

Zeitschrift
für den
Physikalischen und Chemischen Unterricht.

XLVIII. Jahrgang.

1935.

Zweites Heft.

Elektrische und optische Versuche mit schwingenden Kristallen¹.

Von Professor Dr. L. Bergmann in Breslau.

Zwölf Jahre ist es jetzt her, seitdem auf Grund der Untersuchungen des Amerikaners W. G. CADY die piëzoelektrischen Kristalle Eingang in die Hochfrequenztechnik fanden. Über 40 Jahre waren bis dahin seit der Entdeckung der Piëzoelektrizität vergangen, bis sich für diese physikalisch und kristallographisch so interessante Erscheinung eine wichtige Anwendung in der Technik und Wissenschaft fand. Heute wird fast jeder moderne drahtlose Sender durch einen schwingenden Quarzkristall gesteuert, der die elektrische Wellenlänge des Senders mit einer Genauigkeit konstant hält, wie es sich mit anderen Mitteln in so einfacher Weise überhaupt nicht erreichen läßt. Die piëzoelektrischen Quarzresonatoren dienen in der Meßtechnik zur Festlegung der Frequenzen elektrischer Schwingungskreise, wenn es auf höchste Präzision ankommt. In jüngster Zeit haben die Piëzoquarze auch in der Akustik ein wichtiges Anwendungsgebiet gefunden. Nur mit ihrer Hilfe ist es möglich, Schallwellen höchster Frequenz zu erzeugen; dadurch haben sich in der Physik und Chemie ganz neue Wege zur Untersuchung der verschiedensten Probleme ergeben. Der Zweck der folgenden Zeilen ist es, einen Überblick über die physikalischen Erscheinungen an piëzoelektrischen Kristallen und über ihre Anwendungen in Wissenschaft und Technik an Hand einfacher Versuche zu geben.

Entdeckung und Wesen der Piëzoelektrizität.

a) Der direkte piëzoelektrische Effekt. Im Jahre 1880 entdeckten die Gebr. CURIE (1)² eine merkwürdige Erscheinung. Sie fanden, daß bei gewissen Kristallen bei Druck oder Dehnung in gewissen Richtungen auf bestimmten Kristallflächen elektrische Ladungen aufraten. Diese immer wieder reproduzierbare Erscheinung wurde piëzoelektrischer Effekt genannt. Schon die ersten Versuche zeigten, daß die frei werdenden Ladungen der Größe des mechanischen Druckes bzw. der Dehnung proportional sind; das Vorzeichen der auftretenden Ladungen ändert sich, wenn eine Kompression des Kristalles in eine Dilatation übergeht. Der piëzoelektrische Effekt trat bei folgenden Kristallen auf: Turmalin, Quarz, Zinkblende, Natriumchlorat, Weinsäure, Kieselzinkerz, Rohrzucker, Seignettesalz und findet sich, wie neuere Untersuchungen (2) zeigten, auch noch bei vielen anderen Kristallen, die den verschiedenen Kristallklassen angehören. Die Erscheinung ist also nicht an eine bestimmte Kristallklasse gebunden. Das gemeinsame Kennzeichen, das aber alle bisher als piëzoelektrisch erkannten Kristalle besitzen, ist das Vorhandensein einer oder mehrerer polärer Achsen bzw. polarer Richtungen. Unter einer polaren Achse (bzw. Richtung) versteht man in der Kristallographie eine im Kristall gedachte Richtung, bei der vorderes und hinteres Ende nicht gleichwertig, also nicht miteinander vertauschbar sind, mit anderen Worten: durch eine Drehung um irgendeine zur polaren Achse oder Richtung senkrechte Achse um 180° läßt sich der Kristall nicht mit der

¹ Nach einem im Verein zur Förderung des physikalischen Unterrichts in Berlin am 30. 10. 34 gehaltenen Experimentalvortrag.

² Die in Klammern gesetzten Zahlen beziehen sich auf die am Schlusse des Aufsatzes zusammengestellte Literaturübersicht.

Ausgangsstellung zur Deckung bringen. Einige Kristallformen mögen dies veranschaulichen. In der Fig. 1 ist ein Kieselzinkerzkristall, der dem rhombischen System angehört, abgebildet. Die mit c bezeichnete Achse ist eine zweizählige polare Achse; sie geht am unteren Ende durch die Spitze einer vierseitigen Pyramide, am oberen Ende steht sie dagegen auf einer Kristallfläche senkrecht. Die andere mit b bezeichnete Achse ist im Gegensatz hierzu nicht polar, denn eine 180° -Drehung etwa um die c -Achse bringt den Kristall mit seiner Ausgangsstellung wieder zur Deckung. Dasselbe erkennen wir bei der Fig. 2, die die typische Form eines Struvitkristalles darstellt. Die eingezeichnete c -Achse ist die einzige polare Achse, denn sie geht oben durch eine Kristallkante und steht unten auf einer Kristallfläche senkrecht. Die eingezeichnete b -Achse ist dagegen, wie man leicht erkennt, nicht polar. Als drittes Beispiel bringt die

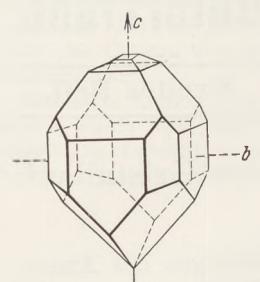


Fig. 1. Kieselzinkerzkristall.

Fig. 2 die typische Form eines Quarzkristalles. Bei diesem dem hexagonalen Kristallsystem angehörenden Kristall haben wir drei zweizählige polare Achsen, die in der Fig. 3 mit X_1 , X_2 und X_3 bezeichnet sind. Diese Achsen verbinden jeweils zwei gegenüberliegende Kanten des sechsseitigen Prismas, jedoch sind die betreffenden einander gegenüberliegenden Kanten nicht gleichwertig. Dies erkennt man daran, daß an einer der Kanten die kleinen mit a und b bezeichneten Flächen anliegen, die bei der gegenüberliegenden Kante fehlen. Die vierte beim Quarz vorhandene Achse ist in der Fig. 3 mit Z bezeichnet. Sie ist dreizählig und nicht polar, denn eine 180° -Drehung um eine der drei X -Achsen bringt den Kristall mit seiner Ausgangsstellung wieder zur Deckung. Da die Z -Achse in optischer Beziehung

eine Symmetriechase darstellt, wird sie auch als optische Achse bezeichnet. Die polaren Achsen bzw. Richtungen lassen sich nicht nur aus der äußeren Gestalt des betreffenden Kristalles erkennen; auch in physikalischer und chemischer Beziehung ist vorderes und hinteres Ende einer polaren Achse ganz verschieden. So sind z. B. die Ätzfiguren und die Geschwindigkeit des Ätzvorganges an den beiden Enden einer polaren Richtung verschieden. Auch die Piezoelektrizität ist in diesem Sinn ein Kennzeichen dafür, daß der betreffende Kristall polare Achsen besitzt. Es treten stets bei einer mechanischen Beanspruchung (Druck- oder Dehnung) des Kristalles an den Enden einer polaren Achse bzw. auf den zur polaren Achse senkrechten Flächen entgegengesetzte elektrische Ladungen auf. Wie wir weiter unten noch sehen werden, ist es dabei nicht unbedingt notwendig, daß die mechanische Beanspruchung nur in Richtung der polaren Achse erfolgt, sondern es genügt, wenn eine Druck- oder Dehnungskomponente in die Richtung dieser Achse fällt.

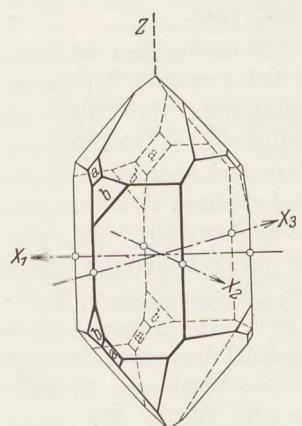


Fig. 2. Struvitkristall.

Es würde an dieser Stelle zu weit führen, auf den tieferen Grund der piezoelektrischen Erscheinung etwa vom molekularetheoretischen Standpunkt ausführlich einzugehen (3).

Zum Verständnis möge nur so viel gesagt werden, daß durch Druck oder Dehnung in Richtung einer polaren Achse die Abstände zwischen den verschiedenen das Kristallgitter aufbauenden Atomen nicht im gleichen Verhältnis verkürzt werden, so daß unter der Annahme, daß die Gitterteilchen Träger elektrischer Ladungen sind, freie Ladungen entstehen. In dieser Form haben schon LORD KELVIN (4) und ferner W. VOIGT (5) eine Theorie aufgestellt. A. MEISSNER (6) hat in jüngster Zeit gerade für den Quarz, der für piezoelektrische Versuche die größte Anwendung gefunden

hat, diese Theorien etwas erweitert. Auf Grund der von MEISSNER gegebenen Darstellung läßt sich der direkte piezoelektrische Effekt beim Quarz etwa folgendermaßen erklären: Der Quarz hat die chemische Zusammensetzung SiO_2 , und man kann in erster Annäherung die Silizium- und Sauerstoffatome in sechsseitigen Strukturzellen so anordnen, daß die Si- bzw. O-Atome auf den Kanten dieser Zellen sitzen. Die Fig. 4a zeigt einen Schnitt senkrecht zur Z-Achse durch eine solche Strukturzelle.

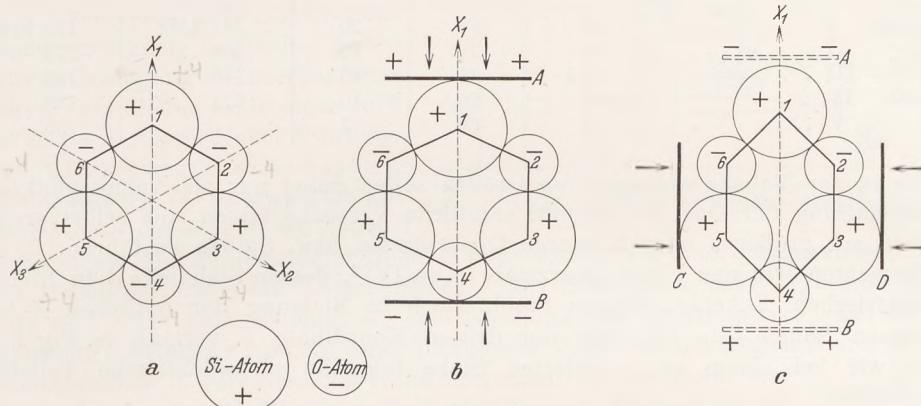
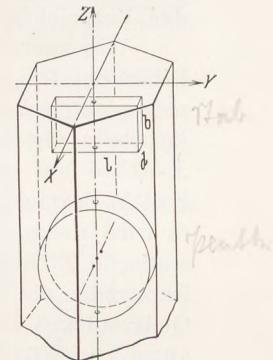


Fig. 4. Zur Erklärung der Piezoelektrizität des Quarzes.

In einer solchen Anordnung werden die 4 positiven Ladungen eines jeden Si-Atoms durch zweimal 2 negative Ladungen zweier Sauerstoffatome abgesättigt (in der Fig. 4 sind jeweils die zwei etwas über bzw. unter der Zeichenebene zu denkenden O-Atome in ein einziges mit der Ladung von vier negativen Einheiten zusammengefaßt). Wird nun auf eine solche Strukturzelle, wie es die Fig. 4b zeigt, in Richtung einer polaren Achse, z. B. X_1 , die nach der oben gebrachten Definition von Kante zu Kante läuft, ein Druck ausgeübt, so rückt das Si-Atom 1 zwischen die O-Atome 2 und 6 und das O-Atom 4 zwischen die benachbarten Si-Atome 3 und 5. Dadurch wird auf der Elektrode A eine positive Ladung und auf der Elektrode B eine negative Ladung influenziert. Wird dagegen, wie es die Fig. 4c andeutet, senkrecht zu der polaren Achse X_1 ein Druck erzeugt, so verschieben sich das O-Atom 2 und das Si-Atom 5 sowie das O-Atom 6 und das Si-Atom 3 gleichmäßig nach innen, und auf den Elektroden C und D werden keine Ladungen influenziert. Wohl treten aber wieder an den Enden der elektrischen Achse X_1 auf den Elektroden A und B Ladungen allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen wie im Fall der Fig. 4b auf, da jetzt das Si-Atom 1 sowie das O-Atom 4 nach außen verschoben werden. Man ersieht leicht aus diesem Modell, daß eine Dehnung an Stelle des Druckes die Vorzeichen der Ladungen umkehrt und eine mechanische Beanspruchung in der Richtung der Z-Achse, also senkrecht zur Zeichenebene, keine unsymmetrische Verschiebung von Ladungsträgern verursachen kann.

Da nach dem Vorhergehenden maximale elektrische Ladungen nur an den Enden einer polaren Achse bei der mechanischen Beanspruchung eines piezoelektrischen Kristalles auftreten, schneidet man die zu piezoelektrischen Versuchen benutzten Platten und Stäbe möglichst so aus dem betreffenden Kristall heraus, daß ein Flächenpaar senkrecht zu einer polaren Achse, die man auch vielfach als elektrische oder als Piezo-Achse bezeichnet, verläuft. Für den Fall des Quarzes ist die Schnittlage in der Fig. 5 schematisch für einen Stab und eine runde Platte angegeben. Entsprechend dieser Orientierung sind die Quarzplatten und Quarzstäbe, die zu den weiter unten beschriebenen Versuchen benötigt werden, geschnitten. Diese Quarze

Fig. 5. Schnittlage
der Piezokeratäbe
und Platten.

sind in der Tabelle 1 unter Angabe ihrer Dimensionen zusammengestellt (auf die in den beiden letzten Spalten angegebenen Grundfrequenzen wird später eingegangen).

Tabelle 1.

	Maße in mm in			Grundfrequenz bei Schwingung in	
	X-Richtung	Y-Richtung	Z-Richtung	X-Richtung	Y-Richtung
Quarzplatte I	10	20	20	287 kHz	139 kHz
II	8	10	10	358 "	278 "
III	2,5	15	15	1140 "	185 "
Quarzstab IV	5	20	10	574 "	139 "
V	2	50	3	—	55 "

Die in der Tabelle angegebenen Größen sollen dabei nur als Anhaltspunkte bei der Beschaffung der Quarze¹ dienen: sämtliche Versuche lassen sich selbstverständlich auch mit größeren oder kleineren Quarzplatten bzw. Stäben ausführen.

Betrachten wir nun einen Quarzstab (etwa IV)², dessen Stabdicke d in Richtung der elektrischen X-Achse, dessen Stabbreite b in Richtung der optischen Z-Achse und dessen Länge l in Richtung der dritten Koordinate Y verläuft (s. Fig. 5), so können wir bei einem so orientierten Stabe folgende piezoelektrische Teileffekte unterscheiden:

1. Kompression in Richtung der X-Achse lädt die beiden normal zur X-Achse liegenden Flächen¹ $b \cdot l$ positiv bzw. negativ auf (longitudinaler direkter piezoelektrischer Effekt);

2. Dilatation in Richtung der Y-Achse lädt die beiden normal zur X-Achse liegenden Flächen $b \cdot l$ in gleicher Weise positiv bzw. negativ auf (transversaler direkter piezoelektrischer Effekt).

Dilatation im Falle 1 und Kompression im Falle 2 bewirken eine Umkehrung der Vorzeichen der elektrischen Ladungen auf den Flächen $b \cdot l$.

Wie zuerst VOIGT (5) gezeigt hat, lässt sich die bei gegebener Kompression bzw. Dilatation frei werdende Elektrizitätsmenge berechnen. Hierzu ist die Kenntnis der piezoelektrischen Moduln des betreffenden Kristalles nötig. Für Quarz ergibt sich im Falle des longitudinalen Effektes bei einem Gesamtdruck P in Richtung einer X-Achse auf der Oberfläche $b \cdot l$ die Ladung $q = -d_{11}P$, wobei d_{11} (der in diesem Fall in Betracht kommende piezoelektrische Modul) den Wert $-6,36 \cdot 10^{-8}$ cg · s hat; es wird demnach bei einem Druck von 1 kg/cm^2 die Elektrizitätsmenge $0,063$ elektrostatische Einheiten frei. Schließt man also an die auf den Flächen $b \cdot l$ angebrachten Elektroden ein Elektrometer an, dessen Kapazität einschließlich der des angeschalteten Quarzstückes etwa 10 cm beträgt, so wird das Elektrometer eine Spannung $1,9 \text{ Volt}$ anzeigen. Für Turmalin ergibt sich unter den gleichen Bedingungen bei dem Druck 1 kg/cm^2 in Richtung der piezoelektrischen Achse eine Spannung $1,67 \text{ Volt}$, für Natriumchlorat $1,4 \text{ Volt}$, für Zinkblende $1,5 \text{ Volt}$. Im Falle des transversalen direkten piezoelektrischen Effektes liefert die theoretische Berechnung bei Quarz für die durch den Druck P in Richtung einer Y-Achse auf den Flächen $l \cdot b$ erzeugte Ladung den Wert $q = d_{12} \cdot P \cdot \frac{l}{d}$, wobei $d_{12} = d_{11}$ ist. In diesem Fall ist also die frei werdende Elektrizitätsmenge um so größer, je länger und je dünner der Quarzstab ist.

b) Versuche zum Nachweise des direkten piezoelektrischen Effektes.

1. Die statische Methode. Diese Methode wurde bereits von den Gebr. CURIE bei ihren ersten Messungen angewandt; sie wurde später von E. RIECKE und W. VOIGT (7) zu

¹ Piezoelektrische Quarze werden hergestellt von den Firmen: B. Halle, Berlin-Steglitz; Radio-A.-G. Loewe, Berlin-Steglitz; Steeg & Reuter, Bad Homburg.

² Die hier und im folgenden angegebenen römischen Zahlen beziehen sich auf die in der Tabelle 1 aufgeführten Quarzplatten und Quarzstäbe.

einer sehr exakten quantitativen Meßanordnung ausgebaut. Die Flächen des zu untersuchenden Kristalles werden mit leitenden Elektroden versehen. Die elektrische Aufladung dieser Elektroden bei einer Kompression des Kristalles wird mit einem empfindlichen Elektrometer gemessen. Als Elektrometer kommt entweder ein Faden- oder ein Quadrantenelektrometer mit möglichst kleiner Eigenkapazität in Frage.

Die Fig. 6 zeigt eine für Demonstrationsversuche geeignete einfache Anordnung zur Erzeugung des mechanischen Druckes. Am oberen Ende einer vertikalen Säule S ist ein Hebel H drehbar befestigt. Dieser trägt an seinem anderen Ende das Gewicht G . In etwa 2 cm Entfernung vom Drehpunkt ist am Hebel H ein zweiter nach unten gerichteter Hebel L angebracht. Das untere abgerundete Ende A dieses Hebels ist durch ein Zwischenstück J aus Hartgummi oder Bernstein gegen L isoliert und trägt eine Klemme K_1 zum Anschluß des Elektrometers. Der zu komprimierende Kristall Kr ruht auf einer Tischplatte T , die an den Säulen S und B mittels Klemmschrauben in verschiedener Höhe festgestellt werden kann. Der Tisch T dient als zweite Elektrode und wird über die Klemme K_2 mit dem Elektrometergehäuse verbunden. Zwischen das untere Ende von A und den Kristall wird zur Erzielung eines gleichmäßigen Druckes eine Metallplatte P gelegt. Mit dieser Anordnung läßt sich bei Benutzung eines empfindlichen Elektrometers zunächst der direkte longitudinale piezoelektrische Effekt an den in Tabelle 1 angegebenen Quarzen ohne Schwierigkeit nachweisen. Die Quarzplatten werden dazu so auf den Tisch gelegt, daß die X -Achse senkrecht zur Tischemebene steht und der Druck in dieser Achsenrichtung erfolgt. Bestimmt man am Elektrometer das Vorzeichen der Ladungen und legt die Quarzplatte um, so daß die Oberseite jetzt zur Unterseite wird, so ergeben sich bei erneuter Kompression des Kristalles am Elektrometer Ladungen mit umgekehrter Polarität. Orientiert man ferner die Quarze so, daß der Druck in Richtung der Y - oder der Z -Achse erfolgt, so tritt kein Effekt auf.

Auch der transversale direkte piezoelektrische Effekt läßt sich mit der gleichen Anordnung nachweisen. Zu diesem Zweck muß der Druck in der Y -Richtung erfolgen und die senkrecht zur X -Achse liegenden Flächen müssen mit Elektroden versehen werden. Fig. 7 zeigt, wie man dies in einfacher Weise durch Auflegen von Stanniol-elektroden S_1 und S_2 erreichen kann, von denen S_1 mit dem Druckhebel A und S_2 mit dem Tisch T in leitender Verbindung stehen.

An Stelle des hochempfindlichen Elektrometers kann bei diesen Versuchen auch ein Röhrenvoltmeter [(8), (9)] oder ein Gleichspannungsverstärker treten. In dieser Zeitschrift ist früher¹ der Aufbau derartiger Verstärkeranordnungen beschrieben worden. Bei Verwendung einer Doppelgitterröhre als Eingangsrohre und indirekt geheizter Röhren kommt man bei der in Fig. 8 wiedergegebenen Schaltung mit einer Anoden- und einer Heizbatterie aus. Besonderes Augenmerk ist auf die Verwendung einer Röhrenfassung mit hinreichend guter Isolation (Hartgummi) zwischen dem Gitter und der Kathode der ersten Röhre

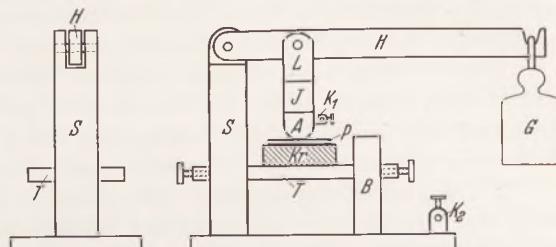


Fig. 6. Druckapparat für den Nachweis der Piezoelektrizität.

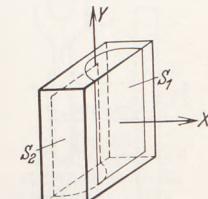


Fig. 7. Anordnung zum Nachweise des direkten transversalen Piezoeffektes.

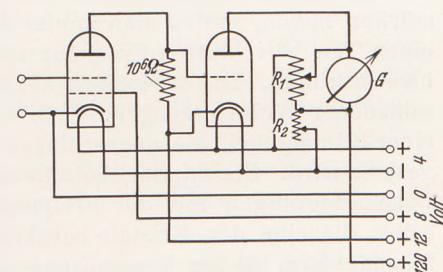


Fig. 8. Schaltung des Gleichspannungsverstärkers.

¹ G. BARTH, Verstärker für lichtelektrische Demonstrationsversuche, diese Zeitschr. 45, 110; 1932.

zu richten, damit die piezoelektrisch erzeugten Ladungen nicht sofort abfließen. Die im Schaltbild der Fig. 8 angegebenen Spannungen gelten für die Telefunkenröhre REN 704 d als Eingangs- und die Röhre REN 804 als Endröhre. Der Potentiometerwiderstand R_1 (etwa 1000 Ohm) und der Vorschaltwiderstand R_2 (etwa 400 Ohm) dienen zur Kompen-sation des Ruhestromes durch das Galvanometer G . Als solches verwendet man zweck-mäßig ein hochempfindliches Zeigerinstrument mit Nullpunkt in der Mitte.

Diese soeben beschriebene statische Methode zum Nachweise des direkten piezo-elektrischen Effektes liefert bei Verwendung geeichter Meßinstrumente auch quantitative Resultate und ermöglicht die Bestimmung der piezoelektrischen Moduln. Die folgenden Verfahren dienen dagegen nur zum qualitativen Nachweise der Erscheinung.

2. Die Bestäubungsmethode. Bei diesem von A. KUNDT (10) angegebenen Verfahren wird der mechanisch beanspruchte Kristall mit einem Gemisch von Mennige und Schwefelblüte durch ein Sieb hindurch bestäubt. Die beim Zerstäuben negativ gewordene

Schwefelblüte sammelt sich an den positiv geladenen, die positiv gewordene Mennige an den negativ geladenen Stellen des Kristalles. Dadurch bekommt man in qualitativer Beziehung ein übersichtliches Bild der Lage der piezoelektrischen Achsen. Die Ausführung des Versuches erfordert eine Presse mit isolierenden Backen, damit die entstehenden Ladungen nicht abgeleitet werden.

3. Die Kristallpulvermethode. Diese von E. GIEBE und A. SCHEIBE (11) durchgebildete Methode hat den großen Vorteil, daß sie sehr empfindlich ist; außerdem gelingt mit ihr der Nachweis der Piezoelektrizität bereits an kleinen Kristallsplittern. Auf die experimentelle Anordnung gehen wir weiter unten ausführlich ein.

4. Die dynamische Methode. Diese vom Verfasser (12) im letzten Jahr angegebene Methode besitzt neben einer sehr großen Empfindlichkeit den Vorteil, daß sich mit einfachsten Mitteln der direkte piezoelektrische Effekt sowohl an ganz winzigen Kristallteilchen als auch an be-liebig großen Kristallstücken nachweisen läßt. Außerdem

liefert die Methode in gewissen Fällen die Möglichkeit, die Richtung der piezoelektrischen Achsen festzulegen. Das Prinzip der dabei benutzten Versuchsanordnung ist folgendes: Der Kristall, der sich zwischen zwei Metallelektroden befindet, wird periodischen Druckänderungen unterworfen. Dadurch entstehen an den Elektroden periodische Ladungs-schwankungen, die sich leicht mit einem gewöhnlichen Niederfrequenzverstärker ver-stärken lassen, so daß man in einem an den Verstärkerausgang angeschalteten Telefon einen Ton hört, dessen Frequenz mit der Frequenz der Druckschwankung am Kristall übereinstimmt. Die periodischen Druckveränderungen lassen sich am Kristall in ver-schiedener Weise erzeugen. Eine sehr bequeme Methode beruht auf der Verwendung einer Stimmgabel, die angeschlagen und sodann mit ihrem Stiel auf den Kristall auf-gesetzt wird. Die Stimmgabelschwingungen erzeugen in dem Kristall genügend große Druckänderungen mit der Frequenz der Stimmgabel. Dabei bildet die Stimmgabel selbst die eine den Kristall berührende Elektrode. In Fig. 9 ist eine praktische Aus-führungsform dieser Versuchsanordnung schematisch dargestellt. Die Stimmgabel S steckt mit ihrem Stiel leicht verschiebbar in der Hülse H , die mit der Klemmvorrich-tung K an dem Stativ St in jeder Höhe festgestellt werden kann. Auf der Grund-platte G ist auf einem isolierenden Zwischenstück eine ebene Metallplatte M aufge-schraubt. Auf diese kommt der Kristall Kr so zu liegen, daß ihn von oben die Stimmgabel berührt. Vermittels der Feder F wird die Stimmgabel stets mit dem gleichen Druck an den Kristall angedrückt. Die Metallplatte M ist mit dem Gitter, die Platte G und die damit in Verbindung stehende Stimmgabel mit der Kathode der Eingangsöhre des Verstärkers verbunden und gleichzeitig geerdet. Als Verstärker kann jeder Mehr-röhren-Niederfrequenzverstärker verwendet werden. Es genügt z. B. die Dreifach-



Fig. 9. Anordnung zur Erzeugung periodischer Druckänderungen.

Niederfrequenzröhre der Fa. Radio-A.G. Loewe, Berlin, in Verbindung mit einem Zweifach-Endverstärker.

Legt man auf die Metallplatte M eine Quarzplatte (I bis IV) und orientiert diese so, daß die piezoelektrische X -Achse die Verlängerung des Stimmabelstielles bildet, so lassen sich in einem an den Verstärkerausgang angeschlossenen Lautsprecher die Stimmabelschwingungen deutlich hörbar machen, und das Abklingen der Stimmabbel läßt sich längere Zeit verfolgen. Auch an rohen Kristallen von Turmalin, Zinkblende, Rohrzucker, Weinsäure, Seignettesalz usw. kann in dieser Weise der piezoelektrische Effekt leicht vorgeführt werden. Bei einigermaßen gut ausgebildeten Kristallen läßt sich die ungefähre Lage der piezoelektrischen Achsen dadurch demonstrieren, daß man die Stimmabbel in verschiedenen Richtungen auf die betreffenden Kristallstücke einwirken läßt und feststellt, in welcher Richtung ein maximaler Effekt eintritt. Bringt man z. B. zwischen Stimmabbel und Grundplatte, wie es Fig. 10 zeigt, eine senkrecht zur optischen Achse geschnittene runde Quarzscheibe, so daß der Stimmabbeldruck in Richtung eines Plattendurchmessers wirkt, so ergeben sich bei Drehung der Quarzplatte um die optische Achse je sechs Stellen, an denen der Ton im Lautsprecher ein Maximum annimmt, bzw. wo er verschwindet. Es läßt sich so sehr anschaulich die Lage der drei elektrischen Achsen in der Quarzplatte feststellen. Was die Empfindlichkeit dieser Methode betrifft, so genügen bereits kleine von den Kristallen abgespaltene Splitter bzw. etwas Kristallpulver, um den piezoelektrischen Effekt mit Sicherheit nachzuweisen. Um in diesem Fall einen Kurzschluß zwischen dem unteren Ende der Stimmabbel und der Grundplatte zu vermeiden, ist es zweckmäßig, das Kristallpulver mit einer dünnen Glas- oder Glimmerscheibe zu bedecken.

c) Der reziproke piezoelektrische Effekt. Wie die meisten Erscheinungen in der Physik ist auch der direkte piezoelektrische Effekt umkehrbar. Den reziproken piezoelektrischen Effekt hatte auf Grund thermodynamischer Überlegungen 1881 G. LIPPMANN (13) vorausgesagt. Er wurde kurz darauf von den Gebr. CURIE (14) am Quarz entdeckt. Die Erscheinung des reziproken piezoelektrischen Effektes äußert sich folgendermaßen: Wird ein piezoelektrischer Kristall so in ein elektrisches Kraftfeld gebracht, daß die Feldrichtung in der Richtung einer piezoelektrischen (polaren) Achse fällt, so wird der Kristall in bestimmten Richtungen komprimiert bzw. dilatiert. Eine Dilatation in Richtung einer elektrischen Achse tritt z. B. dann auf, wenn auf die Elektroden auf den Flächen senkrecht zur elektrischen Achse die gleichnamigen Elektrizitätsmengen gebracht werden, die beim direkten piezoelektrischen Effekt durch Kompression in Richtung der betreffenden elektrischen Achse entstehen. Auch hier unterscheidet man zwei Teileffekte, die wir an dem oben angeführten Quarzstab, dessen Länge l in die Y -Richtung, dessen Breite b in die Richtung der X -Achse und dessen Dicke d in die Richtung der Z -Achse fällt, so beschreiben können:

1. Positive Ladung auf der Fläche $b \cdot l$ und negative Ladung auf der gegenüberliegenden Fläche dilatieren den Kristall in Richtung der X -Achse (longitudinaler reziproker piezoelektrischer Effekt);

2. positive Ladung auf der Fläche $b \cdot l$ und negative Ladung auf der gegenüberliegenden Fläche komprimieren den Stab in der Richtung der Y -Achse (transversaler reziproker piezoelektrischer Effekt).

Bei einer Umkehr des Vorzeichens der Ladungen auf den Elektroden geht selbstverständlich die Dilatation in eine Kompression über und umgekehrt. Die Größe δ der Dilatation bzw. Kompression bei Anlegung einer Potentialdifferenz V an die gegenüberliegenden Flächen $b \cdot l$ läßt sich, wie W. VOIGT gezeigt hat, ebenfalls berechnen. Für den longitudinalen Effekt gilt die Beziehung: $\delta = d_{11} \cdot V$ und für den transversalen Effekt die Beziehung: $\delta = d_{12} \cdot V \cdot \frac{l}{d}$. d_{11} und d_{12} sind wieder die oben für Quarz

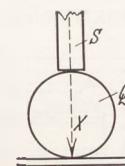


Fig. 10.
Zum Nachweis
der elektrischen
Achsen in einer
Quarzscheibe.

angegebenen piezoelektrischen Moduln. Im Falle des longitudinalen Effektes, wo die mechanische Veränderung des Kristalles unabhängig von den Dimensionen und nur von der angelegten Spannung abhängig ist, ergibt sich z. B. für eine Spannung 3000 Volt in Richtung der X-Achse eine Dilatation bzw. Kompression von $6,36 \cdot 10^{-7}$ cm. Infolge dieses sehr kleinen Effektes ist der direkte Nachweis der reziproken piezoelektrischen Erscheinung nicht leicht und nur mittels sehr empfindlicher Versuchsanordnungen (Hebelübertragung, Spiegelablesung) möglich. Wir werden weiter unten aber einige indirekte Methoden kennen lernen, durch die das Vorhandensein des reziproken piezoelektrischen Effektes klar zutage tritt.

Die Grundlagen des schwingenden Piëzokristalles.

Der durch den reziproken piezoelektrischen Effekt hervorgerufenen Formänderung eines Quarzes in einem elektrischen Wechselfelde kommt eine besondere Bedeutung zu, wenn es sich um ein elektrisches Wechselfeld handelt. In diesem Fall wird der Quarz in der einen Phase des Wechselfeldes komprimiert und in der darauffolgenden Phase um den gleichen Betrag dilatiert; er wird also mit anderen Worten zu longitudinalen elastischen Schwingungen angestoßen. Da sich nun die Frequenz des elektrischen Wechselfeldes etwa mit Hilfe eines Röhrengenerators variieren läßt, ist die Möglichkeit gegeben, eine Resonanz zwischen der elastischen Eigenschwingung des Quarzstückes und der elektrischen Schwingung zu erzielen. Dies hat zuerst W. G. CADY (15) erkannt und experimentell durchgeführt.

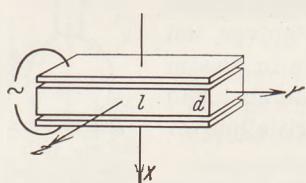


Fig. 11. Orientierung eines Piëzoquarzstabes zwischen den Anregungselektroden.

Legen wir, wie es Fig. 11 zeigt, einen Quarzstab von der Länge l , der Breite b und der Dicke d so zwischen zwei Elektroden, an denen eine Wechselspannung mit der Frequenz n anliegt, daß die elektrischen Kraftlinien in der Richtung der X-Achse den Kristall durchsetzen, so sind

infolge des longitudinalen bzw. transversalen reziproken piezoelektrischen Effektes zwei Fälle einer Resonanz zwischen elastischer und elektrischer Schwingung möglich: 1. Der Stab führt in der X-Richtung elastische longitudinale Schwingungen aus (Dicken- schwingung, longitudinaler Effekt) und 2. der Stab wird in der Y-Richtung zu longitudinalen elastischen Schwingungen angeregt (Längsschwingung, transversaler Effekt).

Die elastische Eigenfrequenz $n_{\text{elast.}}$ des Stabes berechnet sich in jedem Fall aus den Dimensionen des Stabes in der Schwingungsrichtung (im Falle 1: Dicke d , im Falle 2: Länge l) und den Daten der Dichte ϱ und des Elastizitätsmoduls E . Für den longitudinalen Effekt ist $n_{\text{elast.}} = \frac{c}{2d}$, für den transversalen Effekt gleich $\frac{c}{2l}$, wobei c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elastischen Welle im Quarz durch die Beziehung $c = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$ gegeben ist. Für Quarz ist E in der X- und Y-Richtung gleich $7,9 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-1} \text{ g} \cdot \text{sec}^{-2}$ und $\varrho = 2,65$, so daß sich für c der Wert 545000 cm/sec ergibt. Dies liefert für $n_{\text{elast.}}$ die Beziehung: $n_{\text{elast.}} = \frac{545000}{2d}$ bzw. $\frac{545000}{2l}$. Im Resonanzfall ist nun diese Frequenz gleich der Frequenz der elektrischen Schwingung, die sich durch $3 \cdot 10^{10} \lambda_{\text{elekt.}}$ ausdrücken läßt, wobei $\lambda_{\text{elekt.}}$ die Wellenlänge der elektrischen Schwingung ist. Dies liefert die Beziehung: $\lambda_{\text{elekt.}}^{\text{Meter}} \approx 110 l_{\text{mm}}$ bzw. $110 d_{\text{mm}}$. Mittels dieser einfachen Beziehungen ist es möglich, für Quarzplatten und Stäbe aus den geometrischen Abmessungen sofort die Wellenlänge der elektrischen Schwingung anzugeben, bei der die Quarzkörper zu kräftigen elastischen Resonanzschwingungen angeregt werden. Die angegebenen Gleichungen gelten allerdings nur mit einem gewissen Spielraum, da im allgemeinen bei endlichen Körpern infolge der Querkontraktion auch noch Schwingungen in anderen Richtungen angeregt werden, die durch Kopplung mit der

Primärschwingung zu einer Verstimmung der letzteren führen (16)¹. Solche Quarzplatten und Stäbe, die durch hochfrequente Wechselfelder zu elastischen Eigenschwingungen angeregt werden können, werden Quarzresonatoren genannt. Sie haben besonders in der Hochfrequenztechnik eine weitgehende Anwendung gefunden.

Die bisherigen Überlegungen waren für den Fall der Grundschwingung angestellt. Bekanntlich kann aber ein Stab und ebenso eine Platte auch elastische Oberschwingungen ausführen. Dies läßt sich experimentell besonders gut bei piezoelektrischen Quarzstäben und Platten verwirklichen. In Fig. 12 ist für einen nach Fig. 11 orientierten Quarzstab die Druckverteilung für die Grund- und die 2. und 3. Oberschwingung im Augenblick maximaler Amplitude wiedergegeben. Nach einer halben Schwingungsdauer haben die Stellen maximaler Kompression und Dilatation ihre Lagen vertauscht. Die auf den zur X-Achse senkrechten Stabflächen zur Erzielung der angegebenen Druckverteilung notwendigen Ladungen sind ebenfalls eingezeichnet. Der Quarzstab führt entsprechend dem transversalen Effekt in der Y-Richtung longitudinale Schwingungen aus. Die in der Fig. 12 eingezeichneten Pfeile geben die Bewegungsrichtung im Stab in dem betreffenden Augenblick wieder. Aus der Figur ersieht man das wichtige Resultat, daß bei den geradzahligen Oberschwingungen — die Grundschwingung mit eingerechnet — die resultierende Ladungsverteilung auf den Staboberflächen Null ist; daher lassen sich die geradzahligen Oberschwingungen mit einem einzigen die ganze Stablänge bedeckenden Elektrodenpaar nicht anregen, denn dasselbe elektrische Feld müßte in zwei verschiedenen Stabhälften zugleich Kompression und Dilatation hervorbringen, was aber unmöglich ist. Die ungeradzahligen Oberschwingungen sind dagegen ohne weiteres elektrisch anregbar, da sich alle Ladungen stets bis auf die in einer Halbwelle aufheben. Die Anregung durch ein elektrisches Wechselfeld geschieht dann so, als ob nur eine Elektrode von der Länge einer halben elastischen Wellenlänge vorhanden wäre. Für die Anregung der geraden Oberschwingungen muß man besondere Elektrodenanordnungen verwenden. Die elektrische Wellenlänge λ_k , die zur Anregung der k -ten Oberschwingung eines Stabes von der Länge l notwendig ist, bestimmt sich aus der Beziehung: $\lambda_k^{\text{Meter}} \approx 110 \frac{l \text{ mm}}{k}$. Diese piezoelektrische Erregung von Quarzstäben zu elastischen Oberschwingungen bis zu hohen Ordnungszahlen haben zuerst E. GIEBE und A. SCHEIBE (18) gezeigt. Es gelang ihnen auch, außer den soeben besprochenen Dehnungsschwingungen in ähnlicher Weise Biegungs- und Drillungsschwingungen piezoelektrisch anzuregen (19). Hierauf an dieser Stelle näher einzugehen, würde aber zu weit führen.

Versuche zum Nachweis der Eigenschwingung von Quarzresonatoren.

Für die folgenden Versuche wird ein Röhrengenerator benötigt, der den Wellenlängenbereich von etwa 10 bis 4000 m überdeckt. Die Schwingungsleistung des Generators soll etwa 5 bis 10 Watt betragen. Diese Leistung läßt sich bereits mit der Lautsprecherröhre RE 604 erreichen; besser eignet sich für diese Zwecke noch die kleine Telefunken-Senderöhre RS 241, die 12 Watt Nutzleistung besitzt. Die

¹ A. HUND (17) gibt auf Grund experimenteller Ergebnisse für die Grundfrequenz einer in der Dickenschwingung erregten Quarzplatte von der Dicke d_{cm} die Beziehung: $n = \frac{287 \pm 5}{d} \text{ kHz}$ und für einen in der Y-Richtung zu longitudinalen Schwingungen angeregten Stab der Länge l_{cm} die Beziehung: $n = \frac{278,5 \pm 30}{l} \text{ kHz}$ an. Unter Zugrundelegung dieser Gleichungen sind die in der Tabelle 1 für die verschiedenen Quarze angegebenen Grundfrequenzen berechnet.

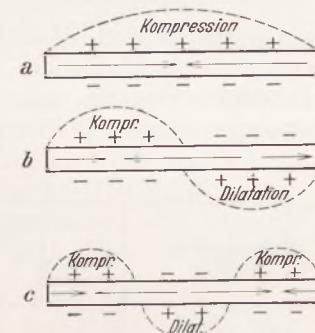


Fig. 12. Druck- und Ladungsverteilung bei Quarzstäben bei Erregung in der Grund- sowie 2. und 3. Oberschwingung.

Anodenspannung für diese Röhre beträgt 300 Volt, die Heizspannung 3,8 Volt und der Heizstrom 0,65 Amp. Die einfachste Schaltung für einen derartigen Generator mit Rücksicht auf die Möglichkeit eines schnellen Wellenwechsels ist die bekannte Dreipunktschaltung, wie sie in der Fig. 13 wiedergegeben ist¹. Bei dieser Schaltung

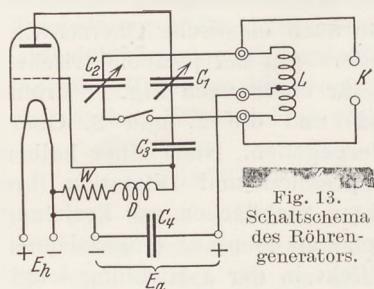


Fig. 13.
Schaltschema
des Röhren-
generators.

lassen sich die Selbstinduktionsspulen L des Schwingungskreises mittels eines Dreifachsteckers zum Zweck der Wellenlängenänderungen leicht auswechseln. In der Tabelle 2 sind die für den Wellenbereich von 11 bis 4000 m notwendigen Spulen unter Angabe ihrer Größe zusammengestellt. Der Drehkondensator C_1 hat die maximale Kapazität 100 cm und muß mit einer Feinregulierung versehen sein. Für die in Tabelle 2 mit einem Stern versehenen Wellenbereiche muß ein zweiter Drehkondensator C_2 mit der maximalen Kapazität 2500 cm parallel zu C_1 geschaltet werden.

Der Kondensator C_1 dient dann zur Feinregulierung. Der Gitterblockkondensator hat etwa 1000 cm Kapazität. D ist eine Drosselpule, W ein Gitterableitwiderstand von 15000 bis 20000 Ohm und C_4 ein Blockkondensator von 1 bis $2 \mu\text{F}$. Die beiden Klemmen K dienen zum Anschluß der Quarzresonatoren.

Tabelle 2.

Wellenbereich in m	Windungszahl		Spulen- durchmesser in mm	Ganghöhe in mm	Ausführungsform
	ganze Spule	zwischen Gitter und Kathode			
11—21	2	$\frac{1}{3}$	110	7	Freitragend, 3 mm Cu-Draht
16—32	4	$1\frac{1}{2}$	80	4	
30—60	9	3	80	4	
55—110	14	5	100	2	
100—170	24	9	100	2	
250—750*	24	9	100	2	
140—300	41	14	100	1,7	
550—2200*	41	14	100	1,7	
1100—4000*	90	30	150	1,2	Dreilagig auf Pertinaxrohr kapazitätsfrei gewickelt

a) Nachweis der Quarzschwingungen durch das Auftreten mechanischer Bewegungen. Bekanntlich nehmen im Falle der Resonanz die Amplituden des schwingenden Systems maximale Werte an. Das ist auch bei einem zu elastischen Resonanzschwingungen erregten Piëzoquarz der Fall. Die Elongationen in der Schwingungsrichtung können einige 1000 mal so groß werden wie bei statischen Ladungen gleicher Größe. Dies hat zur Folge, daß ein schwingender Quarzkristall auf seiner Unterlage zu tanzen beginnt, wenn man die Frequenz der erregenden elektrischen Schwingung auf die Eigenfrequenz des Quarzes abstimmt. Diese Erscheinung kann zum Nachweise der Quarzschwingungen dienen. Man legt zu diesem Zweck den Quarz (II, IV) auf eine ebene Metallplatte, die als eine Elektrode dient und befestigt in etwa $\frac{1}{2}$ bis 1 mm Abstand über dem Quarz eine zweite Elektrode².

¹ Auch der in dieser Zeitschrift 45, 247 (1932) von FRIEDR. MOELLER beschriebene Röhrengenerator eignet sich nach Hinzufügung weiterer Spulen für die folgenden Versuche.

² Einen für diesen und die folgenden Versuche zweckmäßigen Quarzhalter zeigt Fig. 14. Auf einem Grundbrett ist eine Messingschiene a befestigt, die zwei Säulen b_1 und b_2 aus Isoliermaterial trägt. Diese sind an ihrem oberen Ende durch eine zweite Messingschiene e verbunden. Auf einer vertikalen Metallsäule c ist eine horizontale Metallplatte d als untere Quarzelektrode befestigt. Die obere ebenfalls plattenförmige Elektrode f ist in einer Metallhülse h verschiebbar angebracht, so daß sich verschiedene große Quarze Q zwischen diese Elektroden einklemmen lassen. Die beiden Klemmen K_1 und K_2 dienen zum Anschluß der Leitungen.

Beide Elektroden werden mit den Klemmen K des Röhrengenerators verbunden. Die X -Achse des Quarzes muß senkrecht zu den Elektroden liegen. Variiert man nun die Frequenz des Senders, so beginnt im Augenblick der Resonanz der Quarz sich auf der Unterlage zu verschieben. Mit Hilfe einer Schattenprojektion läßt sich die Erscheinung deutlich sichtbar machen. Der Versuch ist mit einiger Vorsicht auszuführen, da es leicht vorkommen kann, daß der schwingende Quarz mit großer Kraft von der Platte heruntergesleudert wird, zumal von seinen Endflächen bei Erregung in der Transversalschwingung Luftströmungen ausgehen, worauf weiter unten noch näher eingegangen wird.

b) Nachweis der Kristallschwingungen auf elektrischem Wege. Bereits W. G. CADY (15) und später A. MEISSNER (20) haben verschiedene Methoden angegeben, um das Einsetzen der Schwingungen eines Quarzresonators auf elektrischem Wege zu erkennen. Im folgenden sollen nur die wichtigsten Anordnungen, die sich leicht verwirklichen lassen, angegeben werden. In der in Fig. 15a angegebenen Schaltung bilden die Spule L und der Drehkondensator C einen Schwingungskreis. Parallel zu C liegt der Quarzkristall Q in der oben beschriebenen Fassung. An den Schwingungskreis ist ein Indikatorkreis angekoppelt, der aus Spule L' und Glühlampe G besteht. Der Schwingungskreis, der von dem Röhrensender S induktiv angeregt werden kann, wird ungefähr auf die Eigenfrequenz des Quarzes abgestimmt. Verändert man dann die Frequenz des Senders, so erlischt in dem Augenblick, wo der Quarz zu schwingen beginnt, die Glühlampe im Indikatorkreis. Der Quarz entzieht nämlich, wenn er schwingt, dem Kreis LC Energie und wirkt im Schwingungszustand wie ein dem Kondensator C parallel geschalteter rein OHMScher Widerstand. Statt des mit der Glühlampe versehenen angekoppelten Indikatorkreises kann auch eine parallel zu C geschaltete Glimmröhre dienen, die ebenfalls erlischt bzw. dunkler brennt, wenn die Quarzschwingungen einsetzen.

Eine etwas andere Anordnung, die es gleichzeitig erlaubt, die Resonanzkurve des schwingenden Quarzes aufzunehmen, ist in Fig. 15b wiedergegeben. Der Quarz Q ist mit einer Spule L verbunden, die mit dem Röhrengenerator S induktiv gekoppelt ist. In die Zuleitung zu einer Quarzelektrode ist ein Detektor D eingeschaltet, der über zwei Drosselspulen mit einem Galvanometer G verbunden ist. Variiert man die Frequenz des Generators, so erhält man im Augenblick des Einsetzens der Quarzschwingungen einen maximalen Ausschlag am Galvanometer, der den Energieverbrauch des Quarzes angibt. Trägt man die Frequenz des Senders als Abszisse, die vom Detektor gemessene Stromstärke als Ordinate auf, so ergibt sich eine Resonanzkurve, aus der sich das Dämpfungsdecrement des Quarzresonators bestimmen läßt (21). Das logarithmische Dämpfungsdecrement schwingender Quarzkristalle liegt in der Größenordnung 10^{-4} ; es ist also außerordentlich klein. Dies ist für die Verwendung der Quarzresonatoren zur elektrischen Wellenlängenmessung von Wichtigkeit.

Schließlich läßt sich das Einsetzen der Quarzschwingungen noch an dem Ansteigen des Anodenstromes des erregenden Röhrengenerators erkennen. Um dies in einfacher Weise vorzuführen, schaltet man in die Zuleitung der Anodenspannung zum Generator ein Milliamperemeter und legt den Quarzkristall parallel zu dem Drehkondensator des Generators.

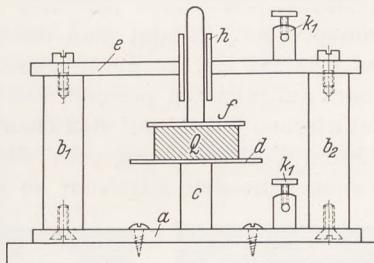


Fig. 14. Halter für die Piezoquarze.

Fig. 15 shows three electrical circuit diagrams (a, b, c) for detecting quartz vibrations. Diagram (a) shows a series circuit with a 'Sender' coil L, a variable capacitor C, a quartz crystal Q in a holder, and an indicator circuit consisting of a coil L' and a lamp G. Diagram (b) shows a similar setup but with a detector D connected in series with the quartz crystal Q. Diagram (c) shows a bridge circuit with a quartz crystal Q, a variable capacitor C, and a galvanometer 'zum Verstärker' (to the amplifier).

Fig. 15. Schaltungen zum elektrischen Nachweis der Quarzschwingungen.

c) Nachweis der Quarzschwingungen auf akustischem Wege. Auch dieses Verfahren ist bereits von CADY (15) angegeben worden. Der Quarzkristall wird parallel zum Drehkondensator des Röhrengenerators geschaltet. Mit der Selbstinduktionsspule des Schwingungskreises wird ein Abhörring gekoppelt, der so, wie es Fig. 15c zeigt, eine Spule L , einen Detektor D und einen Blockkondensator C (500 bis 1000 cm) enthält und in der gezeichneten Weise mit einem Niederfrequenzverstärker verbunden ist. Am Ausgang des Verstärkers liegt ein Telefon oder ein Lautsprecher. Stimmt man den Schwingungskreis des Senders auf die Eigenfrequenz des Quarzes ab, so gerät dieser in elastische Schwingungen. Infolge der dabei im Quarz auftretenden periodischen Druckänderungen entstehen durch den direkten piezoelektrischen Effekt auf den Oberflächen des Quarzes und damit an den Kondensatorplatten Wechselspannungen; diese wirken auf den Schwingungskreis zurück. Verstimmt man den letzteren, so erreicht man einen Punkt, an dem der Quarz nicht mehr weiter angeregt wird und mit seiner Eigenfrequenz abklingt. Diese abklingenden Schwingungen liefern mit der inzwischen veränderten Eigenfrequenz des Kreises einen Schwebungston mit abklingender Amplitude, den man im Telefon oder Lautsprecher deutlich wahrnehmen kann. Das Auftreten eines derartigen plötzlich einsetzenden und rasch abklingenden Tones kann somit als Nachweis der Kristallschwingungen dienen. Mit dieser Methode lassen sich nicht nur die Grundschwingung, sondern auch die höheren Oberschwingungen eines Quarzkristalles demonstrieren.

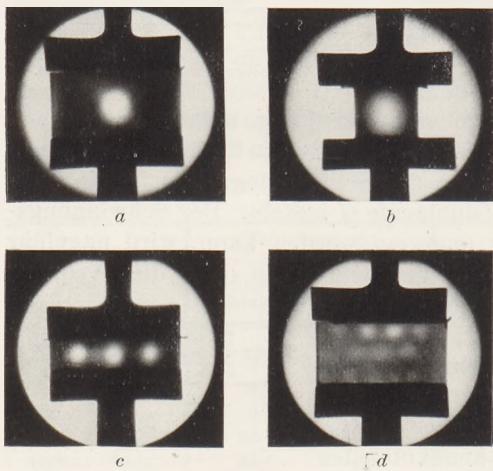


Fig. 16.
Schwingende Quarzplatten im polarisierten Licht.

bereits oben auf S. 54 hingewiesen wurde. Es genügen millimetergroße Splitter des betreffenden Kristalles, um den Effekt deutlich zu erkennen. Diese Kristallsplitter werden zwischen die Platten eines festen Kondensators gebracht, der parallel zum Drehkondensator des Schwingungskreises des Röhrensenders geschaltet ist. Eine Orientierung der Kristallsplitter ist nicht nötig, da stets einige der Splitter richtig zu den Kraftlinien des Kondensatorfeldes liegen. Jedesmal, wenn man bei Verstimming des Schwingungskreises des Röhrensenders an die Stelle der Eigenfrequenz eines der Kristallsplitter kommt, vernimmt man im Telefon des Abhörringes einen klingenden Ton. Einem größeren Auditorium läßt sich diese sehr schöne Methode am besten mit kleinen Kristallen von Seignettesalz vorführen, die man zwischen die Platten des in Fig. 14 dargestellten Kristallhalters bringt.

d) Nachweis der Quarzschwingungen mit Hilfe von polarisiertem Licht. Da im schwingenden Zustand der Quarzkristall starken mechanischen Deformationen unterworfen ist, muß sich dies auch optisch erkennen lassen, wenn man z. B. den Quarzkristall in polarisiertem Licht betrachtet. Dies hat zuerst E. P. TAWILL (22) gezeigt. Die Versuche gelingen am besten in folgender Anordnung: Der Quarz wird in einen optischen parallelen Strahlengang zwischen zwei Nicols gebracht und vergrößert auf einen Schirm abgebildet. Da die elektrische Anregung des Quarzes in der Richtung der X -Achse erfolgen muß, durchstrahlt man den Kristall am besten in Richtung der optischen Z -Achse. Es tritt dann beim Quarz eine Drehung der Polarisationsebene ein, die man durch eine zweite entgegengesetzte drehende, gleich dicke Quarzplatte kompensieren kann. In diesem Fall erscheint

der Schwingkristall dunkel auf farbigem Grund. Wird jetzt der Quarz zu kräftigen elastischen Eigenschwingungen angeregt, so hellt das Gesichtsfeld an den Stellen im Quarz auf, wo maximale Deformation eintritt. Fig. 16 zeigt in den Aufnahmen a und b den Fall der Erregung zweier Quarze in der Grundschwingung, in der Aufnahme c den Fall der Erregung in der dritten Oberschwingung und in der letzten Aufnahme d eine kompliziertere Schwingung, die sich aus zwei Schwingungen in der horizontalen (Y) und vertikalen (X) Richtung zusammensetzt. Wird die Drehung der Polarisationsebene durch den Schwingkristall nicht kompensiert, so erscheint der Quarz farbig auf hellem oder dunklem Grund. Man kann dann durch Drehung des Analysators oder Polarisators auf eine günstigste Farbe (am besten Lavendelblau) einstellen, bei der die Aufhellung im schwingenden Zustand besonders deutlich wird. Für die Versuche ist es vorteilhaft, daß die Quarze auf den Flächen senkrecht zur Durchstrahlungsrichtung poliert sind. Bei fein mattierten Quarzstücken kann man sich dadurch helfen, daß man die betreffenden Flächen mit etwas Öl einreibt.

e) Sichtbarmachung der Quarzschrwingungen mittels der Leuchtmethode. Es wurde bereits oben auf S. 59 auseinander gesetzt, daß ein schwingender Quarzkristall infolge des direkten piezoelektrischen Effektes auf den zur X-Achse senkrechten Flächen elektrische Ladungen erzeugt; diese können bei kräftigen Schwingungen des Quarzes so stark werden, daß bereits in Luft eine Funkenbildung einsetzt. Dies läßt sich mit einer einfachen Versuchsanordnung zeigen, die schematisch in Fig. 17a gezeichnet ist. Ein kleiner Quarzkristall (II) Q ist am oberen Ende einer Säule S auf einer ebenen Unterlage n mittels zweier Metallfedern m befestigt. Die Unterlage n dient als eine Elektrode, die andere wird von einem Draht d gebildet, der in der Verlängerung der X-Achse die Mitte der Kristalloberfläche berührt. Die beiden Klemmen K dienen zum Anschluß an den Röhrengenerator. Wenn der Kristall schwingt, erkennt man im Dunkeln um das Ende des Drahtes d auf der Quarzoberfläche eine koronaähnliche Entladungserscheinung, wie es die Fig. 17b anzudeuten versucht. Setzt man die ganze Anordnung unter den Rezipienten einer Luftpumpe und evakuiert auf einen Druck von einigen Millimetern, so erhält man im Augenblick des Schwingens des Quarzes eine gut sichtbare Leuchterscheinung um die Drahtelektrode d auf der Quarzoberfläche. Diese Erscheinung wurde zuerst von E. GIEBE und A. SCHEIBE (18) gefunden und zu einer sehr exakten Methode ausgebaut, um sowohl das Einsetzen der Quarzschrwingungen als auch den Schwingungszustand des Quarzes zu erkennen. Der Resonanzpunkt, bei welchem die Leuchterscheinung ihr Maximum erreicht, der Quarz also am intensivsten schwingt, läßt sich bis auf $1/10\%$ der Wellenlänge genau bestimmen. Fig. 18 zeigt einen von der Fa. Radio-A.G. Loewe, Berlin, nach diesem Prinzip hergestellten Leuchtresonator. Der Quarzkristall befindet sich zwischen zwei Elektroden in geeigneter Halterung in einem Gefäß mit verdünntem Neongas. Derartige Leuchtresonatoren werden für jede Wellenlänge von 40 m an aufwärts angefertigt und stellen ein sehr einfaches und doch sehr genaues Frequenznormal dar. Es macht keine Schwierigkeit, mehrere etwas gegeneinander verstimmte Quarze dicht nebeneinander in ein Vakuumgefäß einzubauen, um ähnlich wie bei den bekannten Zungenfrequenzmessern der Niederfrequenztechnik eine Änderung der Frequenz an dem Aufleuchten der einzelnen Quarze zu erkennen. Die Ankopplung solcher Leuchtresonatoren an den elektrischen Sender geschieht am einfachsten

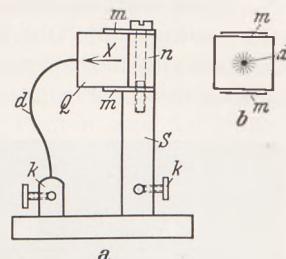


Fig. 17. Anordnung zum Nachweis der Quarzschrwingungen mit der Leuchtmethode.



Fig. 18. Quarz-Leuchtresonator.

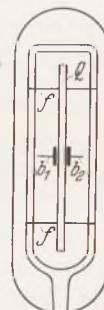


Fig. 19.
Halterung
eines
Quarzstabes
im Vakuum-
gefäß.

induktiv mittels einer kleinen Spule, deren Enden mit dem Leuchtresonator verbunden sind.

Diese Leuchtmethode von GIEBE und SCHEIBE leistet aber noch mehr; sie ermöglicht es auch, die Oberschwingungen eines Quarzstabes bis zu hohen Ordnungszahlen deutlich sichtbar zu machen. Der Quarzstab (V) wird zu diesem Zweck entweder entsprechend der Fig. 11 zwischen zwei Elektroden gelegt, wobei die obere Elektrode

von der Oberfläche des Quarzes einen Abstand von etwa 0,5 bis 1 mm hat, so daß die Leuchterscheinung sich in diesem Zwischenraum zwischen Quarz und Elektrode ausbildet, oder er wird in einem Vakuumgefäß an dünnen Seidenfäden f vertikal aufgehängt, wie es die Fig. 19 zeigt. In diesem letzten Falle genügen als Anregungselektroden zwei kurze Bleche b_1 und b_2 in der Mitte des Stabes¹. Fig. 20 zeigt die Leuchterscheinung, die sich bei dieser Halterung eines Quarzstabes bei Erregung in der 3., 9. und 15. Oberschwingung ausbildet².

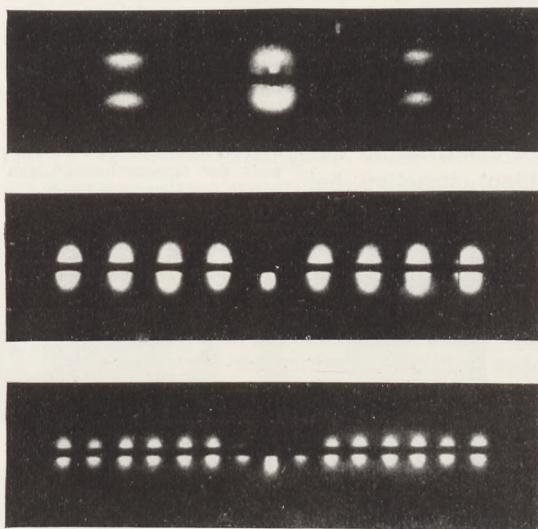


Fig. 20. Nachweis der Oberschwingungen eines Quarzstabes mit der Leuchtmethode.

längenmessung hat der Piëzoquarz in der Hochfrequenztechnik eine ebenso wichtige Anwendung zur Erzeugung konstanter elektrischer Schwingungen gefunden. In diesem Falle spricht man von einem Quarzoszillator. Von den verschiedenen Schaltungen, die zu diesem Zweck angegeben worden sind, soll hier nur die am meisten benutzte, von G. W. PIERCE (23) veröffentlichte beschrieben werden. Der zwischen zwei Elektroden gefaßte Quarz Q liegt zwischen Gitter und Kathode einer Elektronenröhre (z. B. Telefunkenröhre RE 134) (Fig. 21).

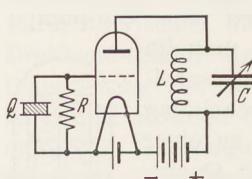


Fig. 21. Schaltung eines quarzgesteuerten Röhren-generators.

Das Gitter ist über einen Hochohmwiderrand R von etwa 1 Megohm zur Kathode abgeleitet. Im Anodenkreis der Röhre liegt der aus Spule L und Drehkondensator C bestehende Schwingungskreis. Stimmt man diesen Kreis, indem man bei kleinen Kapazitäten anfängt, auf die Eigenfrequenz des Quarzes ab, so beginnt dicht vor der Erreichung der Resonanzstelle die Anordnung zu schwingen. Die Schwingungen lassen sich leicht mittels eines Indikatorkreises mit Detektor und Galvanometer nachweisen. Die Frequenz der

Schwingungen ist durch die Eigenfrequenz des Quarzes bestimmt, der über das Gitter der Röhre den Anodenstrom steuert. Der Quarz selbst ist wiederum durch die Kapazität zwischen Gitter und Anode mit dem Anodenkreis gekoppelt. Eine geringe Verstimmung des Schwingungskreises ändert lediglich die Intensität der Schwingungen, nicht aber die Frequenz. Dies läßt sich mit einem Wellenmesser ohne Schwierigkeiten nachweisen. Mit einer solchen Anordnung ist die direkte Steuerung von Röhrengeneratoren mit Leistungen bis zu 5 bis 10 Watt möglich. Zur Steuerung stärkerer Sender ist eine Zwischenverstärkung notwendig. Diese Quarzoszillatoren

¹ Fertige Leuchtresonatoren in dieser Ausführung werden ebenfalls von der Fa. Radio-A.G. Loewe, Berlin-Steglitz, hergestellt.

² Die Aufnahmen sind den Arbeiten von E. GIEBE und A. SCHEIBE entnommen.

werden von der Technik für alle Wellen bis herunter zu 10 m Wellenlänge hergestellt. Bei Wellen über 2000 m benutzt man Quarzstäbe, die in ihrer Längsrichtung schwingen. Bei Wellen unter 2000 m verwendet man dagegen meistens Quarzplatten, die in der Dickenschwingung schwingen. Wie man leicht aus den auf S. 56 angegebenen Beziehungen ausrechnen kann, beträgt die Dicke einer solchen Quarzplatte für eine Welle von 10 m nur etwa 0,1 mm. Derartige Platten sind dann bereits sehr zerbrechlich. Für noch kürzere Wellen benutzt man deshalb neuerdings Platten aus Turmalin¹, dessen Elastizitätsmodul in Richtung der piezoelektrischen (optischen) Achse etwas größer ist als beim Quarz, so daß für die Dickenschwingung von Turmalinplatten die Beziehung: $\lambda_{\text{Meter}} \approx 79,5 d_{\text{mm}}$ gilt und für die gleiche Wellenlänge die Platten etwa 20% dicker als im Fall des Quarzes sein können. Als einziger Nachteil der piezoelektrischen Oszillatoren ist zu erwähnen, daß ihre Frequenz von der Temperatur abhängt. Überall dort, wo es auf höchste Konstanz der Frequenz ankommt, müssen daher die Quarzoszillatoren in Thermostaten eingebaut werden, um Temperatureinflüsse auszuschalten.

A. SCHEIBE und U. ADELSBERGER (25) haben unter Benutzung eines Quarzoszillators eine elektrische Uhr gebaut, die heute als der genaueste Zeitmesser angesehen werden kann. Der schwingende Quarz übernimmt hierbei die Rolle des Pendels bei der gewöhnlichen Uhr. Bei der in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt befindlichen Quarzuhr besteht der Steuerquarz aus einem 91 mm langen Quarzstab, der in der 2. Oberschwingung mit einer Frequenz von 60000 Hz schwingt. Diese Frequenz wird nach genügender Verstärkung in drei Frequenzteilerstufen auf 10000, 1000 und 333 Hz erniedrigt. Der Wechselstrom 333 Hz treibt sodann einen Synchronmotor, der als Zeitgeber wirkt. Die Genauigkeit dieser Uhr ist so groß, daß der mittlere tägliche Gang innerhalb eines halben Jahres bis auf $\pm 0,002$ Sek. konstant bleibt.

Weitere Versuche mit schwingenden Kristallen.

a) Versuche mit Ultraschallwellen in Luft. Es ist ohne weiteres klar, daß ein schwingender Quarzstab oder eine schwingende Quarzplatte Schallwellen aussendet; infolge der sehr hohen Frequenz, mit der man die Quarze bei geeigneter Dimensionierung schwingen lassen kann, ergeben sich in Luft sehr kleine Schallwellenlängen. Der Quarzstab IV der Tabelle 1 ergibt z. B. bei seiner Grundschwingung in der Y-Richtung entsprechend der Frequenz 139 kHz eine Schallwellenlänge von 2,4 mm. Diese Schallwellen lassen sich in verschiedener Weise nachweisen. Stellt man der Stirnfläche des schwingenden Quarzes eine Glasplatte gegenüber, die sich in Richtung auf den schwingenden Quarz zu mittels einer Mikrometerschraube (Kreuztisch eines Mikroskops) verschieben läßt, so bilden sich zwischen dem Quarz und der Platte stehende Schallwellen aus, die auf den schwingenden Quarz eine Rückwirkung ausüben (21). Letztere läßt sich etwa mit der oben beschriebenen, in Fig. 15 b angegebenen Schaltung nachweisen. Der Ausschlag an dem Galvanometer nimmt einen kleinsten Wert an, wenn der Abstand Platte—Quarz ein Vielfaches der halben Schallwellenlänge beträgt. Auch mit Hilfe von Lycopodiumpulver, das auf eine Glasplatte gestreut und zwischen Quarz und reflektierende Wand gebracht wird, läßt sich die stehende Schallwelle in bekannter Weise zeigen (25).

Mit dieser Schallstrahlung ist eine sehr interessante Sekundärerscheinung verbunden, auf die zuerst A. MEISSNER (20) hingewiesen hat. Es geht nämlich außer der eigentlichen Schallstrahlung von der Stirnfläche des schwingenden Quarzes noch eine sehr intensive Luftströmung aus. Sie läßt sich am einfachsten in dem Fall nachweisen, wo der Quarz infolge des transversalen reziproken piezoelektrischen Effektes longitudinale Schwingungen in der Y-Richtung ausführt. Der Quarz (IV) wird dazu in den Quarzhalter Fig. 14 eingespannt und in der Grundschwingung erregt. In den Fig. 22 a

¹ Turmalinoszillatoren werden von der Fa. C. Zeiss, Jena, bis herunter zu Wellenlängen von 2 m hergestellt.

und b ist die Charakteristik der Luftströmung durch die gestrichelten Linien in Aufsicht und Seitenansicht angedeutet. Die Luftströmung ist so stark, daß eine Kerzenflamme ausgeblasen und ein kleines Windräddchen aus Papier in rasche Rotation versetzt wird, wenn man es in der Nähe des schwingenden Quarzes aufstellt. Dieser Effekt eignet sich sehr schön dazu, um bei den oben beschriebenen Versuchen des elektrischen Nachweises der Quarzschwingungen gleichzeitig einem größeren Hörerkreis

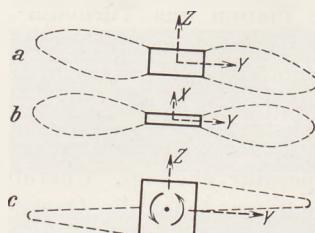


Fig. 22.
Luftströmungscharakteristik bei schwingenden Quarzen.

in der einen Schwingungsphase Luft von allen Seiten angesaugt, in der anderen Phase die Luft aber nur nach einer Seite beschleunigt wird. Das Einströmen neuer Luft von der Seite her in die Richtung der Schwingung läßt sich mit Rauch nachweisen, den man von der Seite gegen den schwingenden Quarz bläst.

Macht man die Dimension des schwingenden Quarzes in Richtung der optischen Z-Achse gleich der in der Y-Achse, so daß man eine quadratische Quarzplatte erhält, so gehen bei Schwingungen in Richtung der Y-Achse die Luftströmungen nicht mehr symmetrisch von der Quarzplatte aus, sondern die Charakteristik der Luftströmung

nimmt das Bild der Fig. 22 c an. Dadurch erhält die Platte ein Drehmoment um die X-Achse. Die Platte gerät ähnlich wie ein SEGNERSESches Wasserrad infolge des Rückstoßes durch die Luftströmungen in Rotation, wenn man die Hochfrequenz einschaltet. Auf diese Weise läßt sich, wie ebenfalls A. MEISSNER gezeigt hat, ein kleiner Kristallmotor bauen. Die Fig. 23 zeigt die Photographie eines solchen Motors. Auf die zur X-Achse senkrechten Flächen des Quarzes (II) sind dünne Metallbleche als Elektroden aufgeklebt; senkrecht auf diese Bleche sind zwei Metallstifte als Achse aufgelötet und drehbar zwischen zwei Stellschrauben gelagert. Die Hochfrequenz wird über diese Lager den Elektroden des Kristalles zugeführt. Die Erklärung

für das unsymmetrische Austreten der Luftströmungen ist in gewissen Anomalien des elastischen Verhaltens des Quarzes zu suchen, auf die näher einzugehen hier zu weit führen würde.

b) Versuche mit Ultraschall in Flüssigkeiten. Mittels des schwingenden Quarzes lassen sich ohne Schwierigkeiten ultrafrequente Schallwellen auch in einer Flüssigkeit erzeugen. Ist die Schallwellenlänge in der Flüssigkeit hinreichend klein, so läßt sich an den durch die Flüssigkeit laufenden Schallwellen eine sehr interessante optische Beugungerscheinung zeigen, die zuerst von P. DEBYE und F. W. SEARS (26) und fast gleichzeitig von R. LUCAS und P. BIQUARD (27) beschrieben wurde. Die durch die Flüssigkeit laufenden Schallwellen rufen in der Flüssigkeit in gleichmäßigen Abständen Verdichtungen und Verdünnungen hervor, denen zufolge sich auch die optischen Eigenschaften der Flüssigkeit in periodisch aufeinanderfolgenden Abständen verändern. Mit anderen Worten: die Flüssigkeit wirkt wie ein optisches Beugungsgitter, wobei die Schallwellenlänge die Bedeutung der Gitterkonstante hat. Bildet man durch die von

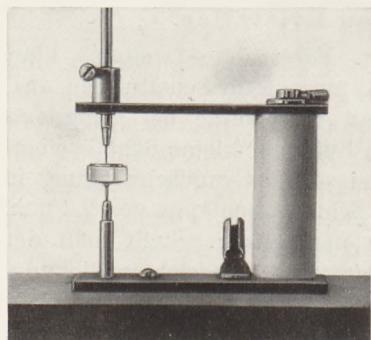


Fig. 23. Kristallmotor.

Schallwellen durchsetzte Flüssigkeit einen Spalt optisch auf einem Schirm ab, so erhält man rechts und links vom zentralen Spaltbild Beugungsspektren, und der Abstand dieser Spektren vom Zentralbild ist um so größer, je kleiner die Schallwellenlänge in der Flüssigkeit ist, d. h. je kleiner bei konstanter Schallfrequenz die Schallgeschwindigkeit in der Flüssigkeit, oder je höher bei gegebener Schallgeschwindigkeit die Schallfrequenz ist. Man erkennt hieraus sofort als wichtige Anwendung die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten. Die experimentelle Anordnung ist schematisch in Fig. 24 angegeben. Ein Spalt Sp wird von einer intensiven Lichtquelle L über einen Kondensor K beleuchtet und mittels eines langbrennweiten Objektivs O auf einen Schirm S abgebildet. Dicht vor dem Objektiv O befindet sich in einem Glastrog mit planparallelen Wänden der Piezoquarz, der so angeordnet ist, daß die Schallwellen senkrecht zur Lichtrichtung in Richtung des eingezeichneten Pfeiles die Flüssigkeit durchlaufen. Die Montierung der Quarzplatte (III) geht deutlich aus Fig. 25 hervor. Die Quarzplatte liegt auf einer Metallplatte, die die eine Elektrode bildet; die freie der Flüssigkeit zugewandte Quarzoberfläche ist versilbert und steht über eine dünne Metallfeder, die die Quarzplatte an die Metallplatte andrückt, mit einer am oberen Ende der Metallplatte isoliert angebrachten Klemme in Verbindung. Die Quarzplatte wird in der Dickenschwingung erregt. Als Flüssigkeiten eignen sich für Demonstrationsversuche am bestem Xylol, Benzol, Alkohol, Chloroform¹. Die Beugungerscheinung tritt bereits bei sehr kleiner Schwingungsamplitude auf. Bei kräftiger Erregung des Quarzes ist die Erscheinung so lichtstark, daß sie sich bequem projizieren läßt. Man erhält die Beugungerscheinung nicht nur mit der Grundschwingung, sondern auch mit den höheren Oberschwingungen der Quarzplatte, und die Methode kann direkt zum Nachweise der Oberschwingungen piezoelektrischer Quarzplatten benutzt werden (28). Die Aufnahmen Fig. 26a zeigen z. B. die mit einer Quarzplatte von 1,5 mm Dicke in Xylol erhaltenen Beugungsbilder bei Erregung der Platte in der Grund- sowie 3. und 7. Oberschwingung. Diese Aufnahmen sind mit monochromatischem Licht gemacht.

Bezeichnet man den Abstand des Schirmes, auf dem das Bild entsteht, von der Mitte des Glastroges mit a , den Abstand des Beugungsbildes k -ter Ordnung vom Zentralspaltbild mit d , die Wellenlänge des zum Versuche benutzten Lichtes mit $\lambda_{\text{opt.}}$, die Schallwellenlänge mit $\lambda_{\text{ak.}}$, die Schallgeschwindigkeit mit v und die elektrische Wellenlänge, mit der der Quarz erregt wird, mit $\lambda_{\text{elekt.}}$

¹ Bei elektrolytisch leitenden Flüssigkeiten ist eine etwas andere Montierung des Quarzes notwendig (28), damit durch die Leitfähigkeit die Elektroden des Quarzes nicht kurzgeschlossen werden, oder man muß den Quarz in einer isolierenden Flüssigkeit erregen und die Schallwellen durch eine Wand in die leitende Flüssigkeit übertreten lassen (29).

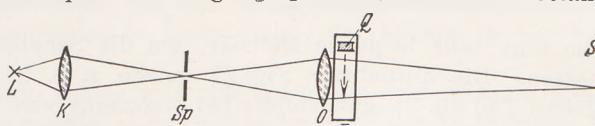


Fig. 24. Optische Anordnung der DEBYE-SEARSSchen Methode.

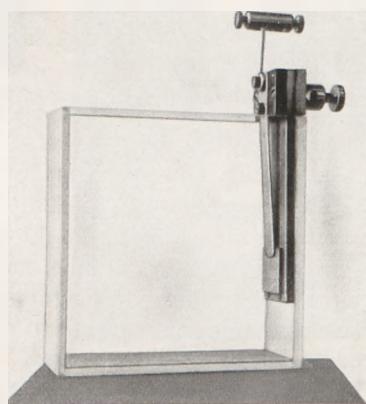


Fig. 25. Montierung der Quarzplatte im Flüssigkeitstroß für die Beugungsversuche.

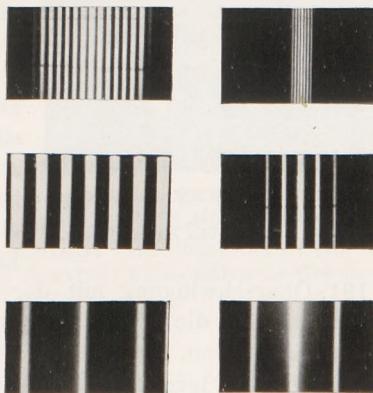


Fig. 26. Beugungsbilder, a einer in einer Flüssigkeit erzeugten Schallwelle, b einer in Oberschwingungen erregten Quarzplatte.

so gelten, wie man leicht unter Benutzung der gewöhnlichen Beugungsformel ableiten kann, die Beziehungen: $\lambda_{\text{ak.}} = \frac{k \cdot a \cdot \lambda_{\text{opt.}}}{d}$ und $v = \frac{3 \cdot 10^{10} \cdot k \cdot a \cdot \lambda_{\text{opt.}}}{d \cdot \lambda_{\text{elekt.}}}$. Wir haben hier also eine sehr bequeme Methode, um die Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten zu messen. Die Aufnahmen Fig. 27 zeigen z. B. für drei verschiedene Frequenzen im oberen Teil die Beugungsbilder bei Benutzung von Wasser, im unteren Teil die gleichen Bilder bei Benutzung einer gesättigten Kochsalzlösung. Man erkennt sofort, daß die Schallgeschwindigkeit in der Lösung größer ist, da die Beugungsbilder dichter am Zentralbild liegen.



Fig. 27. Beugungsbilder einer in Wasser bzw. gesättigter NaCl-Lösung erzeugten Schallwelle.

Lichtrichtung bewegt. Eine Störung der aber deshalb nicht auf, weil die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schallwellen außerordentlich klein gegen die Lichtgeschwindigkeit ist.

Es liegt natürlich nahe, zu versuchen, eine in höheren Oberschwingungen erregte Quarzplatte selbst als Beugungsgitter zu benutzen, indem man senkrecht zur Schwingungsrichtung der Platte (also senkrecht zur X -Richtung) einen Spalt durch die schwingende Platte abbildet. Dies haben zuerst R. LUCAS und P. RIQUARD gezeigt (27).

Für einen solchen Versuch eignet sich am besten die Quarzplatte I, die in dem optischen Aufbau der Fig. 24 an Stelle des Flüssigkeitstroges vor das Objektiv O gesetzt und in der Y - oder Z -Richtung durchstrahlt wird. Die Gitterkonstante der in der Dickenrichtung erregten Quarzplatte ist dann die elastische Schallwellenlänge im Quarz selbst. Sie ist bei gleicher elektrischer Anregungsfrequenz infolge der größeren Schallgeschwindigkeit im Quarz rund 500 mal so groß wie in einer Flüssigkeit. Um also hinreichend große Abstände der Beugungsbilder vom Zentralspaltbild zu bekommen, muß man den Quarz in hohen Oberschwingungen erregen. Die drei Aufnahmen in Fig. 26 b zeigen solche Beugungsbilder bei Erregung der Platte I in der 9., 49. und 121. Oberschwingung. Die erregenden elektrischen Wellenlängen waren 116, 21,2 und 8,6 m.

Es gelang dem Verfasser, diese Quarzplatte noch in der

191. Oberschwingung mit der elektrischen Welle 5,45 m anzuregen (30). In diesem Falle beträgt die Gitterkonstante, d. h. der Abstand zweier Ebenen gleicher Kompression bzw. Dilatation, nur 0,1 mm.

In den letzten Jahren sind eine große Anzahl Arbeiten erschienen, die sich mit der Ausbreitung von Ultraschall in Flüssigkeiten unter Benutzung der DEBYE-SEARS-schen Methode beschäftigen. Die Hauptarbeiten sind in der Literaturübersicht am Schluß mit aufgeführt (31 bis 37).

Es soll jetzt nur noch eine besonders schöne Anwendung der Methode beschrieben werden. Bildet man durch den Flüssigkeitstrog, in dem die Schallwellen erzeugt werden, eine Lochblende auf dem Schirm ab und läßt die Schallwellen an einer unter 45° geneigten Glasplatte reflektieren, so daß sich dicht vor der Reflexionsplatte zwei Schallwellen unter 90° kreuzen, so erhält man in der Flüssigkeit als beugendes System ein Kreuzgitter und auf dem Schirm die aus der Optik bekannte Beugungsfigur desselben, wie sie die Fig. 28 zeigt. Erregt man den Quarz in einer Oberschwingung

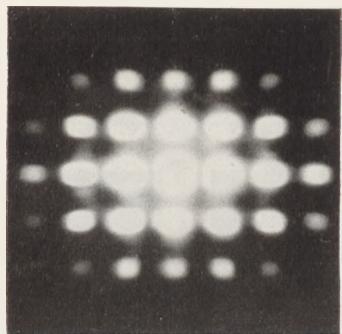


Fig. 28. Beugungsbild eines in einer Flüssigkeit mittels zweier Schallstrahlen erzeugten Kreuzgitters.

so rücken die einzelnen Lichtpunkte alle gleich weit weiter auseinander. Die Erscheinung ist ebenfalls so lichtstark, daß man sie projizieren kann. Man kann den gleichen Effekt auch mit zwei Quarzen erreichen, die man unabhängig voneinander erregt und von denen der eine die Schallwellen in horizontaler, der andere in vertikaler Richtung aussendet.

Geht man nun noch einen Schritt weiter und läßt von einem dritten Quarz Schallwellen senkrecht zur Richtung der beiden anderen Schallwellen, also in Richtung des Lichtes, durch die Flüssigkeit laufen, so erhält man in derselben ein raumgitterartiges Gebilde, da an den Schnittpunkten der drei Schallstrahlen Punkte größter Kompression, also größter Dichte, erzeugt werden. Durchstrahlt man dieses Flüssigkeitsgebilde mit Lichtstrahlen, so erhält man als Beugungsbild eine Art „LAUE-Diagramm“, wie es die Fig. 29 für den Fall zeigt, daß die drei Schallstrahlen gleiche Frequenz haben. Die Blickrichtung fällt hier mit der Richtung eines Schallstrahles zusammen, und man erkennt deutlich die in diesem Falle zu erwartende vierzählige Symmetrie. Wir haben also hier im Gebiete der optischen Wellen ein Analogon zur Beugung der Röntgenstrahlen an dem natürlichen Raumgitter der Kristalle, nach dem man schon lange gesucht hatte, und das sich mit mechanischen Mitteln wegen der großen Anforderungen, die an die Regelmäßigkeit des Aufbaues eines solchen Gitters gestellt werden müssen, bisher nicht verwirklichen ließ. Diese Versuche, mittels der Ultraschallstrahlen künstliche Raumgitter für das sichtbare Licht zu erzeugen, wurden zuerst von CL. SCHAEFER und L. BERGMANN systematisch durchgeführt und beschrieben (38). Fast gleichzeitig und unabhängig davon wurde die gleiche Tatsache, daß man mit Ultraschallstrahlen in Flüssigkeiten Raumgitterstrukturen erzeugen kann, von E. HIEDEMANN und R. ASBACH erkannt (33).

Inzwischen ist es CL. SCHAEFER und L. BERGMANN auch gelungen, in festen durchsichtigen Körpern mit Hilfe schwingender Piezoquarze und in noch schönerer Weise in schwingenden Kristallen selbst Raumgitterbeugungen mit sichtbarem Licht zu erhalten, über die gelegentlich an dieser Stelle berichtet werden soll.

Literaturübersicht.

a) Bücher und zusammenfassende Berichte.

W. VOIGT: Lehrbuch der Kristallphysik. Leipzig: B. G. Teubner 1928. — W. VOIGT: Die physikalischen Eigenschaften der Kristalle. Leipzig 1898. — P. VIGOREUX: Quartz resonators and oscillators, London 1931. — H. FALKENHAGEN: Pyro- und Piezoelektrizität. Handbuch der Physik von GEIGER-SCHEEL, Bd. 13, S. 291. Berlin: Julius Springer. — A. SCHEIBE: Piezoelektrische Resonanzerscheinungen. Zeitschr. Hochfrequenztechn. 28, 15 (1926).

b) Einzelne Arbeiten.

1. J. u. P. CURIE: Compt. rend. 91, 294 (1880). — 2. E. GIEBE u. A. SCHEIBE: Zeitschr. Physik 33, 760 (1925). — 3. H. GEIGER u. K. SCHEEL: Handbuch der Physik, 1. Aufl. Bd. 24, S. 379 (1927). — 4. Lord KELVIN: Philos. Mag. 36, 331 (1893). — 5. W. VOIGT: Abhandl. d. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 36 (1890); ferner Lehrbuch der Kristallphysik. — 6. A. MEISSNER: Zeitschr. techn. Phys. 8, 74 (1927). — 7. E. RIECKE u. W. VOIGT: Wiedemanns Ann. 45, 523 (1892). — 8. A. MEISSNER: Physik. Zeitschr. 28, 621 (1927). — 9. J. KLUGE u. H. E. LINCKH, Zeitschr. VDI 73, 1311 (1929). — 10. A. KUNDT: Wiedemanns Ann. 20, 592 (1883). — 11. E. GIEBE u. A. SCHEIBE: Zeitschr. Physik 33, 760 (1925). — 12. L. BERGMANN: Physik. Zeitschr. 36, 31 (1935). — 13. G. LIPPMPANN: Ann. de phys. et chim. 24, 145 (1889). — 14. J. u. P. CURIE: Compt. rend. 93, 1137 (1881). — 15. W. G. CADY: Proc. Inst. Radio Engr. 10, 88 (1922). — 16. E. GIEBE u. A. SCHEIBE: Ann. Physik (5) 9, 92 u. 137 (1931); dort auch Angaben weiterer Literatur. — 17. A. HUND: Proc. Inst. Radio Engr. 14, 447 (1926). — 18. E. GIEBE u. A. SCHEIBE: Zeitschr. Physik 33, 335 (1925). — 19. E. GIEBE u. A. SCHEIBE: Zeitschr. Physik 46, 805 (1928). — 20. A. MEISSNER: Zeitschr. techn. Physik 7, 585 (1926). — 21. K. HEEGNER: Zeitschr.

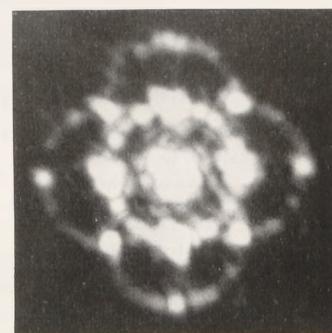


Fig. 29. LAUE-Diagramm eines in einer Flüssigkeit mittels dreier Schallstrahlen erzeugten künstlichen Raumgitters.

Hochfrequenztechn. **29**, 177 (1927). — 22. E. P. TAWIL: Compt. rend. **183**, 1099 (1926). — 23. G. W. PIERCE: Proc. Amer. Acad. **59**, 104 (1923). — 24. A. SCHEIBE u. Ü. ADELSBERGER: Zeitschr. techn. Physik **13**, 591 (1932). — 25. H. STRAUBEL: Physik. Zeitschr. **32**, 379 (1931). — 26. P. DEBYE u. F. W. SEARS: Proc. Nat. Acad. Amer. **18**, 409 (1932). — 27. R. LUCAS u. P. BIQUARD: J. Physique Radium **3**, 464 (1932). — 28. L. BERGMANN: Physik. Zeitschr. **34**, 781 (1933); Zeitschr. Hochfrequenztechn. **43**, 83, 134. 29. E. HIEDEMANN u. H. R. ASBACH: Physik. Zeitschr. **34**, 734 (1933). — 30. L. BERGMANN: Ann. Physik (5) **21**, 553 (1934). — 31. E. HIEDEMANN u. H. R. ASBACH: Physik. Zeitschr. **34**, 494 (1933). — 32. E. HIEDEMANN u. H. R. ASBACH: Physik. Zeitschr. **35**, 26 (1934). — 33. E. HIEDEMANN u. H. R. ASBACH: Zeitschr. Physik **87**, 442 (1934). — 34. E. HIEDEMANN u. H. R. ASBACH u. CH. BACHEM: Ztschr. Physik **87**, 734 (1934). — 35. CH. BACHEM: Zeitschr. Physik **87**, 738 (1934). — 36. R. BÄR u. E. MEYER: Physik. Zeitschr. **34**, 393 (1933). — 37. R. BÄR: Helv. phys. Acta **6**, 570 (1933). — 38. CL. SCHAEFER u. L. BERGMANN: Sitzgsber. Akad. Wiss., Phys.-math. Kl. 1934, X. — 39. CL. SCHAEFER u. L. BERGMANN: Sitzgsber. Akad. Wiss., Phys.-math. Kl. 1934, XIII und Naturwissenschaften **22**, 685 (1934).

Breslau, *Physikalisches Institut der Universität.*

Eine neue Anwendung physiologischer Methoden auf Beleuchtungsfragen.

Von Dr. K. Norden in Berlin-Charlottenburg.

Für die Behandlung von Problemen der Technischen Physik werden neuerdings häufig physiologische Erkenntnisse und Methoden herangezogen. So spielt z.B. die Lehre von der physiologischen Akustik eine wichtige Rolle in der Entwicklung der modernen Rundfunktechnik und der elektrischen Musikerzeugung; der physiologischen Optik entstammende Anschauungen und Begriffe, wie: Adaptation, Reizschwellenwert, Empfindungsgeschwindigkeit u. a. m. haben der Beleuchtungstechnik eine neue Richtung gegeben.

Der physikalische Unterricht, der ja propädeutisch die Grundlagen für die technische Praxis geben soll, muß diesen Tendenzen Rechnung tragen und solche physiologischen Themen rechtzeitig in seinen Lehrstoff einbeziehen. Er wird daher gut tun, allen derartigen „Grenzerweiterungen“ schon im frühen Stadium Aufmerksamkeit zu schenken.

Eine solche Grenzerweiterung ist jetzt wieder durch eine kürzlich erschienene Arbeit des Verfassers¹ in Gang gekommen, in der erstmalig die physiologische Lehre vom Tiefensehen auf Beleuchtungsfragen angewendet wird. Da sie mit der Zeit weiteren Ausbau verspricht, außerdem methodologisch recht interessant ist, soll sie dem Leserkreise dieser Zeitschrift hiermit nähergebracht werden.

Die Lehre vom Tiefensehen gehört nach der HELMHOLTZSCHEN Nomenklatur dem Gebiet der „Gesichtswahrnehmungen und -vorstellungen“ an, das er im dritten Bande seiner „Physiologischen Optik“ behandelt hat; physikalischem Denken und Anschauen ist dieses Gebiet fremder als die Lehre des zweiten Bandes von den „Gesichtsempfindungen“, zu denen bekanntlich die ganze Welt der Farbeindrücke gehört. Tiefensehen ist die Fähigkeit, vermöge deren wir die Eindrücke des zweidimensionalen Netzhautbildes in den dreidimensionalen Raum hineinprojizieren und jedem Bildpunkte eine bestimmte räumliche Lokalisation zuweisen; es vermittelt uns also sowohl die Tiefenlage der zu einem Objekt gehörigen Punkte, d. i. seine körperliche Form oder Raumgestalt, als auch die Tiefenlage jedes Objektes relativ zu anderen gesehenen Objekten, d. i. seine nähere oder entferntere, von der Augachse mehr oder weniger seitliche Anordnung im Raum oder seinen Raumort.

Nun ist aber Tiefensehen keineswegs eine einheitliche Funktion, sondern eine Vielheit von Hilfsmitteln, von denen, je nach Art der jeweiligen Sehaufgabe, entweder ein einzelnes oder auch mehrere kombiniert ins Spiel treten, da die Bedingungen, unter denen sie wirksam werden, sehr verschieden und z.T. sogar einander widerstreitend

¹ K. NORDEN: Beiträge zur Erkennung räumlicher Formen. Das Licht **4**, 61f. (1934). Bezuglich Einzelheiten sei auf diese Arbeit verwiesen.

sind. In der nachstehenden Tabelle sind die einzelnen Mittel, als Auszug aus der HELMHOLTZSchen Lehre von den Gesichtswahrnehmungen, übersichtlich zusammengestellt.

Aufzählung und Kennzeichnung der Hilfsmittel zur Erkennung der Tiefendimension.

Vorstellungen (der Erfahrung über die besondere Natur des gesehenen Objektes angehörig)	Wahrnehmungen (der Sinnesempfindung angehörig)
<ol style="list-style-type: none"> 1. Folgerungen, die wir aus Auftreten und Verteilung der Schatten auf die räumliche Natur und Anordnung der Gegenstände zu ziehen gewohnt sind. 2. Beeinflussung unseres Urteils durch Luftperspektive, d. i. durch Trübung der vor den Gegenständen liegenden Luftsicht. 3. Mitgebrachte Kenntnis von der Größe des Objektes, im Vergleich mit der wahrgenommenen. 4. Mitgebrachte Kenntnis von der Form des Objektes. 	<ol style="list-style-type: none"> 5. Muskelgefühl für die Anstrengung der Akkommodation der Augen auf kleinere oder größere Schwestern. 6. Vergleichung der verschiedenen perspektivischen Bilder, die beide Augen gleichzeitig von dem Objekt empfangen (binokulare Verschiedenheit). 7. Vergleichung der verschiedenen perspektivischen Bilder, die durch Fortbewegung des Kopfes oder Körpers nacheinander zustande kommen (monokulare Verschiedenheit).

Die Tabelle zeigt unmittelbar, wie ungleichartig die einzelnen Hilfsmittel sind. Eine unterscheidende Bedingung, von der ihre Wirksamkeit oder Empfindlichkeit abhängt, ist die Entfernung des Objektes vom Auge. So ist z. B. Nr. 5 nur leistungsfähig bei kleinen Schwestern, worüber genaue Untersuchungen vorliegen. Binokulares Sehen (Nr. 6), das vielfach irrtümlich als das eigentliche, ja einzige Mittel des Tiefensehens gilt, reicht zwar weiter als Nr. 5, aber auch seine Wirksamkeit nimmt mit der Entfernung ab nach einer Formel $\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{r} > \frac{1}{f}$, die erfüllt sein muß, wenn der Tiefenunterschied zweier Punkte, deren näherer vom Auge einen Abstand = ϱ , deren entfernter einen Abstand = r hat, eben noch binokular wahrnehmbar sein soll, wobei die Konstante f auf Grund von Versuchen = 240 m gesetzt werden kann. Von den beiden Hilfsmitteln der Perspektive, Nr. 2 und 3, wird 2 nur bei größeren Entfernungen wirksam.

Ein anderes Moment, das auf die Wirksamkeit der Hilfsmittel Einfluß hat, ist die Beleuchtung des Objektes und seiner Umgebung. Hier wird die Berührungsstelle des Tiefensehens mit der Beleuchtungstechnik erkennbar.

Wenn für die meisten Fälle der theoretischen und praktischen Beleuchtungstechnik als ideales Ziel hingestellt werden kann, diejenige Beleuchtung der Objekte zu ermitteln und zu verwirklichen, die ihre Raumgestalt und ihren Raumort möglichst deutlich werden läßt, so können wir das jetzt präziser wie folgt ausdrücken: eine Beleuchtung ist optimal, wenn sie diejenigen Hilfsmittel des Tiefensehens begünstigt, welche unter den gegebenen Sehbedingungen des jeweiligen Falles (Entfernung usw.) die Formerkennung und Lokalisierung des Objektes bewirken.

Was vom Einfluß der Entfernung gesagt wurde, gilt nicht minder von dem der Beleuchtung: er ist für die einzelnen Hilfsmittel recht verschieden. Nr. 1, Auftreten und Verteilung der Schatten, ist eine reine Beleuchtungsfrage, liegt also ganz in der Hand des Beleuchtungstechnikers; dagegen hängt Nr. 3 gar nicht mit der Beleuchtung zusammen. Für einige Hilfsmittel ist die Abhängigkeit von Stärke und Art der Beleuchtung noch nicht genügend erforscht (z. B. für Nr. 5 und 6); erst die gegenwärtige „Grenzerweiterung“ wird wohl den Anstoß dazu geben, die physiologische Optik in dieser Richtung weiter auszubauen, wie ja entsprechend auch die Radiotechnik ihrerseits wieder auf den Ausbau der physiologischen Akustik zurückgewirkt hat. Aber auch schon beim jetzigen Stande gewährt die neue Methode reiche Möglichkeiten, die an dieser Stelle unmöglich ausgeschöpft werden können. Nur soll im folgenden an Beispielen gezeigt

werden, wie die Methode theoretisch zum Verständnis des wirksamen Beleuchtungsfaktors führt, und wie sie in einer praktischen Aufgabe zur Herstellung der günstigsten Beleuchtung verhilft.

Beispiel 1. Im Scheinwerferlicht eines auf dunkler Landstraße fahrenden Automobils erscheinen die Bäume am Straßenrande nicht wie wirkliche dreidimensionale Bäume, sondern zweidimensional wie Theaterkulissen. Diese Erscheinung ist vom Verfasser als „Kulissensehen“ bezeichnet und in zwei Arbeiten¹ gründlich untersucht worden. Hier können natürlich nur die Ergebnisse wiedergegeben werden. Der Effekt kommt dadurch zustande, daß wir den Baum, der durch das scharfe Licht des Scheinwerfers von seinem Waldhintergrund optisch isoliert wird, assoziativ mit dem Erinnerungsbild einer freistehenden Baumkulisse in Verbindung bringen, die ja selbst auch vom übrigen Bühnenbild räumlich isoliert ist. Da der Beobachter sich fahrend an den Bäumen vorbeibewegt, sollte man eigentlich erwarten,

daß Hilfsmittel 7 einen raumplastischen Eindruck erzeugt. Weil aber die Beleuchtung, die ja den Baum erst aus dem Dunkel auftauchen läßt, d. h. sichtbar macht, vom fahrenden Automobil herkommt, also während dessen Fortbewegung auch schon wieder verschwindet und den Baum unsichtbar werden läßt, noch bevor die Wirkung monokularer Verschiebung eintritt, wird bei dieser Bewegung nicht nur keine Tiefenentwicklung gewonnen, sondern der Eindruck des Flächenhaften erst recht bestätigt; denn der Gegenstand erscheint bei dieser Beleuchtungsart genau so, wie eine gemalte Kulisse bei normaler (feststehender) Beleuchtung erscheinen würde, und dieses Verhalten legen wir, obwohl es seine wahre Ursache in der Beleuchtungsart hat, vermöge einer

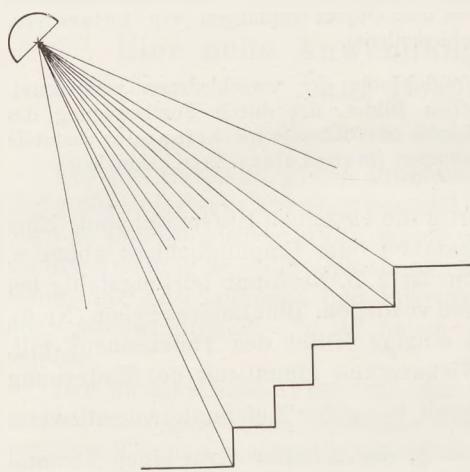


Fig. 1. Unzweckmäßige Treppenbeleuchtung ohne Eigenschaften.

Sinnestäuschung dem Objekt selbst bei. (Der Eindruck echtgewachsener Bäume würde sich selbstverständlich sofort einstellen, wenn die Landstraße durch eine fest aufgehängte Lampenreihe beleuchtet wäre.)

Den sonst nicht verständlichen Kulisseneffekt auf diese Weise aufgeklärt zu haben, ist das Verdienst der vom Tiefensehen ausgehenden physiologischen Betrachtungsweise.

Beispiel 2. Die Anwendung der Methode auf eine praktische Beleuchtungsaufgabe soll an einem Fall gezeigt werden, der auf Schattenwirkung beruht.

In der physiologischen Optik pflegt die Form-aufklärende (und Form-umkehrende!) Wirkung der Schatten an der Zeichnung einer Treppe demonstriert zu werden. Die Treppe ist zugleich ein gutes Beispiel für den praktischen Wert richtiger Formerkennung, denn jedes Verkennen ihrer Form verleiht zu Fehlritten und kann Unfälle hervorrufen. Was macht nun die charakteristische Form der Treppe aus? Offenbar der gleichmäßige Wechsel von Horizontal- und Vertikalfächern. Dieser tritt am besten hervor, wenn die horizontalen Flächen beleuchtet, die vertikalen beschattet werden (oder umgekehrt), derart daß die den Umbruch der Flächen bildenden Stufenränder zugleich auch scharfe Grenzen der Schatten gegen das Helle bilden. Dementsprechend muß der Beleuchtungstechniker somit die Lichtquellen anordnen. Er darf also nicht etwa gemäß Fig. 1 beleuchten, wie man es oft findet, derart daß Horizontal- und Vertikalfächer zugleich erhellt werden und die Stufenränder sich nicht abheben. Demgegenüber zeigt Fig. 2 eine praktische Lösung, die das Ergebnis der Formuntersuchung verwirklicht. Von der Richtigkeit unserer Überlegungen kann sich

¹ K. NORDEN: Das Licht 3, 134 f. (1933); 4, (1934), a. a. O.

jeder leicht überzeugen, wenn er eine sonst nicht beleuchtete Treppe mit einer vorgehaltenen Taschenlampe betritt, wobei ein der Fig. 2 entsprechender Effekt entsteht.

An diesem Beispiel wird das Neuartige der Methode besonders deutlich. Nicht neu ist natürlich die Einführung schattiger Beleuchtung an sich; deren Zweckmäßigkeit hat die Beleuchtungstechnik schon vorher erkannt, daher wenigstens für Arbeitsbeleuchtungen die Forderung aufgestellt: „Die Arbeitsbeleuchtung soll nicht vollständig schattenlos sein. An jeder Arbeitsstelle sollen mindestens 20% der Beleuchtungsstärke von gerichtetem Lichtstrom herrühren“. (Leitsätze der DBG für die Beleuchtung mit künstlichem Licht, Ausgabe 1931, Teil A II „Schattigkeit“.)

Aber diese wichtige und dankenswerte Vorschrift schafft doch nur die Voraussetzung dafür, daß in gewissen Anlagen ein bestimmtes Minimum von Schattenbildung überhaupt möglich, d. h. potentiell vorhanden ist. Einen neuen Schritt darüber hinaus bedeutet es aber, wenn der Beleuchtungstechniker das tatsächliche Auftreten von Schatten nicht mehr dem Zufall überläßt, sondern nunmehr bewußt einen nach Lage und Ausdehnung genau definierten, immer in Erscheinung tretenden Schatten „anordnet“, um der Formaufklärung zu dienen. Von dieser wichtigen beleuchtungstechnischen Bedeutung des Schattens ist bisher noch kaum Gebrauch gemacht worden¹.

Die beiden vorstehenden Beispiele betrafen die Erfassung der Raumgestalt des Objektes, nicht seines Raumortes; es soll daher als drittes Beispiel noch ein Fall angeschlossen werden, der die Lokalisierung eines Objektes behandelt.

Beispiel 3. Als Hauptfordernis einer guten Straßenbeleuchtung wird heute angesehen, daß der Automobilfahrer den Abstand eines in der Ferne auftauchenden Gegenstandes schnell und sicher abschätzen kann. Nun spielt sich das Auffassen eines im Gesichtsfeld auftauchenden fernen Objektes am besten ab, wenn das Objekt als Silhouette, entweder dunkel auf hellem oder hell auf dunklem Grunde erscheint. Daher wird die moderne Straßenbeleuchtung mehr und mehr auf „Silhouettensehen“ abgestellt. Beim Silhouettensehen aber beschränkt sich die Wahrnehmung gänzlich auf die Umrißformen der Objekte, während ihre Binnen- und Tiefenformen ganz verloren gehen. Wie kommt es nun, daß trotzdem die für die Verkehrssicherheit unentbehrliche Wahrnehmung des Tiefenortes unbeeinträchtigt bleibt?

Um das zu verstehen, haben wir nur zu prüfen, auf welche Weise in diesem Falle die Entfernungswahrnehmung zustande kommt.

¹ Einiges Systematische zur Formaufklärung durch Schatten s. auch bei K. NORDEN: „Die Grundlagen der Schattentechnik“, S. 64. Union Deutsche Verlagsgesellschaft 1933.

² Bei dieser Ausführung sind auch auf den H-Flächen innere Streifen *c* beschattet, die bei Blickrichtung: treppabwärts, bei der die beschatteten V-Flächen *b* verdeckt sind, deren Rolle übernehmen. Somit bilden sowohl beim Hinauf- wie beim Hinabsteigen der Treppe die Stufenkanten *r* jedesmal die Schattengrenzen der beleuchteten Horizontalstreifen *a*, auf die der Vorderfuß mit vollem Gefühl der Sicherheit aufgesetzt wird; die Breite der Streifen *a* kann durch geeignete Steilheit des Lichteinfalls geregelt werden.

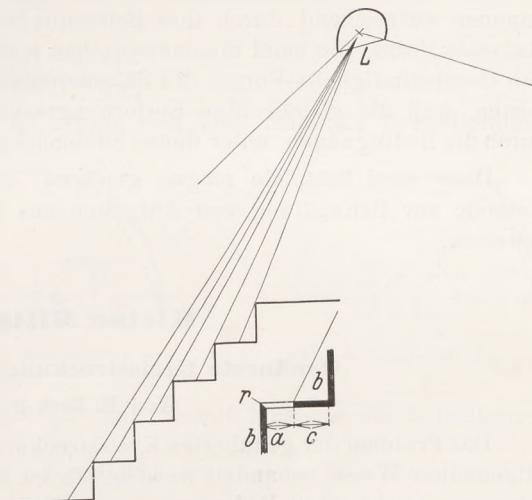


Fig. 2. Ideale Treppenbeleuchtung auf Grund der Formuntersuchung². *L* Lichtquelle mit Armatur, die den Lichtstrom hauptsächlich auf die Treppe beschränkt und vom Passanten abblendet. (Um den Schatten des Passanten aufzuheben, werden zweckmäßig 2 gleiche Lichtquellen *L* nebeneinander angeordnet.) *r* äußerer Stufenrand.
a beleuchtete, *b* und *c* beschattete Stufenflächen.

Für die Beurteilung des Abstandes entfernter Objekte ist der Fahrer auf die beiden Hilfsmittel der Perspektive, Nr. 2 und hauptsächlich Nr. 3, angewiesen; da diese beiden für das plastische Sehen kaum Bedeutung haben, so folgt nebenbei, daß unter gleichen Sehbedingungen die Hilfsmittel für Wahrnehmung von Raumort und Raumgestalt ganz verschieden sein können. Aus der perspektivischen Verkleinerung des in seinen wahren Größenverhältnissen bekannten Objektes wird in jedem Augenblick, unbewußt und mit einer durch die Erfahrung geschärften Genauigkeit, auf dessen Entfernung und Standort rückgeschlossen. Für diesen Zweck kommt es aber gar nicht darauf an, die Raumform des Objektes zu erkennen, ja nicht einmal seine Binnenform; vielmehr genügt zur Größenvergleichung vollkommen die Umrißform (sofern sie für das betreffende Objekt charakteristisch ist). So kann man z. B. zwei Würfel, deren Größenverhältnisse zeichnerisch veranschaulicht werden sollen, vollkommen ausreichend durch ihre Seitenquadrate darstellen. Dieses ist aber die vereinfachte Form, die beim Silhouettensehen wahrgenommen wird. Wir können uns also den Geschwindigkeits-Vorteil des Silhouettensehens bei Straßenbeleuchtungen deswegen leisten, weil die gleichzeitige Entfernungsschätzung auf einem Hilfsmittel beruht, das durch die Bedingungen, unter denen Silhouettensehen stattfindet, nicht beeinträchtigt wird.

Diese drei Beispiele mögen genügen, um die Bedeutung des Tiefensehens als Methode zur Behandlung von Aufgaben aus dem physikalisch-technischen Bereich zu erweisen.

Kleine Mitteilungen.

Genäherte Kreisstreckung und Winkelmessung.

Von H. Bock in Hamburg.

Das Problem der genäherten Kreisstreckung und Winkelmessung soll hier in ziemlich allgemeiner Weise behandelt werden. Es ist nicht nur algebraisch interessant, sondern auch von praktischer Bedeutung, wenn man Winkel ohne Hilfsmittel anzutragen hat.

Fig. 1 zeigt den zugrunde gelegten Gedanken: Man soll das Verhältnis der Strecken a und b zu r so wählen, daß die Sehne S im Kreise um M sich vom Bogen B innerhalb eines möglichst großen Bereiches so wenig wie möglich unterscheidet. Die

gegebene Lösung verwirklicht diese Forderung sehr weitgehend.

Maßgeblich sind folgende Beziehungen. Es soll sein:

$$2(r+a) \cdot \sin \frac{\beta}{2} = r \cdot \alpha. \quad (1)$$

$$\text{Man hat: } \frac{a-b}{a+r} = \frac{\sin(\gamma-\beta)}{\sin \gamma}, \quad (2)$$

$$\text{sowie: } \frac{b}{r} = \frac{\sin(\alpha-\gamma)}{\sin \gamma}. \quad (3)$$

Durch Elimination von γ aus (2) und (3) kommt:

$$\sin \alpha \cdot \left(\cos \beta - \frac{a-b}{a+r} \right) = \sin \beta \cdot \left(\cos \alpha + \frac{b}{r} \right). \quad (4)$$

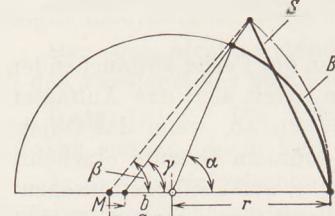


Fig. 1. Zeichnerische Erläuterung des Grundgedankens zur Aufgabe der genäherten Kreisstreckung und Winkelmessung.

Jetzt sind die Strecken a und b so zu bestimmen, daß die Gleichungen (1) und (4) so weit wie möglich übereinstimmen. Wir führen die Substitution $u = \frac{1}{2} \cdot \frac{r}{a+r}$ ein; damit wird:

$$\cos \beta = 1 - 2u^2 \cdot \alpha^2,$$

$$\sin \beta = 2u\alpha \cdot \sqrt{1 - u^2 \cdot \alpha^2} = 2u\alpha - u^3\alpha^3 - \frac{1}{4}u^5\alpha^5 - \frac{1}{8}u^7\alpha^7 - \dots$$

Die Reihe konvergiert für $|\alpha| < \frac{1}{u}$, weil bei $u\alpha = 1$ ein Verzweigungspunkt liegt; man beachte, daß bei positivem a $\frac{1}{u} > 2$ ist.

Entwickelt man $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$ ebenfalls in Reihen, so kommen in (4) rechts und links Glieder mit $\alpha, \alpha^3, \alpha^5$ usw. vor. Die Beiwerte der Glieder mit α stimmen auf beiden Seiten überein; sollen es die Beiwerte von α^3 und α^5 ebenfalls tun, so muß sein:

$$+ \frac{a-b}{r} \cdot u^3 + \frac{3}{2} u^2 - \left(1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{a-b}{r}\right) \cdot u + \frac{1}{6} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{1}{4} \frac{a-b}{r} \cdot u^5 - \frac{1}{8} u^4 + \frac{1}{2} u^3 - \frac{1}{3} u^2 + \frac{1}{12} \left(1 + \frac{1}{5} \cdot \frac{a-b}{r}\right) \cdot u - \frac{1}{120} = 0. \quad (6)$$

Da wir zwei Unbekannte a und b haben, so lassen sich die Gleichungen (5) und (6) streng erfüllen und damit die beiderseitigen Reihen bis zu den Gliedern der 6. Potenz einschließlich zur Übereinstimmung bringen. Wie man zahlenmäßig feststellen kann, wird hiermit innerhalb eines Bereiches von 90° fast Identität erreicht; der Fehler macht im ungünstigsten Falle noch nicht 0,2% aus.

Aus (5) folgt zunächst:

$$\frac{a-b}{r} = \frac{(1-3 \cdot u)^2}{2u \cdot (1-3u^2)}. \quad (7)$$

Setzt man diesen Ausdruck in (6) ein, so ergibt sich eine rationale Bestimmungs-

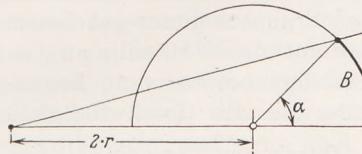


Fig. 2. Sonderfall $u = 0$.

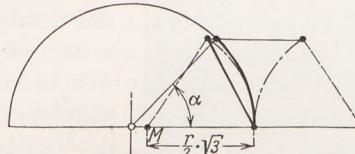


Fig. 3. Sonderfall $u = \pm \frac{1}{3}$.

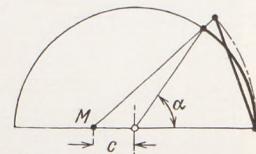


Fig. 4. Sonderfall $u = \frac{1}{3}$.

gleichung für u , die eine Nullstelle bei $u \approx 0,37$ hat. Damit folgt aus der Substitution und aus (7):

$$a = 0,351 \cdot r; \quad b = 0,324 \cdot r. \quad (8)$$

Hiermit ist die Aufgabe im Prinzip gelöst.

Anmerkung. Macht man in bekannter Weise $r = \frac{180}{\pi} \approx 57,3$ mm lang, so liefert eine Sehne S von l mm Länge einen Winkel α von l Grad.

Sonderfälle. Begnügt man sich mit der Übereinstimmung der Glieder von Gleichung (4) bis α^4 einschließlich, so fällt Gleichung (6) fort, und wir können a , b oder u beliebig wählen. Maßgeblich ist nur noch die Funktion (7), in der laut Substitution

$$\frac{1}{2u} = 1 + \frac{a}{r}$$

ist. Sie hat zwei Nullstellen bei $\frac{1}{3}$ und eine im Unendlichen, außerdem drei Pole bei 0 und bei $\pm \frac{1}{3} \sqrt{3}$. Explizit kann man jetzt a und b so schreiben:

$$a = r \cdot \frac{1-2u}{2u}, \quad (9)$$

$$b = r \cdot \frac{3u^2 - 6u + 2}{1-3u^2}. \quad (10)$$

1. Läßt man nun u zu Null werden, so wird $a = \infty$ und $b = 2r$. Fig. 2 zeigt diese einfache, nicht unbekannte Konstruktion, aus einem allgemeinen Gesichtspunkt heraus entwickelt. Ihre Genauigkeit erreicht die von Fig. 1 bei weitem nicht.

2. Macht man aber $u = \pm \frac{1}{3} \sqrt{3}$, so wächst b über alle Grenzen, und a nimmt die Werte an: $a = r \cdot \left(\pm \frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)$. Vgl. Fig. 3.

3. Interessant ist auch der Fall $a = b$. Dann wird $u = \frac{1}{3}$, und $a = b = r/2$. Fig. 4 zeigt diese Konstruktion, wofür man sich $c = r/2$ vorstellt. Man kann aber diese

Lösung noch verbessern, indem man zwar $a = b$ setzt, aber trotzdem die beiden Gleichungen (5) und (6) nach Möglichkeit zu befriedigen sucht, etwa nach der Methode der kleinsten Quadrate. Dann muß der die Summe der Fehlerquadrate darstellende Ausdruck $\left(+ \frac{3}{2} u^2 - u + \frac{1}{6} \right)^2 + \left(- \frac{1}{8} \cdot u^4 + \frac{1}{2} \cdot u^3 - \frac{1}{3} \cdot u^2 + \frac{1}{12} \cdot u - \frac{1}{120} \right)^2$ ein Minimum werden. Das geschieht für $u \approx 0,373$ oder $c \approx 0,34 \cdot r$, der Substitution entsprechend. Vgl. Fig. 4. Ähnliche Konstruktionen findet man öfter ohne Begründung angegeben.

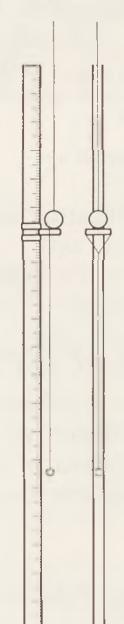
Energie der Lage und der Bewegung.

Von Studienassessor Fritz Renner in Nördlingen.

Es sollen 2 Versuche geschildert werden, die leicht auszuführen sind und die Gültigkeit des Satzes von der Erhaltung der Energie aufzeigen.

I. Energieumwandlung beim mathematischen Pendel.

Zieht man eine Pendelkugel von der Masse Mg aus der Ruhelage heraus, etwa bis zu dem Höhenunterschied h cm gegenüber der ursprünglichen Lage, so erhält sie dadurch einen Zuwachs an Lagenenergie von der Größe Mgh Erg. Aus dieser gehobenen



Lage losgelassen, schwingt sie zurück, gewinnt dabei ständig an Geschwindigkeit und damit an Wucht und verliert beständig an Lagenenergie. Im tiefsten Punkt angelangt, habe sie die Geschwindigkeit $v \text{ cmsec}^{-1}$ und damit die Wucht $\frac{M}{2} v^2 \text{ Erg}$. Durch den Versuch soll nun nachgewiesen werden, daß bei dieser Bewegung längs der Kreisbahn die ganze verlorene Lagenenergie umgewandelt wird in Bewegungsenergie, daß also die Beziehung gilt: $\frac{M}{2} v^2 = M \cdot g \cdot h$; oder $v = \sqrt[2]{2gh}$.

Es kommt alles darauf an, 2 Größen zu messen: 1. den Höhenunterschied h cm zwischen der Anfangslage und der gehobenen Lage; 2. die Geschwindigkeit, welche die Pendelkugel in der tiefsten Lage hat.

Den Höhenunterschied kann man entweder aus der Fadenlänge und dem leicht zu messenden Ausschlagwinkel α bestimmen nach der Formel $h = 2l \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$, oder auch sehr einfach unmittelbar messen. Zur direkten

Messung verwendet man einen besonders hergerichteten Meterstab (s. Fig. 1 und 2). Auf einen Meterstab wird ein Linsenhalter aufgesetzt und an dem Linsenhalter ein leichtes Senkel angebracht, damit man den Meterstab senkrecht zum Fußboden halten kann. Die waagrechte Geschwindigkeit der Pendelkugel in der tiefsten Lage kann man leicht bestimmen, wenn es gelingt, die Kugel an dieser Stelle von der Aufhängung zu trennen, ohne ihre Geschwindigkeit wesentlich zu beeinflussen. Denn die Kugel beginnt im Augenblick des Abtrennens zu fallen. Gleichzeitig

bewegt sie sich mit der festen Geschwindigkeit $v \text{ cmsec}^{-1}$ in waagrechter Richtung weiter. Der untere Rand der Kugel befindet sich H cm über dem Boden. Man kennt also die Zeit $t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \text{ sec}$, welche die Kugel braucht, um den Boden zu erreichen. Außerdem kann man die Wurfweite messen, also den Weg $s = v \cdot t \text{ cm}$, den die Kugel in der gleichen Zeit in waagrechter Richtung zurückgelegt hat. Damit kennt man auch die gesuchte Geschwindigkeit $v = \frac{s}{t} \text{ cmsec}^{-1}$. Die Abtrennung in der tiefsten Lage habe ich so ausgeführt. Ich befestige die Pendelkugel mit einem Stückchen Schießbaumwolle an dem Pendelfaden. Genau in der tiefsten Lage wird dieser Schießbaumwollefaden (ich will ihn im folgenden kurz als Brennfaden bezeichnen) durchgebrannt und so die Kugel von der Aufhängung getrennt. Das Abbrennen habe

Fig. 1. Gerät für die Höhenmessungen.

ich auf 2 Arten versucht: einmal einfach mit einer Stichflamme, die ich in Höhe des Brennfadens senkrecht zur Schwingungsebene des Pendels aufstellte; das andere Mal mit einem glühenden Draht, der in der gleichen Lage wie vorhin die Stichflamme gespannt war. Das Abtrennen der Kugel mit dem glühenden Draht hat sich als besser erwiesen. Die endgültige Versuchsanordnung, mit der ich recht gute Ergebnisse erzielte, ist in Fig. 2 aufgenommen.

Man spannt einen Stahldraht von 0,5 mm Durchmesser senkrecht zur Schwingungsebene des Pendels, so daß in der Nullage der Brennfaden den Draht gerade berührt. Bevor man nun die Kugel aus der gehobenen Lage, in der sie durch einen Nähfaden festgehalten wird, losläßt, bringt man mit der Hand die Stichflamme in die gleiche Lage, so daß also der Draht von der Flamme umspült wird und zum Glühen kommt. Wenn der Draht glüht, läßt man die Kugel aus der gehobenen Lage durch Abbrennen des Nähfadens los; sie wird dann genau in der tiefsten Lage abgetrennt und beginnt hier frei zu fallen. Wenn man die Brennfäden ziemlich dünn macht, möglichst so dünn, daß sie gerade noch das angehängte Gewicht tragen können, und wenn man sie möglichst trocken aufbewahrt, am besten in einem Exsikkatorgefäß, das mit Phosphorpentoxyd gefüllt ist, dann wird die Kugel ohne merklichen Widerstand und Energieverlust abgetrennt, wie die ausgeführten Messungen zeigen. Als Beispiel diene die untenstehende Meßreihe.

Wie gering tatsächlich der Widerstand bei der Abtrennung ist, sieht man an dem folgenden Freihandversuch. In der einen Hand hält man eine Schleife aus Schießbaumwollefaden, in der anderen einen Draht von etwa 1 mm Dicke und 30 cm Länge. Erhitzt man das eine Ende des Drahtes zur Glut und zieht die Schleife darüber hinweg, so wird der Faden ohne meßbaren Widerstand abgetrennt. Einen geringen Widerstand würde man nämlich schon an kleinen Schwingungen des Drahtes erkennen. Bei der Abtrennung der Kugel ist der Widerstand aber noch viel kleiner als bei diesem Freihandversuch, weil ja der Stahldraht wesentlich dünner ist.

Zum Herstellen der Brennfäden kauft man sich am besten ein sog. Zündgarn (z. B. von der Kunstfeuerwerkfabrik F.G.Sauer, Augsburg 4). Es handelt sich um ein 4faches Garn aus Schießbaumwolle (s. Fig. 3). Von diesem 4fachen Garn schneidet man sich eine Reihe gleich langer Stücke ab (4 cm) und dreht sie auf. Aus jedem einzelnen Faden macht man eine Aufhängeschlinge in der Art, daß man die beiden Enden mit einem dünnen Kupferdraht (3 bis 4 cm lange Stücke von einer Antennenlitze abgeschnitten und aufgedreht) umwickelt und diese Wicklung mit einer Flachzange etwas zusammenpreßt. Daß ich beim Erhitzen des

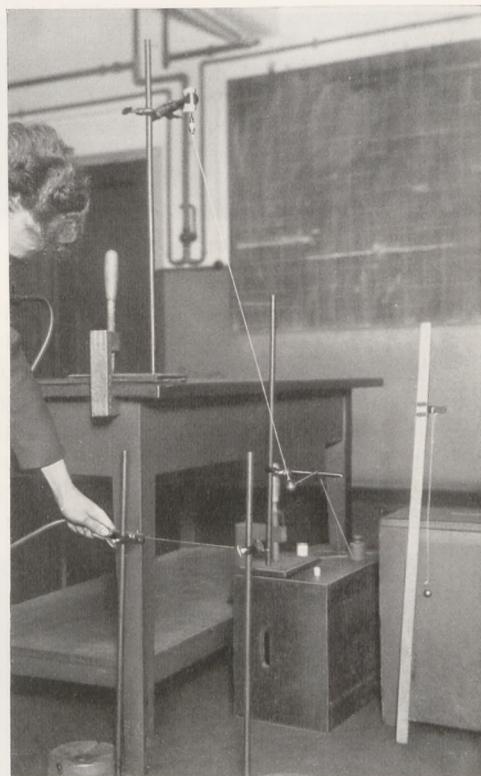


Fig. 2. Anordnung des Pendelversuches.

$$H = 54,5 \text{ cm} \quad (\text{Fallzeit } \frac{1}{3} \text{ sec.})$$

Versuch Nummer	1	2	3	4	5	6	
h	7,5	8,5	10,4	11,5	12,8	13,4	em
$12gh$	121,5	129,3	143,1	150,5	159,0	162,5	emsec ⁻¹
$v = 3a$	121,2	129,0	143,1	150,1	158,1	163,5	emsec ⁻¹

Stahldrahtes die Flamme nur mit der Hand halte und nicht in einem Stativ befestige, hat seinen guten Grund. Wollte man nämlich den Draht beständig auf Glut halten, so würde er nach kurzer Zeit verbrennen. Bringt man die Stichflamme mit der Hand immer nur kurze Zeit an den Draht, so ist seine Lebensdauer verhältnismäßig groß. Man könnte natürlich den Draht auch elektrisch heizen. Ich habe es aber immer auf die beschriebene Weise ausgeführt.

Zum Messen der Wurfweite hat sich berußtes Packpapier, das man mit einigen Reißnägeln am Boden anheftet, sehr bewährt. Hier zeichnen die auffallenden Kugeln selbständig ihre Spuren auf. Sauberer geht es vielleicht so, daß man auf den Fußboden nur gewöhnliches Packpapier legt und darauf ein Durchschlagpapier, mit der Farbseite dem Packpapier zugewendet. Bei etwas größerer Wucht zeichnen die Kugeln ihre Spuren schon auf ganz gewöhnliches Packpapier auf, besonders deutlich, wenn man es vorher mit Wasser

Fig. 3. Herstellung der Brennfäden.

tränkt. Verschafft man sich auf dem Papier noch den Punkt, der senkrecht unter der Ruhelage der Kugel liegt, indem man einfach die Kugel in der Ruhelage abtrennt, so kann man die Wurfweiten auf dem Packpapier ausmessen. Da man immer Versuche mit anderen und anderen Höhenunterschieden macht, wird man die einzelnen Wurfweiten nicht sofort messen, sondern alle zusammen erst am Schluß. Um die einzelnen Spuren nicht zu verwechseln, schreibt man zu jeder eine Erkennungsziffer.

Man kann diesen Versuch noch verallgemeinern in der Weise, daß man auch Energieumwandlungen untersucht für den Fall, daß sich ein Körper fast reibungsfrei

auf einer beliebigen Bahn, insbesondere längs einer geneigten Geraden, bewegt. Diese Bewegung längs einer beliebigen Bahn habe ich durch eine Art Schwebebahn erreicht. An das Fahrzeug, das im wesentlichen aus einem Kugellager besteht, hängt man mittels eines Brennfadens wieder irgendwelche Körper und läßt das so belastete Fahrzeug auf der gewünschten Bahnkurve hinunterfahren. Die Fahrbahn läßt man waagrecht auslaufen und trennt an diesem waagrechten Auslauf wieder den angehängten

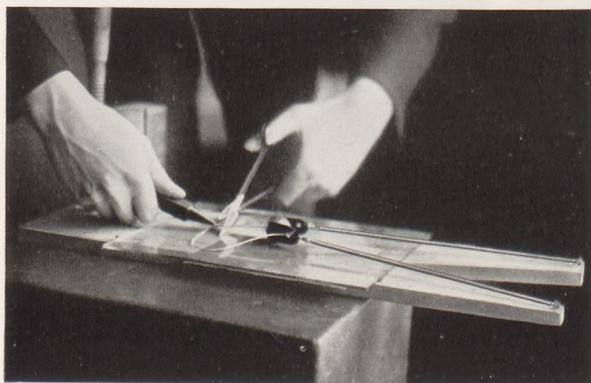


Fig. 4. Federschleuder.

Körper von dem Fahrzeug ab und bestimmt in bekannter Weise die waagrechte Endgeschwindigkeit.

II. Umwandlung der Spannungsenergie einer Feder in Bewegungsenergie.

Um den Satz von der Erhaltung der Energie für diese Energieumwandlung durch den Versuch nachzuweisen, benutzt man gewöhnlich die Federpistole von GRIMSEHL. Ich habe Versuche damit angestellt, wurde aber von der erreichbaren Genauigkeit in keiner Weise befriedigt. Daher versuchte ich, für diesen Zweck ein anderes brauchbares Gerät herzustellen. Im folgenden will ich es beschreiben (s. Fig. 4).

Es handelt sich um eine Federschleuder. Man befestigt sie auf einem Grundbrett und das Grundbrett auf einem Hocker. Auf diese Weise erreicht man, daß die Kugel

waagrecht abgeschossen wird, und kann so in bekannter Weise die Geschwindigkeit des Geschosses messen. Beim Loslassen wird die Kugel längs der Spiegelachse des Grundbrettes beschleunigt. Um dabei die Reibungsverluste möglichst gering zu machen, wurde auf dem Grundbrett noch eine Glasplatte angebracht. Das Grundbrett war gerade so dick gewählt, daß sich die obere Ebene der Glasplatte 54,5 cm über dem Boden befand. Beim Verlassen der Glasplattenunterlage beginnt die Kugel zu fallen, erreicht in $\frac{1}{3}$ sec den Boden, und die waagrechte Geschwindigkeit ist dreimal so groß wie die Wurfweite. Um die Aufschlagstellen zu erhalten, genügt es, einfaches Packpapier (es braucht nicht berußt zu sein) am Boden anzuhäften. Die Spannungsenergie der Schleuder kann man einfach so bestimmen. Zwischen die Glasplatte und das Grundbrett legt man längs der Spiegelachse des Grundbrettes einen Papiermaßstab und bestimmt zu einer Reihe Kräfte die zugehörige Dehnung der Schleuder. Bei dieser Eichung liest man am besten immer den Stand des Leders am Maßstab ab, und zwar legt man auch bei der Eichung schon die Kugel in das Leder, damit man die gleichen Verhältnisse hat wie nachher beim Schießen. Die Glasplatte bietet hier noch den Vorteil der genaueren Spiegelablesung. Man findet dabei, daß die Dehnung der dehnnenden Kraft verhältnig ist. Man ist nun in der Lage, zu jeder Dehnung die zugehörige Kraft und damit die Spannungsenergie zu ermitteln.

Um den messenden Versuch durchzuführen, läge es am nächsten, so vorzugehen. Man bringt die Kugel in das Leder und spannt die Schleuder mit 2 Fingern.

Die Versuche haben aber gezeigt, daß die Reibung, die im Augenblick des Loslassens zwischen Leder und Finger auftritt, sich ziemlich bemerkbar macht. Auch läßt man das eine Mal etwas rascher los, das andere Mal etwas langsamer. Bezeichnet man als Streuung den Unterschied der Wurfweiten bei gleicher Geschoßmasse und gleicher Federspannung, so beträgt sie hier bis zu 10% der Wurfweite. Diesen Auslösungsfehler kann man aber leicht vermeiden. Man verwendet als Geschosse Kugeln, die zentrisch durchbohrt sind. An einer solchen Kugel befestigt man eine dünne Schnur von ungefähr 6 cm Länge. Das Leder der Schleuder hat in der Mitte ein kleines Loch. Hierdurch steckt man die Schnur des Geschosses, packt das Ende der Schnur mit einer Flachzange und spannt die Schleuder bis zu einer bestimmten Stelle, die man abliest. (Deutlicher als dieses Schnurstück vom Geschoß sieht man in Fig. 4 eine andere Schnur. Diese hat nur den Zweck, das Vornüberschlagen der Schleuder nach jedem Schuß zu verhindern.) Schneidet man nun möglichst rasch auf einen Ruck die Schnur (mit einer Schere) durch, so erteilt die sich entspannende Federschleuder dem Geschoß (Masste m g) eine bestimmte Bewegungsenergie $\frac{m}{2} v^2$ Erg, die man in bekannter Weise bestimmt. Bei dieser Auslösung beträgt die Streuung weniger als 1% der Wurfweite. Wenn man die zusammengehörigen Werte von Spannungsenergie und Bewegungsenergie miteinander vergleicht, so erhält man auch sehr gute Ergebnisse; dabei ist zu berücksichtigen, daß auch dem Leder und den Federteilen eine Geschwindigkeit und somit eine Bewegungsenergie erteilt wird. Den Anteil des Leders kann man leicht berücksichtigen, da es die gleiche Geschwindigkeit annimmt wie die Kugel. Aber die Federteile haben verschiedene Geschwindigkeiten. Man kann ausrechnen, daß der Einfluß der Feder so ist, als ob ein Drittel der Federmasse die gleiche Geschwindigkeit hätte wie die Kugel. Die Bewegungsenergie, die bei der Endgeschwindigkeit v cmsec⁻¹ der Kugel in einer Feder

$$\begin{array}{rcl} \text{Masse des Geschosses } m & = & 47,7 \text{ g} \\ \text{Leder + 2 Haken} & & 2,0 \text{ g} \\ 1 \text{ Feder } 6 \text{ g; } \frac{2}{3} \text{ davon} & = & 4,0 \text{ g} \\ \hline M & = & 53,7 \text{ g} \end{array}$$

$$H = 54,5 \text{ cm}; P_0 = 434 \text{ g.}$$

Nr.	P g	s em	$\frac{P + P_0}{2} \cdot s \cdot 981$ Erg	v cmsec ⁻¹	$\frac{M}{2} v^2$ Erg
1	1110	6,2	$4,71 \cdot 10^6$	418,5	$4,70 \cdot 10^6$
2	1215	7,2	$5,81 \cdot 10^6$	465,0	$5,80 \cdot 10^6$
3	1320	8,2	$7,07 \cdot 10^6$	513,0	$7,05 \cdot 10^6$
4	1428	9,2	$8,42 \cdot 10^6$	564,0	$8,40 \cdot 10^6$

steckt, ist also $\frac{1}{2} \cdot \frac{m_1}{3} \cdot v^2$ Erg, wenn $m_1 g$ die Gesamtmasse der Feder ist. Also die Wucht, die in den beiden Federn steckt, beträgt $\frac{m_1}{3} v^2$ Erg. Unter Berücksichtigung dieser Umstände kann man den Satz von der Erhaltung der Energie auch für diesen Fall sehr überzeugend nachweisen, wie die Meßreihe auf S. 77 bestätigt.

In der angeführten Meßreihe wurde die Spannungsenergie der Schleuder nicht durch $\frac{P \cdot s \cdot 981}{2}$ berechnet, sondern durch den Ausdruck $\frac{P_0 + P}{2} \cdot s \cdot 981$, wobei P die dehnende Kraft ist, P_0 eine feste Kraft und s die Dehnung. Die verwendeten Federn waren nämlich in sich verspannt; d. h. eine Kraft, die kleiner ist als eine bestimmte Kraft P_0 , verursacht überhaupt keine Dehnung. Erst größere Kräfte dehnen die Feder, und zwar proportional der Differenz ($P - P_0$).

Wenn man diese Federschleuder noch durch ein Scharnier drehbar befestigt, kann man sie auch zur Behandlung des Wurfes allgemein verwenden, genau so, wie das bei den sonstigen Federpistolen geschieht.

Studien an langsamem elektrischen Schwingungen.

Von W. Bindseil in Liegnitz.

Ist es möglich, mit Hilfe von langsamem elektrischen Schwingungen die Stromänderungen in Röhre und Schwingkreis im einzelnen experimentell aufzuweisen und die gegenseitige Verflechtung von Gitter, Spule und Kondensator darzutun?

In Fig. 1 stellen L_1 und L_2 Spulen von 12000 Windungen und 3250 Ohm Widerstand dar, beide über einen zerlegbaren Umspannerkern geschoben. C ist ein Kondensator von $10 \mu\text{F}$. Die benutzte Röhre ist RE 134, Anodenspannung 60 Volt. I , II , III und IV

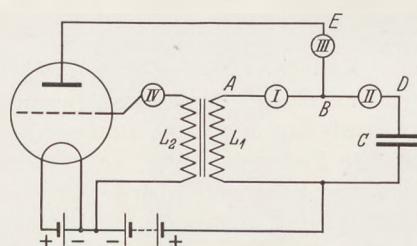


Fig. 1. Versuchsanordnung zur Herstellung von langsamem elektrischen Schwingungen.

IV sind selbstgebaute¹ Oszillographen (im folgenden stets Wellenschreiber genannt) mit einer Eigenfrequenz von rund 50 Hertz und einem Widerstand von 1000 Ohm. Die Wellenschreiber werden so geschaltet, daß bei positivem Strom von A nach B oder D nach B oder B nach E die Ausschläge in gleichem Sinne, z. B. nach oben, erfolgen. Sie zeigen uns die Ströme an, die durch die Spule L_1 , den Kondensator C , durch die Röhre und durch das Gitter fließen. Diese Ströme werden in Zukunft „Spulen-“, „Kondensator-“, „Röhren-“ und „Gitterstrom“ genannt. Es ist wichtig, sich klar zu machen, daß ein Strom, der von A über B nach D fließt, im Wellenschreiber I als positiver, im Wellenschreiber II hingegen als negativer Strom angezeigt wird.

Zur Durchführung der Untersuchung genügen zwei Wellenschreiber, die man nacheinander an die Stellen I , II , III und IV bringt. Die freibleibenden Stellen werden ausgefüllt durch entsprechende Widerstände, z. B. Spulen gleicher Art, wie sie die Wellenschreiber enthalten.

Die Fig. 2 bis 4 zeigen die auf Bromsilberpapier aufgenommenen Schwingungskurven. Das lichtempfindliche Papier befand sich auf einer rotierenden Walze, deren peripherie Umlaufgeschwindigkeit 12 cm je Sekunde betrug. Die Null-Linien wurden absichtlich nicht zusammengelegt. Die Röhrenschwingung betrug rund 2 Hertz. Man sieht aus den Lichtbildern, daß Kondensator- und Röhrenstrom ruckartige Bewegungen ausführen. Diese Schwingungen sind reich an starken Obertönen, auf welche die Wellenschreiber mit ihrer Eigenfrequenz trotz starker Dämpfung ansprechen; daher

¹ In Anlehnung an P. NICKEL: Ein einfacher Oszillograph. Diese Zeitschr. 46, 19 (1933).

die der Grundschwingung übergelagerten Zacken. Der Spulenstrom verläuft wesentlich Sinus-ähnlicher, die Obertöne treten zurück, die Zacken fehlen.

In Fig. 5 sind die 4 Ströme übereinandergelegt dargestellt. Es ergibt sich folgendes Bild von dem Schwingungsvorgang im einzelnen. Ruckartig ergießt sich ein Strom durch den Kondensator, der seinen Weg durch die Röhre erleichtert. Je geringer die zeitliche Änderung des Spulenstromes wird, desto geringer wird die positive Gitterspannung, der Widerstand der Röhre wird sozusagen größer und der Röhrenstrom kleiner. Der Spulenstrom jedoch, der infolge induktiver Trägheit weiterfließt, nimmt nunmehr zum Teil seinen Weg nicht mehr durch die Röhre, sondern beginnt, den Kondensator umgekehrt aufzuladen: Wellenschreiber *II* zeigt negativen Strom an. Sobald der Spulenstrom abnimmt, wird am Gitter eine negative Spannung erzeugt, die dem Röhrenstrom gänzlich den Weg versperrt. Bei ungefähr 150° fällt der Röhrenstrom auf Null. Der allmählich absinkende Spulenstrom mündet allein in den Kondensator, der auf Höchstspannung aufgeladen wird. Mit ersterbendem Spulenstrom hört die negative Gitterspannung auf, der Weg durch die Röhre wird wieder frei, der Vorgang beginnt von neuem. Es leuchtet ein, daß die Summe des Spulen- und des Kondensatorstromes gleich dem Röhrenstrom ist. Die aufgenommenen Kurven bestätigen dies bei genauerer Untersuchung. Ist der Röhrenstrom Null, dann sind Spulen- und Kondensatorstrom entgegengesetzt gleich.

Bei 130° schneidet der Kondensatorstrom die Nulllinie. Dort hat die Aufladung des Kondensators ihr Ende erreicht. Die Spannung zwischen den Kondensatorplatten hat ihren größten Wert, und zwar ist die negative Seite des Kondensators der Röhre zugekehrt. In diesem Augenblick ist also die an der Röhre liegende Spannung am kleinsten. Bei 360° liegen die Verhältnisse genau umgekehrt. Man sieht deutlich, daß diese Spannungsschwankungen gegenüber dem Wechseln des Spulenstromes eine Phasenverschiebung um 180° aufweisen, nicht jedoch gegenüber dem Röhrenstrom. Man vergleiche hierzu diese Zeitschr. 44, 206; 1931, F. MOELLER: Die Erzeugung sehr langsamer Schwingungen. Dort heißt es, daß „Anodenstrom“ und Anodenspannung besagte Phasenverschiebung besitzen, ohne daß unterschieden wird zwischen dem Strom, der durch die Anode der Röhre fließt, und dem der Selbstinduktionsspule.

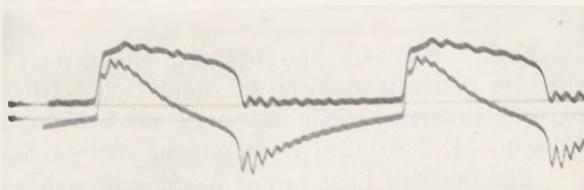


Fig. 2. Röhrenstrom (oben) und Kondensatorstrom (unten).

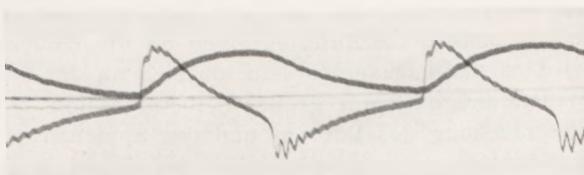


Fig. 3. Spulenstrom (oben) und Kondensatorstrom (unten).

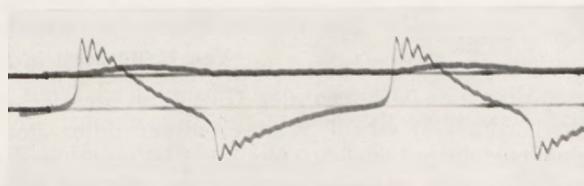


Fig. 4. Gitterstrom (oben) und Kondensatorstrom (unten).

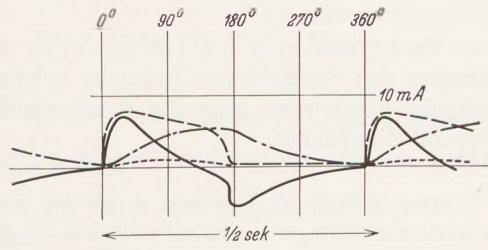


Fig. 5. Kondensator-, Röhren-, Spulen- und Gitterstrom übereinandergelagert:
— Kondensatorstrom,
- - - Röhrenstrom, - - - Spulenstrom,
- - - Gitterstrom.

Ursprünglich wurde versucht, mit Hilfe von Galvanometern in den Stellen I bis III Phasenverschiebungen in den einzelnen Strömen nachzuweisen. Die eigenartige Gestalt der gefundenen Kurven macht verständlich, warum dieser Versuch zu keinem klaren Ergebnis führen konnte. Der Strom, der durch das Gitter fließt, ist sehr schwach und zeigt die zu erwartende Phasenverschiebung gegenüber seiner Spannung.

Ergebnis: Es ist möglich, an sehr langsamem Schwingungen die Verknüpfung zwischen Spule, Kondensator und Gitter zu verfolgen. Die erhaltenen Kurven fesseln durch ihre Eigenart und besitzen einen Wert als Ausdruck bestimmter Tatsachen, aber sie befriedigen nicht in didaktischer Hinsicht, weil sie vom Idealzustand sich zu weit entfernen. Wir haben es mit Schwingungen zweiter Art zu tun (siehe diese Zeitschr. 44, 196; 1931). Es müssen andere Schaltungen ausprobiert werden.

Ein Nachteil liegt ferner darin, daß sich sehr langsame Schwingungen nicht mit rotierendem Spiegel auf die Leinwand werfen lassen. Dies ist nur möglich bei Schwingungen, deren Dauer kürzer ist als die Abklingzeit des positiven Nachbildes auf der Netzhaut, also bei einer Mindestfrequenz von rund 20 Hertz. Mit der Frequenz jedoch steigen die Anforderungen an die Wellenschreiber. Für den Kondensatorstrom wird es nicht belanglos sein, ob sich an der Stelle II ein Gerät mit hohem OHMSchen Widerstand oder mit großer Selbstinduktion befindet, doch wird man sich auf die Untersuchung des Röhren- und des Spulenstromes beschränken können, da sich der Kondensatorstrom errechnen läßt auf Grund der Beziehung: Spulenstrom plus Kondensatorstrom gleich Röhrenstrom.

Die Stokessche Kugel im experimentellen Unterricht.

Von E. Rüchardt in München.

Über die Grenzen der Gültigkeit des Gesetzes von STOKES für die Bewegung einer Kugel in einem zähen Medium unter der Wirkung einer konstanten Kraft ist eine unrichtige Ansicht ziemlich verbreitet, wie ich bei Studierenden wiederholt feststellen konnte. Anscheinend ist dies auf eine unzutreffende Verallgemeinerung zurückzuführen, die in experimentellen Vorlesungen bisweilen gemacht wird. Daß eine in einem zähen Medium fallende Kugel eine konstante Geschwindigkeit erhält, wenn der Reibungswiderstand gleich dem scheinbaren Gewicht (Gewicht weniger Auftrieb) wird, zeigt man z. B., indem man einen leichten, mit Luft gefüllten Gummiballon oder eine Seifenblase fallen läßt. Bei einer Seifenblase von etwa 4 cm Radius bekommt man eine konstante Fallgeschwindigkeit von 30 cm/sec. Bis hierher ist gegen den Versuch nichts einzuwenden.

Es ist nun aber ein Irrtum, wenn man glaubt, diesen Versuch als eine Demonstration des STOKESSCHEN Gesetzes betrachten zu dürfen. Daß dies ganz abwegig ist, erkennt man, wenn man die Geschwindigkeit der Seifenblase nach der STOKESSCHEN Formel ausrechnet:

$$W = 6 \pi \eta r v = 4 r^2 \pi d r g. \quad (1)$$

Der Reibungskoeffizient η ist für Luft (0° und 760 mm Hg) 0,00017, die Dichte der Seifenlösung ist gleich 1 gesetzt und der Auftrieb berücksichtigt. Für $r = 4$ cm und $dr \sim 5 \cdot 10^{-5}$ cm (λ des Lichtes) erhält man $v = 7,6$ m/sec, also einen viel zu großen Wert. Der Widerstand ist demnach viel größer, als dem STOKESSCHEN Gesetz entspricht. Man hat keine laminare Strömung.

Allgemein wird der Widerstand in der Hydrodynamik geschrieben:

$$W = C \frac{F \varrho v^2}{2}. \quad (2)$$

Hierbei ist F der Querschnitt des Körpers senkrecht zur Strömung, ϱ die Dicke der Flüssigkeit und C die sog. Widerstands Zahl. C ist selbst eine Funktion der Geschwindigkeit, genauer der REYNOLDSSCHEN Zahl $R = \frac{v r \varrho}{\eta}$ (r geeignete Linear-

dimension des Körpers, bei Kugel z. B. Radius). Diese Funktion kann für jede Körperform nur empirisch ermittelt werden. Nur bei sehr kleiner REYNOLDSScher Zahl (laminare Strömung) $R \leq 0,2$ gilt für eine Kugel das STOKESSche Gesetz. Dann ist $C = \frac{12}{R}$, und (2) geht in (1) über. Für eine Kugel gelten folgende zusammengehörige Werte von R und C :

R	0,1	1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
C	120	14	2,6	0,75	0,42	0,45	0,44	0,18

Rechnet man für eine Seifenblase von $r = 4$ cm und Luft ($\frac{\eta}{\varrho} = 0,133$) bei $v = 30$ cm/sec die REYNOLDSSche Zahl aus, so findet man $R \sim 1000$.

Das Gesetz von STOKES kann also nicht gelten. Mit dem zugehörigen Wert $C = 0,42$ erhält man aber aus (2) $v \sim 28$ cm/sec in Übereinstimmung mit dem Versuch. Der Radius einer Seifenblase darf 10^{-2} cm nicht wesentlich übersteigen, wenn für sie das STOKESSche Gesetz merklich genau gelten soll!

Zur Demonstration des STOKESSchen Gesetzes in der Vorlesung muß man die Bewegung von kleinen Kugeln in einer möglichst zähen Flüssigkeit (Glycerin oder Rizinusöl) verwenden. Bisweilen wird empfohlen, ein Wachskügelchen, dem man durch ein eingeknetetes Schrotkorn eine passende mittlere Dichte gibt, in Glycerin fallen zu lassen. Für einigermaßen quantitative Versuche ist das Verfahren unbequem. Ich verwende kleine Kugeln aus Magnesium (Dichte $\varrho_1 = 1,7$) in wasserfreiem Glycerin ($\eta \sim 11$, $\varrho_2 = 1,26$ bei 18°). Man läßt eine Kugel von bekanntem Radius in einem weiten Leyboldtrog fallen, projiziert den Vorgang auf einen Schirm mit Maßstab und mißt die Fallgeschwindigkeit (gute Stoppuhr!). Magnesium hat gerade die geeignete Dichte, so daß bei Verwendung einer nicht zu kleinen Kugel, die man noch bequem auf einer Drehbank herstellen kann, die Geschwindigkeit hinlänglich klein wird und man eine laminare Strömung erhält. Aluminiumkugeln müßten schon unbequem klein werden. Für $R = 0,2$ in Glycerin ergibt sich für Magnesiumkugeln ein oberer Radius von 0,57 cm. v wird etwa 3 cm/sec. Ein Versuch sei angeführt.

$$\text{Kugel aus Magnesium : } r_1 = 0,55 \text{ cm} \quad v_1 = 3,7 \text{ cm/sec} \quad \frac{r_1^2}{v_1} = 0,0815; \\ " " " \quad r_2 = 0,25 \text{ " } \quad v_2 = 0,77 \text{ " } \quad \frac{r_2^2}{v_2} = 0,081;$$

$$\eta \text{ berechnet sich aus : } \eta = \frac{2}{9} (\varrho_1 - \varrho_2) \frac{r^2}{v} g.$$

Man sieht, daß die Konstanz von $\frac{r^2}{v}$ erfüllt ist. Für η findet man 9,85. Die Temperatur betrug 22° .

Eine andere Art der Vorführung ist die folgende: Als Flüssigkeit dient Rizinusöl ($\eta = 10,6$, $\varrho = 0,961$, $\frac{\eta}{\varrho} = 11,1$ bei 18°) in einem weiten Leyboldtrog. Mittels eines umgebogenen, dünn ausgezogenen Kapillarröhrchens mit Ansatzschlauch und Gummiballon erzeugt man möglichst einzelne kleine Luftblasen im Öl, die mit konstanter Geschwindigkeit aufsteigen. Man projiziert auf einen Schirm evtl. aus Koordinatenpapier in bekannter geeigneter Vergrößerung. Den Blasendurchmesser mißt man auf dem Schirm durch Abgreifen mit einem Zirkel oder direkt auf dem Koordinatenpapier. Es gilt:

$$6\pi\eta rv = \frac{4}{3}\pi r^3 (\sigma - \varrho) g \cong -\frac{4}{3}\pi r^3 \varrho g, \\ \frac{r^2}{v} = \frac{9}{2g} \frac{\eta}{\varrho} = \text{const.}$$

σ (Dichte der Luft) ist gegen ϱ vernachlässigt. Damit das Gesetz von STOKES gilt, muß $r \leq 0,5$ cm sein. Einige orientierende Messungen bei 24° bis 25° C sind in folgender Tabelle enthalten. Die Messung der Radien war nicht sehr genau.

r cm	v em/sec	$\frac{r^2}{v} \cdot 10^2$	$\frac{\eta}{\varrho}$
0,03	0,046	1,96	4,3
0,053	0,130	2,16	4,7
0,04	0,080	2,0	4,4
0,035	0,067	1,83	4,0
0,042	0,086	2,05	4,5
0,044	0,090	2,15	4,7
0,061	0,164	2,23	4,9
0,061	0,180	2,06	4,5
0,053	0,125	2,25	4,9

Bei etwas niedrigeren Temperaturen wurden ebenfalls einige Messungen gemacht:

etwa 18°	$r = 0,124$ cm	$v = 0,33$ em/sec	$\frac{\eta}{\varrho} = 10,2$
19°—20°	$r = 0,044$ „	$v = 0,058$ „	$\frac{\eta}{\varrho} = 7,3$
21°—22°	$r = 0,031$ „	$v = 0,0304$ „	$\frac{\eta}{\varrho} = 6,9$
	$r = 0,025$ „	$v = 0,022$ „	$\frac{\eta}{\varrho} = 6,2$

Man erkennt die starke Temperaturabhängigkeit von η . Vielleicht lohnt es sich, die Aufgabe im Praktikum für Fortgeschrittene unter etwas verbesserten Versuchsbedingungen (bessere Temperaturkonstanz, genauere Messung der Radien) ausführen zu lassen. Jedenfalls ist sie recht lehrreich.

München, Physikalisches Institut der Universität.

Berichte.

I. Apparate und Versuche.

Ein Versuch zur Demonstration der Maxwell'schen Zug- und Druckspannungen¹. Bericht von Dr. HANS FUNK in Ludwigshafen a. Rh.

Bei den in der Technik jetzt viel verwendeten Induktionsöfen zum Schmelzen von Metallen

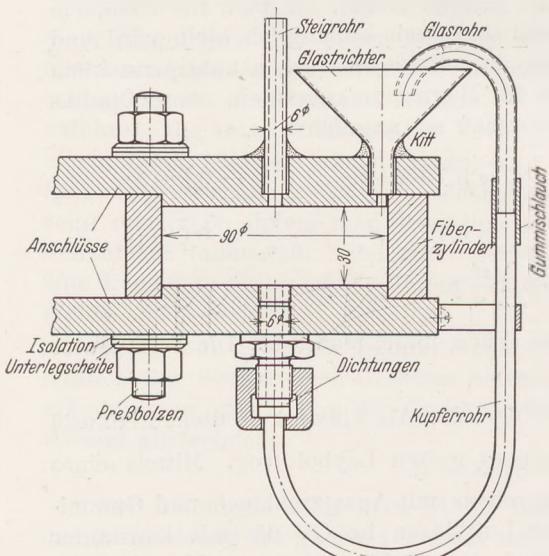


Fig. 1. Schnitt durch die Apparatur. Maßstab 1 : 3.
Stromquelle und Quecksilberfüllung sind nicht
gezeichnet.

beobachtete man von Anfang an eigenartige Strömungen der geschmolzenen Ofenfüllung, deren Ursache und Verlauf lange Zeit den Gegenstand von Erörterungen bildete. Ein Induktionsofen ist im wesentlichen aufzufassen als Niederspannungstransformator; das leitende Schmelzgut

bildet die Sekundärwicklung, in welcher gemäß dem Wicklungszahlverhältnis nur geringe Spannungen induziert werden, die aber wegen des kleinen Leitungswiderstandes beträchtliche Stromstärken zur Folge haben. Die Stromwärme $J^2 R$ dient zur Erwärmung des Schmelzgutes. In diesem treten nun äußerst heftige Strömungen auf, die nicht nur zu einer Deformation der ebenen Oberfläche des geschmolzenen Metalls führen, sondern unter Umständen sogar zu springbrunnenartigen Vorgängen. Diese Strömungen, die weder erwartet noch beabsichtigt waren, werden in der Praxis als willkommenes und bequemes Mittel zur Durchmischung des Schmelzgutes benutzt. Man suchte ihre Ursache zunächst in einer ungleichmäßigen Erwärmung des Metalles, stieß jedoch mit dieser Erklärung auf Schwierigkeiten und zog weiterhin die im Ofen vorhandenen starken elektromagnetischen Felder in den Kreis der Betrachtungen. Es erschien auch ein sich gegenseitig unterstützendes Zusammenwirken bei der Ursachen möglich. Nun hat E. BLAICH auf Anregung von Prof. EMDE (Techn. Hochschule Stuttgart) eine Versuchsanordnung ausgearbeitet, deren Ergebnisse eindeutig beweisen, daß nur die zweite Erklärung in Frage kommen kann. Die Induktionsofenströmung hat ihre Ursache in den MAXWELLSchen Kräften.

Wenn durch einen flüssigen (zur Vereinfachung geradlinig gedachten) Leiter von kreisförmigem Querschnitt ein Strom fließt, so hat man folgende zwei Vektoren anzunehmen: Den Vektor der Stromdichte \mathfrak{J} , der dem Vektor des Stromes \mathfrak{J} parallel gerichtet ist (also die Richtung der Längserstreckung des Leiters hat), und den Vektor der magnetischen Induktion \mathfrak{B} . Das Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters hat sowohl innerhalb wie außerhalb des Leiters die Richtung senkrecht zum Leiter, der Vektor \mathfrak{B} ist parallel zum Vektor des magnetischen Feldes,

¹ Nach E. BLAICH: Elektrotechnik u. Maschinenbau 48, H. 49 (1930).

steht also überall senkrecht zum Leiter. Die Wirbelkraftdichte in einem solchen Feld ist gegeben durch das Vektorprodukt von \mathfrak{G} und \mathfrak{B} , also $= [\mathfrak{G} \mathfrak{B}]$, und dieser Vektor steht senkrecht auf der durch die beiden ursprünglichen Vektoren gegebenen Ebene, ist also radial zur Leiterachse gerichtet, und zwar radial nach innen. Die auf die Volumeneinheit des Leiters wirkende mechanische Kraft k ist gegeben durch den absoluten Betrag des Vektorproduktes $k = |[\mathfrak{G} \mathfrak{B}]|$, und aus k ergibt sich der auf die Flächeneinheit wirkende Druck p durch Integration über den Radius $p = \int_{r=0}^R k dr$, wo R der Radius des Leiters und r der Abstand von der Leiterachse ist.

Benutzt man praktische Einheiten, mißt also J in Amp, G in A/cm², R bzw. r in cm und p in g/cm², so erhält man für k und p folgende Zahlenwerte:

$$k = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{9,81} \pi G^2 r, \quad (1)$$

$$p = \frac{10^{-4}}{9,81} \pi G^2 (R^2 - r^2). \quad (2)$$

Unter der Annahme, daß die Stromdichte G über den ganzen Leiterquerschnitt konstant ist, ergibt sich, daß p als Funktion von r die Form einer Parabel besitzt mit dem Maximalwert in der Mitte des Leiters ($r = 0$)

$$p_{max} = \frac{10^{-4}}{9,81} \cdot \pi G^2 R^2 \quad (3)$$

und dem Wert Null am Rande des Leiters.

Zur Demonstration dieses Druckverlaufs wurde von BLAICH eine Versuchsanordnung nach Fig. 1 benutzt. Sie besteht aus einem Zylinder aus Isoliermaterial (Fiber) von 90 mm innerem Durchmesser, der oben und unten durch starke Kupferplatten verschlossen ist, die als Stromzuführungen dienen. Der Zylinder ist mit Quecksilber gefüllt, welches die Rolle des geschmolzenen Ofenschmelzgutes spielt. In der Mitte der Grundplatte ist ein Steigrohr befestigt; in der oberen Platte befinden sich drei Löcher, in die ein Thermometer, ein weiteres Steigrohr und ein Trichter eingesteckt werden können. Als Stromquelle wurde sowohl ein Schweißtransformator als auch eine Gleichstromhochstrommaschine benutzt; der Versuch wurde also mit Gleich- und mit Wechselstrom durchgeführt, die Ergebnisse waren durchweg dieselben.

Fließt Strom durch die Quecksilbersäule, so entsteht in der Mitte ein höherer Druck als am Rand. Infolgedessen wird das Quecksilber in dem Steigrohr ansteigen, das in der Mitte der oberen Platte angebracht ist, und ebenso in dem Steigrohr, welches in der Mitte der unteren Platte seinen Anfang hat. Treibt man den Höhenunterschied weit genug, so wird ein ständiger Quecksilberstrom aus dem gebogenen Endstück des unteren Steigrohrs in den Einfülltrichter überfließen. Dieser Fall ist in der Fig. 2 photographiert. Man sieht links das obere Steigrohr und rechts das obere Ende des unteren Steigrohrs; beide haben ihren Ursprung in der Mitte des stromdurchflossenen Leiters, und in beiden steht das

Quecksilber gleich hoch. Der Trichter jedoch sitzt am Rande des Zylinders, in ihm steht das Quecksilber nicht so hoch. Aus dem umgebogenen Ende des unteren Steigrohrs ergießt sich ein gleichmäßiger Quecksilberstrahl. Da das Quecksilber den Zylinder in der Richtung nach unten verläßt, kann die Ursache der Strömung nicht in einer Erwärmung liegen! Damit ist bewiesen, daß die Ursache der Strömung rein elektromagnetischer Natur ist. Darüber hinaus besteht



Fig. 2. Ansicht der Apparatur, in Betrieb. In den beiden Steigrohren steht das Quecksilber höher als im Trichter, es tritt dauernder Quecksilberstrom über.

aber auch zahlenmäßige Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Die für die Erzeugung eines Druckunterschiedes von 1 cm Quecksilbersäule zwischen Rand und Mitte nötige Stromstärke läßt sich aus Gleichung (3) leicht berechnen; sie beträgt bei den hier vorliegenden Apparatdimensionen 9200 A. Messungen von Stromstärke und Steighöhe bei verschiedenen Werten der Steighöhe ergaben innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit volle Übereinstimmung.

Wir haben hier also einen schönen Demonstrationsversuch für die MAXWELLSchen Kräfte vor uns.

Die heutigen Grenzen der galvanometrischen Messung. Von Dr. H. KRÖNCKE in Berlin.

Die Entwicklung der Naturwissenschaften ist, allgemein gesehen, auf zwei verschiedenen Wegen möglich: einmal durch die Verfolgung neuer Gesichtspunkte oder neuer Hypothesen, dann aber auch durch die Verbesserung der Arbeitsverfahren und der experimentellen Hilfsmittel. Besonders bekannte Beispiele für den zweiten Fall sind die Fortschritte im Anschluß an die Entwicklung des Mikroskops und des Fernrohrs seit etwa der Mitte des vorigen Jahrhunderts; aber wohl überall, wo experimentell gearbeitet wird, darf man mit neuen Erkenntnissen rechnen, wenn es gelingt, die bisherigen Hilfsmittel wesentlich zu verbessern.

In der Physik besonders sieht man daher von jeher das Bestreben, immer genauere Messungen zu machen, immer kürzere Wellen zu erzeugen, immer geringere Energien zu messen: kurz — immer an der Grenze der Meßmöglichkeiten zu arbeiten.

Der Wunsch, ein empfindliches Galvanometer zu besitzen, ist so alt wie das Galvanometer selbst. Nicht nur bei reinen Vorgängen der strömenden Elektrizität, auch bei der Messung von Strahlungen aller Art, von geringen Temperaturunterschieden, von Ionisationsvorgängen, von schwachen magnetischen Feldern oder von physiologischen Vorgängen, um nur einige Beispiele zu nennen, stets ergibt sich die Notwendigkeit eines hochempfindlichen Galvanometers.

Da es in einem Bericht, wie die vorliegende Zeitschrift ihn bietet, unmöglich ist, das gesamte Gebiet der Messung schwacher Ströme zu behandeln, soll vom Wechselstrom ganz abgesehen werden. Aber auch die Nadelgalvanometer, bei denen also der zu messende Strom eine ruhende Spule durchfließt und einen drehbaren Magneten bewegt, sollen hier außer Betracht bleiben. Trotz einzelner mit ihnen erzielten großen Erfolge haben sie so bedeutende Mängel, daß sie gegenwärtig fast völlig zurückgedrängt sind durch die Drehspulgalvanometer, bei denen der zu messende Strom durch eine drehbare Spule zwischen den Polen eines ruhenden Magneten fließt, während die Drehung der Spule mittels eines daran befestigten Spiegels gemessen wird, wie wohl zuerst von GAUSS vorgeschlagen wurde. Übrigens gelten manche der späteren Überlegungen ebenso auch für Nadelgalvanometer, Saitengalvanometer und Schleifengalvanometer.

Die Aufgabe des vorliegenden Berichtes ist, zu zeigen, wo heute die Grenzen der Messung schwacher elektrischer Ströme mit dem Galvanometer liegen, und wodurch diese Grenzen bedingt sind. Dadurch ergibt sich zugleich die Antwort auf die Frage, ob und auf welchem Wege etwa eine weitere Steigerung der Empfindlichkeit der galvanometrischen Messung möglich ist.

Der Ausschlag eines Galvanometers ist die Gleichgewichtslage, die das System unter der drehenden Wirkung des Stromes und der zurücktreibenden Wirkung der Richtkraft der Aufhängung einnimmt. Damit ein Galvanometer empfindlich sei, muß daher die drehende Wirkung des Stromes möglichst groß und die rücktreibende Kraft der Aufhängung möglichst klein sein. Am einfachsten ist anscheinend der zweite Einfluß zu übersehen. Wie bei jedem Pendel geht nämlich die Schwingungsdauer des Systems umgekehrt mit der Wurzel aus der Richtkraft, während die Empfindlichkeit des Galvanometers umgekehrt mit der Richtkraft geht. Daraus folgt, daß unter sonst gleichen Bedingungen die Empfindlichkeit proportional dem Quadrat der Schwingungsdauer ist.

Diese Überlegung gilt unabhängig von der Art des Galvanometers; sie berücksichtigt aber nicht, daß beim praktischen Gebrauch auch die Dämpfung eine wichtige Rolle spielt, worüber weiter

unten ausführlicher gesprochen wird. Stellt man aber die Forderung, daß sich das Galvanometer auf dem schnellsten Weg einstellen soll, wie es bei Drehspulinstrumenten verlangt wird, so ergibt die genauere Durchrechnung, daß die Empfindlichkeit proportional der Wurzel aus der Schwingungsdauer ist (10¹), während sie bei Nadelgalvanometern mit schwacher Dämpfung tatsächlich proportional dem Quadrat der Schwingungsdauer ist.

Immerhin könnte man daran denken, große Empfindlichkeit durch große Schwingungsdauer zu gewinnen, und in der Tat war es früher üblich zu versuchen, durch einen langen und dünnen Aufhängefaden, der nur eine geringe Richtkraft besitzt, die gewünschte hohe Empfindlichkeit zu erreichen. Praktisch zeigt sich aber bald, daß man diesen Weg nur mit großer Vorsicht gehen darf. Erstens hat die hohe Empfindlichkeit keinen Sinn, wenn nicht zugleich auch die Genauigkeit genügend groß ist, die durch die Reproduzierbarkeit der Einstellungen, vor allem durch die Konstanz des Nullpunktes, sofort nachgeprüft werden kann. Die Genauigkeit nimmt aber unvermeidlich ab, wenn die Richtkraft der Aufhängung verkleinert wird. Dazu kommt, daß bei allen hochempfindlichen Messungen Störungen aller Art eintreten können, z. B. durch Thermokräfte im Meßkreis, die um so sicherer beobachtet und be seitigt oder in Rechnung gestellt werden können, je kürzer die Schwingungsdauer und damit die Einstellzeit ist, wie wir noch sehen werden.

Aus der weiter unten folgenden Tabelle ergibt sich, daß noch heute Galvanometer mit einer vollen Schwingungsdauer von 30 Sek. gebaut werden; das ist aber für viele Zwecke schon unerwünscht lange, und man ist in den letzten Jahren immer mehr dazu übergegangen, die volle Schwingungsdauer möglichst nicht größer als 7 Sek. zu wählen.

Da also die gewünschte hohe Empfindlichkeit nicht gut durch Steigerung der Schwingungsdauer gewonnen werden kann, ist man darauf angewiesen, die Wirkung des zu messenden Stromes auf das System möglichst groß zu machen. Zu diesem Zweck ist die magnetische Feldstärke nach Möglichkeit zu steigern und das System so leicht wie irgend möglich zu machen. Wiederum ist aber beides nur in beschränktem Maße durchführbar. Zwar sind die Magnetstähle durch die Entwicklung hochwertiger Legierungen in den letzten Jahren sehr verbessert, aber eine merkliche Steigerung der Feldstärke dürfte künftig nicht mehr möglich sein, und auch durch Verwendung eines Elektromagneten an Stelle des Dauermagneten wäre nicht mehr viel zu gewinnen. Macht man dagegen das System sehr leicht, so bietet nicht nur die notwendige mechanische Festigkeit bald eine Grenze, sondern auch die magnetischen Eigenschaften der Spule. Befindet sich darin nur die geringste Verunreinigung von Eisen, so führt diese in dem starken Felde zu unangenehmen Störungen. Wird dagegen sorgfältig vermieden, daß sich Eisen in

¹ Siehe das Literaturverzeichnis am Schluß.

der Spule befindet — dazu ist bei hochwertigen Instrumenten nötig, daß der Draht nicht durch Stahl-Lehren gezogen wurde —, so macht sich bemerkbar, daß das Kupfer der Spule diamagnetisch ist, so daß sich das System quer zum Felde zu stellen sucht, womit natürlich Messungen unmöglich werden. Bei dem gegenwärtig wohl höchstempfindlichen Galvanometer von ZERNIKE (15) wird daher die diamagnetische Spule mit einem paramagnetischen Lack so lange überstrichen, bis das System magnetisch völlig neutral ist. Ein weiterer technischer Kunstgriff bei diesem Galvanometer besteht darin, daß das System an einem Quarzfaden aufgehängt wird, während zwei äußerst feine Goldbändchen als Stromzuführungen zur Spule dienen. Da der Anteil der Bändchen an der Richtkraft der Aufhängung nur etwa 10% beträgt, wird diese im wesentlichen durch den Quarzfaden bestimmt. Quarz ist aber dafür bekannt, daß er eine besonders geringe elastische Nachwirkung hat; die Konstanz des Nullpunktes ist daher bei diesem Galvanometer besonders gut.

Sieht man die Angaben durch, die der Hersteller des ZERNIKE-Galvanometers dazu macht, so bemerkt man, daß nicht nur verschiedene Arten desselben Instruments gebaut werden, die sich durch ihre Schwingungsdauer (1,3—3—7 Sek.) und ihren inneren Widerstand unterscheiden, sondern daß auch für jedes dieser Systeme verschiedene Empfindlichkeiten für verschiedene äußere Widerstände angegeben werden. Da das Fragen sind, die nicht nur dieses eine Instrument, sondern alle guten Galvanometer betreffen, sei hier etwas näher darauf eingegangen (14).

Man hat schon seit langem zwischen „Stromempfindlichkeit“ und „Spannungsempfindlichkeit“ eines Galvanometers unterschieden. Was dieser Unterschied bedeutet, erkennt man am einfachsten an zwei praktischen Beispielen. An dasselbe Galvanometer möge einmal ein Thermoelement und dann eine Vakuum-Photozelle angeschlossen werden. Das Thermoelement liefert nicht ursprünglich einen bestimmten Strom, der gemessen werden soll, sondern eine elektrische Spannung, die sich aus dem Temperaturunterschied der beiden wirksamen Lötstellen ergibt. Je nach dem Eigenwiderstand des Thermoelements und dem Widerstand des Galvanometers verursacht diese Spannung einen Strom, den das Galvanometer anzeigt. Um sehr geringe Temperaturunterschiede messen zu können, muß daher das Galvanometer eine hohe Spannungsempfindlichkeit haben, was im wesentlichen auf die Forderung hinausläuft, daß der innere Widerstand des Galvanometers klein sein muß. Anders bei der Messung des photoelektrischen Stromes einer belichteten Zelle. Dieser wird eine bestimmte hohe Spannung von außen zugeführt; ihr innerer Widerstand hängt davon ab, wie stark sie bestrahlt wird — immerhin beträgt er aber rund eine Million Ohm. Es ist daher in einem solchen Falle gleichgültig, ob das angeschlossene Galvanometer einen inneren Widerstand von 10^4 oder 10^1 Ohm hat, der zu messende Strom wird nur durch die Photozelle

und die gegebene Spannungsquelle bestimmt. Man wird daher ein Galvanometersystem mit möglichst vielen und daher dünnen Drahtwindungen nehmen, das deshalb einen großen inneren Widerstand, aber eine hohe Stromempfindlichkeit hat.

Nun könnte man vermuten, daß die Spannungsempfindlichkeit aus der Stromempfindlichkeit und dem inneren Widerstand eines Galvanometers nach dem Ohmschen Gesetz leicht zu errechnen wäre. Das trifft aber nur bedingt zu. Die Praxis hat nämlich gezeigt, daß ein Galvanometer nur dann wirklich brauchbar ist, wenn es sich schnell auf seinen Endwert einstellt, d. h. wenn es sich im „aperiodischen Grenzzustand“ befindet. Ein gutes Drehspul-Galvanometer hat nämlich im allgemeinen keine besondere Dämpfungsvorrichtung, und die Luftdämpfung spielt

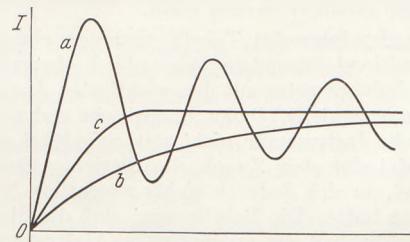


Fig. 1. Einstellung eines Galvanometers. *a* Kleine Dämpfung, periodische Einstellung. *b* Starke Dämpfung, kriechende Einstellung. *c* Kritische Dämpfung, aperiodische Einstellung.

keine merkliche Rolle. Bei der Bewegung des Systems zwischen den Polschuhen des Magneten wird aber elektromotorische Kraft induziert, die je nach der Größe des inneren und des angeschlossenen äußeren Widerstandes einen mehr oder weniger starken Strom erzeugt, der seine Energie der Bewegungsenergie der Spule entnimmt und daher die Bewegung dämpft. Ist der Gesamtwiderstand des Galvanometerkreises klein und die Feldstärke groß, so wird die Dämpfung so stark, daß sich das Galvanometer nur „kriechend“ einzustellen vermag. Ist dagegen der Gesamtwiderstand groß, so ist die Dämpfung der Bewegung gering, und das Galvanometer stellt sich „periodisch“ ein, indem es längere Zeit um die endgültige Lage schwingt. Zwischen diesen beiden für die praktische Messung ungünstigen Fällen — wie schon angedeutet, hängt die Genauigkeit von der Dauer einer Messung ab — liegt der aperiodische Grenzzustand des Galvanometers, bei dem die Dämpfung gerade einen solchen Wert hat, daß die schwingende Einstellung eben in die kriechende übergeht (Fig. 1). Dann ist die Einstelldauer etwa gleich der Dauer einer vollen Schwingung im periodischen Zustande.

Bei gegebenem inneren Widerstand eines Galvanometers hängt also der aperiodische Grenzzustand vom äußeren Widerstand und von der Stärke des magnetischen Feldes ab. Ist bei kleinem äußeren Widerstand die Einstellung kriechend, so kann man sie durch Einschaltung eines zusätzlichen Widerstandes oder durch

Schwächung des Feldes aperiodisch machen. Beides geht zwar auf Kosten der Empfindlichkeit der Messung; der Zeitgewinn durch die schnelle Einstellung und die dadurch erreichte größere Freiheit von Fehlern ist aber im allgemeinen wichtiger. Jedenfalls ergibt sich so, warum die Spannungsempfindlichkeit eines Galvanometers vom äußeren Widerstand abhängt: es wird eben die Forderung vorausgesetzt, daß es sich aperiodisch einstellt. Die Spannungsempfindlichkeit ergibt sich damit als das Produkt aus der Stromempfindlichkeit und dem Gesamtwiderstand des Galvanometerkreises bei aperiodischer Einstellung. — Um die Feldstärke in der erwähnten Weise schwächen zu können, werden heute gute Galvanometer meist mit einem magnetischen Nebenschluß versehen, einem Anker aus weichem Eisen, der mittels einer Schraube den Polen des Magneten mehr oder weniger genähert werden kann.

In der folgenden Tabelle sind nun einige in Deutschland besonders bekannte hochempfindliche Galvanometer mit den wichtigsten Angaben zusammengestellt. Daß z. B. englische und amerikanische Instrumente nicht mit aufgeführt sind, bedeutet für den Zweck des Berichtes keinen Mangel, da sich dadurch nichts wesentlich Neues ergeben hätte. Die Tabelle zeigt, daß die Stromempfindlichkeit der gegenwärtigen Galvanometer mit etwa 10^{-10} Ampere und die Spannungsempfindlichkeit mit etwa $5 \cdot 10^{-8}$ Volt begrenzt ist, eine Einstelldauer von etwa 7 Sek. vorausgesetzt. Mit größerer Einstelldauer lassen sich auch entsprechend höhere Empfindlichkeiten erzielen. Als Stromempfindlichkeit ist dabei die Stromstärke

in Ampere zu verstehen, die auf einer 1 m entfernten Skala 1 mm Ausschlag hervorbringt, und ebenso versteht sich der Begriff Spannungsempfindlichkeit in Volt.

Es ist zwar nicht ausgeschlossen, daß im Laufe der Zeit noch empfindlichere Galvanometer entwickelt werden; daß sich noch viel auf diesem Weg erreichen läßt, ist aber nicht sehr wahrscheinlich, vielmehr dürfte die technisch erreichbare Grenze ziemlich nahe erreicht sein. Dagegen fragt es sich, ob man mit den so verfügbaren Galvanometern nicht auf andere Weise weiterkommt, oder mit anderen Worten, es ergibt sich die Aufgabe, kleine Ausschläge von Galvanometern mit genügender Genauigkeit zu messen.

Zur Beobachtung des Galvanometerausschlags auf der Skala verwendet man entweder eine Lichtmarke, die man auf die Skala projiziert, oder ein Ablesefernrohr mit Fadenkreuz im Okular, dessen Lage auf der Skala man feststellt. Die zweite Art der Beobachtung ist zwar etwas unbequemer, aber genauer als die mittels Lichtzeigers, weil man mit einem guten Fernrohr recht wohl noch zehntel Skalenteile der in Millimeter geteilten Skala schätzen kann — es gibt sogar Physiker, die mit überraschender Genauigkeit noch $\frac{1}{20}$ Teilstriche schätzen. Eine solche Genauigkeit läßt ein Lichtzeiger nicht zu.

Man könnte nun denken: da ja der auf der gleichen Skala beobachtete Ausschlag um so größer erscheinen muß, je weiter entfernt vom Galvanometer sie aufgestellt wird, so müßte es genügen, den Skalenabstand auf das Zehnfache zu

Daten für einige empfindliche Galvanometer.

Hersteller	Bezeichnung	Volle Periode in Sek.	Innerer Widerstand in Ohm	Äußerer Grenzwiderstand in Ohm	Empfindlichkeit 1 mm / 1 m		Magnetischer Nebenschluß	Spiegel-durchmesser in mm
					in 10^{-10} Amp	in 10^{-8} Volt		
Hartmann und Braun	Nr. 159	30	2200	200000	0,5	1000	—	15
	Nr. 176	30	2,4	3	170	9	—	15
Kipp und Söhne	MOLL-Galvanometer hoher Strom-Empfindlichkeit	7	340	200000 bis 2000	0,2	400	offen	5
	MOLL-Galvanometer hoher Spann-Empfindlichkeit	5	25	200 bis 1	1,7	40	geschlossen	
	ZERNIKE-Galvanometer C	7	15	400 bis 15	4	9	offen	10
Ruhstrat	63736	30	5000	350000	20	1700	—	14
	63738	20	50	300	60	50	offen	14
Siemens und Halske	Super-Galvanometer ¹	7	600	55000	0,9	500	geschlossen	8
				2900	3,6	125	offen	
			10	167	17	30	geschlossen	
				2	63	8		

¹ Das System hat zwei Wicklungen.

vergrößern, um die zehnfache Empfindlichkeit zu bekommen. Zwar erscheinen die beobachteten Skalenteile um so kleiner, je weiter entfernt die Skala ist; das könnte man ja aber durch Wahl eines entsprechend stärker vergrößernden Fernrohrs ausgleichen. Diese Überlegung ist an sich richtig, sie gilt aber nur bis zu einer bestimmten Grenze, ganz abgesehen davon, daß es in den meisten praktischen Fällen unmöglich ist, die Skala in einem Abstande von 10 m oder gar mehr aufzustellen. Diese Grenze entspricht völlig der von ABBE festgestellten Grenze für die Vergrößerung eines Mikroskops. Bei der Entwicklung des Mikroskops hatte man natürlich zunächst auch den Wunsch nach immer stärkerer Vergrößerung, bis man erkannte, daß die Vergrößerung allein nichts nützt, wenn nicht auch zugleich die Auflösung des Bildes gesteigert wird, und diese mögliche Auflösung findet dort eine Grenze, wo wegen der endlichen Wellenlänge des Lichtes die Beugungerscheinungen dieselbe Größenordnung haben wie die Einzelheiten des betrachteten Bildes.

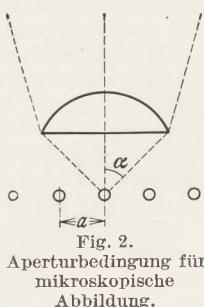


Fig. 2.

Aperturbedingung für mikroskopische Abbildung.

ABBE stellte hierfür folgende „Aperturbedingung“ auf (Fig. 2): Ist a der Abstand der Teilchen, die noch getrennt wahrgenommen werden sollen, λ die Wellenlänge des verwendeten Lichtes, n der Brechungsindex des Stoffes zwischen dem Gegenstand und der Objektivlinse und α der halbe Öffnungswinkel, so muß $a \geq \frac{\lambda}{n \cdot \sin \alpha}$ sein, wenn die Teilchen noch einzeln beobachtet werden sollen. Ganz ähnlich liegen die Dinge bei der Beobachtung einer Skala mittels eines Fernrohrs über den Spiegel eines Galvanometers (Fig. 3). Hier bedeutet a den Abstand der Teilstriche der Skala, ferner ist $n = 1$ und $\sin \alpha = \frac{d}{2s}$, wo s der Skalenabstand und d der Durchmesser des Galvanometerspiegels ist. Sämtliche Längen sind natürlich in demselben Maße, etwa in Millimetern, zu messen. Setzt man endlich $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-3}$ und $a = 1$, so ergibt sich $s \leq d \cdot 10^6$ oder in Worten: Bei Beobachtung einer in Millimeter geteilten Skala darf der Skalenabstand, in Metern gemessen, nicht größer sein als der Durchmesser des Galvanometerspiegels, in Millimetern gemessen. Bei größerem Abstand wird die beobachtete Teilung durch Beugungerscheinungen so unscharf, daß keine einwandfreie Ablesung mehr möglich ist.

Hiervon kann man sich auch durch folgenden Versuch überzeugen (Fig. 4). Man betrachtet durch eine Irisblende Bl eine Millimeterskala Sk in s m Abstand von der Blende mittels eines Fernrohrs F . Macht man während der Beobachtung die Blende enger, so werden bei einer bestimmten Blendengröße die Teilstriche der Skala unscharf, und wird die Blende noch enger

gemacht, so ist bald überhaupt keine Ablesung mehr möglich. Die Nachmessung ergibt, daß noch eben scharfe Ablesung möglich ist, wenn sich der Blendendurchmesser zum Skalenabstand wie 1:1000 verhält. Daß beim Galvanometer an die Stelle der Blende der Spiegel tritt, ändert an der Überlegung nichts, wenn der Spiegel vollkommen eben ist, was zu den wichtigsten Voraussetzungen eines guten Galvanometers gehört.

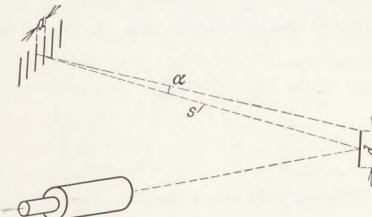


Fig. 3. Aperturbedingung für Fernrohr-Abbildung.

Die obige Überlegung zeigt ferner, daß zur Beurteilung eines hochempfindlichen Galvanometers auch die Kenntnis des Spiegeldurchmessers wichtig ist. Ein Blick in die Listen auch mancher bedeutenden Hersteller von Galvanometern zeigt, daß diese Einsicht noch nicht allgemein verbreitet zu sein scheint.

Nachdem nunmehr festgestellt ist, daß — mindestens gegenwärtig — mit einer Steigerung der Galvanometerempfindlichkeit nicht zu rechnen ist und auch der Ablesung mit Spiegel und Skala physikalisch begründete Schranken gesetzt sind, erhebt sich die Frage, ob es nicht andere Wege gibt, auf denen man weiter kommen könnte.

Schon ABBE schlug eine Ablesevorrichtung vor, bei der nicht eine Skala beobachtet wurde, sondern ein hell beleuchteter enger Spalt, während



Fig. 4. Versuch zur Aperturbedingung eines Fernrohrs.

sich die Skala im Okular des Fernrohrs befand. Diese Anordnung bietet den Vorteil, daß die Skala unabhängig von den übrigen Verhältnissen immer gleichmäßig scharf erscheint, während das, was oben über die Aperturbedingung für die Skala gesagt wurde, nun für den Spalt gilt. Beim Spalt wirken sich aber die Beugungerscheinungen wesentlich anders aus als bei einer weißen Skala mit feinen schwarzen Strichen. Der Spalt erscheint zwar auch durch die Beugung unscharf und verbreitert, trotzdem ist er aber noch nicht unbedingt für die Ablesung unbrauchbar. Man stelle sich etwa nur vor — was man natürlich praktisch wohl kaum durchführen würde — daß man an Stelle der Beobachtung durch das Auge die Erscheinung im Okular photographisch aufnahme und die Verteilung der Schwärzung des Spaltbildes photometrisch feststelle. Man würde dann zu einer Darstellung ähnlich Fig. 5 kommen, d. h. an Stelle des scharfen Spaltbildes würde die

Lichtenergie nach beiden Seiten symmetrisch abfallen; trotzdem könnte man aber das Maximum der Kurve und damit die Lage des Spaltes auf der Okularskala mit großer Genauigkeit bestimmen. Bei diesem Vorgehen kommt es eben nicht mehr darauf an, Einzelheiten des mit dem Fernrohr beobachteten Gegenstandes zu erkennen.

Diese Überlegung soll nur zeigen, daß durch die Aperturbedingung keine absolute Grenze für die galvanometrische Messung gegeben ist, auch wenn anstatt des umständlichen photographischen

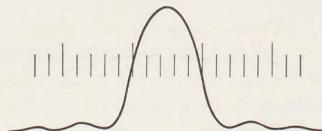


Fig. 5. Beugungsbild eines Spaltes über einer Skala.

Verfahrens die einfache Beobachtung mit dem Auge tritt. So wird von einem neuen, von Siemens und Halske (1) herausgebrachten Ablesefernrohr angegeben, daß die Empfindlichkeit derjenigen gleichkommt, die bei dem üblichen Ablesungsverfahren mit einer Millimeterskala in 15 m Entfernung zu erreichen wäre. Es handelt sich hierbei um ein „Autokollimatorfernrohr“ nach ABBE (14), bei dem der beleuchtete Spalt unmittelbar neben dem Okular angebracht ist, was die Ableseanordnung besonders handlich macht, zumal hier die Einstellung und die Empfindlichkeit unabhängig vom Abstande vom Galvanometer ist, da der Strahlengang zwischen Fernrohr und Galvanometer parallel ist.

Noch weiter geht offenbar die Steigerung der Empfindlichkeit bei einer neuen Anordnung von M. CZERNY (4). Auch CZERNY beobachtet einen engen, mit einfarbigem Licht hell beleuchteten

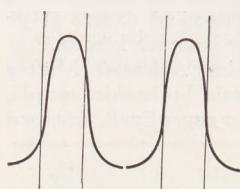


Fig. 6. Justierung eines Spaltbildes zwischen zwei parallelen Fäden.

Spalt, verwendet aber nicht eine Okularskala, sondern ein Okular mit zwei parallelen Fäden, zwischen die er das — wenn auch durch Beugung unscharfe — Spaltbild bringt. Es zeigt sich nämlich, daß das Auge die Helligkeitsverteilung des Spaltbildes recht gut beurteilen und daher sehr wohl erkennen kann, ob der Spalt in der Mitte der beiden Fäden liegt, auch wenn von einer scharfen Abbildung des Spaltes keine Rede ist (Fig. 6). Bei Drehung des Galvanometerspiegels wandert dann das Spaltbild im Okular, und man könnte etwa den Ausschlag dadurch messen, daß man das Okular mittels einer Mikrometerschraube mit Teilung seitlich verschiebt, bis das Spaltbild wieder zwischen die beiden Fäden gebracht wäre. Der Ausschlag wäre dann an der Teilung abzulesen. CZERNY benutzt aber ein wesentlich eleganteres Verfahren, da bei der notwendigen starken Vergrößerung (etwa 200mal) alles Arbeiten am Ablesefernrohr während der Messung unerwünscht ist, weil es zu Verschiebungen und damit zu

Fehlern führen kann. Zur Kompensation der Verschiebung des Spaltbildes im Okular bringt CZERNY nach Fig. 7 zwischen Galvanometer *G* und Spalt *S* eine optisch planparallele Glasplatte *P* an, die um eine senkrechte Achse *A* gedreht werden kann. Ist die Platte gegen den Strahlengang geneigt, so wird dieser infolge der Brechung im Glas parallel verschoben. So kann eine Verschiebung des Spaltbildes im Okular durch Drehung der Glasplatte kompensiert werden, und der Galvanometerausschlag läßt sich durch die Drehung der Platte messen.

Bei der von CZERNY entwickelten Anordnung ist die Ablesung besonders einfach, da sich zeigte, daß unter bestimmten, leicht erfüllbaren Bedingungen der Galvanometerausschlag bis zu einer Plattendrehung um $\pm 15^\circ$ genügend genau proportional dem Tangens des Winkels ist, um den die Platte gedreht wurde. Es genügt daher,

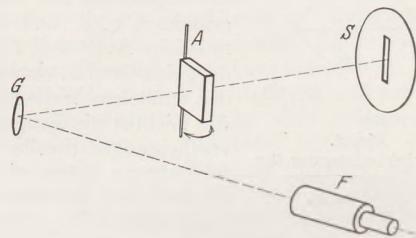


Fig. 7. Ablesevorrichtung nach M. CZERNY.

diese Drehung auf einem linearen Maßstab abzulesen, um unmittelbar den Galvanometerausschlag zu erhalten. Das Verfahren ist inzwischen noch weiter verbessert; es würde aber hier zu weit führen, näher darauf einzugehen. Immerhin sei erwähnt, daß bei einem Abstand des Spaltes von 1,5 m und 7 mm Plattendicke die durch die Drehung des Galvanometers bewirkte scheinbare Verschiebung des Spaltes genauer als auf 0,01 mm, entsprechend 1 mm auf der linearen Skala, ohne zu große Ermüdung auch bei längerem Arbeiten abgelesen werden kann.

Die bisher besprochenen Ableseverfahren ergeben den zu messenden Strom unmittelbar. In der heutigen Zeit der Verstärkertechnik liegt es aber nahe, auch nach Möglichkeiten zu suchen, die Empfindlichkeit der Messung durch Verstärkung weiter zu treiben. Röhrenverstärker sind allerdings bei geringen elektromotorischen Kräften nicht anwendbar, es gibt aber andere Wege der Verstärkung für galvanometrische Zwecke, die wohl sämtlich auf die Holländer MOLL und BURGER (11) zurückgehen.

Diese beiden Physiker, die schon durch bemerkenswerte Arbeiten auf dem Gebiete der Strahlungsmessung mittels sehr empfindlicher Thermosäulen und neuartiger Galvanometer bekannt geworden waren, veröffentlichten 1925 ihr neues Verfahren der Verstärkung von Galvanometerausschlägen, das auf folgendem Grundgedanken beruht. Der Lichtzeiger des Galvanometers, dessen Ausschlag verstärkt werden soll, fällt auf ein Thermoelement, wie es in Fig. 8

schematisch dargestellt ist. Es besteht aus zwei Streifen Konstantan AB und CD , zwischen denen sich ein Streifen Manganin BC befindet. Von A und D führen Leitungen zu einem zweiten Spiegelgalvanometer; das Element selbst ist in einer hochevakuierten Glashülle untergebracht. Fällt der Lichtzeiger des ersten Galvanometers genau auf die Mitte zwischen B und C , so werden diese beiden Lötstellen gleichmäßig erwärmt, sie beeinflussen daher das zweite Galvanometer nicht. Macht dagegen das erste Galvanometer einen wenn auch sehr kleinen Ausschlag, so wird die eine Lötstelle stärker, die andere aber weniger stark erwärmt als zuvor, so daß das zweite Galvanometer einen Ausschlag macht, der nun viel größer ist als der des ersten, sofern der Lichtzeiger genügend hell ist. Innerhalb der Länge des Manganinbandes (etwa 10 mm) ist der Ausschlag, der durch das „Thermorelais“ im zweiten Galvanometer erzeugt wird, proportional dem Ausschlage des ersten Galvanometers. Da das Band $A-B-C-D$ nur 0,001 mm dick ist, ist die thermische Trägheit der Anordnung sehr gering und die Einstelldauer kaum größer als die eines einzelnen Galvanometers. Über die erzielte Verstärkung schreiben MOLL und BURGER, daß hundertfache Verstärkung leicht zu erreichen war, daß aber an sich auf diesem Wege fast jede beliebige Verstärkung erreicht werden könnte und nur durch die „mikroseismischen“ Bodenerschütterungen eine Grenze gesetzt sei. Auf solche Erschütterungen führten MOLL und BURGER die Unruhe ihres Sekundärgalvanometers zurück, die eine Verstärkung über etwa das Hundertfache wertlos machte.

Nach MOLL und BURGER haben noch mehrere andere Verfasser Arbeiten über ähnliche Verstärker veröffentlicht, meist unter Verwendung

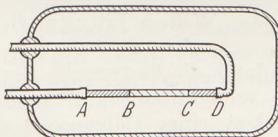


Fig. 8. Thermo-Relais nach MOLL.

von Photozellen; wesentlich neue Gesichtspunkte für diesen Bericht ergeben sich aber daraus nicht. Dagegen war die Veröffentlichung von MOLL und BURGER in anderer, unerwarteter Richtung sehr fruchtbar.

Wie erwähnt, sahen MOLL und BURGER die Grenze ihrer Verstärkungsmöglichkeit in geringen, überall vorhandenen Bodenerschütterungen. In der Tat ist die Fernhaltung störender Bodenbewegungen eine wichtige Aufgabe, wenn man empfindliche Messungen mit einem Galvanometer machen will. Besonders an Orten mit lebhaftem Straßenverkehr sind zu diesem Zweck eigene Vorkehrungen nötig; die früher üblichen, bis unter das Fundament durchgehenden Steinpfeiler genügen in vielen Fällen nicht. Die bekannteste Vorrichtung zur Fernhaltung der Bodenunruhe vom Galvanometer ist wohl die schon vor

mehreren Jahrzehnten von JULIUS angegebene Aufhängung, im wesentlichen ein langes Pendel, das von der Decke des Zimmers herabhängt und unten auf einer Plattform das Galvanometer trägt. Da die Eigenschwingungsdauer des Pendels groß gegenüber den störenden Bewegungen des Bodens ist, werden diese nicht auf das Galvanometer übertragen. Die Aufhängung von JULIUS bewährt sich auch heute noch durchaus; allerdings ist es für empfindliche Messungen nötig, auch den Einfluß von Luftströmungen durch Einbau der ganzen Vorrichtung in einen Kasten auszuschalten. Dies ist wesentlich bequemer bei einer neueren,

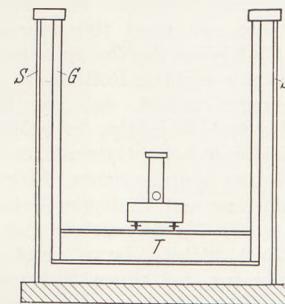


Fig. 9. Erschütterungsfreie Aufstellung nach R. MÜLLER.

von R. MÜLLER (12) angegebenen Aufstellvorrichtung möglich, die nur geringen Raum einnimmt und, wenn nötig, leicht umgesetzt werden kann. An der Aufstellung von MÜLLER ist als wichtiger Fortschritt außerdem eine Dämpfungs vorrichtung zu erwähnen, die aus einigen flachen, halb mit Öl gefüllten Schalen besteht; dadurch werden nach Art eines Schlingertanks die geringen Bewegungen schnell gedämpft, die trotz allem etwa noch auf den das Galvanometer tragenden Teil gelangen. Die MÜLLERSche Aufstellung ist schematisch in Fig. 9 dargestellt. Das starre Gerüst G , das das Galvanometer trägt, wird von 3 dünnen, elastischen Stahlstäben S getragen (die Figur zeigt nur 2). Unter dem Galvanometer befindet sich der Dämpfungstank T . Die volle Schwingungsdauer kann durch Auflegen von Zusatzgewichten bis zu 4 Sek. gesteigert werden. Gegen Erschütterungen von etwa der gleichen Periode wie die der Aufstellvorrichtung ist diese allerdings ebenso wie die von JULIUS machtlos. Auf die Beseitigung der Bewegungen in senkrechter Richtung ist absichtlich verzichtet, da diese die Ablesung nicht stören und die Vorrichtung sonst zu heikel in der Anwendung werden würde. Allerdings ist außerdem nötig, daß das System des Galvanometers sehr sorgfältig ausbalanciert ist, so daß die Reste von horizontalen Erschütterungen, die noch zum Galvanometer gelangen, nicht zu Drehbewegungen der Spule führen können.

Die Erfahrungen mit den Aufhängungen von JULIUS und MÜLLER, z. B. inmitten von Berlin, haben gezeigt, daß dadurch tatsächlich die Bodenunruhe fast restlos unschädlich gemacht werden kann: eine geringe Unruhe des Galvanometers

bleibt aber bei genügend empfindlicher Messung stets noch bemerkbar, wie sie MOLL und BURGER 1925 als durch mikroseismische Bodenerschütterungen hervorgerufen erklärten. Aber schon im Jahre 1926 wies der schwedische Physiker G. ISING (8) nach, daß die von MOLL und BURGER beobachtete Unruhe zum großen Teil auf eine andere Ursache zurückzuführen ist, nämlich auf die BROWNSCHE Bewegung, die das Galvanometer system infolge des Auftreffens der Luftmoleküle macht.

Die Arbeit von ISING lenkte anscheinend zum ersten Male ernstlich die Aufmerksamkeit der experimentierenden Physiker auf diese Erscheinung, die schon seit rund 100 Jahren bekannt war und in den Kreisen der theoretischen Physiker bereits längst eine wichtige Rolle spielte (13). Man erkannte nämlich sofort, daß die BROWNSCHE Bewegung des Systems infolge der Stöße der Luftmoleküle nicht nur beim Galvanometer, sondern ebenso auch bei empfindlichen Elektrometern, Radiomikrometern und ähnlichen Meßinstrumenten eine von der Natur gesetzte Schranke der Empfindlichkeit bietet. ISING zeigte, daß bei Zimmertemperatur, bei einem Galvanometer im aperiodischen Grenzzustand mit einem Widerstand R Ohm im Galvanometerkreis und der Einstelldauer T Sek. die geringste mit einer Genauigkeit von etwa 25% meßbare Stromstärke infolge der BROWNSCHEN Bewegung, bei Abwesenheit aller sonstigen Störungen $4,5 \cdot 10^{-10} \cdot \sqrt{R \cdot T}$.

Ampere beträgt; ebenso die geringste meßbare Spannung $4,5 \cdot 10^{-10} \cdot \sqrt{\frac{R}{T}}$ Volt. Er zeigte ferner, daß von den von MOLL und BURGER beobachteten Schwankungen etwa $\frac{2}{3}$ auf BROWNSCHE Bewegung entfielen, ein glänzendes Zeugnis für die Sorgfalt der Arbeit und die Güte der Instrumente. Endlich weist ISING mit Recht darauf hin, daß manche frühere phantastische Angabe über angeblich erreichte Empfindlichkeit aus den obigen Formeln als nicht reell nachgewiesen werden kann.

Der in den Formeln von ISING enthaltene Faktor 4,5 ist etwas willkürlich, da er davon abhängt, mit welcher Genauigkeit man den Strom oder die Spannung messen will. Wollte man überhaupt nur erkennen, ob ein Ausschlag des Galvanometers vorliegt, der nicht auf BROWNSCHE Bewegung zurückzuführen ist, so könnte man auch den Zahlenfaktor 2, oder sogar 1, wählen. Von einer eigentlichen Messung wäre dann aber nicht mehr die Rede.

Die Formeln von ISING besagen, daß es sich empfiehlt, Instrumente von großer Schwingungsdauer zu verwenden, um die natürliche Grenze der Empfindlichkeit möglichst niedrig zu halten. Da aber die Dauer der Messung nur mit der Quadratwurzel eingeht, müßte man sie ganz außerordentlich steigern, um eine nennenswerte Wirkung zu erzielen, und es wurde schon oben darauf hingewiesen, daß gerade empfindliche Messungen schnell ausgeführt werden müssen.

Ein Urteil über die bei einem Galvanometer beliebiger Bauart zu erwartenden natürlichen Schwankungen kann man auch auf folgende Weise gewinnen. Aus statistischen Überlegungen (13) ergibt sich, daß ein beliebiger drehbar aufgehängter Körper durch die Stöße der Moleküle der Luft dauernd in Bewegung gehalten wird und der Mittelwert der Energie dieser Bewegung $\frac{1}{2} k t$ ist, wo t die absolute Temperatur und $k = 1,37 \cdot 10^{-16}$ Erg/Grad, gleich Gaskonstante geteilt durch LOSCHMIDTSche Zahl, ist. Aus den Dimensionen des beweglichen Systems kann man danach den Mittelwert der Schwingungsweite der natürlichen Bewegung leicht berechnen (3).

Von den verschiedenen Veröffentlichungen, die durch die Arbeit von ISING ausgelöst wurden, sei vor allem eine Untersuchung von E. KAPPLER (9) erwähnt, weil sie für das vorliegende Problem sehr lehrreich ist, obwohl sie nicht mit einem Galvanometer, sondern einfach mit einem sehr leichten Spiegel durchgeführt wurde, dessen BROWNSCHE Bewegung einmal unter normalem Luftdruck, daher stark gedämpft, und dann im Hochvakuum, also schwach gedämpft, photographisch registriert wurde (Fig. 10). Die Erscheinungen sind natürlich dieselben wie bei einem Galvanometer mit stärkerer oder geringerer magnetischer Dämpfung. Es ergab sich, daß die Schwingungsweite der BROWNSCHEN Bewegung nicht von der Dämpfung abhängt, sondern nur der Charakter der Bewegung. Während bei starker Dämpfung ein unregelmäßiges ruckweises Verändern der Einstellung mit kriechenden Zwischenbewegungen zu beobachten ist, also ähnlich der bekannten BROWNSCHEN Bewegung von Teilchen, die nicht an eine Gleichgewichtslage gebunden sind, schwingt das System bei geringer Dämpfung im wesentlichen mit seiner Eigenperiode, mit geringen gelegentlichen Phasenverschiebungen und Schwankungen der Amplitude. Weitere Literatur findet sich in (3) und (5).

Ist nun durch die BROWNSCHE Bewegung endgültig eine unüberwindliche Schranke für die Empfindlichkeit eines Galvanometers gegeben? Dazu ist zu bemerken, daß, wie wir sahen, die durch die BROWNSCHE Bewegung dem System erteilte Energie proportional ist der absoluten Temperatur. Würde man also das Galvanometer auf die Temperatur der flüssigen Luft abkühlen, so würde sich etwa die dreifache Empfindlichkeit erreichen lassen; allerdings müßte dann der gesamte Stromkreis auf die tiefe Temperatur gebracht werden, sonst würden sich störende Stromschwankungen ergeben. Noch weniger Aussicht auf Erfolg hat man, wenn man etwa daran denkt, zur Beseitigung der BROWNSCHEN Bewegung das Galvanometer im Hochvakuum unterzubringen. Zwar hat es durchaus Sinn, auch noch Stromstärken unterhalb der durch die ISINGSCHEN Formeln bestimmten Grenzen zu messen: dann muß man aber Mittelwerte aus einer großen Zahl Messungen bilden und wird trotzdem nur eine bescheidene Genauigkeit erwarten dürfen.

Die Genauigkeit einer Messung wächst nämlich wie bekannt nicht linear mit der Zahl ihrer

Wiederholungen, sondern nur mit der Quadratwurzel daraus. Es ergibt sich daher, daß nach den ISINGSchen Formeln die gleiche Genauigkeit erzielt wird, einerlei ob man wenige Messungen mit großer Einstelldauer oder viele Messungen mit kurzer Ablesungszeit macht. Daß in allen Fällen die Genauigkeit mit der Wurzel aus der aufgewendeten Zeit wächst, ist gewiß kein Zufall, sondern wird darauf beruhen, daß allen Vorgängen die gleichen statistischen Gesetze zugrunde liegen.

Es hat nicht an Versuchen gefehlt, die von ISING angegebenen natürlichen Grenzen der Empfindlichkeit trotz allem zu überschreiten. So versuchte es J. D. HARDY (7) auf Anregung von A. H. PFUND mit folgender Anordnung, die auf den ersten Blick erfolgversprechend erscheint. Zur Messung von schwacher Strahlung verwendete er im Anschluß an sein Thermoelement ein Galvanometer von geringer Dämpfung und einer vollen Periode zu 4 Sek. Indem er die zu messende Strahlung in demselben Rhythmus unterbrach, schaukelte er sein Galvanometer auf etwa das 20fache des Ausschlags auf, den es bei dauernder Strahlung hatte. Der Lichtzeiger des Galvanometers erregte über ein Thermorelais ähnlich dem von MOLL und BURGER ein zweites schwach gedämpftes Galvanometer von der gleichen Schwingungsdauer, dessen Lichtzeiger dann registriert wurde. Der Gedanke dabei war, daß das zweite Galvanometer nur durch die unterbrochene Strahlung, nicht aber durch die BROWNSche Bewegung des ersten Galvanometers beeinflußt werden sollte. Die erwartete Steigerung der Empfindlichkeit wurde aber nicht erreicht, was, wie CZERNY (3) nachwies, darauf zurückzuführen ist, daß das schwach gedämpfte erste Galvanometer als BROWNSche Bewegung im wesentlichen seine Eigenschwingungen macht, die also auch verstärkt auf das zweite Galvanometer übertragen werden.

Es scheint so, als ob man sich damit abfinden müsse, daß der Messung schwacher Ströme mit dem Galvanometer durch die BROWNSche Bewegung eine Grenze gesetzt ist; diese Grenze liegt zwar nicht völlig fest, da sie von Einzelheiten der Anordnung abhängt, wie Schwingungsdauer und Widerstand, die von Fall zu Fall verschieden sind; der Größenordnung nach ist sie aber wohldefiniert und kann nicht überschritten werden. Nur bei Ionisationsströmen, wo wegen der äußeren hohen Spannung bei extrem hohen Widerständen die Möglichkeit der Verstärkung gegeben ist, hat man bisher Strommessungen bis herunter zu 10^{-16} Ampere machen können (2) (6). Eine Vergleichung mit den Formeln von ISING zeigt aber, daß dies bei den hohen hier verwendeten Widerständen von rund 10^{10} Ohm den sonst erreichten Empfindlichkeiten bei geringen Widerständen entspricht.

Auch für solche Fälle, wo an sich die BROWNSche Bewegung überhaupt nicht in Betracht zu

kommen scheint, dürfte eine natürliche Grenze derselben Größenordnung dadurch gegeben sein, daß in einem Stromkreise beständig geringe willkürliche Schwankungen des Stromes vorkommen,

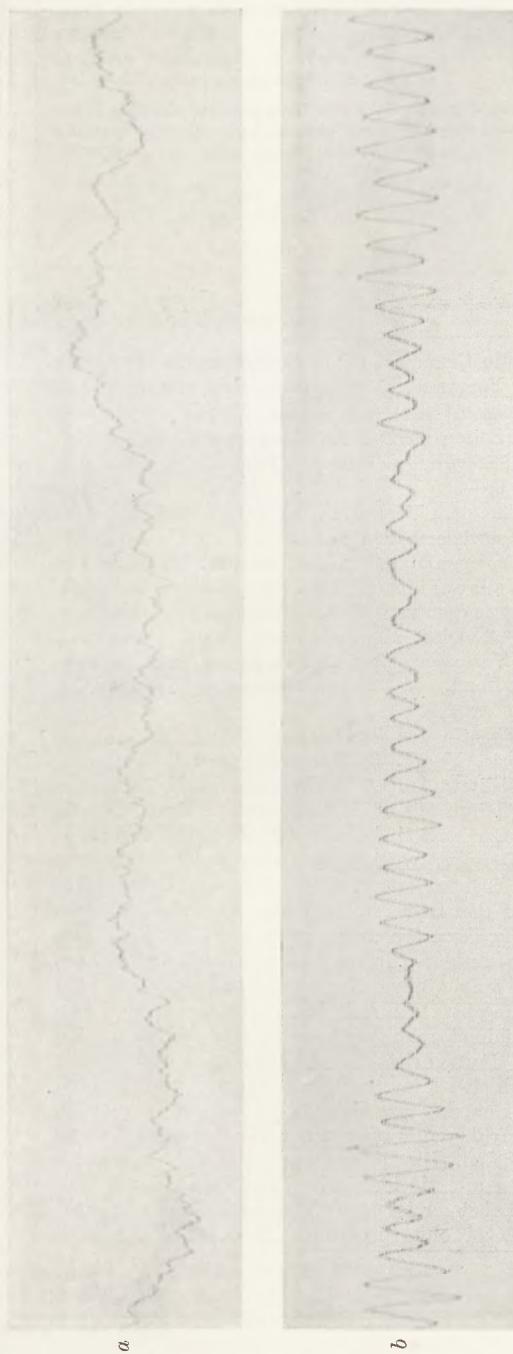


Fig. 10. BROWNSche Bewegung eines leichten Systems mit Spiegel (nach E. KAPPLER). a bei starker Dämpfung, b bei schwacher Dämpfung.

die dadurch zu erklären sind, daß ja auch der elektrische Strom durch die Bewegung einzelner Teilchen entsteht und daher statistischen Gesetzen folgt. Diese natürlichen Schwankungen der Stromstärke überlagern sich der eigentlichen

BROWNSchen Bewegung beim Galvanometer und sind daher bei gewöhnlichen Arbeiten mit dem Galvanometer nicht wahrnehmbar; sie sind aber der eigentliche Grund, daß auch durch Abkühlung der Meßanordnung auf tiefe Temperaturen keine wesentlich größere Freiheit von Störungen zu erreichen ist.

Literaturnachweis.

(Die in den Wortlaut des Berichtes eingefügten Nummern in Klammern beziehen sich als Literaturhinweise auf die entsprechenden Nummern des folgenden Verzeichnisses.)

1. Archiv Techn. Meßwesen, Sept. 1934.
2. J. F. H. CUSTERS: Zeitschr. techn. Physik 14, 154 (1933).

3. M. CZERNY: Ann. Physik 12 (V), 993 (1932).
4. M. CZERNY: Zeitschr. Physik 90, 468 (1934).
5. M. CZERNY: Zeitschr. techn. Physik 14, 436 (1933).
6. W. FRIEDRICH, G. GOLDHABER u. H. D. GRIFFITH: Strahlentherapie 51, 7 (1934).
7. J. D. HARDY: Rev. scient. Instr. 1930, 429.
8. G. ISING: Philos. Magazine 1 (VII), 827 (1926).
9. E. KAPPLER: Ann. Physik 11 (V), 233 (1931).
10. F. KOHLRAUSCH: Lehrbuch der praktischen Physik, 16. Aufl. 1930.
11. W. J. H. MOLL u. H. C. BÜRGER: Zeitschr. Physik 34, 109, 112 (1925).
12. R. MÜLLER: Ann. Physik 1 (V), 613 (1929).
13. M. V. SMOLUCHOWSKI: Physik. Zeitschr. 13, 1069 (1912).
14. O. WERNER: Empfindliche Galvanometer. Berlin-Leipzig: de Gruyter & Co. 1928.
15. F. ZERNIKE: Amsterdam Proc. 24, 239 (1923).
16. F. ZERNIKE: Zeitschr. Physik 40, 631 (1927).

Neu erschienene Bücher und Schriften.

Die Grundlagen und Grundbegriffe der Physik der Vorgänge. Versuch einer Fortbildung der Gedanken ROBERT MAYERS. Von K. SCHREBER. 312 Seiten und 2 Abbildungen. Leipzig: Universitätsverlag von Robert Noske 1933. Preis geh. RM 8,—.

Aus dem Vorwort: „Ich knüpfe meine Gedanken gewissermaßen unmittelbar an die der Mitte des vorigen Jahrhunderts an und bilde sie von dort aus auf einem Weg weiter, welcher fast senkrecht zu dem von der Schulphysik eingeschlagenen steht.“ Diese Kennzeichnung des Buches durch den Verfasser selbst ist leider in vollem Umfange zutreffend.

Hiedemann.

Theorie der Elektrizität. Bd. 2. Elektronentheorie. Von R. BECKER. Sechste vollständig neu bearbeitete Auflage des Werkes von M. ABRAHAM. 400 Seiten mit 86 Abbildungen im Text. Leipzig und Berlin: B.G. Teubner 1933. Preis geb. RM 17,—.

Der jetzt vorliegende zweite Band der Theorie der Elektrizität von R. BECKER benutzt nicht mehr den früheren Text von ABRAHAM, sondern ist vollkommen neu geschrieben worden. Da vieles aus den früheren Auflagen heute überholt ist, war eine völlige Neubearbeitung wirklich sehr erwünscht. Daß sich der Verf. dabei die — ausgezeichnet gelungene! — Aufgabe stellte, die für den Fortschritt der Physik so entscheidende Wechselwirkung zwischen Theorie und Experiment stärker zur Geltung zu bringen, als das in den früheren Auflagen geschah, ist besonders zu begrüßen. Die Darstellung stützt sich im wesentlichen auf die klassische Elektronentheorie. Für ein Lehrbuch ist dieser Weg auch der einzige gangbare, da ohne gründliche Kenntnisse der klas-

sischen Theorie ein wirkliches Verständnis der Quantentheorie nicht zu erreichen ist. Wo erforderlich, sind quantentheoretische Überlegungen angewendet worden, aber immer mit weiser Beschränkung auf das wirklich Notwendige. Wo die klassische Theorie zu unrichtigen Ergebnissen führt, sind entweder die quantentheoretischen Resultate anschließend kurz skizziert, oder es ist wenigstens klar ausgesprochen, daß die klassische Theorie versagt, und es wird auf die Quantentheorie verwiesen. Bei der Theorie der Metallelektronen war eine ausführliche Darlegung der quantentheoretischen Berechnungen notwendig. Die bekannte pädagogische Begabung des Verfassers zeigt sich hier darin, daß er einen Weg wählt, der in möglichst einfacher und doch hinreichend strenger Weise zu einem klaren Verständnis der FERMI-Statistik führt. Als ganz besonders gelungen fielen dem Referenten neben diesem Abschnitt vor allem die Kapitel über die Theorie des Magnetismus und die Relativitätstheorie auf. Die Hervorhebung dieser Kapitel soll nicht etwa bedeuten, daß die anderen Teile des Lehrbuches weniger gelungen seien. Es muß im Gegenteil betont werden, daß die ganze Neubearbeitung auf einem sehr hohen Niveau steht und dieses Lehrbuch wohl wieder zu dem Lehrbuch der Elektrizitätstheorie machen wird. Es ist wohl nicht zu viel behauptet, daß das BECKERsche Lehrbuch das frühere von ABRAHAM nicht nur in moderner Form ersetzt, sondern es auch in didaktischer Hinsicht übertrifft. Es muß, insbesondere Studierenden, bestens empfohlen werden. Als besonders angenehm wird auch das Literaturverzeichnis empfunden werden, das die nötigen Hinweise für tiefere Studien gibt.

Hiedemann.

Aus Werkstätten.

Neuer Strömungskanal.

Bisher sind zwei Gruppen Apparate zur Darstellung von Strömungsvorgängen entwickelt worden. Bei der einen wird der Körper, dessen Verhalten in einer Strömung untersucht werden

soll, durch einen Glaskasten mit Flüssigkeit hindurchgezogen: der Versuch leidet aber darunter, daß er nur kurze Zeit dauert, wesentliche Erscheinungen sich daher nicht ausbilden können und obendrein die Beobachtung stark erschwert

ist. Die andern Apparate verwenden einen großen Trog, in dem die Wasserströmung durch Wasserräder erzeugt wird, oder auch einen Luftstrom mit Rauchfäden, der durch eine Pumpe hergestellt wird. Diese Versuche haben aber den Mangel, daß sie einem größeren Kreise nicht gleichzeitig vorgeführt werden können; auch sind sie unbequem in der Bedienung.

Der von Dipl.-Ing. EICKE für die Vorlesung von Prof. FÖTTINGER im Institut für Strömungsforschung an der Technischen Hochschule Berlin entwickelte Apparat ist nunmehr auf dem Markt erschienen und wird auch in den Kreisen der höheren Schulen Interesse finden, da er die physikalischen Grundlagen der Strömungslehre zu behandeln erlaubt, die nicht nur für das Fliegen, sondern auch für vieles andere von Bedeutung sind, namentlich für Strömungsvorgänge aller Art in Flüssigkeiten und Gasen, Entwicklung des Stromlinienkörpers und Schallversuche¹.

Der in Fig. 1 abgebildete Strömungskanal besteht aus einem Röhrenviereck, das auf seiner oberen Seite abgeflacht und mit Glasfenstern versehen ist. Der Apparat ist aus Leichtmetall außerordentlich stabil hergestellt, so daß keine Gefahr besteht, daß durch den Gebrauch oder durch den Versand die eingesetzten Glasscheiben sich lösen oder undicht werden können. Zur Füllung dienen etwa 2 l Wasser, dem man etwas Magnesiumpulver zusetzt, das sich für diesen Zweck besonders bewährt hat (das trockene Pulver darf nicht in der Nähe einer offenen Flamme ausgeschüttet werden!). Ein Propeller, der mittels einer Schnurscheibe durch einen kleinen Motor angetrieben werden kann, befindet sich in dem einen senkrechten Rohr des Apparats und setzt die Strömung in Bewegung. Durch die Tätigkeit der Schraube sowie durch die verschiedenen Krümmungen entstehen zwar starke Wirbel, die aber durch eine besondere Gleichrichtervorrichtung — ein System von äußerst dünnwandigen und feinen Röhrchen — vor dem Eintritt in den Glaskasten beseitigt werden. Tatsächlich sieht man daher, so lange kein Körper in den Kanal eingesetzt ist, daß die durch die bewegten Magnesiumteilchen gekennzeichneten Stromlinien über die ganze Projektionsfläche parallel und mit gleicher Geschwindigkeit laufen, ohne daß Spuren von Wirbeln zu sehen sind. Die Strömungsgeschwindigkeit kann

durch Regelung der Umlaufzahl des Motors in weiten Grenzen verändert werden.

Will man den seitlich aufgestellten Motor mit Schnur vermeiden, so kann man den Apparat auch mit fest angebautem Universalmotor beziehen. Zur Regelung der Umdrehzahl dient ein größerer Vorschaltwiderstand (1000—1500 Ohm; 0,5 Ampere) oder ein Spannungsteiler.

Zur Beobachtung von Strömungsscheinungen können die verschiedenartigsten Körper zwischen die beiden Glasscheiben eingesetzt werden. Man sieht dann entweder unmittelbar gegen einen hellen Hintergrund, oder für einen größeren Kreis

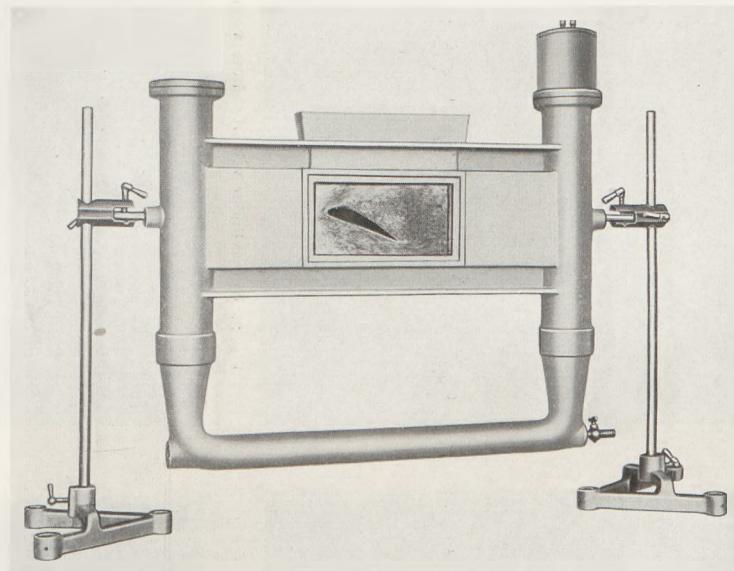


Fig. 1. Ansicht des Apparats.

in der Projektion auf einen Lichtbildschirm, wie die Strömung durch den Körper beeinflußt wird. Zu Beginn wird man beispielsweise das Modell einer ebenen Platte einsetzen (Fig. 2), und zwar zunächst senkrecht zur Strömung. Es ist ausgezeichnet zu beobachten, wie sich die Strömung genau in der Mitte vor der Platte teilt und die Stromlinien sich am Rande der Platte zusammendrängen, wobei die Geschwindigkeit der Strömung zunimmt. Hinter der Platte liegt das vielfach als „Totwasser“ bezeichnete Gebiet, in dem sich mehr oder weniger stark ausgeprägte Wirbel ausbilden, die meist mit großer Regelmäßigkeit abwechselnd oben und unten entstehen, um sich dann abzulösen und selbstständig mit der Strömung weiterzulaufen.

Neigt man die Platte, so ändert sich das Strömungsbild: die Wirbel lösen sich zwar noch abwechselnd ab, sie sind aber verschieden groß, und die Form des Wirbelgebiets ändert sich entsprechend, ebenso der Verlauf der Stromlinien vor der Platte.

Ähnliche Beobachtungen kann man auch mit anderen wichtigen Körpern machen, so dem Querschnitt eines Drahtes, einer zylindrischen Platte, die zwischen die Glasscheiben gesetzt wird, oder auch einem Modell eines Halbzylinders. Bei diesem

¹ Der Apparat wird von E. Leybolds Nachf. A.-G. in Köln-Bayenthal gebaut.

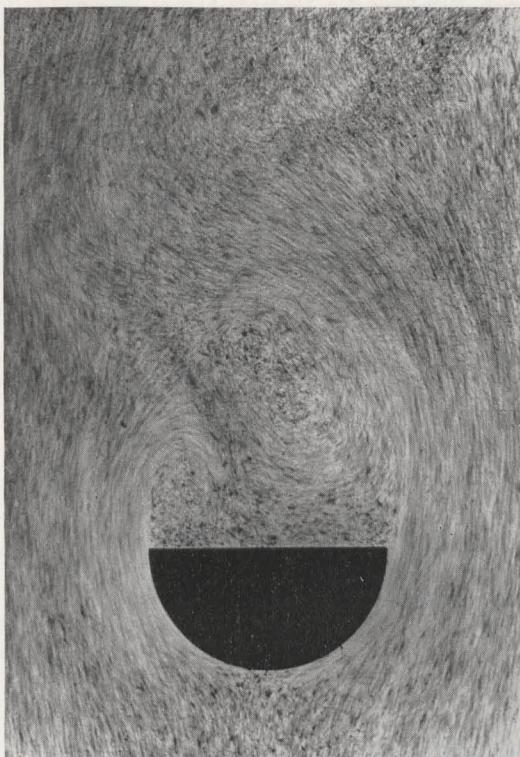


Fig. 2. Ebene Platte mit Wirbelbildung.

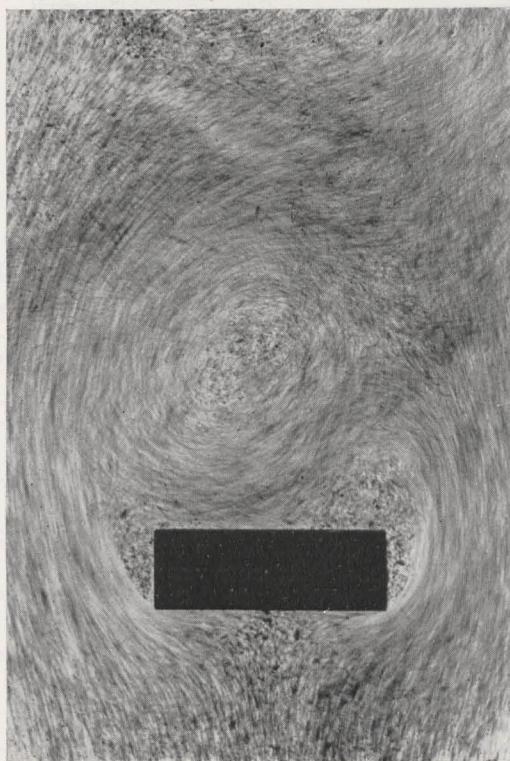


Fig. 3. Halbzylinder mit Rundung vorn, mit starker Wirbelbildung.

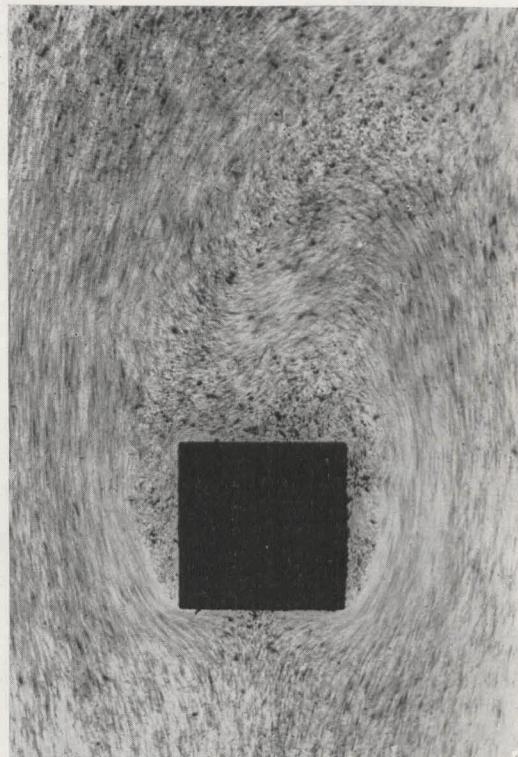


Fig. 4. Halbzylinder mit Rundung hinten, mit Wirbelbildung.

Fig. 5. Quadrat, quergestellt.

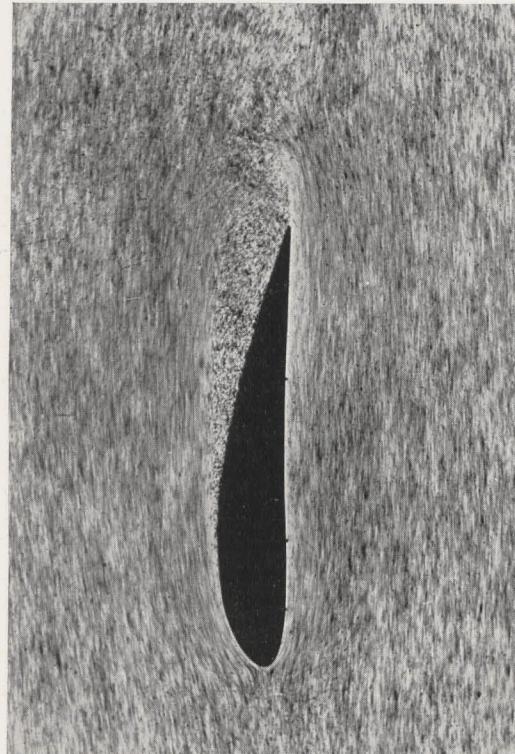


Fig. 6. Quadrat mit Spitze nach vorn, starke Wirbelbildung.

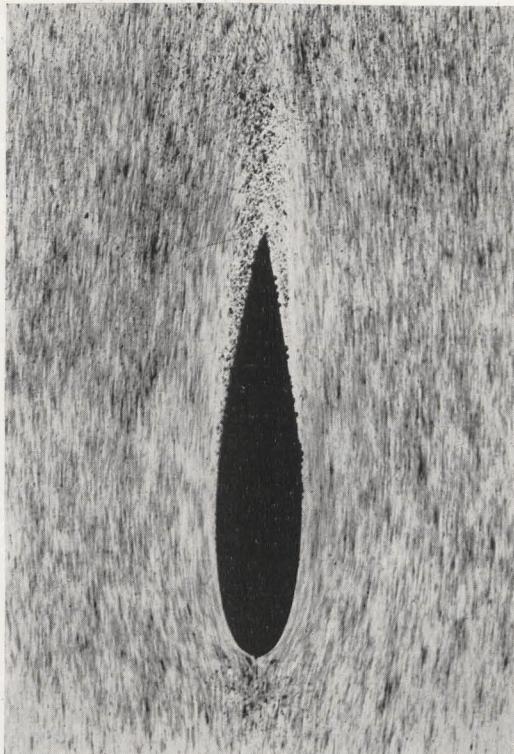


Fig. 7. Stromlinienprofil.

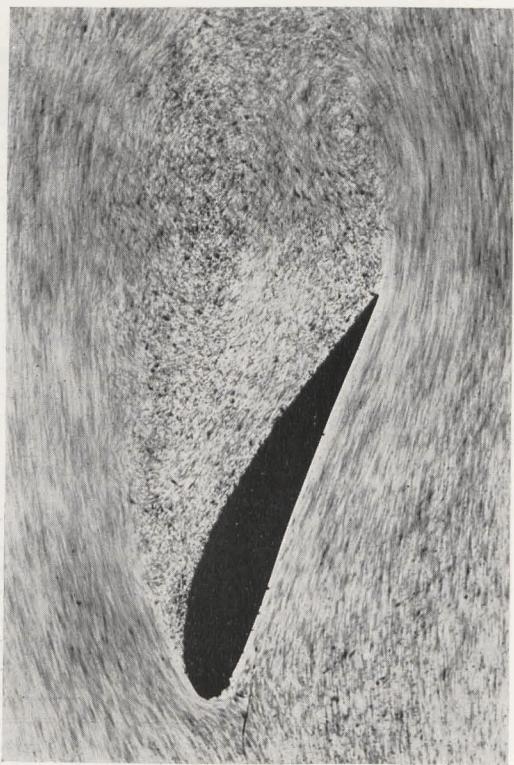


Fig. 8. Flügelprofil ohne Totwasser.

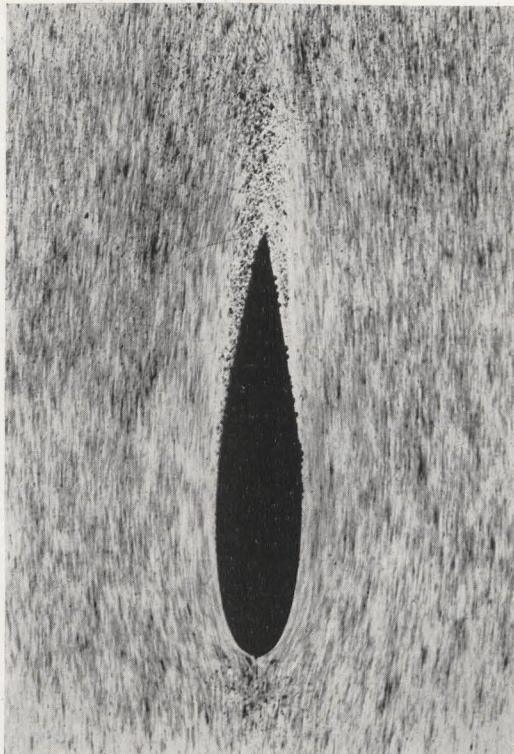


Fig. 9. Flügelprofil mit Totwasser.

ist besonders der Unterschied der Erscheinungen von Interesse, den man beobachtet, wenn man den Körper entweder mit der gekrümmten (Fig. 3) oder mit der ebenen Fläche (Fig. 4) der Strömung zukehrt. Hinter einem quadratischen Körper (Fig. 5) erhält man besonders starke und regelmäßige Wirbelpendelung, wenn man ihn mit einer Spitze der Strömung zuwendet (Fig. 6). Ähnliche regelmäßige Wirbelpendelung tritt aber im gleichmäßig andauernden Strom, gerade auch bei geringer Strömungsgeschwindigkeit, bei allen Profilen auf. Diese Erscheinung ist unter anderen auch die Ursache des Tönen der Telegraphendrähte, da die hinter dem Zylinder entstehenden Wirbel, wie man recht gut erkennen kann, auf den Körper zurückwirken und diesen zu Schwingungen anregen, wenn er beweglich ist.

Nur bei einer Art von Körpern werden derartige Wirbel fast ganz vermieden, bei dem „Stromlinienkörper“, wie er ebenfalls als Einsatz zum Apparat mitgeliefert wird. Wird ein solcher tropfenförmiger Teil mit dem breiten Ende gegen die Strömung eingesetzt (Fig. 7), so daß seine Achse genau parallel der Stromrichtung ist, so bildet sich nur eine äußerst geringe Wirbelzone in der Nähe des Endes aus: Vollkommen wirbelfrei ist eben auch ein Stromlinienkörper nicht; einen gewissen, wenn auch sehr kleinen Widerstand findet auch er in der Strömung. Wird dagegen der Körper gegen die Strömung geneigt oder womöglich mit der Spitze nach vorn eingesetzt, so erhält man ein umfangreiches

Wirbelgebiet: Dann ist der Widerstand gegen die Strömung entsprechend groß. Die Größe des von Wirbeln erfüllten Gebiets ist geradezu ein Maß für den Widerstand, den der Körper der Strömung bietet.

Von besonderem Interesse ist schließlich der Vorgang an der Tragdecke eines Flugzeuges (Fig. 8 u. 9). Die Beobachtung dieser Erscheinungen setzt allerdings einige Übung durch die vorhergehenden einfachen Körper voraus, man kann aber recht gut das Verhalten der Strömung, z. B. bei verschiedenen Anstellwinkeln, erkennen. Nur wenn die unvermeidliche Wirbelzone sich am hinteren Ende der Oberseite des Flügels befindet, trägt dieser, da der Auftrieb dadurch entsteht, daß die Stromlinien dicht gedrängt, infolgedessen mit erhöhter Geschwindigkeit und verminderter Druck, möglichst weit über die gekrümmte Oberseite der Tragfläche reichen.

Auch manche anderen Dinge lassen sich ohne weiteres mit dem Apparat beobachten, so z. B. der Aufwind an einer Mauer (Grundlage des Segelfluges) und die Rückströmung hinter der Mauer. In seiner Handhabung ist der Apparat sehr einfach, da er keine besondere Wartung erfordert. Das Wasser mit Magnesiumpulver kann ohne Bedenken auch längere Zeit darin belassen und ohne Vorbereitung jederzeit benutzt werden. Sollten sich im Laufe der Zeit die Glasscheiben ein wenig trüben, so sind sie leicht mit Hilfe eines Läppchens mit etwas Wiener Kalk oder einem ähnlichen feinkörnigen Putzmittel zu reinigen.

Korrespondenz.

Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

Die 37. Hauptversammlung wird vom 14. bis 18. April 1935 in Kiel in den Räumen der neuen Hochschule für Lehrerbildung stattfinden. In der Mathematik sind folgende Vorträge in Aussicht genommen: Geh. Admirialitätsrat Dr. HÄHNERT-Flensburg: Mathematik und Wehrwissenschaft; Stud. Rat i. R. Prof. Dr. WERNICK-Kiel: Das Dritte Reich und die Mathematik; Prof. Dr. KALUZA-Kiel: Das isoperimetrische Problem in elementarer Darstellung; Prof. Dr. WITTING-Dresden: Über Bipolarkoordinaten; Prof. Dr. REINHARDT-Greifswald: Die Integralrechnung auf der Schule. — Die Physik betreffen die Vorträge: Prof. Dr. RAUSCH v. TRAUBENBERG-Kiel: Probleme der Atomzertrümmerung; Prof. Dr. UNSÖLD-Kiel: Aufbau des Weltalls; Prof. Dr. WILDERMUTH-Stuttgart: Schulversuche zur Physik des Fliegens; Stud. Rat MöLLER-Altona: Grundversuche aus der Ton- und Bildfunktechnik. — Für Biologie wird angekündigt: Prof. Dr. v. BUDDENBROCK-HETTERSNDORF-Kiel: Versuche mit niederen Tieren; Prof. Dr. TISCHLER-Kiel: Artbildung durch Poly-

ploidie bei höheren Pflanzen und ihre Abhängigkeit von ökologischen Faktoren; Prof. Dr. THIEMANN-Plön: Lebensgemeinschaft und Lebensraum; Prof. Dr. HENNEBERG-Kiel: Technisch wichtige Bakterien, Hefen und Schimmelpilze (anschließend Besichtigung der Preußischen Versuchs- und Forschungsanstalt für Milchwirtschaft). Eine botanisch-zoologische Fangexkursion auf die Kieler Förde wird die Stelle einer zweiten biologischen Fachsitzung vertreten. — Chemie, Geologie und Erdkunde werden je in mehreren Vorträgen behandelt werden. (Prof. Dr. DIELS, Prof. Dr. WETZEL, Dr. KLEINFELLER, Prof. Dr. KÜHN-Kiel, Dr. WASMUND-Plön, Dr. KOLUMBE-Altona.) Prof. Dr. SCHWANTES-Kiel wird über Schleswig-Holsteins Bewohner bis zur urgermanischen Zeit sprechen (mit Museumsführung und mit Exkursion nach Haithabu). — Die Reichsmarine hat weitgehende Unterstützung der Tagung durch wertvolle Vorführungen und Vorträge versprochen. — Am Gründonnerstag werden Exkursionen an die Westküste, nach Sylt, Ostholstein, Itzehoe, Segeberg und Schleswig führen. — Ein endgültiger Plan der Veranstaltungen wird im März erscheinen.