



**POLITECHNIKA GDAŃSKA**

**Wydział Inżynierii Lądowej i Środowiska**

## **ROZPRAWA DOKTORSKA**

**MGR INŻ. PIOTR LEWANDOWSKI**

### **WPŁYW WARUNKÓW PODPARCIA NA STANY GRANICZNE STALOWYCH KASETONÓW ELEWACYJNYCH**

PROMOTOR:

**DR HAB. INŻ. ELŻBIETA URBAŃSKA-GALEWSKA, PROF. PG**

**GDAŃSK, GRUDZIEŃ 2013**

---

*Autor składa serdeczne podziękowania  
Promotorowi pracy  
dr. hab. Elżbiecie Urbańskiej-Galewskiej, prof. PG  
za poświęcony czas i cenne rady  
udzielane podczas pisania niniejszej pracy,  
oraz wszystkim osobom, z których pomocy korzystał.*

---

## Spis treści

0. DEFINICJE.....	5
1. WPROWADZENIE .....	7
1.1. Geneza tematu .....	7
1.2. Przedmiot, cel i zakres pracy .....	9
2. STAN WIEDZY I BADAŃ W ZAKRESIE KONSTRUKCJI ŚCIAN OSŁONOWYCH .....	10
2.1. Fizyka przegrody budowlanej.....	10
2.2. Systemy elewacyjne .....	14
2.3. Elewacje typu <i>rainscreen</i> .....	19
2.4. Geometria analizowanych płyt kasetonowych .....	24
2.5. Montaż elewacji.....	25
2.6. Podsumowanie .....	27
3. STAN WIEDZY I BADAŃ W ZAKRESIE ANALIZY PŁYT.....	28
3.1. Rys historyczny klasycznej teorii płyt .....	28
3.2. Nieliniowa teoria płyt .....	40
3.3. Przykładowe rozwiązania dla płyty prostokątnej.....	42
3.3.1. Płyta podparta przegubowo .....	42
3.3.2. Płyta sztywno zamocowana na obwodzie .....	44
3.4. Rzeczywiste warunki brzegowe płyty kasetonu .....	46
3.5. Wnioski .....	48
4. TEZA PRACY .....	48
5. BADANIA EKSPERYMENTALNE .....	49
5.1. Program i zakres badań .....	49
5.2. Stanowisko badawcze .....	50

---

5.3. Metodyka badań.....	54
5.3.1. Charakter obciążenia .....	54
5.3.2. Punkty pomiarowe.....	56
5.4. Wyniki badań eksperymentalnych .....	59
5.4.1. Parcie wiatru .....	59
5.4.1.1. Zakres odkształceń.....	59
5.4.1.2. Naprężenia i ugięcia .....	62
5.4.1.3. Forma deformacji.....	68
5.4.2. Ssanie wiatru.....	70
5.4.2.1. Wyniki badań .....	70
5.4.2.2. Autorski wzór na siłę niszczącą.....	71
5.4.2.3. Forma deformacji.....	72
5.5. Wnioski .....	75
<b>6. NIELINIOWA ANALIZA NUMERYCZNA PŁYT KASETONOWYCH.....</b>	<b>77</b>
6.1. Wybór programu MES .....	77
6.2. Budowa modelu numerycznego.....	78
6.2.1. Siatka i wybór elementu skończonego .....	78
6.2.2. Badania materiałowe.....	80
6.2.3. Warunki brzegowe.....	82
6.2.4. Parametry analizy nieliniowej.....	83
6.2.5. Weryfikacja modelu numerycznego .....	85
6.2.5.1. Parcie wiatru .....	85
6.2.5.1. Ssanie wiatru .....	89
<b>7. WYZNACZENIE BEZPIECZNEGO ZAKRESU GABARYTÓW KASETONÓW. .</b>	<b>90</b>
<b>8. WNIOSKI .....</b>	<b>92</b>
<b>9. FINANSOWANIE .....</b>	<b>94</b>

---

---

## 0. DEFINICJE

**Dyfuzja pary wodnej** - proces przemieszczania się pary wodnej przez przegrody, będący efektem różnicy ciśnień, temperatur oraz wilgotności względnej powietrza

**Elewacja** - zewnętrzna powierzchnia budynku wraz z występującymi na niej elementami architektonicznymi

**Kaseta ścienna** - element konstrukcyjny wykonany w formie giętej na zimno belki, w której wnętrzu umieszczony jest materiał izolacyjny, stanowiący podporę pod blachy wierzchniego krycia

**Kaseton elewacyjny (ścienny)** - rodzaj okładziny ściennej, wykonany z metalu, w formie kwadratowej lub prostokątnej płyty z zagiętymi do wewnątrz krawędziami (patrz pkt.2.3), stanowiący część ściany osłonowej

**Kondensacja pary wodnej** - przejście pary wodnej ze stanu gazowego w ciecz

**Lico kasetonu** - zewnętrzna powierzchnia kasetonu

**Okładzina elewacyjna** - zewnętrzna warstwa ściany budynku, nakładana w celu jej wzmocnienia, ochrony przed zniszczeniem, zawilgoceniem lub dla ozdoby, może być metalowa, betonowa, drewniana, ceramiczna

**Okładzina kasetonowa** - okładzina elewacyjna w formie kwadratowych lub prostokątnych płyt, wykonana przeważnie z metalu

**Panel ścienny** - płaski, modułowy element konstrukcyjny; w zastosowaniach wewnątrz budynku jako boazeria, na zewnątrz w formie podłużnych kształtek z tworzywa sztucznego - siding

**Prężność pary wodnej (ciśnienie pary wodnej)** - ciśnienie cząstkowe wywierane przez parę wodną zawartą w powietrzu, określane w jednostkach ciśnienia - milimetrach słupa rtęci (mmHg) lub hektopaskalach (hPa)

**Przegroda ścienna** - w fizyce budowli: bariera uniemożliwiająca swobodne rozchodzenie się fal dźwiękowych, ogranicza wymianę termiczną

**Siła niszcząca** – siła przy której dochodzi do wysunięcia się krawędzi dolnej kasetonu z systemowego zamka

**Ściana elewacyjna** - w ścianach wielowarstwowych zewnętrzna warstwa ścienna, pełniąca rolę elewacji oraz funkcję ochronną przed uszkodzeniami mechanicznymi, w przypadku

---

ściany z elementów ciężkich, takich jak cegła, silikaty, konieczne jest jej oparcie na fundamencie obiektu

**Ściana zewnętrzna jednowarstwowa** - ściana zewnętrzna, w której materiał ściany nośnej pełni funkcję termoizolacji obiektu

**Ściana zewnętrzna dwuwarstwowa** - ściana zewnętrzna składająca się z dwóch warstw: nośnej oraz termoizolacyjnej

**Ściana nośna** - element konstrukcji budynku, przenoszący obciążenia z dachu, stropu, ścian wyższych kondygnacji i balkonów na fundament

**Ściana osłonowa** - ściana nie posiadająca funkcji konstrukcyjnej, stanowiąca jedynie przegrodę klimatyczną i funkcjonalną

**Ściana trójwarstwowa / wielowarstwowa** – ściana, w której oprócz warstwy nośnej i osłonowej od strony zewnętrznej występuje osobna warstwa osłonowa

**Ściana warstwowa** - ściana składająca się z różnych warstw materiałów, przy czym każda warstwa spełnia inne funkcje

**Warstwa ocieplenia** - warstwa termiczna izolująca przepływ ciepła przez przegrodę, najczęściej stosowanymi materiałami to styropian oraz wełna mineralna

**Warstwa osłonowa** - zewnętrzna warstwa ściany pełniąca rolę ochroną przed czynnikami zewnętrznymi oraz rolę estetyczną elewacji

**Wilgotność względna powietrza** - wyrażony w procentach stosunek ciśnienia cząstkowego pary wodnej zawartej w powietrzu do prężności pary wodnej nasyconej w tej samej temperaturze

**Zamek systemowy** - typ połączenia kleszczowego do łączenia kasetonów na wysokości elewacji

---

# 1. Wprowadzenie

## 1.1. Geneza tematu

Wraz z rozwojem technologii wytwarzania konstrukcji stalowych coraz częściej wyroby stalowe są stosowane nie tylko na konstrukcje nośne, ale również na elewacyjne elementy wykończeniowe w formie tzw. kasetonów elewacyjnych. Podstawowym obciążeniem stalowych płyt okładzinowych w trakcie eksploatacji obiektu jest obciążenie wiatrem. Jednakże w czasie montażu, szczególnie w przypadku kasetonów o wydłużonych kształtach, mogą wystąpić również obciążenia w postaci skręcania płyt. Z uwagi na bardzo wysokie wymagania dotyczące płaskości zamontowanych kasetonów, nie można dopuścić do sytuacji, że zarówno w czasie montażu jak i eksploatacji, na powierzchni kasetonu pojawią się „zafalowania” powodujące nierównomierne odbicia światła na fasadzie budynku (rys. 1). Zaburzenia płaskości lica kasetonu powodują spadek wartości estetycznych elewacji, bowiem każda wypukłość powoduje nierównomierne odbicie światła. Tak więc płyty kasetonów muszą wykazywać odpowiednią sztywność z uwagi na obciążenie wiatrem i na skręcanie w trakcie montażu. Z kolei, ze względu na masę konstrukcji elewacji wskazana jest minimalizacja grubości płyt przy określonym rozstawie elementów podporowych.



**Rys. 1.** Lewa strona: Widoczne zaburzenia płaskości elewacji powstałe podczas montażu okładziny elewacyjnej. Prawa strona: Poprawnie wykonana elewacja z idealnym odbiciem światła. *Fot. Piotr Lewandowski.*

Przy projektowaniu elementów obudowy istnieje konieczność określenia maksymalnego dopuszczalnego rozstawu podpór rusztu przy spełnionych warunkach nośności i sztywności

---

stalowych kasetonów. Ponadto należy uwzględnić warunki sprężystego podparcia płyt kasetonowych na ich obwodzie, będącego efektem jedno- lub wielokrotnego zaginania blachy kasetonu na jego krawędziach.

Z uwagi na brak modeli obliczeniowych układów płytowych odzwierciedlających rzeczywiste warunki podparcia płyt (tj. określenia sztywności obrotowej podpory wynikającej z usztywnienia zagiętych krawędzi oraz sprężystego podparcia płyty kasetonu na obwodzie, wynikającego z długości zagiętej ścianki, przy jednoczesnym podparciu punktowym na podporowym ruszcie montażowym), przy projektowaniu kasetonów stosowane są uproszczone modele obliczeniowe. Do obliczeń przyjmuje się albo płyty sztywno podparte na obwodzie, albo płyty podparte przegubowo. Do wyznaczenia sił działających na łączniki, w zastępczych modelach obliczeniowych przyjmuje się uproszczenie redukujące przestrzenną geometrię kasetonu do jednowymiarowego układu belki swobodnie podpartej o długości równej szerokości kasetonu.

Przybliżenia takie są obarczone dużymi błędami prowadzącymi do nieefektywnych rozwiązań konstrukcji kasetonów. W efekcie kasetony elewacyjne są albo wystarczająco sztywne, jednak zbyt ciężkie, albo za wiotkie, co skutkuje deformacjami w czasie montażu elewacji.

Wobec powyższego, niniejsza praca ma na celu opracowanie metody określania optymalnej geometrii kasetonów elewacyjnych, uwzględniającej rzeczywistą sztywność zarówno podpór obwodowych jak i punktowych. Jedno- lub wielokrotne zagięcia płyt kasetonu na ich obwodzie stanowią obwodowe podpory (rotacyjnie i translacyjnie) sprężyste, natomiast pręty rusztu podporowego - stałe podpory punktowe.

Pomimo bogatej literatury dotyczącej zginania płyt z uwzględnieniem ich warunków podparcia [10], [11], [25], [37], [39], [41], [56], [59], nadal brakuje rozwiązań odzwierciedlających rzeczywiste warunki podparcia stalowych płyt kasetonowych.



---

## 1.2 Przedmiot, cel i zakres pracy

Przedmiotem pracy są badania doświadczalne oraz analizy numeryczne nośności i sztywności kasetonów elewacyjnych w celu:

- określenia formy deformacji okładzin kasetonowych obciążonych parciem i ssaniem wiatru,
- opracowania metody określania nośności kasetonów elewacyjnych, uwzględniającej warunki podparcia w formie stałych podpór punktowych (ruszt podporowy) oraz sprężystych podpór obwodowych (usztywnienia krawędziowe w formie jedno- lub wielokrotnych zagięć),
- określenia wpływu złożonych warunków podparcia na stany graniczne stalowych kasetonów elewacyjnych.

Osiągnięcie powyższych celów wymagało:

- zapoznania się z dostępnymi metodami analizy płyt,
- zapoznania się z zasadami konstruowania ścian osłonowych,
- **opracowania metody badawczej**, pozwalającej na przygotowanie programu badań eksperymentalnych,
- przeprowadzenia przybliżonych obliczeń numerycznych nośności płyty kasetonu pozwalających na zaprojektowanie i wykonanie stanowiska badawczego,
- przeprowadzenia badań eksperymentalnych płyt kasetonowych obciążanych parciem i ssaniem wiatru,
- zbudowania modelu numerycznego szeregu płyt kasetonowych,
- porównania wyników przeprowadzonych analiz numerycznych z wynikami badań eksperymentalnych (rozdział 6),
- opracowania metody określania bezpiecznego zakresu wymiarów analizowanego typu okładzin (rozdział 7).

---

## 2. Stan wiedzy i badań zakresie konstrukcji ścian ostonowych

### 2.1. Fizyka przegrody budowlanej

Fizyka budowli jest to dział budownictwa zajmujący się tematyką:

- akustyki budynków i ochrony przed hałasem,
- wymiany ciepła między budynkiem, jego elementami i otoczeniem,
- transportem wilgoci i pary wodnej pomiędzy budynkiem, jego elementami i otoczeniem,
- naświetleniem obiektów budowlanych,
- reakcją budynku i jego elementów na ogień oraz jego ochroną przeciwpożarową,
- wpływem warunków atmosferycznych na obiekt budowlany i jego elementy (korozja materiałów i zmiana ich właściwości).

Rozwiązania techniczne spotykane w budownictwie są ściśle związane z naukami przyrodniczymi takimi jak chemia, czy fizyka. Wiedza o zjawiskach fizycznych, mających miejsce w materiałach budowlanych, umożliwia rozsądne projektowanie obiektów inżynierskich z uwzględnieniem oszczędności energii oraz ochronę obiektów przed takimi niekorzystnymi czynnikami, jak hałas, nadmierne zawilgocenie czy drgania. Z kolei znajomość zjawisk chemicznych pozwala na racjonalne stosowanie materiałów budowlanych, tak żeby nie szkodziły zdrowiu człowieka, jak to miało miejsce w przypadku azbestu i popiołów lotnych. W budownictwie mieszkalnym oraz biurowym bardzo istotną rolę pełni konstrukcja przegród zewnętrznych. Struktura przegród zewnętrznych oraz rodzaj zastosowanych materiałów budowlanych wpływają bezpośrednio na rodzaj procesów fizycznych zachodzących na styku dwóch ośrodków, które te przegrody od siebie oddzielają. Każdy z ośrodków charakteryzuje się innymi właściwościami fizycznymi (temperatura, wilgotność), a przegroda ma na celu zapewnienie optymalnego oddziaływania czynników zewnętrznych na mikroklimat we wnętrzu budynku. Konstrukcja ścian zewnętrznych, niezależnie od wymagań wytrzymałościowych, powinna zapewnić również: ochronę przed zawilgoceniem wnętrza, ochronę przed ucieczką ciepła z wnętrza pomieszczeń oraz ochronę przed hałasem. W zależności od typu obiektu budowlanego

---

(przemysłowy, mieszkalny, biurowy) i technologii jego wykonania stosowane są różnego rodzaju konstrukcje ścian zewnętrznych.

Ze względu na liczbę warstw ściennych rozróżnia się ściany jedno-, dwu-, trój- i wielowarstwowe. W budownictwie mieszkalnym do lat siedemdziesiątych dominowały ściany zewnętrzne jednowarstwowe z warstwą tynku na elewacji. Tynk pełnił rolę osłonową konstrukcji ściany przed warunkami atmosferycznymi. Ze względu na brak ścisłych unormowań dotyczących izolacyjności termicznej przegrody budowlanej przegrody te charakteryzowały się bardzo niskimi współczynnikami izolacyjności termicznej, przez co dochodziło do bardzo dużych strat ciepłych. Powodowało to brak możliwości dogrzania domów przy jednocześnie bardzo dużych kosztach ogrzewania. Rozwiązaniem tego problemu było zastosowanie ścian dwuwarstwowych z warstwą termoizolacyjną od strony zewnętrznej. Taki układ warstw zapobiegał wykraplaniu się pary wodnej na styku ściany nośnej i warstwy ocieplenia. W latach osiemdziesiątych uważano, że przegroda jest dobrze izolowana, gdy grubość warstwy ocieplenia wahała się od 2 do 4 cm. W latach 1974-1998 nastąpiło bardzo znaczne ograniczenie wartości minimalnego współczynnika przenikania ciepła dla przegród budowlanych. Do 1974 jego wartości malały od 1,42 [W/m<sup>2</sup>K] w budynkach, do wartości 0,5 [W/m<sup>2</sup>K] dla ścian jednowarstwowych, oraz do 0,3 [W/m<sup>2</sup>K] dla ścian dwuwarstwowych w przypadku budynków wznoszonych po 1998 roku. Wymagania dotyczące nowo projektowanych budynków oraz już istniejących i poddawanych gruntownemu remontowi zawarte są w [68].

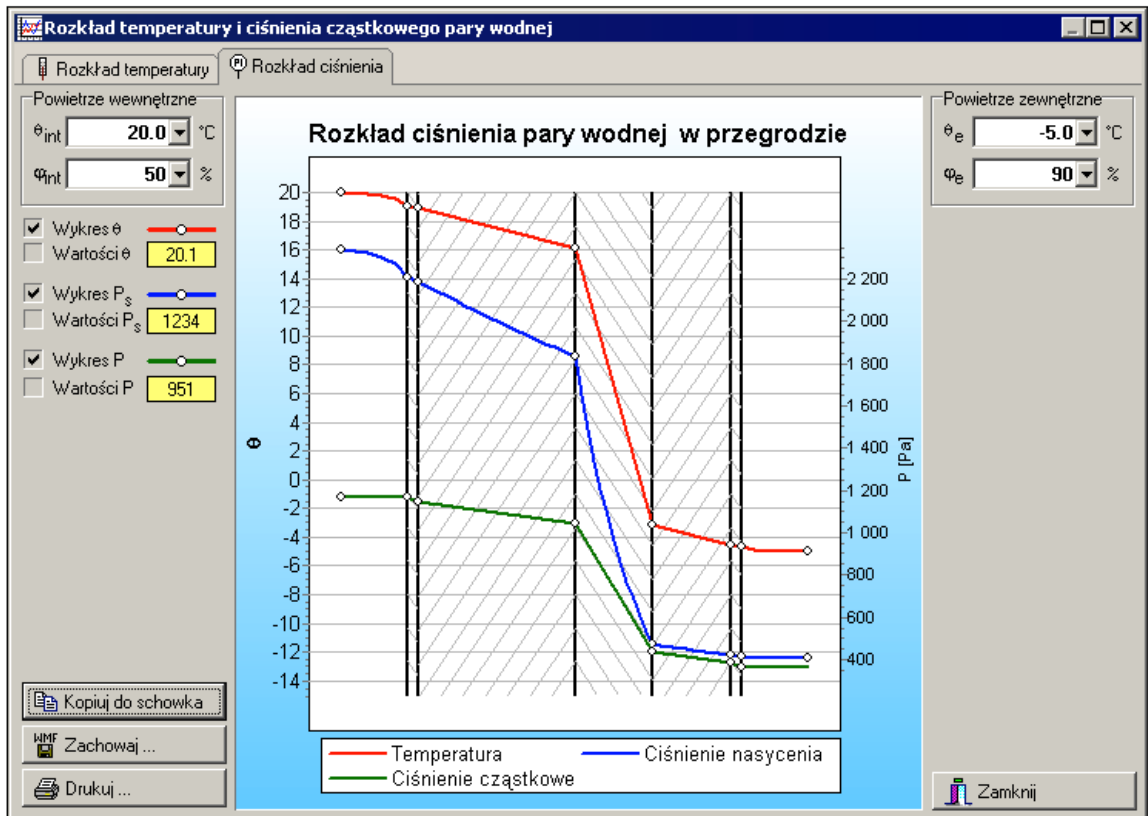
Ściany trójwarstwowe lub wielowarstwowe stanowią efekt rozwoju idei ścian warstwowych. W systemach tych, oprócz ściany nośnej i warstwy ocieplenia pojawia się dodatkowo ściana elewacyjna. Pomiędzy warstwą termoizolacyjną, a ścianą osłonową zostawia się odstęp, tzw. pustkę powietrzną. W niektórych pozycjach literaturowych [67], ten typ ściany określany jest mianem ściany czterowarstwowej, po uwzględnieniu warstwy powietrza pomiędzy warstwami przegrody. Pustka powietrzna pełni rolę wentylacji. Dzięki niej odprowadzana jest wilgoć, która w zależności od systemu może sporadycznie wystąpić pomiędzy warstwami ocieplenia, a warstwą osłonową. Istnieją również rozwiązania, w których przyjmuje się powietrze jako izolator termiczny. Rola ściany osłonowej sprowadza się nie tylko do osłony przed warunkami atmosferycznymi takimi jak opady

---

deszcz, czy wiatr. Ściana ta może pełnić rolę radiatora odbijającego ciepło, ściany akumulującej ciepło, a nawet ogniw fotowoltaicznych dostarczających energię elektryczną do obiektu budowlanego [34]. Ściany trójwarstwowe, ze względu na wyższy koszt budowy, są stosunkowo rzadko stosowane na terenie Polski. W budownictwie mieszkaniowym jedno- i wielorodzinnym dominuje system oparty na ścianach dwuwarstwowych.

Ściany zewnętrzne powinny charakteryzować się nie tylko dobrą izolacyjnością termiczną, lecz również poprawnymi rozwiązaniami technologicznymi, tak by w skutek eksploatacji nie dochodziło do wykrapiania się pary wodnej w przegrodzie ściennej. Dyfuzja jest procesem przemieszczania się pary wodnej przez ściany, głównie zewnętrzne, będąca efektem różnicy ciśnień, temperatur oraz wilgotności względnej powietrza wewnątrz i na zewnątrz budynku. Efektem opisywanej różnicy ciśnień jest ruch pary wodnej z wnętrza obiektu na zewnątrz. Projektując przegrodę należy wziąć pod uwagę czynniki takie jak grubość warstw muru, współczynniki przenoszenia ciepła użytych materiałów, współczynniki przepuszczalności pary wodnej materiałów oraz występujące ciśnienia pary wodnej po obu stronach przegrody (rys. 2). Błędne rozwiązania na tym etapie mogą skutkować kondensacją pary wodnej wewnątrz przegrody. Kondensacja zachodzi wówczas, gdy ciśnienie rzeczywiste pary wodnej równa się wartości ciśnienia stanu nasycenia. Szczegółowe wytyczne obliczania krytycznej wilgotności powierzchni są zawarte w normie PN - EN ISO 13788 [69].

Niniejsze opracowanie dotyczy ścian trójwarstwowych. W ścianach trójwarstwowych materiałem izolacji termicznej jest najczęściej styropian lub wełna mineralna. Zastosowanie wełny mineralnej pozwala na lepsze wyrównanie ciśnień i odprowadzenie wilgoci z wnętrza budynku przez warstwy ściany na zewnątrz, co nie jest możliwe przy izolacji z płyt styropianowych. Dobór materiału na ścianę osłonową jest zależny od oczekiwanego efektu architektonicznego. Dodatkowo materiał zastosowany na ścianę osłonową ma wpływ na zjawiska fizyczne zachodzące w przegrodzie ściennej. Ścianę osłonową w budownictwie tradycyjnym muruje się z cegły zwykłej otynkowanej od zewnątrz, z cegły klinkierowej z bloczków betonu komórkowego jak i wyrobów silikatowych. Oprócz tradycyjnych materiałów w budynkach biurowych ścianę osłonową często realizuje się w formie ściany słupowo - ryglowej z wypełnieniem przestrzeni między ryglami szkłem [47]. Z zagranicznych



**Rys. 2.** Przykładowy rozkład temperatury i ciśnienia cząstkowego pary wodnej dla ściany trójwarstwowej, obliczony w programie Audytor OZC.

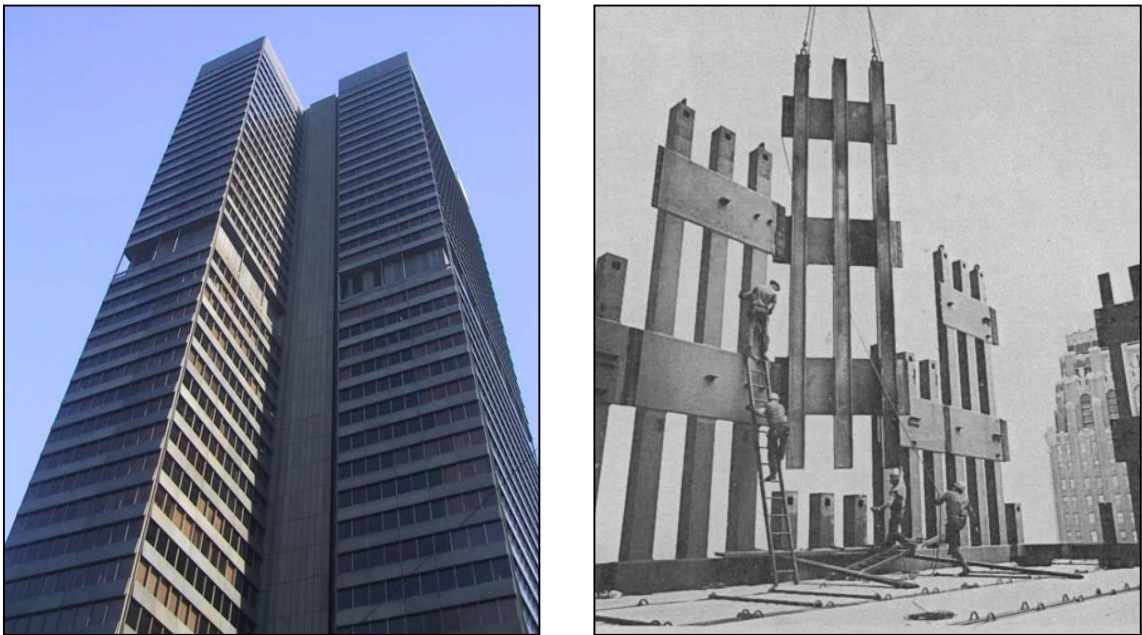
rozwiązań ścian osłonowych należy przytoczyć system drewnianych domów kanadyjskich, gdzie warstwą osłonową stanowią deski drewniane, bądź panele z tworzyw sztucznych, tzw. „siding”.

W 1975 w Stanach Zjednoczonych Ameryki Północnej zostało złożone zgłoszenie patentowe [5] na "rainscreenwall panel" co w tłumaczeniu odpowiada kasetonowi elewacyjnemu. Od 2008 roku na terytorium Polski obserwuje się wzrost realizacji inwestycji budowlanych, w których ściana osłonowa realizowana jest w postaci stalowych okładzin kasetonowych.

---

## 2.2. Systemy elewacyjne

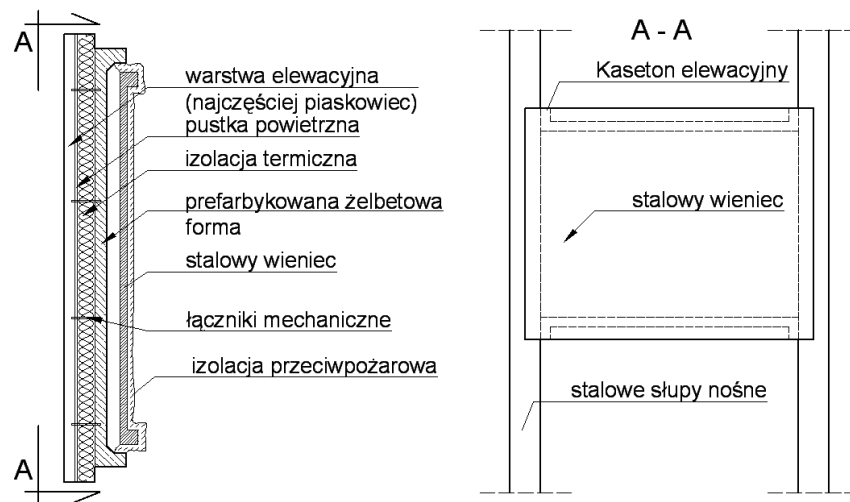
Patent [5] otworzył nową erę rozwoju systemów elewacyjnych. W latach 70-tych XX wieku zaistniała potrzeba szybkiego obkładania ścian wysokościowych budynków biurowych w Stanach Zjednoczonych. Budynki były wznoszone stosunkowo szybko. Dominującym układem konstrukcyjnym były wielopoziomowe ramy stalowe wykonywane z pojedynczych elementów, lub ich zespołów (rys. 3). Patent Beer'a (rys. 4) polegał na przytwierdzeniu



**Rys. 3.** Lewa strona: Wykorzystanie prefabrykowanych elementów ściennych do budowy elewacji wieżowca Ratusza Miejskiego we Frankfurcie. Prawa strona: typowa, zewnętrzna konstrukcja nośna budynków wysokościowych w latach 70tych XX wieku.  
*Źródło: www.wikimedia.org.*

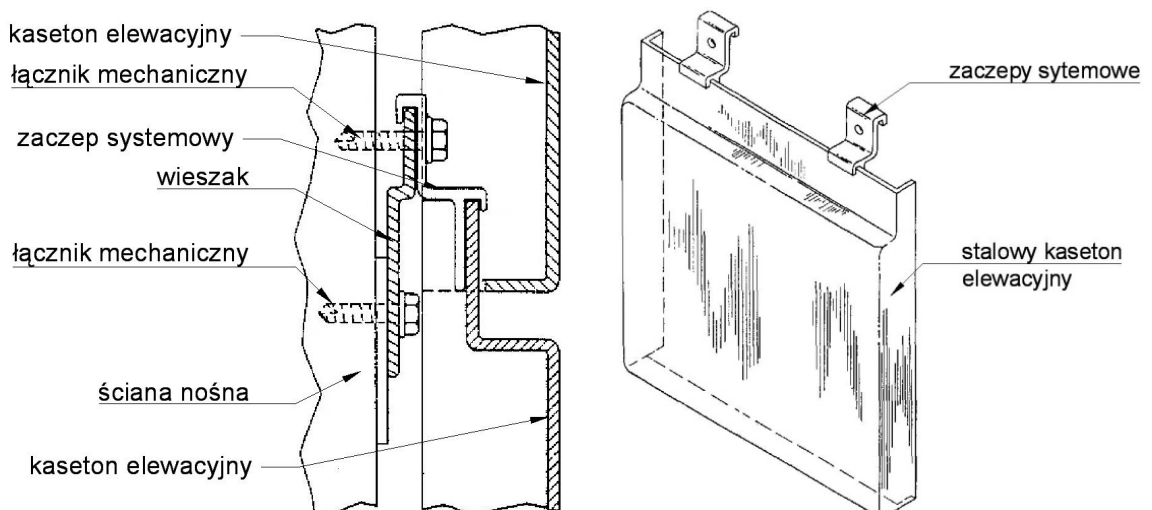
do poziomych elementów stalowego rusztu, umieszczonych pomiędzy słupami konstrukcji, betonowych kasetonów elewacyjnych. Kaseton na miejsce budowy był dostarczany w formie gotowego do wbudowania prefabrykatu. Kaseton składał się z betonowej warstwy nośnej, warstwy izolacyjnej, pustki powietrznej oraz okładziny zewnętrznej. Płyty były ukształtowane w formie korytka, które było montowane do poziomych elementów stalowego rusztu podporowego. Kasetony między sobą były odseparowane zestawem elastomerowych uszczelkach chroniących przed penetracją wody. Problem szczelności złączy jeszcze przez lata był tematem wielu opracowań [36]. W 1985, podsumowania wiedzy na temat okładzin osłonowych chroniących przed deszczem - *rainscreenpanels*- dokonał

Kerr [35]. W swojej pracy zamieścił on szereg przywołań bibliograficznych dotyczących tego typu okładzin wraz z komentarzami. W 1986 po raz pierwszy została wprowadzona



**Rys. 4.** Elementy składowe elementu okładzinowego wg patentu Beera [5].

koncepcja stalowych okładzin kasetonowych za sprawą zgłoszenia patentowego R.W. Olsen'a "Panel wall system" [46], rys. 5. Olsen zakładał zamocowanie górnej, bądź dolnej poziomej krawędzi kasetonu do warstwy nośnej budynku. Przeciwległa krawędź pozostawała nieprzytwierdzona. Miało to na celu stworzenie zakładkowego połączenia



**Rys. 5.** Elementy składowe stalowego kasetonu elewacyjnego wg patentu Olsena [46]. Lewo: szczegół podłączenia zaczepów montażowych kasetonu elewacyjnego do ściany nośnej, prawo: aksonometria kasetonu wraz z widocznymi zaczepami.

---

zamkowego tzw. "*slip joint connection*" z sąsiadującym kasetonem. Krawędzie pionowe nie były według patentu zamocowane do budynku, lecz wchodziły w profil z uszczelkami, który zapobiegał penetracji wody poprzez połączenie. Uszczelki występowały jedynie na pionowych krawędziach kasetonów. Połączenie na krawędzi poziomej realizowane było na wcisk w szczelinę powstałą pomiędzy kasetonem a blachą montażową.

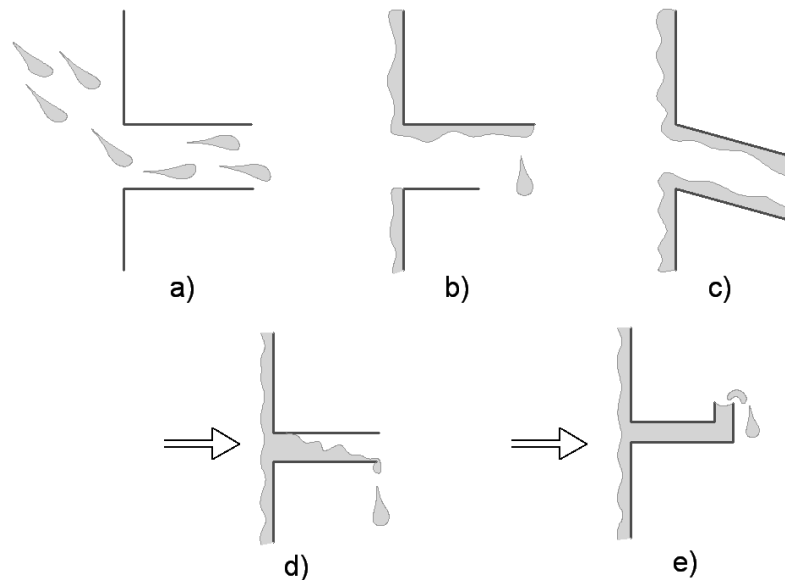
Założenie dotyczące szczelności połączenia zostało zweryfikowane w praktyce i trzy lata po ukazaniu się patentu Olsena [46], pojawiło się nowe zgłoszenie pt.: "*Vertical joint sealing of horizontal wall panels*" [61], zawierający udoskonalenia wynalazku Olsena. W nowym patencie nie tylko rozwinięta została myśl doszczelnienia połączeń pomiędzy elementami, ale wprowadzono również pojęcie kasetonu hybrydowego, który oprócz okładziny stalowej posiadał wypełnienie z polistyrenu. Wypełnienie to nadawało dodatkową izolacyjność cieplną przegrody i jednocześnie usztywniało lico kasetonu.

Koniec lat 80-tych XX wieku obfitował w rozwój technologii dotyczących tego typu elewacji. Badano zarówno złącza pomiędzy płytami [2] jak i zabezpieczenia złączy okładzin przed infiltracją wody [62], [21], a także nowe rozwiązania zamków pomiędzy elementami okładziny i ich złączy [50].

Na początku lat 90-tych ubiegłego stulecia rozpoczęto pierwsze testy okładzin z uwagi na wyrównywanie się ciśnienia w przegrodzie ściennej oraz odprowadzanie wilgoci z przegrody [9]. W 1992 wydawnictwo kanadyjskie opublikowało książkę, w której zawarto szereg wytycznych do projektowania ścian przeciwdeszczowych [3]. Mechanizmy powstawania zawilgocenia przestrzeni za warstwą elewacyjną przedstawiono na rys. 6.

Pierwsze analizy numeryczne dotyczące różnicy ciśnień i wilgotności po obu stronach okładzin przeciwdeszczowych zostały poczynione przez Xie, Schuylera oraz Resara [65]. Autorzy wykorzystali swoje poprzednie badania doświadczalne, co umożliwiło im poprawne dobranie parametrów modelu obliczeniowego. Autorzy postawili tezę, iż możliwe jest zmniejszenie oddziaływania wiatru na elewację przez odpowiedni dobór wydzielonej objętości powietrza za powierzchnią kasetonu elewacyjnego. Stwierdzenie to jest poprawne dla pewnego typu elewacji.



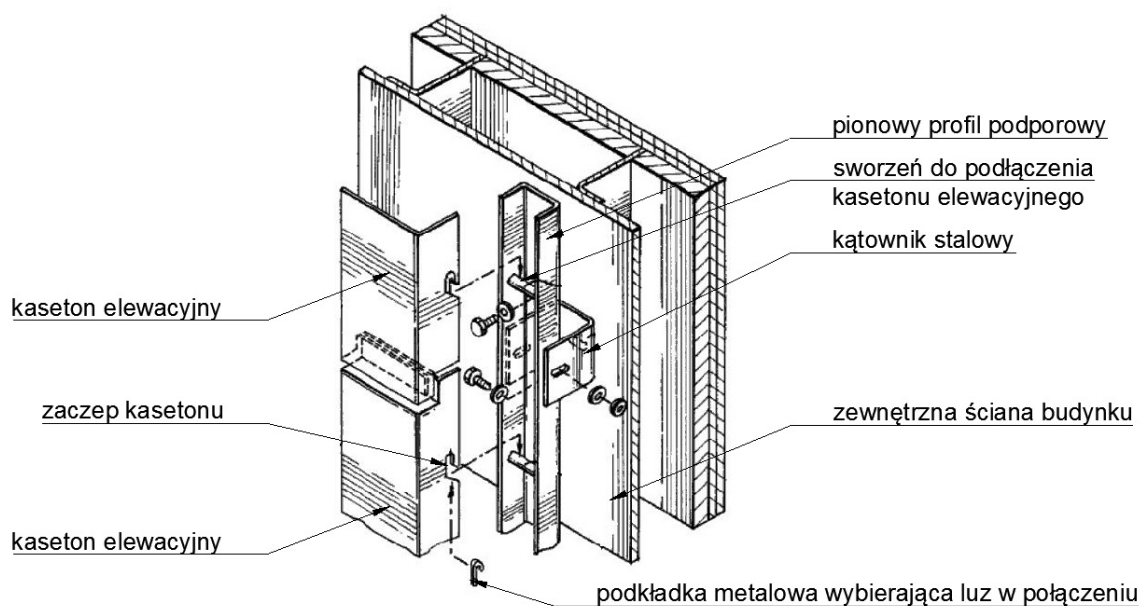


**Rys. 6.** Przyczyny zawilgocenia złącza pomiędzy kasetonami elewacyjnymi:  
 a) energia kinetyczna opadów,  
 b) napięcie powierzchniowe elementów okładziny,  
 c) grawitacja,  
 d) różnica ciśnień przed i za okładziną,  
 e) podciąganie kapilarne wody.

W artykule [44] przedstawione są badania w skali 1:1 oddziaływań wiatru na wycinek elewacji. Badania symulujące dynamiczne porywy wiatru podczas opadów deszczu zostały przeprowadzone w tunelu aerodynamicznym. Interesującym jest fakt, iż uzyskano modele deformacji elewacji oraz sprawdzono szczelność zamków w połączeniu pomiędzy płytami. Matthews, Bury i Redfearn podkreślają, że dzięki testom dynamicznym byli w stanie określić nie tylko stopień zawilgocenia przegrody, ale również i efekt wypompowywania wody z uszczelnień między płytowych. Woda, wypływająca z uszczelnienia pod wpływem działania porywów wiatru, grawitacyjnie odprowadzana jest ku ziemi. W 1997 Ting uaktualnił swoje rozwiązanie patentowe [63] zmieniając geometrię złącza i kształt uszczelnień pomiędzy kasetonami elewacyjnymi, co skutkowało poprawieniem szczelności ich połączeń. W tym samym czasie powstawały inne patenty dotyczące elewacji przeciwdeszczowych [45]. Nieustające problemy z zawilgoceniem pustki powietrznej były przyczyną ciągłych badań przyczyn niewłaściwego wyrównywania ciśnień pomiędzy przegrodami [16], [14], [54]. Do roku 2002 dążono do zachowania szczelności złącza w taki sposób, by nie dopuścić do zawilgocenia pustki powietrznej. Tendencja ta zmieniła się wraz

---

z opublikowaniem zgłoszenia patentowego Higginsa [30]. Autor jako pierwszy zaproponował odmienne podejście polegające na otwarciu złącza. Złącze, według powyższej propozycji, nie wymagało systemu uszczelnień (rys. 7), co wpłynęło korzystnie na ekonomiczność i niezawodność rozwiązania.



**Rys. 7.** Elementy składowe systemu elewacyjnego wg patentu Higginsa [30].

Przez przestrzeń międzykasetonową możliwy był wzmożony ruch powietrza związany z dynamicznym wyrównywaniem ciśnienia. Pustka powietrzna była mocno wentylowana, niestety otwarcie złącza spowodowało, iż w tym rozwiązaniu dochodziło do tymczasowego zawilgocenia pustki powietrznej i materiału termoizolacyjnego. Rozwiązanie przyczyniło się do zmian w podejściu do konstruowania ścian trójwarstwowych oraz wytyczyło nowy kierunek w rozwoju elewacji przeciwdeszczowych. Rozwinięciem idei pustki wentylowanej był patent Zeeffa [66]. W odróżnieniu do rozwiązania Higginsa, od strony zewnętrznej elewacji nie było widocznego żadnego elementu mocującego w postaci listwy. Pierwsze badania okładzin z wentylowaną pustką powietrzną zapoczątkowali Straube, VanStraaten oraz Burnett [53]. Celem badań było określenie wpływu wentylowanej pustki powietrznej na odprowadzenie wilgoci z przestrzeni pustki. Badania wykazały jednoznacznie, iż mury z wentylowaną pustką powietrzną schną szybciej niż mury bez wentylowanej pustki

---

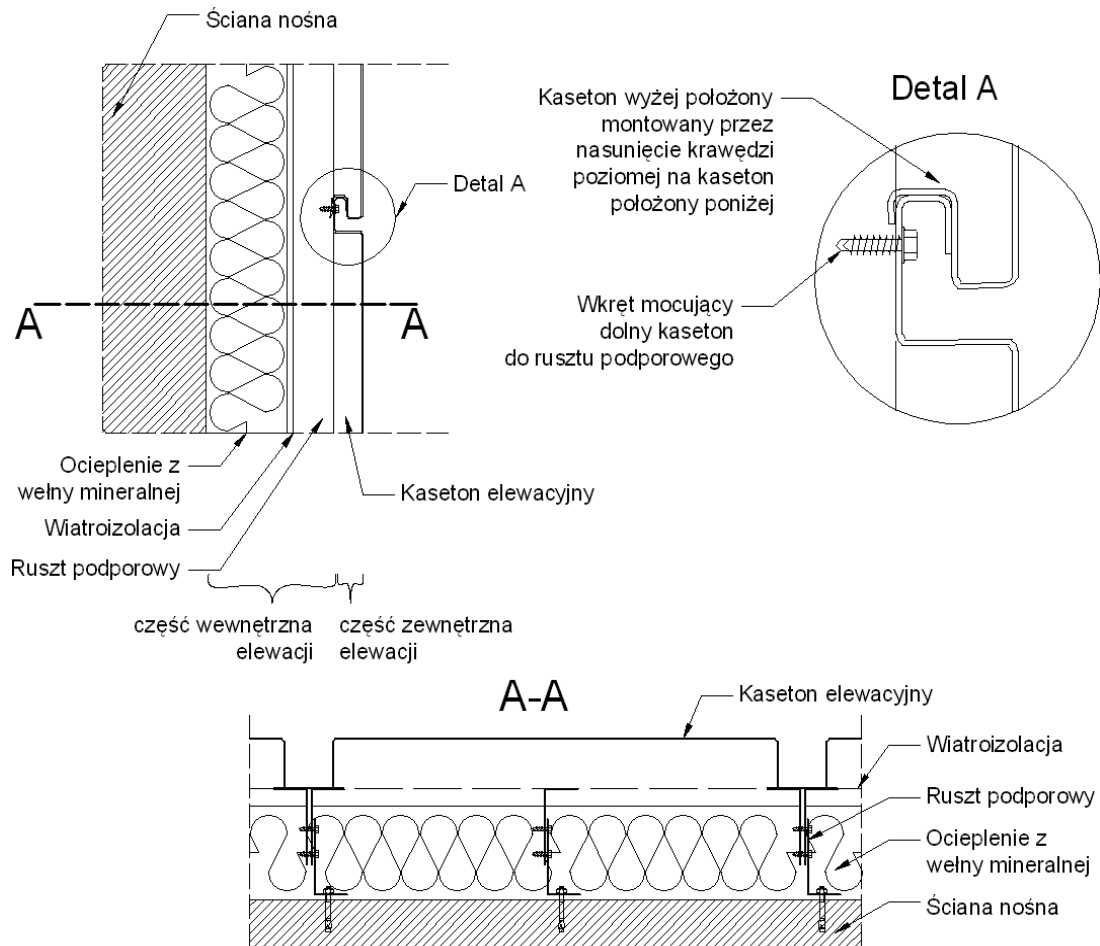
powietrznej. W 2009 roku na rynku amerykańskim zostały zastrzeżone dwa patenty Griffithsa, które wykorzystywały połączenie płyt przy użyciu zewnętrznego, ukrytego od strony elewacji, elementu połączeniowego na klipsy montażowe. Pierwszy z nich przeznaczony był do elewacji wentylowanych [27], natomiast drugi do systemu z wyrównywaniem ciśnienia na przegrodzie [28]. W trakcie ostatnich trzech lat zostało zastrzeżonych wiele kompleksowych rozwiązań okładzin deszczowych [22], [51].

Na terenie Polski istnieją obecnie trzy systemy produkcyjne kasetonów elewacyjnych. Różnią się pomiędzy sobą drobnymi szczegółami konstrukcyjnymi, niemniej zbliżone są do patentu Higginsa [30].

### **2.3. Elewacje typu *rainscreen***

Okładziny kasetonowe stanowią część elewacji typu *rainscreen*, w tłumaczeniu określanej jako elewacja przeciwdeszczowa. Zgodnie z polskim nazewnictwem, ten typ elewacji można zaliczyć do ścian trójwarstwowych z wentylowaną pustką powietrzną. W celu przedstawienia konstrukcji elewacji w niniejszej pracy wykorzystano rozróżnienie zaczerpnięte z literatury [19], na część zewnętrzną i część wewnętrzną elewacji. Do części zewnętrznej należy metalowy kaseton elewacyjny, a do części wewnętrznej ocieplenie z wełny mineralnej, zestaw membran wiatroizolacyjnych oraz stalowy ruszt podporowy (rys. 8). Profesorowie Anderson i Gill w książce [1] podjęli się usystematyzowania wiedzy o *rainscreen cladding*. Autorzy rozróżnili dwa typy okładzin elewacyjnych. Rozwiązania różnią się ze względu na technikę odprowadzania wilgoci. W pierwszym typie większość wody jest odprowadzana po elewacji dzięki konstruowaniu wodoszczelnych złączy. Geometria połączeń elementów okładziny powinna eliminować przedostawanie się wody do przegrody wewnętrznej, a jednocześnie umożliwić przepływ powietrza. Wentylacja pustki powietrznej jest nadal możliwa, jednak ściśle kontrolowana przez dobór odpowiedniej liczby otworów wentylacyjnych. Pustka powietrzna ma za zadanie wentylowanie i odprowadzanie ewentualnej wilgoci z wnętrza przegrody. W drugim typie okładzin elewacyjnych woda deszczowa również odprowadzana jest po zewnętrznej części

elewacji, ale w tym przypadku połączenia pomiędzy elementami nie są specjalnie uszczelniane i możliwe jest przedostawanie się wody deszczowej do pustki powietrznej.

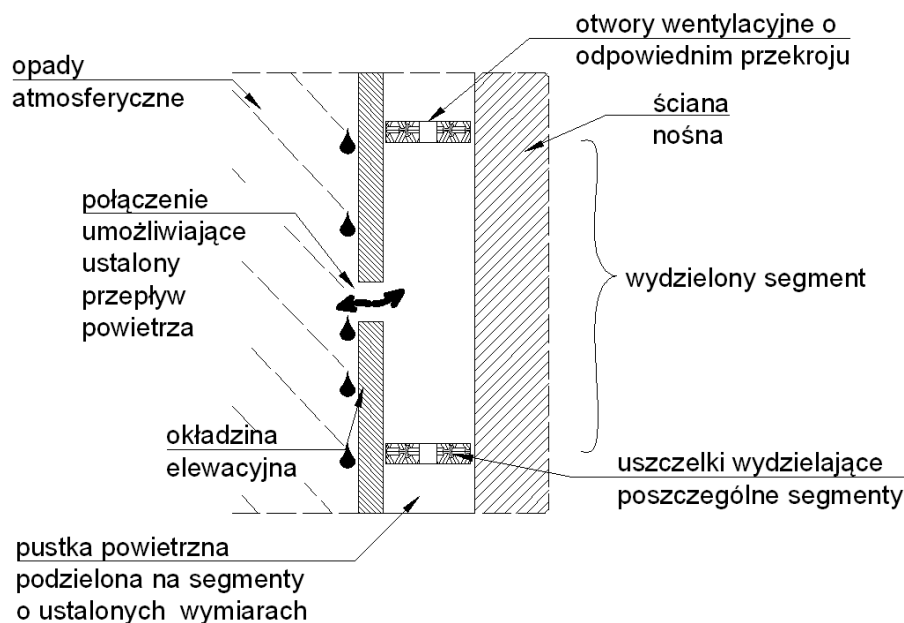


**Rys. 8.** Elementy składowe systemu elewacji typu „rainscreen”.

Dopuszczalne jest okresowe zawilgocenie przegrody, lecz ze względu na wzmożoną wentylację w porównaniu do pierwszego typu, wilgoć jest stosunkowo szybko odprowadzana z przegrody.

Pierwszy typ przeciwdeszczowych okładzin elewacyjnych to *Pressure - Equalized / Compartmented* (PER), czyli elewacja z wyrównaniem ciśnienia pomiędzy stronami części zewnętrznej elewacji (okładziny). Rys. 9 przedstawia ideę połączenia okładzin typu PER między sobą z uwagi na wodo- i wiatroszczelność. Zastosowanie tego systemu wymaga od projektanta dokładnych obliczeń i rzetelnych rozwiązań konstrukcyjnych, bowiem

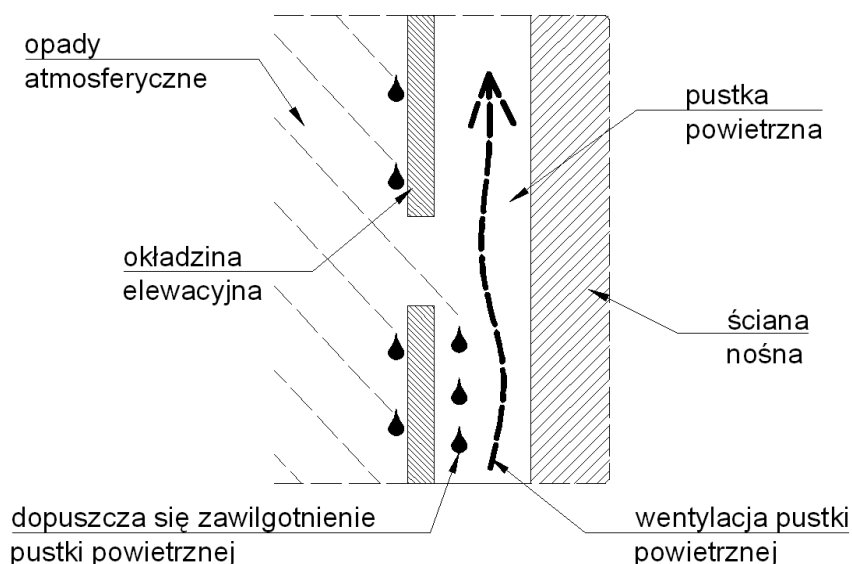
powinno dochodzić zarówno do statycznego jak i dynamicznego wyrównywania ciśnień pomiędzy częścią zewnętrzną i wewnętrzną elewacji. Szczegółem odróżniającym ten system od D/BV jest to, iż w tym przypadku przestrzeń za okładziną elewacyjną, stanowi pustka powietrzna podzielona na segmenty. Zarówno objętość wydzielonych segmentów jak i powierzchnia otworów wentylacyjnych w każdym segmencie musi być ściśle określona.



**Rys. 9.** Mechanizm wyrównywania ciśnienia w systemach przeciwdeszczowych typu PER (opis w tekście).

Liczba oraz wymiary otworów wentylacyjnych są obliczane przy znanej objętości pustki powietrznej, tak by zapewnić wystarczający strumień powietrza przy zmiennej dynamice wiatru na elewację [40]. Objętość pojedynczych segmentów oraz ich wymiary są kluczowymi zmiennymi w analizie pionowego i poziomego ruchu powietrza pomiędzy okładziną elewacyjną, a ścianą nośną. W przypadku systemu tego typu sztywność okładziny zewnętrznej brana jest pod uwagę przy kształtowaniu całej elewacji, bowiem ma bezpośredni wpływ na objętość pustki powietrznej analizowanego segmentu. Ewentualne deformacje okładziny elewacyjnej, zmieniające objętość wydzielonego segmentu pomiędzy okładziną elewacyjną a ścianą, muszą być uwzględnione na etapie projektu.

Drugi typ przeciwdeszczowych okładzin elewacyjnych zwany *Drained / Back ventilated* (D/BV), przedstawiono na rys. 10. Zestaw płyt, paneli ściennych, bądź też kasetonów elewacyjnych montowany jest do rusztu podporowego. Połączenia pomiędzy elementami okładziny elewacyjnej są otwarte, ale zaprojektowane w sposób utrudniający przeniknięcie wody do wewnętrznych warstw elewacji [49]. Złącza w tych elementach minimalizują, ale nie uniemożliwiają penetracji wody. Ze względu na zmienne oddziaływanie wiatru, dopuszcza się częściowe zawilgocenie pustki powietrznej pomiędzy kasetonem elewacyjnym, a warstwą ocieplenia. Rozwiązania systemowe połączenia okładzin elewacyjnych ze ścianą nośną powinny zapewnić swobodne, grawitacyjne odprowadzenie



**Rys. 10.** Mechanizm wyrównywania ciśnienia w systemach przeciwdeszczowych typu D/BV (opis w tekście).

wody z pustki powietrznej. Istotne jest zachowanie minimalnej grubości warstwy pustki powietrznej. Badania [24] dowiodły, iż minimalna grubość warstwy pustki powietrznej wynosi 25 mm dla ściany nośnej murowanej z cegły. Taka grubość pustki powietrznej pozwala na swobodną wentylację przestrzeni pomiędzy okładziną a ścianą i powoduje przyspieszone odparowanie ewentualnej wilgoci. Istotną cechą omawianego typu elewacji jest to, że zewnętrzna okładzina musi przenieść pełne obciążenie od oddziaływania wiatru.

---

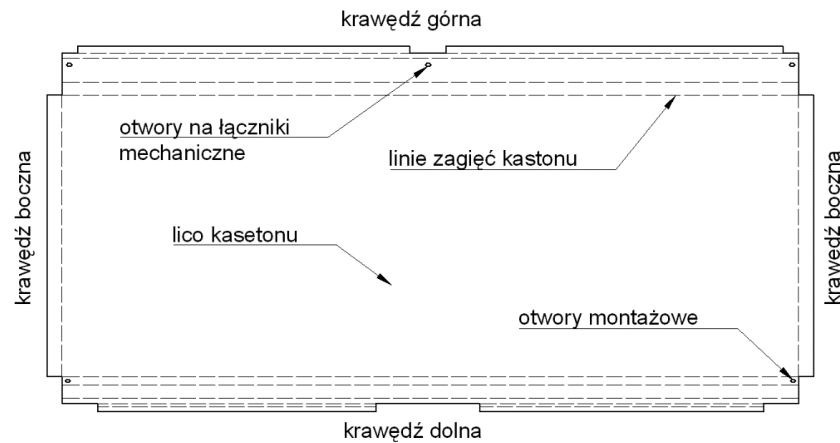
Analizowany w niniejszej rozprawie doktorskiej kaseton elewacyjny zalicza się do systemu D/BV. Zdjęcie poglądowe wykonane w trakcie montażu części gzymsowej systemu przedstawiono na rys. 11.



**Rys. 11.** Elementy części wewnętrznej izolacji. Widoczny ruszt podporowy, izolacja z wełny mineralnej oraz folia wiatroizolacji. *Fot. materiały firmy Balexmetal.*

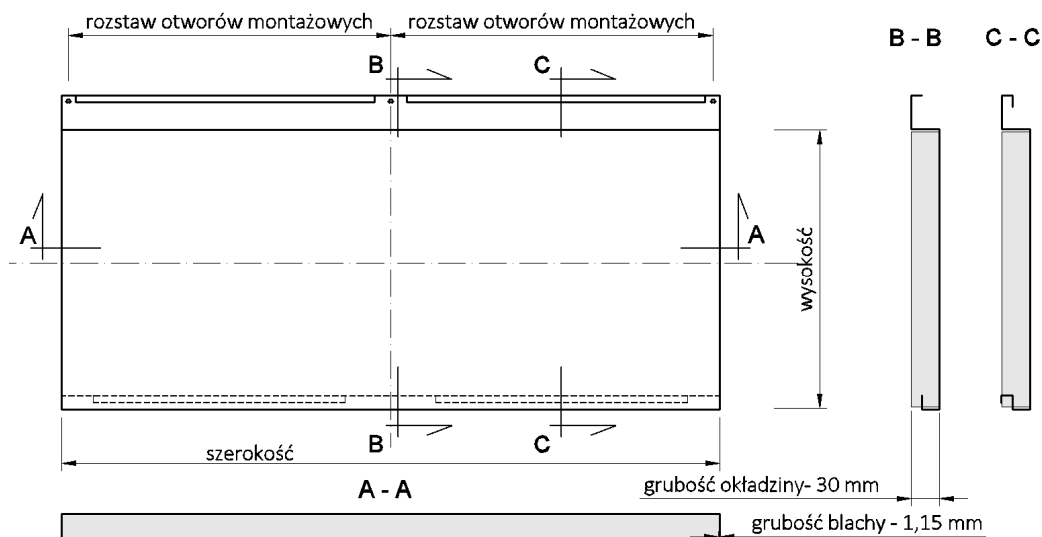
## 2.4. Geometria analizowanych płyt kasetonowych

Kaseton elewacyjny jest to metalowy element osłonowy, uformowany z arkusza blachy, wycięty według pewnego szablonu zwanego wykrojem płyty (rys. 12). Tak przygotowana



**Rys. 12.** Wykroj płyt z zaznaczonymi krawędziami oraz liniami zagięć kasetonu.

blacha jest gięta na zimno za pomocą giętarki. Ze względu na sposób łączenia kasetonów między sobą, istotne jest prawidłowe ukształtowanie zamka zakleszczającego krawędź dolną kasetonu położonego wyżej, w krawędzi górnej kasetonu położonego niżej. Stąd liczba zagięć na krawędziach poziomych płyty jest większa niż w przypadku krawędzi pionowych, gdzie są tylko pojedyncze zagięcia (rys. 13).



**Rys. 13.** Okładzina kasetonowa z charakterystycznym nazewnictwem oraz wymiarami.

W niniejszej pracy omówione zostaną kasetony o geometrii przedstawionej na rysunkach powyżej.



---

## 2.5. Montaż elewacji

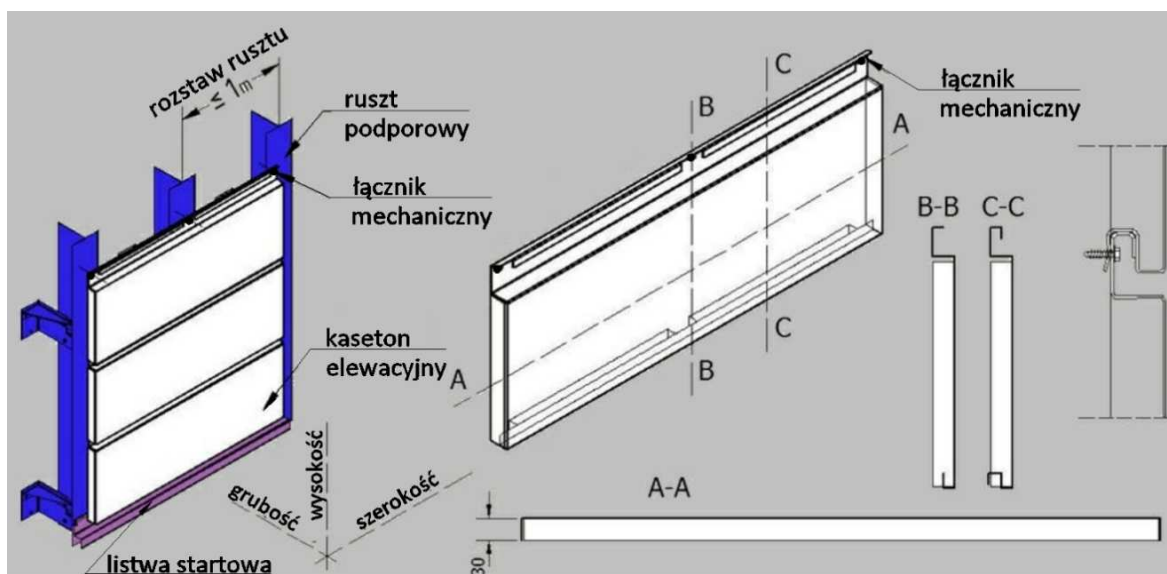
Punktem wyjścia przy projektowaniu elewacji przeciwdeszczowych jest określenie granicznych wymiarów powierzchni, na której zostaną umieszczone kasetony elewacyjne. Powierzchnia ta jest ograniczona z jednej strony poprzez krawędzie pionowe obramowań okiennych, a z drugiej przez krawędzie budynku. Następnie architekt dobiera wymiary i kształty kasetonów, które pokryją określoną powierzchnię. Kasetony elewacyjne mocowane są do ściany za pośrednictwem specjalnego rusztu stalowego (rys. 14). Skrajne



**Rys. 14.** Ruszt podporowy przytwierdzony do ściany nośnej, gotowy do montażu warstwy ocieplenia, wiatroizolacji oraz kasetonów elewacyjnych. *Fot. materiały firmy Balxmetal.*

pionowe pręty rusztu umieszczane są przy krawędziach budynku i przy krawędziach otworów okiennych. Wewnętrzne profile rusztu powinny być usytuowane w rozstawie nie większym niż 1 m. Dodatkowo producenci zalecają dwukrotne zagęszczenie rusztu podporowego w strefach przykrawędziowych budynku, ze względu na lokalne zawirowania powietrza. Zalecenie to wywodzi się z zapisów normy PN-77/B-02011 [70]. Zalecała ona dwukrotne zagęszczenie łączników pokrycia dachowego w strefie okapowej oraz wzdłuż krawędzi budynku. Po odpowiednim wytyczeniu usytuowania elementów rusztu, przystępuje się do jego montażu do ściany zewnętrznej budynku. Należy zwrócić szczególną uwagę nie tylko na pionowość elementów rusztu, ale także na ewentualny brak płaskości

ściany. Poprawność rektyfikacji układu elementów rusztów ma kluczowe znaczenie dla jakości całej elewacji. W przypadku braku płaskości elementów rusztu montaż kasetonów elewacyjnych spowoduje deformację lica kasetonu i spadek walorów estetycznych elewacji. Kolejnym krokiem jest wyłożenie przestrzeni pomiędzy elementami rusztu wełną mineralną i przytwierdzenie jej do ściany obiektu, tak by nie ubiła się pod ciężarem własnym oraz nie odpadła od ściany przy ewentualnych zawirowaniach wiatru w pustce powietrznej pomiędzy kasetonem a ociepleniem. Po ułożeniu izolacji termicznej przystępuje się do montażu wiatroizolacji. Ten zabieg ma na celu chronienie przegrody cieplnej przed wilgocią, która może znaleźć się w pustce powietrznej. Dodatkowo wiatroizolacja chroni warstwę termoizolacyjną przed powierzchniowym jej wystudzeniem na skutek przewiewu, mogącego występować w pustce powietrznej. W ten sposób zostaje zamknięta wewnętrzna część przegrody. Montaż części zewnętrznej - okładzinowej rozpoczyna się od wypoziomowania listwy startowej systemu, pełniącej rolę cokołu, patrz rys. 15. Listwa przytwierdzana jest do elementów stalowego rusztu wkrętami samowiercącymi, po jednym wkręcie na jedną podporę. Następnie przystępuje się do obłożenia elewacji kasetonami elewacyjnymi. Płyta kasetonu nasuwana jest na listwę startową od góry ku dołowi, tak by doszło do zakleszczenia się w systemowym zamku. Pozioma górna krawędź listwy startowej ma tak ukształtowaną geometrię zagięć, aby umożliwiała zakleszczenie się dolnej



Rys. 15. Części składowe analizowanego systemu okładzin kasetonowych.

---

poziomej krawędzi płyty kasetonowej. Po umieszczeniu pierwszego kasetonu w listwie startowej dokonuje się poziomowania i pionowania płyty kasetonu, a następnie górna krawędź kasetonu przytwierdzana jest wkrętami samowiercącymi do elementów rusztu podporowego. Istotą prezentowanego systemu jest mechaniczne przytwierdzenie kasetonu do rusztu podporowego jedynie w górnej, poziomej krawędzi płyty kasetonu. Kolejne kasetony montuje się podobnie jak pierwszy rząd kasetonów, tj. nasuwa się je pionowo od góry ku dołowi, tak by wybrać luzy w zamku, poziomuje i pionuje, a następnie przytwierdza mechanicznie do elementów rusztu w górnej krawędzi płyty. Prace te kontynuowane są, aż do osiągnięcia pełnej wysokości krycia ściany elewacyjnej.

Przedstawione powyżej zasady łączenia płyt kasetonowych oraz ich montażu, w celu uzyskania idealnie gładkiej powierzchni elewacji, określają jednoznacznie wymagania odnośnie nośności i sztywności kasetonów elewacyjnych. Od sztywności całego kasetonu zależą ugięcia płyty kasetonu pod wpływem parcia i ssania wiatru.

Ze względu na fakt, iż kasetony elewacyjne nie są elementem konstrukcyjnym, a osłonowym, do tej pory nie opracowano szczegółowych wytycznych dotyczących dopuszczalnych ugięć powierzchni lica kasetonów. Dostępne są jednak wytyczne dla produktów pełniących podobną rolę. W tablicach producentów płyt warstwowych i blach trapezowych często, jako kryterium doboru przekrycia, spotkać można obliczone graniczne wartości obciążenia charakterystycznego, przy którym dochodzi do ugięcia równego  $L / 200$ , gdzie  $L$  – rozstaw podpór. W normie PN/B-03200 natomiast, graniczne wartości ugięć stalowych płyt i krat pomostowych są określone jako  $L / 150$ . Ponadto, w przypadku kasetonów elewacyjnych, aby zapewnić lustrzane odbicie światła (rys. 1) dąży się do minimalizacji ugięć przy jednoczesnym zachowaniu masy kasetonu na odpowiednio niskim poziomie.

## **2.6. Podsumowanie**

Jak widać kasetony elewacyjne nie stanowią nowego rozwiązania w konstrukcji ścian osłonowych, jednakże współczesny trend do minimalizacji masy konstrukcji powoduje, że stalowe okładziny kasetonowe są coraz cieńsze, przez co bardziej podatne na wszelakie deformacje, zarówno w czasie montażu jak i eksploatacji.

---

### 3. Stan wiedzy i badań w zakresie analizy płyt

#### 3.1. Rys historyczny klasycznej teorii płyt

Ludzie wznosili budowle od najdawniejszych czasów. Pytanie, który z odkrytych przez współczesnych archeologów monument jest najstarszy, jest kwestią sporną. W 1987 Kihachiro Aratake nurkując w pobliżu archipelagu japońskiego, natknął się na pewne formacje skalne mające regularny kształt. Według części badaczy to obecnie najstarszy zespół obiektów wzniesiony przez człowieka, który w wyniku trzęsień ziemi i fal tsunami nawiedzających tamte regiony został zatopiony. Datę jego budowy szacuje się na 2-3 tysiące lat przed naszą erą. Dla porównania piramidy egipskie powstały około 2,5 tysiąca lat p.n.e.. Niestety do czasów współczesnych nie przetrwały żadne zapiski, z których można by było uzyskać wiedzę, w jaki sposób obiekty te były wznoszone. Współcześnie badacze próbują określić sposoby powstania tych pradawnych obiektów, jednakże są to tylko presumpcje. Przez wieki działała w Aleksandrii biblioteka zwana od nazwy miasta aleksandryjską, gdzie każdy podróżny przewożący jakiś księgozbiór był zobowiązany zostawić go w depozycie do czasu jego przekopiiowania przez bibliotekarzy. Niestety podczas najazdu Imperium Rzymskiego na Egipt w 48 roku p.n.e. została ona spalona. Z postaci, które trwale zapisały się na kartach historii w zakresie inżynierii, należy przytoczyć Archimedesesa z Syrakuz, wybitnego matematyka, ale również i inżyniera wojennego. Dzięki jego wynalazkom miasto Syrakuzy przez bardzo długi czas stawiało opór przeważającym siłom Imperium Rzymskiego w czasie wojny punickiej.



Archimedes z Syrakuz  
(287-212p.n.e.)

*Archimedes – matematyk filozof, konstruktor, uważany za ojca statyki. Odkrył zasadę dźwigni, zasadę równi pochyłej oraz po raz pierwszy opracował wzory na określenie środka ciężkości figur płaskich. Jako konstruktor wdrażał rozwiązania wykorzystywane przy transporcie antycznych kolumn z wyrobisk (kamieniołomów) na place budowy, a także opracowywał metody ich montażu. Podczas drugiej wojny punickiej kierował pracami inżynieryjnymi przy obronie swojego rodzinnego miasta Syrakuz przed najazdem Imperium Rzymskiego, tworząc maszyny wojenne takie jak „pazury Archimedesesa”, balisty czy pierwsze katapulty. Miasto po dwóch latach oblężenia padło, a uczonego został zabity przez dowódcę wojsk rzymskich - Marcellusa [6].*

---

Okres panowania Imperium Rzymskiego (27 p.n.e. – 14 n.e.) był okresem wojen, ale zarazem i stabilizacji. Rzymianie wielokrotnie podbijając dane państwo, wchodzili w posiadanie nowinek technicznych, które szybko wdrażali w obrębie swojego Imperium. I tak, wspomniany uprzednio Archimedes wynalazł, pierwsze katapulty, które umożliwiły w przyszłości Imperium Rzymskiemu podbój państw północnych. Irrygacja pól oraz transport wody za pomocą jakże osławionych rzymskich akweduktów nie miałyby miejsca, gdyby nie śruba Archimedesesa. Oczywiście rzymianie sami w sobie również tworzyli wspaniałe konstrukcje inżynierskie, mosty, drogi, kolosea, akwedukty, świątynie. Sposoby ich tworzenia, oraz wytyczne do ich projektowania zostały zebrane i spisane w traktacie „O architekturze ksiąg dziesięć” [52].

*Marcus Vitruvius Pollio – rzymski architekt i inżynier wojenny. Autor traktatu „O architekturze ksiąg dziesięć” [52]. Księgozbiór podzielony na 10 ksiąg traktujących o planowaniu przestrzennym miast, wyrobach budowlanych, o wznoszeniu obiektów inżynierskich jak mosty, akwedukty, ale i również świątynie, o malowidłach ściennych oraz układzie ulic, o irygacji pól oraz transporcie wody, o geometrii astronomii i wielu innych dziedzinach. Traktat ten uważa się za pierwsze dzieło traktujące o porządkach greckich i ich odmianach rzymskich. Vitruvius jest autorem człowieka wpisanego w okrąg, dzieła które popularnie przypisywane jest autorstwu Leonardo Da Vinci.*



Marcus Vitruvius Pollio

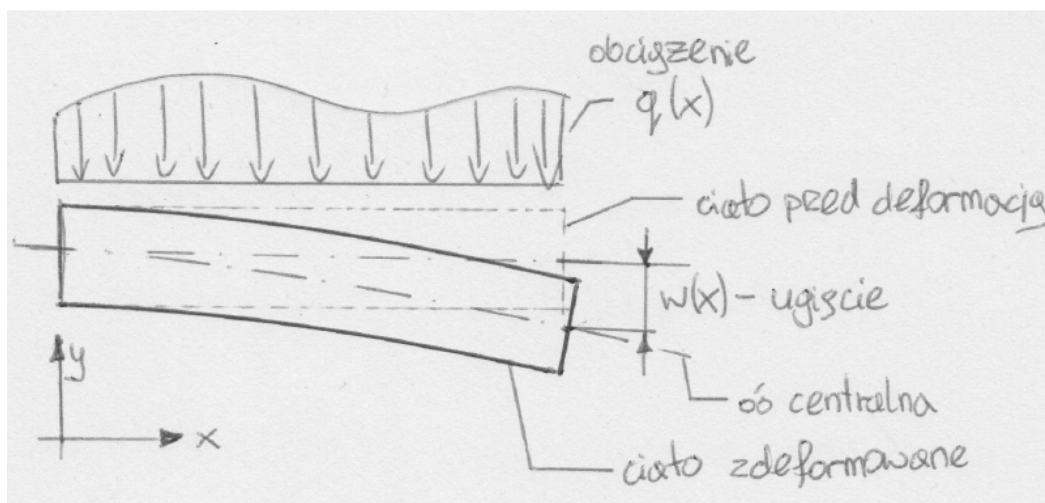
Należy podkreślić, iż nietuzinkowe obiekty architektoniczne powstawały nie tylko na terytorium Imperium Rzymskiego. W 532 roku n.e. na terenie Cesarstwa Bizantyjskiego, w Konstantynopolu rozpoczęto budowę Hagia Sophia. Budowla ta była wniesiona jako świątynia chrześcijańska, natomiast po zdobyciu Konstantynopola przez Turków w 1453, została zamieniona w meczet. Wtedy też dobudowano cztery minarety. Charakterystyczną cechą obiektu jest o ponad 30 metrowej rozpiętości kopuła przekrywająca środkową część nawy.

Charakterystycznymi układami konstrukcyjnymi tamtych czasów były układy łukowe nadproży, mostów i obiektów liniowych jak akwedukty, czy mosty. Do przekryć dużych powierzchni stosowano kopuły, natomiast do mniejszych stropy oparte na belkach

drewnianych. Wraz z rozwojem techniki pojawiła się potrzeba konstruowania przekryć o coraz to większych powierzchniach przekrywanych układami belkowymi. Stąd na przestrzeni lat kierowano się pewnymi zasadami doboru gabarytów belek i ich rozstawów w zależności od rozpiętości stropu. Z czasem zależności te zostały uściślone i opisane matematycznie. Współcześnie do opisu układów belkowych najczęściej stosuje się tzw. klasyczną teorię belek [58]. Teoria ta nazywana jest również teorią Eulera - D. Bernoulliego od nazwisk uczonych, którzy ogłosili ją w roku 1750. Sprowadza się ona do równania opisującego zależność ugięcia belki od przyłożonego obciążenia.

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right) = q(x) \quad (1)$$

gdzie:  $w(x)$ - jest funkcją ugięcia belki w odległości  $x$ ,  
 $q(x)$ - jest obciążeniem belki,  
 $E$ - moduł Younga,  
 $I$ - moment bezładności przekroju.



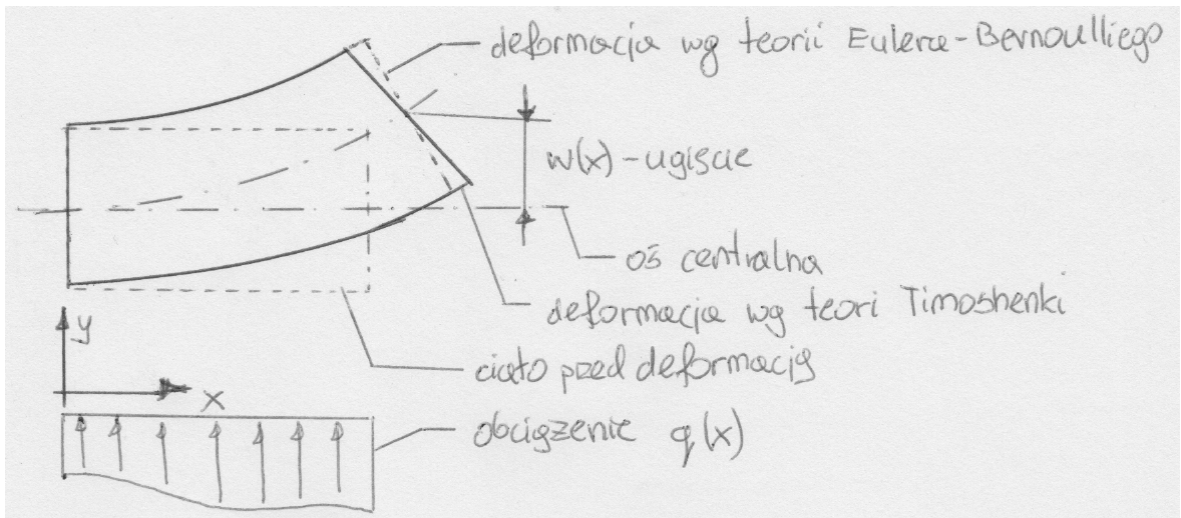
**Rys. 16.** Deformacja belki wg klasycznej teorii Eulera-Bernoulliego pod obciążeniem  $q(x)$ .  
*Szkic P. Lewandowski.*

Wzór (1) bazuje na założeniu płaskich przekrojów Bernoulliego, ważnym dla belek długich. Teoria Bernoulliego zakłada, iż przekrój płaski przed obciążeniem pozostaje płaski po obciążeniu elementu. W późniejszym okresie klasyczna teoria belek została uogólniona przez Timoshenko dla belek krótkich. Jest to tzw. teoria Timoshenki, dla której założenie

płaskich przekrojów Bernoulliego nie jest spełnione i uwzględniony jest wpływ naprężeń tnących na wartość ugięcia układu [59]:

$$EI \frac{d^4 w(x)}{dx^4} = q(x) - \frac{EI}{\kappa A G} \frac{d^2 q(x)}{dx^2} \quad (2)$$

- gdzie:
- $w(x)$  - jest funkcją ugięcia belki w odległości  $x$ ,
  - $q(x)$  - jest obciążeniem belki,
  - $\kappa$  - współczynnik ścinania Timoshenki zależny od geometrii przekroju poprzecznego belki,
  - $A$  - pole przekroju poprzecznego belki,
  - $G$  - moduł Kirchhoffa (sprężystości poprzecznej),
  - $E$  - moduł Younga,
  - $I$  - moment bezładności przekroju.



**Rys. 17.** Porównanie kształtów deformacji przekrojów pomiędzy podejściem klasycznym Eulera- Bernoulliego, a teorią Timoshenki, dla płyt grubych pod obciążeniem  $q(x)$ .  
Szkic P. Lewandowski.

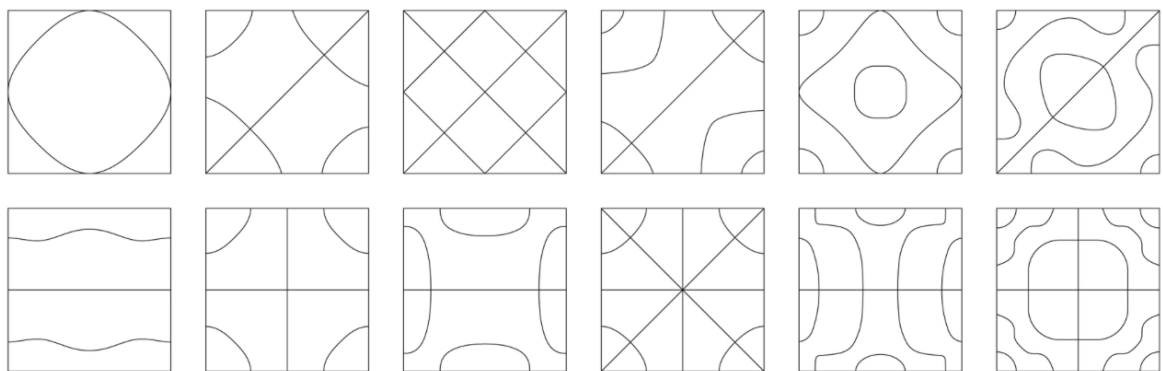
$$\frac{EI}{\kappa L^2 A G} \ll 1 \quad (3)$$

gdzie:  $L$  - długość belki.

---

Dla spełnionej nierówności (3), teoria Timoshenki pokrywa się z teorią Eulera - Bernoulliego. Pomimo swoich ograniczeń, klasyczna teoria belek do tej pory stanowi podstawowe narzędzie inżynierskie do obliczania układów prętowych.

Przez długie lata układy belkowe były podstawowym schematem statycznym używanym przy wznoszeniu obiektów budowlanych. Pomimo powszechnego stosowania ścian murowanych stanowiących podpory dla stropów belkowych, nikt nie zdawał sobie sprawy z tarczowego charakteru ich pracy. Historia teorii układów płytowych i tarczowych sięga XVIII wieku, kiedy to E. Chladni zaobserwował specyficzne układanie się ziaren piasku na wzbudzanej smyczkiem metalowej płycie, (rys. 18). Topologia rozkładu piasku



**Rys. 18.** Charakterystyczne mapy rozkładu piasku na powierzchni drgającej płyty przy zmiennej częstotliwości wzbudzenia układu.

na szklanej tafli zależała od drgań jakie były przykładane do układu. Pył gromadził się w liniach węzłowych fali stojącej na drgającej sprężynie płycie. Należy zauważyć analogię do układu jednowymiarowego struny, na której mamy do czynienia ze zjawiskiem fali stojącej i zerowymi przemieszczeniami w węzłach. W ten sposób muzyk, nieświadomie, udowodnił istnienie linii węzłowych, gdzie nie występują przemieszczenia pionowe pyłu. Odkrycie to zostało opublikowane w pracy „Odkrycia w teorii dźwięków” [15].





Ernst Florens Friedrich Chladni  
1756-1827

*E.F.F. Chladni - niemiecki fizyk i geolog, niedoszły prawnik. Urodzony w rodzinie prawniczej, ukończył studia prawnicze, nigdy nie robiąc aplikacji. Stał się sławny poprzez odkrycie widowiskowych rozkładów pyłu na wzbudzonej przez smyczek płycie szklanej. Konstruktor instrumentów muzycznych własnego pomysłu. Jego pasją życiową było badanie meteorytów. Zmarł nagle we Wrocławiu będąc w podróży, podczas której prezentował swoje odkrycia.*

Zagadkowa praca Chladniego poruszyła matematyka Jakoba II Bernoulliego, który próbował w sposób matematyczny opisać intrygujące zjawisko. W 1789 ukazała się publikacja [7], w której J. Bernoulli, przy użyciu znanej już teorii belek Eulera - D. Bernoulliego, rozpatrywał układ dwuwymiarowej płyty jako, płytę złożoną z dwóch układów wzajemnie prostopadłych i połączonych ze sobą belek. Autor w ten sposób otrzymał równanie różniczkowe amplitudy drgań płyty w postaci:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^2} = \frac{w}{c^4} \quad (4)$$

gdzie:  $w(x,y)$ - funkcja ugięcia (przemieszczenia prostopadłe do płaszczyzny  $x-y$ ),  
 $c^4$ - pewna nieokreślona stała.

*Jakob II Bernoulli - fizyk, matematyk. Młodszy brat Johanna III Bernoulliego. Pierwsze lekcje otrzymywał od ojca Johanna II Bernoulliego, później kontynuując naukę pod opieką stryja Daniela Bernoulliego szybko stał się znaną postacią w środowisku naukowym, studiując i udzielając wykładów na uniwersytetach w Niemczech oraz Włoszech. Ostatecznie, w 1788 roku osiadł na Akademii Carskiej w Petersburgu pełniąc stanowisko profesora matematyki. Tam też właśnie próbował opisać za pomocą równań różniczkowych układ drgającej płyty. Niestety w 1789 roku tragicznie utonął w Newie.*



Jakob II Bernoulli  
1759-1789

---

Wyniki uzyskiwane z równania (4) wykazywały rozbieżności w porównaniu z wynikami eksperymentalnymi. W 1808 roku Chladni przedstawił swoje doświadczenie Akademii Paryskiej, co spotkało się z jeszcze większym zainteresowaniem świata nauki zagadnieniem zjawiskowych linii na powierzchni drgającego układu. Tematem badań został zaintrygowany sam Cesarz Napoleon, który przeznaczył sumę 3000 ówczesnych franków na wyjaśnienie zjawiska, co pozwoliło Akademii Paryskiej na rozpisanie konkursu na opracowanie matematycznej teorii drgań sprężystych płaszczyzn i porównanie wyników z eksperymentami Chladniego. Pierwszą datą rozstrzygnięcia konkursu był październik 1811. Wpłynęła tylko jedna praca młodej francuskiej matematyczki Sophie Germain, opisująca zachowanie się układu drgającej płyty według zależności:

$$\lambda^2 \left( \frac{\partial^6 w}{\partial x^4 \partial y^2} + \frac{\partial^6 w}{\partial x^2 \partial y^4} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

gdzie:  $w(x,y,t)$  - funkcja ugięcia (przemieszczenia prostopadłe do płaszczyzny x-y),  
 $t$  - czas,  
 $\lambda^2$  - pewna stała opisująca właściwości fizyczne materiału płyty.



Marie-Sophie Germain  
(1776-1831)

*M.S. Germain - francuska matematyczka wywodząca się z zamożnej kupieckiej rodziny. Już od najmłodszych lat zainteresowana matematyką. Zastąpiła podjęciem studiów pod fałszywym męskim imieniem, bowiem tylko w ten sposób mogła uzyskać dostęp do edukacji. Oszustwo jednak nie trwało długo, bowiem jej nauczyciel Lagrange dostrzegając w studencie pewien geniusz, podczas spotkania poznał prawdę. Pomimo kłamstwa Lagrange pozostał mentorem M.S. Germain. Bardzo często porównywana, dzięki zasługom naukowym do polskiej Marii – Curie Skłodowskiej, jako przykład kobiety, która przeciwstawiła się ówczesnym prawom, przyczyniając się do emancypacji kobiet.*

Niestety okazało się, iż rozwiązanie było błędne. Komisja postanowiła przełożyć termin rozwiązania konkursu na wrzesień 1813. Mentor matematyczki - J.L. Lagrange, który jednocześnie zasiadał w komisji przyznającej nagrodę, znalazł w rozwiązaniu błąd.

---

Okazało się, iż dokonując wariacji energii odkształcenia została popełniona nieprawidłowość. Po jej usunięciu Lagrange doszedł do poprawnej formy równania:

$$k^2 \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (6)$$

gdzie:  $w(x,y,t)$ - funkcja ugięcia (przemieszczenia prostopadłe do płaszczyzny x-y),  
 $t$  - czas,  
 $k^2$ - pewna stała, której nie udało się określić.

Germain przystąpiła do konkursu ponownie podając poprawione przez Lagrange'a równanie (6), lecz pomimo poprawnego rozwiązania z dokładnością co do stałych, jury komisji nie przyznało nagrody. Chociaż oficjalnym powodem był brak precyzyjnego określenia stałej  $k^2$ , to można domniemać, iż było to również podyktowane nie uznawaniem w świecie nauk ścisłych kobiet. Dopiero za trzecim razem w 1816 roku S. Germain zdobyła nagrodę, a rozwiązanie zostało opublikowane [26].

Równoległe badania nad problemem prowadził S.D. Poisson i w 1814 roku również i on doszedł do prawidłowej formy rozwiązania wyrażenia na energię odkształcenia płyty sprężystej. W ten sposób równanie zostało otrzymane dwoma niezależnymi drogami. Kontynuując pracę badawczą nad zachowaniem się układu drgającej płyty L.M.H. Navier w 1821 roku po raz pierwszy otrzymał znaną w czasach ówczesnych formę równania ugięcia w postaci równania biharmonicznego [20]:

$$D \nabla^4 w = q \quad (7)$$

gdzie:  $w(x,y)$  - funkcja ugięcia (przemieszczenia prostopadłe do płaszczyzny x-y),  
 $q(x,y)$  - funkcja obciążenia,  
 $\nabla^4$  - podwójny operator Laplace'a,  
 $D$  - sztywność płytowa.

---

$$D = \frac{4 E h^3}{45} \quad (8)$$

gdzie:  $E$  - moduł Younga,  
 $h$  - grubość płyty.

Współczesna postać wzoru określającego sztywność płytową wyrażona jest wzorem (9):

$$D = \frac{E h^3}{12 (1 - \nu^2)} \quad (9)$$

Wzór (9) różni się od wzoru (8) przedstawionego przez Naviera. W momencie publikacji rozwiązania znano tylko jedną stałą materiałową charakteryzującą ciało izotropowe - moduł Younga. Wzór na sztywność płytową (8) można otrzymać przyjmując we wzorze (9) liczbę Poissona równą  $\nu=0,39$ .

Navier wprowadził również metodę transformacji równania różniczkowego płyty w podwójne szeregi geometryczne wprowadzone przez Fouriera w tej samej dekadzie. Tak zwane wymuszone rozwiązanie równania (7) jest matematycznie poprawne dla szeregu problemów płyt o brzegach swobodnie podpartych.



Claude Louis Marie Henri  
Navier  
1785-1836

*C.L.M.H Navier - francuski inżynier i fizyk. W 1804 roku skończył politechnikę, jednocześnie robiąc specjalizację na kierunku budowy mostów, którą zakończył w 1806 roku. Nadzorował prace przy budowie mostów w wielu miastach Francji. W późniejszym okresie objął stanowisko generalnego inspektora w zakresie mostów i wiaduktów. Spory dorobek inżynierski zaowocował przyjęciem Naviera w 1824 roku do Paryskiej Akademii Nauk, gdzie zaczął swój rozwój naukowy. W 1830 został profesorem w Państwowej Politechnice Francuskiej. Na kartach historii zapisał się głównie przez sformułowanie równania różniczkowego teorii sprężystości (7), oraz w późniejszym okresie równań hydromechaniki (równania Naviera-Stokesa).*

---

Poprawną postać równania Germain-Lagrange'a uzyskał G. Kirchhoff w 1850 roku. W pracy [37] zredukował liczbę warunków brzegowych na krawędzi swobodnej płyty z trzech do dwóch. Teoria Kirchhoffa- zwana również teorią płyt cienkich, bazuje na dwóch nieskomplikowanych hipotezach: kinematycznej i statycznej. Hipoteza kinematyczna składa się z trzech założeń:

- linie prostopadłe do płaszczyzny środkowej przed odkształceniem, pozostają proste prostopadłe do powierzchni środkowej płyty po odkształceniu,
- grubość płyty nie zmienia się w wyniku odkształcenia,
- elementy płaszczyzny środkowej nie ulegają rozciąganiu podczas małych ugięć płyty.

W hipotezie statycznej Kirchhoff zakłada płaski stan naprężenia. Wyznaczone na tej podstawie przemieszczenia i naprężenia lokalnie mogą nie spełniać wszystkich równań i zależności teorii sprężystości.

Trzydzieści trzy lata po wydaniu niemieckiego oryginału, praca Kirchhoffa [37], doczekała się przekładu na język francuski przez Clebscha [18]. Tłumaczenie to zawiera wiele komentarzy de Saint-Venanta. Najważniejszym z nich jest rozszerzenie równania różniczkowego Kirchhoffa o poprawny matematyczny opis wspólnego oddziaływania zginania i rozciągania. W analizie dużych odkształceń płyt Kirchhoff wykazał, że pominięcie członów nieliniowych w rozwiązaniu równania (7) skutkuje znacznymi błędami.

Z kolei Love w traktacie [43] dokonał podsumowania wiedzy na temat teorii sprężystości oraz rozszerzył teorię Kirchhoffa o poprawne rozwiązanie dla płyt grubych, stąd bardzo często w literaturze przedmiotu można napotkać określenie teoria Kirchhoffa-Love'a.

Analityczne rozwiązanie dla płyty prostokątnej z dwoma równoległymi brzegami wolnopodpartymi zostało podane przez Levy'ego [41] przez zastosowanie do opisu pojedynczych szeregów Fouriera.

Pod koniec XIX i na początku XX wieku nastąpił bardzo duży postęp w rozwoju różnych teorii płyt. Jedną z przyczyn były względy militarne. Konstruktorzy statków zaczęli zastępować drewniane do tej pory konstrukcje kadłubów statków, elementami stalowymi.

---

Największe osiągnięcia na tym polu mają rosyjscy naukowcy, którzy to po raz pierwszy wykorzystali zależności matematyczne przy projektowaniu konstrukcji kadłubów statków. Szczególne zasługi na tym polu należą do generała Kryłowa [39] oraz jego studenta Bubnova, bowiem to właśnie oni określili sztywność giętą dla układów płytowych.



Aleksiej N. Kryłow  
1863-1945

*A.N. Kryłow - rosyjski matematyk, inżynier budowy okrętów, mechanik teoretyk. Urodzony w zubożałej rodzinie, jednakże jako syn oficera artylerii otrzymał bezpłatne wykształcenie. W 1878 rozpoczął naukę na Rosyjskiej Akademii Morskiej, którą ukończył z wyróżnieniem w 1884 roku. Jego życiową pasją była dynamika magnetyczna kompasów, co pod koniec jego życia pozwoliło sformułować teorię żyrokompasu, który nie był obciążony błędem pola magnetycznego przy wyznaczaniu kierunku. Jako inżynier budowy okrętów zasłynął przez publikację teorii o oscylujących ruchach statków. Opublikował łącznie ponad 300 książek i publikacji. Prace dotyczące niezatapialności okrętów zafascynowały jego ucznia Bubnova, który nie tylko wdrożył lecz również rozwinął opis wpływu obciążenia wodą na poszycie statków.*

*I.G. Bubnov - rosyjski inżynier okrętów. Autor prac dotyczących budowy okrętów, zwłaszcza podwodnych. Jako inżynier oraz kierownik stoczni może poszczycić się 48 projektami statków zarówno nawodnych jak i łodzi podwodnych [12], [13], [11]. W latach 1900-1908 zaprojektował pierwsze rosyjskie łodzie podwodne. W artykule "on the stresses in a ship's bottom plating due water pressure" [10] rozważa zachowanie się płyty o brzegach utwierdzonych. Jako pierwszy rozszerzył opis zachowania się membran o opis ich zachowania w stanie sprężysto-plastycznym pod wpływem obciążenia wodą. Dodatkowo określił maksymalne ugięcia i maksymalne momenty zginające dla płyt o różnych warunkach brzegowych.*



Ivan Grigorijewicz Bubnov  
1872-1919

Należy zauważyć, iż świat zachodni przez długi okres nie był świadomy ogromnego postępu, który był udziałem rosyjskich uczonych. Dopiero publikacja Timoshenki [60] i późniejsze jej

---

przekłady na język angielski w międzynarodowych czasopismach zwróciły uwagę badaczy z całego świata na dokonania rosyjskich naukowców.

W 1915 B.G. Galerkin zaproponował metodę rozwiązywania równań różniczkowych polegającą na sprowadzeniu równania różniczkowego do słabej postaci wariacyjnej, dyskretyzacji przestrzeni funkcji i doprowadzeniu do postaci układu równań liniowych, co w efekcie daje przybliżone rozwiązanie równania. Metoda ta nosi nazwę metody Galerkina od nazwiska jej autora. Szczególnym przypadkiem tej metody jest metoda elementów skończonych. Galerkin podsumował swój dorobek dotyczący obliczeń konstrukcji płytowych wydając w 1933 książkę [25].

Hencky [29] odznaczył się na kartach historii teorii sprężystości przez udoskonalenie teorii dużych deformacji oraz stateczności płyt, jednakże końcową formę równania różniczkowego dla dużych ugięć określił [33]. Badał on również stan nadkrytyczny w przypadku wyboczenia płyt ściskanych.

Ostatnia sylwetka zamykająca niniejszy podrozdział to prof. M.T. Huber. Dorobek naukowy tego wybitnego uczonego obejmuje ponad 300 prac z dziedziny wytrzymałości materiałów, teorii sprężystości, teorii plastyczności oraz teorii płyt. Był m in. Autorem hipotezy energii odkształcenia czysto postaciowego, nazwanej jego imieniem, znalazł szereg nowych rozwiązań stateczności belek o bardzo cienkich ściankach. Z zakresu zginania płyt zapoczątkował i rozwinął teorię płyt ortotropowych obciążonych w sposób niesymetryczny oraz momentem krawędziowym [31].

*M.T. Huber - polski naukowiec, inżynier mechanik. Urodził się w Krościenku nad Dunajcem. Szkołę średnią ukończył we Lwowie. Edukację wyższą podjął na Wydziale Inżynierii Lwowskiej Szkoły Politechnicznej, którą w 1895. Jako odznaczający się wybitnym talentem student pozostał na uczelni zostając asystentem na Katedrze Budowy Dróg i Tuneli. Odbił roczne studia w Berlinie i po powrocie do Lwowa obronił rozprawę doktorską z zakresu teorii sprężystości. W 1908 uzyskał tytuł profesorski na Politechnice Lwowskiej, której w późniejszym okresie był rektorem. W 1928 roku przeprowadził się do Warszawy podejmując posadę kierownika Katedry Mechaniki Politechniki Warszawskiej. Po wojnie osiadł w Gdańsku, gdzie objął Katedrę Stereomechaniki Technicznej na Politechnice Gdańskiej. Katedrę tę zorganizował od*



Maksymilian Tytus  
Huber  
1872-1950

---

*podstaw kierował nią przez kolejne cztery lata. W 1949 zamieszkał Krakowie obejmując funkcję kierownika Katedry Wyższych Zagadnień Mechaniki w Akademii Górniczo Hutniczej.*

### **3.2. Nieliniowa teoria płyt**

Klasyczna teoria płyt Kirchhoffa dotyczy tylko ugięć określonych zależnością  $w \leq 0,2 h$ , gdzie  $w$  - ugięcie płyty,  $h$  - grubość płyty. Do uzyskania poprawnych wartości naprężeń dla przypadku  $w \leq 0,2h$  należy uwzględnić stan czystego zginania. Wpływ członów wyższego rzędu równania (7) może być pominięty. Teoria liniowa nie bierze pod uwagę wydłużenia płaszczyzny środkowej płyty, co za tym idzie dodatkowe naprężenia powstałe na skutek wydłużenia płaszczyzny środkowej płyty są pomijane.

Dla ugięć większych niż  $w \geq 0,3 h$  dochodzi do wydłużenia płaszczyzny środkowej, co skutkuje powstaniem tzw. naprężeń membranowych. Wraz ze wzrostem stosunku  $w / h$ , następuje wzrost istotności sił membranowych.

Dla przypadku  $w = h$  poziom sił membranowych odpowiada poziomowi sił wynikających z czystego zginania płyty.

Dla  $w > h$  siły membranowe zaczynają dominować i taką płytę określa się mianem membrany.

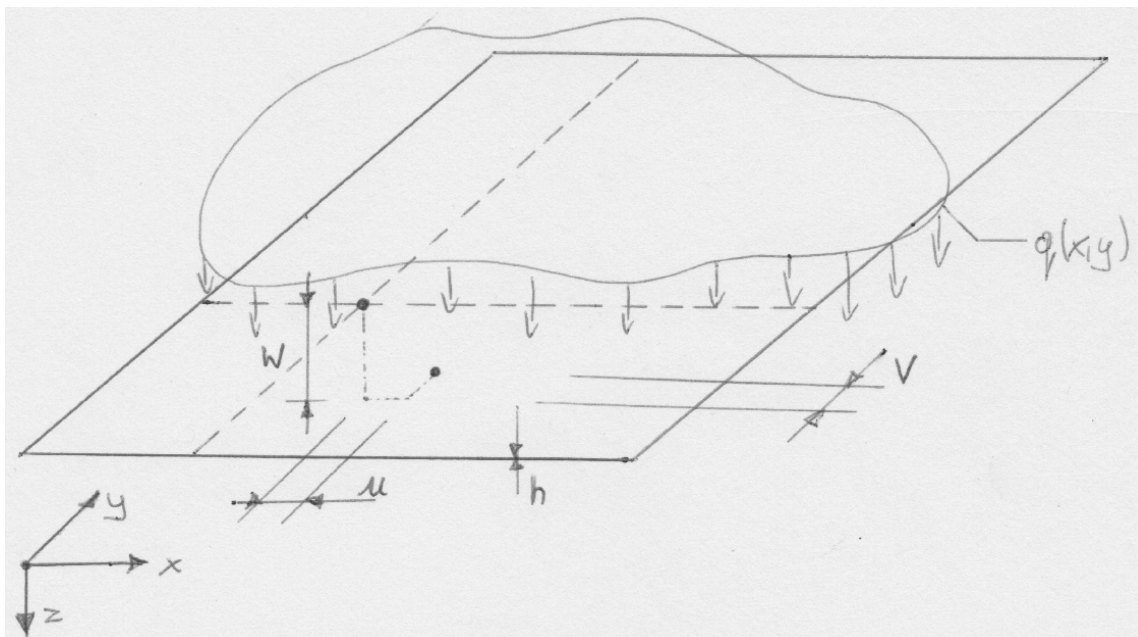
Teoria płyt o dużych ugięciach bazuje na dwóch założeniach:

- linie normalne do płaszczyzny środkowej przed odkształceniem pozostają prostymi normalnymi do płaszczyzny środkowej po odkształceniu,
- naprężenia normalne do płaszczyzny środkowej  $\sigma_z$  są małe w porównaniu do pozostałych naprężeń i mogą zostać pominięte.

Nieliniowa teoria płyt zakłada również, iż ugięcia  $w$  - są wystarczająco duże, ale relatywnie małe w porównaniu z innymi wymiarami płyty (oprócz grubości  $h$ ).

Przemieszczenia płaszczyzny środkowej płyty  $u$  i  $v$ , które były pomijalne w teorii liniowej muszą być uwzględnione w przypadku dużych ugięć. Jednocześnie przyjmuje się, iż są one stosunkowo małe w porównaniu do wartości ugięć płyty  $|u| \ll |w|, |v| \ll |w|$  (rys.19).





**Rys. 19.** Schemat deformacji punktu membrany pod obciążeniem  $q(x, y)$ .  
Szkic P. Lewandowski.

To założenie daje się łatwo obronić, bowiem przemieszczenia  $u$  i  $v$  występują w płaszczyźnie płyty, a ugięcie w kierunku normalnym do powierzchni środkowej płyty, czyli w kierunku najmniejszej sztywności płyty. Ponadto pochodne cząstkowe przemieszczeń  $u$  i  $v$  płyty względem osi  $x$  oraz  $y$  są relatywnie małe w porównaniu do  $\partial w/\partial x$  oraz  $\partial w/\partial y$ . Równanie równowagi dla płyt o dużych ugięciach przedstawia się następująco:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{h}{D} \left( q + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (10)$$

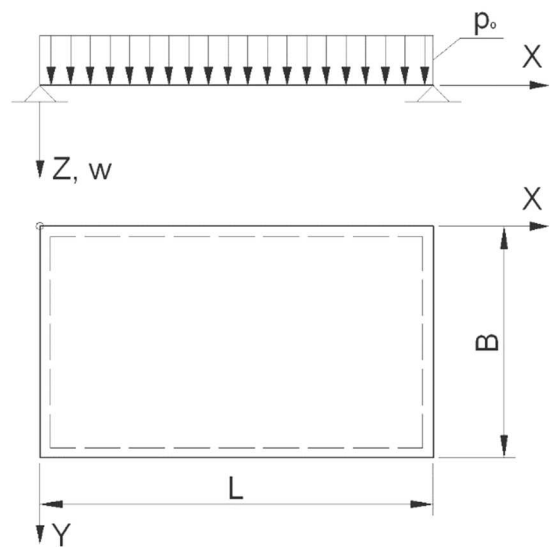
gdzie:  $w(x, y)$  - funkcja ugięcia,  
 $F(x, y)$  - funkcja naprężeń Airy'ego,  
 $h$  - grubość płyty,  
 $D$  - sztywność płytowa,  
 $q$  - intensywność obciążenia.

### 3.3. Przykładowe rozwiązania dla płyty prostokątnej

W niniejszym rozdziale przedstawiono porównanie obliczeń sił wewnętrznych i ugięć w płytach charakteryzujących się dużymi przemieszczeniami, na przykładzie płyty stalowej o wymiarach 2030x387x1,1 mm. Obliczenia przeprowadzono dla dwóch rodzajów warunków brzegowych (podparcie przegubowe oraz sztywne zamocowanie na całym obwodzie płyty). Dla każdego rodzaju podparcia obliczenia wykonano klasyczną metodą analityczną oraz metodą numeryczną MES, w zakresie dużych ugięć płyty.

#### 3.3.1. Płyta podparta przegubowo

W celu wyznaczenia sił wewnętrznych i ugięć w płycie podpartej przegubowo na obwodzie zastosowano rozwiązanie Naviera z 1820 dla zginanej płyty o brzegach swobodnie podpartych [59], wykorzystującą w rozwiązaniu metodę podwójnych szeregów geometrycznych.



$$w_{max} = c_1 \frac{p_0 a^4}{E h^3} = 0,1416 \cdot \frac{3 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,387^4 \text{ m}^4}{21\,000 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,0011^3 \text{ m}^3} = 0,034 \text{ m} = 34 \text{ mm}$$

$$(m_x)_{max} = c_2 p_0 a^2 = 0,1246 \cdot 3 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,387^2 \text{ m}^2 = 0,056 \text{ kNm/m}$$

$$(m_y)_{max} = c_3 p_0 a^2 = 0,0375 \cdot 3 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,387^2 \text{ m}^2 = 0,017 \text{ kNm/m}$$

$c_1, c_2, c_3$  - stałe zależne od stosunku  $B/L$  według [59].

Powyższe wyniki porównano z wynikami uzyskanymi z programu Autodesk Structural Analysis, dla wolnopodpartej płyty. Otrzymano następujące wartości:

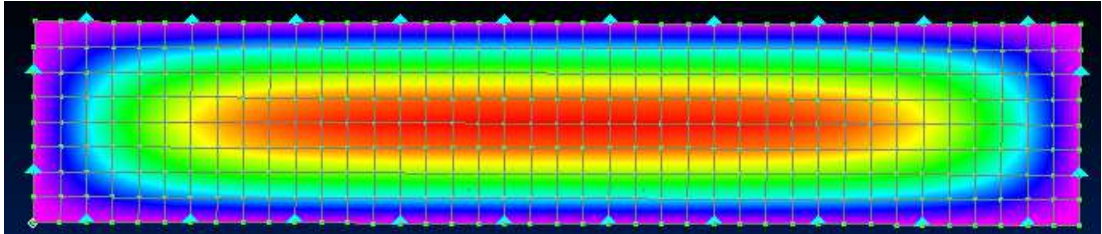
$$w_{max} = 33,5 \text{ mm}$$

$$(m_x)_{max} = 0,056 \text{ kNm/m}$$

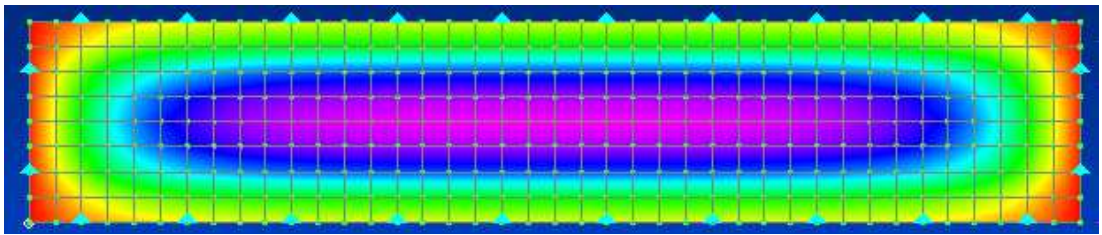
$$(m_y)_{max} = 0,017 \text{ kNm/m}$$

---

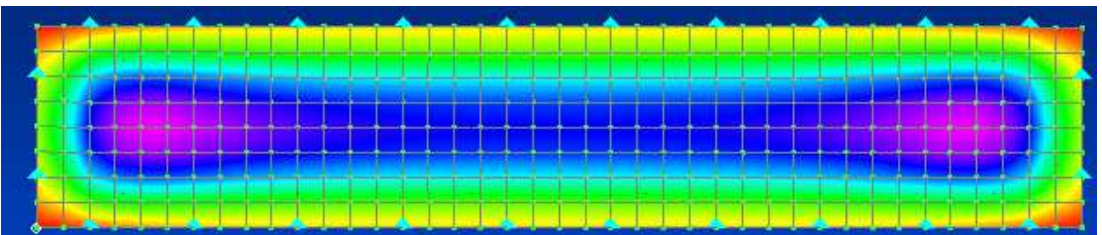
W następnym kroku zastosowano program, który w rozwiązaniu równania (7) uwzględnia nieliniowość geometryczną. Na rys. 20-22 przedstawione są mapy ugięć oraz momentów zginających względem osi  $xx$  oraz  $yy$ . Obliczenia wykonano w programie FEMAP przy użyciu solvera NX Nastran.



**Rys. 20.** Mapa ugięć płyty dla analizowanego przykładu obliczeniowego.  
 $w_{max} = 34,2$  mm



**Rys. 21.** Mapa momentów  $m_x$  dla analizowanego przykładu obliczeniowego.  
 $(m_x)_{max} = 0,054$  kNm/m



**Rys. 22.** Mapa momentów  $m_y$  dla analizowanego przykładu obliczeniowego.  
 $(m_y)_{max} = 0,019$  kNm/m

**UWAGA:** W tym przypadku maksymalne momenty zginające nie są w środku płyty.

Wyniki trzech analiz za pomocą trzech różnych podejść zestawiono w tab. 1.

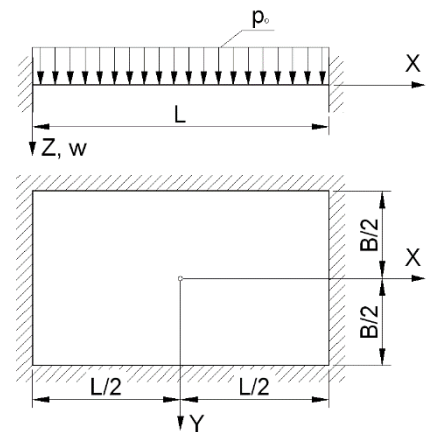
**Tabela 1.** Porównanie wyników analiz przeprowadzonych różnymi metodami dla czterech krawędzi płyty swobodnie podpartych.

Metoda rozwiązania	ugięcia $w_{max}$ [mm]	momenty zginające $m_x$ [kNm/m]	momenty zginające $m_y$ [kNm/m]
analityczne	34,0	0,056	0,017
MES - teoria liniowa	33,5	0,056	0,017
MES - teoria nieliniowa	34,2	0,054	0,019

Należy zwrócić uwagę, iż nie ma dużych różnic pomiędzy otrzymywanymi wynikami. Rozwiązanie analityczne jest bardzo bliskie rozwiązaniu nieliniowemu MES, które uwzględnia nieliniowe składowe przy rozwiązywaniu równania (7).

### 3.3.2. Płyta sztywno zamocowana na obwodzie

W celu wyznaczenia sił wewnętrznych i ugięć w płycie sztywno zamocowanej na obwodzie zastosowano analityczną metodę podwójnych szeregów trygonometrycznych Szilarda [56], dla wszystkich brzegów utwierdzonych i obciążenia równomiernie rozłożonego.



$$w_{max} = c_1 \frac{p_0 a^4}{Eh^3} = 0,03 \cdot \frac{3 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,387^4 \text{ m}^4}{21\,000 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,0012^3 \text{ m}^3} = 0,0072 \text{ m} = 7,22 \text{ mm}$$

$$(m_x)_{x=0,y=0} = c_2 p_0 a^2 = 0,04 \cdot 3 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,387^2 \text{ m}^2 = 0,018 \text{ kNm/m}$$

$$(m_x)_{x=L/2,y=0} = c_4 p_0 a^2 = -0,085 \cdot 3 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,387^2 \text{ m}^2 = -0,038 \text{ kNm/m}$$

$$(m_y)_{x=0,y=0} = c_3 p_0 a^2 = 0,002 \cdot 3 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,387^2 \text{ m}^2 = 0,008 \text{ kNm/m}$$

$$(m_y)_{x=0,y=B/2} = c_5 p_0 a^2 = -0,06 \cdot 3 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,387^2 \text{ m}^2 = -0,027 \text{ kNm/m}$$

$c_i$  - stałe odczytywane z wykresu w zależności od stosunku  $B/L$ , gdzie  $i=1,2,\dots,5$

---

Powyższe wyniki porównano z wynikami uzyskanymi z programu Autodesk Structural Analysis, dla płyty utwierdzonej po obwodzie. Otrzymano następujące wartości:

$$w_{max} = 6,96 \text{ mm}$$

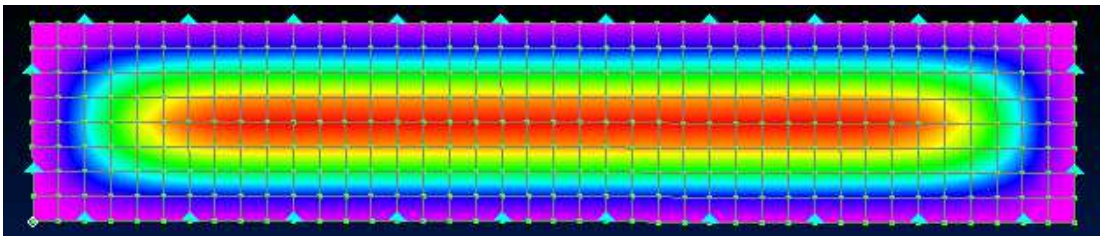
$$(m_x)_{x=0,y=0} = 0,020 \text{ kNm/m}$$

$$(m_x)_{x=L/2,y=0} = -0,038 \text{ kNm/m}$$

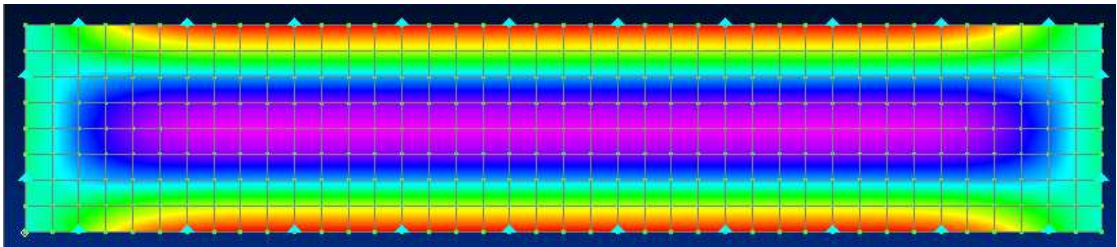
$$(m_y)_{x=0,y=0} = 0,009 \text{ kNm/m}$$

$$(m_y)_{x=0,y=B/2} = -0,024 \text{ kNm/m}$$

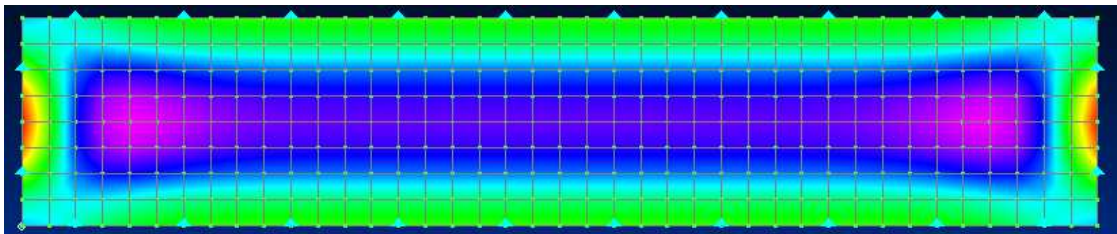
Obliczenia wykonane w programie FEMAP przy użyciu solvera NX Nastran przyniosły rezultaty jak poniżej:



**Rys. 23.** Mapa ugięć płyty dla analizowanego przykładu obliczeniowego.  
 $w_{max} = 6,96 \text{ mm}$



**Rys. 24.** Mapa momentów  $m_x$  dla analizowanego przykładu obliczeniowego.  
 $(m_x)_{x=0,y=0} = 0,018 \text{ kNm/m}$   
 $(m_x)_{x=L/2,y=0} = -0,004 \text{ kNm/m}$



**Rys. 25.** Mapa momentów  $m_y$  dla analizowanego przykładu obliczeniowego.  
 $(m_y)_{x=0,y=0} = 0,006 \text{ kNm/m}$   
 $(m_y)_{x=0,y=B/2} = -0,007 \text{ kNm/m}$

Wyniki obliczeń zestawiono w tab. 2.

**Tabela 2.** Porównanie wyników analiz przeprowadzonych różnymi metodami dla czterech krawędzi płyty utwierdzonej.

Metoda rozwiązania	ugięcia $w_{max}$ [mm]	Momenty zginające[kNm/m]			
		$m_x, x=0,y=0$	$m_x, x=L/2,y=0$	$m_y, x=0,y=0$	$m_y, x=0,y=B/2$
teoretyczne	7,22	0,018	-0,038	0,008	-0,027
MES - teoria liniowa	6,96	0,020	-0,038	0,009	-0,024
MES - teoria nieliniowa	6,96	0,018	-0,004	0,006	-0,007

Należy zwrócić szczególną uwagę na fakt, iż dla środka płyty wartości momentów zginających, obliczone różnymi metodami, nie różnią się znacznie, natomiast dla momentów krawędziowych wybór metody obliczeń ma znaczący wpływ na ich wartość. Uzyskanie dokładnych obliczeń dla przypadku płyty utwierdzonej po obwodzie wymaga dużej liczby obliczeń. Metody rozwiązań cały czas ewoluują [57]. W 2008 roku Erdem i Gerdemeli zaproponowali uproszczoną metodę obliczeń płyty prostokątnej utwierdzonej na czterech krawędziach opartą tylko na pojedynczym szeregu trygonometrycznym [23]. Autorzy uzyskali wartość ugięcia środka płyty porównywalną do rozwiązań dokładnych [59] opartych na uwzględnieniu większej liczby składowych szeregów trygonometrycznych.

### 3.4. Rzeczywiste warunki brzegowe płyty kasetonu

W rzeczywistości kaseton elewacyjny nie jest elementem płaskim, lecz przestrzennym z szeregiem zagięć poziomych i pionowych na krawędziach. Zagięte krawędzie kasetonu tworzą podatne podpory dla płyty kasetonu elewacyjnego.

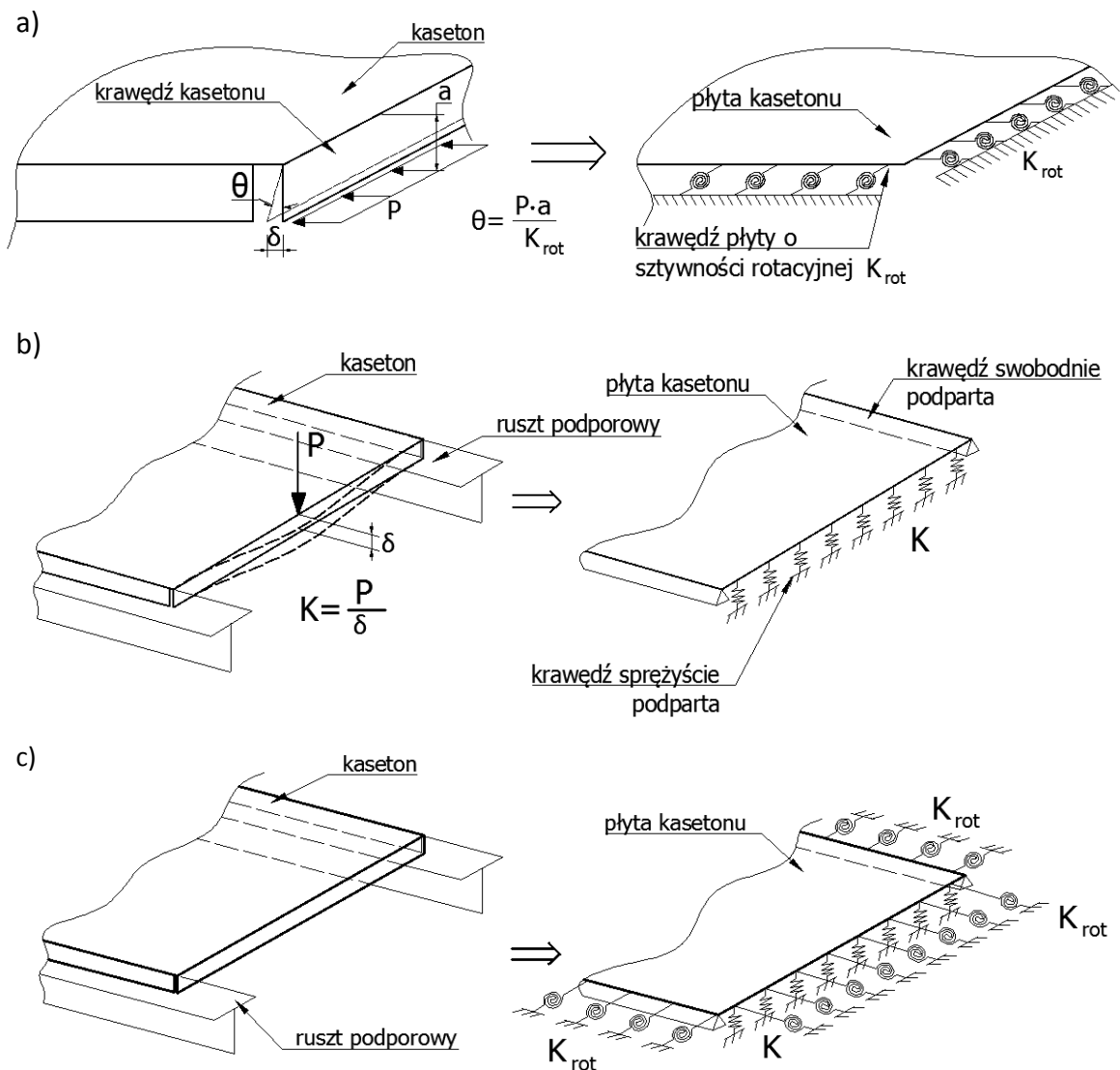
Próbując zastąpić przestrzenny układ geometrii kasetonu poprzez sprowadzenie go do modelu płaskiej płyty, należałoby określić szereg parametrów charakteryzujących podparcie sprężyste tejże płyty.

Wspomniane podparcie sprężyste wynika z:

- a) utwierdzenia krawędzi płyty kasetonu przez zagiętą ściankę - potrzeba określenia sztywności rotacyjnej podpory (rys. 26 a),

- b) podparcia krawędzi płyty kasetonu przez zagiętą ściankę i związane z nim ograniczenia translacji krawędzi - potrzeba określenia sztywności translacyjnej podpory (rys. 26 b).

Na rys. 26 zobrazowano idealizację przestrzennej geometrii kasetonu elewacyjnego w formie modelu płaskiej płyty z podporami o określonych sztywnościach:  $K$  – sztywność translacyjna,  $K_{rot}$  – sztywność rotacyjna.



**Rys. 26.** Modelowanie warunków brzegowych dla płyt kasetonowych: a) określanie sztywności rotacyjnej podpory sprężystej, b) określanie sztywności translacyjnej podpory sprężystej, c) złożone warunki brzegowe płyty [42].

---

### **3.5. Wnioski**

Ogólnodostępne metody analityczne i numeryczne umożliwiają określenie wartości sił wewnętrznych i ugięć w płytach wolno-odpartych lub sztywno zamocowanych na obwodzie. W rzeczywistości płyta kasetonu, przez fakt występowania zagięć na krawędziach, jest podparta sprężystością na obwodzie, a więc wartości sił wewnętrznych i ugięć będą zawarte w wyżej określonym przedziale.

Żadnego z powyższych rozwiązań nie można uznać za dokładne dla płyty odpartej sprężystości. W metodach analitycznych równania (7) uwzględniają tylko pewną część szeregów geometrycznych (przy rozwiązaniu Naviera, dwa). Natomiast w przypadku analiz wykonywanych metodą elementów skończonych MES, otrzymywane wyniki zależą od dyskretyzacji układu oraz od typów elementów użytych w analizie, gdyż jak wiadomo, metody MES dają przybliżone wartości poszukiwanych zmiennych. Jednakże pomimo pewnych uproszczeń dokonywanych w obliczeniach, wyniki otrzymane różnymi metodami są zbieżne, przez co uważa się je za poprawne.

Przytoczone w niniejszym rozdziale metody obliczeniowe uważa się za wystarczająco dokładne do wyznaczania ugięć i momentów w środku geometrycznym płyty. Brak we współczesnej literaturze dokładnych analiz płyt kasetonowych, uwzględniających pełną geometrię kasetonu wraz ze wszystkimi zagięciami krawędziowymi, powoduje, że okładziny elewacyjne projektowane są metodą prób i błędów, stosując przybliżone metody obliczeniowe.

## **4. Teza pracy**

Uwzględnienie rzeczywistych warunków podparcia kasetonów w analizie nośności pozwala na bezpieczne oraz ekonomicznie efektywne projektowanie elewacji przeciwdeszczowych.



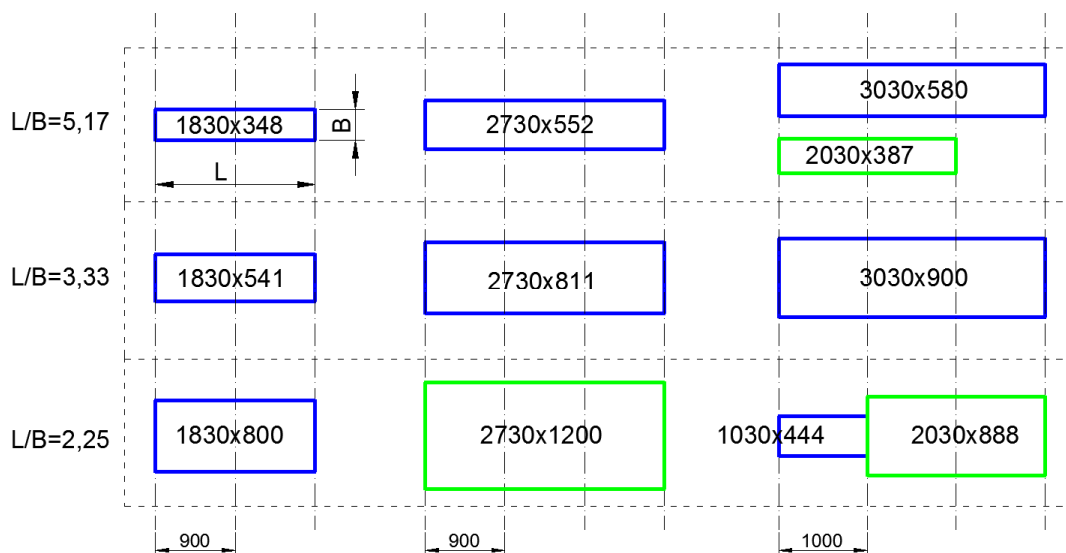
## 5. Badania eksperymentalne

W celu określenia rzeczywistych deformacji płyt sprężyste podpartych na obwodzie opracowano program badań stalowych płyt kasetonowych w skali 1:1.

### 5.1. Program i zakres badań

Badania eksperymentalne zaprojektowano i przeprowadzono na kasetonach o stosunku boków lica kasetonu  $L / B > 2$ , gdzie:  $L$  - szerokość kasetonu,  $B$  - wysokość kasetonu. Wymiary powierzchni lica kasetonu zmieniały się od 440 x 1030 mm do 1200 x 2730 mm. Łączna liczba rodzajów płyt poddanych badaniu wynosiła jedenaście. W celu uzyskania wiarygodnych ze względu na losowość pomiarów wyników, każdy rodzaj kasetonu był przebadany 7-mio krotnie. Do badań jednego rodzaju kasetonu używano każdorazowo 7-miu różnych kasetonów o tych samych wymiarach lica. Zakładana liczba kasetonów do badań wynosiła 77. Na rys. 27 zostały przedstawione rodzaje badanych kasetonów z podziałem uwzględniającym stosunek boków płyty  $L / B$  oraz różnym rozstawem rusztu podporowego (900 oraz 1000 mm).

Ostatecznie przebadano 3 rodzaje kasetonów na obciążenie parciem wiatru oraz 11 rodzajów na ssanie wiatru. Przesłanki podjęcia takiej decyzji przedstawiono w pkt 5.4.



**Rys. 27.** Wymiary badanych kasetonów.  
— Kasetony obciążone parciem i ssaniem wiatru.  
— Kasetony obciążone ssaniem wiatru.

---

## 5.2. Stanowisko badawcze

Stanowisko badawcze zostało usytuowane w Hali Hydro Wydziału Inżynierii Lądowej i Środowiska Politechniki Gdańskiej. Lokalizacja ta miała na celu wykorzystanie warunków technicznych dostępnych w obiekcie. W hali tej, ze względu na specyfikę prowadzonych badań przez Katedrę Hydrotechniki, pod wierzchnią płytą stropu, stanowiącego posadzkę hali, znajduje się układ kanałów spływowych i zbiorników podziemnych na wodę z systemem pomp umożliwiających przepompowywanie tegoż medium w różne miejsca hali. Konstrukcja stropu nad kanałami i jego nośność warunkowały wymiary stanowiska badawczego. Wymiary w rzucie stanowiska wynosiły 2000 x 4000 mm, a schemat statyczny konstrukcji stanowiska zakładał podparcie układu belek na czterech słupach wykonanych z dwuteowników walcowanych HEA100. Przyjęto, iż dopuszczalne maksymalne obciążenie, które można przyłożyć na powierzchni stanowiska wynosi  $5 \text{ kN/m}^2$ , co przekładało się na maksymalną reakcję podporową  $R=10 \text{ kN}$ . W obliczeniach nośności płyty stropowej pod punktowym obciążeniem uzyskano spełnienie warunku nośności, co pozwoliło na bezpieczny montaż stanowiska w wybranej lokalizacji. Usytuowanie stanowiska w tym właśnie miejscu pozwoliło na zbudowanie specjalnego zamkniętego układu hydraulicznego, który wykorzystano do obciążania badanych płyt. Woda za pomocą pompy była zasysana ze zbiornika umieszczonego w piwnicy Hali Hydro w celu obciążenia płyt, natomiast po skończeniu badania była wypompowywana do kanału ściekowego znajdującego się pod stanowiskiem badawczym, skąd spływała z powrotem do wyżej wymienionego zbiornika.

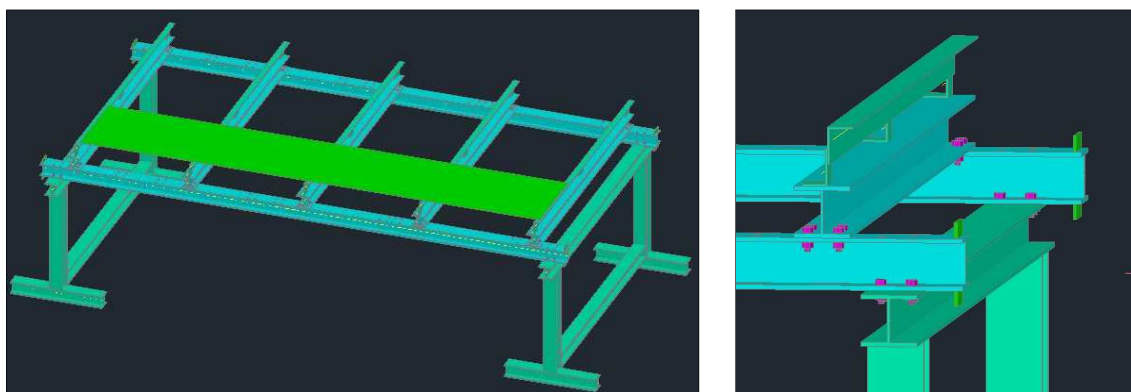
Metoda obciążania płyt polegała na wlewaniu wody do uprzednio przygotowanych form, umieszczonych bezpośrednio na powierzchni kasetonów. Metodę tę wykorzystano zarówno dla przypadku symulującego ssanie, jak i parcie wiatru. Do symulacji obciążeń wykorzystano układ zasilania wodą dostępny w hali Hydro. W układ ten zostały wpięte dwa wodomierze. Jeden wodomierz, o wysokim przepływie równym  $15 \text{ m}^3/\text{h}$ , pozwalał na monitorowanie objętości wody na stanowisku, co w późniejszym etapie umożliwiało określenie przyłożonego obciążenia wyrażonego w  $\text{kN/m}^2$ . Drugi wodomierz o mniejszym przepływie -  $1 \text{ m}^3/\text{h}$ , służył do kontroli ilości wody zlewanej ze stanowiska, w czasie odciążania płyty.

---

Ze względu na znaczną ilość wody wymaganej do wpompowania na stanowisko badawcze, (dla kasetonów o wymiarach lica 1200 x 2730 mm ponad 1500 l), instalacja doprowadzająca wodę została wykonana z węży strażackich o przekroju  $d=50$  mm i złączkach typu STORZ, co pozwoliło na sprawne i szybkie napełnianie układu.

Po uzyskaniu zakładanego obciążenia, stanowisko badawcze było odciążane. W tym celu zastosowano lewar hydrauliczny z wpiętą pompą elektryczną przyspieszającą opróżnianie układu oraz wyżej wymieniony mniejszy wodomierz (rys. 37).

Autorski projekt stanowiska badawczego został opracowany przy użyciu oprogramowania Autodesk Structural Detailing (rys. 28). Projekt zakładał możliwość obciążenia stanowiska parciem oraz ssaniem wiatru bez urządzeń transportu wewnętrznego takich jak np. suwnica.



**Rys. 28.** Projekt stanowiska badawczego wykonanego w programie ASD Autodesk.

Stanowisko badawcze zostało zaprojektowane w sposób umożliwiający przeprowadzanie badań płyt obciążonych zarówno parciem jak i ssaniem wiatru. Szczegóły konstrukcji stanowiska zostały zaprezentowane na rys. 29. Stanowisko składa się z dwóch koźłów podporowych - przytwierdzonych do stropu hali za pomocą stalowych szpilek. Na koźłach spoczywały dwie belki podłużne wykonane z dwuteownika IPE 160. Zarówno w półkach górnych i dolnych dwuteowników IPE 160 zostały wykonane otwory montażowe, co umożliwiło przymocowanie poprzecznych belek dwuteowych HEA 100 w dwóch położeniach: górnym i dolnym. Położenie górne - belki poprzeczne ustawione na górnej półce podłużnicy, a dolne - belki podwieszane do dolnej półki podłużnicy. Belki poprzeczne

---

stanowiły sztywne podparcie dla systemowego rusztu producenta okładzin elewacyjnych. Podwieszenie belek poprzecznych do podłużnic umożliwiło przeprowadzenie symulacji obciążenia ssaniem wiatru na płyty elewacyjne. Przy przeprowadzaniu obciążeń wywołanych parciem wiatru belki poprzeczne wraz z firmowym rusztem podporowym



**Rys. 29.** Zdjęcie stanowiska badawczego z opisanymi elementami składowymi.  
*Fot. P. Lewandowski.*

spoczywały na podłużnicach. Kaseton elewacyjny montowany był do rusztu za pomocą wkrętów samowiercących GUNNEBO GT3, a następnie przystępowano do montażu burt okalających powierzchnię kasetonu. Szalunek został wykonany z płyt wiórowych grubości 15 mm. W kolejnym kroku przystępowano do wykładania przestrzeni powstałej pomiędzy kasetonem, a burtami szalunku folią PCV grubości 0,7 mm. Tak zbudowana wodoszczelna wanna, była przygotowana na wypełnianie wodą. Szczegóły zostały zilustrowane na rys. 30. Przeprowadzenie badań płyt obciążonych ssaniem wiatru wymagało przekonstruowania stanowiska. Belki poprzeczne wraz z systemowym rusztem były podwieszane do podłużnicy (rys. 31). Dzięki takiemu rozwiązaniu woda wywierała nacisk na odwrotną stronę kasetonu, tym samym symulując obciążenie ssaniem wiatru. W przypadku tego obciążenia, w początkowej fazie napełniania szalunku wodą, wanna składała się z dwóch lub więcej

komór ze względu na podwieszenie kasetonu poniżej konstrukcji (rys. 31). W celu zniwelowania ewentualnego zbyt dużego nierównomiernego obciążenia, było ono



**Rys. 30.** Zdjęcie montażu szalunku pod obciążenie wodą, symulujące parcie wiatru na powierzchnię kasetonu. Fot. P. Lewandowski.

dawkowane w sposób równomierny do każdej komory z osobna. Należy zwrócić uwagę, iż po przekroczeniu przez wodę wysokości grodzi oddzielających komory, poziomy wody w poszczególnych komorach wyrównywał się.



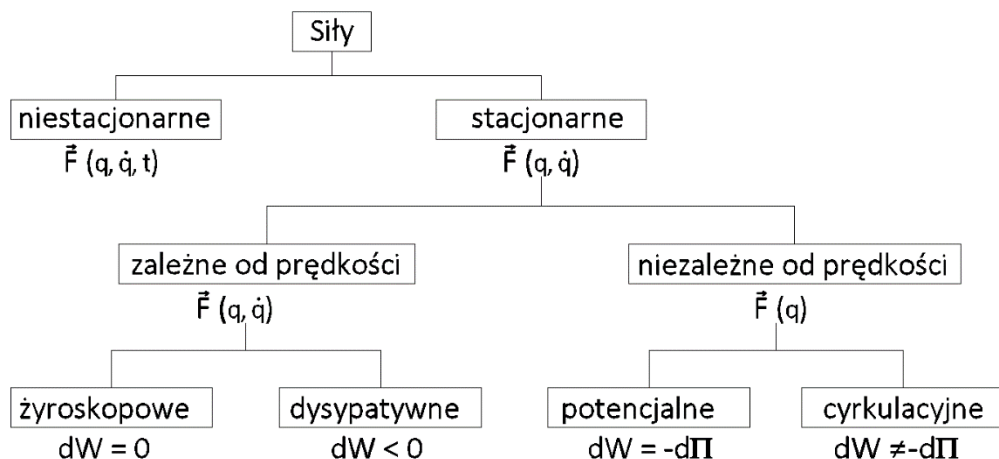
**Rys. 31.** Widok kasetonu podwieszanego do konstrukcji nośnej stanowiska badawczego w celu umożliwienia obciążania wodą symulującego ssanie wiatru. Fot. P. Lewandowski.

### 5.3. Metodyka badań

Przeprowadzenie badań eksperymentalnych wymaga opracowania metody badań czyli modelu odwzorowania rzeczywistych zjawisk fizycznych (np. oddziaływania wiatru), w formie zastępczych obciążeń stosowanych w warunkach laboratoryjnych oraz sposobów pomiaru odpowiedzi konstrukcji na zadane obciążenie. W niniejszym rozdziale przedstawiono uzasadnienie zastosowania wody jako medium symulującego oddziaływanie wiatru na powierzchnię płyt oraz omówiono lokalizację punktów pomiaru odkształceń i przemieszczeń.

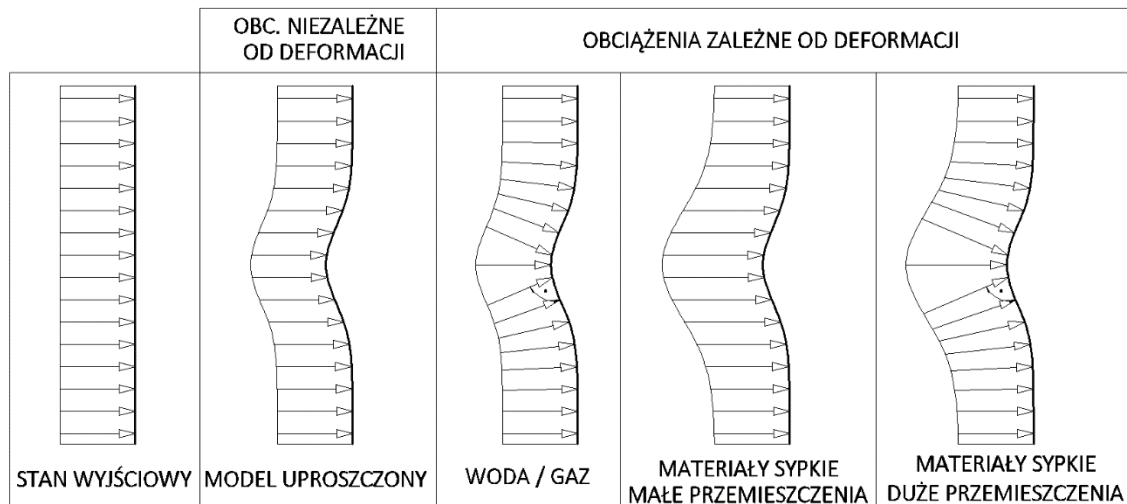
#### 5.3.1. Charakter obciążenia

Wszystkie oddziaływania fizyczne na konstrukcje budowlane mogą być charakteryzowane wg różnych kryteriów. Najbardziej ogólna systematyka typów sił oddziaływujących na dowolne ciało ujmuje klasyfikacja H. Zieglera [64] przytoczona na rys. 32:



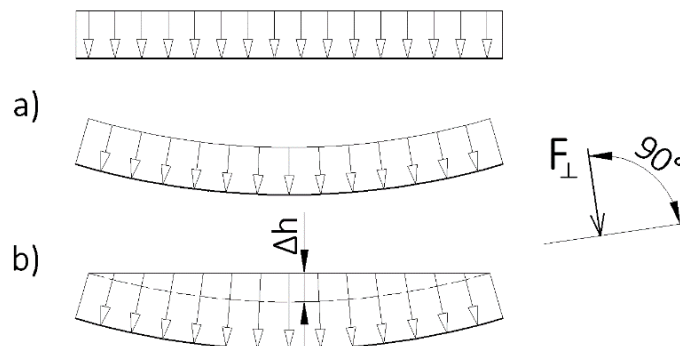
Rys. 32. Klasyfikacja sił wg H. Zieglera.

Obciążenie wiatrem należy do obciążeń potencjalnych. Zaliczane jest ono do obciążeń podążających za deformacją konstrukcji. Oznacza to, że kierunek obciążenia wiatrem jest zawsze prostopadły do powierzchni, na którą działa obciążenie. Poszczególne rodzaje ośrodków oddziałujących na konstrukcje (woda, gaz materiały sypkie), charakteryzują się różną formą parcia bądź ssania. Na rys. 33 przedstawiono kształty obciążeń parciem w zależności od medium go wywołującego, wg [32].



**Rys. 33.** Typowe definicje obciążenia parciem w zależności od medium go wywołującego, wg [32].

W wykonanych badaniach zastąpiono obciążenie gazem obciążeniem cieczą. Ze względu na fakt, iż obciążana powierzchnia była usytuowana horyzontalnie w miejscu uginającego się lica kasetonu następował przyrost obciążania, patrz rys. 34:



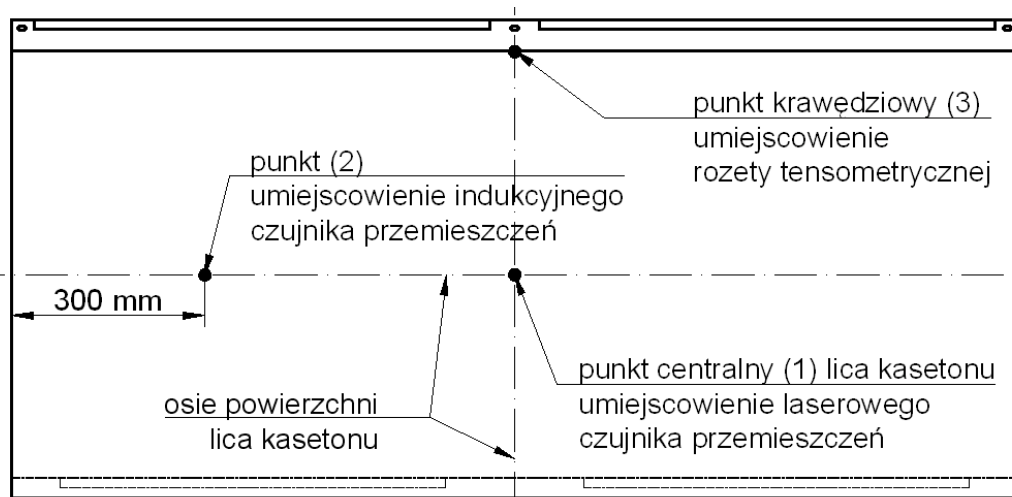
**Rys. 34.** Schemat uproszczenia modelu obciążenia: a) parcie wiatru, b) obciążenie realizowane w badaniach eksperymentalnych.

Autor jest świadomy różnic charakteru obciążenia, lecz ze wstępnych analiz komputerowych wyciągnięto wnioski, iż w zakresie rozpatrywanych deformacji, błąd wartości ugięcia konstrukcji jest pomijalnie mały i sięga 5%.

W pracy nie jest analizowany przypadek wiatru wiejącego wzdłuż elewacji, co mogłoby powodować obciążenie styczne od wiatru.

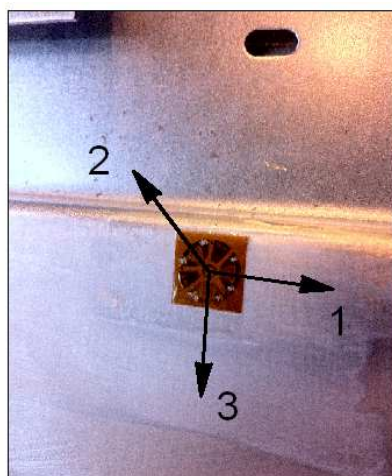
### 5.3.2. Punkty pomiarowe

Podczas obciążeń kasetonów elewacyjnych mierzono ugięcia powierzchni lica kasetonu, odkształcenia materiału oraz ilość wody obciążającej na płycie. W wytypowanych na podstawie wstępnych analiz numerycznych (rozdział 3.3) punktach kontrolnych, umieszczono szereg czujników (rys. 35).



**Rys. 35.** Rozmieszczenie punktów pomiarowych na płaszczyźnie lica kasetonu.

Rozeta tensometryczna została usytuowana na płaszczyźnie lica kasetonu tuż przy jego górnej krawędzi (punkt 3), na pionowej osi symetrii kasetonu. Kierunki tensometrów zaznaczone są na rys. 36.

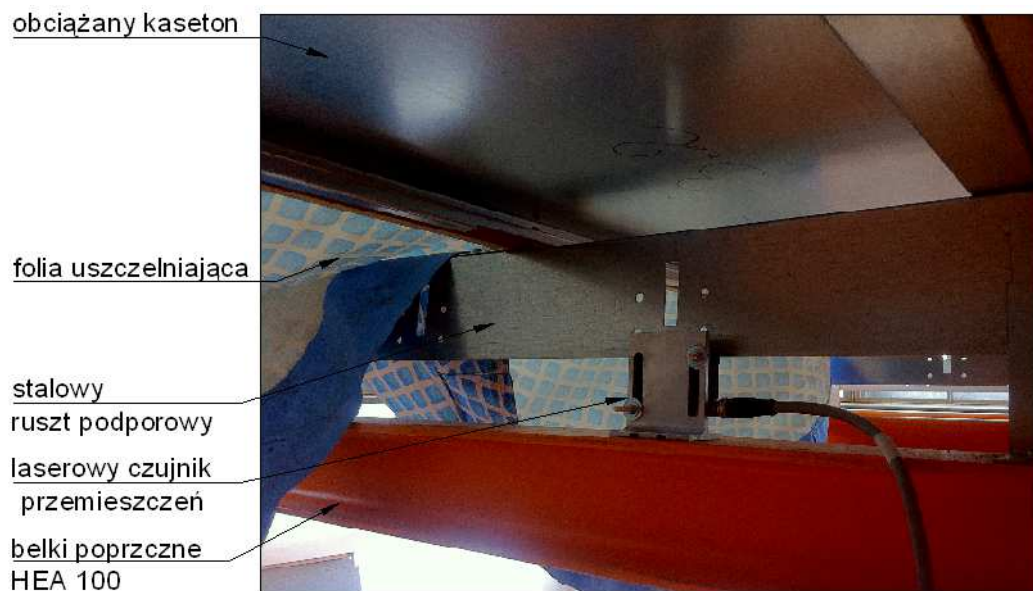


**Rys. 36.** Przyklejona rozeta tensometryczna do powierzchni lica kasetonu z zaznaczonymi kierunkami tensometrów. Fot. P. Lewandowski.

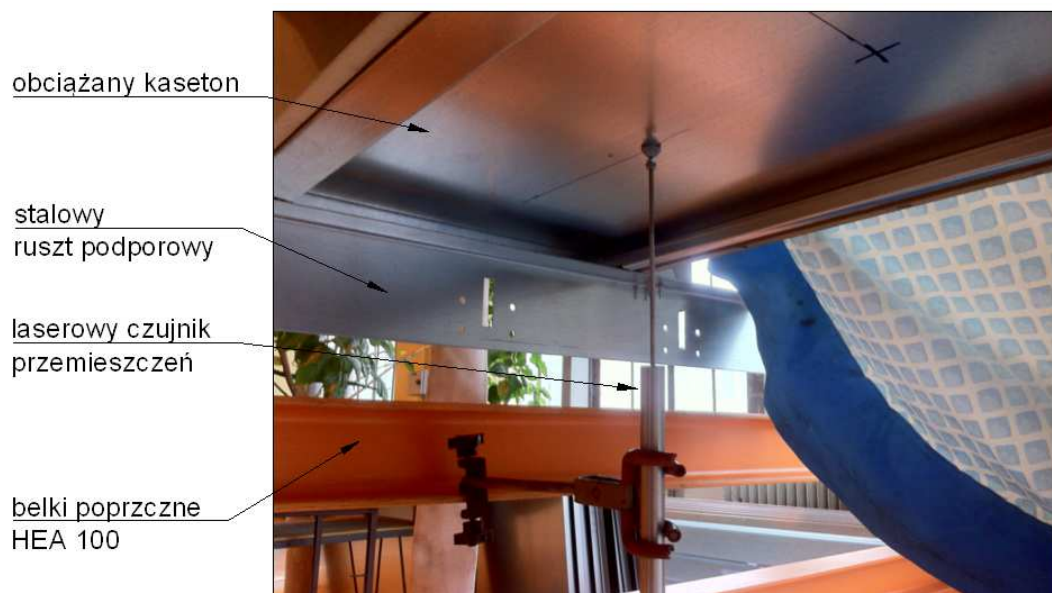


---

Za pomocą mostka tensometrycznego odczytywano mikroodkształcenia materiału, co po późniejszych obliczeniach pozwoliło na określenie wartości naprężeń głównych w danym punkcie oraz ich kierunku.



**Rys. 37.** Wykorzystanie laserowego czujnika przemieszczeń do rejestracji ugięć płyt.  
*Fot. P. Lewandowski.*



**Rys. 38.** Wykorzystanie indukcyjnego czujnika przemieszczeń do rejestracji ugięć powierzchni płyty kasetonu. *Fot. P. Lewandowski.*

---

Równoległe do prowadzonych odczytów z rozety tensometrycznej, rejestrowane były również ugięcia powierzchni lica kasetonu. Na przecięciu osi symetrii powierzchni lica kasetonu - punkt 1, umieszczono laserowy czujnik przemieszczeń (rys. 37). Drugi czujnik - indukcyjny, umieszczono 30cm od krawędzi pionowej kasetonu i jednocześnie poziomej osi symetrii powierzchni lica kasetonu - punkt 2 (rys.38). Czujniki przemieszczeń były podłączone do wzmacniacza, dzięki któremu, za pomocą odpowiedniego oprogramowania, możliwa była rejestracja zmienności przemieszczeń na ekranie komputera przenośnego. Sygnały z rozety tensometrycznej były rejestrowane przy pomocy czterokanałowego mostka tensometrycznego, pracującego w schemacie ćwierćmostka w celu zminimalizowania ilości okablowania (rys. 39).



**Rys. 39.** Lewo: stanowisko do rejestracji pomiarów, prawo: kontrola pomiaru ilości wody w czasie opróżniania stanowiska. Fot. P. Lewandowski.



**Rys. 40.** Napełnianie komór wanny wodą w przypadku obciążenia symulującego ssanie wiatru, na fotografii również widoczny system dostarczania wody do stanowiska. Fot. P. Lewandowski.

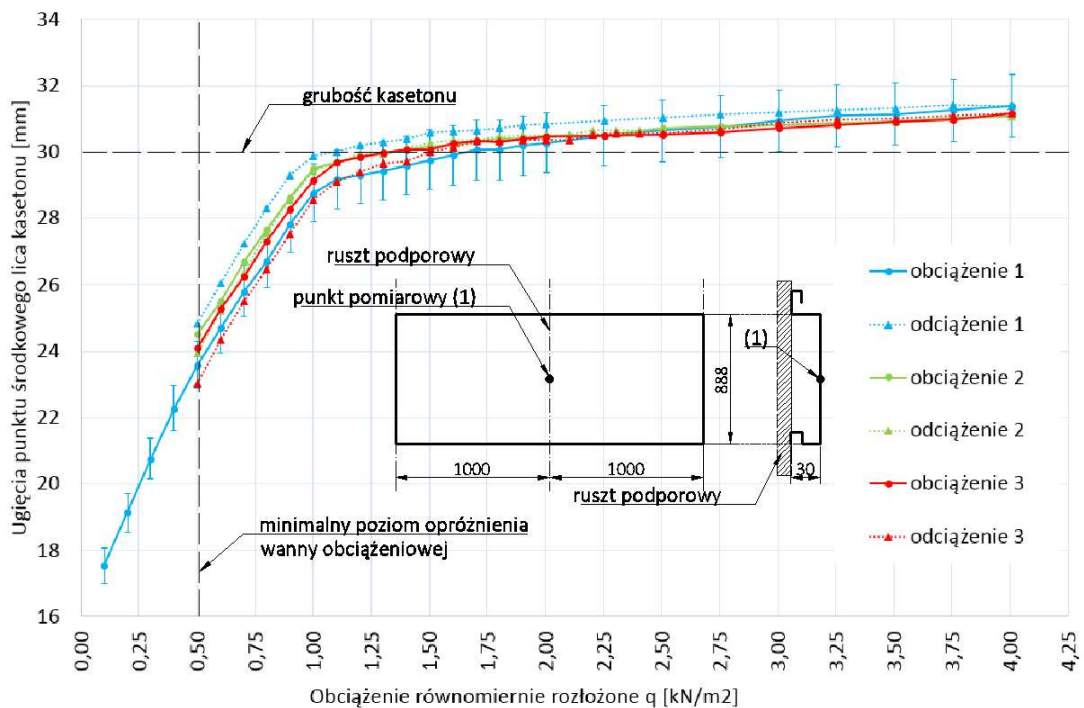
## 5.4. Wyniki badań eksperymentalnych

### 5.4.1. Parcie wiatru

W pierwszym etapie badań przeprowadzono symulację obciążenia parciem wiatru poprzez przyłożenie równomiernego obciążenia parciem wody na powierzchnię lica kasetonu. Rejestracji podlegały: ilość wody w litrach, odkształcenia materiału odczytywane z rozety tensometrycznej oraz ugięcia płyty kasetonu odczytywane z czujników przemieszczeń.

#### 5.4.1.1. Zakres odkształceń

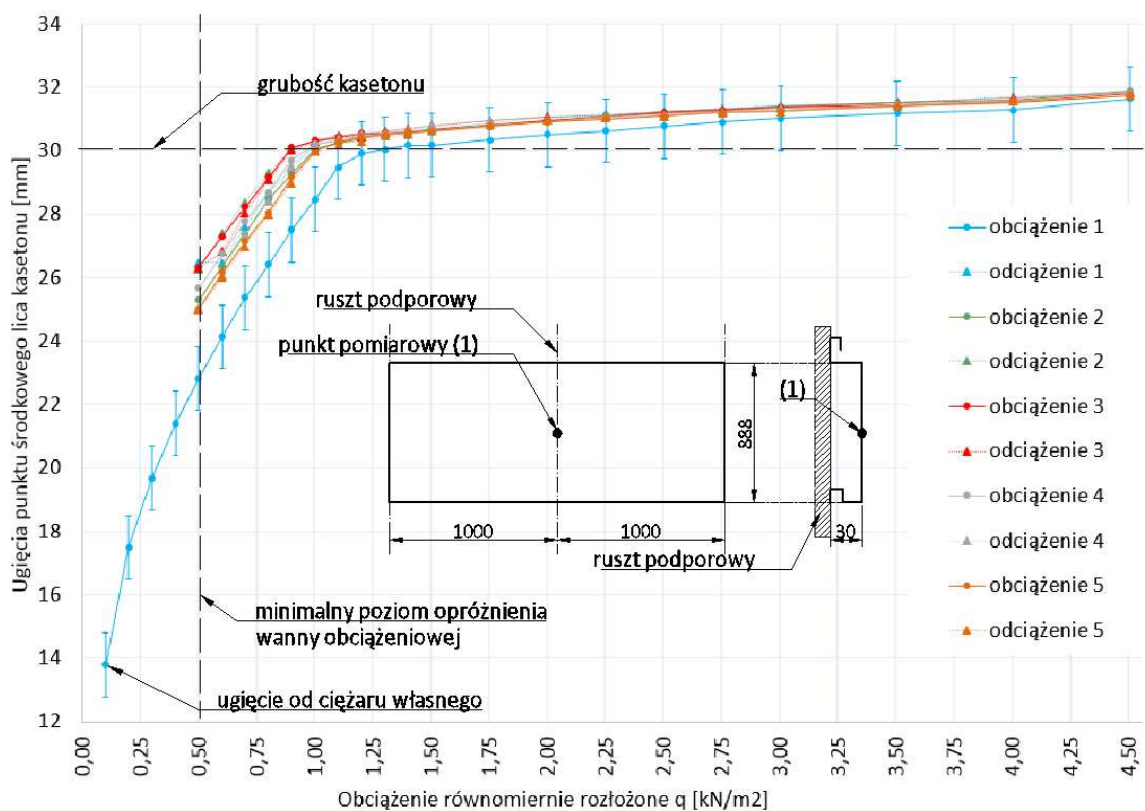
W celu określenia zakresu pracy materiału (sprężysty / plastyczny) przeprowadzono trzy serie pomiarów. Pierwsza seria została wykonana na kasetonie o wymiarach lica 2030 x 888 mm i rozstawie rusztu podporowego równym 1000 mm. Składała się ona z trzech cykli obciążenie - odciążenie. Maksymalne obciążenie przyłożone do konstrukcji było równe 4,0 kN/m<sup>2</sup>. Wyniki ugięć powierzchni płyty w punkcie (1) - punkcie środkowym lica kasetonu, zaprezentowano na rys. 41:



**Rys. 41.** Wykres ugięć punktu środkowego kasetonu od obciążenia równomiernie rozłożonego (przypadek parcia wiatru). Wymiary kasetonu 2030 x 888 mm. Trzy cykle obciążenia.

Na rys. 41 dla obciążenia nr 1 zaznaczono słupki błędów przyjęte jako 5% błąd pomiaru. Przy wartości około  $1,0 \text{ kN/m}^2$  dochodzi do oparcia się powierzchni kasetonu o ruszt podporowy. Na wykresie dla wszystkich trzech cykli obciążenia zauważalna jest zmiana kąta nachylenia wykresu przemieszczeń. Pomimo tego faktu, po odciążeniu nr 3, powierzchnia lica kasetonu, w zasadzie wraca do swojego pierwotnego kształtu.

Kolejną serię obciążeń wykonano również dla kasetonu o wymiarach lica  $2030 \times 888 \text{ mm}$ . Składała się ona z pięciu cykli obciążenie - odciążenie. Dzięki zastosowaniu wyższych burt wanny obciążeniowej, dokonano zwiększenia obciążenia do  $4,5 \text{ kN/m}^2$ .



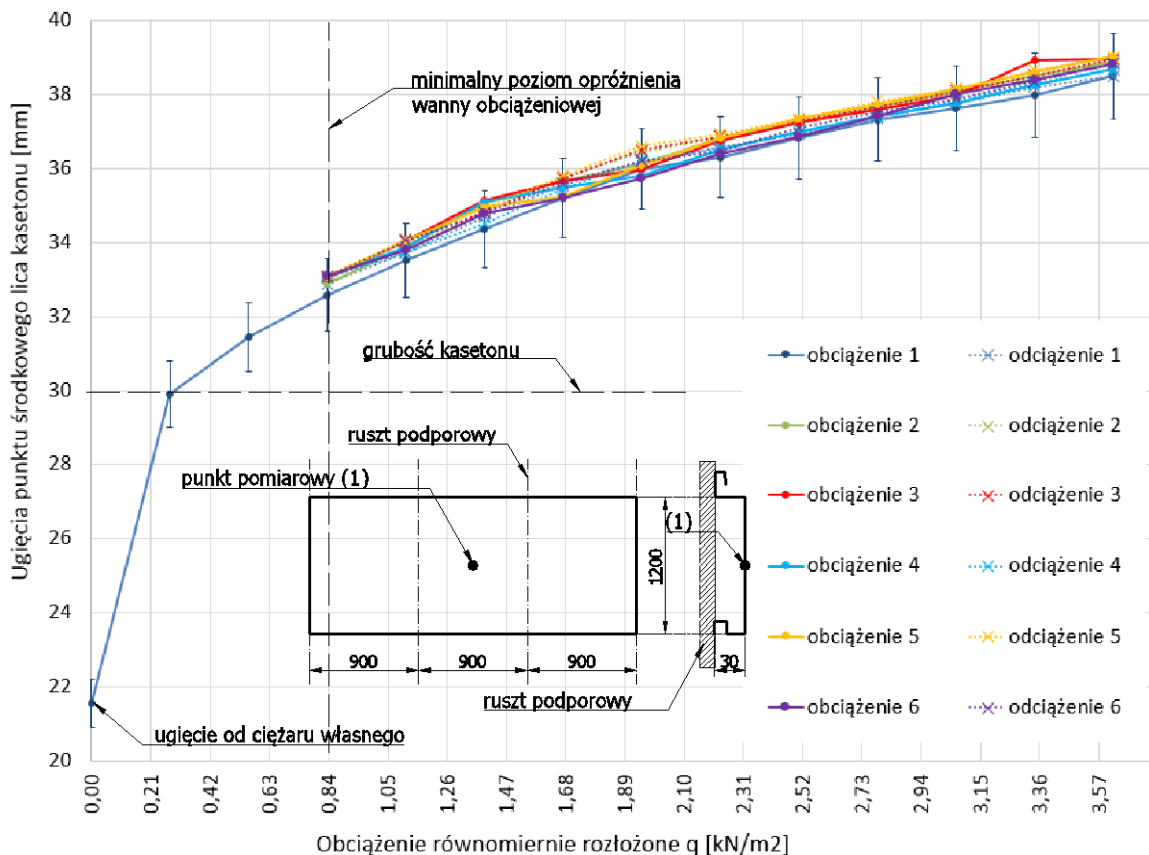
**Rys. 42.** Wykres ugięć punktu środkowego kasetonu od obciążenia równomiernie rozłożonego (przypadek parcia wiatru). Wymiary kasetonu  $2030 \times 888 \text{ mm}$ . Pięć cykli obciążenia.

Dla obciążenia nr 1 na rys. 42 zaznaczono słupki błędów określone jako 5% błąd pomiaru. Mniejsze wartości przemieszczeń w pierwszym cyklu obciążenia kasetonu wynikają z faktu, iż wlewana po raz pierwszy woda spowodowała dokładne przyleganie folii PCV do naroży pomiędzy burtami wanny obciążeniowej, a powierzchnią kasetonu. Po osiągnięciu wartości obciążenia  $1,0 \text{ kN/m}^2$  widać wyraźną tendencję do zmniejszenia się przyrostu ugięć

w kolejnych krokach obciążenia. Ma to związek z oparciem się kasetonu o ruszt podporowy. Również i w tym przypadku nie zauważono wyraźnej tendencji do zwiększania się wartości ugięć końcowych po odciążeniu nr 5.

Powtarzalność wyników, uzyskana w kolejnych cyklach obciążania oraz brak odkształceń trwałych, świadczą o sprężystym charakterze pracy materiału kasetonu.

Ostatnia trzecia seria pomiarów została wykonana na kasetonie o wymiarach lica 2730 x 1200 mm i rozstawie rusztu 900 mm. Przeprowadzono 6 cykli obciążenie - odciążenie. Maksymalna masa wody spoczywającej w tej serii na powierzchni kasetonu wynosiła 1,3 tony, co odpowiadało obciążeniu równomiernie rozłożonemu o wartości 3,62 kN/m<sup>2</sup>.



**Rys. 43.** Wykres ugięć punktu środkowego lica kasetonu pod wpływem obciążenia równomiernie rozłożonego (przypadek parcia wiatru). Wymiary kasetonu 2730 x 1200 mm. Sześć cykli obciążenia.

Jak można zaobserwować na rys. 43, wartość ugięć punktu środkowego powierzchni lica kasetonu są większe od 30 mm, czyli od grubości płyty kasetonowej. Pod wpływem

---

przyłożonego obciążenia lico kasetonu opiera się o systemowy ruszt podporowy. W ten sposób w schemacie statycznym płyty pojawiają się dodatkowe punkty podparcia, ograniczające odkształcenia płyty kasetonu (rys. 44).



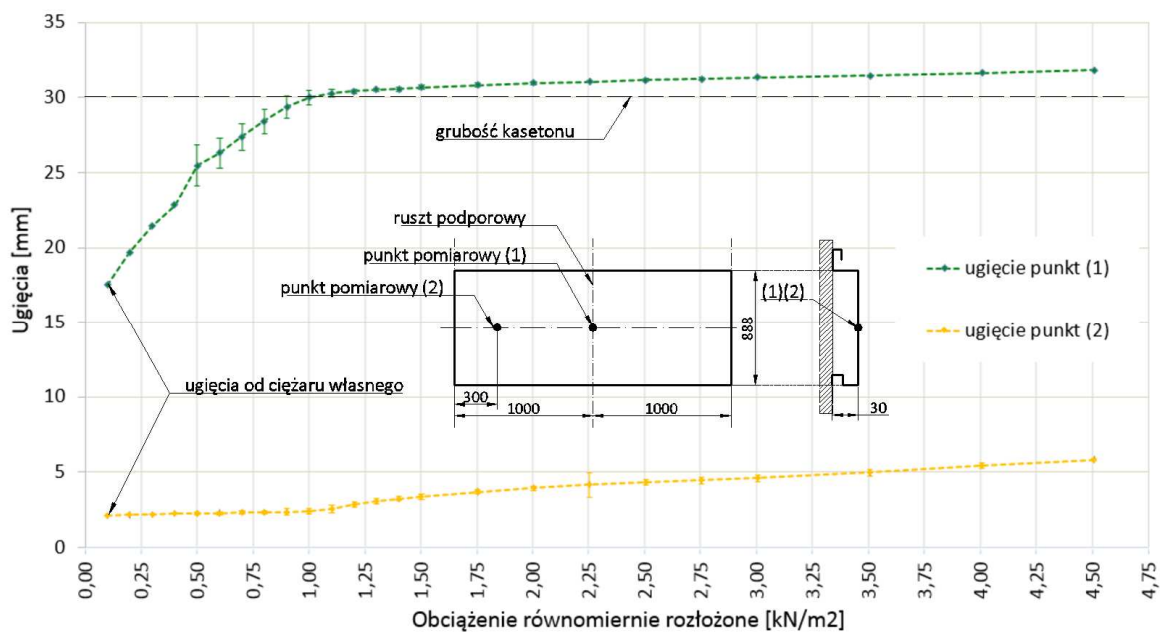
**Rys. 44.** Oparcie się powierzchni lica kasetonu o systemowy ruszt podporowy w wyniku działania parcia wiatru. Fot. P. Lewandowski.

Na podstawie wyżej przeprowadzonych analiz stwierdzono, iż odkształcenia powierzchni lica kasetonu, przy obciążeniu parciem wiatru w określonym programem badań zakresie, są sprężyste.

#### **5.4.1.2. Naprężenia i ugięcia**

W celu określenia ugięć powierzchni płyty oraz poziomu naprężeń i ich kierunków głównych, w wytypowanym we wstępnych analizach punktach (rys. 35), umieszczono sprzęt badawczy rejestrujący zmienność mierzonych parametrów. Badaniom poddano dwa rodzaje kasetonów: 1) o wymiarach lica 2030 x 888 mm i 2) o wymiarach 2030 x 387 mm.

Badania przeprowadzono z pełną rejestracją naprężeń i przemieszczeń powierzchni płyty kasetonu. W ramach pierwszej serii przebadano siedem sztuk kasetonów przeprowadzając po jednym cyklu obciążenia. Przeprowadzenie badań na siedmiu różnych płytach pozwoliło na wystarczająco precyzyjny opis statystyczny otrzymywanych wyników badań. Wyniki zestawiono na wykresach poniżej. Na rys. 45 przedstawiono zmienność wartości ugięć powierzchni lica kasetonu od obciążenia zewnętrznego, kasetonu o wymiarach lica 2030 x 888 mm.



**Rys. 45.** Wartości ugięć kasetonu o powierzchni lica 2030 x 888 mm pod wpływem parcia wiatru.

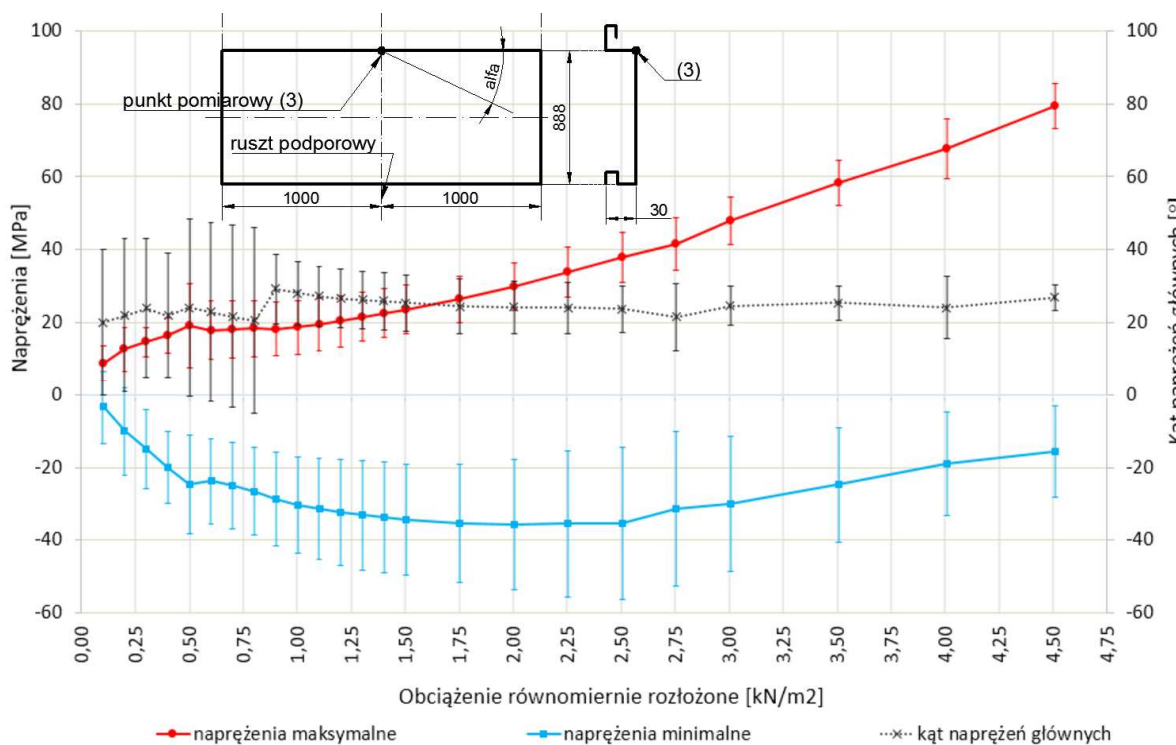
Wartości ugięcia punktu (2), oddalonego od krawędzi bocznej kasetonu o 30 cm, zmieniają się w sposób zbliżony do liniowego, osiągając maksymalną wartość równą 6 mm dla obciążenia o wartości równej 4,5 kN/m<sup>2</sup>. Błąd statystyczny wyrażony jako odchylenie standardowe wartości średniej tych przemieszczeń jest nieznaczny.

Stalowe płyty kasetonowe są na tyle wiotkim układem na oddziaływanie prostopadłe do płaszczyzny płyty, iż po przymocowaniu do rusztu, na skutek oddziaływania ciężaru własnego doznawały znacznych odkształceń. W przypadku analizowanego kasetonu grubość blachy wynosi 1,1 mm, co skutkuje ugięciami od ciężaru własnego rzędu 16 - 17 mm. Dokładna analiza ugięć środka powierzchni lica kasetonu została przeprowadzona w rozdziale 5.4.1.1 niniejszego opracowania. Już przy wartości obciążenia około 1,0 kN/m<sup>2</sup> występowało zjawisko oparcia się płyty kasetonu na stalowym ruszcie podporowym (rys. 46).



**Rys. 46.** Ugięcia powierzchni lica kasetonu o wymiarach 2030 x 888 mm przy obciążeniu parciem wiatru. Po lewej: przed oparciem, po prawej: po oparciu się o systemowy ruszt.  
*Fot. P. Lewandowski.*

Wykresy na rys. 47 o przedstawiają zmienność wartości naprężeń głównych w punkcie krawędziowym (3) oraz zmienność wartości kąta naprężeń głównych od obciążenia parciem wiatru.

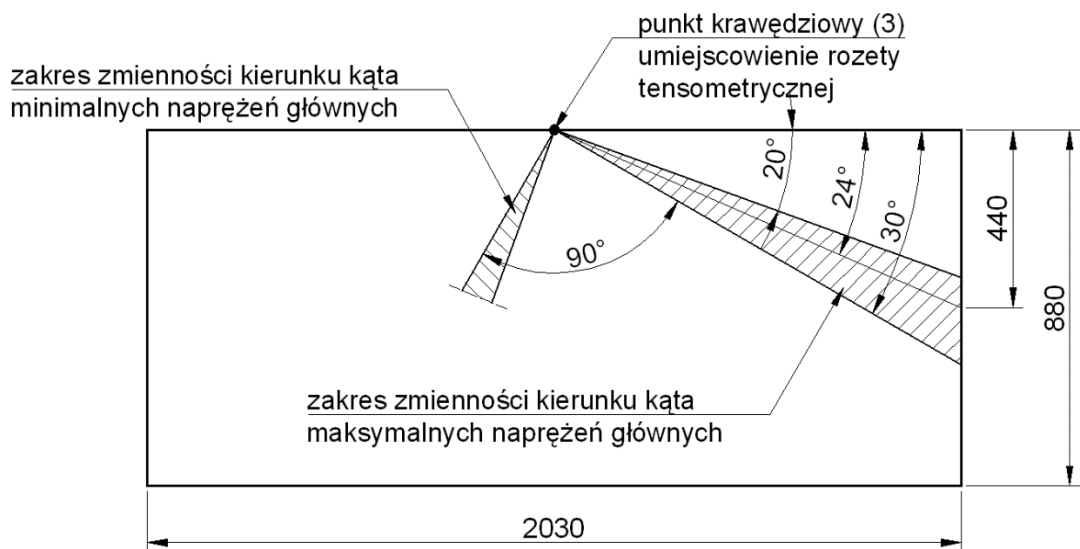


**Rys. 47.** Wartości naprężeń i kąta maksymalnych naprężeń w punkcie (3), kasetonu o wymiarach lica 2030 x 888 mm, pod wpływem parcia wiatru.



Wartości naprężeń maksymalnych w punkcie krawędziowym (3), poza miejscowym zaburzeniem przy obciążeniu  $0,5 \text{ kN/m}^2$ , są zbliżone do liniowych. Wraz ze wzrostem obciążenia, rosną wartości naprężeń maksymalnych. Wykres naprężeń minimalnych w punkcie (3) cechuje znaczny rozrzut pomierzonych wartości, jednakże trend zmienności naprężeń jest zauważalny. W początkowej fazie badania, wraz ze wzrostem obciążenia, wartości naprężenia minimalnego maleją, a następnie przy obciążeniu około  $2,5 \text{ kN/m}^2$  zaczynają rosnąć. Zaobserwowane zjawisko było jeszcze lepiej zauważalne przy badaniu kasetonu  $2030 \times 387 \text{ mm}$ .

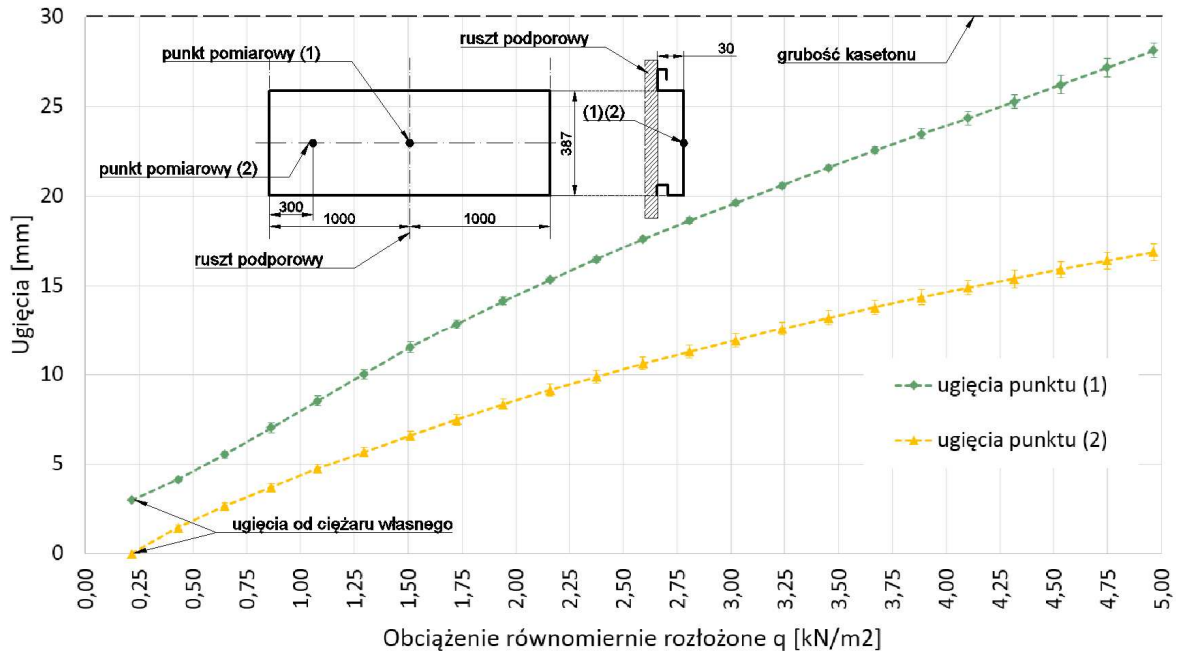
Pomierzone wartości odkształceń pozwoliły na wyznaczenie wartości kąta kierunku naprężeń głównych. Wartość kąta kierunku naprężeń głównych zmieniała się od 20 do 30 stopni. Na rys. 48 można zauważyć, iż przedział ten zawiera w sobie kąt 24 stopni. Jest to kąt wykonstruowany poprzez połączenie punktu umieszczenia rozety tensometrycznej (3) z punktem środkowym bocznej krawędzi lica kasetonu. Zakładając, że punkt środkowy bocznej krawędzi kasetonu stanowi pkt. podparcia bocznego, otrzymany wynik ściśle odpowiada wartości oczekiwanej.



**Rys. 48.** Kierunki naprężeń głównych w punkcie krawędziowym (3). Powierzchnia lica kasetonu o wymiarach  $2030 \times 888 \text{ mm}$ . Obciążenie parciem wiatru.

Druga seria badań, w której poddano szczegółowej analizie ugięcia i naprężenia w sprężystości podpartej płycie, dotyczyła kasetonu o wymiarach lica  $2030 \times 387 \text{ mm}$ .

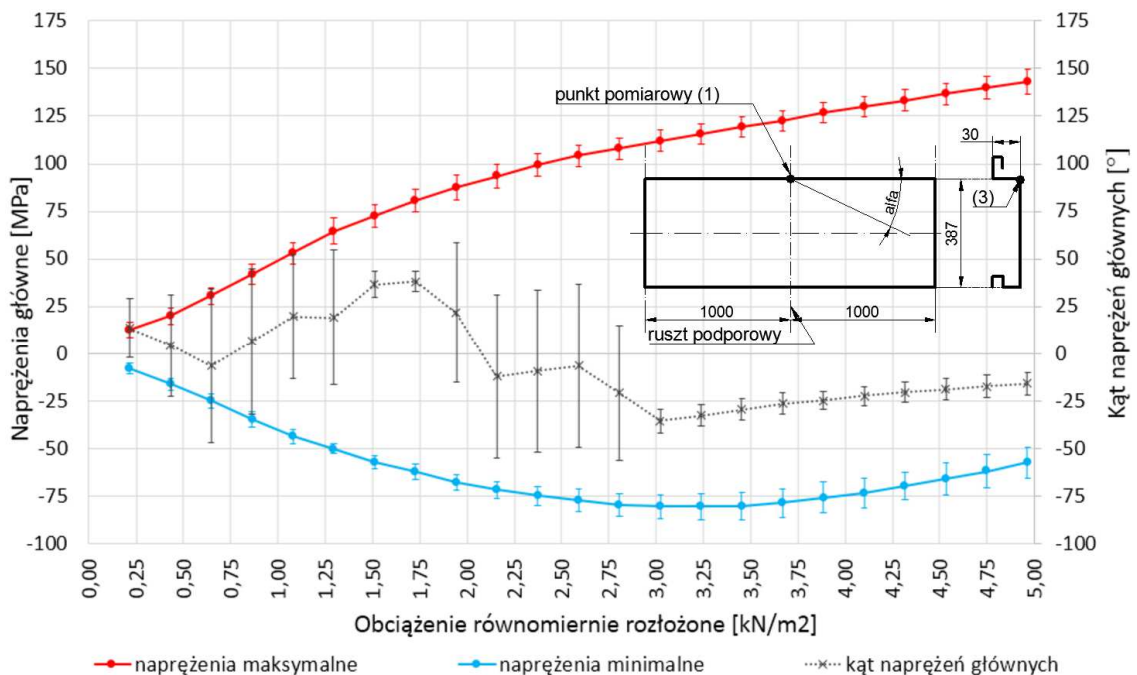
Maksymalne obciążenie przyłożone do powierzchni kasetonu było równe  $5 \text{ kN/m}^2$ . Wykresy na rys. 49 przedstawiają wyniki badań.



**Rys. 49.** Wartości naprężeń i ugięć kasetonu o powierzchni lica  $2030 \times 387 \text{ mm}$  w wyniku parcia wiatru.

Ugięcia punktu (2), oddalonego 30 cm od krawędzi bocznej płyty oraz punktu (1), usytuowanego w środku lica kasetonu, charakteryzują się małymi wartościami odchyłek standardowych. Wartości średnie ugięć rosną w funkcji logarytmicznej.

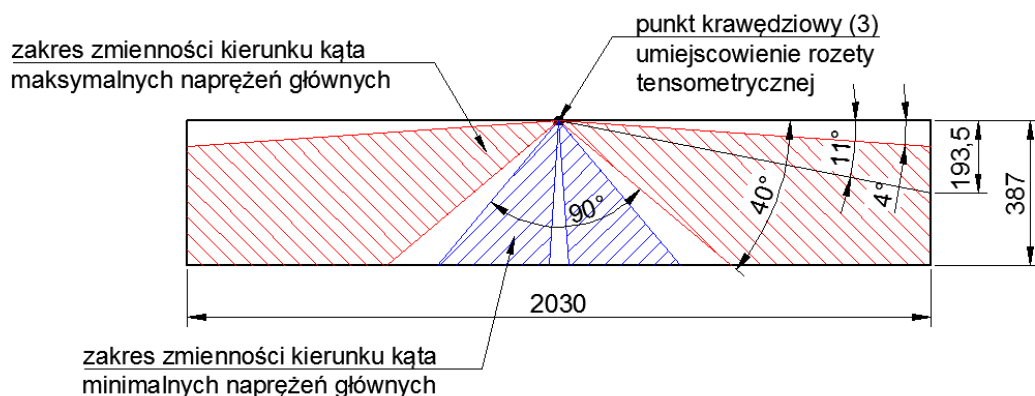
Wartości naprężeń maksymalnych rosną również w funkcji logarytmicznej. Natomiast wartości naprężeń minimalnych, podobnie jak i w poprzednim przypadku, w początkowej fazie badania, maleją wraz ze wzrostem obciążenia, a przy obciążeniu równym około  $3 \text{ kN/m}^2$  zaczynają rosnąć (rys. 50). Kierunki naprężeń głównych w punkcie (3) przedstawione są na rys. 48. Należy zwrócić szczególną uwagę na dużą wartość odchylenia standardowego dla kąta naprężeń głównych, w zakresie obciążeń  $0,5 - 2,75 \text{ kN/m}^2$  (rys. 51).



**Rys. 50.** Wartości naprężeń i ugięć kasetonu o powierzchni lica 2030 x 387 mm w wyniku parcia wiatru.

Pod wpływem obciążania dochodziło do zmian wyężenia krawędzi bocznych kasetonu na których kaseton opierał się na ruszcie. Istnieją co najmniej dwa czynniki mogące prowadzić do takiego zjawiska:

- podatność stalowego ruszta może powodować lokalne obniżenie się podpory, co z kolei zmniejsza wyężenie podpory,
- sposób przyłożenia obciążenia może powodować lokalne krótkotrwałe nierównomierne obciążenie, będące skutkiem sposobu napełniania wanny obciążeniowej.

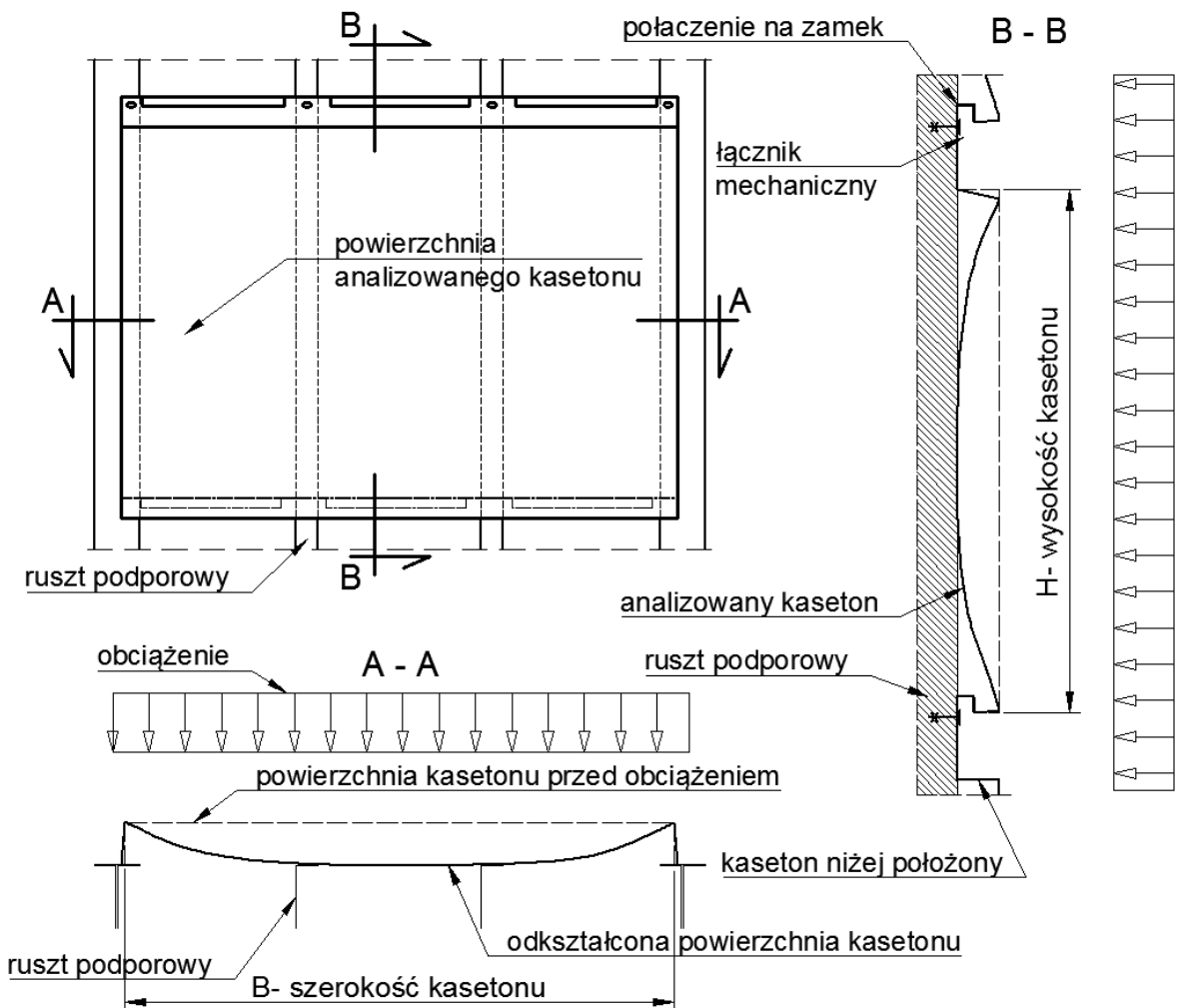


**Rys. 51.** Kierunki naprężeń głównych w punkcie krawędziowym (3). Powierzchnia lica kasetonu o wymiarach 2030 x 888 mm. Obciążenie parciem wiatru.

### 5.4.1.3. Forma deformacji

Jednym z celów badań było określenie zachowania się stalowych płyt kasetonowych pod obciążeniem parciem wiatru.

W czasie przeprowadzonych badań zaobserwowano, iż niektóre kasetony pod wpływem działania obciążenia symulującego parcie wiatru, znacząco się uginają opierając się o konstrukcję rusztu podporowego (rys. 46).



Rys. 52. Schemat deformacji kasetonu elewacyjnego pod wpływem działania parcia wiatru.

Dochodzi również do miejscowego oparcia się górnej krawędzi kasetonu na częściach powierzchni styku z rusztem. Dodatkowo szereg łączników zabezpiecza krawędź górną przed podniesieniem, które mogłoby być wywołane efektem dźwigni od uginającej się

---

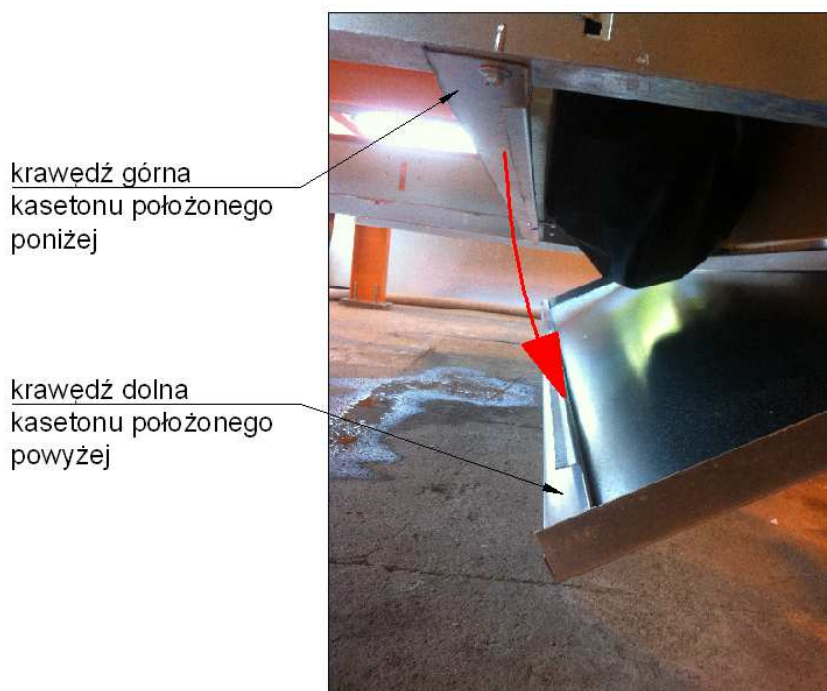
płaszczyzny lica kasetonu. Krawędzie boczne kasetonu opierają się o systemowy ruszt podporowy, jednakże ze względu na uginającą się płaszczyznę lica kasetonu mogą doznać małych translacji poziomych. Z badań doświadczalnych wynika, iż ruszt podporowy również wykazuje tendencję do ugięć, pod wpływem obciążenia zgodnego z programem badań. W przypadku kasetonów o większych wysokościach, już przy niewielkich wartościach obciążenia, może dochodzić do znacznych odkształceń lica kasetonu i oparcia się odkształconej płaszczyzny powierzchni o ruszt podporowy. Krawędź dolna kasetonu nie doznaje zauważalnych odkształceń. Zaobserwowaną formę deformacji przedstawiono na rys. 52.

---

## 5.4.2. Ssanie wiatru

### 5.4.2.1. Wyniki badań

W czasie przeprowadzania badań kasetonów obciążanych ssaniem wiatru uzyskano stan awaryjny okładziny elewacyjnej. Podczas obciążania płyty kasetonu dochodziło do wysunięcia krawędzi dolnej badanego kasetonu z krawędzi górnej kasetonu położonego niżej (rys. 53).



**Rys. 53.** Wysunięcie się kasetonu z systemowego zamka pod wpływem ssania wiatru.  
*Fot. P. Lewandowski.*

Ze względu na ryzyko uszkodzenia sprzętu pomiarowego znajdującego się pod stanowiskiem przez zmiażdżenie bądź zalanie, zdecydowano się jedynie na pomiar ilości wody w wannie obciążającej powierzchnię kasetonu. W tab. 3 znajduje się zestawienie rodzajów badanych kasetonów, liczby przebadanych kasetonów danego rodzaju, wartości siły niszczącej oraz odchylenia standardowego wartości siły niszczącej.

**Tabela 3.** Graniczne wartości siły niszczącej. Przypadek ssania wiatru.

L.p.	oznaczenie	liczba próbek	siła niszcząca [kN/m <sup>2</sup> ]	odchylenie standardowe [kN/m <sup>2</sup> ]
1	1030 x 444	7	-	-
2	1830 x 348	7	-	-
3	1830 x 541	7	3,90	0,21
4	2030 x 387	7	3,84	0,32
5	1830 x 800	7	1,90	0,22
6	2730 x 552	7	1,46	0,04
7	2030 x 888	5	1,36	0,23
8	2730 x 811	7	0,88	0,06
9	2730 x 1200	6	0,57	0,06

#### 5.4.2.2. Autorski wzór na siłę niszczącą

Dysponując serią wyników dla kasetonów o różnych wymiarach geometrycznych i różnym rozstawie podpór, autor opracował empiryczną zależność określającą przybliżoną wartość siły granicznej. Za pomocą równania (11), z określoną dokładnością, można wyznaczyć wartość siły niszczącej, przy której dochodzi do wysunięcia się krawędzi kasetonu z zamka, co oznacza niespełnienie warunku stanu granicznego nośności połączenia (SGN).

$$F_n = \frac{1}{k \cdot L \cdot B \cdot L_r \cdot \sqrt{n-1} \cdot (L \cdot B)^{0,27}} \quad (11)$$

gdzie:

- $k$  - pewna stała,  $k=0,323$ ,
- $L$  - szerokość lica kasetonu,
- $B$  - wysokość lica kasetonu,
- $L_r$  - rozstaw systemowego rusztu,
- $n$  - liczba przęseł,  $n>1$ .

---

W tab. 4 przedstawiono porównanie siły niszczącej otrzymanej z badań oraz ze wzoru (11).

**Tabela 4.** Porównanie wartości siły niszczącej otrzymanej z badań, z siłą wyznaczoną na podstawie wzoru autorskiego.

l.p.	oznaczenie	siła niszcząca [kN/m <sup>2</sup> ]		błąd względny[%] (A-B)/A
		A - badania	B - wzór (11)	
1	1030 x 444	-	-	-
2	1830 x 348	-	-	-
3	1830 x 541	3,9	3,48	-10,5
4	2030 x 387	3,8	4,20	10,8
5	1830 x 800	1,9	2,12	-11,4
6	2730 x 552	1,5	1,44	3,8
7	2030 x 888	1,4	1,46	-4,5
8	2730 x 811	0,9	0,89	1,6
9	2730 x 1200	0,6	0,54	10,3

Jak widać z powyższej tabeli błąd przy obliczeniu sił niszczącej nie przekracza 12%, zatem stanowi dosyć dobre przybliżenie wartości rzeczywistych. Trzeba jednak pamiętać, że zbiór danych, na podstawie którego prowadzono dobór stałej  $k$  jest stosunkowo mały. W przyszłości należałoby rozszerzyć zakres badanych rodzajów kasetonów tak, by można było rozszerzyć zakres stosowalności wzoru (11).

### 5.4.2.3 Forma deformacji

Przypadek ssania, jak przytoczono powyżej, jest bardziej niekorzystny niż przypadek parcia wiatru. Brak poprawnych obliczeń na etapie projektu elewacji może prowadzić do stanów awaryjnych. W przypadku ssania wiatru krawędzie boczne nie stanowią podpór przenoszących część obciążenia, jak to ma miejsce w przypadku parcia wiatru. Krawędzie te są unoszone przez odkształcającą się powierzchnię lica kasetonu. To sprawia, że kaseton jest zamocowany jedynie na krawędziach poziomych, górnej i dolnej. Górna krawędź kasetonu, jest zabezpieczona przed wyrwaniem przez łączniki mechaniczne przykręcone



---

do rusztu. W miejscu wkrętów istnieje punktowe podparcie krawędzi z uwagi na translacje w płaszczyźnie płyty. Odształcająca się płaszczyzna lica kasetonu wraz z zagiętą górną krawędzią próbują się unieść w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rusztu, lecz translacja ta jest zablokowana przez łącznik. Dochodzi do miejscowego oparcia górnej krawędzi kasetonu o elementy rusztu (rys. 64). W ten sposób powstaje efekt dźwigni i następuje lokalne uplastycznienie się krawędzi górnej kasetonu w okolicach łącznika, patrz rys. 54.



**Rys. 54.** Deformacje plastyczne w okolicach łącznika przy obciążeniu ssaniem wiatru. Fot. P. Lewandowski.

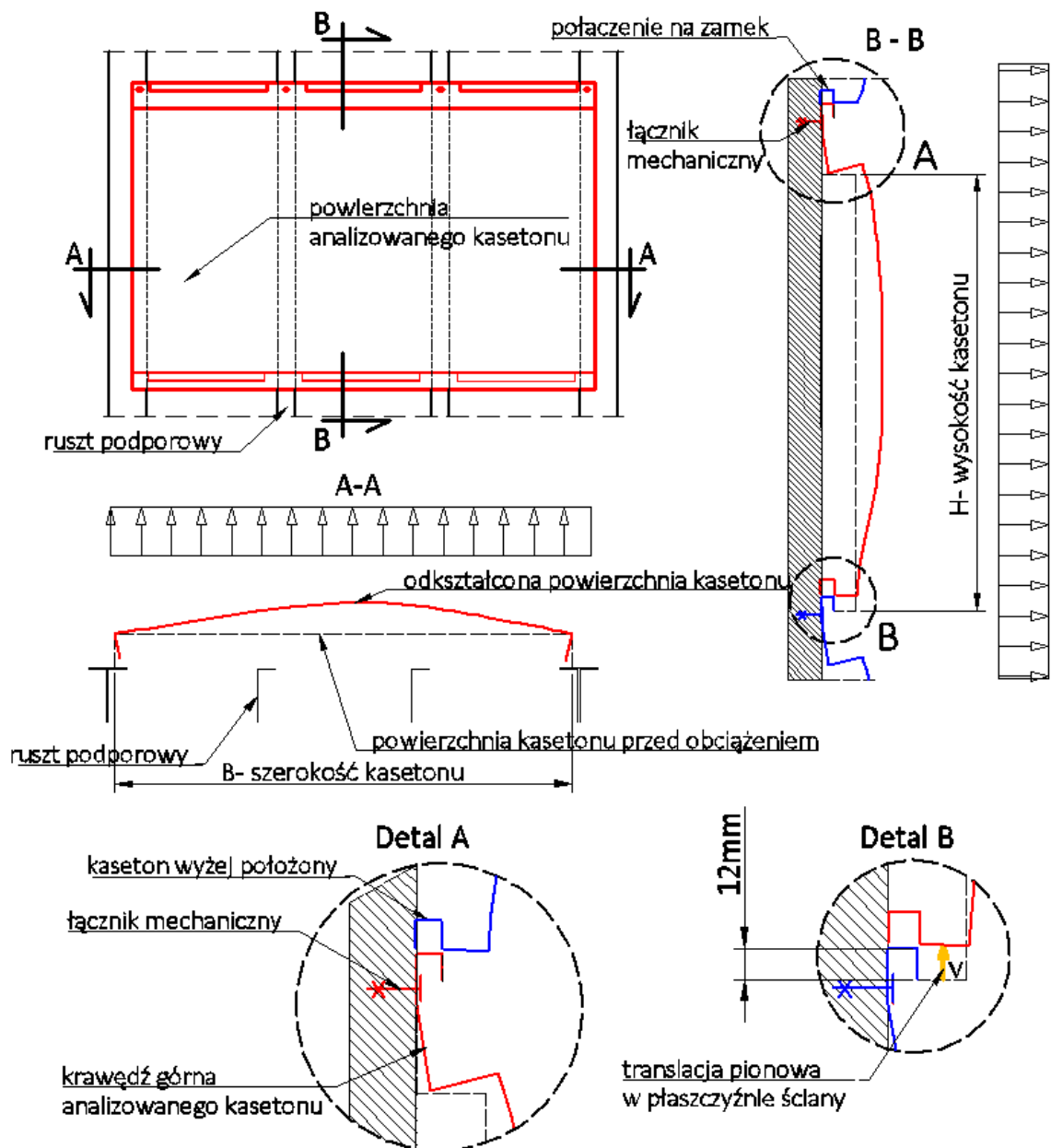
Dodatkowo należy zwrócić uwagę na fakt, że powierzchnia kasetonu nie tylko ugina się, lecz również przemieszcza w płaszczyźnie płyty (rys. 54 po lewej). Na górnej krawędzi przesuw ten blokowany jest przez łącznik, niestety na dolnej krawędzi istnieje jedynie połączenie kleszczowe kasetonów. Przy zwiększającym się obciążeniu, przemieszczenia płyty ku górnej zablokowanej krawędzi również rosną, co powoduje wysuwanie się dolnej krawędzi kasetonu z połączenia pomiędzy kasetonami (rys. 55).



**Rys. 55.** Wysuwanie się krawędzi dolnej kasetonu z systemowego zamka. Fot. P. Lewandowski.

W efekcie, pod wpływem narastającego obciążenia, kaseton wysuwa się z zamka i następuje awaria, tak jak to przedstawiono na rys. 53. Wysunięcie się krawędzi kasetonu z zamka ma miejsce, gdy wartość pionowego przemieszczenia krawędzi kasetonu wynosi 12 mm (wymiar zamka kleszczowego). Opisany powyżej mechanizm zniszczenia przyjęto jako warunek stanu granicznego nośności połączenia SGN.

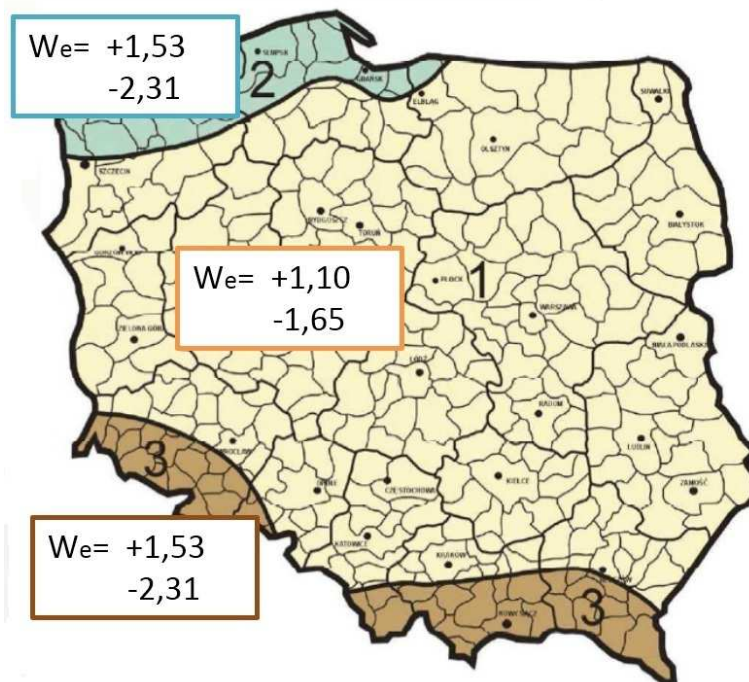
Na rys. 56 przedstawiono ideowy schemat deformacji kasetonu elewacyjnego od obciążenia ssaniem wiatru na elewację.



Rys. 56. Schemat deformacji kasetonu elewacyjnego pod wpływem działania ssania wiatru.

## 5.5 Wnioski

Jak widać po przeprowadzonych badaniach eksperymentalnych stanem krytycznym jest przypadek ssania wiatru na elewację, bowiem może prowadzić do sytuacji awaryjnej, polegającej na wysunięciu się krawędzi dolnej płyty kasetonu z zamka systemowego. Dla zobrazowania istotności zagadnienia podano przykładową mapę intensywności parcia wiatru w zależności od regionu Polski. Obliczenia charakterystycznej prędkości wiatru na elewację budynku przeprowadzono dla obiektu o wysokości 15m położonego na terenie nieosłoniętym przed porywami wiatru wg. PN-EN 1991-1-4 „Odziaływania na konstrukcje - Odziaływania wiatru”. Na rys. 57 zaznaczono charakterystyczne ciśnienie prędkości wiatru dla analizowanego przykładu dla trzech miast leżących w trzech strefach wiatrowych Polski, Gdańska, Warszawy oraz Krynicy Górskiej. Znak „+” oznacza parcie wiatru, a „-” oznacza ssanie wiatru na elewację. Obciążenie zostało wyrażone w  $[kN/m^2]$ .



**Rys. 57.** Charakterystyczne wartości ciśnienia wiatru dla poszczególnych stref wiatrowych dla budynku o wysokości 15 m dla schematu parcia i ssania wiatru na przegrodę pionową. Wartości wyrażone w  $[kN/m^2]$ .

W tab. 5 zestawiono wartości siły niszczącej uzyskanej w czasie badań kasetonów obciążonych ssaniem wiatru (patrz rozdział 5.4.2). Znak „+” oznacza spełnienie

warunków SGN, a „-” ich przekroczenie w danej strefie wiatrowej dla podanego wyżej przykładu obliczeniowego.

**Tabela 5.** Zestawienie możliwości zastosowania przebadanych kasetonów w poszczególnych strefach wiatrowych Polski.

l.p.	wymiary lica kasetonu	Siła niszcząca z badań [kN/m <sup>2</sup> ]	Charakterystyczne ciśnienie wiatru na elewację		
			strefa 1 W <sub>max</sub> = -1,65 [kN/m <sup>2</sup> ]	strefa 2 W <sub>max</sub> = -2,31 [kN/m <sup>2</sup> ]	strefa 3 W <sub>max</sub> = -2,31 [kN/m <sup>2</sup> ]
1	1030 x 444	-	+	+	+
2	1830 x 348	-	+	+	+
3	1830 x 541	3,9	+	+	+
4	2030 x 387	3,8	+	+	+
5	1830 x 800	1,9	+	-	-
6	2730 x 552	1,5	-	-	-
7	2030 x 888	1,4	-	-	-
8	2730 x 811	0,9	-	-	-
9	2730 x 1200	0,6	-	-	-

Jak widać z zestawienia w tab. 5, połowa z kasetonów poddanych badaniom nie mogłaby być wmontowana w konstrukcje osłonowe na terenie Polski, gdyż siła niszcząca kasetony jest mniejsza niż charakterystyczne ciśnienie prędkości wiatru na elewację. Błędny dobór elementów osłonowych spowodowałby awarię elewacji. Należy również zauważyć, iż wymiary kasetonów nr 1 ÷ 9 nie odbiegają znacznie od wymiarów popularnie stosowanych okładzin elewacyjnych, stąd dodatkowo należy podkreślić potrzebę badań w zakresie nośności okładzin kasetonowych. Szczegółowa analiza wymiarów kasetonów oraz możliwości ich zastosowania w odpowiednich strefach wiatrowych Polski jest przedstawiona w rozdziale 7 niniejszego opracowania.

---

## 6. Nieliniowa analiza numeryczna płyt kasetonowych

W rozdziale 3.3 przedstawiono opracowanie wstępnych modeli numerycznych, mające na celu oszacowanie poziomu naprężeń i odkształceń płyt prostokątnych, dla typowych warunków podparcia (krawędzie utwierdzone oraz wolnopodparte). W rozdziale 5 przedstawiono wyniki przeprowadzonych badań eksperymentalnych. Posiadając wiedzę dotyczącą rzeczywistego zachowania się okładzin kasetonowych pod wpływem działania parcia i ssania wiatru przystąpiono do zbudowania modelu numerycznego kasetonu elewacyjnego.

### 6.1. Wybór programu MES

Współczesne, zaawansowane, numeryczne analizy konstrukcji, wykorzystujące metodę elementów skończonych (MES) oparte są na założeniu, że możliwe jest określenie pewnych równań i relacji opisujących zachowanie się całych ośrodków materialnych na podstawie wyodrębnionych mniejszych ich części. W wyniku podziału obszaru obliczeniowego na dużą liczbę małych części bądź elementów oraz użyciu właściwych równań równowagi przy zapewnieniu kompatybilności elementów możliwe jest, z wystarczającym przybliżeniem, określenie wartości takich zmiennych jak np. przemieszczenia czy naprężenia. W miarę zmniejszania się rozmiaru elementu, rozwiązanie numeryczne staje się bardziej dokładne, jednakże przekłada się to na zwiększony czas obliczeń rozwiązania zadanego problemu obliczeniowego [4].

Metoda elementów skończonych jest współcześnie najbardziej rozwijającą się metodą numeryczną współczesnej inżynierii. Rozwiązanie analizowanego problemu zależy bezpośrednio od typu elementu, który będzie zastosowany w modelu numerycznym. W wyniku ciągłego rozwoju MES biblioteka elementów charakteryzujących się różnymi właściwościami nieustannie rozszerza się, pozwalając coraz to lepiej opisywać odkształcenia ciał stałych, cieczy oraz gazów. Właściwości oraz zachowanie się poszczególnych typów elementów skończonych pod wpływem przyłożonego obciążenia są przedmiotem ciągłego rozwoju.

---

Do opisu zależności pomiędzy poszczególnymi elementami skończonymi stosuje się formuły opisujące zachowanie się danego elementu. W zależności od oczekiwanych wyników, stosuje się różnego rodzaju elementy skończone. Istnieją sytuacje w których wprost tworzy się element skończony do bardziej dokładnego opisu danego zjawiska, bądź też by przyspieszyć proces obliczeniowy i pominąć nieistotne wyniki.

Na rynku programów komercyjnych stosowanych do obliczeń numerycznych można spotkać programy, które charakteryzują się wyspecjalizowaną bazą elementów skończonych do opisu określonego zjawiska fizycznego (ANSYS Dynamics - moduł do obliczeń dynamicznych, ANSYS Fluent - moduł do obliczeń przepływów zarówno cieczy jak i gazów). Istnieją również i takie programy, w których możliwa jest implementacja własnych elementów skończonych (MSC MARC).

W niniejszym opracowaniu do obliczeń numerycznych wykorzystano program FEMAP z solverem NX Nastran, który pomimo dość ubogiej biblioteki elementów skończonych (do celów prowadzonych analiz wystarczającą) posiada bardzo duże możliwości generacji i edycji siatki elementów skończonych.

## **6.2. Budowa modelu numerycznego**

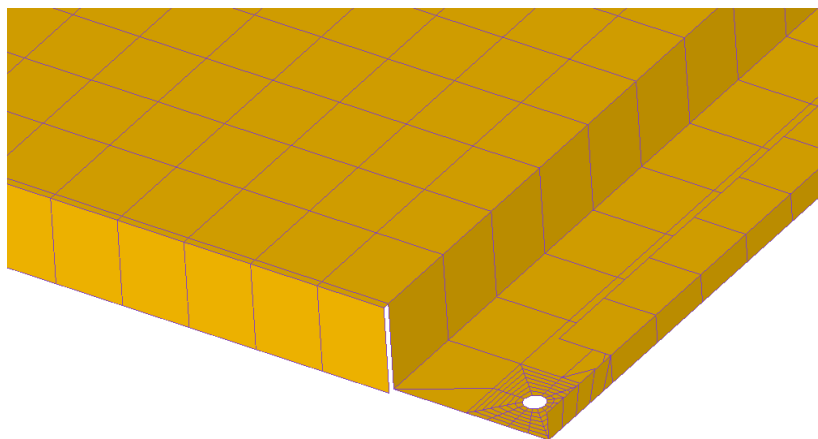
### **6.2.1. Siatka i wybór elementu skończonego**

Wyniki przeprowadzonych przez autora badań eksperymentalnych potwierdziły pierwsze założenia o potrzebie zastosowania elementu skończonego, który będzie charakteryzować się możliwością uwzględniania przemieszczeń w płaszczyźnie prostopadłej do zadanego obciążenia. Z bazy elementów programu FEMAP wybrano element „PLATE PROPERTY”. Bezpośrednie tłumaczenie nazwy elementu mogłoby sugerować, że jest to element płytowy. W rzeczywistości jest to element powłokowy QUAD4, zatem zapewniający pełną informację nt. przemieszczeń węzłów elementu skończonego (3 translacje, 3 rotacje).

W celu sprawdzenia poprawności deformacji zastosowanego elementu skończonego w analizie geometrycznie nieliniowej problemów inżynierskich, przeprowadzono szereg testów elementu powłokowego QUAD4. Szczegółowe testy wyżej wymienionego elementu skończonego przedstawiono w zał. 1.

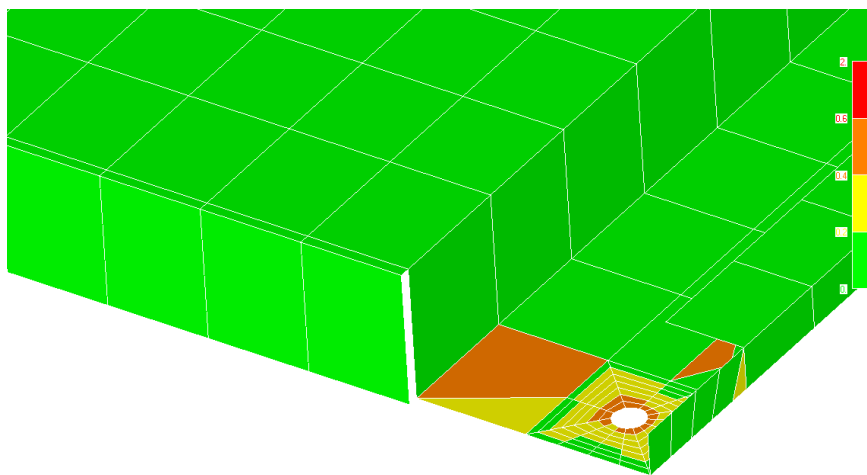
---

Model obliczeniowy kasetonu o wymiarach lica 2030 x 387 mm został wygenerowany jako przestrzenny układ składający się z szeregu płaszczyzn, które odpowiadały rzeczywistej geometrii okładziny elewacyjnej. Skomplikowany układ geometrii zamka na dolnej i górnej krawędzi kasetonu oraz potrzeba zagęszczenie siatki w okolicach łączników mechanicznych, definiowały wymiary siatki na powierzchni lica kasetonu (rys. 58).



**Rys. 58.** Siatka elementów skończonych na powierzchni lica kasetonu oraz jej zagęszczenie w okolicach łącznika na górnej krawędzi.

W celu określenia poprawności jakości wygenerowanej siatki posłużono się kryterium opartym na sprawdzeniu wartości jacobianu transformacji [38]. Siatkę elementów skończonych uważa się za poprawną dla wartości jacobianu  $< 1$ . Jak można zauważyć na rys. 59, wartość jacobianu w miejscu zagęszczenia siatki w okolicach łącznika nie przekracza wartości 0,6 a zatem siatka została pozytywnie zweryfikowana.

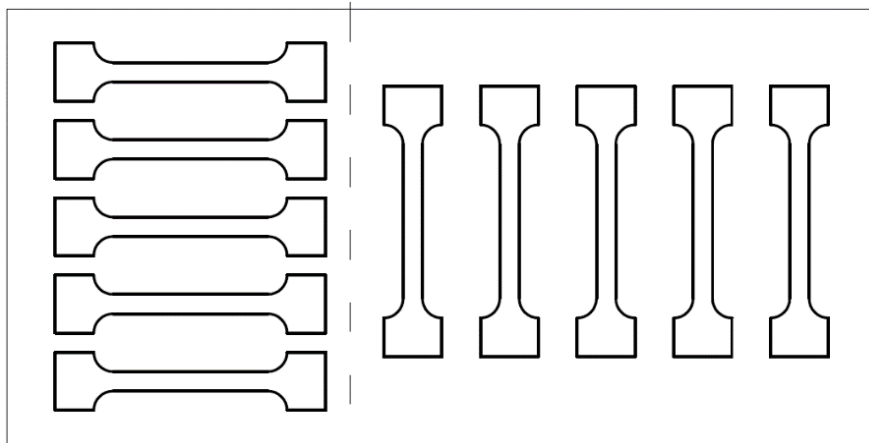


**Rys. 59.** Sprawdzenie jakości siatki przy użyciu kryterium jacobianu transformacji w rejonie otworu na krawędzi górnej kasetonu.

---

## 6.2.2. Badania materiałowe

W celu poprawnego określenia zależności  $\sigma$ - $\epsilon$ , a więc i wartości modułu Younga, przeprowadzono badania niszczące stali, z której wykonane były kasetony. Łódeczkowe próbki do badań zostały pobrane z płyty kasetonu zgodnie z normą PN-EN ISO 6892-1 „Metale - Próba rozciągania” [71]. W celu uniknięcia możliwości powierzchniowego utwardzenia materiału w wyniku obróbki mechanicznej skrawaniem, zdecydowano się na wycięcie próbek strumieniem wody. W celu uzyskania uśrednionej wartości modułu Younga, uwzględniającego wpływ kierunku walcowania na wartość  $\sigma$ - $\epsilon$ , wycięto po pięć próbek wzdłuż szerokości i wysokości kasetonu (rys. 60).

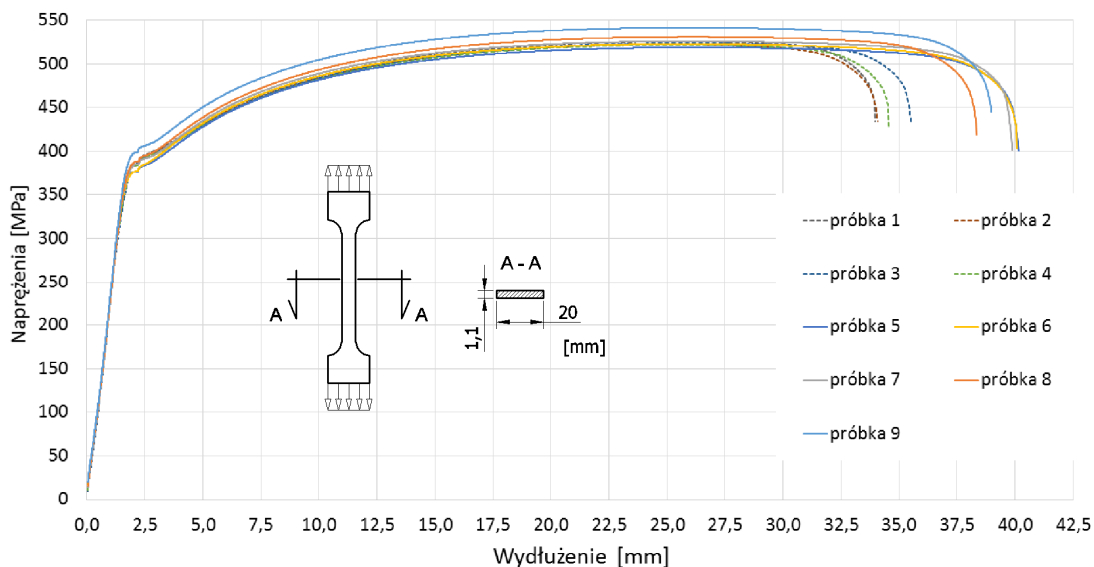


**Rys. 60.** Łódeczkowe próbki do badań wycięte z blachy kasetonu elewacyjnego z podziałem na dwa kierunki odpowiadające kierunkom walcowania stali.

Wyniki badań niszczących przeprowadzonych na maszynie wytrzymałościowej Zwick Roell, przedstawiono na rys. 61. Wykres jest wynikiem 9 badań rozciągania próbek, jedna z próbek posłużyła do kalibracji maszyny. Jak można zaobserwować na wykresach  $\sigma$ - $\epsilon$ , odkształcenia graniczne próbek 1 ÷ 4 są wyraźnie mniejsze od pozostałych 5 - ciu. Różnica ta stanowi potwierdzenie wpływu kierunku walcowania blachy na charakterystyki wytrzymałościowe gotowego produktu [48]. W zakresie liniowym, kąt nachylenia, a zatem moduł Younga materiału również się różni. W tab. 6 zestawiono rezultaty obliczeń wartości modułów odkształcalności podłużnej  $E$ , granicy plastyczności  $f_y$  oraz wytrzymałości na rozciąganie materiału  $f_u$  z podziałem na dwie grupy. Grupa I odpowiada próbkom nr 1 ÷ 4, wyciętym prostopadłe do kierunku walcowania arkusza blachy, natomiast grupa II,



próbkom nr 5 ÷ 9, wyciętym równoległe do kierunku walcowania blachy. W tab. 6 podano



**Rys. 61.** Wykres wydłużenia próbek badawczych od naprężeń w materiale.

zarówno wyniki uzyskane poszczególnych pomiarów jak i wartości uśrednione w poszczególnych grupach (średnie arytmetyczne). Dodatkowo obliczono odchylenie standardowe modułu Younga wg [8].

**Tabela 6.** Wartości modułu Younga oraz wytrzymałości materiału badanych próbek 1 ÷ 9.

Grupa	próbka	E [GPa]	E <sub>śr</sub> [GPa]	odchylenie standardowe	f <sub>y</sub> [MPa]	f <sub>y,śr</sub> [MPa]	odchylenie standardowe	f <sub>u</sub> [MPa]	f <sub>u,śr</sub> [MPa]	odchylenie standardowe
I	1	136	131,8	3,3	339	338,3	0,4	525	523,0	1,4
	2	133			338			523		
	3	131			338			523		
	4	127			338			521		
II	5	149	161,0	8,1	334	339,0	4,9	519	528,0	7,6
	6	170			334			523		
	7	157			339			526		
	8	159			341			531		
	9	170			347			541		

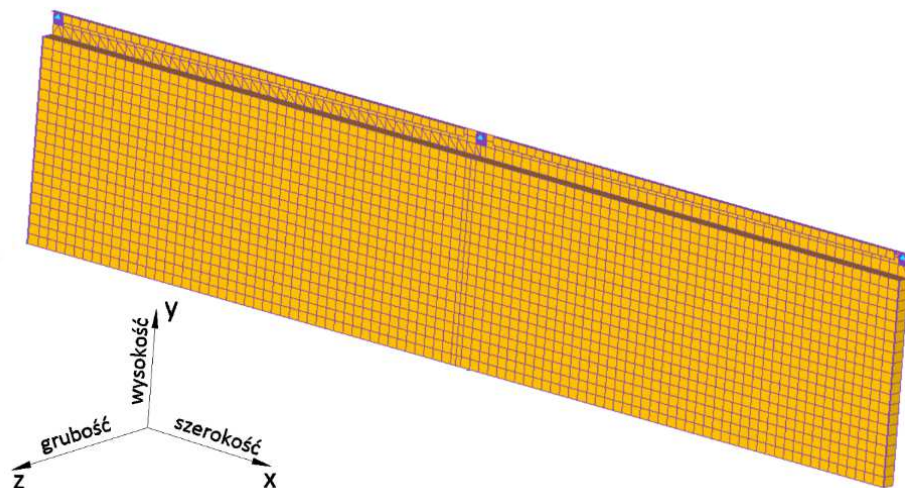
Należy zwrócić uwagę na fakt, iż kierunek walcowania ma znaczący wpływ na wartość modułu Younga materiału. Wpływ ten natomiast nie jest tak istotny w przypadku wartości granicy plastyczności, czy wytrzymałości materiału na rozciąganie.

Próbki wycięte zostały z lica jednego z przebadanych uprzednio kasetonów. Gatunek stali kasetonów, to S320 GD. Badania materiałowe potwierdziły zasadność klasyfikacji badanych próbek do wyżej wymienionego gatunku stali.

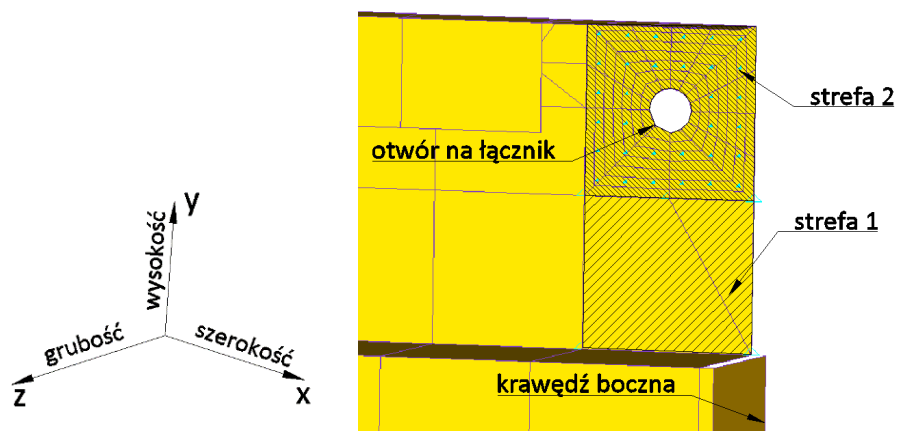
W modelu numerycznym zaimplementowano średnią wartości E z grupy I, tj. 132 GPa.

### 6.2.3. Warunki brzegowe

Układ współrzędnych w programie obliczeniowym został zaprezentowany na rys. 62.



Rys. 62. Układ współrzędnych w programie obliczeniowym.



Rys. 63. Obszary podporowe płyty kasetonowej w rejonie górnej krawędzi kasetonu elewacyjnego.

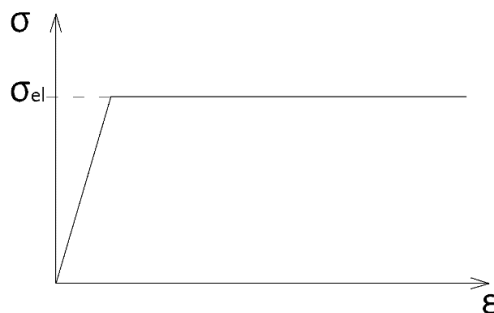
Warunki podparcia modelu kasetonu, podobnie jak w rzeczywistości, różniły się w zależności od kierunku obciążenia wiatrem. W przypadku parcia wiatru boczne krawędzie kasetonu, które przylegają do rusztu zostały zablokowane na kierunku prostopadłym do płaszczyzny lica kasetonu – kierunek z. Szczegóły zaimplementowanych w programie obliczeniowym warunków brzegowych przedstawiono w tab. 7.

**Tabela 7.** Zestawienie blokad punktów swobody ze względu na region kasetonu pod obciążeniem parciem oraz ssaniem wiatru.

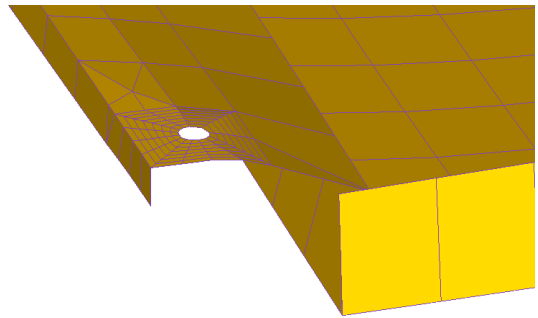
nazwa blokowanego obszaru	blokowany stopień swobody węzłów siatki ES											
	parcie						ssanie					
	$T_x$	$T_y$	$T_z$	$R_x$	$R_y$	$R_z$	$T_x$	$T_y$	$T_z$	$R_x$	$R_y$	$R_z$
krawędzie boczne	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
krawędź górna - strefa 1 (rys. 63)	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
krawędź górna - strefa 2 (rys. 63)	-	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-
otwór na łącznik	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
krawędź dolna	-	-	+	-	-	-	-	-	+	-	-	-

#### 6.2.4. Parametry analizy nieliniowej

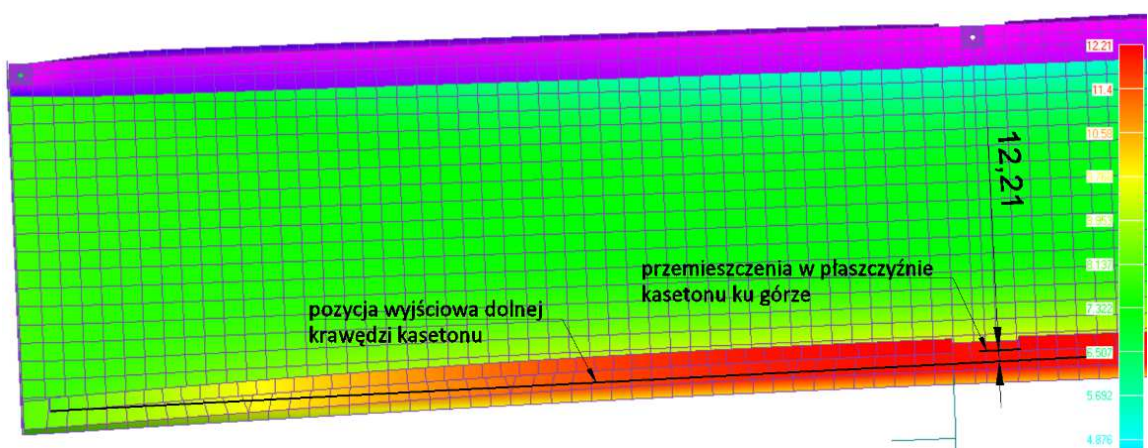
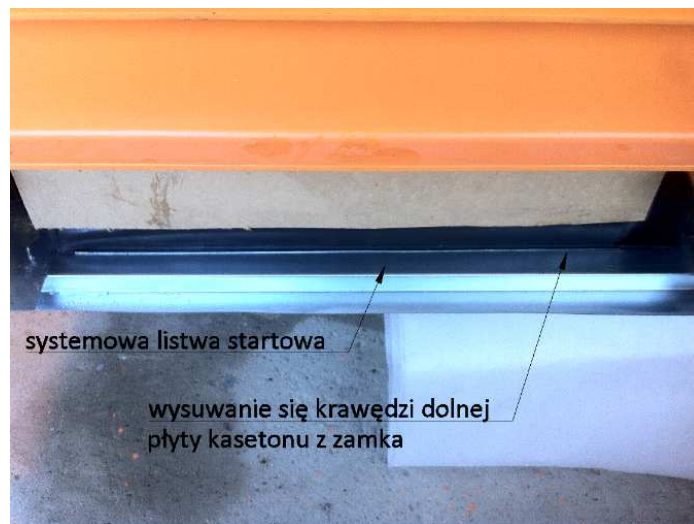
W programie przyjęto model idealnie sprężysto – plastyczny bez wzmocnienia wg rys. 64:



**Rys. 64.** Model materiałowy przyjęty w obliczeniach nieliniowych materiału.



**Rys. 65.** Porównanie rzeczywistych deformacji kasetonu z modelem komputerowym pod obciążeniem ssaniem wiatru.



**Rys. 66.** Porównanie kształtu rzeczywistych przemieszczeń krawędzi dolnej kasetonu pod obciążeniem ssaniem wiatru z kształtem uzyskanym w modelu numerycznym.

---

W parametrach zadania nieliniowego przyjęto 10 kroków obciążania. Do wyznaczania kolejnych macierzy sztywności podczas kolejnych kroków zastosowano metodę iteracyjną. Rozwiązanie nieliniowego równania przemieszczeń odbywało się przy pomocy pełnej metody Newtona - Raphsona.

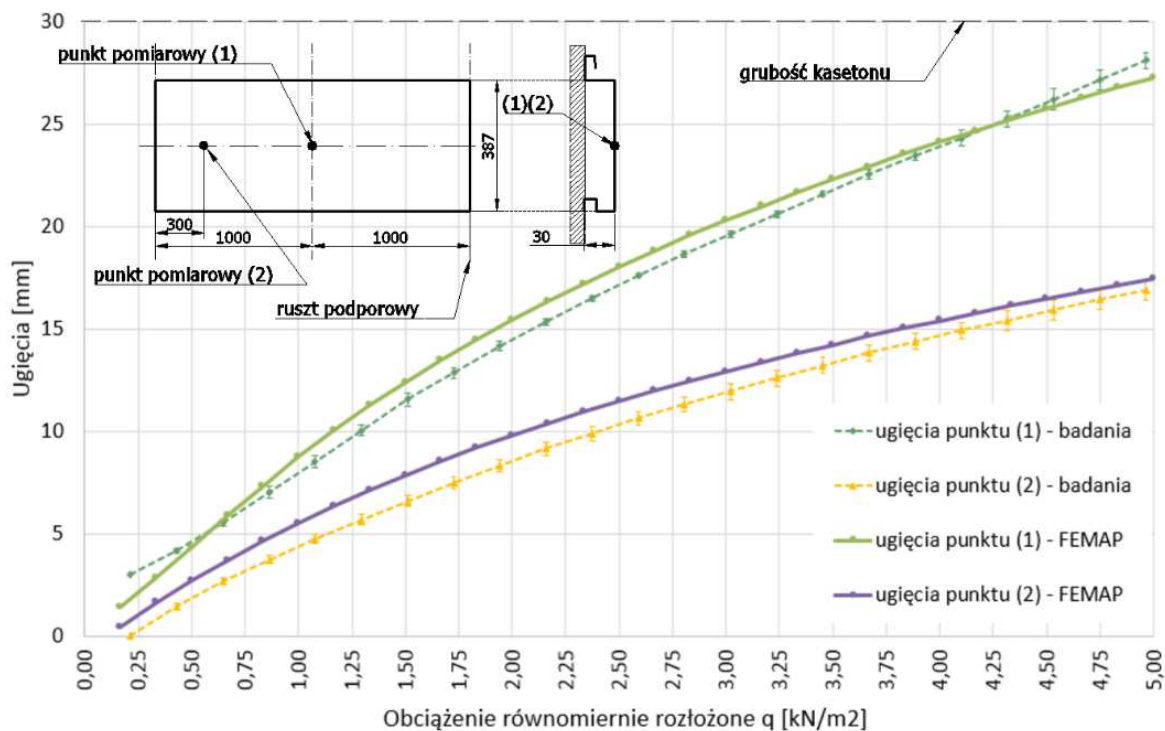
Zaimplementowane warunki podparcia kasetonu elewacyjnego pozwoliły na uzyskanie w analizie numerycznej podobnego do rzeczywistego kształtu deformacji górnej krawędzi obciążonej płyty (rys. 65 ÷ 66).

### **6.2.5. Weryfikacja modelu numerycznego**

W punkcie 5.4 niniejszego opracowania uzyskano szereg informacji dotyczących zachowania się okładzin kasetonowych pod obciążeniem symulującym parcie, lub ssanie wiatru. Uzyskane wyniki pozwoliły na sprawdzenie poprawności wykonanego modelu komputerowego.

#### **6.2.5.1. Parcie wiatru**

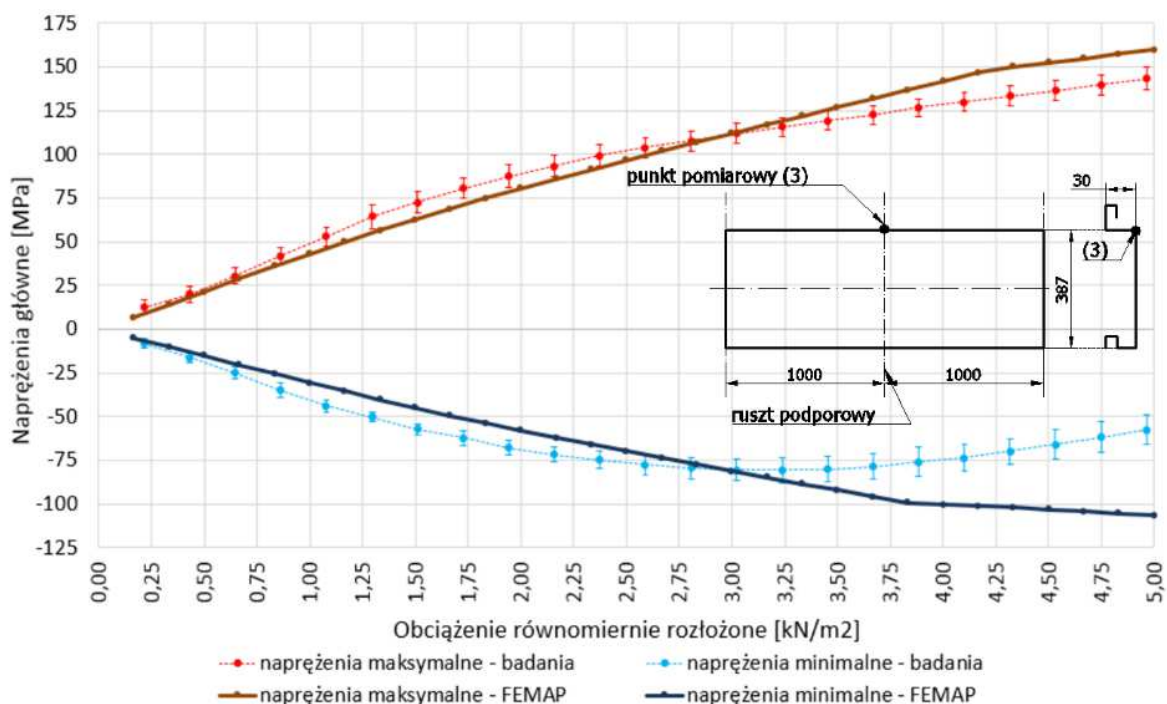
Kasetony o wymiarach lica 2030 x 387 oraz 2030 x 888 mm zostały poddane obciążeniom, skierowanym prostopadle do powierzchni kasetonu. Na rys. 67 oraz 68 można zaobserwować rozkład wartości ugięć w punktach kontrolnych (1) i (2) oraz zmianę wartości naprężeń głównych w punkcie pomiarowym (3) kasetonu 2030 x 387 mm, pod obciążeniem parciem wiatru. Jak można dostrzec na wykresach, wartości ugięć uzyskane w analizie numerycznej są bardzo zbliżone do wyników badań, a więc stanowią dobrą reprezentację badań eksperymentalnych. Wykres naprężeń w punkcie pomiarowym (3), otrzymany z analizy numerycznej, również zachowuje podobieństwo kształtu do wartości obciążenia równej około 3 kN/m<sup>2</sup>. W porównaniu do naprężeń uzyskanych z badań eksperymentalnych jest to moment, kiedy to wartości naprężeń minimalnych zaczynają maleć, co ma związek z podatnością rzeczywistego rusztu podporowego, który uginając się, uchyla się od przenoszenia obciążeń. W modelu numerycznym nie uwzględniono podatności rusztu podporowego, zakładając na krawędziach pionowych (bocznych) brak translacji na kierunku obciążenia. Charakterystyczną rzędną jest również wartość 3,75 kN/m<sup>2</sup> przy



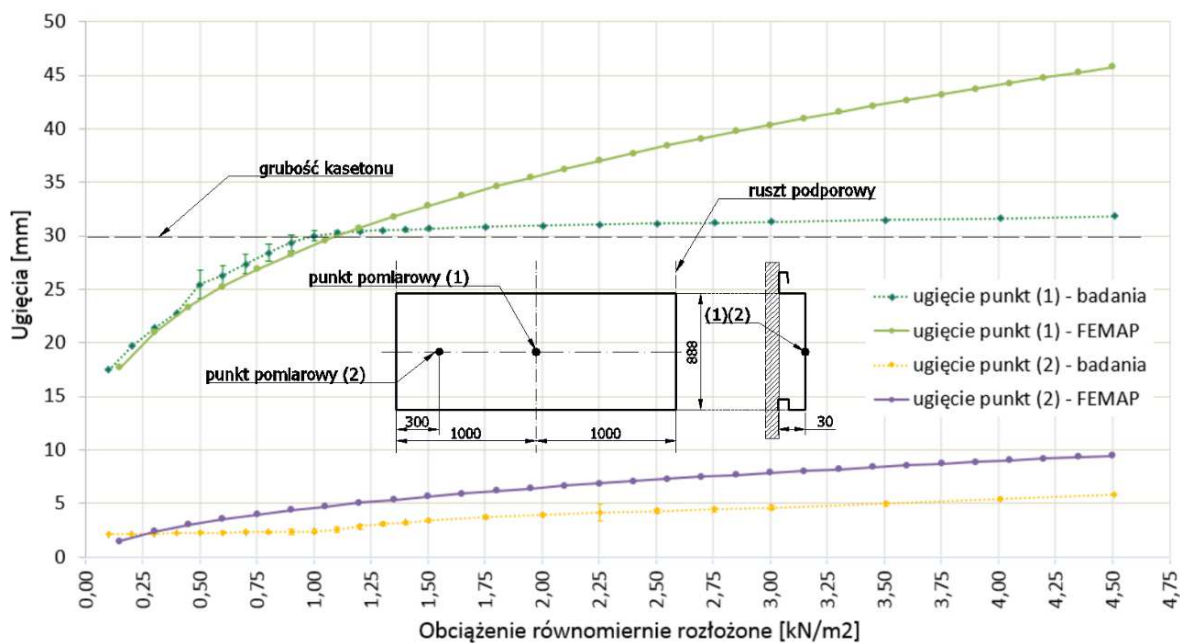
**Rys. 67.** Porównanie wartości deformacji kasetonu w punktach pomiarowych (1) i (2) uzyskanych w badaniach eksperymentalnych z wartościami uzyskanymi w modelu numerycznym pod obciążeniem parciem wiatru. Kaseton o wymiarach lica 2030 x 387 mm.

której, w wynikach naprężeń w modelu numerycznym, pojawia się zmiana kąta nachylenia wykresów naprężeń głównych. Ma to związek z translacjami poziomymi bocznych krawędzi kasetonu.

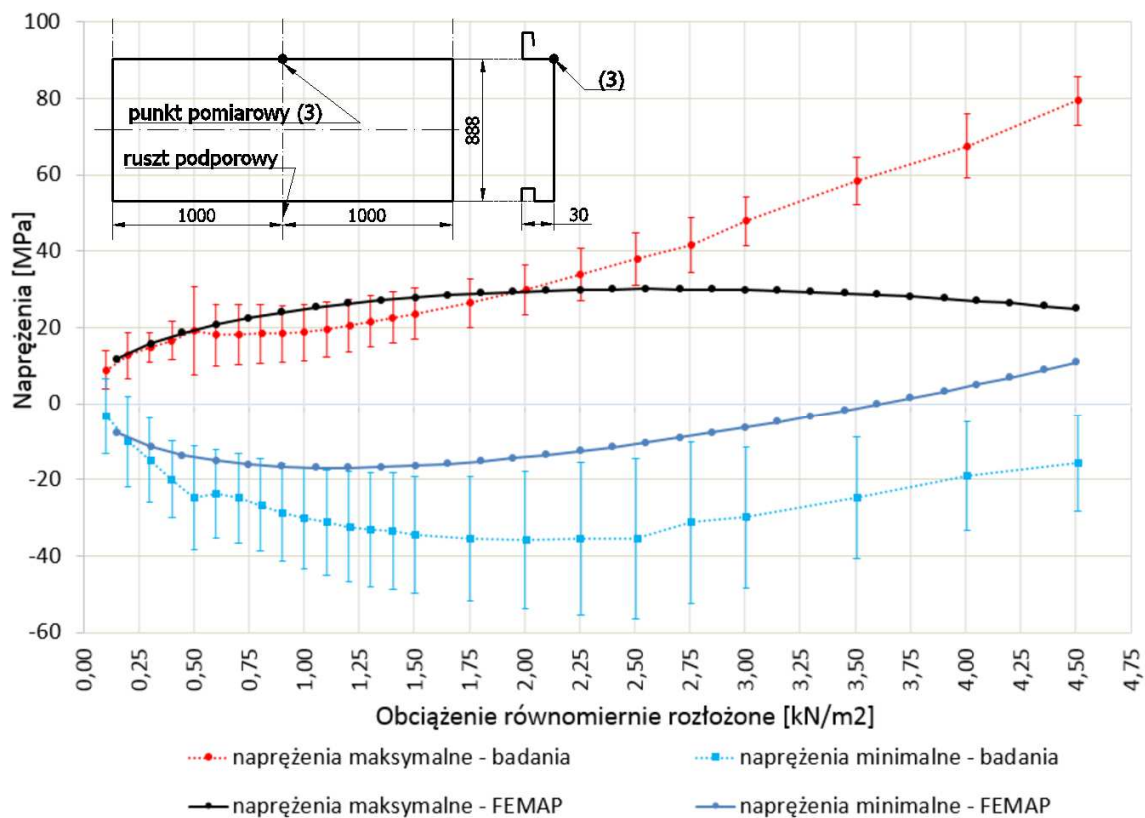
W przypadku kasetonu o wymiarach lica 2030 x 888 mm do momentu oparcia się kasetonu na ruszcie podporowym, tj. do wartości obciążenia 1 kN/m<sup>2</sup>, wyniki badań eksperymentalnych i analiz numerycznych są zbieżne. Analizując wykres ugięć zobrazowany na rys. 69, przemieszczenia punktu pomiarowego (1) są identyczne do momentu oparcia się kasetonu na ruszcie podporowym tj. do przemieszczenia równego 30 mm. Na wykresie ugięć uprzednio wymienionego punktu kontrolnego, w przypadku badań eksperymentalnych pojawia się załamanie, jednakże przemieszczenia dalej rosną, lecz z mniejszą intensywnością. W modelu numerycznym wzrost ugięć w punkcie (1) nie został ograniczony w momencie oparcia się powierzchni kasetonu na ruszcie podporowym.



**Rys. 68.** Porównanie wartości naprężeń w punkcie (3) kasetonu uzyskanymi w badaniach eksperymentalnych z wartościami uzyskanymi w modelu numerycznym pod obciążeniem parciem wiatru. Kaseton o wymiarach lica 2030 x 387 mm.



**Rys. 69.** Porównanie wartości deformacji kasetonu w punktach pomiarowych (1) i (2) uzyskanych w badaniach eksperymentalnych z wartościami uzyskanymi w modelu numerycznym pod obciążeniem parciem wiatru. Kaseton o wymiarach lica 2030 x 888 mm.



**Rys. 70.** Porównanie wartości naprężeń w punkcie (3) kasetonu uzyskanymi w badaniach eksperymentalnych z wartościami uzyskanymi w modelu numerycznym pod obciążeniem parciem wiatru. Kaseton o wymiarach lica 2030 x 888 mm.

Również i wykresy naprężeń głównych w punkcie pomiarowym (3) (rys. 70) zachowują zgodność do wartości obciążenia równej 1 kN/m<sup>2</sup>. Powyżej tej wartości wykresy naprężeń są rozbieżne, ze względu na brak uwzględnienia oparcia się kasetonu na ruszcie podporowym.

Kaseton o wymiarach lica 2730 x 1200 mm został pominięty w tej analizie, bowiem sam ciężar własny płyty wraz ze spoczywającą na nim folią PCV, powodował ugięcia powierzchni kasetonu rzędu 22mm. Co skutkowało, że już w początkowej fazie procesu obciążania następowało oparcie się powierzchni kasetonu na ruszcie podporowym.



### 6.2.5.2. Ssanie wiatru

W przypadku obciążenia ssaniem wiatru, w badaniach eksperymentalnych (rozdział 5.4.2) uzyskano informacje na temat wartości siły granicznej powodującej wysunięcie się kasetonu z zamka łączącego dwa kasetony, a w konsekwencji awarię elewacji. Weryfikacja modelu numerycznego polegała na zbudowaniu 9 modeli obliczeniowych odpowiadających geometrię kasetonom, które zostały przebadane doświadczalnie obciążeniem ssaniem wiatru.

Iteracyjne przykładanie obciążenia w modelu numerycznym pozwalało na śledzenie przyrostu przemieszczeń pionowych dolnej krawędzi kasetonu. Poszukiwaną wartością była wartość obciążenia, dla której przemieszczenia T2 (por. rys. 63) są większe od szerokości tzw. zamka tj. 12 mm (por. rys. 56).

Wartości obciążeń granicznych wyznaczonych na podstawie badań eksperymentalnych oraz obliczonych w modelu numerycznym zestawiono w tab. 8.

**Tabela 8.** Porównanie wartości siły niszczącej otrzymanej z badań, z siłą wyznaczoną na podstawie wzoru autorskiego oraz siłą z modelu numerycznego.

l.p.	oznaczenie	siła niszcząca [kN/m <sup>2</sup> ]			błąd względny[%] (A-C)/A
		A - badania	B - wzór (11)	C - model numeryczny	
1	1030 x 444	-	-	6,75	-
2	1830 x 348	-	-	5,23	-
3	1830 x 541	3,9	3,48	4,22	8,2
4	2030 x 387	3,8	4,20	4,12	8,4
5	1830 x 800	1,9	2,12	2,03	6,8
6	2730 x 552	1,5	1,44	1,61	7,3
7	2030 x 888	1,4	1,46	1,49	6,4
8	2730 x 811	0,9	0,89	0,98	8,9
9	2730 x 1200	0,6	0,54	0,62	3,3

## 7. WYZNACZENIE BEZPIECZNEGO ZAKRESU GABARYTÓW KASETONÓW.

Pozytywna weryfikacja modeli numerycznych kasetonów obciążonych ssaniem i parciem wiatru stanowiła podstawę do zbudowania kolejnych dwunastu modeli numerycznych o wymiarach:

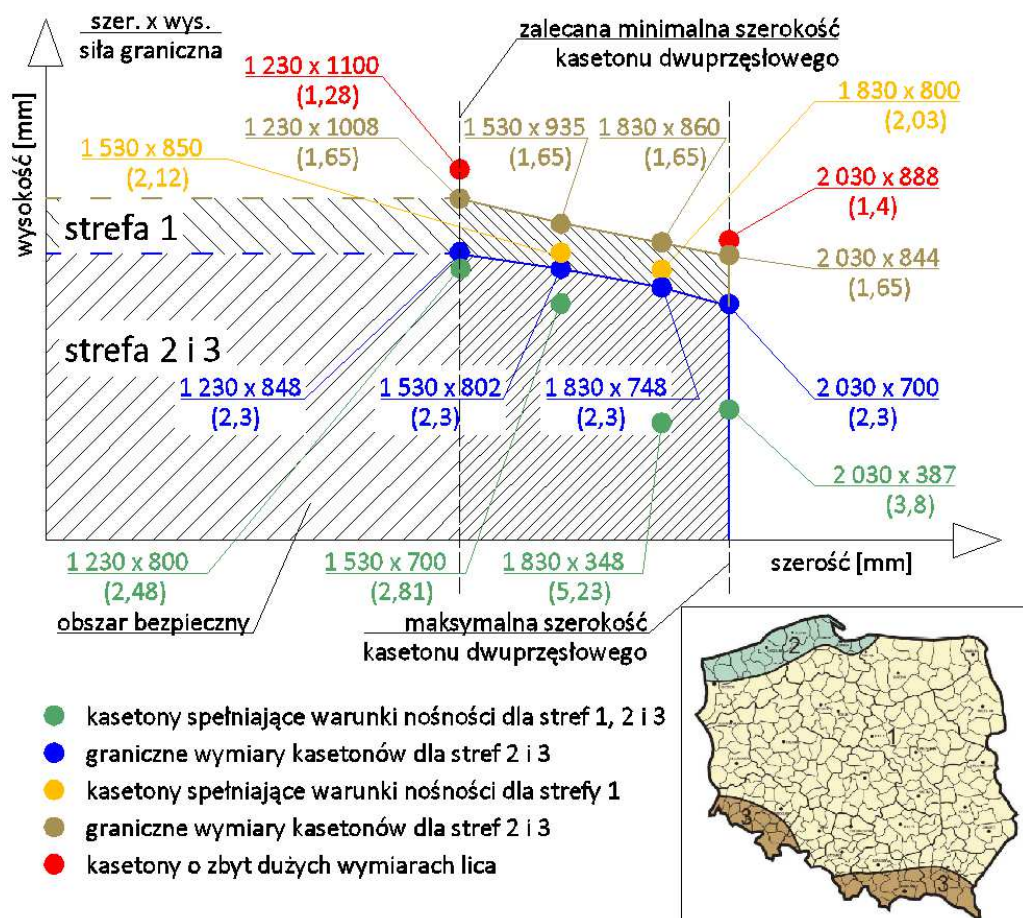
1230 x 800, 1230 x 848, 1230 x 1008, 1230 x 1100,

1530 x 700, 1530 x 802, 1530 x 850, 1530 x 935,

1830 x 748, 1830 x 860,

2030 x 700, 2030x844 mm.

Celem dodatkowej analizy było określenie zakresu bezpiecznych gabarytów płyt kasetonowych o grubości blachy  $t = 1,15$  mm dla dwuprzęsłowego schematu podparcia.



**Rys. 71.** Graniczne wymiary dwuprzęsłowego kasetonu elewacyjnego dla charakterystycznych wartości ciśnienia wiatru określonych w przykładzie w pkt. 5.5, z podziałem na trzy strefy wiatrowe.

---

Zakres ten został opisany dla kasetonów o geometrii zaprezentowanej w rozdziale 2.4 niniejszego opracowania. Na rys. 71 zaznaczono graniczne wymiary kasetonów dla obciążenia elewacji wiatrem przyjętego z przykładu obliczeniowego z rozdziału 5.5 niniejszego opracowania. Maksymalny rozstaw rusztu podporowego równy 1 m ograniczył obszar poszukiwań do szerokości kasetonu mniejszej od 2 m. Ze względów ekonomicznych zalecana minimalna szerokość kasetonu dwuprzęsłowego to 1,2 m. W tak wyznaczonym obszarze budowano modele numeryczne, by uzyskać maksymalne wymiary kasetonów spełniające warunki graniczne stref wiatrowych 1 oraz 2 i 3.

---

## 8. WNIOSKI

Brak we współczesnej literaturze dokładnych analiz płyt podpartych sprężystością na obwodzie, uwzględniających pełną geometrię kasetonu wraz ze wszystkimi zagięciami krawędziowymi, powoduje, że kasetony elewacyjne projektowane są metodą prób i błędów, z zastosowaniem przybliżonych metod obliczeniowych.

Kasetony elewacyjne nie stanowią nowego rozwiązania w konstrukcji ścian osłonowych, jednakże współczesny trend do minimalizacji masy konstrukcji powoduje, że stalowe okładziny kasetonowe są coraz cieńsze, przez co są bardziej wrażliwe na przybliżenie modelu obliczeniowego. Błąd stosowania uproszczonego modelu obliczeniowego skutkuje zwiększoną wrażliwością na wszelakie deformacje, zarówno w czasie montażu jak i eksploatacji.

Kasetony elewacyjne przy obciążeniu parciem wiatru opierają się o systemowy ruszt podporowy, co sprawia, że w zakresie obciążeń normowych elewacji wiatrem, stan ten uważa się za bezpieczny.

W przypadku kasetonów elewacyjnych analizowanych w niniejszej pracy:

- obciążenie ssaniem wiatru, przy większych gabarytach kasetonów, prowadzi do ich wysuwania się z zamka systemowego pomiędzy kasetonami, na dolnej krawędzi płyty. Już przy małych obciążeniach może dojść do całkowitego wysunięcia się kasetonu z zamka oraz awarię elewacji, co jest jednoznaczne z niespełnieniem SGN.
- autorski wzór na wartość siły niszczącej w zakresie objętym badaniami eksperymentalnymi umożliwia predykcję maksymalnych gabarytów kasetonów elewacyjnych.

Wykonanie badań materiałowych umożliwiło zaimplementowanie w programie numerycznym rzeczywistych cech materiałowych konstrukcji (szczególnie modułu Younga) i wpłynęło znacząco na zbieżność rozwiązania numerycznego z eksperymentem.

---

Autor planuje rozbudowę modelu numerycznego o elementy kontaktu powierzchni lica kasetonu oraz rusztu podporowego, rozszerzenie zakresu stosowalności okładzin zamieszczonego na rys. 68 o kasetony trój- i czteroprzęsłowe oraz uogólnienie autorskiego wzoru na siłę niszczącą, by możliwe było jego stosowanie również poza obszarem objętym badaniami eksperymentalnymi.

Wyniki niniejszej pracy mogą również stanowić dane wyjściowe do rozwiązania problemu optymalizacji konstrukcji elewacji z kasetonów stalowych z uwagi na minimum masy konstrukcji. W zadaniu takim zmiennymi projektowymi są nie tylko wymiary kasetonu, ale także rozstaw prętów rusztu wsporczego.

---

## 9. FINANSOWANIE

Badania eksperymentalne zostały przeprowadzone dzięki dwóm źródłom finansowania. Pierwszym źródłem były środki finansowe pozyskane indywidualnie ze strony przemysłu od producenta okładzin kasetonowych, zainteresowanego wynikami prowadzonych analiz. Oprócz połowicznego pokrycia kosztów wytworzenia stanowiska, producent nieodpłatnie dostarczył wszystkie kasetony elewacyjne o różnych wymiarach lica kasetonu, elementy firmowego rusztu podporowego jak i elementy złączne, takie same jakie używa się w rzeczywistych warunkach polowych do montażu tego typu elewacji. Drugim źródłem finansowania był grant wydziałowy dla młodych pracowników nauki. Pozyskana kwota pozwoliła na pokrycie kosztów wytworzenia stanowiska, jego montażu na hali hydro Politechniki Gdańskiej oraz opłacenie pracownika technicznego.

---

## 10. Bibliografia

- [1] J. M. Anderson and J. Gill, *Rainscreen Cladding: A Guide to Design Principles and Practice*. 1988, p. 112
- [2] A. Bailey, Brian and T. Wood, "Fixing and coupling of panels and cladding," 1989
- [3] A. Baskaran, *Review of design guidelines for pressure equalized rainscreen walls*, no. 6. 1992
- [4] A. A. Becker, *Introductory Guide to Finite Element Analysis*. ASME Press, 2003, p. 176
- [5] F. A. Beer, "Rainscreen wall panel," 1975
- [6] J. Bendick, *Archimedes and the Door of Science (Living History Library)*. Bethlehem Books, 1995, p. 160
- [7] J. I. Bernoulli, "Essai theorique sur les vibrations de plaques elastiques rectangularies et libers," *Novi Commentari Acad Petropolit*, vol. 5, 1789
- [8] A. Biegus, *Probabilistyczna Analiza Konstrukcji Stalowych*. Warszawa - Wrocław: Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999, p. 197
- [9] W. Brown, M. Rousseau, and W. Dalgliesh, "Field Testing of Pressure-Equalized Rainscreen Walls," *ASTM STP*, no. March, 1991
- [10] I. G. Bubnov, "On the Stresses in Ships' Bottom Plating Due to Water Pressure," in *Transactions of the Royal Institution of Naval Architects*, vol. 44, London, 1902, pp. 15–47
- [11] I. G. Bubnov, "Об одном методе определения главных размеров проектируемого судна," *Ежегодник Союза морских инженеров*, 1916
- [12] I. G. Bubnov, "The Design of Ships," in *Structural Ship Mechanics*, 1912, pp. 331–640
- [13] I. G. Bubnov, *The Design of "Sevastopol" Type Battleships (1907-1908)*. St. Petersburg, 1913
- [14] J. C. Burgess and G. McCardle, "Building cladding air pressure equalisation investigations-comparison between field results and a numerical model," *Building and Environment*, vol. 35, no. 3, pp. 251–256, Apr. 2000
- [15] E. F. F. Chladni, *Entdeckungen über die theorie des klang*. 1787
- [16] E. C. Choi and Z. Wang, "Study on pressure-equalization of curtain wall systems," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 73, no. 3, pp. 251–266, Mar. 1998
- [17] J. Chróścielewski, J. Makowski, and W. Pietraszkiewicz, *Statyka i dynamika powłok wielopłatowych*. Warszawa, 2004, p. 612

- 
- [18] R. F. A. Clebsch, *Theorie de l'Élasticité des Corps Solides*. 1883
- [19] CMHC, "Rain penetration control: Applying current knowledge," 2001
- [20] O. Darrigol, "The First Five Births of the Navier-Stokes Equation," vol. 56, pp. 95–150, 2002
- [21] O. Drucker, "Exterior wall panel drainage system," 1990
- [22] D. B. Enns, "Rainscreen attachment system," 2010
- [23] C. Erdem İmrak and I. Gerdemeli, "The problem of isotropic rectangular plate with four clamped edges," *Sadhana*, vol. 32, no. 3, pp. 181–186, Jan. 2008
- [24] P. Fazio and T. Kontopidis, "Cavity pressure in rain screen walls," *Building and Environment*, vol. 23, no. 2, pp. 137–143, Jan. 1988
- [25] B. G. Galerkin, *Упругие тонкие плиты*. 1933, p. 370
- [26] S. Germain, *Remarques sur la nature, les bornes et l'étendue de la question des surfaces élastiques et equation general de ces surfaces*. Paris, 1826
- [27] R. T. Griffiths, "Wall panel system with snap clip," 2009
- [28] R. T. Griffiths, "Wall panel system with snap-on clip," 2009
- [29] H. Hencky, "Über den Spannungszustand in kreisrunden Platten mit verschwindender Biegesteifigkeit," *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, vol. 63, no. 311–317, 1915
- [30] W. J. Higgins, "Open joint wall panel system," 2002
- [31] M. T. Huber, *Teoria sprężystości, Część 1*. Polska Akademia Nauk, 1954
- [32] K. K. and K. Schweizerhof, "Buckling of Cylindrical Shells Containing Granular Solids." p. 18, 1995
- [33] T. von Karman, "Festigkeitsproblem im Maschinenbau." 1910
- [34] V. Kazek, "Evaluation of Integrated Photovoltaic Systems on Facades," 2012
- [35] D. D. Kerr, *Annotated bibliography on the rain screen principle*, no. 45. 1985
- [36] I. R. Killip and D. W. Cheetham, "The prevention of rain penetration through external walls and joints by means of pressure equalization," *Building and Environment*, vol. 19, no. 2, pp. 81–91, Jan. 1984
- [37] G. Kirchhoff, *Vorlesungen über mechanik*. B. G. Teubner, 1850, p. 464
- [38] P. M. Knupp, "Algebraic mesh quality metrics for unstructured initial meshes," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 39, no. 3, pp. 217–241, 2003
-



- 
- [39] N. I. Kryłow, "On Stresses Experienced by a Ship in a Seaway," *Transactions of the Royal Institution of Naval Architects*, vol. 40, 1898
- [40] K. S. Kumar, "Pressure equalization of rainscreen walls: a critical review," *Building and Environment*, 2000
- [41] M. Levy, "Mémoire sur la théorie des plaques élastiques planes.," *JOURNAL DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES*, vol. 3, pp. 219–306, 1877
- [42] P. Lewandowski and E. Urbańska-Galewska, "Wpływ warunków brzegowych na naprężenia w stalowych okładzinach kasetonowych," 2011
- [43] A. E. H. Love, *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, vol. 0. 1892
- [44] R. S. Matthews, M. R. C. Bury, and D. Redfearn, "Investigation of dynamic water penetration tests for curtain walling," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 60, no. null, pp. 1–16, Apr. 1996
- [45] E. L. Mitchell, "Method and apparatus for wall construction." 22-Sep-1998
- [46] R. W. Olsen, "Panel Wall System," 1986
- [47] A. Piekarczyk, "Ściany osłonowe z oszkleniem mocowanym mechanicznie. cz.2," *Świat Szkła*, no. 6, pp. 14–19, 2005
- [48] K. Rykaluk, *Pęknięcia w konstrukcjach stalowych*. Wrocław: Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, 2000, p. 226
- [49] C. Sanjuan, M. N. Sánchez, M. del R. Heras, and E. Blanco, "Experimental analysis of natural convection in open joint ventilated façades with 2D PIV," *Building and Environment*, vol. 46, no. 11, pp. 2314–2325, Nov. 2011
- [50] T. A. Shreiner, W. W. Vincent, and R. W. Olsen, "Panel wall system," 1989
- [51] S. Smith and A. D. Smith, "rain screen system," 2011
- [52] H. H. Statham, "Vitruvius: The Ten Books of Architecture. Translated by Prof. Morris H. Morgan. With illustrations prepared under the direction of Prof. H. Langford Warren, 10 × 6¾, xiii + 331 pp. 61 illustrations. Cambridge: Harvard University Press. London: H. Milford.," *Journal of Roman Studies*, vol. 4, pp. 234–235, Sep. 1914
- [53] J. Straube, R. VanStraaten, and E. Burnett, "Field studies of ventilation drying," 2004. *Proc. of Buildings IX. ...*, 2004
- [55] J. Straube, "Pressure moderation and rain penetration control," *FEBS letters*, pp. 1–51, Jul. 2001
- [56] K. Y. Sze, X. H. Liu, and S. H. Lo, "Popular benchmark problems for geometric nonlinear analysis of shells," vol. 40, pp. 1551–1569, 2004
-

- 
- [57] R. Szilard, "Theories and Applications of Plate Analysis," Wiley, New Jersey, 2004
- [58] R. L. Taylor and S. Govindjee, "Solution of clamped rectangular plate problems," *Communications in Numerical Methods in Engineering*, vol. 20, no. 10, pp. 757–765, Jul. 2004
- [59] S. P. Timoshenko, *History of strength of materials*. McGraw-Hill New York, 1953
- [60] S. P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, *Theory of plates and shells*. 1959, p. 580
- [61] S. P. Timoshenko, *Kypc meopuu ynpызocmu*. 1914, p. 132
- [62] L. Ting and M. Raymond, "Vertical Joint Sealing of Horizontal Wall Panels," 1988
- [63] L. Ting and M. Raymond, "Externally drained wall joint design," 1989
- [64] L. Ting and M. L. Raymond, "Externally drained wall joint," 1997
- [65] Z. Waszczyszyn, C. Cichoń, and M. Radwańska, *Metoda elementów skończonych w statyce konstrukcji*. 1990, p. 374
- [66] J. Xie, G. D. Schuyler, and H. R. Resar, "Prediction of net pressure on pressure equalized cavities," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 44, no. 1–3, pp. 2449–2460, Oct. 1992
- [67] B. J. Zeeff, "Exterior panel," 2004
- [68] K. Zębała, A. Zastawna-Rumin, A. Kłosak, and L. Dulak, "AKUSTYCZNĄ A IZOLACYJNOŚCIĄ TERMICZNĄ ŚCIAN JEDNO- I WIELOWARSTWOWYCH RELATION BETWEEN PARTITION THERMAL RESISTANCE AND SOUND INSULATION," 2012
- [69] "Rozporządzenie Ministra Infrastruktury z dnia 12 kwietnia 2002 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie (Dz.U. z 2002 r. Nr 75, poz. 690 z późn. zm.) wraz ze zmianami z 6 listopada 2008 r.," 2008
- [70] "PN-EN ISO 13788:2002." 2002
- [71] "PN-77/B-02011." 2011
- [72] "PN-EN ISO 6892-1 Rozciąganie metali." 2010

## Spis rysunków

1	Nazwa rysunku	strona
Rys. 1	Lewa strona: Widoczne zaburzenia płaskości elewacji powstałe podczas montażu okładziny elewacyjnej. Prawa strona: Poprawnie wykonana elewacja z idealnym odbiciem światła. <i>Fot. Piotr Lewandowski.</i>	7
Rys. 2	Przykładowy rozkład temperatury i ciśnienia cząstkowego pary wodnej dla ściany trójwarstwowej, obliczony w programie Audytor OZC.	13
Rys. 3	Lewa strona: Wykorzystanie prefabrykowanych elementów ściennych do budowy elewacji wieżowca Ratusza Miejskiego we Frankfurcie. Prawa strona: typowa, zewnętrzna konstrukcja nośna budynków wysokościowych w latach 70tych XX wieku. <i>Źródło: www.wikimedia.org.</i>	14
Rys. 4	Elementy składowe elementu okładzinowego wg patentu Beera [5].	15
Rys. 5	Elementy składowe stalowego kasetonu elewacyjnego wg patentu Olsena [46]. Lewo: szczegół podłączenia zaczepów montażowych kasetonu elewacyjnego do ściany nośnej, prawo: aksonometria kasetonu wraz z widocznymi zaczepami.	15
Rys. 6	Przyczyny zawilgocenia złączy pomiędzy kasetonami elewacyjnymi:	17
Rys. 7	Elementy składowe systemu elewacyjnego wg patentu Higginsa [30].	18
Rys. 8	Elementy składowe systemu elewacji typu „rainscreen”.	20
Rys. 9	Mechanizm wyrównywania ciśnienia w systemach przeciwdeszczowych typu PER (opis w tekście).	21
Rys. 10	Mechanizm wyrównywania ciśnienia w systemach przeciwdeszczowych typu D/BV (opis w tekście).	22
Rys. 11	Elementy części wewnętrznej izolacji. Widoczny ruszt podporowy, izolacja z wełny mineralnej oraz folia wiatroizolacji. <i>Fot. materiały firmy Balexmetal.</i>	23
Rys. 12	Wykrój płyty z zaznaczonymi krawędziami oraz liniami zagięć kasetonu.	24
Rys. 13	Okładzina kasetonowa z charakterystycznym nazewnictwem oraz wymiarami.	24
Rys. 14	Ruszt podporowy przytwierdzony do ściany nośnej, gotowy do montażu warstwy ocieplenia, wiatroizolacji oraz kasetonów elewacyjnych. <i>Fot. materiały firmy Balexmetal.</i>	25
Rys. 15	Części składowe analizowanego systemu okładzin kasetonowych.	26
Rys. 16	Deformacja belki wg klasycznej teorii Eulera-Bernoulliego pod obciążeniem $q(x)$ . <i>Szkic P. Lewandowski.</i>	30
Rys. 17	Porównanie kształtów deformacji przekrojów pomiędzy podejściem klasycznym Eulera-Bernoulliego, a teorią Timoszenki, dla płyt grubych pod obciążeniem $q(x)$ . <i>Szkic P. Lewandowski.</i>	31

Rys. 18	Charakterystyczne mapy rozkłady piasku na powierzchni drgającej płyty przy zmiennej częstotliwości wzbudzenia układu.	32
Rys. 19	Schemat deformacji punktu membrany pod obciążeniem $q(x, y)$ . <i>Szkic P. Lewandowski.</i>	41
Rys. 20	Mapa ugięć płyty dla analizowanego przykładu obliczeniowego.	43
Rys. 21	Mapa momentów $m_x$ dla analizowanego przykładu obliczeniowego.	43
Rys. 22	Mapa momentów $m_y$ dla analizowanego przykładu obliczeniowego.	43
Rys. 23	Mapa ugięć płyty dla analizowanego przykładu obliczeniowego.	45
Rys. 24	Mapa momentów $m_x$ dla analizowanego przykładu obliczeniowego.	45
Rys. 25	Mapa momentów $m_y$ dla analizowanego przykładu obliczeniowego.	45
Rys. 26	Modelowanie warunków brzegowych dla płyt kasetonowych: a) określanie sztywności rotacyjnej podpory sprężystej, b) określanie sztywności translacyjnej podpory sprężystej, c) złożone warunki brzegowe płyty [42].	47
Rys. 27	Wymiary badanych kasetonów.	49
Rys. 28	Projekt stanowiska badawczego wykonanego w programie ASD Autodesk.	51
Rys. 29	Zdjęcie stanowiska badawczego z opisanymi elementami składowymi. <i>Fot. P. Lewandowski.</i>	52
Rys. 30	Zdjęcie montażu szalunku pod obciążenie wodą, symulujące parcie wiatru na powierzchnię kasetonu. <i>Fot. P. Lewandowski.</i>	53
Rys. 31	Widok kasetonu podwieszanego do konstrukcji nośnej stanowiska badawczego w celu umożliwienia obciążania wodą symulującego ssanie wiatru. <i>Fot. P. Lewandowski.</i>	53
Rys. 32	Klasyfikacja sił wg H. Zieglera.	54
Rys. 33	Typowe definicje obciążenia parciem w zależności od medium go wywołującego, wg [32].	55
Rys. 34	Schemat uproszczenia modelu obciążenia: a) parcie wiatru, b) obciążenie realizowane w badaniach eksperymentalnych.	55
Rys. 35	Rozmieszczenie punktów pomiarowych na płaszczyźnie lica kasetonu.	56
Rys. 36	Przyklejona rozeta tensometryczna do powierzchni lica kasetonu z zaznaczonymi kierunkami tensometrów. <i>Fot. P. Lewandowski.</i>	56
Rys. 37	Wykorzystanie laserowego czujnika przemieszczeń do rejestracji ugięć płyt. <i>Fot. P. Lewandowski.</i>	57
Rys. 38	Wykorzystanie indukcyjnego czujnika przemieszczeń do rejestracji ugięć powierzchni płyty kasetonu. <i>Fot. P. Lewandowski.</i>	57
Rys. 39	Lewo: stanowisko do rejestracji pomiarów, prawo: kontrola pomiaru ilości wody w czasie opróżniania stanowiska. <i>Fot. P. Lewandowski.</i>	58

Rys. 40.	Napełnianie komór wanny wodą w przypadku obciążenia symulującego ssanie wiatru, na fotografii również widoczny system dostarczania wody do stanowiska. <i>Fot. P. Lewandowski.</i>	58
Rys. 41.	Wykres ugięć punktu środkowego kasetonu od obciążenia równomiernie rozłożonego (przypadek parcia wiatru). Wymiary kasetonu 2030 x 888 mm. Trzy cykle obciążenia.	59
Rys. 42.	Wykres ugięć punktu środkowego kasetonu od obciążenia równomiernie rozłożonego (przypadek parcia wiatru). Wymiary kasetonu 2030 x 888 mm. Pięć cykli obciążenia.	60
Rys. 43.	Wykres ugięć punktu środkowego lica kasetonu pod wpływem obciążenia równomiernie rozłożonego (przypadek parcia wiatru). Wymiary kasetonu 2730 x 1200 mm. Sześć cykli obciążenia.	61
Rys. 44.	Oparcie się powierzchni lica kasetonu o systemowy ruszt podporowy w wyniku działania parcia wiatru. <i>Fot. P. Lewandowski.</i>	62
Rys. 45.	Wartości ugięć kasetonu o powierzchni lica 2030 x 888 mm pod wpływem parcia wiatru.	63
Rys. 46.	Ugięcia powierzchni lica kasetonu o wymiarach 2030 x 888 mm przy obciążeniu parciem wiatru. Po lewej: przed oparciem, po prawej: po oparciu się o systemowy ruszt. <i>Fot. P. Lewandowski.</i>	64
Rys. 47.	Wartości naprężeń i kąta maksymalnych naprężeń w punkcie (3), kasetonu o wymiarach lica 2030 x 888mm, pod wpływem parcia wiatru.	64
Rys. 48.	Kierunki naprężeń głównych w punkcie krawędziowym (3). Powierzchnia lica kasetonu o wymiarach 2030 x 888 mm. Obciążenie parciem wiatru.	65
Rys. 49.	Wartości naprężeń i ugięć kasetonu o powierzchni lica 2030 x 387mm w wyniku parcia wiatru.	66
Rys. 50.	Wartości naprężeń i ugięć kasetonu o powierzchni lica 2030 x 387mm w wyniku parcia wiatru.	67
Rys. 51.	Kierunki naprężeń głównych w punkcie krawędziowym (3). Powierzchnia lica kasetonu o wymiarach 2030 x 888 mm. Obciążenie parciem wiatru.	67
Rys. 52.	Schemat deformacji kasetonu elewacyjnego pod wpływem działania parcia wiatru.	68
Rys. 53.	Wysunięcie się kasetonu z systemowego zamka pod wpływem ssania wiatru. <i>Fot. P. Lewandowski</i>	70
Rys. 54.	Deformacje plastyczne w okolicach łącznika przy obciążeniu ssaniem wiatru. <i>Fot. P. Lewandowski</i>	73
Rys. 55.	Wysuwanie się krawędzi dolnej kasetonu z systemowego zamka. <i>Fot. P. Lewandowski</i>	73
Rys. 56.	Schemat deformacji kasetonu elewacyjnego pod wpływem działania ssania wiatru.	74

Rys. 57.	Charakterystyczne wartości ciśnienia wiatru dla poszczególnych stref wiatrowych dla budynku o wysokości 15m dla schematu parcia i ssania wiatru na przegrodę pionową. Wartości wyrażone w [kN/m <sup>2</sup> ].	75
Rys. 58.	Siatka elementów skończonych na powierzchni lica kasetonu oraz jej zagęszczenie w okolicach łącznika na górnej krawędzi.	79
Rys. 59.	Sprawdzenie jakości siatki przy użyciu kryterium jakobianu transformacji w rejonie otworu na krawędzi górnej kasetonu.	79
Rys. 60.	Łódeczkowe próbki do badań wycięte z blachy kasetonu elewacyjnego z podziałem na dwa kierunki odpowiadające kierunkom walcowania stali.	80
Rys. 61.	Wykres wydłużenia próbek badawczych od naprężeń w materiale.	81
Rys. 62.	Układ współrzędnych w programie obliczeniowym.	82
Rys. 63.	Obszary podporowe płyty kasetonowej w rejonie górnej krawędzi kasetonu elewacyjnego.	82
Rys. 64.	Model materiałowy przyjęty w obliczeniach nieliniowych materiału.	83
Rys. 65.	Porównanie rzeczywistych deformacji kasetonu z modelem komputerowym pod obciążeniem ssaniem wiatru.	84
Rys. 66.	Porównanie kształtu rzeczywistych przemieszczeń krawędzi dolnej kasetonu pod obciążeniem ssaniem wiatru z kształtem uzyskanym w modelu numerycznym.	84
Rys. 67.	Porównanie wartości deformacji kasetonu w punktach pomiarowych (1) i (2) uzyskanych w badaniach eksperymentalnych z wartościami uzyskanymi w modelu numerycznym pod obciążeniem parciem wiatru. Kaseton o wymiarach lica 2030 x 387 mm.	86
Rys. 68.	Porównanie wartości naprężeń w punkcie (3) kasetonu uzyskanymi w badaniach eksperymentalnych z wartościami uzyskanymi w modelu numerycznym pod obciążeniem parciem wiatru. Kaseton o wymiarach lica 2030 x 387 mm.	87
Rys. 69.	Porównanie wartości deformacji kasetonu w punktach pomiarowych (1) i (2) uzyskanych w badaniach eksperymentalnych z wartościami uzyskanymi w modelu numerycznym pod obciążeniem parciem wiatru. Kaseton o wymiarach lica 2030 x 888 mm.	87
Rys. 70.	Porównanie wartości naprężeń w punkcie (3) kasetonu uzyskanymi w badaniach eksperymentalnych z wartościami uzyskanymi w modelu numerycznym pod obciążeniem parciem wiatru. Kaseton o wymiarach lica 2030 x 888 mm.	88
Rys. 71.	Graniczne wymiary dwuprzęsłowego kasetonu elewacyjnego dla charakterystycznych wartości ciśnienia wiatru określonych wg. przykładu 5.5 z podziałem na trzy strefy wiatrowe.	90

---

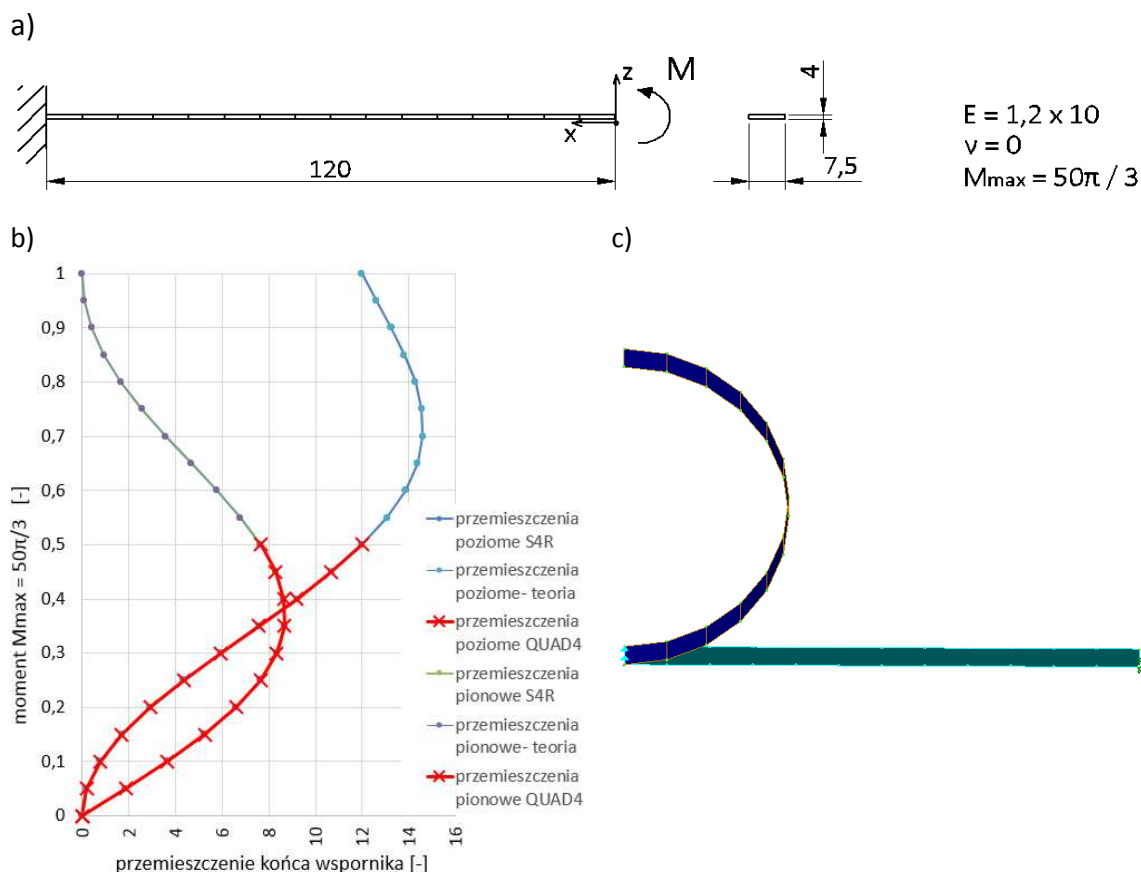
## Spis tabel

	Opis tabeli.	strona
Tab. 1	Porównanie wyników analiz przeprowadzonych różnymi metodami dla czterech krawędzi płyty swobodnie podpartych.	44
Tab. 2	Porównanie wyników analiz przeprowadzonych różnymi metodami dla czterech krawędzi płyty utwierdzonych.	46
Tab. 3	Graniczne wartości siły niszczącej. Przypadek ssania wiatru.	71
Tab. 4	Porównanie wartości siły niszczącej otrzymanej z badań, z siłą wyznaczoną na podstawie wzoru autorskiego.	72
Tab. 5	Zestawienie możliwości zastosowania przebadanych kasetonów w poszczególnych strefach wiatrowych Polski.	76
Tab. 6	Wartości modułu Younga oraz wytrzymałości materiału badanych próbek 1 ÷ 9.	81
Tab. 7	Zestawienie blokad punktów swobody ze względu na region kasetonu pod obciążeniem parciem oraz ssaniem wiatru..	83
Tab. 8	Porównanie wartości siły niszczącej otrzymanej z badań, z siłą wyznaczoną na podstawie wzoru autorskiego oraz siłą z modelu numerycznego.	89

## Załącznik 1

W załączniku przedstawione zostały wyniki popularnych testów elementów skończonych. Testy sprawdzają poprawność zastosowanego elementu skończonego QUAD4 przy analizie geometrycznie nieliniowych problemów inżynierskich w porównaniu do elementu S4R oraz dokładnego rozwiązania analitycznego.

- 1) Test wspornika obciążonego momentem zginającym na końcu belki, wg pracy K.Y. Sze, X.H. Liu, S.H. Lo [55], rys. 1:



**Rys. 1.** a) Belka wspornikowa obciążona momentem zginającym, b) ścieżki deformacji końca belki wspornikowej dla rozwiązania analitycznego, elementów skończonych S4R oraz QUAD4, c) deformacja siatki elementów QUAD4 używanych w solverze NX Nastran.

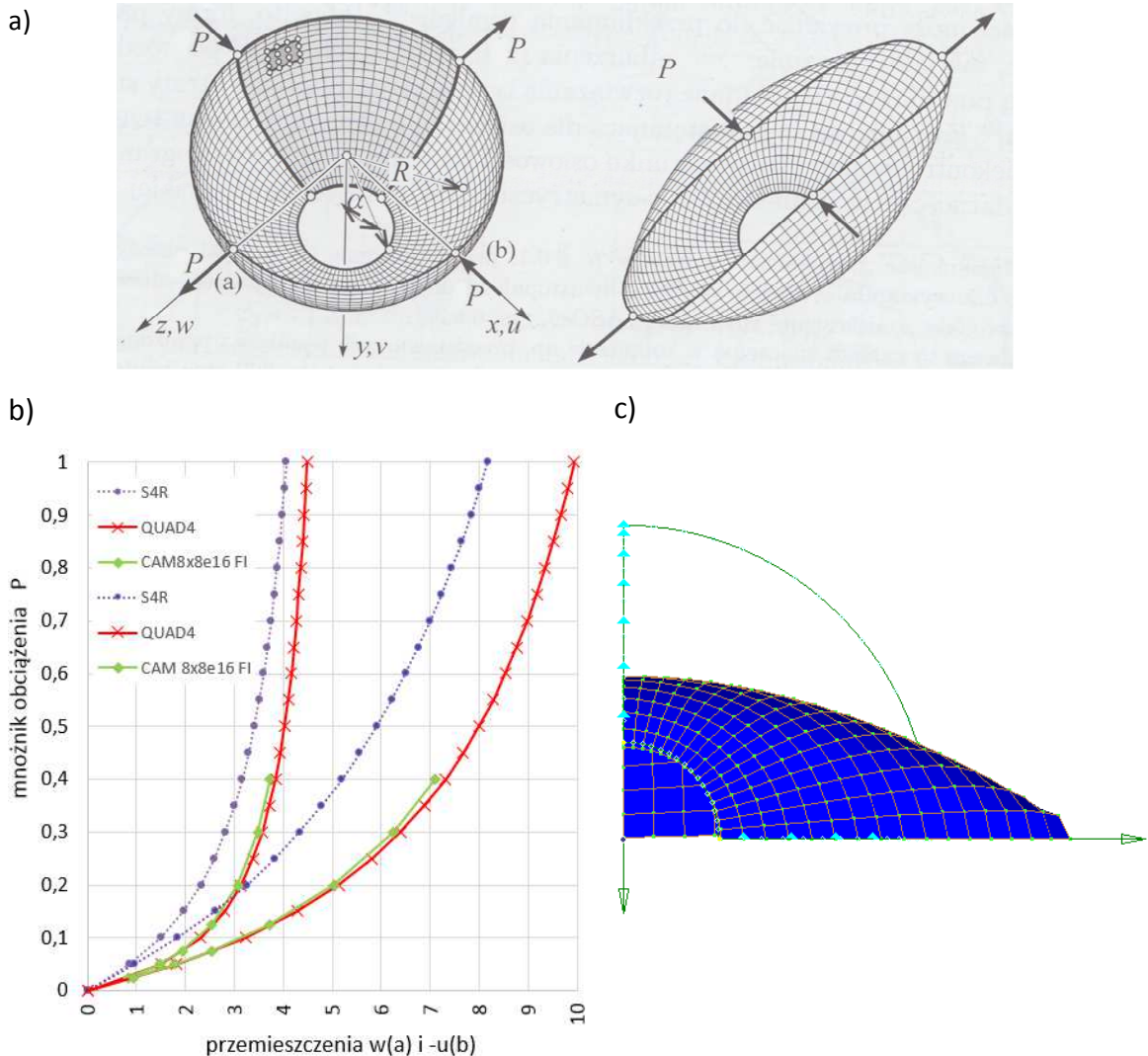
Rezultaty:

Elementy skończone QUAD4 do wartości połowy obciążenia maksymalnego zachowują pełną zbieżność rozwiązania, jednakże w skutek blokady numerycznej nie przechodzą przez punkt zero.

W przypadku modelowania kasetonów elewacyjnych nie dochodzi to tak znacznych rotacji elementów skończonych, co pozwala stwierdzić, iż element QUAD4 przeszedł pomyślnie test w zakresie interesującym autora.



2) Test półsfery z  $18^\circ$  otworem obciążonej naprzemiennymi siłami samorównoważonymi się, wg pracy K.Y. Sze, X.H. Liu, S.H. Lo [55] oraz J. Chróścielewskiego, J. Makowskiego, W. Pietraszkiewicza [17], rys. 2:



**Rys. 2.** a) Widok dyskretyzacji półsfery z zaznaczonym obciążeniem (z [17] za zgodą autora), b) ścieżki deformacji punktów a i b dla elementów skończonych S4R, QUAD4 oraz CAM 8x8e16 FI, c) Deformacja siatki (zamknięcie się półsfery).

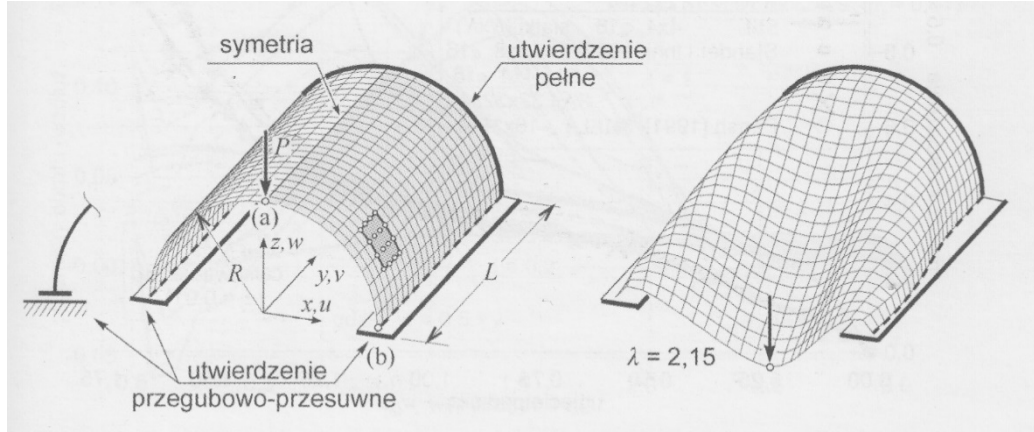
Dzięki wykorzystaniu symetrii układu, analizie został poddany wycinek powłoki. Zaimplementowano po 16 elementów QUAD4 wzdłuż południkowych i równoleżnikowych krawędzi ćwiartki półsfery.

Rezultaty:

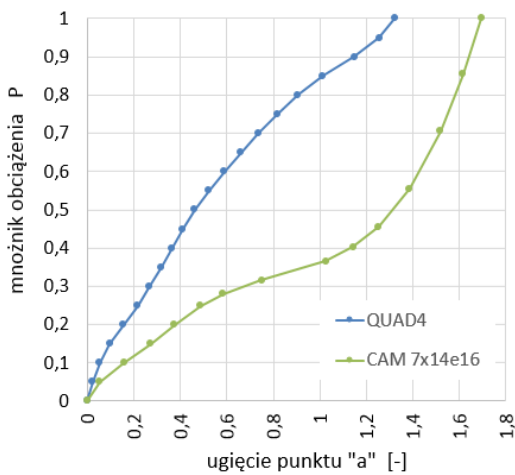
Uzyskano satysfakcjonującą zbieżność ścieżki deformacji pomiędzy rozwiązaniem literaturowym (elementy powłokowe CAM 8x8e16 FI) [17], a elementami QUAD4 zaimplementowanymi w solverze NX Nastran. Deformacje elementów S4R różnią się od rozwiązań bardziej ścisłych.

3) Test utwierdzonej powłoki walcowej obciążonej siłą skupioną, wg J. Chróścielewskiego, J. Makowskiego, W. Pietraszkiewiczza [17], rys. 3:

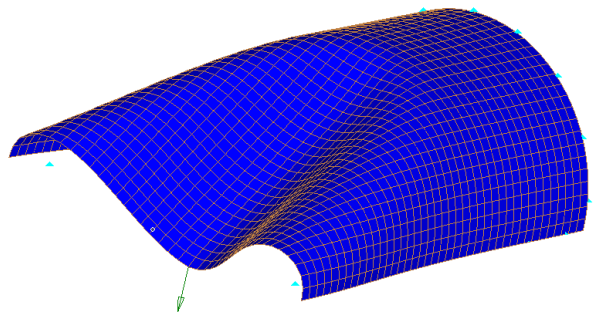
a)



a)



b)



**Rys. 3.** a) Widok dyskretyzacji powłoki walcowej zaznaczonym obciążeniem (z [17] za zgodą autora), b) ścieżki deformacji elementów skończonych QUAD4 oraz CAM 7x14e16, c) deformacja siatki elementów QUAD4 uzyskanych z solwera NX Nastran.

Rezultaty:

Jak można dostrzec na rys.3b element QUAD4 nie oddaje rzeczywistego zachowania się powłoki walcowej pod obciążeniem siłą skupioną. Pomimo faktu, iż kształt deformacji jest zbliżony do rzeczywistego, to sam jej przebieg jest błędny. Element QUAD4 jest elementem liniowym o czterech węzłach obliczeniowych w narożach. Spośród biblioteki elementów programu do rozwiązania tak silnie nieliniowych problemów należałoby zastosować element QUAD8. W niniejszej pracy, kasetony elewacyjne pod obciążeniem parciem i ssaniem wiatru nie doznają, aż tak znacznych odkształceń.