Luftkörper, einen oberen, in dem Kondensation eingetreten ist, und einen unteren, der ungesättigt geblieben ist. Die Grenzfläche der beiden Luftkörper ist nicht Unstetigkeitsfläche der virtuellen Temperatur, kann aber Unstetigkeitsfläche für die wahre Temperatur sein, sie ist jedoch stets Unstetigkeitsfläche für den Temperaturgradienten sowohl der wahren wie der virtuellen Temperatur.

Die Rechnung verläuft hier wie bei trockener Luft. Man bildet die Summe von potentieller und innerer Energie vor und nach der Umschichtung. Die Differenz der Gesamtenergien wird hier wie dort in kinetische Energie und Hebungsarbeit umgewandelt.

Im **Beispiel 1** wählen wir als Anfangszustand eine Schichtung, aus der durch Umschichtung keine Energie gewonnen werden könnte, wenn keine Kondensation eintreten würde. Wird bei Berücksichtigung der Kondensation doch Energie frei, so können wir diesen Energiegewinn ganz dem Einfluß des Wasserdampfes zuschreiben. So werden wir am ehesten die Bedeutung des Wasserdampfes für die Labilitätsenergie einer Luftschicht erkennen. Um den Einfluß des Wasserdampfes möglichst groß zu machen, geben wir im Anfangszustand der ganzen Luftmasse 100 % Feuchte. Als Temperaturverteilung wählen wir den Grenzfall trockenstabiler Schichtung: die virtuelle Temperatur nimmt mit dem Druck nach dem trockenadiabatischen Gradienten ab. Diese Schichtung bietet den Vorteil, daß sich wenigstens die potentielle Energie des Anfangszustandes in geschlossener Form darstellen läßt.

Bei der Umschichtung legen wir den Temperaturänderungen die genaue Regendiabate zugrunde.

Als Endzustand betrachten wir die Schichtung, bei der keine kinetische Energie mehr frei werden kann, die also stabil ist gegenüber beliebig großen Verschiebungen der einzelnen Teilchen. Für die gewählten Anfangsbedingungen: 100 % Feuchte und trockenadiabatischer Gradient für die virtuelle Temperatur, ist dieser Endzustand erreicht, wenn gerade die untere Massenhälfte unter Kondensation nach oben aufgestiegen ist, wobei die Schichtenfolge sich umkehrt, und die obere Hälfte nach unten abgesunken ist. Aus dieser Schichtung kann keine weitere kinetische Energie gewonnen werden.

Zu diesem Endzustand gelangt man am besten durch eine schrittweise Umschichtung. Man läßt zuerst das zu unterst gelegene Teilchen aufsteigen, das unter den Druck p_h gerät und nach der strengen Regenadiabaten die Temperatur T_h' annimmt. Die im Anfangszustand darüber gelegene Luftmasse sinkt insgesamt auf der Trockenadiabaten herunter. Jetzt verschiebt man wieder das jetzt zu unterst gelegene Teilchen aufwärts, dieses erreicht seine Kondensationshöhe in seiner ursprünglichen Höhe, folgt von da ab der Feuchtdiabaten und gelangt unter das Teilchen, das im Anfangszustand zu unterst gelegen hatte, jetzt aber zu oberst unter dem Druck p_h liegt. Geht man in dieser Weise weiter, so wird bei jedem dieser Schritte Energie frei, solange, bis das Teilchen erreicht wird, das im Anfangszustand den Druck $(p_o + p_h)/2$ besitzt. Dieses kann nicht mehr aufsteigen und behält seinen Druck und seine Temperatur. Das Absinken der oberen Teilchen erfolgt nach der Trockenadiabaten. Der Druck für ein beliebiges Teilchen bestimmt sich im Endzustand in derselben Weise wie früher auf S. 6 beschrieben, nämlich: Der Druck an der Obergrenze der ganzen Schicht bleibt unverändert und der Teil der umschichtenden Masse, der im Anfangszustand unter dem Teilchen lag, liegt im Endzustand darüber und umgekehrt. Aus den bekannten Druckänderungen werden dann die Temperaturen nach der genauen Regenadiabaten¹⁾ berechnet.

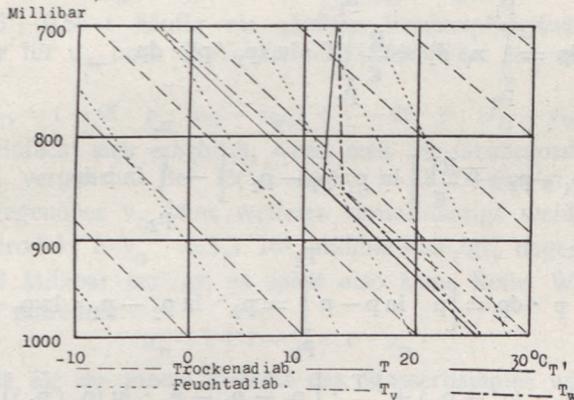


Abb. 4. Umschichtung einer gesättigt feuchten Luftmasse mit trockenadiabatischem Gradienten für die virtuelle Temperatur.

Potentielle Energie.

Die potentielle Energie im Anfangszustand ist in geschlossener Form zu

berechnen. Es ist bei der gewählten Schichtung: $z = \frac{T_o - T}{\gamma} = \frac{T_{ov}}{\gamma} \left[1 - \left(\frac{p}{p_o} \right)^{\frac{R\gamma}{g}} \right]$.

Also wird ganz allgemein für eine polytrophe Atmosphäre:

$$\begin{aligned}
 P &= \int g \cdot z \cdot dm = \int z \cdot dp = \frac{T_{ov}}{\gamma} \int \left[1 - \left(\frac{p}{p_o} \right)^{\frac{R\gamma}{g}} \right] \cdot dp \\
 &= \frac{T_{ov}}{\gamma} \left[p - \frac{p_o}{\frac{R\gamma}{g} + 1} \left(\frac{p}{p_o} \right)^{\frac{R\gamma}{g} + 1} \right]_{p_o}^{p_h} \\
 &= \frac{T_{ov}}{\gamma} (p_o - p_h) - \frac{T_{ov}}{\gamma \left(\frac{R\gamma}{g} + 1 \right)} \left[p_o - p_h \left(\frac{p_h}{p_o} \right)^{\frac{R\gamma}{g}} \right].
 \end{aligned}$$

1) Vergl. Koschmieder. Dynamische Meteorologie S. 73.

Im Endzustand ist in der aufgestiegenen Luft außer Wasserdampf auch kondensiertes Wasser enthalten, das einen Beitrag zur potentiellen Energie liefert. Deswegen führen wir eine erweiterte virtuelle Temperatur T_w ein, die

durch $T_w = \frac{P}{\rho R}$ definiert ist. Dabei sei

$$\rho = \rho_L + \rho_D + \rho_w, \quad \text{wo } \rho_L, \rho_D, \rho_w$$

die Dichten der Luft, des Wasserdampfes und des kondensierten Wassers an dem betrachteten Punkte sind. T_w ist also diejenige Temperatur, die trockene Luft annehmen müßte, um bei gleichem Druck die Dichte ρ zu haben.

Die potentielle Energie im Endzustand wird verschieden berechnet je nach dem Temperaturverlauf in der Endschichtung. In den ersten beiden Beispielen ändert sich die Temperatur T_w mit der Höhe so wenig, daß sie für die einzelnen 25-Millibarschichten als konstant angesehen werden kann. Wir berechnen daher zunächst die potentielle Energie einer trockenen, isothermen Luftschicht. Bei isothermer Schichtung ist: $z = z_1 + \frac{RT}{g} \ln(p_1/p_2)$. Danach wird ganz allgemein für eine isotherme Atmosphäre:

$$\begin{aligned} P &= \int_{p_2}^{p_1} z \, dp = \int_{p_2}^{p_1} z_1 \, dp + \frac{R}{g} \int_{p_2}^{p_1} T \cdot \ln(p_1/p) \cdot dp \\ &= z_1(p_1 - p_2) + \frac{RT}{g} \left[\ln p_1 (p_1 - p_2) \right] - \int_{p_2}^{p_1} \ln p \, dp. \end{aligned}$$

$$\text{Nun ist: } - \int_{p_2}^{p_1} \ln p \cdot dp = \left[p \cdot \ln p - p \right]_{p_1}^{p_2} = p_2 \cdot \ln p_2 - p_1 \cdot \ln p_1 - (p_2 - p_1).$$

$$\text{Also wird: } P = z_1 \cdot (p_1 - p_2) + \frac{RT}{g} \cdot \left[p_1 - p_2 - p_2 \cdot \ln(p_1/p_2) \right].$$

Wir bilden jetzt die Differenz der potentiellen Energien im Anfangs- und Endzustand. In dem hier besprochenen Beispiel ändert sich die potentielle Energie in der unteren Hälfte überhaupt nicht, da vor und nach der Umschichtung gleiche virtuelle Temperatur in jeder Höhe vorhanden ist. Dagegen ändert die obere Massenhälfte ihre potentielle Energie, die potentielle Energie nimmt dort zu, da durch die Erwärmung die aufgestiegene Masse ihr Volumen vergrößert hat und ein Teil über die Anfangshöhe h hinausgehoben ist.

Dadurch, daß die potentielle Energie im Endzustand größer ist als im Anfangszustand, unterscheiden sich die Energieumsätze grundsätzlich von denen, die bei dem Umsturz trockener Luft auftreten. Die frei werdende kinetische Energie kann also hier überhaupt nur aus der inneren Energie stammen.

Die Tatsache, daß bei einer feuchtblabilen Umschichtung Energie frei werden kann, während gleichzeitig die potentielle Energie zunimmt, ist von entscheidender Bedeutung für viele Überlegungen über die Vertiefung der Zyklogen.

Innere Energie.

Die im Folgenden entwickelten Formeln gelten ganz allgemein ohne Beschränkung auf das gerade behandelte Beispiel.

Wir verstehen unter innerer Energie diejenige Energiemenge, die allein von der Temperatur der betreffenden Substanz abhängt. In den folgenden Rechnungen

beziehen wir die innere Energie stets auf die Temperatur von 0°C , dann lautet die innere Energie für trockene Luft wie für jedes ideale Gas:

$$u_L = c_v \cdot t = c_p \cdot t - \mathcal{A} \cdot p \cdot v.$$

Diesen Ausdruck bilden wir auch für das flüssige Wasser und für den Wasserdampf.

Ist c_{wp} die spezifische Wärme des Wassers bei konstantem Druck, so ist die innere Energie des Wassers gegeben durch den Wärmehalt $i = c_{wp} \cdot t$, vermindert um diejenige Ausdehnungsarbeit, die gegen den äußeren Druck p bei der Volumenänderung des Wassers ($v_w - v_{w0}$) bei dem Übergang von der Temperatur 0°C bis zur Temperatur t benötigt wird. Also wird die innere Energie des Wassers:

$$u_W = i - \mathcal{A} \cdot p \cdot (v_w - v_{w0}).$$

Weiter berechnen wir die innere Energie u_D des Wasserdampfes. Sie ist gleich der Summe der inneren Energie des Wassers und der gesamten Verdampfungswärme r , vermindert um diejenige Ausdehnungsarbeit, die beim Übergang von Wasser in Dampf gegen den Partialdruck des Wasserdampfes geleistet werden muß. Es wird also:

$$u_D = u_W + r - \mathcal{A} \cdot e \cdot (v_D - v_W),$$

wobei $r = 594,8 - 0,55 \cdot t$ häufig als „äußere Verdampfungswärme“ bezeichnet wird. Setzen wir für u_W noch den oben ermittelten Wert ein, so erhalten wir in Strenge

$$u_D = i - \mathcal{A} \cdot p \cdot (v_w - v_{w0}) + r - \mathcal{A} \cdot e \cdot (v_D - v_w).$$

Die Formel vereinfacht sich erheblich, wenn man die Größenordnung der einzelnen Summanden vergleicht. Bei 15°C ist $v_D = 78\,200\text{ cm}^3/\text{gr}$, $v_w = 1\text{ cm}^3/\text{gr}$, also kann v_w gegenüber v_D ohne weiteres vernachlässigt werden. Weiter wird bei 15°C das Produkt $e \cdot v_D = 1,3 \cdot 10^6$ Millibar $\cdot\text{cm}^3/\text{gr}$, dagegen das Produkt $p \cdot (v_w - v_{w0}) \sim 2$ Millibar $\cdot\text{cm}^3/\text{gr}$, es spielt also keine Rolle. Wir können daher genügend genau schreiben:

$$u_D = i + r - \mathcal{A} \cdot e \cdot v_D.$$

Mit dieser Größe für die innere Energie des Wasserdampfes wird in folgendem gerechnet.

Die innere Energie des Gemisches feuchter Luft ist gleich der Summe aus den inneren Energien der Einzelbestandteile.

$$U = U_L + U_D + U_w.$$

Wir müssen jetzt die Massenintegrale der inneren Energie für die einzelnen Bestandteile berechnen. Dazu brauchen wir die Massendifferentiale für Luft, Wasserdampf und Wasser. Wird die spezifische Feuchte vor der Umschichtung mit s , nach der Umschichtung mit s' bezeichnet, so ist vor der Umschichtung in der Masseneinheit feuchter Luft enthalten: an trockener Luft $(1-s)$ gr, an Wasserdampf s gr, an Wasser nichts; nach der Umschichtung: an trockener Luft $(1-s')$ gr, an Wasserdampf s' gr, und an Wasser $(s-s')$ gr. Demzufolge werden die Massenelemente

	V o r	N a c h
Luft	$\frac{dp}{g} (1-s)$	$\frac{dp}{g} (1-s')$
Wasserdampf	$\frac{dp}{g} s$	$\frac{dp}{g} s'$
Wasser	—	$\frac{dp}{g} (s-s')$

Es ist nun z. B. vor der Umschichtung

$$\text{die innere Energie der trockenen Luft} \quad U_L = \int u_L \cdot dm_L = \int_{p_h}^{p_o} u_L \cdot \left(\frac{1-s}{g}\right) \cdot dp$$

$$\text{die innere Energie des Wasserdampfes} \quad U_D = \int u_D \cdot dm_D = \int_{p_h}^{p_o} u_D \cdot \frac{s}{g} \cdot dp$$

Die Integrale lassen sich nicht in geschlossener Form auswerten. Es ist vielmehr nötig, sie durch Summen zu ersetzen und für Anfangs- und Endzustand für hinreichend kleine Schichten die Zahlenwerte der einzelnen Größen für die obere und untere Grenze jeder einzelnen Schicht zu berechnen und die Simpsonsche Regel anzuwenden, und zwar getrennt für Luft, Wasserdampf und Wasser. Dadurch werden die Zahlenrechnungen außerordentlich umfangreich.

Die gesamte freiwerdende Energie ist dann gegeben durch die Differenz der Integrale für den Anfangs- und Endzustand.

Beispiel 1. (vgl. Abb. 4)

Anfangszustand: Die virtuelle Temperatur nimmt nach der Trockenadiabaten ab. Feuchte überall 100 %, kein flüssiges Wasser.

Diese Schichtung wäre bei der Feuchte 0 % indifferent, dann könnte bei einer Umschichtung überhaupt keine Energie gewonnen werden.

Art der Umschichtung: Die untere Hälfte steigt mit Umkehr der Schichtenfolge nach der Feuchtadiabaten auf, die obere Hälfte sinkt nach der Trockenadiabaten ab.

Endzustand: In der oberen Hälfte übersättigt feuchte Luft mit flüssigem Wasser, unten ungesättigte Luft geringer relativer Feuchte.

Folgende Zahlenwerte geben ein Bild von dem gewählten Anfangszustand und dem errechneten Endzustand. Die vorgegebenen Werte sind mit einem Stern* versehen.

Tabelle 3.

	A n f a n g				E n d e				
	p mb ar	T _v	s ¹⁾ gr/kgr	T	T	s ²⁾ gr/kgr	w ³⁾ gr/kgr	T _w ⁴⁾	Höhe m
Obergrenze .	700*	271,015*	4,39*	270,296	283,912	11,45	0,682	283,945	3012,90
Mitte	850	286,428	10,00	284,705	284,705	10,00 4,39	0,00	286,427	1293,57
Boden	1000*	300,000*	18,28*	296,720	298,197	10,00	—	300,000	0,00

- 1.) Die spezifische Feuchte kann im Anfangszustand nur durch Näherungsrechnung gefunden werden, da nicht die wahre, sondern die virtuelle Temperatur vorgegeben ist.
- 2.) Die spezifische Feuchte im Endzustand ist zu definieren als gr Wasserdampf pro kgr feuchter Luft, wobei sich die Luft zusammensetzt aus Luft, Wasserdampf und Wasser.
- 3.) w ist der spezifische Wassergehalt : gr Wasser pro kgr feuchter Luft.
- 4.) Da nach der Umschichtung auch flüssiges Wasser vorhanden ist, muß zur Berechnung der Dichte hier die oben definierte Temperatur T_w benutzt werden. Ihr Zahlenwert ist an dieser Stelle angegeben.

Die Ergebnisse der Energieberechnungen sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Die Energiebeträge, die bei der Umschichtung frei werden, erscheinen hier mit positivem Vorzeichen.

Tabelle 4.

	Potentielle Energie	Innere Energie			
		Luft	Wasserdampf	Wasser	
Anfang	4274,61	2411,95	7624,59	—	joule
Ende	4292,31	3269,23	6438,54	22,75	joule
Anfang — Ende .	—17,70	—857,28	+1186,05	—22,75	joule

Man sieht, daß lediglich der Wasserdampf bei der Umschichtung Energie abgibt. Ein Teil davon wird bereits zur Hebungsarbeit verbraucht. Dieser Betrag ist $A = p_h (h_e - h_a)$, in diesem Beispiel $A = 700 \cdot 36,98 \text{ m.mbar} = 258,86 \text{ joule}$.

Wir erhalten also folgende Energiebilanz:

Frei wird:	Innere Energie des Wasserdampfes	1186,05 joule
Verbraucht wird:	Innere Energie der Luft	857,28
	Innere Energie des Wassers	22,75
	Potentielle Energie	17,70
	Hebungsarbeit	258,86
		1156,59
		1156,59 joule

Endgültig wird frei 29,46 joule

Verteilt man die Energie gleichmäßig auf die am Umsturz teilnehmende Masse und setzt sie in kinetische Energie um, so erzeugt sie eine mittlere Windgeschwindigkeit von 13,9 m/sec.

Das Beispiel 2 ist ähnlich dem ersten.

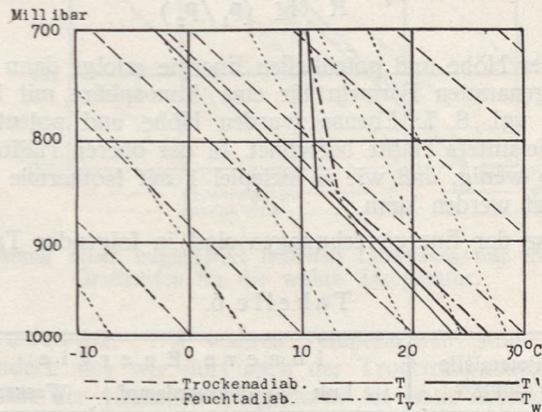


Abb. 5. Umschichtung einer gesättigt feuchten Luftmasse mit trockenadiabatischem Gradienten für die wahre Temperatur.

Anfangszustand: Die wahre Temperatur ändert sich mit dem Druck nach der Trockenadiabaten. Feuchte überall 100%, kein kondensiertes Wasser. Für die Temperatur der Schichtmitte wurde fast derselbe Wert genommen wie in Beispiel 1 ($284,708^\circ$ bzw. $284,705^\circ$). Infolge des geänderten Gradienten weichen die Temperaturen unterhalb und oberhalb der Schichtmitte etwas vom Beispiel 1 ab.

Umschichtung. Die untere Hälfte steigt mit Umkehr der Schichtenfolge nach der Feuchtadiabaten auf, die obere Hälfte sinkt nach der Trockenadiabaten ab und muß dabei im Gegensatz zu Beispiel 1 infolge der Trockenlabilität ebenfalls die Schichtenfolge umkehren.

Endzustand. In der oberen Hälfte qualitativ wie in Beispiel 1, übersättigte Luft und kondensiertes Wasser, in der unteren Hälfte stabile Schichtung im Gegensatz zu Beispiel 1.

Folgende Zahlenwerte vervollständigen das Bild dieser Umschichtung.

Tabelle 5.

	A n f a n g				E n d e				
	mbar p	T	s gr/kg	T _v	T	s gr/kg	w gr/kg	T _w	h m
Obergrenze .	700	269,389°	4,09	270,055°	285,745°	13,03	6,95	285,980°	3015,50
Mitte	850	284,709°	10,01	286,429°	284,709	10,01	0,00	286,429	1390,87
Boden	1000	298,200°	19,98	301,800°	298,200	4,09	—	298,938	0,00

Die Größen w und T_w haben dieselbe Bedeutung wie in Beispiel 1. Mehr Schwierigkeiten als in Beispiel 1 macht hier die Berechnung der Höhe und potentiellen Energie, da die maßgebende Größe T_v sich hier nicht nach einer vorgegebenen Formel ändert. Es wurde daher zunächst T_v für Druckstufen im Abstand von 25 Millibar berechnet, dann wurde für jede 25-Millibarschicht aus Druck p und virtueller Temperatur T_v ein mittlerer Gradient der virtuellen Temperatur γ_v dieser Schicht berechnet, nach der Formel.

$$\gamma_v = \frac{g}{R} \cdot \frac{\lg(T_{v1}/T_{v2})}{\lg(P_1/P_2)}$$

Die Berechnung der Höhe und potentiellen Energie erfolgt dann genügend genau nach den schon genannten Formeln für eine Atmosphäre mit konstantem Temperaturgradienten, vgl. S. 7. Ebenso wurden Höhe und potentielle Energie im Endzustand für die untere Hälfte berechnet. In der oberen Hälfte ändert sich die Temperatur T_w so wenig, daß wie in Beispiel 1 mit Isothermie in den einzelnen Schichten gerechnet werden kann.

Die Ergebnisse der Energierechnungen sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 6.

	Potentielle Energie	I n n e r e E n e r g i e			
		Luft	Wasserdampf	Wasser	
Anfang	4282,46	2431,33	7808,38	0,0	joule
Ende	4287,97	3400,00	6593,89	26,05	joule
Anfang — Ende .	—5,51	—869,67	+1214,90	—26,05	joule

Wieder gibt nur der Wasserdampf Energie ab. Die Hebungsbetrag beträgt bei diesem Beispiel $38,88 \cdot 700 \text{ m.mbar} = 272,19 \text{ joule}$. Es ergibt sich folgende

Energiebilanz.

Frei wird:	Innere Energie des Wasserdampfes . . .	1214,90 joule	
Verbraucht wird:	Innere Energie der Luft . . .	869,67	
	Innere Energie des Wassers . .	26,05	
	Potentielle Energie	5,51	
	Hebungsarbeit	272,19	
		<u>1173,42</u>	<u>1173,42 joule</u>
Frei wird mithin endgültig			41,48 joule

Auf die ganze Masse gleichmäßig verteilt und in Windgeschwindigkeit umgerechnet ergibt das den Mittelwert 16,4 m/sec.

Die Energieumsätze sind ähnlich wie im ersten Beispiel, die Unterschiede in der inneren Energie zwischen Beispiel 1 und 2 gehen auf Unterschiede in der Temperaturverteilung zurück. Für die Vergrößerung der potentiellen Energie wird wesentlich weniger benötigt als in Beispiel 1, weil die virtuelle Temperatur im Endzustand in der unteren Hälfte kleiner ist als im Anfangszustand, der Schwerpunkt der unteren Hälfte also im Endzustand tiefer liegt als am Anfang, während im Beispiel 1 die virtuelle Temperatur in der unteren Hälfte unverändert bleibt. Insgesamt wird mehr Energie frei als in Beispiel 1, weil schon eine trockene Luftmasse gleicher Dichteverteilung bei einer Umschichtung Energie abgeben könnte.

Im **Beispiel 3** untersuchen wir den Energieumsatz bei der Umschichtung einer ungesättigten, feuchten Luftmasse.

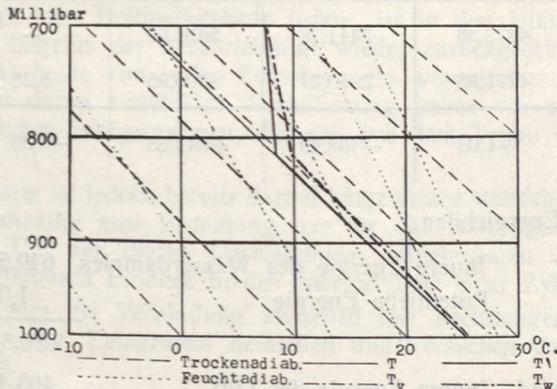


Abb. 6. Umschichtung einer ungesättigten feuchten Luftmasse mit trockenadiabatischem Gradienten für die wahre Temperatur.

Anfangszustand: Die wahren Temperaturen sind dieselben wie in Beispiel 2, sie ändern sich wie dort nach der Trockenadiabaten. Feuchte überall 70%. Der Gradient der virtuellen Temperatur ist noch überadiabatisch, aber in geringerem Maße als im Beispiel 2.

Umschichtung. Die untere Hälfte steigt mit Umkehr der Schichtenfolge auf, die obere sinkt herab, ebenfalls mit Umkehr der Schichtenfolge. Im Gegensatz zu Beispiel 2 steigt nur ein Teil der unteren Hälfte über die Kondensationshöhe.

Endzustand. In der oberen Hälfte ist nur der obere Teil übersättigt mit flüssigem Wasser, der untere Teil ist ungesättigt. Die ganze untere Hälfte ist ungesättigt feucht.

Die Zahlenwerte zeigen weitere Einzelheiten dieser Umschichtung.

Tabelle 7.

	V o r			N a c h				Höhe m
	T	s gr/kg	T _v	T	s gr/kg	w gr/kg	T _w	
Obergrenze .	269,389	2,88	269,857	280,645	9,23	4,72	280,857	2992,31
untere Wol- kengrenze .				281,37	8,32	0,00	282,781	1733,76
Mitte	284,709	7,00	285,909	284,709	7,00		285,909	1389,16
Boden	298,200	13,95	300,710	298,200	2,88		298,718	0,00

Die Rechnungen wurden in der gleichen Art durchgeführt wie bei Beispiel 2. Untere Wolkengrenze wurde der Punkt genannt, unterhalb dessen keine Kondensation eintreten konnte.

Die Energierechnungen zeigen folgende Ergebnisse:

Tabelle 8.

	Potentielle Energie	I n n e r e E n e r g i e			
		Luft	Wasserdampf	Wasser	
Anfang	4272,36	2441,78	5456,50	—	joule
Ende	4271,33	2910,27	4806,95	8,28	joule
Anfang — Ende .	+1,03	—468,49	+649,55	—8,28	joule

Mithin folgende Energiebilanz:

Frei wird:	Innere Energie des Wasserdampfes	649,55	
	Potentielle Energie	1,03	
		<u>650,58</u>	650,58 joule
Verbraucht wird:	Innere Energie der Luft	468,49	
	Innere Energie des Wassers	8,28	
	Hebungsarbeit	149,04	
		<u>625,81</u>	625,81 joule
Frei wird endgültig			24,77 joule

Infolge der geringeren relativen Feuchte kommt natürlich nur ein kleinerer Teil des Wasserdampfes zur Kondensation, es wird entsprechend weniger latente Energie frei. Die potentielle Energie, die im Beispiel 2 schon eine geringere Zunahme zeigt als im Beispiel 1, hat jetzt abgenommen. Das Beispiel leitet also zu den trockenlabilen Vorgängen über. Die Höhenzunahme der gesamten Luftmasse beträgt immerhin noch 21,29 m. Verteilt man die freiwerdende Energie wieder gleichmäßig auf die am Umsturz beteiligte Masse, so erhält man in kinetische Energie umgerechnet eine Geschwindigkeit von 12,8 m/sec.

III. Vergleich der Labilitätsenergie eines isoliert aufsteigenden Luftteilchens mit dem Energievorrat einer umschichtenden Luftmasse.

Unter dem Einfluß der bahnbrechenden Arbeiten von Margules hatte sich in den letzten zwanzig Jahren mehr oder weniger die Ansicht verbreitet, daß die freiwerdende Kondensationswärme zu der Entstehung der kinetischen Energie eines Tiefdruckgebietes keinen wesentlichen Beitrag liefert. Margules selbst hat sich in seiner abschließenden „Sturmtheorie“ M. Z. 23. 480—498. 1906, nicht so schroff ausgedrückt, wenn er auch an seiner schon früher geäußerten Vermutung festhielt, daß der wesentliche Teil der kinetischen Energie aus der potentiellen Energie der horizontalen oder vertikalen Temperaturverteilung gewonnen wird. Daß Margules an dieser Auffassung festhielt, obwohl er selbst einige Beispiele für das Aufsteigen feuchter Luftmassen richtig berechnete, liegt daran, daß er — kraß gesprochen — keine feuchtlabilen Anfangszustände voraussetzte, sondern die feuchten Luftmassen immer mit feuchtadiabatischen Gradienten versah. Wenn das System auch bei seinen Beispielen im strengen Sinne mitunter als feuchtlabil zu bezeichnen ist, so ist infolge der Wahl der kleinen feuchtadiabatischen Gradienten (bis zu $0,4^{\circ}\text{C}/100\text{ m}$ herab) die vorhandene feuchtlabile Energie sehr gering. Bei der Wahl trockenadiabatischer Gradienten für die feuchte Luftmasse, wie bei meinen Beispielen, hätte Margules auch entsprechend größere freiwerdende Energien gefunden.

Daß Margules diesen letzten Schritt zur Feuchtlabilität nicht getan hat, liegt vielleicht daran, daß dann die Rechnungen, so wie ich sie durchgeführt habe, noch unvergleichlich umfangreicher und mühseliger werden, als die schon als mühselig bekannten Rechnungen von Margules.

Die Ansicht, daß die freiwerdende Kondensationswärme keinen Beitrag zur kinetischen Energie der Tiefdruckgebiete liefere, ist in den letzten Jahren unter dem Einfluß des Begriffs der Feuchtlabilität wieder zurückgedrängt worden. Im Gegenteil wird ihr heute von vielen Forschern ein wesentlicher Anteil oder gar das Hauptgewicht daran zugebilligt. Veranlassung gaben vor allen Dingen die großen freiwerdenden Energiemengen, die sich aus dem Tephigramm entnehmen lassen.

In der Einleitung ist jedoch bereits darauf hingewiesen worden, daß Tephigramm zahlenmäßig eine Bedeutung nur für das Aufsteigen isolierter Luftmassen besitzen. Die aus diesen Darstellungen entnehmbaren Zahlen gestatten also keinen unmittelbaren Einblick in die Energiebilanz einer Zyklone.

Wir müssen nun die Verbindung zwischen den Rechnungen von Margules und dem Tephigramm bzw. Emagramm herstellen und versuchen das auf zwei verschiedenen Wegen.

1. Wir rechnen mit den oben für die Umschichtung einer großen Luftmasse entwickelten Formeln das Aufsteigen einer kleinen isolierten Luftsicht in einer Atmosphäre vorgegebener Schichtung durch, rechnen also einen Differentialprozeß nach Margule'schen Methoden durch.
2. Wir bestimmen die aus einer Luftmasse großer vertikaler Ausdehnung freiwerdende Energie mit Hilfe des Tephigramms, indem wir die Luftmasse in einzelne Schichten zerlegen und dann diese Schichten einzeln aufsteigen lassen. Für das Aufsteigen jeder einzelnen Schicht gibt das Tephigramm einen Energiebetrag. Die Summe dieser Energiebeträge kann beim Aufsteigen der ganzen Luftmasse insgesamt freiwerden. Wir führen durch diese Summenbildung also auch eine Integration über die ganze Luftmasse durch.

Rechnung 1.

Wir behandeln die bereits in Beispiel 3 ungeschichtete Luftmasse noch einmal, zerlegen die ganze vor dem Umsturz vom Boden bis zur Höhe $h=2971,02\text{ m}$



reichende Luftschicht mit dem Druck $p_0 = 1000$ Millibar und $p_h = 700$ Millibar in Schichten von 25 Millibar Dicke. Dann führen wir die Umschichtung in sechs Schritten derartig durch, daß zuerst die unterste Schicht zwischen 1000 und 975 Millibar aufsteigt und ihren Platz mit der Schicht tauscht, die zwischen 725 und 700 Millibar lag. Für diese Teilumschichtung berechnen wir wie in den früheren Beispielen die vollständige Energiebilanz. Die freiwerdende Energie beträgt bei der ersten Teilumschichtung 11,12 joule.

An der Umschichtung ist sowohl das aufsteigende, wie das absteigende Luftquantum beteiligt, insgesamt $2 \cdot 25 \cdot 10^3 / 980,6$ gr. Verteilt man daher die freiwerdende Energie auf die beteiligte Masse, so erhält man den Betrag 0,221 joule/gr, faßt man diesen Betrag als kinetische Energie auf, so entspricht ihm eine mittlere Geschwindigkeit von 21,1 m/sec.

Bei der zweiten Teilumschichtung tauschen die Schichten zwischen 975—950 und 750—725 Millibar ihre Plätze. Wir rechnen wieder die Energiebilanz aus, und so fort bis zur Schichtmitte. Die Ergebnisse sind in der folgenden Zahlentafel zusammengestellt.

Tabelle 9.

Schritt	Schichtwechsel Millibar	freie Energie joule	Energie/Masse joule/gr	Geschwindigkeit m/sec.
1	1000—975 \leftarrow \rightarrow 725—700	11,12	0,221	21,1
2	975—950 \leftarrow \rightarrow 750—725	6,84	0,134	16,4
3	950—925 \leftarrow \rightarrow 775—750	3,89	0,076	12,6
4	925—900 \leftarrow \rightarrow 800—775	1,88	0,037	8,6
5	900—875 \leftarrow \rightarrow 825—800	1,00	0,020	6,3
6	875—850 \leftarrow \rightarrow 850—825	0,02	0,0004	0,9
	Summe	<u>24,77</u>	Mittelw. 0,810	entspr. 12,8 m/sec.

Die Summe der Energiebeträge, die bei den Einzelumschichtungen freiwerden, ist gleich dem in Beispiel 3 berechneten Betrag für die Gesamtumschichtung.

Rechnung 2.

Jetzt behandeln wir die in Rechnung 1 in 25-Millibar-Schichten zerlegte Atmosphäre noch einmal mit Hilfe des Tephigramms. Die Schichtung ist im ganzen Bereich bis zum Druck 700 Millibar labil. Hier soll eine ausreichende Inversion das Aufsteigen begrenzen. Es können also alle Teilchen der Schicht mit Energiegewinn bis zum Druck 700 mbar aufsteigen. Wir werten nun zuerst in der üblichen Weise das Tephigramm aus und erhalten beim Aufsteigen des untersten Teilchens mit dem Anfangsdruck $p_0 = 1000$ Millibar den Energiebetrag 0,473 joule/gramm. Dann lassen wir das Teilchen mit dem Anfangsdruck 975 Millibar ebenfalls bis zum Druck 700 Millibar aufsteigen u.s.f., berechnen für jedes einzelne Teilchen die freiwerdende Energie und erhalten durch Multiplikation mit der beteiligten Masse die Energie, die frei werden würde, wenn sämtliche Teilchen der Schicht bis zur Obergrenze in ungestörter Schichtung aufsteigen würden. Die einzelnen Energiebeträge zeigt folgende Zahlentafel; gleichzeitig sind dort auch die Geschwindigkeiten eingetragen, die sich ergeben

würden, wenn die freiwerdende Energie allein dem aufsteigenden Teilchen als kinetische Energie zugute kommen würde.

Tabelle 10.

Anfangsdruck Millibar	Freiwerdende Energie joule/gr.	Geschwindigkeit m/sec.
725	0,0004	0,9
750	0,002	2,0
775	0,005	3,2
800	0,016	5,7
825	0,039	8,8
850	0,064	11,3
875	0,102	14,3
900	0,157	17,7
925	0,216	20,8
950	0,300	24,5
975	0,385	27,8
1000	0,473	31,8
Mittel	0,127	entspr. 16,0 m/sec.

Den Hauptbeitrag liefern die von unten aufsteigenden Teilchen, der Beitrag der obersten Teilchen ist besonders klein, weil bei ihnen bis zum Niveau von 700 Millibar keine Kondensation eintritt. Der Mittelwert ergibt mit der ganzen Luftmasse multipliziert den Gesamtbetrag der freiwerdenden Energie 38,8 joule. Dieser Betrag ist unverhältnismäßig viel größer als bei Rechnung 1 (24,77 joule), und zwar deswegen, weil wir hier alle Teilchen haben bis zum Druck 700 Millibar aufsteigen lassen. Diese Auswertung könnte leicht als Lösung unserer Aufgabe aufgefaßt werden, den gesamten Energievorrat der labilen Schichtung einer abgeschlossenen Luftmasse zu bestimmen. Sie ist es aber nicht, weil beim Aufsteigen der gesamten Luftmasse bis 700 Millibar entweder unten Luft von der Seite zugeführt werden oder Luft von oben absinken muß.

Rechnung 3.

Wir können unsere Aufgabe aber doch mit Hilfe des Tephigramms lösen, wenn wir folgende zwei Umstände bei der Auswertung beachten:

1. Bei jeder vertikalen Umschichtung müssen der Raumerfüllung wegen für die aufsteigenden Teilchen andere Teilchen absteigen. Die bewegte Masse ist also stets ungefähr doppelt so groß wie die aufsteigende.
2. Die absteigenden Teilchen liefern ihrerseits bei einer trockenlabilen Schichtung auch einen Beitrag zu der freiwerdenden Energie.

Ein Vergleich mit den Rechnungen nach Margules kann nur dadurch gewonnen werden, daß man bei der Rechnung mit dem Tephigramm genau denselben Vorgang zugrunde legt, wie bei der Rechnung 1, daß heißt: Wir lassen die Teilchen nicht sämtlich bis zum Druck $p_h = 700$ Millibar aufsteigen, sondern wie bei den früheren Umschichtungen vom Druck p bis zum Druck $p' = (p_0 + p_h - p)$, vgl. S. 6. Die Teilchen ändern also ihre Lage symmetrisch zum

mittleren Druck $(p_o + p_h)/2$. Der so entstehende Endzustand ist wie bei Rechnung und Beispiel 3 der feuchten Umschichtung stabil gegenüber beliebig großen Verschiebungen.

Die Rechnung geschieht in folgender Weise: Wir greifen immer zwei Teilchen heraus, die ihre Plätze tauschen, also vom Druck 1000 und 700 Millibar, dann 975 und 725 Millibar, u.s.f. bis zu den Drucken 875 und 825 Millibar, und berechnen die Energie, die diese Teilchen beim Auf- bzw. Absteigen gewinnen. Wir erhalten so für Druckstufen von 25 Millibar die pro Gramm freiwerdende Energie und können für die einzelnen Schichten Mittelwerte bilden. Eine numerische Integration über die Gesamtmasse muß dann denselben Betrag für die insgesamt freiwerdende Energie liefern, wie die Rechnung 1.

Folgende Tabelle gibt die Einzelergebnisse der Energieberechnung nach dem Tephigramm.

Tabelle 11.

Druck Millibar		Freiwerdende Energie joule/gr	Mittelwert des Paares joule/gr	Mittl. Energie der Schichten joule/gr.	Mittl. Geschw. der Schichten m/sec.
Anfang	Ende				
1000	700	2,473	0,272	0,222	21,1
700	1000	0,072			
975	725	0,293	0,173	0,134	16,4
725	975	0,053			
950	750	0,156	0,096	0,069	11,8
750	950	0,036			
925	775	0,063	0,042	0,028	7,5
775	925	0,021			
900	800	0,017	0,014	0,009	4,3
800	900	0,010			
875	825	0,0028	0,003	0,0014	1,7
825	875	0,0029			
850	850	0,0	0,000		

Die so berechneten Energiewerte stimmen für die großen Beträge sehr gut mit den nach Rechnung 1 ermittelten Beträgen überein, bei den kleinen Beträgen genügt die Rechengenauigkeit nicht zu vollkommener Übereinstimmung. Wir können nun wieder einen Mittelwert über die ganze Masse bilden und erhalten den Betrag **0,772 joule/gr.** Er ergibt mit der Masse multipliziert den Gesamtbetrag an freiwerdender Energie, nach dieser Rechnung **23,6 joule**, gegen 24,77 joule nach Rechnung 1. Die Übereinstimmung ist ausreichend.

Damit ist die Verbindung zwischen unsern Rechnungen nach den Methoden von Margules und dem Tephigramm hergestellt und gezeigt, wie man das Tephigramm benutzen muß, um bei einer vertikalen Umschichtung den Gesamtbetrag freiwerdender Energie zu berechnen. Diese Rechnung liefert uns jedoch nicht die Energiebilanz, zeigt uns also nicht die Energiequellen in der Atmosphäre.

Anwendungsbereiche der verschiedenen Auswertungen des Tephigramms.

Die Frage, ob die übliche Auswertung des Tephigramms oder die hier in Rechnung 2 oder 3 mitgeteilte Art der Auswertung zu richtigen Ergebnissen über die Vorgänge in der Atmosphäre führen, muß dahin beantwortet werden, daß jede dieser Auswertungen ihre Berechtigung hat.

Die übliche Auswertung (z. B. unterstes Teilchen der Rechnung 2) stellt die dynamischen Vorgänge beim Aufsteigen eines kleinen Luftteilchens in den Vordergrund und vernachlässigt vollständig die Frage, aus welchem Energievorrat die kinetische Energie des aufsteigenden Teilchens stammt. Die übliche Auswertung ist berechtigt, wenn die Schichtung der Luft durch die Verlagerung des aufsteigenden Teilchens nicht geändert wird. Es muß also jedes aufsteigende Teilchen ersetzt werden durch ein Teilchen gleicher Temperatur und gleicher Feuchte, oder es muß der Luftschicht dauernd soviel Wärme zugeführt werden, daß die Temperaturverteilung in der ganzen Schicht erhalten bleibt. Dies wird bei anhaltender Einstrahlung häufig der Fall sein.

Weiterhin werden die Vorgänge der üblichen Auswertung entsprechen oder sehr nahe kommen, wenn bei der Umschichtung starke Aufwärtsbewegungen auf kleiner Fläche und langsame Abwärtsbewegungen auf großer Fläche vorhanden sind, denn dann kommt die kinetische Energie ganz überwiegend den aufsteigenden Teilchen zugute. Eine Umschichtung dieser Art wird die Regel sein bei Gradienten, die gegenüber Abwärtsbewegungen stabil sind, also Temperaturgradienten, die kleiner sind als der trockenadiabatische Gradient. Bei Gradienten, die größer sind als der trockenadiabatische Gradient, muß man auch in trockener Luft stets Rücksicht nehmen auf die kinetische Energie der absteigenden Teilchen. Die Energiebeträge, die dabei frei werden, kann man dem Tephigramm auch ohne weiteres entnehmen.

Wenn das eben Gesagte berücksichtigt wird, kann dem Tephigramm stets eine gute Angabe über die Intensität der Konvektion entnommen werden.

Die Rechnung 2 des letzten Teiles, insbesondere die dort durchgeführte Mittelwertbildung für die kinetische Energie kann auch physikalisch berechtigt sein, nämlich dann, wenn der Energiebetrag berechnet werden soll, der aus einer labilen Schichtung frei wird, wenn eine ganze vertikale Luftsäule bis zu einem bestimmten Druck (700 Millibar) aufsteigt, während die umgebende Schichtung ungeändert bleibt.

Die hier in Rechnung 3 gezeigte Auswertung berücksichtigt die Änderung der Schichtung durch die umgelagerten Luftmengen. Diese Auswertung ist stets nötig, wenn eine so große Luftmasse aufgestiegen ist, daß sie sich in einer horizontalen Schicht merklicher Dicke ausbreitet. Dann muß sich bei Ausschaltung äußerer Energiezufuhr die Temperaturverteilung ändern und die folgenden Teilchen finden eine andere Aufstiegsmöglichkeit vor als das erste Teilchen. Weiterhin ist die hier gezeigte Auswertung grundsätzlich nötig, wenn man zahlenmäßig den augenblicklichen Vorrat an Labilitätsenergie in einer abgeschlossenen Luftmasse feststellen will. Die Kenntnis dieses Vorrats ist sehr erwünscht, weil man damit einen Beitrag des Luftkörpers zum Energievorrat der Atmosphäre zahlenmäßig kennt. Bisher ersetzt man diese Kenntnis durch die Angabe der Labilitätsenergie für ein isoliert aufsteigendes Luftteilchen, indem man die Größe, die für die Konvektion maßgebend ist, als kennzeichnend für den Gesamtvorrat an Labilitätsenergie ansieht. Dieser Schluß ist, wie hier durch den Vergleich der drei Auswertungen des letzten Abschnitts gezeigt ist, nicht berechtigt.

Zusammenfassung.

1. Die Umschichtung einer trockenen Luftschicht mit überadiabatischem vertikalem Temperaturgradienten ist imstande, mittlere Windgeschwindigkeiten zu erzeugen, z. B. wird in einer Luftmasse von etwa 3000 Meter Höhe und einem Gradienten von $1,1^{\circ}\text{C}/100\text{ m}$ bei der Umschichtung kinetische Energie frei, die einer Windgeschwindigkeit von $11,0\text{ m/sec}$ entspricht.

2. Die vertikale Umschichtung feuchtlabiler Luftmassen kann Windgeschwindigkeiten von derselben Größe erzeugen wie ein Kaltlufteinbruch, z. B. ergibt die Umschichtung einer gesättigt feuchten Luftmasse von 3000 Meter Höhe und trockenadiabatischem Gradienten der Temperatur eine mittlere Geschwindigkeit von $16,4\text{ m/sec}$ in der ganzen Luftmasse. Die Energiebilanz der feuchtlabilen Umschichtungen zeigt, daß die freiwerdenden Energiemengen fast ausschließlich aus der Kondensationswärme des Wasserdampfes stammen. Von grundlegender Wichtigkeit für die Theorie der Zyklonenbildung ist das Ergebnis, daß die potentielle Energie bei einer feuchtlabilen Umschichtung wachsen kann.

3. Die Durchrechnung einer feuchtlabilen Umschichtung mit Hilfe des Tephigramms zeigt, daß die übliche Auswertung des Tephigramms leicht zu einer Überschätzung der vorhandenen Labilitätsenergie führen kann, denn erstens können bei einer vollständigen vertikalen Umschichtung nicht alle Teilchen bis zur Obergrenze der labilen Schicht aufsteigen, zweitens kann ein Teil der freiwerdenden Energie von den absteigenden Luftmengen aufgenommen werden.

Literaturnachweis.

- Max Margules. Über die Energie der Stürme. Jahrbuch der k. k. Zentralanstalt für Meteorologie. Jahrgang 1903, Anhang. Wien 1905.
- Max Margules. Sturmtheorie. Met. ZS. 23. 480—498. 1906.
- Napier Shaw. Report of the Meeting in Leipzig 1927. Meteorological Office London. 300. 47. 1928.
- Anfinn Refsdal. Der feuchtlabile Niederschlag. Geofysisker Publ. 5. Nr. 12. Oslo 1930.
- Anfinn Refsdal. Zur Thermodynamik der Atmosphäre. Geofysisker Publ. 9; Nr. 12. Oslo 1933.
- H. v. Ficker. Über die Entstehung lokaler Wärmegewitter. Sitz.-Ber. d. Akad. d. Wiss. Berlin. 16. 197—248. 1932.
- P. Raethjen. Die Böenfront als fortschreitende Umlagerungswelle. Met. ZS. 51. 9. 1934.
- P. Raethjen. Zu den aerologischen Meldungen. Erfahrungsberichte des Deutschen Flugwetterdienstes. 7. Folge. Nr. 21. 1933.

Diese Arbeit wurde auf Anregung von Herrn Professor Dr. H. Koschmieder durchgeführt. Ich fühle mich Herrn Professor Dr. Koschmieder zu großem Dank verpflichtet für die Anregung und den fördernden Rat, den er mir stets gern gewährt hat.



Lebenslauf.

Geboren am 20. Juni 1902 in Quaschin, Kreis Neustadt Westpreußen, als Sohn des Landwirts Franz Littwin, besuchte ich von 1908 bis 1913 die Dorfschule in Quaschin, dann das Realgymnasium in Zoppot. Dort erhielt ich Ostern 1922 das Reifezeugnis. Ich studierte bis März 1928 technische Physik an der Technischen Hochschule in Danzig, nur im Sommerhalbjahr 1923 an der Technischen Hochschule in München. Im März 1928 legte ich die Diplomhauptprüfung ab und bin seit dem 1. April 1928 im Flugwetterdienst angestellt. Neben meinem Dienst an der Flugwetterwarte Danzig beteiligte ich mich an wissenschaftlichen Arbeiten des Staatlichen Observatoriums Danzig.

Die mündliche Prüfung bestand ich am 26. November 1934.

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

III

27150

Politechniki Gdańskiej