WYDAWNICTWO MINISTERSTWA ODBUDOWY NR 10

INŻ. ZOFIA WARCHAŁOWSKA-KIETLIŃSKA
ADIUNKT POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

MIERNICTWO
NA USŁUGACH INŻYNIERII

WARSZAWA 1947

SKŁAD GŁÓWNY
TRZASKA, EVERT i MICHALSKI · EUGENIUSZ KUTHAN

Z. KIETLIŃSKA – MIERNICTWO

J. Lipiński

MIERNICTWO

WYDAWNICTWO MINISTERSTWA ODBUDOWY NR 10

INŻ. ZOFIA WARCHAŁOWSKA - KIETLIŃSKA
ADIUNKT POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

MIERNICTWO
NA USŁUGACH INŻYNIERII

WARSZAWA 1947

SKŁAD GŁÓWNY
TRZASKA, EVERT i MICHALSKI WYDAWNICTWO E. KUTHAN

Spółdz. Wydaw. „WIEDZA" Druk. Nr 8. W-wa, ul. Piusa XI Nr 15

B-09965

PAMIĘCI MĘŻA MEGO, INŻ. STANISŁAWA
KIETLIŃSKIEGO PRACĘ TĘ POŚWIĘCAM

AUTOR

OD AUTORA

Brak w naszej ojczystej literaturze technicznej podręcznika z miernictwa, z którego mógłby korzystać zarówno student wydziału inżynierii czy architektury, jak inżynier komunikacyjny, wodny czy budowlany, jak wreszcie uczeń liceum technicznego czy technik, skłonił mnie do napisania niniejszej pracy. Miernictwo bowiem jest przedmiotem podstawowym przy wszelkiego rodzaju pracach inżynieryjnych, zarówno w dziedzinie projektowania, jak wykonywania odpowiednich budowli inżynierskich. Wszędzie bowiem, jako czynność pierwsza i bardzo istotna co do swego znaczenia, występuje konieczność wykonania odpowiednich pomiarów, mających na celu ustalenie zarówno miejsca, jak w ogóle możliwości wykonania pewnej budowli na danym obszarze, lub też przeniesienia danego projektu na grunt. Dlatego też każdy inżynier, technik, student czy praktykant musi dobrze opanować metody wykonywania pomiarów i znajomość przyrządów mierniczych, aby w tych podstawowych pracach mierniczych móc dać sobie radę samodzielnie, bez pomocy inżyniera geodety, którego zadaniem będą pomiary bardziej precyzyjne i o innym znaczeniu.

Książka niniejsza, zawierająca w skrócie wszystkie działy miernictwa praktycznego, ma na celu ułatwienie słuchaczom nauki tego przedmiotu, przypomnienie inżynierom

i technikom sposobów oraz metod wykonywania zdjęć i dopomożenie wykładającym miernictwo w nauczaniu.

Bardzo proszę Czytelników o nadesłanie mi swych uwag co do treści i układu niniejszego podręcznika, co mi ułatwi lepsze i obszerniejsze opracowanie wydania następnego.

Usprawiedliwieniem braków i niedociągnieć mej pracy niech będzie fakt, że pisałam ją po raz wtóry, po zniszczeniu w czasie Powstania Warszawskiego wszystkich zgromadzonych w dużej ilości notatek, na „popowstaniowej tułaczce", bez żadnych prawie źródeł i materiałów.

Poczuwam się do miłego obowiązku złożenia na tym miejscu serdecznego podziękowania ojcu memu prof. Edwardowi Warchałowskiemu, który zawsze we wszystkich moich pracach był moim kierownikiem i doradcą.

Dziękuję także serdeczne Panu Prof. Antoniemu Ponikowskiemu, z którym współpracując mogłam wiele z jego pedagogicznego doświadczenia skorzystać.

Komisji Wydawniczej Ministerstwa Odbudowy, która w zrozumieniu konieczności wydania niniejszego podręcznika trud związany ze sfinansowaniem i zrealizowaniem wydawnictwa na siebie przyjęła — serdecznie dziękuję.

Inż. Zofia Kietlińska

WSTĘP

§ 1. Istota i podział przedmiotu.

Geodezja jest nauką traktującą o pomiarach ziemi. Dzielimy ją na geodezję wyższą oraz geodezję niższą, nazywaną potocznie miernictwem.

Geodezja wyższa zajmuje się pomiarami ziemi jako całości oraz pomiarami prowadzonymi na dużych bardzo obszarach globu ziemskiego. Miernictwo obejmuje zakres prac pomiarowych na terenach stosunkowo niewielkich.

W skład prac i zagadnień z zakresu geodezji wyższej wchodzą także badania nad kształtem i wymiarami globu ziemskiego oraz związane z tym zagadnienia z dziedziny astronomii. Geodezja wyższa obejmuje także wszelkie prace związane z tworzeniem map, a więc — kartografię.

Miernictwo jest gałęzią techniki, posiadającą ogromne znaczenie dla wszelkiego rodzaju prac inżynieryjnych. Nie można sobie wyobrazić żadnego projektu, czy budowli inżynierskiej, która nie wymagałaby przede wszystkim przeprowadzenia szeregu prac pomiarowych na powierzchni ziemi.

Miernictwo, zajmujące się pomiarami mniejszych obszarów na terenie globu ziemskiego, ma na celu badanie wzajemnego położenia poszczególnych punktów i obiektów, znajdujących się na danym obszarze, względem siebie. Prócz

tego w zakres prac mierniczych wchodzą pomiary mające na celu zapoznanie nas z ukształtowaniem i pofałdowaniem skorupy ziemskiej na danym obszarze.

Wszelkie prace, związane z projektowaniem takich czy innych budowli inżynieryjnych na terenie ziemi, wymagają gruntownej wiadomości zarówno o tych wszystkich obiektach, które się na danym obszarze znajdują, jak i o tym jak ukształtowany jest teren, jakie ma spadki czy wzniesienia, itp. Jeżeli projektujemy drogę, szosę, kolej czy kanał, musimy dokładnie znać teren tam, gdzie one mają przebiegać. Gdy budujemy dom musimy również wiedzieć jak ukształtowany jest teren i czy wymaga pewnych prac i robót ziemnych przed przystąpieniem do samej budowy.

Miernictwo i prace z nim związane są zawsze pracami wstępnymi do wszelkich innych prac inżynieryjnych, one bowiem, jako podstawa, decydują o wyborze miejsca na budowle inżynierskie, one też decydują o możności ich wykonania na danym miejscu.

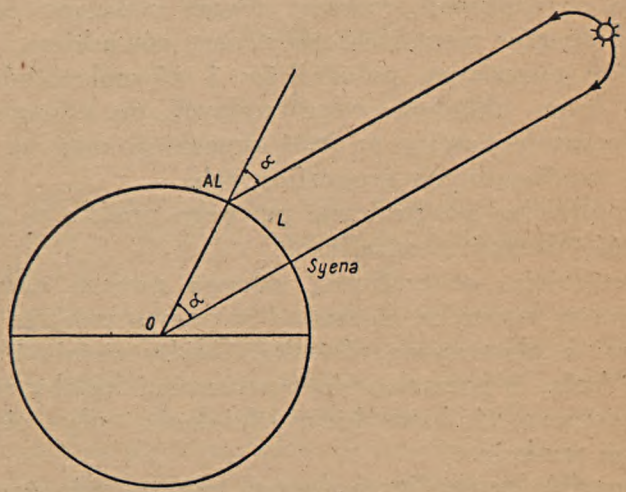
§ 2. Zarys historyczny badania kształtu i wymiarów ziemi.

Ogólne nasze pojęcia o kształcie ziemi odpowiadają pojęciom sprzed przeszło dwóch tysięcy lat. Uczeni starożytnej Grecji już się nad tą sprawą zastanawiali i nawet wykonywali pewne pomiary, mające określić wymiary globu ziemskiego.

Pierwszy Pitagoras w VI w. p. Chr. określił kształt globu ziemskiego, jako kulisty. Udowadniał on to bardzo prostym zjawiskiem znikania okrętów za horyzontem w miarę ich oddalania się. Arystoteles w IV wieku przed narodzeniem Chrystusa, zupełnie wyraźnie i stanowczo uznał kształt ziemi za kulisty.

Pierwszy pomiar ziemi przeprowadził Eratostenes w III w. p. Chr. Przyjąwszy bieg Nilu dokładnie

z południa na północ, obliczył on odległość pomiędzy Syeną i Aleksandrią na podstawie czasu potrzebnego do przebycia drogi od jednego miasta do drugiego. W dalszym ciągu, obserwując promienie słońca, oświetlające wnętrze studni w Syenie w czasie letniego przesilenia dnia z nocą, skonstantował, że oświetlają one całe wnętrze głębokiej studni, co stwierdzało, że ich kierunek padania jest pionowy. Równocześnie w Aleksandrii promienie słoneczne tworzyły pewien kąt z pionem, który udało się Eratostenesowi pomierzyć za pomocą cienia pionowo wbitej tyczki. Kąt ten oczywiście równy jest kątowi środkowemu ziemi, odpowiadającemu łukowi pomiędzy Syeną i Aleksandrią. Znając długość łuku i kąt, można już było obliczyć obwód i promień ziemi (rys. 1). Wynik tego pomiaru był błędny o około +15%, co



Rys. 1.

przy ówczesnych środkach pomiarowych było błędem zupełnie niedużym. Drugi pomiar ziemi wykonał w II w. p. Chr. Possidonius, który otrzymał wynik za wielki o 10%.

Następne badania i pomiary ziemi przeprowadzali uczeni arabscy w r. 817.

Przyjąwszy kulisty kształt ziemi, dla oznaczenia jednoznacznie położenia dowolnego punktu na kuli ziemskiej, należy wprowadzić pewien układ współrzędnych przestrzennych.

Jeżeli kulę ziemską przetniemy szeregiem płaszczyzn przechodzących przez oś ziemi, to w przecięciu z kulą otrzymamy szereg kół wielkich, które nazywamy południkami. Płaszczyznę południka, przechodzącą przez miejscowość Greenwich pod Londynem, przyjmujemy za południk zerowy.

Jeżeli dalej przetniemy kulę ziemską szeregiem płaszczyzn równoległych do siebie i prostpadłych do osi ziemi, to w przekrojach otrzymamy szereg kół o różnej wielkości. Koła te nazywamy równoleżnikami, zaś równoleżnik o największej średnicy, równo oddalony od obydwóch biegunów ziemskich, nazywamy równikiem.

Układ płaszczyzn południków i równoleżników jest właśnie tym układem współrzędnych, do którego odnosimy wszystkie punkty na kuli ziemskiej; nosi on nazwę układu współrzędnych geograficznych.

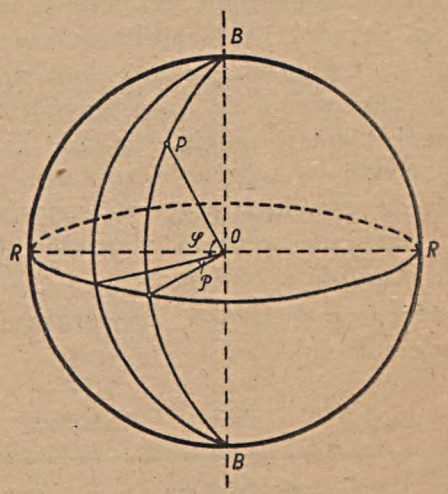
Współrzędne geograficzne pewnego punktu są to jego szerokość i długość geograficzna.

Szerokością geograficzną danego punktu nazywamy kąt, zawarty pomiędzy normalną w danym punkcie do powierzchni a płaszczyzną równika. Gdyby ziemia była dokładnie kulą, to normalna do powierzchni byłaby również linią pionową, tj. kierunkiem działania siły ciężkości w danym punkcie.

Długością geograficzną danego punktu będziemy nazywali kąt zawarty pomiędzy płaszczyzną południka zerowego a płaszczyzną południka, poprowadzonego przez dany punkt (rys. 2).

Począwszy od XVI wieku pomiary ziemi są coraz bardziej systematycznie prowadzone przez uczonych francus-

kich i angielskich. W r. 1525 Francuz Frénel pomierzył drogę z Amiens do Paryża, miast leżących, jak mniemał na tym samym południku, oraz kąt środkowy odpowiadający temu



Rys. 2.

łukowi południka. Wynik jego pomiarów należy uznać za bardzo udany, różni się bowiem od dokładnych pomiarów zaledwie o 0,1%.

Prowadzone w XVI w. pomiary uczonych francuskich i angielskich wykazały pewną rozbieżność między sobą, która doprowadziła do stwierdzenia, że stopnie południka nie są równe, a więc ziemia ma kształt nie kulisty, a elipsoidalny. Potwierdza tę hipotezę także teoria Newtona o powstaniu i kształcie ziemi, którą podaje on w swym dziele „Philosophiae naturalis principia mathematica" (r. 1686). Przeprowadzony przez Cassiniego pomiar ziemi nie zgadzał się z teorią Newtona, wykazywał bowiem wydłużenie ziemi wzdłuż osi, a nie spłaszczenie jej na biegunach. W latach 1735 — 36 ekspedycje uczonych francuskich do Peru i La-

ponii potwierdziły całkowicie hipotezę Newtona, i od tego czasu kształt ziemi przyjęto za elipsoidalny, spłaszczony na biegunach.

Tymczasem, dalsze pomiary i badania, prowadzone coraz bardziej udoskonalonymi przyrządami i metodami, wykazywały, że ani południki nie są elipsami, ani równoleżniki kołami, choć kształtem zbliżone są do nich, i że rzeczywisty, idealny kształt ziemi nie jest elipsoidą. W r. 1873, na międzynarodowej komisji pomiaru ziemi, Listing, uczony niemiecki, zaproponował nazwanie kształtu ziemi geoidą, zaś za podstawę do wszelkich prac związanych z pomiarami zaproponował przyjęcie pewnej sferoidy idealnej, która miałaby równą objętość z geoidą.

Poniżej podana jest tabelka, zawierająca główne wymiary sferoidy ziemskiej.

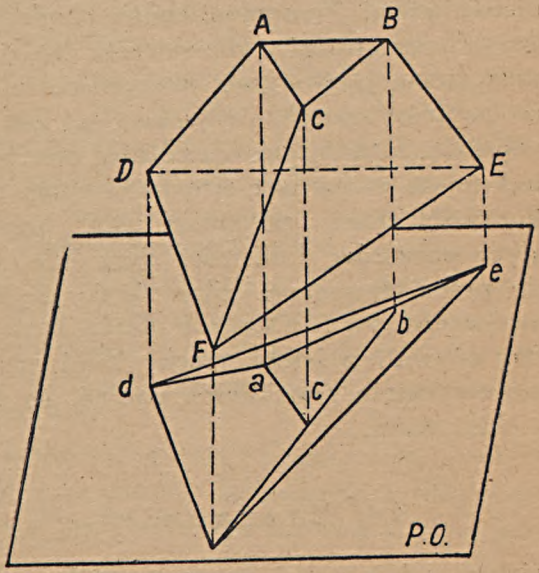
Tabela 1

wg Bessela r. 1841	wg Listinga r. 1872	wg Clarke'a r. 1880
Połowa osi dużej a =		
6,377.397,15 m	6,377.365,00 m	6,378.249,00 m
Połowa osi małej b =		
6,356.078,96 m	6,355.298,00 m	6,356.515,00 m
Spłaszczenie p =		
1 : 299.1528	1 : 289	1 : 293.466
Ćwiartka południka =		
10,000.855,76 m	10,000.218,00 m	10,000.187,10 m

§ 3. Główne zadania miernictwa. Mapa i plan.

Główne zadania miernictwa polegają na przeprowadzaniu szeregu pomiarów, których ostatecznym celem jest wykonanie planu danego obszaru.

Planem nazywamy pionowy rzut wszystkich punktów i obiektów, znajdujących się na danym obszarze, na pewną poziomą płaszczyznę odniesienia (rys. 3), wykonany w pew-



Rys. 3.

nej skali. Przy wykonywaniu planów nie uwzględniamy kulistości ziemi, przyjmujemy bowiem jako powierzchnię odniesienia płaszczyznę. Należy ustalić dla jak wielkich obszarów możemy przyjmować powierzchnię odniesienia za płaszczyznę. W tym celu obliczmy, czemu równa się długość łuku i odpowiadającej mu stycznej dla różnych wartości kąta środkowego. Przyjąwszy ziemię za kulę o pro-

mieniu R = 6370 km mamy odpowiednio: dla kąta środkowego 10′ długość łuku = 18521,05 m, zaś długość stycznej = 18521,11 m. Jest to różnica tak niewielka, że na pewno będzie mniejsza, aniżeli sama dokładność wykonywanego pomiaru, wobec czego można z zupełnym powodzeniem dla takich obszarów przyjmować za powierzchnię odniesienia płaszczyznę poziomą. Dla kąta 15′ mamy łuk = 27781,575 m a styczną = 27781,65 m. Widzimy więc, że zdjęcie na przestrzeni o wymiarach 30 km może być uważane za obiekt mały i może być odwzorowane w formie planu, nie uwzględniając kulistości ziemi. Tam gdzie będzie chodziło o odwzorowanie dużych przestrzeni i gdzie trzeba będzie uwzględniać kulistość ziemi, jako wynik odwzorowania przeprowadzonego w specjalny sposób, otrzymamy już nie plan, a mapę danego obszaru. Zasadniczą więc różnicą pomiędzy planem a mapą jest to, że mapa jest odwzorowaniem z uwzględnieniem kulistości ziemi, natomiast plan, jako odwzorowanie małych obszarów, kulistości ziemi nie uwzględnia. Oczywiście, prócz tego mapa i plan różnić się będą skalą, gdyż przy odwzorowywaniu dużych obiektów na płaszczyznę będziemy używali z istoty rzeczy skali zmiennej, zaś przy odwzorowywaniu niewielkich parceli, na płaszczyznę styczną — skali stałej.

§ 4. Mierzenie.

Miernictwo, jak z samej nazwy wynika, zajmuje się wszelkiego rodzaju mierzeniem. Ażeby móc jakiś element zmierzyć, należy przede wszystkim ustalić pewną jednostkę porównawczą, — pewien wzorzec danej miary. Mierzenie bowiem, jest to porównywanie danego elementu z innym elementem tego samego typu przyjętym za jednostkowy.

Zasadniczo w miernictwie mamy do czynienia z dwoma elementami pomiarowymi: liniowymi, czyli długości i kątowymi.

Ogólnie przyjętą jednostką pomiarową elementów liniowych jest metr. System metryczny miar został przyjęty w r. 1792 i rozpowszechniony na całym prawie świecie. Przedtem każde państwo, a nawet każda okolica posiadała „swoje" systemy miar. Jako podstaw używano wielkości ziarn jęczmienia, stóp królewskich (pieds du roi) itp. Różnice te powodowały wielki zamęt w sprawach mierzenia. Ujednostajnienie systemów miar przez przyjęcie jednej wspólnej podstawy i oparcie jej o pewną wielkość niezmienną stało się koniecznością. W r. 1792 uczeni francuscy, Delambre i Méchain przeprowadzili wielki pomiar ziemi i postanowili nową jednostkę pomiarową oprzeć na wyniku tego pomiaru. Przyjęli oni jako jednostkę pomiarową jedną dziesięciomilionową część ćwierci południka i nazwali ją metrem. Ażeby jednostka taka nie uległa zagubieniu lub zniszczeniu wykonano wzorzec nowej jednostki ze stopu platyny z małą domieszką irydu; wzo zec ten znajduje się w Sèvres pod Paryżem w Międzynarodowym Biurze Miar. Równocześnie z tym wzorcem wykonano 30 innych wzorców, dokładnie z wzorcem pierwszym porównanych, i rozesłano je do wszyskich państw, które nowy system metryczny przyjęły.

Wprawdzie późniejsze pomiary ziemi wykazały pewną rozbieżność z pomiarem Delambre'a i Méchaine'a, jednak metr pozostał jednostką podstawową miar długości.

$$1\ m = 100\ cm = 10\ dcm;\ 1\ km = 1000\ m$$

$$1\ m^2 = 10000\ cm^2;\ 1\ ar = 100\ m^2;\ 1\ ha = 10000\ m^2$$

Drugim elementem mierzonym w miernictwie są wszelkiego rodzaju kąty. Jako system pomiarowy istnieją tu dwa systemy: system stopniowy, polegający na podziale kąta pełnego na 360 części zwanych stopniami, oraz system gradowy, w którym jednostką jest grad (albo dêgrès), będący jedną czterechsetną częścią kąta pełnego.

$$1^\circ = 60';\quad 1' = 60''.$$

System gradowy jest o tyle wygodniejszy, że jest systemem dziesiętnym.

$$1^g = 100^c; \quad 1^c = 100^{cc}$$

Jeden grad równy jest 100 minutom gradowym, zaś jedna minuta gradowa zawiera 100 sekund gradowych. U nas jak dotychczas, bardziej rozpowszechniony jest system podziału stopniowy, a to głównie ze względu na posiadane przyrządy, które w tym systemie są wycechowane oraz ze względu na tablice rachunkowe do tego systemu dostosowane.

§ 5. Ogólne zasady wykonywania pomiarów.

Przy wykonywaniu wszelkich prac mierniczych należy mieć na uwadze i przestrzegać dwóch podstawowych zasad. Pierwszą jest zasada tak zwanego kontrolowania pomiaru. Przy każdej czynności pomiarowej zawsze istnieje możliwość popełnienia pewnego błędu. Dlatego zasadą jest wykonanie co najmniej dwóch pomiarów tego samego elementu, w wypadku zaś gdy mamy przeprowadzić szereg pomiarów wyznaczających pewien element, należy nie poprzestawać na przeprowadzeniu wystarczającej ilości pomiarów, lecz wykonać ich więcej jeszcze — dla kontroli. Np. mierząc kąty w trójkącie wystarczyło by pomierzyć dwa, a trzeci jako dopełnienie ich sumy do 180° będzie już znany. Zawsze jednak mierzymy wszystkie trzy kąty, aby jeden pomiar stanowił kontrolę dla drugiego.

Drugą zasadą jest zasada przechodzenia od ogółu do szczegółów.

Mając do zdjęcia pewien obszar musimy przede wszystkim wyznaczyć szereg punktów tworzących niejako ogólne ramy danego terenu i określić, drogą odpowiednich pomiarów, wzajemne ich położenie względem siebie. Dalsze szczegóły zdejmiemy już odnosząc je względem punktów ramo-

wych, wtłaczając niejako szczegóły w z góry nakreślony szkielet zdjęcia. Nie wolno zdjęcia przeprowadzać „po kawałku", częściami i następnie opracowując pomiary „dorysowywać" jeden kawałek do drugiego. Nagromadzają się w ten sposób i sumują wszystkie błędy pomiarowe i nieraz, nawet przy zupełnie starannym i dokładnym wykonaniu pomiarów poszczególnych odcinków, dają w ogólnym odwzorowaniu niedopuszczalne błędy i zniekształcenia.

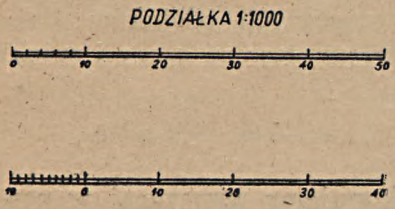
§ 6. Skale.

Plany wykonujemy zazwyczaj w pewnym zmniejszeniu, w tzw. skali. Skala jest to stopień zmniejszenia danego objektu w terenie do obrazu obiektu na planie. Inaczej mówiąc, skala jest to stosunek długości dowolnego odcinka na planie do rzutu jego rzeczywistej długości w terenie na poziomą płaszczyznę odniesienia.

Skala może być przedstawiona dwojako: analitycznie lub graficznie. Analitycznie — skala wyraża się w postaci pewnego ułamka $\frac{1}{n}$, którego licznik równy jest jedności, zaś mianownik wyraża stopień zmniejszenia danego obszaru. Im większy jest mianownik, tym skala jest mniejsza i odwrotnie

Graficznie — przedstawiamy skalę w postaci podziałki odpowiednio wycechowanej. Weźmy dla przykładu skalę 1 : 1000. Oznacza ona, że jednemu cm na planie odpowiada 1000 cm, czyli 10 m w terenie. Rysujemy linię prostą i odmierzamy na niej odcinki centymetrowe, które nazywamy podstawą podziałki. W dalszym ciągu każdy centymetr dzielimy na działki drobniejsze np. na 5 części. W ten sposób wartość najmniejszej cząstki naszej podziałki równa jest 2 m. Otrzymaną w ten sposób podziałkę nazywamy podziałką liniową. Dokładność, z jaką przy pomocy takiej podziałki możemy mierzyć odcinki na planie wynosi 2 m. Dokład-

nością bowiem graficzną danej podziałki nazywamy wartość najmniejszej działki na tej podziałce (rys. 4). Dokładność absolutna podziałki jest to 0,1 mm na planie. Dla zwiększenia dokładności danej podziałki należało by zwiększyć ilość części podziału podstawy podziałki, czyli zmniejszyć war-

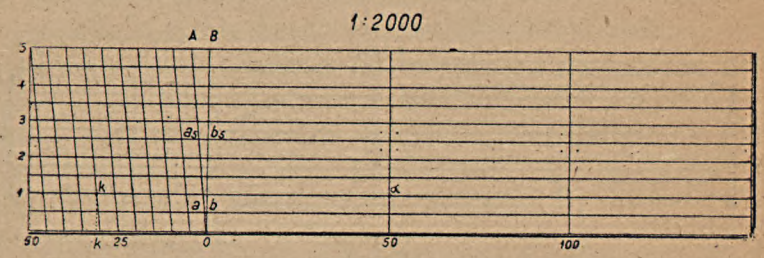


Rys. 4.

tość najmniejszej działki. Teretycznie jest to możliwe w nieskończoność, praktycznie jednak trudno jest sobie wyobrazić działki mniejsze aniżeli 1 mm. Czyli w naszym przykładzie moglibyśmy osiągnąć dokładność co najwyżej do jednego metra.

Chcąc jeszcze zwiększyć dokładność podziałki należy na podziałce liniowej zbudować tzw. podziałkę poprzeczną, czyli transwersalną. Rysujemy zwykłą podziałkę liniową, np. dla skali 1 : 2000. Za podstawę podziałki przyjmujemy 50 m. Obliczamy ilu cm na planie odpowiada 50 m w terenie; 5000 : 2000 = 2,5 cm. Odkładamy na linii prostej szereg dwu i pół-centymetrowych odcinków. Pierwszy z nich dzielimy na części mniejsze np. na 10 części. W ten sposób wartość najmniejszego odcinka podziałki liniowej czyli jej dokładność wynosi 5 m. Dalej przez każdy punkt podziału głównego prowadzimy linie, prostopadłe do podstawy skali, i odmierzamy na nich równe odcinki np. 2,0 cm lub 2,5 cm. Odcinki te dzielimy z kolei na 10 równych części i przez każdy punkt podziału rysujemy linię równoległą do podstawy skali. Na pierwszej podstawie skali przeprowadzamy zespół linii pochyłych przez każdy punkt podziału w ten sposób,

że podzieliwszy dolną i górną podstawę na 10 części, łączymy początek podziału górnego z 1-ym punktem podziału dolnego, pierwszy punkt górny z 2-im dolnym, itd. (rys. 5).



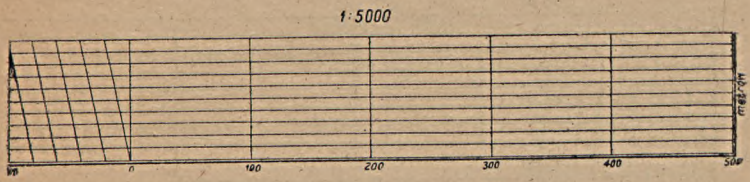
Rys. 5.

Otrzymana podziałka jest podziałką poprzeczną. Jaka jest jej dokładność? Dokładnością podziałki nazwaliśmy wartość najmniejszej działki na tej podziałce, a więc w danym wypadku będzie to wartość odcinka *ab*. Z porównania trójkątów *OAB* i *Oab* widzimy, że $ab = \frac{1}{10} AB$, czyli w danym wypadku 0,5m. Dokładność podziałki poprzecznej w porównaniu z dokładnością podziałki liniowej wzrosła dziesięciokrotnie. Cechując podziałkę poprzeczną w kierunku pionowym, wpisujemy przy każdym wierszu odpowiednie wartości odcinków *ab*, a_1b_1, itd.

Chcąc przy pomocy podziałki poprzecznej zmierzyć jakikolwiek odcinek *KL*, bierzemy go w rozwarcie cyrkla i koniec jego przykładamy do jednego z punktów podziału głównego tak, aby początek wypadł na przestrzeni pierwszej podstawy skali (rys. 5). Z podziałki liniowej odczytujemy jego przybliżoną wartość: 50 m + 30 m + *R*. Wartość *R* odczytujemy z podziałki poprzecznej: podnosimy końce odcinka *KL* równolegle w górę, aż do przecięcia końca *K* z którąkolwiek z linii pochyłych. Wówczas wartość odcinka *R* odczytujemy z pionowego wycechowania po-

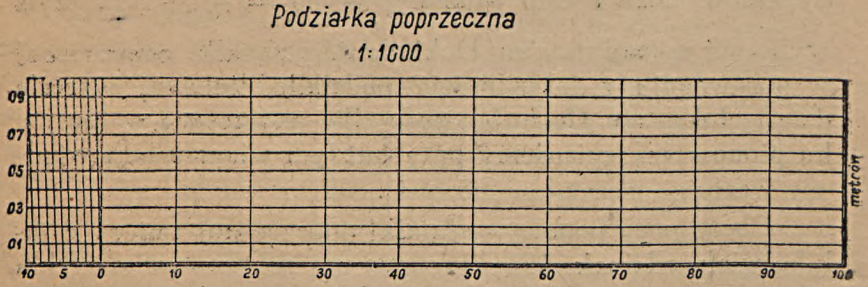
działki — w danym wypadku 1 m. Łączna długość odcinka $KL = 81$ m.

Podziałka poprzeczna pozwala nam zasadniczo dowolnie zwiększać dokładność podziałki liniowej, jest to bowiem zależne tylko od ilości części podziału odcinka pionowego.



Rys. 6.

Dzieląc odcinki pionowe na 10 części zwiększamy dokładność dziesięciokrotnie, dzieląc na 5 części—pięciokrotnie, itd. Granicę stanowi 0,1 mm, jako najmniejsza część podziałki transwersalnej.



Rys. 7.

Na rysunku podana jest jeszcze jedna podziałka poprzeczna dla skali 1 : 5000. Za podstawę podziałki przyjęto 100 m czyli 2 cm na planie. Dokładność podziałki liniowej wynosi 20 m, zaś poprzecznej 2 m. (rys. 6). Rys. 7 przedstawia podziałkę 1 : 1000.

§ 7. Krótkie pojęcie o mapie.

Jeżeli chcemy niewielki obszar terenu odwzorować na papierze, to w wyniku odwzorowania otrzymamy plan danego terenu wykonany w pewnej skali. Charakterystyczne dla planu będzie to, że wszystkie obiekty na planie będą podobne do obiektów rzeczywistych w terenie i że stopień zmniejszenia będzie dla wszystkich elementów jednakowy, czyli, inaczej mówiąc, skala na planie jest wielkością stałą. Gdybyśmy chcieli otrzymać analogiczne do planu odwzorowanie większej powierzchni globu ziemskiego albo całej kuli ziemskiej, to należało by odwzorowanie przeprowadzić na jednorodnej z globem ziemskim powierzchni — a więc na kuli. Znamy tego rodzaju odwzorowanie z elementarnej geografii — jest to globus. Globus można nazwać planem kuli ziemskiej, posiada on bowiem wszystkie cechy planu. Wykonywanie jednak globusów, jako odwzorowań ziemi, na szerszą skalę nie jest praktykowane ze względu na ich wymiary, które np. dla skali 1 : 1.000.000 dają promień globusa długości kilkunastu metrów. Ponieważ kula stanowi powierzchnię na płaszczyznę nierozwijalną bez różnych zniekształceń, wydłużeń w jednych a skrótów i przesunięć w innych miejscach, dlatego też odwzorowanie całej kuli ziemskiej na płaszczyźnie papieru w postaci mapy będzie zawsze posiadało takie czy inne zniekształcenie lokalne. Stąd też nie może być mowy o zachowaniu na mapie stałej skali dla elementów położonych w różnych miejscach kuli ziemskiej. Skala mapy jest wielkością zmienną nie tylko w zależności od położenia danego punktu, ale także i w zależności od kierunku. Skala mapy jest funkcją położenia i kierunku, co też stanowi najistotniejszą różnicę mapy z planem, dla którego skala jest wielkością stałą. Ponieważ wszystkie punkty globu ziemskiego odnosimy zazwyczaj do układu współrzędnych geograficznych, pierwszym i najistotniejszym zadaniem przy wykonywaniu mapy będzie ustalenie sposobu odwzorowa-

nia siatki geograficznej. I to jest głównym celem kartografii. Kartograf musi w zależności od wymagań, jakie stawiamy danej mapie, ustalić metematycznie sposób odwzorowania układu krzywych, jaki stanowią południki i równoleżniki. Wymagania stawiane mapom mogą być zasadniczo dwojakiego rodzaju. Przede wszystkim i najczęściej będzie chodziło o to, żeby powierzchnie na mapie zachowywały pewien stały stosunek do powierzchni ziemi. Tego rodzaju mapy nazywamy równopowierzchniowymi. Drugi typ map będą stanowiły takie, które będą zachowywały podobieństwo figur nieskończenie małych elementów mapy do tychże figur na terenie ziemi. Tego rodzaju mapy nazywamy wiernokątnymi. Z chwilą ustalenia takich czy innych wymagań stawianych mapie, teoria rzutów kartograficznych zajmuje się ustalaniem równań krzywych, na jakie przy tym sposobie odwzorowania odwzorowuje się siatka współrzędnych geograficznych. Mapy dzielimy na: geograficzne, topograficzne i morskie. Te ostatnie muszą mieć odwzorowanie wiernokątne. Mapy geograficzne bywają zazwyczaj równopowierzchniowe celem ułatwienia pomiaru bezpośrednio na mapie wielkości dorzecza rzek czy powierzchni pokładów geologicznych.

ROZDZIAŁ I

Pomiary liniowe.

§ 1. Stabilizacja punktów w terenie.

Przystępując do pomiaru odcinków w terenie należy przede wszystkim końce tego odcinka odpowiednio w terenie zaznaczyć i uwidocznić.

Chwilowe oznaczenie punktów w terenie wykonujemy przy pomocy specjalnych przyrządów, zwanych tyczkami mierniczymi. Tyczka miernicza jest to pręt drewniany o przekroju okrągłym lub trójkątnym, o przekroju poprzecznym około 3 — 5 cm i długości 2 — 5 m, pomalowany dwubarwnie w pasy białe i czerwone (szerokości 20 cm), aby z daleka mógł być widoczny (rys. 8). Celem łatwiejszego wbijania jej w grunt, tyczka taka jest u dołu zaostrzona i okuta. Wbijamy ją w ziemię dość głęboko i ściśle pionowo, zaznaczając w ten sposób punkty w terenie.

Dla trwałego zaznaczenia punktu w terenie należy wykonać specjalny znak utrwalający lub stabilizacyjny, odpowiednio zafundowany, aby nie ulegał przemieszczeniom ani zniszczeniu. Ponieważ mamy do czynienia w trakcie pomiarów z punktami o różnorakim znaczeniu, przeto wybór znaków stabilizacyjnych będzie różny, zależnie od ważności danego punktu. Poza tym typy znaków pomiarowych zależą także od materiałów, z których mają być wykonane oraz

od kosztu ich wykonania, a także w znacznej mierze od stopnia dokładności wyznaczania punktu w terenie.

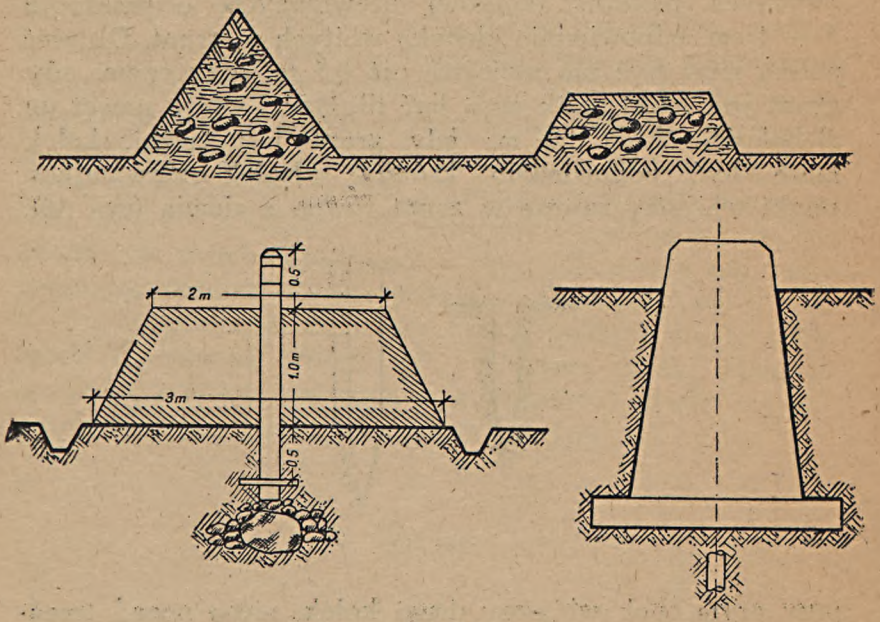


Rys. 8.

W dawnych czasach, kiedy nie liczono się prawie wcale z wartością ziemi, wszelkie graniczne narożniki utrwalano np. w postaci wielkich kopców kamiennych, na które sypano kilka worów kamieni (rys. 9).

Po upływie pewnego czasu kopiec taki przestał służyć jako znak mierniczy, natomiast stanowił niejako ochronę znaku mierniczego, którym był zwykły pal drewniany

z przymocowaną u dołu listwą poprzeczną, uniemożliwiającą jego przesunięcia (rys. 9).

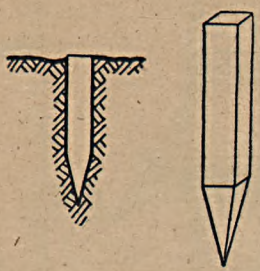


Rys. 9.

Inny rodzaj znaku pomiarowego składa się z dwóch części: jedna — to wkopana pionowo w grunt rurka drenarska (lub butelka), której oś oznacza położenie danego punktu, druga — ponad nią — w formie bloku betonowego fundowanego na płycie z cegieł, nieco wystającego ponad teren. Często, zamiast butelki czy rurki drenarskiej, pod blokiem betonowym umieszcza się dodatkową płytę z cegieł lub betonu z wyrytym na niej krzyżem, oznaczającym położenie danego punktu. Takie dwojakiego rodzaju utrwalenie punktu naziemne i podziemne jest zawsze trwalsze i pewniejsze, gdyż nawet po zaginięciu znaku naziemnego pozo-

staje możliwość odtworzenia punktu na podstawie znaku podziemnego (rys. 9).

Niekiedy, w wypadku gdy chodzi o krótkotrwałą stabilizację punktu w terenie, można to wykonać przy pomocy zwykłych palików (kołków) drewnianych, o przekroju 3 — 4 cm, odpowiednio głęboko wbitych w grunt. Długość palika musi być nie mniejsza niż 0,5 m, przy czym, gdy grunt jest lekki palik musi być dłuższy i wbity nawet do głębokości około 1,2 m; gdy grunt jest ciężki, kołek może być odpowiednio krótszy. Kołek utrwalający punkt wbijamy zawsze w grunt równo z ziemią (rys. 10),



Rys. 10.

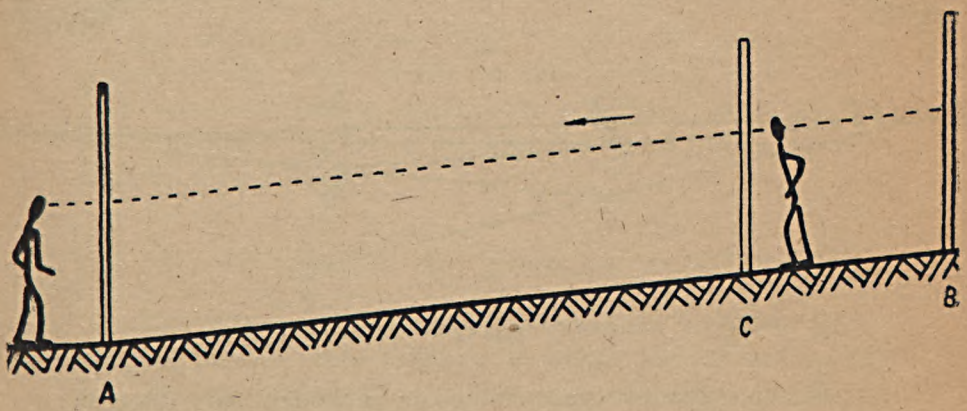
przy czym obok wbijamy drugi kołek, nieco ponad teren wystający, tzw. świadek, na którym piszemy nazwę danego punktu.

§ 2. Tyczenie linii w terenie.

Przed przystąpieniem do pomiaru odcinka w terenie, należy go do tego pomiaru odpowiednio przygotować. Przede wszystkim należy w linii danego odcinka, prócz jego punktów krańcowych, wyznaczyć szereg punktów pośrednich. Czynność wyznaczania punktów pośrednich nosi nazwę tyczenia linii w terenie. Po wytyczeniu należy przed pomiarem odcinek oczyścić, usuwając kamienie, gałęzie czy liście, któreby utrudniały sam pomiar.

Tyczenie linii w terenie może być wykonywane rozmaicie, w zależności od warunków, w jakich się dany odcinek w terenie znajduje.

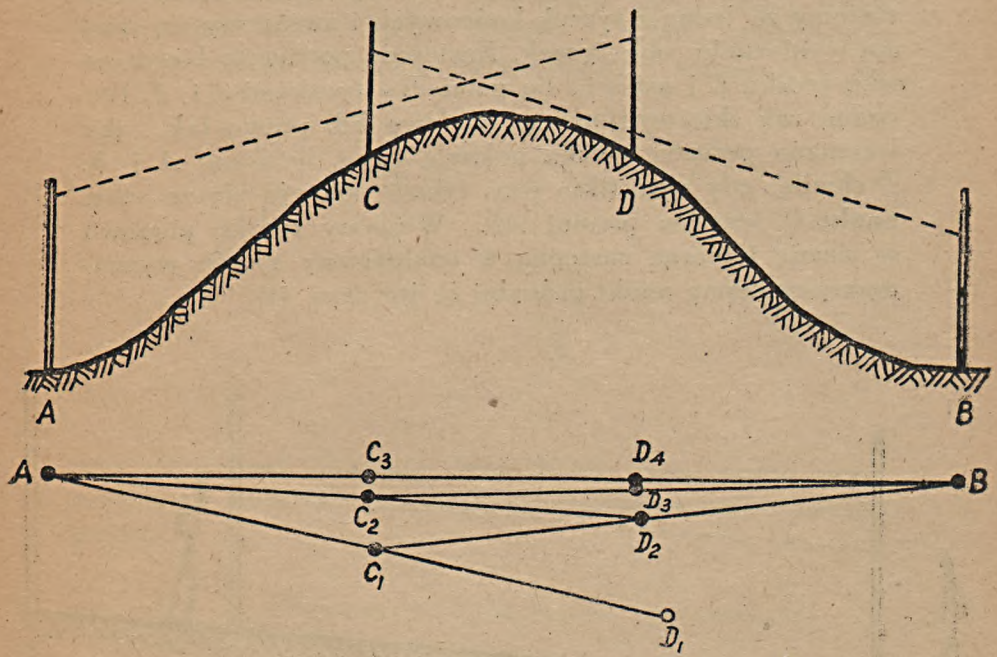
Najprostszy wypadek tyczenia zachodzi, gdy dany jest odcinek $A - B$ zaznaczony w terenie przez dwa punkty A i B, przy czym teren jest na tyle płaski, że z punktu A widać punkt B i odwrotnie, a więc końce odcinka są nawzajem widoczne. Celem wyznaczenia punktów pośrednich stajemy za jedną z tyczek końcowych i zwracamy się twarzą w kierunku obu tyczek. Następnie pomocnik bierze w rękę tyczkę C i ustawia się pomiędzy tyczkami A i B. Ruchami rąk skierowujemy go w lewo lub prawo tak, aby trzymana przezeń tyczka pokryła się z tyczkami A i B. Z chwilą, gdy wszystkie trzy tyczki pokryją się ze sobą, punkt C leży na prostej AB. Wbijamy tyczkę pionowo w ziemię i biorąc następną w analogiczny sposób wyznaczamy następny punkt pośredni D, itd. (rys. 11).



Rys. 11.

Należy za zasadę przyjąć tyczenie przede wszystkim punktów pośrednich dalszych, a potem dopiero coraz to bliższych obserwatora, czyli kierunek tyczenia winien być

„na siebie". W przeciwnym razie bliższe tyczki pośrednie zasłaniałyby nam linię tyczoną i dokładność tyczenia na tym traci. Aby zwiększyć dokładność tyczenia można tyczki końcowe wziąć dłuższe, zaś tyczki pośrednie nieco krótsze. W ten sposób tycząc, zawsze kierujemy się linią patrzenia wzdłuż tyczek końcowych, które nie zostaną zasłonięte przez tyczki pośrednie.



Rys. 12.

Drugi wypadek tyczenia będzie zachodził, gdy dane są w terenie dwa punkty *A* i *B*, a pomiedzy nimi znajduje się pewna wyniosłość terenowa, która uniemożliwia widzenie z punktu *A* punkt *B* i odwrotnie. Końce odcinka są nawzajem niewidoczne. Wówczas tyczenie przeprowadzamy w sposób następujący: bierzemy dwóch ludzi z tyczkami *C* i *D*; jeden z nich staje na jednym zboczu, drugi zaś

na drugim, przy tym każdy z nich musi widzieć obydwa końce odcinka AB (rys. 12). Ustawiają się oni twarzą do siebie i pomocnik trzymający tyczkę D skierowuje pomocnika z tyczką C tak, aby stanął on na pokryciu tyczki A czyli na prostej $D_1 C_1 A$. Następnie pomocnik z tyczką C, stojący w punkcie C_1 przesuwa pomocnika z tyczką D tak, aby stanął na pokryciu tyczki B, czyli na prostej $C_1 D_2 B$. W dalszym ciągu znowu przesuwa się pomocnik C na prostą $D_2 C_2 A$, itd. W ten sposób punkty $C_2 C_3 C_4$ i $D_2 D_3$, D_4, leżą coraz bliżej prostej AB. Z chwilą kiedy pomocnik C będzie widział tyczkę D na prostej $C_n B$, zaś pomocnik D będzie równocześnie obserwował tyczkę C na prostej AD_n — punkty C_n i D_n będą leżały na prostej $A - B$. Tyczenie takie nosi nazwę tyczenia metodą kolejnych przybliżeń. Po wyznaczeniu punktów pośrednich C_n i D_n dalsze punkty pośrednie będzie już można wyznaczyć zwykłym tyczeniem „na siebie", tycząc kolejno na przestrzeni od A do C dalej od C do D i wreszcie od D do A.

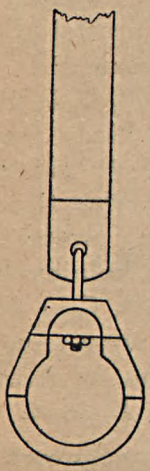
Jak widzimy tyczenie linii w terenie przeprowadza się „gołym okiem", czyli okiem nie uzbrojonym w żaden przyrząd optyczny. Jest to możliwe do odległości około 1,0 km. Dla odległości większych należy już korzystać z polowej lornetki albo z lunety.

§ 3. Przyrządy do pomiaru długości.

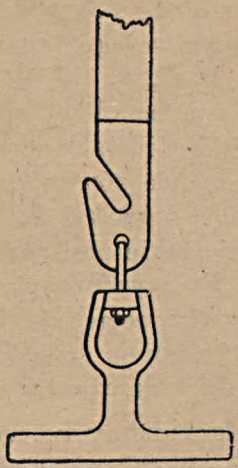
Elementarnym przybliżonym sposobem pomiaru długości jest pomiar przy pomocy kroków. Oczywiście sposób ten może być traktowany tylko jako orientacyjne określenie danej długości. Do pomiarów dokładnych służą specjalne przyrządy, wśród których najbardziej rozpowszechnione są: 1) taśma stalowa, 2) łaty miernicze i 3) ruletki stalowe i płócienne.

Taśma stalowa jest to wąska wstęga ze stali, szerokości około 1—2 cm, grubości 0,5 mm. Długość taśm stalowych by-

wa różna: 20 m, 40 m i 50 m (rys. 13). Najbardziej rozpowszechnione w użyciu są taśmy dwudziestometrowe. Z obydwóch końców taśma stalowa zakończona jest miedzianą nakładką połączoną z uchwytem (rys. 14). Taśma stalowa



Rys. 13.



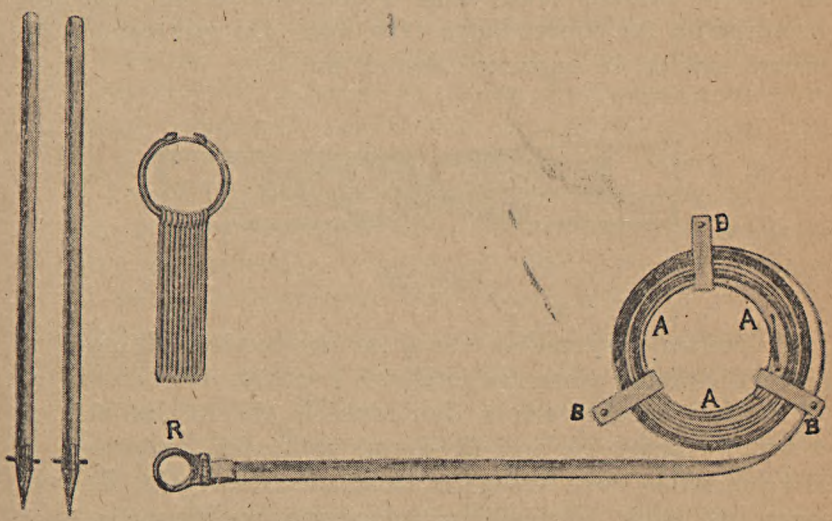
Rys. 14.

jest podzielona na odcinki metrowe, przy tym każdy metr oznaczony jest przy pomocy blaszki przynitowanej do taśmy z wybitym na niej kolejnym numerem danego metra. Odcinki co 0,5 m oznaczone są za pomocą okrągłych małych nanitowanych blaszek, zaś odcinki co 0,1 m oznaczone są małymi dziurkami w osi taśmy. Drobniejszego podziału nie ma; dla odczytywania odległości mniejszych od 1 dcm należy mieć specjalną linijkę z dokładniejszym podziałem.

Taśmy stalowe cechowane są zwykle po obu stronach, przy tym kierunek wzrastania podziałki bywa albo zgodny albo przeciwny po obu stronach taśmy. Przy pomiarze należy uważać na kierunek wzrastania podziałki, żeby nie popełniać grubych błędów w pomiarze.

Taśma stalowa jest nawijana na bęben o specjalnych uchwytach, średnicy około 20 cm.

Do każdej taśmy stalowej dołączony jest komplet szpilek w liczbie 10 na dwóch kółkach. Szpilki są to pręty stalowe grubości około 2 — 3 mm i długości około 30 cm, służące przy pomiarze do zaznaczania w terenie końców taśmy. Czasem taśma zaopatrzona jest w dwa kostury, czyli kije drewniane z wbitym poprzecznie gwoździem u dołu kostura, służące do nakładania na nich końców taśmy; zamiast trzymać ją za uchwyty, nakładamy je na kostury i taśmę trzymamy za kostury (rys. 15).



Rys. 15.

Drugim przyrządem, służącym do pomiaru długości są łaty miernicze. Łata miernicza jest to rodzaj pręta czy beleczki drewnianej o długości 3,0 — 5,0 m i o przekroju okrągłym lub eliptycznym. Łata w przekroju podłużnym ma kształt nieco zwężający się ku końcom a najgrubszy w środku. Grubość łaty wynosi około 40 mm w środku i około 25 mm na końcach. Drzewo użyte do wykonania

łaty winno być bez sęków i suche, odpowiednio nasycone tłuszczem i pomalowane olejno dla zabezpieczenia łaty przed wilgocią atmosferyczną. Metry na łacie oznaczone są przez pomalowanie różnymi barwami i tak np. pierwszy metr biały, drugi czerwony (lub czarny), trzeci znów biały. Decymetry oznaczone są przez wbicie w łatę małych okrągłych gwoździków; mniejsze części odczytujemy za pomocą przykładania dokładnie wycechowanej podziałki, analogicznie jak z taśmy stalowej. Końce łaty są okute, przy tym jeden koniec posiada okucie w postaci pryzmatu, którego ostrze (krawędź) jest prostopadłe do osi łaty, drugi zaś koniec posiada takie samo okucie, ale ostrze jego jest prostopadłe do poprzedniego (rys. 16). Do mierzenia używamy zawsze co najmniej dwóch łat.



Rys. 16.

Trzecim przyrządem służącym do pomiaru długości są ruletki. Ruletki mogą być stalowe i wtedy jest to wstążka ze stali, wycechowana z dokładnością do 1,0 lub 0,5 cm z wytrawionym na niej (kwasem) podziałem, nawijana na oś i schowana cała wewnątrz skórzanego futerału. Ruletki mogą być także parciane lub płócienne, wykonane z płótna odpowiednio przegotowanego w roztworach chemicznych dla usztywnienia go i zmniejszenia jego odkształceń oraz wrażliwości na wpływy wilgoci. Dla większej sztywności w płótno wplata się wzdłuż i w poprzek druciki miedziane, jako wkładki usztywniające. Ruletka jest wycechowana z dokładnością do 0,5 cm, napisy malowane są farbą olejną. Nawijamy ją na oś i tak jak ruletkę stalową całą chowamy do futerału, wewnątrz którego można ją rozwijać i nawijać.

Ruletki służą raczej do pomiarów niewielkich odcinków, tj. nie przekraczających 20 m. Długość ruletek bywa rozmaita: 5 m, 10 m i 20 m. Najbardziej rozpowszechnionymi w użyciu są ruletki dwudziestometrowe.

§ 4. Komparacja przyrządów.

Każdy przyrząd pomiarowy przed przystąpieniem do pracy winien być bezwzględnie sprawdzony przez porównanie go bądź to z wzorcem danej jednostki miar, bądź też z innym przyrządem, który można uważać za wzorcowy. Tego rodzaju sprawdzanie i porównywanie przyrządów z wzorcowymi nazywamy komparacją przyrządu. Komparacja przyrządów mierniczych winna być przeprowadzana specjalnie starannie, zaś wynik komparacji winien być w formie pewnego protokółu dołoczony do danego przyrządu. Fabryki przyrządów mierniczych zazwyczaj po wykonaniu danego przyrządu same w odpowiednim urzędzie dokonują komparacji i zaopatrują każdy przyrząd w odpowiedni dokument, podający wynik komparacji.

Rzadko kiedy zdarza się wypadek, aby przyrząd posiadał istotnie swoją nominalną długość. Taśma stalowa nominalnej długości 20 m zawsze będzie albo nieco krótsza albo nieco dłuższa. Różnicę pomiędzy rzeczywistą długością taśmy a jej długością nominalną nazywamy albo błędem przyrządu albo pop ostu jego poprawką komparacyjną. Jeżeli np. taśma stalowa zamiast długości 20 m ma długość 19.995 m, to poprawka komparacyjna wynosi —5 mm i oczywiście przy pomiarze musi być uwzględniona. Komparację łat i taśm mierniczych wykonuje się na specjalnych przyrządach zwanych komparatorami. Jeżeli wartość poprawki komparacyjnej jest bardzo mała, to można jej nie uwzględniać. Poniżej podajemy maksymalne wartości odchyleń komparacyjnych dla różnych przyrządów: taśmy stalowe 20-metrowe — odchyłka od długości nominalnej ± 3,5 mm,

taśma stalowa 10-metrowa — maksimum 2,4 mm. Łaty miernicze 5-metrowe mogą mieć odchyłkę do 1,6 mm, zaś 5-metrowe do 1,3 mm. W wypadku jeżeli przyrząd przy komparacji wykazuje nie większe od powyższych poprawki komparacyjne, można przyjmować jego długość za nominalną i nie uwzględniać poprawki komparacyjnej przy pomiarze.

Przy komparacji przyrządów należy pamiętać o uwzględnieniu temperatury, w czasie której komparacja była przeprowadzana. Jest to niezbędne dla uwzględnienia w dalszym ciągu przy pomiarze wpływu temperatury na rozszerzanie się przyrządu pomiarowego. Znając współczynnik rozszerzalności danego materiału, można będzie zawsze obliczyć dodatkową poprawkę długościową danego przyrządu pomiarowego.

§ 5. Pomiar długości taśmą stalową.

Mając w terenie przygotowany do pomiaru, a więc oczyszczony i wytyczony, odcinek $A - B$, bierzemy taśmę stalową oraz komplet dziesięciu szpilek i przystępujemy do pomiaru. Rozwijamy taśmę i jej początek przykładamy w punkcie A. Następnie układamy taśmę w linii mierzonego odcinka kierując się tyczkami wyznaczającymi punkty pośrednie. Ułożywszy taśmę dokładnie w linii mierzonego odcinka, naciągamy ją sztywno i na końcu taśmy, zaznaczając jej pierwsze przyłożenie, wbijamy szpilkę. Po wbiciu szpilki ostrożnie zdejmujemy taśmę i robotnik trzymający taśmę za uchwyt końcowy posuwa się naprzód ciągnąc za sobą taśmę. Z chwilą, gdy robotnik trzymający początek taśmy dojdzie do wbitej w ziemię szpilki woła „stop" i przykłada zero taśmy dokładnie obok wbitej szpilki (nie zahaczając jednak za szpilkę, aby szarpnąwszy nie wyrwać jej z ziemi). W dalszym ciągu, znowu układamy taśmę dokładnie wzdłuż danej linii i, po naciągnięciu, końcowy robotnik wbi-

ja znów na końcu taśmy (rys. 17) drugą z kompletu szpilek, zaznaczając drugie przyłożenie taśmy. Dalej robotnik trzymający zero taśmy wyjmuje z ziemi pierwszą szpilkę, i obaj znowu posuwają się naprzód w kierunku mierzonej linii. Z chwilą, gdy taśma została przyłożona 10 razy, wszystkie szpilki znajdują się w ręku idącego przy zerze taśmy robotnika, który, po wyjęciu ostatniej szpilki, przekazuje



Rys. 17.

cały komplet robotnikowi idącemu przy końcu taśmy, odnotowując przekazanie szpilek w notatniku pomiarowym.

W ten sposób przykłada się taśmę n razy, aż wreszcie koniec ostatniego przyłożenia wypadnie poza punktem końcowym mierzonego odcinka. Wówczas z podziałki na taśmie odczytujemy resztę pomiaru i w sumie całkowita długość odcinka będzie się składała z pewnej całkowitej ilości przyłożeń taśmy plus reszta.

$$D = n \cdot L + R,$$

(gdzie L jest długością taśmy, n ilością przyłożeń całkowitych, zaś R — resztą). Ilość całkowitych przyłożeń taśmy bierzemy licząc ilość szpilek, będących w ręku robotnika idącego przy zerze taśmy, plus szpilka wbita w ziemię przy zerze taśmy. Oprócz tego w notatniku pomiarowym notujemy całkowite przyłożenie taśmy albo stawiając kres-

ki albo w postaci kwadratu z dwoma przekątnymi, którego każdy wierzchołek, bok i przekątna oznaczają jedno przyłożenie taśmy:  razem — 10 przyłożeń.

Po obliczeniu nominalnej długości mierzonego odcinka należy wprowadzić poprawkę komparacyjną i obliczyć istotną długość mierzonego odcinka.

$$D_n = n \cdot L + R, \text{ zaś}$$

$$D_i = [n \cdot L + R] + n\delta + \delta \frac{R}{L};$$

$$D_i = D_n + \delta \left[n + \frac{R}{L}\right];$$

δ jest to poprawka komparacyjna, która może być zarówno dodatnia, jak i ujemna w zależnośc od tego czy taśma jest za długa, czy za krótka.

Notowanie pomiaru prowadzimy według ustalonego schematu w notatniku pomiarowym.

Ponieważ kardynalną zasadą wszelkich pomiarów jest zasada kontroli, należy przeprowadzony pomiar powtórzyć. Przy tym, jeżeli pierwszy pomiar zaczęliśmy w punkcie *A* i mierzyliśmy w kierunku do *B*, to pomiar drugi robimy w stronę przeciwną, zaczynając od *B* i mierząc w kierunku do *A*.

Notowanie pomiaru w schematycznym notatniku pomiarowym pokazuje nam Tab. 2.

Powyżej opisany sposób pomiaru, tj. gdy taśmę układamy na gruncie, nazywamy bezpośrednim pomiarem po terenie. Ponieważ, chcąc narysować dany odcinek na planie, musimy obliczyć jego rzut na płaszczyznę poziomą, istnieje druga metoda pomiaru odcinków w terenie, polegająca na pomiarze nie rzeczywistej długości odcinka, mierzonej po pochyłości terenu, lecz od razu jego rzutu poziomego. Pomiar rzutu danego odcinka wymaga przykładania każdorazowo taśmy nie po terenie, lecz układania jej poziomo. Tego rodzaju pomiar nazywamy pomiarem schodkowym.

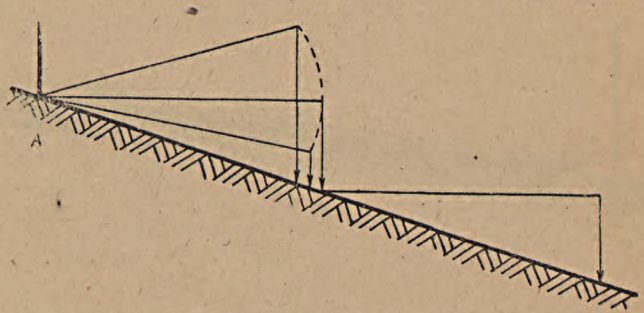
Pomiar odcinka taśmą metodą schodkową przeprowadzamy w sposób następujący: przykładamy zero taśmy dokładnie w punkcie początkowym mierzonego odcinka, następnie rozwinąwszy taśmę układamy ją wzdłuż mierzonego kierunku. Dalej, staramy się ułożyć taśmę w poziomie.

Tabela 2

Nazwa mierzonego odcinka	Ilość całkowitych taśm	Reszta	Długość całkowita	Długość ostateczna	Uwagi
A → B	0 0 0	18,35	278,35		$\alpha < 2^{0}30'$ $\delta = 0{,}00$
B → A	0 0 0	18,33	278,33	278,34	pomiar bezpośrednio po terenie

Notatnik pomiaru długości.

Wykonujemy to przy pomocy pionu w sposób następujący: na końcu taśmy zawieszamy ciężarek na sznurku, tzw. pion, który dotyka ziemi. Zmieniając pochylenie taśmy, szukamy takiego położenia, które odpowiada najdalszemu wysunięciu pionu w kierunku mierzonego odcinka. Położenie to, jak



Rys. 18.

wyjaśnia rys. 18, odpowiada poziomemu położeniu taśmy. W punkcie, w którym pion dotyka gruntu, wbijamy szpilkę,

znacząc pierwsze przyłożenie taśmy. Dalej postępujemy analogicznie. Pomiar notujemy w notatniku pomiarowym, dodając w uwagach: pomiar schodkami. Jest to sposób bardzo mało dokładny.

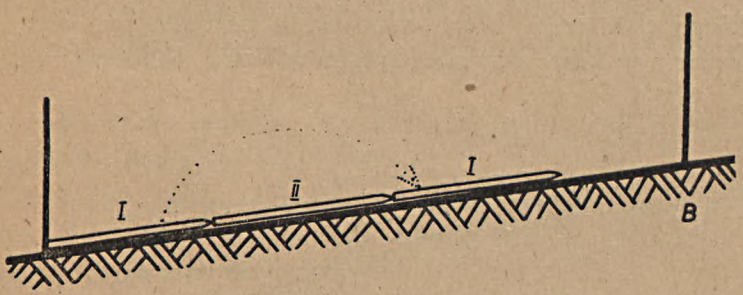
Długość rzutu mierzonego odcinka obliczamy wg wzoru

$$D_0 = n \cdot L + R.$$

Oczywiście należy także uwzględnić poprawkę komparacyjną. Resztę odczytujemy z podziałki na taśmie, zawieszając nad punktem końcowym mierzonego odcinka pion i odczytując w miejscu przecięcia pionu z taśmą podziałkę taśmy.

§ 6. Pomiar długości łatami.

Pomiar długości łatami, podobnie jak pomiar taśmą stalową, może być wykonany dwiema metodami. Możemy mierzyć albo bezpośrednio po terenie, układając łaty na gruncie, albo metodą schodkową, układając każdorazowo łatę w po-



Rys. 19.

ziomie i mierząc rzut danego odcinka na płaszczyznę poziomą.

Mierząc bezpośrednio po terenie, bierzemy dwie łaty stanowiące komplet pomiarowy i układamy najpierw jedną

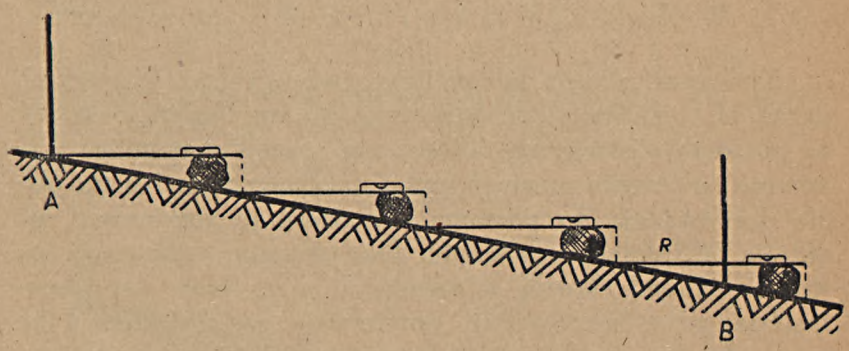
z nich dokładnie w linii mierzonego odcinka, przykładając jej początek do punktu początkowego danego odcinka. Ułożywszy łatę możliwie „statycznie", żeby się nie kolebała i nie przesuwała, bierzemy drugą i dosuwamy ją w styk do pierwszej, układając ją także dokładnie wzdłuż mierzonej prostej. Przy dosuwaniu należy uważać, żeby pierwszej łaty nie zsunąć i nie potrącić. Ułożywszy drugą łatę, zdejmujemy łatę pierwszą i przenosimy ją w styk do drugiej, układając ją zawsze dokładnie w linii mierzonej (rys. 19).

W ten sposób układamy łaty kolejno jedna za drugą, a długość mierzonego odcinka obliczamy wg wzoru:

$$D = n_1 L_1 + n_2 L_2 + R$$

gdzie n_1 i n_2 są to ilości całkowitych przyłożeń łaty pierwszej i drugiej, L_1 i L_2 — nominalne długości łat, zaś R — reszta.

Oczywiście pomiar notujemy w notatniku pomiarowym analogicznie do pomiaru taśmą, gdzie w rubryce ilości przyłożeń taśmy notujemy oddzielnie ilości całkowitych przyłożeń pierwszej i oddzielnie ilości przyłożeń drugiej



Rys. 20.

łaty. Paprawki komparacyjne należy także uwzględnić osobno dla każdej łaty.

Przy pomiarze metodą schodkową należy każde przyłożenie łaty doprowadzić do poziomu. Łatę doprowadzamy do poziomu przy pomocy libeli umieszczonej na łacie (rys. 20). Układamy pierwszą łatę początkiem dokładnie nad punktem początkowym danego odcinka i po ułożeniu jej w linii mierzonej prostej, przy pomocy libeli znajdujemy jej poziome położenie. W tym celu podpieramy ją drobnymi kamykami lub kawałkami drzewa. Ułożywszy pierwszą łatę, na jej końcu zawieszamy pion i drugą łatę układamy znowu wzdłuż mierzonej prostej w styk do pionu. Po ułożeniu drugiej łaty zdejmujemy pierwszą i przenosimy ją za łatą drugą, układając ją znów poziomo, dokładnie w linii mierzonego odcinka.

Długość rzutu mierzonego odcinka obliczamy wg wzoru:

$$D_0 = n_1 L_1 + n_2 L_2 + R.$$

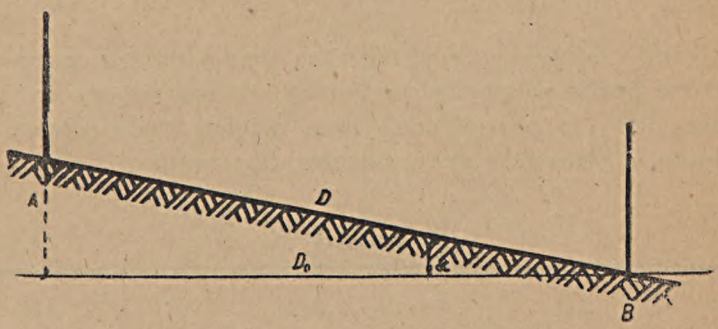
Oczywiście należy pamiętać o uwzględnieniu poprawek komparacyjnych obu łat. Pomiar winien być przeprowadzony co najmniej dwukrotnie: raz w jedną, drugi raz w drugą stronę.

§ 7. Redukcja pomiaru do poziomu.

Ponieważ planem nazwaliśmy pionowy rzut wszystkich punktów i obiektów, znajdujących się na danym obszarze na poziomą płaszczyznę odniesienia, wszelkie pomiary wykonane na terenie musimy przed narysowaniem ich na planie doprowadzić do poziomu. Czynność tę nazywamy redukcją odcinków do poziomu. Jeżeli pomiar wykonany został metodą schodkową, to redukcja do poziomu jest niepotrzebna, gdyż bezpośrednio pomierzony został już rzut danego odcinka. Jeżeli jednak pomiaru dokonano po terenie, to należy uwzględnić pochylenie terenu, zmierzyć kąt pochylenia terenu do poziomu i, znając jego wielkość α oraz rzeczywistą długość odcinka D, obliczyć rzut jego wg wzoru:

$$D_0 = D \cdot \cos \alpha; \quad \text{(rys. 21).}$$

Jeżeli odcinek jest w terenie niejednakowo pochylony, to redukcję do poziomu należy wykonać partiami, oddzielnie dla każdego kąta pochylenia terenu do poziomu (rys. 22).

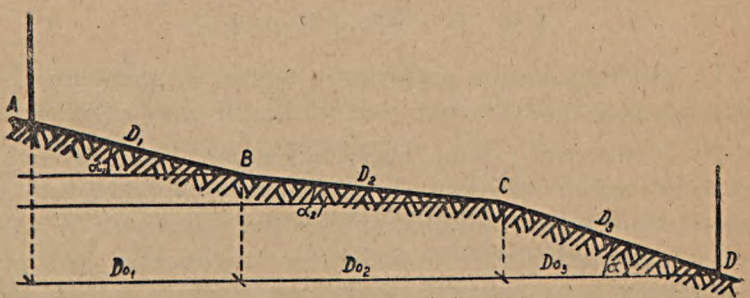


Rys. 21.

Przy bardzo małych kątach pochylenia terenu do poziomu cosinus jest bardzo bliski 1, a długość rzutu prawie równa się rzeczywistej długości, mierzonej po pochyłości. Różnicę pomiędzy długością rzeczywistą D a wielkością rzutu D_0:

$$D - D_0 = D - D \cos \alpha = D \cdot 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \triangle D$$

nazywamy poprawką redukcyjną do poziomu. Dla małych kątów wartość tej poprawki jest tak znikoma, że można jej nie brać pod uwagę.



Rys. 22.

W praktyce przyjęto redukować odcinki do poziomu dopiero wówczas, gdy α jest $> 2^{0}30'$. Dla kątów $\alpha < 2^{0}30'$ poprawka redukcyjna jest tak mała, że się jej nie uwzględnia.

Poniżej w tabelce podane są wartości poprawek redukcyjnych.

Jeżeli odcinek leży w różnych pochyleniach, przy tym niektóre partie są pochylone mniej a inne więcej niż pod kątem $2^{0}30'$, to partie pochylone więcej redukujemy do poziomu, a pozostałe przyjmujemy bez redukcji.

Tabela 3

α	ΔD	α	ΔD	α	ΔD
10′	0,000004	1°30′	0,000335	3°20′	0,00169
15′	0,000008	2°00′	0,000609	3°30′	0,00186
20′	0,000017	2°30′	0,000951	4°00	0,00243
25′	0,000024	2°45′	0,001190	4°30′	0,00308
1°	0,000152	3°10′	0,001520	5°30′	0,00461

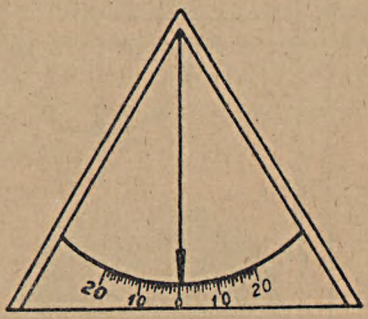
Tabela poprawek redukcyjnych.

§ 8. Pochylniki.

Do pomiaru kątów pochylenia terenu do poziomu służą specjalne przyrządy zwane pochylnikami albo eklimetrami.

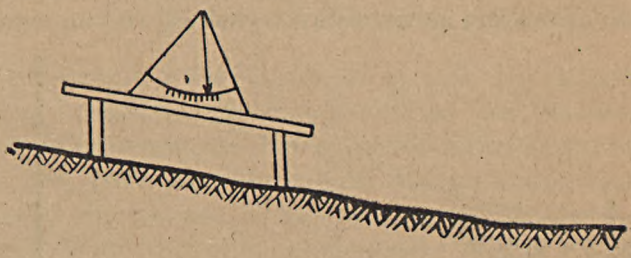
Najprostszym typem pochylnika jest tzw. śródwaga. Jest to drewniany trójkąt równoramienny, w podstawie którego wykonana jest półkolista podziałka stopniowa. W wierzchołku przeciwległym do podstawy zawieszony jest pion, czyli ciężarek na sznurku, dostatecznie długi, ażeby sznurek przecinał podziałkę śródwagi (rys. 23).

Chcąc znaleźć pochylenie jakiegoś odcinka w terenie, kładziemy wzdłuż tego odcinka drewnianą beleczkę na równej wysokości podpórkach, a następnie przykładamy do



Rys. 23.

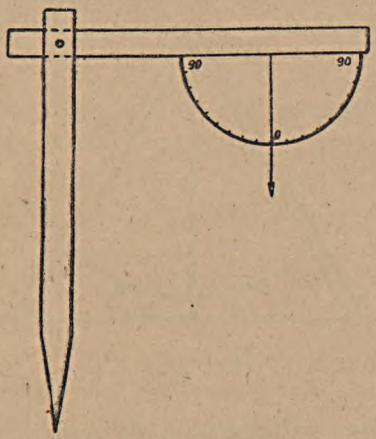
niej śródwagę. Pion wskaże nam na podziałce wartość kąta pochylenia beleczki (a więc tym samym i terenu) do poziomu (rys. 24).



Rys. 24.

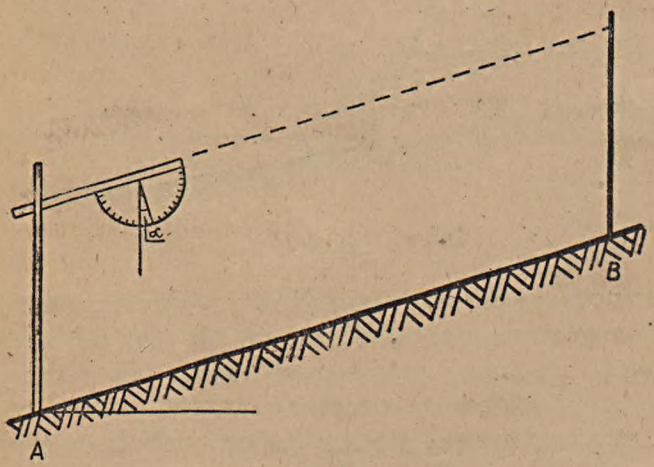
Inny rodzaj prostego pochylnika wykonany jest wg następującego schematu. Składa się on z dwóch deseczek zmocowanych z sobą przegubowo tzn. tak, aby jedna mogła się względem drugiej obracać. Do poziomej deski przymocowane jest na końcu półkole z podziałką stopniową. W środku półkola zawieszony jest pion, którego sznurek przecina koło podziałowe (rys. 25). Pomiar kąta pochylenia terenu do poziomu wykonujemy następu-

jąco: mając odcinek $A - B$ pochylony do poziomu pod kątem α w jego punkcie początkowym ustawiamy pochyl-



Rys. 25.

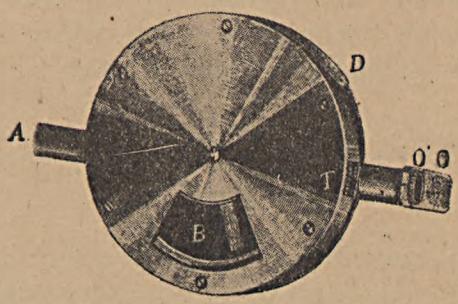
nik, a w punkcie końcowym tyczkę mierniczą. Na tej tyczce kredą lub ołówkiem zaznaczamy wysokość równą wysokości



Rys. 26.

pochylnika. Następnie pochylając poziome ramię pochylnika, celujemy wzdłuż jego krawędzi do oznaczonego na

tyczce punktu na wysokości pochylnika (rys. 26). W ten sposób ramię pochylnika zostało skierowane równolegle do terenu. Na podziałce pochylnika odczytujemy na pionie wartość kąta pochylenia terenu do poziomu, kąt bowiem pochylenia terenu do poziomu równy jest kątowi pomiędzy pionem i zerem pochylnika, jako kąty o ramionach nawzajem prostopadłych. Na tej samej zasadzie skonstruowany jest pochylnik Brandisa (rys. 27).



Rys. 27.

Składa on się z dwóch części: z pudełka kształtu walcowatego, wewnątrz którego zawieszona jest swobodnie na osi tarcza walcowata, na której powierzchni tworzącej naniesiona jest podziałka stopniowa. Tarcza zaopatrzona jest w ciężarek umocowany w jej środku tak, że jedna z jej osi stale dąży do położenia pionowego. Tarczę można przy pomocy specjalnej sprężynki unieruchamiać. Z jednej strony pudełka ochraniającego tarczę znajduje się pusta wewnątrz rurka, zaopatrzona na końcach w dwa przeziernik poziome: oczny i przedmiotowy. W pudełku na wysokości rurki wykonane jest w bocznej ścianie wycięcie umożliwiające obserwację podziałki tarczy. Chcąc zmierzyć kąt pochylenia, przykładamy przeziernik oczny do oka i skierowujemy pochylnik równolegle do pochylenia terenu; robimy to w ten sposób, że w pewnej odległości ustawiamy tyczkę, na której zaznaczamy wysokość naszego oka, p?

czym skierowujemy płaszczyznę przezierników na oznaczony na tyczce punkt. Ponieważ tarcza wisząca swobodnie na osi zajmuje pewne stałe położenie w przestrzeni, pudełko zaś zostało pochylone do poziomu pod kątem α, wielkość jego odczytamy na podziałce tarczy w wycięciu pudełka na przedłużeniu poziomej nitki płaszczyzny przezierników.

W zależności od dokładności, z jaką wycechowana została podziałka pochylnika, kąty pochylenia można odczytać z dokładnością nawet do 10′ lub 5′. Odczytane wartości kątów pochylenia terenu do poziomu należy zapisać w notatniku pomiaru długości w rubryce uwag.

§ 9. Zagadnienia na tyczenie i pomiar długości.

A. Jeżeli dany jest w terenie dowolny odcinek $A-B$ oraz pewien punkt C, nie leżący na nim i chodzi o wytyczenie przez punkt C prostej równoległej do AB, to wykonujemy to w sposób następujący.

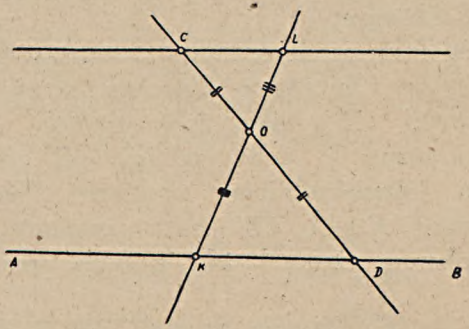
Przez punkt C tyczymy dowolną prostą CD, przecinającą prostą AB i znajdujemy punkt przecięcia się D. Następnie taśmą mierniczą mierzymy długość odcinka CD i dzieląc go na połowę, znajdujemy w terenie jego środek O. Dalej przez punkt O prowadzimy dowolną prostą OK, przecinającą się z prostą AB i znajdujemy ich punkt przecięcia się K. Mierzymy w terenie odcinek KO i odmierzamy go na prostej OK na przedłużeniu KO. Otrzymamy w terenie punkt L.

Prosta, którą wyznaczają punkty C i L, jest żądaną równoległą do prostej AB (rys. 28).

B. Drugie zagadnienie polega na tyczeniu linii prostopadłej do danej prostej.

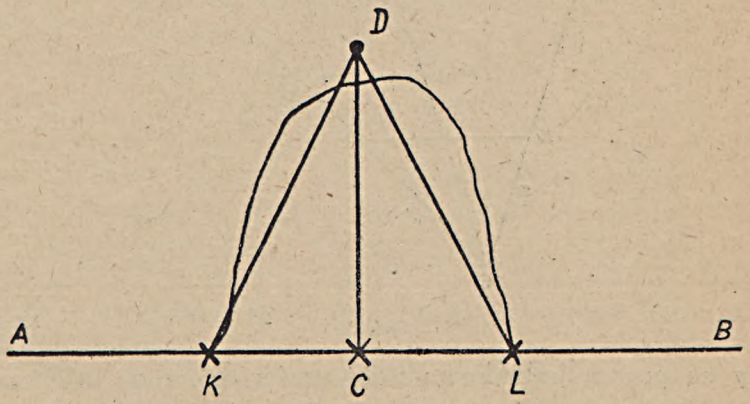
Gdy dana jest prosta AB i dowolny punkt C leżący na niej, to wyznaczymy prostopadłą do AB w punkcie C w sposób następujący. Od punktu C wzdłuż prostej AB od-

mierzamy w obie strony dwa dowolne, ale równe sobie odcinki, np. po 10 m. Otrzymujemy na prostej AB dwa punkty K i L. Następnie trzech robotników bierze taśmę stalową (lub lepiej sznur) i jeden z nich trzyma go za jeden koniec, drugi za drugi, a trzeci trzyma w środku długości. Robotni-



Rys. 28.

cy trzymający sznur za końce przykładają je do punktów K i L, robotnik zaś trzymający go w środku odchodzi na bok



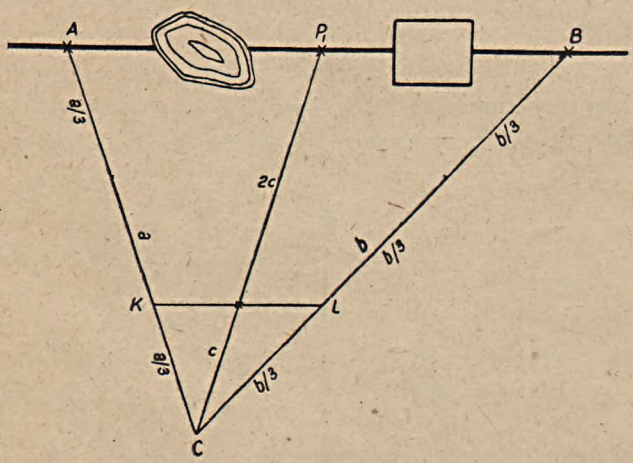
Rys. 29.

od prostej AB i mocno naciąga sznur. Tworzy się w terenie trójkąt równoramienny o wierzchołku D w środku taśmy. W trójkącie tym prosta DC jest środkową, a więc równo-

cześnie wysokością, czyli odcinek CD jest do prostej AB prostopadły (rys. 29).

C. Dość często spotykanym w praktyce zagadnieniem jest pomiar odcinka pomiędzy dwoma punktami A i B, gdy po drodze znajduje się jedna lub więcej przeszkód, np. drzewo, budynek lub staw.

Pomiar odcinka niedostępnego przeprowadzamy w sposób następujący. Obieramy dowolny punkt C, nie leżący na prostej AB, taki, żeby punkty A i B były z niego widoczne i żeby odcinki CA i CB były dostępne do bezpośredniego pomiaru. Następnie mierzymy odcinki CA i CB przy pomocy taśmy stalowej. W dalszym ciągu każdy z tych odcinków dzieli-



Rys. 30.

my na pewną jednakową ilość części, np. pięć lub trzy i od punktu C odmierzamy wzdłuż CA — $\frac{1}{3}$ CA, zaś wzdłuż CB — $\frac{1}{3}$ CB. Otrzymane dwa punkty K i L wyznaczają w terenie prostą równoległą do prostej AB. Na zasadzie podobieństwa ΔCBA i ΔCLK widzimy, że długość odcinka

$KL = \frac{1}{3} AB$. Mierzymy bezpośrednio w terenie taśmą stalową odcinek KL i obliczamy szukaną długość AB. (rys. 30)

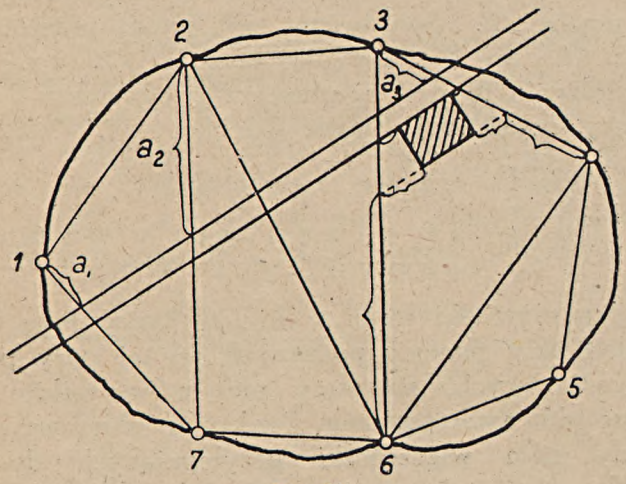
D. Chcąc na prostej AB wyznaczyć dowolny punkt pośredni P, tyczymy przez punkt C dowolną prostą, przecinającą prostą AB. Znajdujemy jej punkt przeciecia się z prostą KL np. Z i mierzymy odcinek $CZ = c$. Dalej, na przedłużeniu tej prostej odmierzamy od punktu C odcinek CP równy trzykrotnej długości odcinka CZ. Punkt P leży na prostej AB (rys. 30).

§ 10. Zdjęcie planu przy pomocy taśmy i tyczek.

Mając niewielki teren i chąc wykonać jego zdjęcie oraz plan przy pomocy poznanych do tej pory przyrządów pomiarowych, obieramy przede wszystkim szereg punktów głównych pomiaru. Punkty te obieramy tak, by tworzyły nam wierzchołki przylegających do siebie trójkątów. Następnie przede wszystkim dążymy do ustalenia wzajemnego położenia względem siebie punktów głównych, czyli wykonujemy pomiary, mające na celu sporządzenie planu sieci trójkątów pokrywających nasz obszar. W tym celu mierzymy wszystkie boki każdego z trójkątów co najmiej dwukrotnie i notujemy pomiar w notatniku pomiarowym. Pomierzywszy wszystkie boki trójkątów, będziemy mogli każdy z nich zbudować graficznie na planie w obranej skali, otrzymując w wyniku plan punktów głównych.

Jeżeli na terenie zdejmowanym znajdują się jakieś szczegóły, np. droga, to położenie jej wyznaczamy następująco: wytyczywszy krawędź drogi, znajdujemy jej punkty przecięcia się z bokami poszczególnych trójkątów. Dalej mierzymy odległości tych punktów od wierzchołków odpowiednich trójkątów a_1, a_2, a_3, i wobec tego na planie sieci trójkątów możemy wszystkie te punkty odna-

leźć. Jeżeli na terenie zdjęcia znajduje się np. jakiś dom, to przetyczamy jego krawędź aż do przecięcia się z bokami siatki trójkątów i drogą odpowiedniej ilości pomiarów liniowych dochodzimy do ustalenia położenia domu względem siatki trójkątów (rys. 31).



Rys. 31.

Tego rodzaju zdjęcie planu przy posługiwaniu się tylko taśmą stalową a więc wykonane tylko przy pomocy pomiarów liniowych może być stosowane do małych obiektów (podwórze, plac, ogródek) i jest zdjęciem stosunkowo mało dokładnym.

§ 11. Dokładność pomiarów liniowych i błędy.

Każdy pomiar wykonywany w terenie zawsze zawiera szereg **błędów.** Pomijając kwestię **pomyłek** w pomiarze, których istnienie da się łatwo skonstatować i które należy oczywiście natychmiast wyeliminować, błędy pomiarowe dzielą się na grupy **błędów regularnych,** jak np. wpływ zmiany temperatury na rozszerzalność przyrządu pomiarowego i grupy **błędów nieregularnych,** których wielkość,

znak i możliwość powstania nie dadzą się dokładnie określić.

Pomyłką w pomiarze może być np. błędne policzenie całkowitej ilości taśm czy łat; przy dwukrotnym pomiarze wykrycie takiej pomyłki jest natychmiastowe, eliminujemy ją zaś wykonując pomiar trzeci.

Na błędy pomiarowe składa się szereg różnych przyczyn, jak np. niezupełnie ścisłe układanie przyrządu pomiarowego w danej linii, niecałkowicie dokładne doprowadzenie go do poziomu, nieidealnie dokładne ułożenie łat w styk do siebie, wpływy temperatury, błąd samego przyrządu oraz inne.

Błędy nieregularne czyli **przypadkowe** mogą być różne co do wpływu na mierzoną wielkość: mogą być dodatnie lub ujemne, mniejsze lub większe. W miarę zwiększania ilości obserwacji danego elementu błędy te dążą do wzajemnego kompensowania się. Praktycznie biorąc, konstatujemy niewątpliwe ich istnienie porównując ze sobą wyniki kilkakrotnych pomiarów danego elementu, zawsze wykazujące pewną rozbieżność ze sobą. Nigdy prawie wyniki pomiaru nie są jednakowe, zawsze różnią się mniej lub więcej od siebie, co stwierdza, że zawsze obarczone są pewnym błędem.

Przy niektórych pomiarach mamy z góry ustaloną kontrolę wykonywanego pomiaru, np. przy pomiarze kątów w trójkącie wiemy z góry, że suma ich winna równać się 180°. Jednak normalnie biorąc przy pomiarach liniowych sami musimy sobie stwarzać kontrolę dla każdego pomiaru oraz musimy ustalać pewne granice dla błędów pomiarowych, będących tzw. wartościami **błędów dopuszczalnych**.

Wszelkie rozważania teoretyczne nad kwestią powstawania błędów prowadzą zasadniczo do dwóch celów: po pierwsze do ustalenia dla praktyki norm granicznych dla błędów i dopuszczalnych różnic pomiarowych, po drugie do wytworzenia takich warunków dla wykonywanych pomiarów, które będą najkorzystniejsze dla ich dokładności.

Jeżeli mierzymy w terenie jakiś odcinek L i otrzymujemy z kilku różnych spostrzeżeń wartości $l_1, l_2, l_3 \ldots l_n$ określające jego wielkość, to **najprawdopodobniejszą** jego wielkością będzie wartość średniej arytmetycznej

$$l = \frac{l_1 + l_2 + \ldots l_n}{n} = \frac{[l_n]}{n}.$$

Przyjmując, że wartość l jest najprawdopodobniejszą wielkością danego odcinka, możemy określić błędy poszczególnych pomiarów jako różnice pomiędzy tą wartością l i poszczególnymi spostrzeżeniami $l_1, l_2, \ldots l_n$.

$$v_1 = l - l_1$$
$$v_2 = l - l_2$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$v_n = l - l_n.$$

Wartości v nazywamy **błędami pozornymi** poszczególnych spostrzeżeń w odróżnieniu od **błędów rzeczywistych**, które nie są nam znane, gdyż nie znamy rzeczywistej, prawdziwej wielkości danego odcinka L.

Sumując wartość v otrzymamy:

$$[v] = (l - l_1) + (l - l_2) + \ldots (l - l_n)$$
$$[v] = n \cdot l - [l_n].$$

Podstawiając za wartość $l = \frac{[l]}{n}$ otrzymujemy:

$$[v] = n \frac{[l]}{n} - [l] = 0.$$

Równanie, które mówi, że suma błędów pozornych jest równa zeru daje nam kontrolę, czy średnia arytmetyczna wartość l została obliczona bez pomyłki.

Prócz pojęcia błędu pozornego istnieje jeszcze pojęcie tzw. **błędu przeciętnego**

$$t = \pm \frac{[|\varepsilon|]}{n}$$

utworzonego jako średnia arytmetyczna z sumy bezwzględnych wartości błędów prawdziwych. Utworzenie bowiem pojęcia pewnego błędu przeciętnego z algebraicznej

sumy błędów prawdziwych jest niemożliwe, gdyż dąży ona do zera.

Istnieje jeszcze pojęcie **błędu średniego obserwacji**, a mianowicie, dla ustalenia średniej wartości **błędu pojedyńczego spostrzeżenia** wprowadził Gauss następujące określenie:

$$m = \pm \sqrt{\frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots \varepsilon_n^2}{n}} = \pm \sqrt{\frac{[\varepsilon_n^2]}{n}}.$$

W równaniu tym $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n$ są to prawdziwe błędy poszczególnych spostrzeżeń, a więc są to pewne wartości nam nieznane.

Jeżeli pewną długość l, zawierającą w sobie średni błąd $\pm m$, pomnożymy przez wielkość stałą a to średni błąd iloczynu $a \cdot l$ będzie równy $\pm a \cdot m$.

Np. jeżeli mierząc odcinek niedostępny, zamiast niego zmierzymy inny, będący równy 1/4 części odcinka nas interesującego, i przy pomiarze otrzymamy średni błąd $\pm m$, to po obliczeniu długości naszego odcinka przez pomnożenie otrzymanego wyniku pomiaru bezpośredniego przez 4 otrzymamy średni błąd pomiaru odcinka niedostępnego $\pm 4\,m$.

Jaki będzie średni błąd sumy dwóch elementów l i l', posiadających średnie błędy $\pm m$ i $\pm m'$? Błędy rzeczywiste poszczególnych pomiarów są: $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots \varepsilon_n$ oraz $\varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \dots \varepsilon'_{n'}$. Błędy rzeczywiste sum poszczególnych pomiarów będą

$$\begin{aligned}
\delta_{11} &= \varepsilon_1 + \varepsilon_1' \\
\delta_{12} &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2' \\
&\dots\dots\dots \\
\delta_{1n'} &= \varepsilon_1 + \varepsilon'_{n'} \\
&\dots\dots\dots \\
\delta_{21} &= \varepsilon_2 + \varepsilon_1' \\
\delta_{22} &= \varepsilon_2 + \varepsilon_2' \\
&\dots\dots\dots \\
\delta_{2n'} &= \varepsilon_2 + \varepsilon'_{n'}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_{n1} &= \varepsilon_n + \varepsilon_1' \\
\delta_{n2} &= \varepsilon_n + \varepsilon_2' \\
&\dots\dots\dots \\
\delta_{nn'} &= \varepsilon_n + \varepsilon'_{n'}
\end{aligned}$$

Tworząc według przyjętego określenia średnią wartość błędu dla sumy otrzymamy:

$$M = \pm \sqrt{\frac{[\delta^2]}{n \cdot n'}} = \pm \sqrt{\frac{n' [\varepsilon^2] + n [\varepsilon'^2] + 2 [\varepsilon_i \varepsilon_k]}{n \cdot n'}}.$$

W wyrażeniu tym $\frac{[\varepsilon^2]}{n} = m^2$

$$\frac{[\varepsilon'^2]}{n'} = m'^2 .$$

Czynnik trzeci, tj. suma iloczynów poszczególnych błędów rzeczywistych ε i ε' składa się z iloczynów błędów częściowo ujemnych, częściowo dodatnich. Ponieważ nie ma powodu przypuszczać, że którekolwiek z nich miały by przeważać, możemy przyjąć, że w miarę wzrostu ilości obserwacji sumy iloczynów $\varepsilon_i \cdot \varepsilon'_k$ będą zdążały do zera.

Przyjąwszy $[\varepsilon_i \cdot \varepsilon'_k] = O$

otrzymujemy jako średnią wartość błędu, sumy dwóch elementów

$$M = \pm \sqrt{m^2 + m'^2} .$$

Analogicznie błąd sumy trzech i więcej elementów równy będzie

$$M = \pm \sqrt{m^2 + m'^2 + m''^2 + \dots} .$$

Jeżeli wartości błędów średnich poszczególnych elementów sumy będą sobie równe $m = m' = m'' = \dots m'' = m$, co w praktyce bardzo często się zdarza, to wówczas błąd średni sumy n elementów będzie równy

$$M = + m \sqrt{n} .$$

Obliczona na podstawie średniej arytmetycznej wielkość danego elementu posiada także pewien błąd, który nazywamy **błędem średniej arytmetycznej.** Obliczmy jaka będzie wartość błędu średniej arytmetycznej.

Wartość średniej arymetycznej otrzymujemy z równania:

$$l = \frac{l_1 + l_2 + \ldots l_n}{n} = \frac{l}{n} l_1 + \frac{l}{n} l_2 + \ldots \frac{1}{n} l_n .$$

Wartości $l_1, l_2, l_3, \ldots l_n$, mnożone przez pewien stały współczynnik $\frac{l}{n}$ sumujemy ze sobą. Każda z wartości $l_1, l_2, l_3, \ldots l_n$ posiada pewien błąd średni m_1, m_2 ... m_n; w danym wypadku wszystkie błędy średnie są sobie równe wobec identycznych warunków wykonywania wszystkich pomiarów: $m_1 = m_2 = \ldots m_n = m$. Wobec tego średni błąd sumy, czyli szukany przez nas błąd średniej arytmetycznej będzie równy

$$M = \pm m \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \ldots} =$$

$$= \pm m \sqrt{n \left(\frac{1}{n}\right)^2} = \pm \frac{m}{\sqrt{n}} .$$

W dalszym ciągu musimy ustalić wartość błędu średniego pojedyńczego spostrzeżenia (który do tej pory wyrażony był w funkcji wielkości błędów rzeczywistych) w funkcji błędów pozornych, które nam każdorazowo są znane.

Nazwijmy przez L rzeczywistą, prawdziwą wartość danej wielkości, podczas gdy przez l określiliśmy jej wartość na podstawie średniej arytmetycznej. Błąd średniej arytmetycznej

$$M = \pm \frac{m}{\sqrt{n}} .$$

Błąd rzeczywisty poszczególnego spostrzeżenia

$$\varepsilon_n = L - l_n ,$$

zaś błąd pozorny

$$v_n = l - l_n .$$

Z zestawienia tych wielkości otrzymamy

$$\varepsilon_n = v_n + (L - l).$$

Dla większej ilości spostrzeżeń będziemy mieli szereg błędów rzeczywistych, wyrażonych w funkcji błędów pozornych

$$\varepsilon_1 = v_1 + (L - l)$$
$$\varepsilon_2 = v_2 + (L - l)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\varepsilon_n = v_n\ (L - l).$$

Szukając błędu średniego pojedyńczego spostrzeżenia musimy błędy rzeczywiste, wyrażone w funkcji błędów pozornych podnieść do kwadratu i zsumować:

$$\varepsilon_1^2 = \{v_1 + (L - l)\}^2 = v_1^2 + (L - l)^2 + 2\ v_1\ (L - l)$$
$$\varepsilon_2^2 = \{v_2 + (L - l)\}^2 = v_2^2 + (L - l)^2 + 2\ v_2\ (L - l)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Suma: $[\varepsilon^2] = [v^2] + n\ (L - l)^2 + 2\ (L - l)\ [v].$

Ostatni czynnik równy jest zeru, ponieważ suma błędów pozornych = 0. Pozostaje suma kwadratów błędów pozornych oraz iloczyn $n\ (L - l)^2$.

Różnicę między rzeczywistą prawdziwą wielkością elementu L, a wartością jego otrzymaną za średniej arytmetycznej l przyjmiemy jako równą wartość błędu średniej arytmetycznej

$$M = \pm \frac{m}{\sqrt{n}} = (L - l)$$

$$(L - l)^2 = \frac{m^2}{n}$$

Wobec czego $[\varepsilon^2] = [v^2] + m^2$.

Podstawiając otrzymany wynik do formuły określającej wielkość błędu średniego pojedyńczego spostrzeżenia, otrzymamy:

$$m = \pm\sqrt{\frac{[\varepsilon^2]}{n}} = \pm\sqrt{\frac{[v^2] + m^2}{n}} \; ; \; m^2 = \frac{[v^2] + m^2}{n} \; ;$$

$$n\,m^2 = [v^2] + m^2 ; \; m^2 = \frac{[v^2]}{n-1} \text{ i wreszcie } m = \pm\sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}}$$

Otrzymaliśmy wzór wyrażający wartość błędu średniego pojedyńczego spostrzeżenia w funkcji znanych wielkości błędów pozornych. Z wzoru tego wynika, że dla znalezienia wartości błędu średniego należy wyciągnąć pierwiastek kwadratowy z sumy kwadratów błędów pozornych, podzielonej przez ilość spostrzeżeń zmniejszoną o jedną. Jedno bowiem spostrzeżenie jest niezbędne dla poznania mierzonej wartości w ogóle. W wypadku wykonania jednego tylko spostrzeżenia $v = 0$ otrzymujemy wartość $m = \pm\sqrt{\frac{0}{0}}$ — co daje wynik nieoznaczony. Odpowiada to całkowicie rzeczywistości, gdyż z jednego tylko pomiaru nie możemy o jego dokładności nic powiedzieć.

Dla obserwacji praktycznie wykonywanych ustala się ponadto wartość tzw. **błędu dopuszczalnego** albo **granicznego**. Wartość ta nie może przekraczać trzykrotnej wartości błędu średniego.

Przy pomiarze długości przy pomocy łaty lub taśmy istnieją błędy przypadkowe, powstałe na skutek niedokładnego przykładania łat. Jeżeli błąd średni jednego przyłożenia określimy przez m' to dla n przyłożeń będzie błąd $m'\sqrt{n}$ ponieważ zaś ilość n jest proporcjonalna do mierzonej długości L to błąd wyniesie $\pm m'\sqrt{L}$.

Prócz tego istnieją błędy regularne, które dają średnią wartość błędu $\pm m'' L$ i wreszcie trzeci błąd powstały przy odczytywaniu końcówki $\pm m'''$. Ten ostatni jako wielkość bardzo nieznaczną w porównaniu do innych, można pominąć.

Wobec tego łączny średni błąd pomiaru długości

$$m_0 = \pm \sqrt{(M')^2 + (M'')^2} = \pm \sqrt{(m' \sqrt{L})^2 + (m'' L)^2} =$$

$$= \pm \sqrt{m'^2 L + m''^2 L^2}.$$

Doświadczalnie ustalone wartości m' i m'' dla łat i taśm podają instrukcje pomiarowe. Wg jednej z nich dla taśm stalowych mamy $m' = 0{,}005$ zaś $m'' = 0{,}00015$. Przy pomiarze niezbyt długich odcinków nieprzekraczających 1.000 m można przyjąć wpływ m'' za znikomo mały wobec czego błąd średni

$$m_0 = \pm m' \sqrt{L}.$$

Dla dłuższych odcinków część błędu systematycznego $m'' L^2$ może przeważyć część przypadkową.

Dla pewnych eksperymetalnie ustalonych współczynników m' i m'' obliczono tablice dopuszczalnych błędów długości, które poniżej podajemy (Tab. 4).

Tabela 4.

Mierzona długość w m	Błąd dopuszczalny Taśma w m	Łata	Mierzona długość w m	Błąd dopuszczalny Taśma w m	Łata
10	$\pm$ 0.01	$\pm$ 0.02	300	$\pm$ 0.05	$\pm$ 0.09
50	0.02	0.04	400	0.06	0.10
100	0.03	0.05	500	0.07	0.11
200	0.04	0.07	1000	0.09	0.16

Przykład: jednakowo dokładne pomiary pewnego odcinka dały wyniki podane w poniższej tabelce. Znaleźć naj-

prawdopodobniejszą wielkość odcinka oraz błąd średni tego wyniku.

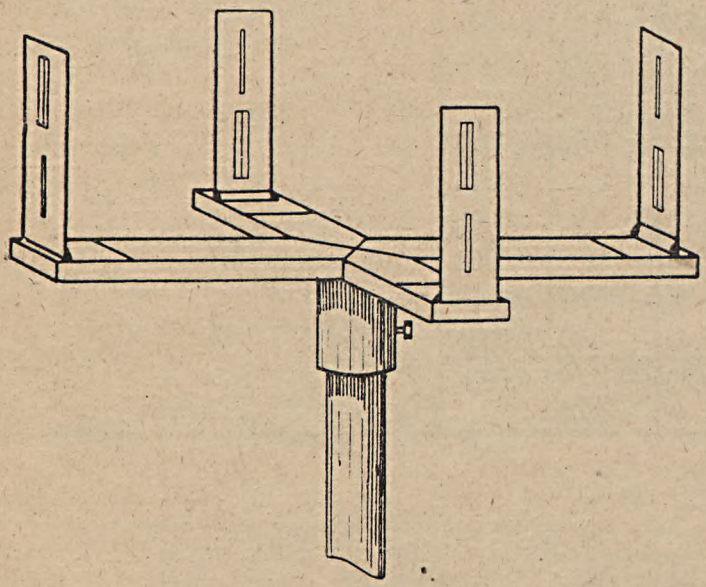
l_n	v_n	v^2	Obliczenie
105,23	— 0,01	0,0001	$l = \frac{[l_n]}{n} = \frac{1052,2}{10} =$
105,21	+ 0,01	0,0001	$= 105,22$
105,20	+ 0,02	0,0004	
105,24	— 0,02	0,0004	$M = \pm \frac{m}{\sqrt{n}}$
105,22	± 0,00	0,0000	
105,18	+ 0,04	0,0016	$m = \pm \sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{0,005}{9}} =$
105,22	± 0,00	0,0000	
105,24	— 0,02	0,0004	$= \pm \frac{0,07}{3} = \pm 0,024$
105,26	— 0,04	0,0016	
105,20	+ 0,02	0,0004	$M = \pm \frac{0,024}{\sqrt{10}} = \pm 0,008$
1052,20	— 0,09	0,0050	
	+ 0,09		$L = l \pm M = 105,22 \pm 0,008$

§ 12. Wyznaczanie kierunków prostopadłych.

Zagadnienie wyznaczania w terenie kierunków nawzajem do siebie protopadlych, jest zagadnieniem praktycznie bardzo często spotykanym. Umiemy wyznaczać prostopadłe kierunki przy pomocy pomiarów liniowych. Sposoby te są jednak przede wszystkim niezbyt dokładne, a poza tym dość kłopotliwe w samym wykonaniu. Dlatego też istnieją do tego celu specjalne przyrządy, które służą tylko do wyznaczania stałych kątów w terenie (kąt 90°). Przyrządy te noszą nazwę węgielnic.

Najprostszym typem węgielnicy jest węgielnica przeziernikowa. Składa się ona z dwóch deseczek zbitych ze sobą pod kątem 90°. Na końcach tych deseczek umocowane

są pionowo prostopadłe do nich ścianki, w których wycięte są odpowiednie otwory zwane przeziernikami. Jednym z tych otworów jest bardzo wąska szpara i nazywamy go przeziernikiem ocznym; drugi otwór jest nieco szerszy i posiada pionowo naciągnięty w środku włos lub drucik. Jest to przeziernik przedmiotowy (rys. 32).



Rys. 32.

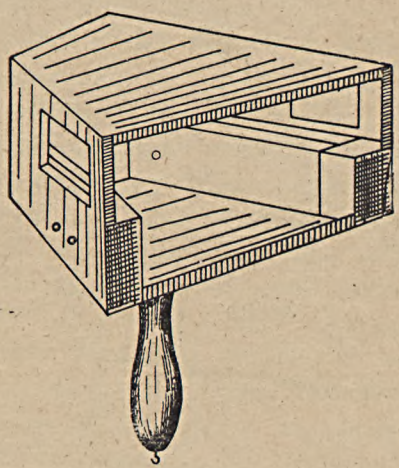
Wyznaczanie linii prostopadłej do danego w terenie kierunku *AB* odbywa się następująco: ustawiamy węgielnicę krzyżową (która u spodu posiada rączkę w formie tulei nasadzanej na podstawę w formie trójnogu), na danej prostej *AB* w tym punkcie, w którym chcemy wyznaczyć kierunek prostopadły i patrząc przez jedną parę przezierników celujemy do tyczek *A* i *B*, ustawiając płaszczyznę przezierników tak, aby włos przeziernika przedmiotowego leżał na obrazach tyczek. Druga płaszczyzna przeziernika wskazuje nam wówczas kierunek do danego prostopadły; bierzemy pomocnika z tyczką i skierowujemy go tak, by

ustawił tyczkę na pokryciu się z włosem przeziernika przedmiotowego drugiej pary przezierników.

§ 13. Węgielnice zwierciadlane.

Znacznie lepsze i dogodniejsze w użyciu są węgielnice zwierciadlane albo lusterkowe.

Węgielnica zwierciadlana składa się z dwóch lusterek pochylonych do siebie pod pewnym kątem φ i zmocowanych na stałe ze sobą. Lusterka ujęte są w oprawkę; ponad każdym z nich wycięty jest w oprawce otwór. U dołu węgielnica opatrzona jest w rączkę, która służy do zawieszania u dołu węgielnicy pionu, aby, trzymając ją w ręku na pewnej wysokości przy oku, móc równocześnie trzymać ją dokładnie nad danym punktem w terenie (rys. 33).

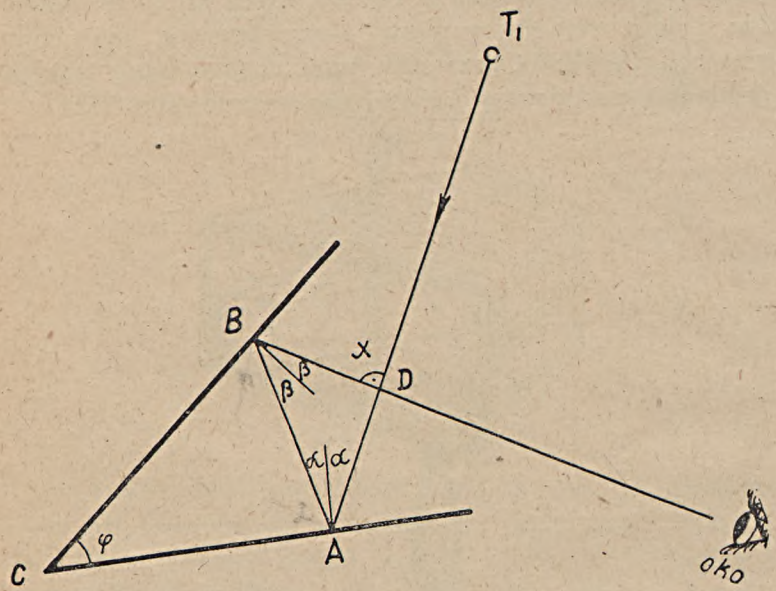


Rys. 33.

Działanie węgielnicy oparte jest na związku między promieniem padającym na lustro a promieniem odbitym. Przypuśćmy, że węgielnica została zwrócona rozwarciem do stojącej w terenie tyczki *T* tak, że padające od niej pro-

mienie padają na jedno ze zwierciadeł pod pewnym kątem, nazwijmy go α. Od zwierciadła promienie te odbijają się pod takim samym kątem pod jakim upadły i padną na drugie zwierciadło pod kątem β, od którego odbiją się także pod kątem β. Odbite od drugiego zwierciadła promienie wpadają do naszego oka; obserwujemy je jako obraz tyczki T w drugim zwierciadle.

Mamy udowodnić, że kąt x zawarty pomiędzy kierunkiem promienia wchodzącego do węgielnicy i wychodzącego z węgielnicy jest kątem prostym (rys. 34).



Rys. 34.

W tym celu rozpatrzymy trójkąt ABD. Kąt x jest dla niego kątem zewnętrznym, wobec czego równa się sumie kątów wewnętrznych do niego nieprzyległych.

$$x = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta). \ldots (1)$$

Dalej, rozpatrujemy trójkąt ABC. Suma jego kątów wewnętrznych musi być równa 180°.

$$A + B + C = 180^0;$$
$$(90^0 - \alpha) + (90^0 - \beta) + \varphi = 180^0$$
$$\varphi = \alpha + \beta$$

Podstawiając ten wynik do równania (1) otrzymujemy

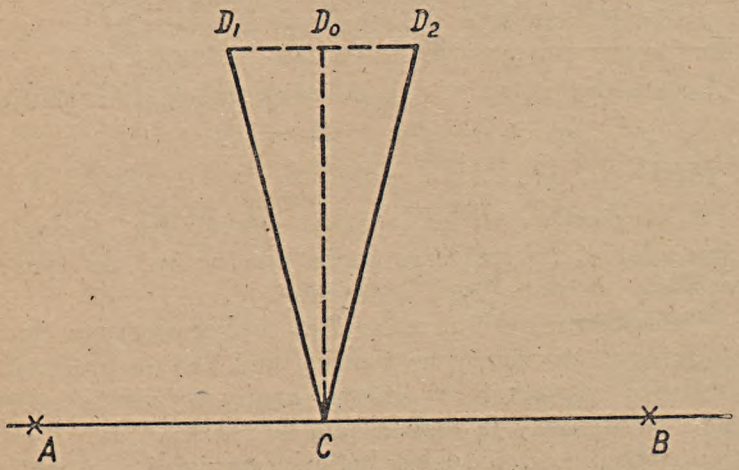
$$x = 2(\alpha + \beta) = 2\varphi$$

Jeżeli $\varphi = 45^0$, to $x = 90^0$.

W węgielnicy zwierciadlanej robimy kąt pochylenia zwierciadeł 45°; wówczas może ona służyć do tyczenia kierunków prostopadłych w terenie.

Wyznaczenie linii prostopadłej wykonujemy w sposób następujący: trzymamy węgielnicę nad danym punktem na prostej AB, w punkcie, w którym mamy wyznaczyć prostopadłą i zwróciwszy ją rozwarciem do tyczki A lub B obserwujemy obraz tyczek tych w lusterku węgielnicy. Następnie, skierowujemy pomocnika z tyczką, tak, aby patrząc przez otwór nad lusterkiem, ustawiona przez niego tyczka stanowiła przedłużenie obrazu tyczki A widzianego w lusterku. Wówczas kierunek wyznaczony przez pomocnika i punkt, w którym trzymamy węgielnicę, jest prostopadły do danej prostej AB. Przed użyciem, węgielnicę należy oczywiście uprzednio sprawdzić, jeżeli bowiem kąt pochylenia lusterek do siebie będzie nieco inny niż 45°, to jako wynik pracy taką węgielnicą otrzymamy szereg prostych wcale nie prostopadłych do danej linii. Sprawdzenie węgielnicy jest bardzo proste i polega na dwukrotnym wyznaczeniu kierunku prostopadłego do danej prostej AB w danym punkcie C (rys. 35). Ustawiamy węgielnicę w punkcie C, zwracając ją rozwarciem do punktu A, i tyczymy prostopadłą otrzymując w terenie, np. punkt D_1. Następnie obracamy węgielnicę rozwarciem lusterek do punktu B i znów tyczymy prostopadłą do prostej AB, otrzymując w terenie jakiś punkt, np. D_2. Jeżeli punkty D_1 i D_2 pokrywają się

ze sobą (tj. obydwa wypadną w punkcie D) to węgielnica jest prawidłowa. Jeżeli będzie istniała rozbieżność, to zmierzywszy w terenie odcinek D_1, D_2, znajdujemy jego śro-



Rys. 35.

dek D_0 i prosta D_0C stanowi właściwą prostopadłą do prostej AB. Celem zrektyfikowania węgielnicy należy po ustawieniu w punkcie D_0 tyczki, trzymając węgielnicę w punkcie C rozwarciem albo w kierunku A lub B (dowolnie), pokręcić śrubką zmocowującą lusterka, dopóki widziany w lusterku obraz tyczki A (lub B) nie stanie się przedłużeniem tyczki D_0 w terenie.

§ 14. Węgielnica pryzmatyczna.

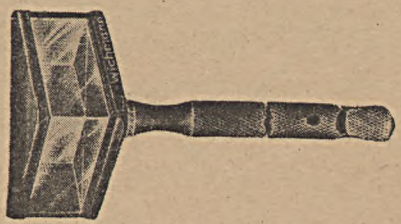
Drugim rodzajem powszechnie używanych węgielnic jest węgielnica pryzmatyczna. Jest to przyrząd wykonany ze szkła o kształcie graniastosłupa trójkątnego (rys. 36).

Podstawą graniastosłupa jest trójkąt prostokątny, równoramienny. Ściana, przeciwległa krawędzi łączącej wierzchołki kątów prostych jest od wewnątrz powleczona amal-

gamatem rtęci, mającym własność całkowitego odbijania promieni.

Szkło jest materiałem, który częściowo odbija a częściowo załamuje promienie. Jeżeli kąt padania promieni jest nieduży, mniejszy od tzw. kąta granicznego (kąt graniczny dla szkła = 42°), to promień taki ulega załamaniu, jeżeli zaś kąt padania jest większy od kąta granicznego, to szkło promienie takie odbije.

Jeżeli weźmiemy tyczkę, stojącą w terenie i obrócimy węgielnicę ścianą przyprostokątną do tyczki, to padające od niej promienie upadną pod pewnym kątem α na pryzmat. Zawsze możemy tak obrócić węgielnicę, żeby kąt α

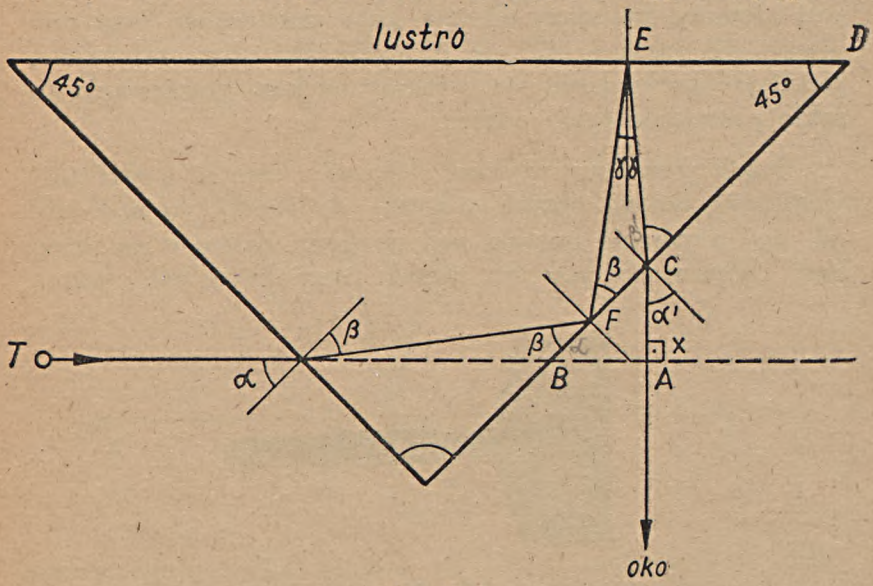


Rys. 36.

był mniejszy od kąta granicznego. Następnie, promień upadłszy na ścianę szklaną załamuje się pod kątem β i wchodzi do wewnątrz węgielnicy. Ponieważ szkło jest ośrodkiem gęstszym fizycznie od powietrza, kąt β będzie mniejszy od kąta α. Dalej promień pada na drugą ścianę przyprostokątną węgielnicy pod kątem $(90° - \beta)$, który napewno jest większy od kąta granicznego, wobec czego następuje odbicie promienia pod tym samym kątem pod jakim upadł. Promień odbity w dalszej swej drodze pada na ścianę przeciwprostokątną pod pewnym kątem γ; ponieważ jest ona lustrem, następuje całkowite odbicie promienia i powtórne skierowanie go na drugą przyprostokątną pod kątem β'; wreszcie po załamaniu się pod kątem α' promień wy-

chodzi z węgielnicy i jest przez nas obserwowany, w ścianie przyprostokątnej pryzmatu, jako obraz tyczki *T*.

Chodzi o udowodnienie, że kąt pomiędzy kierunkiem promienia padającego i wychodzącego z węgielnicy jest



Rys. 37.

kątem prostym, niezależnie od wielkości kąta padania promienia (rys. 37). Rozpatrujemy trójkąt *ABC;* kąt *x*, jako zewnętrzny równy jest

$$x = \text{kąt } CBA + \text{kąt } BCA$$
$$x = \alpha + (90^0 - \alpha')$$

(Kąt *CBA* i kąt α są to kąty zewnętrzne naprzemianległe, utworzone z dwóch równoległych przeciętych promieniem padającym).

Jeżeli potrafimy udowodnić, że kąty α i α' są sobie równe, to tym samym udowodnimy, że kąt *x* jest prosty.

Rozpatrujemy teraz $\triangle$ *CDE*. Suma kątów w tym trójkącie winna być równa 180°.

$$\text{kąt } CDE + \text{kąt } DEC + \text{kąt } ECD = 180^\circ$$

$$45^\circ + (90^\circ - \gamma) + (90^\circ - \beta') = 180^\circ$$

$$\beta' = 45^\circ - \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Analogicznie suma kątów w trójkącie *FED*:

$$\text{kąt } FED + \text{kąt } DFE + \text{kąt } DFE = 180^\circ;$$

$$(90^\circ + \gamma) + 45^\circ + \beta = 180^\circ$$

$$\beta = 45^\circ - \gamma \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Z zestawienia widzimy, że

$$\beta = \beta'$$

Fizyczne prawo padania i załamywania się promieni uczy nas, że dla dwóch ośrodków o różnej gęstości stosunek sinusa kąta padania promieni w jednym z nich do sinusa kąta załamania w drugim jest wielkością stałą. A więc:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \text{const.} \qquad \frac{\sin \alpha'}{\sin \beta'} = \text{const.}$$

Wobec czego możemy napisać, że:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha'}{\sin \beta'};$$

ponieważ zaś

$$\beta = \beta'$$

zatem i sinusy ich są sobie równe, wobec czego:

$$\sin \alpha = \sin \alpha'$$

z czego możemy wnioskować, że:

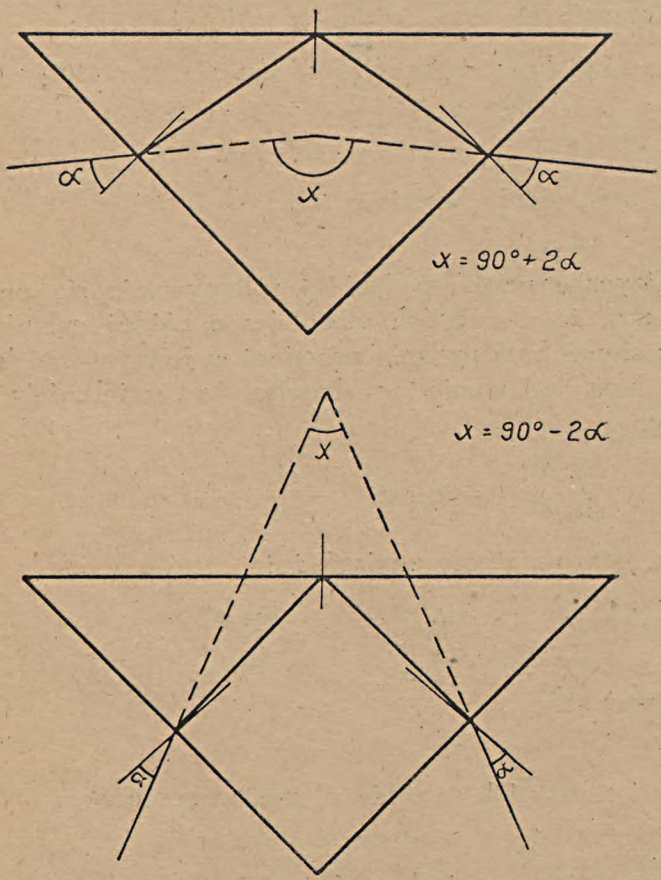
$$\alpha = \alpha',$$

ponieważ wiemy, że obydwa kąty są kątami ćwiartki pierwszej.

Powyższe stwierdzenie dowodzi równocześnie, że kąt

$$x = 90^0.$$

Chcąc wytyczyć w terenie prostopadłą do danej prostej, ustawiamy pomocnika z tyczką tak, aby trzymana



Rys. 38.

przezeń tyczka stanowiła przedłużenie obserwowanego w węgielnicy obrazu tyczki *T*.

Opisany powyżej obieg promieni, przy pomocy którego możemy wyznaczać kierunki prostopadłe, nazywamy obiegiem pełnym w odróżnieniu od obiegu niepełnego, który do tyczenia kierunków prostopadłych nie może być użyty, ponieważ przy obiegu niepełnym kąt jest zależny od kąta padania, a więc jest zmienny

$$x = 90^0 \pm 2\alpha \text{ (rys. 38)}.$$

Obieg promieni pełny posiada dwukrotne odbicie i dwukrotne załamanie promienia, obieg zaś niepełny posiada dwukrotne załamanie, lecz tylko jednokrotne odbicie.

Obraz powstały z obiegu promienia pełnego jest zwykle zamglony i niezbyt wyraźny, ale nieruchomy: przy poruszaniu węgielnicą jest stale w jednym i tym samym miejscu. Natomiast obraz powstały z obiegu niepełnego jest ostry i wyraźny, ale przy obracaniu węgielnicą dookoła osi (czyli przy zmianie wielkości kąta padania promieni) porusza się, zmieniając swe położenie. Tycząc prostopadłe, należy zawsze sprawdzić, czy obserwowany w węgielnicy obraz jest obrazem właściwym, tj. obrazem powstałym z pełnego obiegu promieni.

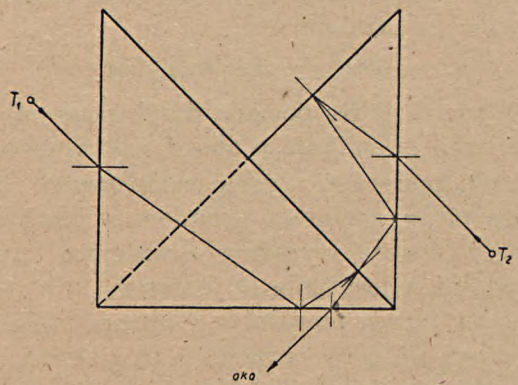
Sprawdzamy — lekko obracając węgielnicą: gdy obraz stoi — jest obrazem właściwym, gdy się porusza — musimy szukać innego, właściwego.

§ 15. Krzyż pryzmatyczny. Pentagon.

Złożywszy ze sobą dwie węgielnice pryzmatyczne, tak aby ich ściany przeciwprostokątne były do siebie prostopadłe, otrzymamy węgielnicę dwupryzmatyczną, czyli tzw. krzyż pryzmatyczny.

Przy pomocy krzyża pryzmatycznego, oprócz tyczenia kierunków prostopadłych, jak zwykłą, pojedyńczą węgielnicą pryzmatyczną, możemy ustawiać się na danej prostej pomiędzy dwoma punktami A i B bez pomocy kierującego nami pomocnika. W jednej węgielnicy obserwujemy obraz

lewej tyczki *A*, a w drugiej — obraz prawej tyczki *B*. Z chwilą kiedy odnajdziemy takie położenie przyrządu, że obydwa te obrazy będą stanowiły jeden przedłużenie drugiego, — odnaleziony punkt leży na prostej *AB* (rys. 39).



Rys. 39.

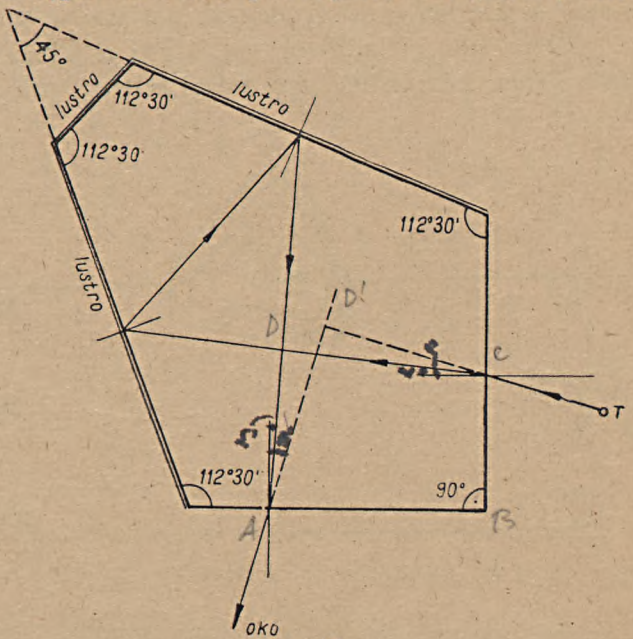
Węgielnicą wygodniejszą w użyciu od węgielnicy pryzmatycznej trójkątnej jest węgielnica pięciokątna, zwana pentagonem Gouliera. Wykonana jest cała także ze szkła i trzy jej ściany powleczone są amalgamatem rtęci. Jeden z kątów podstawy = 90°, pozostałe zaś po 112°30′ (rys. 40).

Zaletą pentagonów jest to, że nie dają obrazów niewłaściwych, a tylko właściwe, służące do wyznaczania kierunków prostopadłych.

§ 16. Prace węgielnicami.

A. Prócz zwykłego tyczenia kierunków prostopadłych, węgielnice służą do rozwiązywania szeregu praktycznych zagadnień w terenie. Jeżeli dany jest w terenie odcinek *AB*, niedostępny do bezpośredniego pomiaru, ale przeszkoda, która uniemożliwia pomiar, nie przeszkadza, aby z punktu *A* widać było punkt *B*, wówczas pomiar przeprowadzamy

w sposób następujący: tyczymy w punktach *A* i *B* przy pomocy węgielnic dwie prostopadłe do prostej *AB*, a na



Rys. 40.

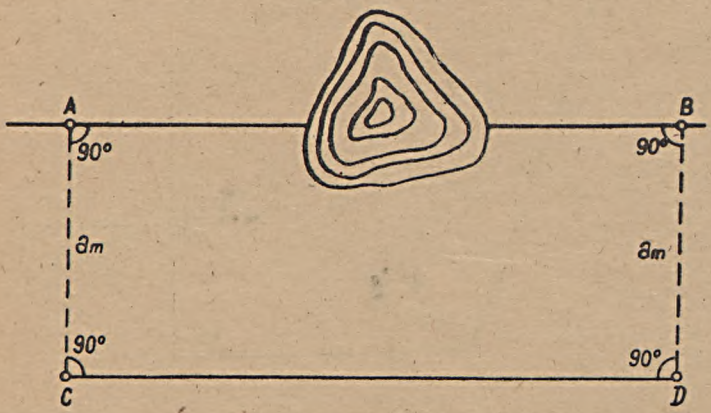
tych prostopadłych odmierzamy dwa równe sobie odcinki, otrzymując w terenie punkty *C* i *D*.

Odcinek *CD* jest równoległy do *AB* i równy *AB*. Mierząc bezpośrednio odcinek *CD* poznajemy tym samym szukaną długość *AB* (rys. 41).

B. Przy pomocy węgielnic wykonujemy tyczenie i pomiar odcinka w lesie, gdzie pomiędzy punktami końcowymi odcinka *A* i *B* znajduje się szereg przeszkód w postaci drzew, uniemożliwiających bezpośrednią widoczność i pomiar odcinka.

Chcąc wyznaczyć długość odcinka *AB* i punkty pośrednie na nim postępujemy w sposób następujący: ustawiwszy dwóch pomocników w punktach *A* i *B* szukamy następ-

nie pomiędzy drzewami prześwitu możliwie najbardziej zbliżonego do kierunku AB. Robotnik stojący w punkcie B podaje głosem lub gwizdkiem sygnały i z kierunku dochodzenia głosu orientujemy się mniej więcej, jak przebiega kierunek AB.



Rys. 41.

Wytyczywszy linię prześwitu AC, przy pomocy węgielnicy znajdujemy spodek prostopadłej D, spuszczonej z punktu B na linię prześwitu. Następnie mierzymy bezpośrednio odcinki AD i BD oraz obliczamy wg Pitagorasa długość:

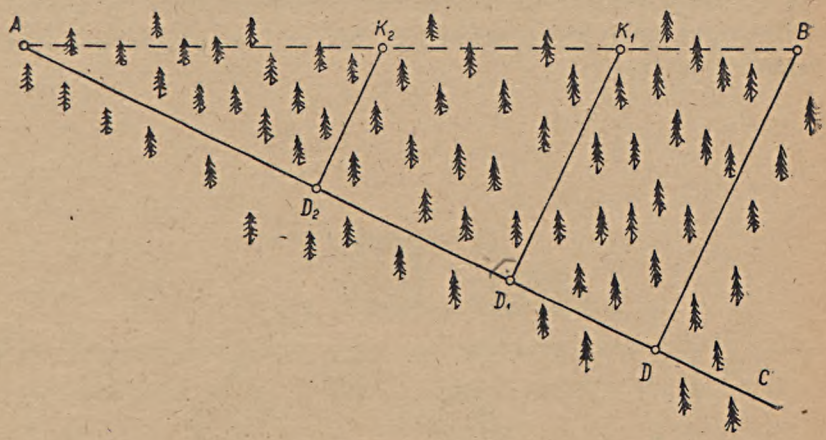
$$AB = \sqrt{AD^2 + BD^2}.$$

Chąc wyznaczyć na prostej AB punkt pośredni K_1, obieramy dowolny punkt D_1 na prostej AD i tyczymy w tym punkcie prostopadłą do AD. Następnie mierzymy AD_1 i obliczamy długość D_1K_1.

$$D_1K_1 = BD \cdot \frac{AD_1}{AD}$$

którą z kolei odmierzamy na wytyczonej prostopadłej, otrzymując punkt K_1 leżący na prostej AB.

Takich punktów pośrednich możemy oczywiście wyznaczyć dowolną ilość (rys. 42).



Rys. 42.

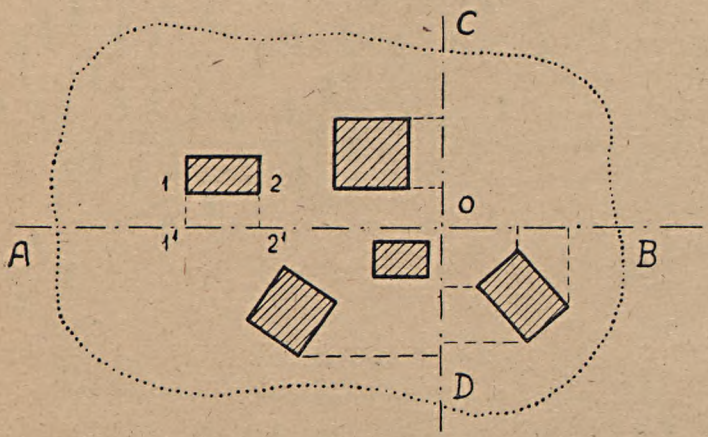
§ 17. Zdjęcie planu metodą domiarów.

Chcąc wykonać plan niewielkiego obszaru przy pomocy poznanych do tej pory przyrządów mierniczych, obieramy na zdejmowanym terenie dwa punkty główne *A* i *B* tworzące linię przecinającą dany obszar mniej więcej przez środek.

Prostą *AB* nazywamy podstawą albo bazą zdjęcia; wszelkie zdejmowane punty będą położeniem swym odniesione do prostej *AB* jako do pewnej osi.

Przyjmując oś *AB* za oś *X*, zaś kierunki do niej prostopadłe — za oś *Y*, wyznaczać będziemy dwie współrzędne każdego ze zdejmowanych punktów w przyjętym układzie osi. Oczywiście przede wszystkim mierzymy dokładnie taśmą stalową długość odcinka *AB*, a następnie, przystępując do zdejmowania punktów szczegółowych np. punkt 1, wyznaczamy przy pomocy węgielnicy spodek prostopadłej 1',

spuszczonej z punktu 1 na oś AB i w dalszym ciągu mierzymy taśmą i ruletką odcinki A —1′ i 1—1′, czyli odciętą i rzędną punktu 1. Analogicznie postępujemy ze wszystkimi punktami, które mają być zdjęte i na planie uwidocznione (rys. 43).



Rys. 43.

Jeżeli nie wszystkie punkty można będzie zdjąć z jednej osi AB, wskutek ich niewidoczności, to należy obrać drugą oś zdjęcia DC, przecinającą się z pierwszą osią AB w punkcie O pod kątem prostym. Położenie punktu O określamy przez pomiar odcinków AO i BO, długość zaś CO i DO mierzymy dokładnie także przy pomocy taśmy stalowej.

Zdjęcie szczegółowych punktów wykonujemy analogicznie, domierzając do osi CD przyjętej za nową oś x-ów.

Tego rodzaju metoda zdjęcia nosi nazwę metody domiarów prostopadłych i jako metoda samodzielna zdjęcia rzadko kiedy występuje, natomiast bardzo często stosowana jest jako metoda zdjęć szczegółowych.

ROZDZIAŁ II

Orientowanie planów.

§ 1. Orientowanie planów względem geograficznego i magnetycznego południka.

Ażeby wykonany na podstawie szeregu najdokładniejszych pomiarów plan posiadał pełnowartościowe znaczenie, musi być jego położenie na powierzchni globu ziemskiego ściśle określone względem stron świata. W przeciwnym bowiem razie, taki sam plan możemy narysować identycznie ze wszystkimi znajdującymi się na nim szczegółami w wielu różnych położeniach, podczas gdy jego rzeczywiste położenie jest tylko jedno i ściśle określone.

Określić położenie planu względem stron świata znaczy to zorientować go względem stron świata.

Aby plan względem stron świata zorientować wystarczy jeżeli zorientujemy jakąkolwiek jedną linię na tym planie. Wówczas, ponieważ wszystkie inne szczegóły z tą linią związane są szeregiem pomiarów, tym samym cały plan będzie zorientowany.

Zasadniczą orientacją jest orientacja względem geograficznych stron świata, czyli względem płaszczyzn południków geograficznych.

Ponieważ wyznaczanie kierunku południka geograficznego w danym miejscu jest czynnością trudną, wymagającą

dokładnych przyrządów i precyzyjnych metod obserwacyjnych, w praktyce mierniczej najczęściej poprzestajemy na tak zwanej orientacji planów względem płaszczyzny południka magnetycznego, korzystając z tego, że wyznaczenie w terenie kierunku południka magnetycznego jest niesłychanie proste i łatwe.

Bieguny magnetyczne i bieguny geograficzne ziemskie nie pokrywają się ze sobą, płaszczyzny zaś południków magnetycznych i geograficznych tworzą ze sobą pewne kąty. Kąty te nazywamy deklinacją, albo zboczeniem magnetycznym.

Ponieważ położenie biegunów magnetycznych jest zmienne w czasie i przestrzeni, wartości deklinacji magnetycznej są na przestrzeni lat zmienne. Deklinacja magnetyczna może być dodatnia i ujemna, wschodnia lub zachodnia. Jeżeli biegun magnetyczny znajduje się na wschód od bieguna geograficznego to deklinacja magnetyczna jest wschodnia czyli dodatnia. Badaniem zachowania się biegunów magnetycznych oraz zmian deklinacji magnetycznej, jak wszelkimi badaniami związanymi ze zjawiskami magnetyzmu ziemskiego, zajmują się specjalne instytuty magnetyczne, które ogłaszają wyniki swych badań w postaci roczników, map magnetycznych, itp.

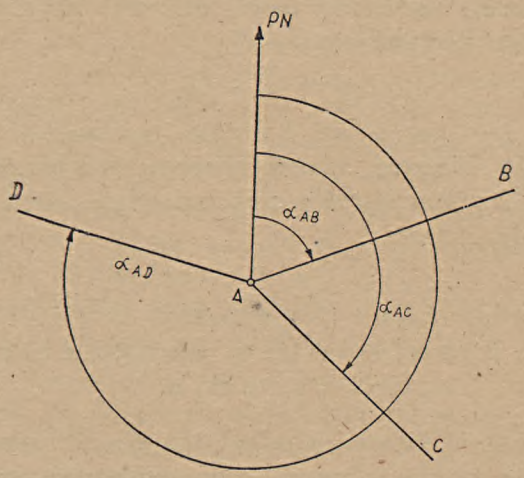
Posługując się tymi publikacjami można zawsze odnaleźć wartość deklinacji magnetycznej dla określonej miejscowości w określonym czasie.

§ 2. Azymuty.

Dla zorientowania pewnej linii w terenie względem stron świata wystarcza, jeżeli będziemy znali kąt, jaki tworzy płaszczyzna południka z daną linią.

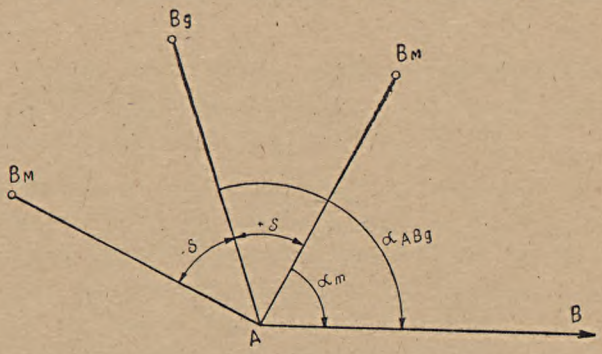
Kąt pomiędzy kierunkiem północnym i danym kierunkiem w terenie, liczony od północy przez wschód do da-

nego kierunku, nazywamy azymutem danego kierunku (rys. 44).



Rys. 44.

Jeżeli orientujemy względem płaszczyzny południka geograficznego, mamy azymut geograficzny, jeżeli zaś



Rys. 45.

względem południka magnetycznego — azymut magnetyczny.

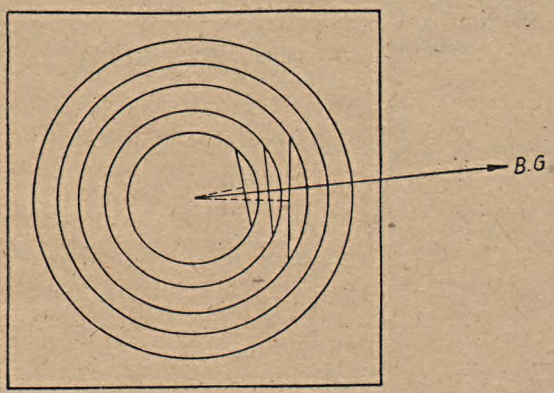
Jeżeli znamy wartość azymutu magnetycznego danego kierunku $AB = \alpha_{AB_m}$ to znając wartość deklinacji magnetycznej δ łatwo będziemy mogli obliczyć azymut geograficzny danego kierunku (rys. 45)

$$\alpha_g = \alpha_m + \delta$$

pamiętając, że δ może być dodatnie i ujemne, w zależności od położenia bieguna magnetycznego względem bieguna ziemskiego. Azymut określa położenie danej linii w terenie zupełnie jednoznacznie.

§ 3. Przybliżone sposoby wyznaczania kierunku południka geograficznego w terenie.

Wyznaczenie kierunku południka geograficznego w danym punkcie można w przybliżeniu wykonać przy pomocy prostego bardzo przyrządu, zwanego gnomonem (rys. 46).



Rrys. 46.

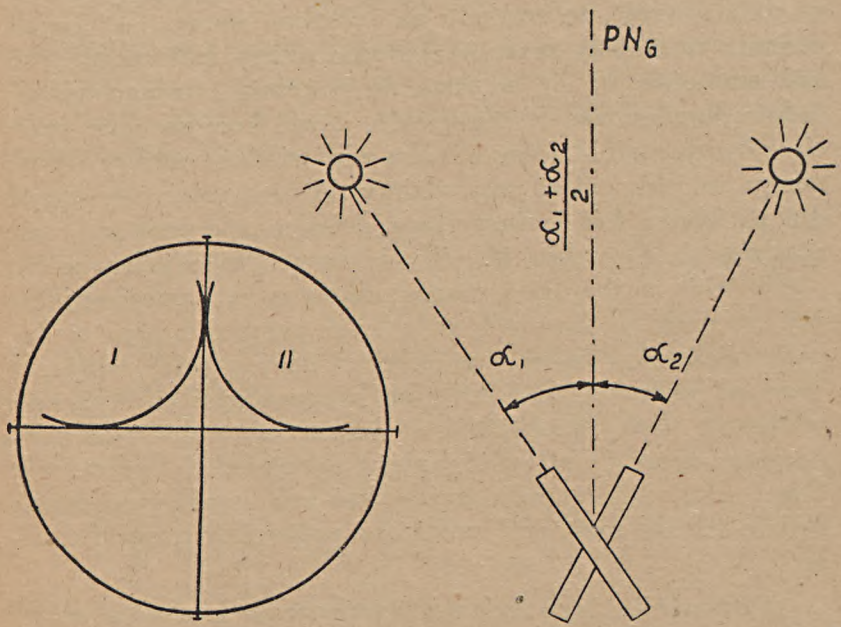
Jest to kwadratowa deska o wymiarach około 30 × 30 cm, oklejona papierem, na którym narysowany jest szereg kół koncentrycznych o promieniach zwiększających się co centymetr.

We wspólnym środku tych kół wbijamy pionowo żelazny walcowy pręt długości około 15 — 20 cm. W słoneczny dzień wynosimy deskę na powietrze od samego rana i obserwujemy przez cały dzień zachowanie się cienia wbitego pręta. Koniec cienia (który ma zmieniającą się w ciągu dnia długość, ze względu na wysokość słońca i kierunek padania promieni) przecina kolejno okręgi poszczególnych kół, zmniejszając się od rana do południa i rosnąc od południa do wieczora. W ten sposób każde koło zostanie przecięte dwukrotnie. Łącząc ze sobą odpowiednie punkty, otrzymamy szereg cięciw; prowadzimy do tych cięciw prostopadłe ze środka kół i otrzymamy pewien pęk prostych, wychodzących z punktu *O*. Wybieramy z tego pęku prostą o położeniu najbardziej wypośrodkowanym i przyjmujemy jej kierunek za kierunek południka geograficznego w danym miejscu. Wzdłuż wypośrodkowanej prostej wbijamy dwie pionowe szpilki i, celując poprzez szpilki, wbijamy w terenie dwie tyczki, które płaszczyznę południka uwidocznią: chcąc ją utrwalić, należy w miejscach tyczek wykonać dwa znaki stabilizacyjne, których wspólny kierunek będzie trwale zaznaczał położenie południka geograficznego.

Oczywiście, tego rodzaju wyznaczenie kierunku południka geograficznego jest bardzo przybliżone i niedokładne i może służyć tylko do celów orientacyjnych.

Dokładniejszy sposób polega na obserwacji słońca. Przy pomocy teodolitu obserwujemy w godzinach przedpołudniowych tarczę słoneczną skierowując lunetę tak, aby słońce było styczne do dwóch nitek teodolitu: pionowej i poziomej. Następnie, unieruchamiamy lunetę tak, aby nie zmieniać jej pochylenia do poziomu i, tylko obracając ją w płaszczyźnie poziomej, czekamy aż słońce w godzinach popołudniowych, po przejściu przez kulminację południową, znów zniży się i stanie stycznie do tych samych dwóch nitek (rys. 47). Dwusieczna kąta z pierwszego i drugiego położe-

nia lunety wyznaczy nam kierunek południka geograficznego w terenie. Dla większej dokładności określenia kierunku południka geograficznego należy do otrzymanej średniej arytmetycznej odczytów na poziomej tarczy podziało-



Rys. 47.

wej teodolitu dodać pewną poprawkę deklinacji słonecznej. Wówczas można przyjąć, że kierunek południka wyznaczony został z dość dużą dokładnością.

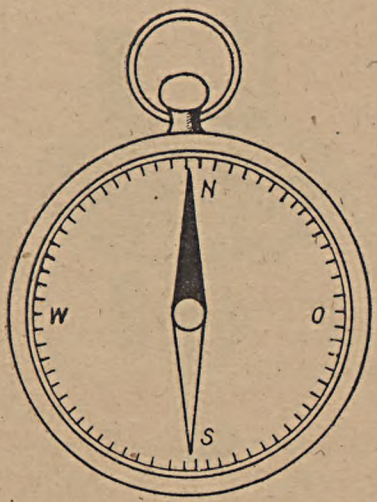
§ 4. Wyznaczanie kierunku południka magnetycznego.

Sposób wyznaczania kierunku płaszczyzny południka magnetycznego w terenie jest bardzo prosty i polega na wykorzystaniu właściwości igły magnetycznej, która, zawieszo-

na swobodnie, ustawia się w płaszczyźnie południka magnetycznego wskazując jednym swym końcem na północny biegun magnetyczny.

Toteż przyrządy, służące do pomiaru azymutów magnetycznych, jako najistotniejszą część składową posiadają igłę magnetyczną.

Najprostszym przyrządem służącym do wyznaczania kierunku północy magnetycznej jest kompas. Jest to niewielkie pudełko, o kształcie walcowatym ze szklaną przykrywką u góry, wewnątrz którego po środku osadzona jest swobodnie zawieszona igła magnetyczna. Ponieważ swobodnie zawieszona igła magnetyczna posiada pewne nachylenie

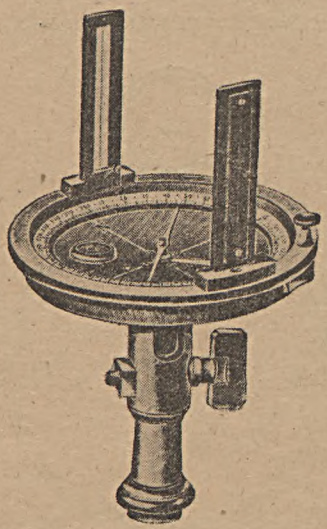


Rys. 48.

do poziomu zwane inklinacją igły, musi ona być zrównoważona przez lekkie obciążenie jednego z końców przy pomocy niewielkiej nakładki z wosku lub miedzi. Kompas, jako przyrząd niewielki, daje niezbyt dużą dokładność i służy raczej tylko do przybliżonego określenia kierunku północy magnetycznej dla celów orientacyjnych (rys. 48).

§ 15. Busola.

Przyrządem służącym do pomiaru azymutów magnetycznych jest busola (rys. 49). Jest to płaskie pudełko walcowate o podstawie okrągłej, na dnie którego umieszczona jest tarcza z podziałką stopniową. Na osi tarczy, na specjalnym trzpieniu osadzona jest igła magnetyczna zawieszona swobodnie. Trzpień o kształcie zaokrąglonym wykonany jest z agatu; jest to bardzo twardy kamień nieścierający się z powodu tarcia wywołanego obracaniem się igły. Na zew-

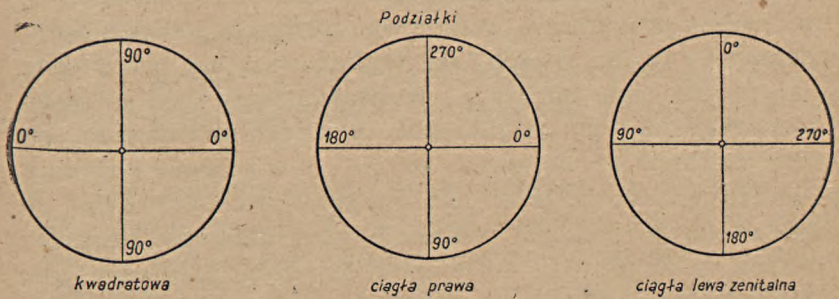


Rys. 49.

nątrz przymocowane są do pudełka dwie pionowe ścianki zaopatrzone w otwory, czyli przezierniki służące do celowania.

Płaszczyzna przezierników jest tak umieszczona, że przecina koło podziałowe wzdłuż średnicy. U dołu mamy podstawkę służącą do osadzania przyrządu na trójnogu.

Podziałka busoli może być trojakiego rodzaju: 1) wzrastająca od 0° do 360° w sposób ciągły w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara, czyli tak zwana podziałka ciągła prawa, 2) wzrastająca od 0° do 360° w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara, czyli ciągła lewa i 3) podziałka kwadrantowa albo czwartakowa.



Rys. 50.

wzrastająca od dwóch zer w cztery strony do 90° (rys. 50). Najmniejsza działka, czyli dokładność podziału busoli, wynosi zazwyczaj jeden lub pół stopnia.

Płaszczyzna przezierników umieszczona jest tak, że przecina koło podziałowe wzdłuż średnicy 0° — 180° lub 0° — 0°, przy tym przeziernik przedmiotowy znajduje się zawsze przy zerze.

Żeby przy przenoszeniu instrumentu igła magnetyczna niepotrzebnie się nie wahała posiada ona specjalny sztyfcik, służący do jej unieruchamiania.

Dobra busola powinna spełniać szereg warunków niezbędnych dla dokładnego pomiaru azymutów.

Przede wszystkim nie może zawierać żadnych części żelaznych, które wywołują zaburzenia w ruchu igły magnetycznej.

Następnie koło podziałowe winno być wycechowane równomiernie. Sprawdzamy to przy pomocy mikrometrycz-

nego cyrkla. Wadliwego wycechowania tarczy nie można usunąć; tarcza taka winna być zastąpiona przez nową.

Sama igła magnetyczna winna być osadzona centrycznie. Sprawdzamy to przez wykonanie dwóch odczytów na obu końcach igły i jeżeli różnica ich, co najmniej w dwóch położeniach równa będzie 180° znaczy to, iż igła osadzona jest prawidłowo.

Igła magnetyczna musi być dobrze namagnesowana, czyli winna prawidłowo wskazywać kierunek północy. Sprawdzamy to w ten sposób, że wykonawszy na ustawionej w spoczynku igle odczyt a_1, wyprowadzamy igłę ze stanu równowagi za pomocą jakiegoś żelaznego przedmiotu, po czym czekamy aż się znów ustawi nieruchomo i robimy powtórny odczyt a_2. Jeżeli odczyty te nie są sobie równe, to oznacza to, że igła nie wskazuje prawidłowego kierunku północy, gdyż ustawia się w coraz to innym położeniu. Igłę taką należy wyjąć i namagnesować.

Ostatnim wreszcie warunkiem jest, aby igła nie była za silnie namagnesowana, co się ujawnia przez jej długotrwałe wahania zanim ustawi się w spoczynku. Mówimy wówczas, że igła jest zbyt czuła. Igła nie powinna wahać się więcej niż 8 — 12 razy w obie strony, zanim się ustabilizuje.

Z chwilą sprawdzenia wszystkich powyższych warunków, będziemy mogli przystąpić do pomiaru azymutów. Należy pamiętać, żeby przy pracy busolą nie mieć przy sobie żadnych przedmiotów żelaznych, jak klucze, oprawa okularów, itp., które wpływają ujemnie na wynik pomiarów, przez powodowanie nieprzewidzianych zupełnie odchyleń igły magnetycznej.

§ 6. Pomiar azymutów i czwartaków.

Mając w terenie wytyczony kierunek *AB*, jeżeli chcemy zmierzyć jego azymut, ustawiamy busolę w punkcie począt-

kowym danego kierunku A i celując płaszczyzną przezierników na punkt końcowy B, skierowujemy płaszczyznę przezierników wzdłuż danego kierunku. Następnie, zwalniamy igłę magnetyczną i poczekawszy aż się uspokoi, odczytujemy, co nam wskazuje jej północny koniec. Odczyt ten równa się pewnej wartości a_n; jest to łuk albo kąt zawarty pomiędzy zerem podziałki i koła podziałowego, a północnym końcem igły magnetycznej, liczony w kierunku wzrastania podziałki.

Na podstawie wartości odczytu a_n będziemy w zależności od rodzaju podziałki wnioskowali o wielkości danego azymutu.

Jeżeli pomiar przeprowadzamy busolą o podziałce ciągłej prawej, to jak to wyraźnie wyjaśnia rysunek, azymut danego kierunku będzie dopełnieniem wartości odczytu na północnym końcu igły do 360°; w wypadku zaś podziałki ciągłej lewej azymut jest równy wartości odczytu.

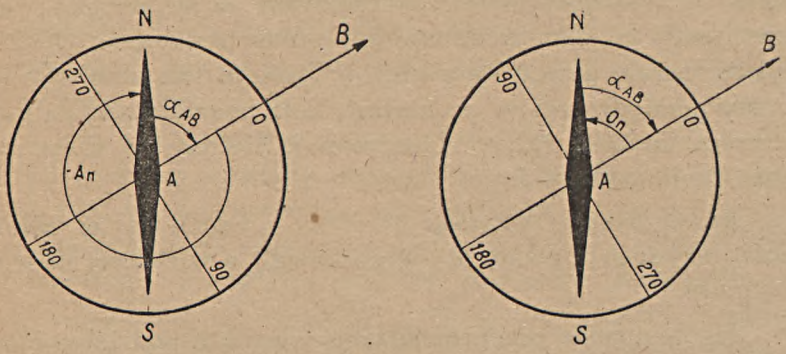
$$\alpha_{AB_{pr}} = 360^0 - a_n$$

$$\alpha_{AB_l} = a_n$$

Stąd widzimy, że praktycznie wygodniejsza jest podziałka lewa, gdyż odczytując na niej wskazania północnego końca igły magnetycznej, odczytujemy gotowe azymuty (rys. 51).

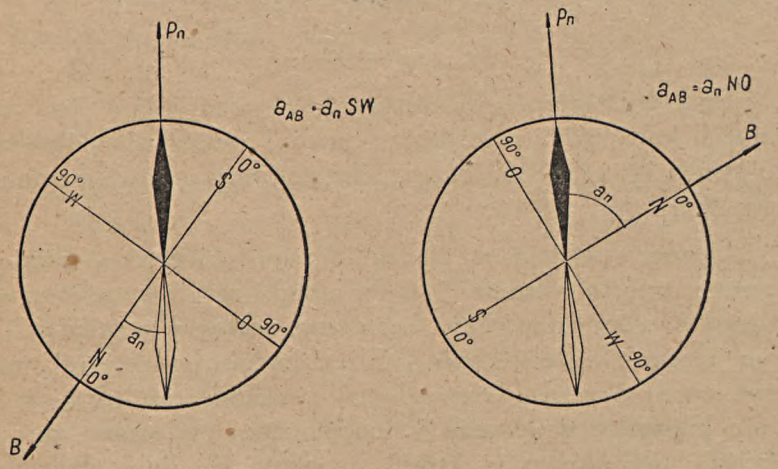
Oprócz pojęcia azymutu danego kierunku, istnieje jeszcze pojęcie czwartaków. Czwartakiem albo rumbem danego kierunku nazywamy kąt ostry, zawarty pomiędzy danym kierunkiem w terenie, a bliższym mu końcem igły magnetycznej. Wartość bezwzględna czwartaka nie określa danego kierunku w terenie jednoznacznie; musimy zawsze określić dodatkowo w której ćwiartce się dany czwartak znajduje. Np. czwartak pewnego kierunku $\alpha_{AB} = 22^0\ NO$ oznacza to, że kierunek AB leży pomiędzy kierunkiem północnym i wschodnim i tworzy z północą kąt 22°; $\alpha_{AB} = 10^0 SW$

oznacza kierunek pomiędzy południem i zachodem o 10° od południa.



Rys. 51.

Busola o podziale kwadrantowym służy do pomiaru czwartaków, których wartość i ćwiartkę odczytuje się bezpośrednio z koła podziałowego (rys. 52).



Rys. 52.

Pomiędzy azymutami i czwartakami istnieje ścisły związek; znając azymut pewnego kierunku, można obliczyć jego

czwartak i odwrotnie. Zależność tę podajemy poniżej w formie tabelki (tab. 5).

Tabela 5.

Azymuty	Czwartaki
$0^0 < \alpha < 90^0$	$a = \alpha$ *NO*
$90^0 < \alpha < 180^0$	$a = (180^0 - \alpha)$ *SO*
$180^0 < \alpha < 270^0$	$a = (\alpha - 180^0)$ *SW*
$270^0 < \alpha < 360^0$	$a = (360^0 - \alpha)$ *NW*

Zależność pomiędzy azymutami i czwartakami.

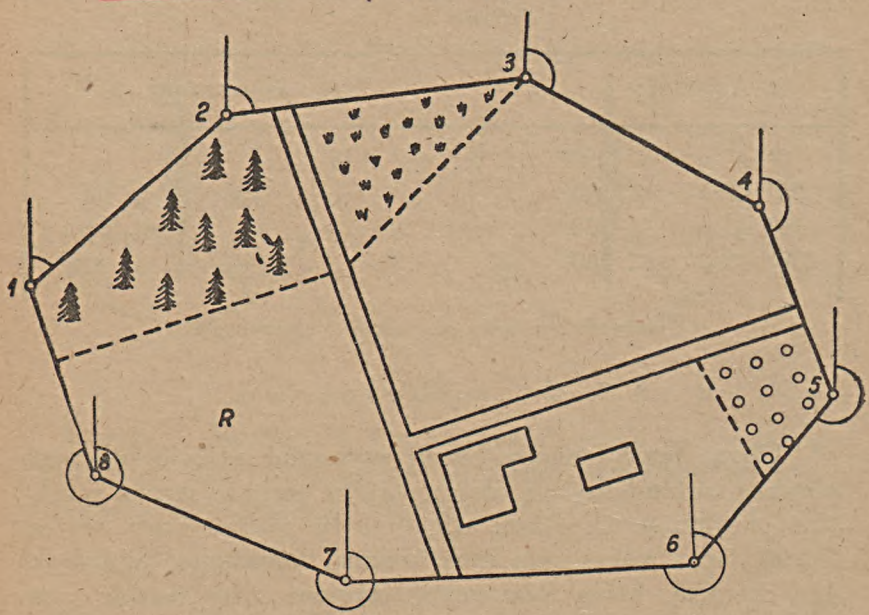
§ 7. Ciągi busolowe.

Chcąc przy pomocy busoli wykonać zdjęcie pewnego obszaru, zakładamy na zdejmowanym terenie szereg punktów obejmujących mniej więcej cały zdejmowany obszar. Punkty te utworzą nam linię łamaną, zamkniętą (wielobok) lub otwartą, którą nazywamy ciągiem. Aby ustalić wzajemne położenie punktów ciągu względem siebie, mierzymy taśmą stalową lub łatą (a czasem optycznie, o czym będzie mowa dalej) wszystkie boki naszego ciągu, a następnie, przy pomocy busoli, mierzymy kolejno wszystkie azymuty wszystkich kierunków ciągu. Powyższe pomiary stanowią wystarczający zespół danych, aby ciąg na planie w obranej skali narysować (rys. 53).

Przy rysowaniu może się zdarzyć, że ciąg nam się nie zamknie. Będzie to spowodowane zarówno błędami pomiarowymi jak i błędami kreślarskimi.

Przede wszystkim należy sprawdzić, czy niezamknięcie ciągu leży w granicach dopuszczalnych; jeżeli błąd jest dopuszczalny, to należy drogą pewnych poprawek doprowadzić ciąg do zamknięcia, czyli błąd wyrównać; jeżeli błąd

będzie niedopuszczalny, należy pomiary powtórzyć. Dopuszczalne niezamknięcie ciągów busolowych ustalono za równe od $^1/_{400}$ do $^1/_{200}$ całkowitej długości ciągu.



Rys. 53.

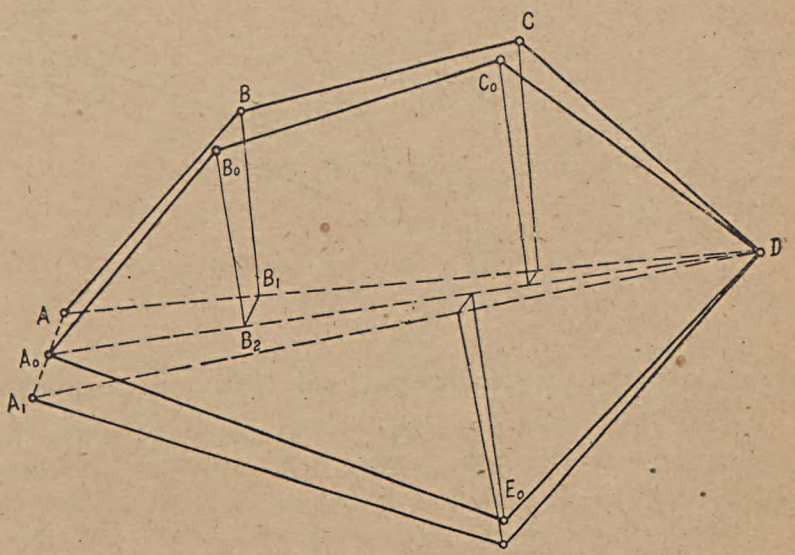
Wyrównanie ciągu można wykonać dwoma sposobami: metodą graficzną albo graficzno-analityczną.

Przypuśćmy, że ciąg $ABCD$ nie zamknął się o wielkość AA_1 mniejszą od wartości błędu dopuszczalnego. Przyjmujemy, że jeden z wierzchołków ciągu został naniesiony prawidłowo (zawsze naniesienie pierwszego punktu jest dowolne), np. punkt D, który jest mniej więcej równoodległy od niezamknięcia, licząc po obwodzie ciągu w obie strony. Łączymy punkt D z punktem A i A_1.

Przyjmujemy dalej, że prawidłowe położenie punktu A_0 znajduje się w środku odcinka AA_1. Punkt ten łączymy także z punktem D.

Następnie, chcąc odnaleźć prawidłowe położenie punktu B spuszczamy zeń prostopadłą na prostą DA dalej, ze spodka prostopadłej B_1 prowadzimy równoległą B_1B_2 do odcinka błędu. W punkcie B_2 prowadzimy prostapodłą do DA_0 i na tej prostej odmierzamy odcinek $B_2B_0 = BB_1$ Otrzymany punkt B_0 jest wyrównanym położeniem punktu B.

Analogicznie postępujemy z wszystkimi pozostałymi wierzchołkami, otrzymując w rezultacie ciąg wyrównany (rys. 54).



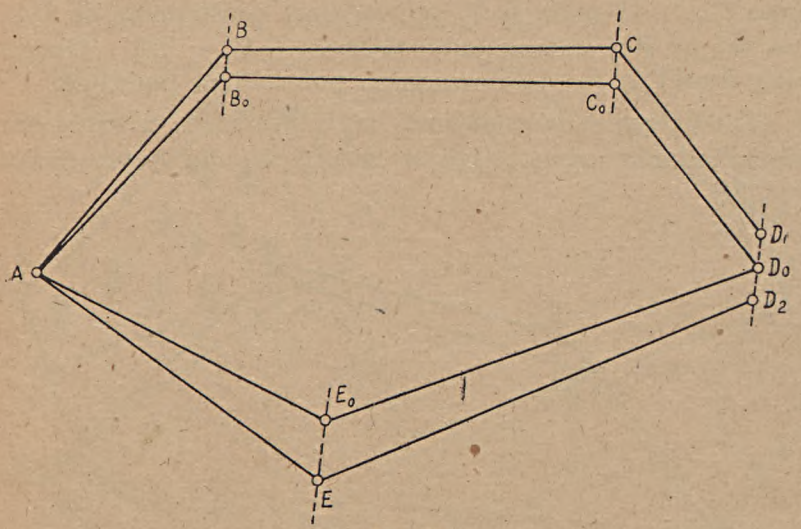
Rys. 54.

Drugi sposób polega na obliczeniu błędu jednostkowego i następnie na proporcjonalnym przesunięciu wszystkich wierzchołków.

Błąd jednostkowy równy jest odcinkowi niezamknięcia dzielonemu przez całkowity obwód ciągu.

Rozpoczynając wyrównanie od punktu A, zakładamy przede wszystkim, że najprawdopodobniej właściwe położenie poszczególnych wierzchołków będzie leżało na kie-

runkach równoległych do odcinka błędu. Przesunięcia zaś poszczególnych punktów będą proporcjonalne do ich odle-



Rys. 55.

głości od punktu wyjściowego. I tak, przesunięcie punktu *B* wyniesie:

$$BB_0 = \Delta f \cdot AB$$

gdzie

$$\Delta f = \frac{D_1 D_2}{AB + BC + CD + DE + EA}$$

Przesunięcie punktu *C*

$$CC_0 = \Delta f \cdot (AB + BC)$$

itd. (rys. 55).

Rozdział III

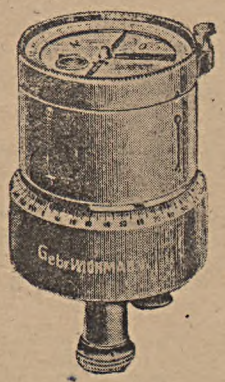
Pomiary kątowe.

§ 1. Kąty poziome w terenie. Elementarne przyrządy do pomiaru.

Dla przedstawienia na planie kąta utworzonego przez pewne dwa kierunki w terenie, należy ten kąt pomierzyć. Kąt pomiędzy dwoma kierunkami w terenie będzie to pewien kąt dwuścienny, utworzony przez dwie płaszczyzny pionowe, przechodzące przez dane kierunki. Rzut kąta dwuściennego na płaszczyznę poziomą będzie kątem liniowym odpowiadającym wielkości danego kąta dwuściennego. Pomiar kąta będzie polegał na rzutowaniu jego ramion przy pomocy płaszczyzn pionowych na poziomą płaszczyznę odniesienia i następnie na odczytywaniu wartości kąta liniowego na płaszczyźnie rzutowania.

Przyrządy służące do pomiaru kątów poziomych muszą więc posiadać dwie zasadnicze części składowe: jedną — do rzutowania ramion, a więc pionową płaszczyznę celową, drugą — do odczytywania wartości kąta liniowego, a więc poziomą tarczę podziałową.

Najprostszym przyrządem służącym do pomiaru kątów jest goniometr (rys. 56). Składa się on z dwóch części: dolnej zwanej limbusem i górnej zwanej alidadą. Limbus jest to walec metalowy o średnicy około 13 cm, na którego górnym obwodzie wyryta jest podziałka stopniowa. Górna część, czyli alidada, jest to także walec o średnicy nieco mniejszej, umieszczony na wspólnej osi z limbusem i obracany względem limbusa przy pomocy specjalnej śruby S.



Rys. 56.

Na alidadzie wycięte są dwie pary przezierników oraz umieszczony jest noniusz, czyli podziałka służąca do odczytywania na podziałce limbusa drobnych części podziału. Alidada powinna być umieszczona centrycznie względem limbusa.

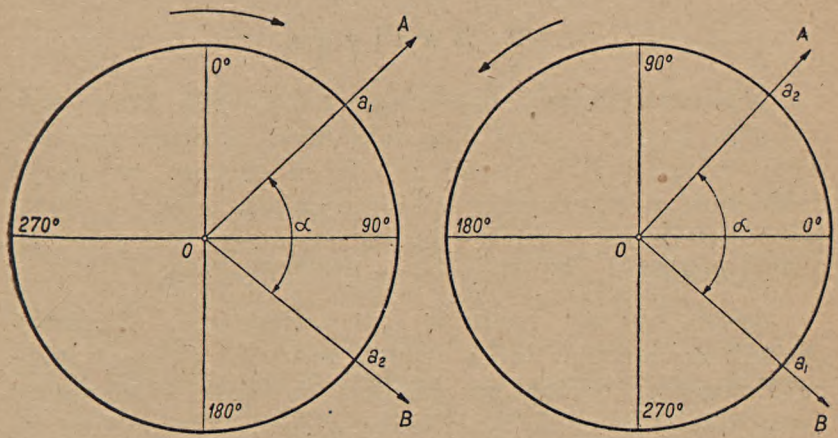
Podziałka limbusa jest zwykle podziałką ciągłą, przy tym może być prawostronna lub lewostronna.

Pomiar kąta wykonujemy w sposób następujący: ustawiamy instrument w wierzchołku mierzonego kąta, starając się ustawić go tak, by płaszczyzna limbusa była pozioma i przy pomocy jednej z płaszczyzn przezierników celujemy kolejno do obu ramion kąta, notując po każdym

celowaniu odczyty z noniusza a_1 i a_2 Należy przy celowaniu zachować kolejność celowania w kierunku wzrastania podziałki, czyli przy podziałce prawej najpierw celujemy na lewe ramię kąta, a przy podziałce lewej najpierw celujemy na ramię prawe. Wartość kąta obliczamy z różnicy odczytu drugiego — minus odczyt pierwszy:

$$\alpha = a_2 - a_1 .$$

Jeżeli, pomimo zachowania kolejności celowania, odczyt drugi wypadnie mniejszy od pierwszego oznacza to, że zero podziału (równoznaczne z wartością 360°) leży pomiędzy ramionami danego kąta. Wówczas obliczamy kąt odejmując od odczytu drugiego, zwiększonego o 360°, odczyt pierwszy (rys. 57).



Rys. 57.

$$\alpha = (a_2 + 360^0) - a_1$$

Notowanie pomiarów kątowych odbywa się w specjalnych notatnikach kątowych; schemat takiego notatnika podajemy poniżej (Tab. 6).

Tabela 6.

Wierzchołek mierzonego kąta	Cel	Odczyty			Kąty obliczone	Kąty średnie	Kąty wyrównane	Uwagi
		Noniusz I	Nnniusz II	średni				
A	B	182°35′	35′	182°35′				
	C	203°47′	47′	203°47′	21°12′			
A	B	2°34′	34′	2°34′				
	C	23°46′	46′	23°46′	21°12′	21°12′		

Natatnik kątowy:

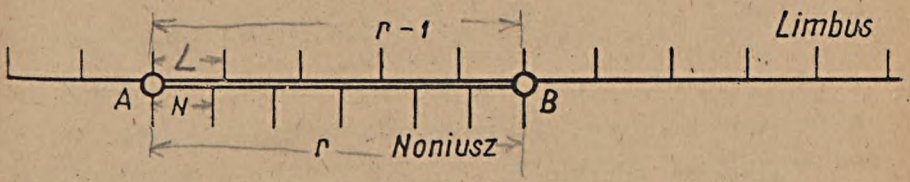
§ 2. Noniusz.

Jeżeli mamy podziałkę liniową lub kątową, której najmniejsza działka wynosi L, to dokładność pomiaru przy pomocy tej podziałki wynosi L. Jeżeli chcemy zwiększyć dokładność odczytywania, to do podziałki głównej dodajemy dodatkową podziałkę zwaną noniuszem, która zwiększy nam dokładność odczytywania kilkakrotnie.

Zasada budowy noniusza jest następująca. Bierzemy odcinek zawierający kilka działek podziałki głównej, zwanej limbusem i odcinek ten dzielimy na działki nieco mniejsze tak, żeby wypadło ich o jedną więcej. Przypuśćmy, że działek tych będzie r, wartość zaś każdej z nich niechaj wynosi N. Wartość jednej działki limbusa nazwijmy L, ilość tych działek odpowiadająca długości noniusza będzie równa $(r - 1)$ (rys. 58). Dokładnością noniusza nazywamy różnicę pomiędzy wartością jednej działki limbusa a wartością jednej działki noniusza.

$$\sigma = (L - N).$$

Chcąc wyrazić dokładność w funkcji ilości działek na noniuszu, porównajmy ze sobą długość odcinka równego



Rys. 58.

całkowitej długości noniusza, wyrażonej raz w funkcji wartości jednej działki na limbusie:

$$AB = L \,.\, (r - 1),$$

drugi raz w funkcji wartości jednej działki na noniuszu:

$$AB = N \,.\, r;$$
$$L \,.\, (r - 1) = N r;$$
$$L r - N r = L$$
$$L - N = \frac{L}{r}$$
$$\sigma = \frac{L}{r};$$

Otrzymaliśmy wyrażenie matematyczne, które określa nam dokładność noniusza, jako stosunek wartości jednej działki na limbusie do ilości działek na noniuszu.

Odczytem z noniusza nazywamy odcinek lub łuk zawarty pomiędzy zerem limbusa a zerem noniusza, liczony w kierunku wzrastania podziałki. Odczyt przy użyciu noniusza składa się zasadniczo z dwóch części: odczyt zrobiony z samego limbusa, czyli a_0; będzie to całkowita ilość działek limbusa od zera limbusa do zera noniusza oraz końcówka odczytu x, zrobiona przy pomocy noniusza (rys. 59).

Wielkość x można określić jako różnicę dwóch łuków AB i CB, obserwując bowiem działki noniusza, zawsze od-

najdziemy jedną taką działkę B, która będzie się pokrywała z kreską limbusa.

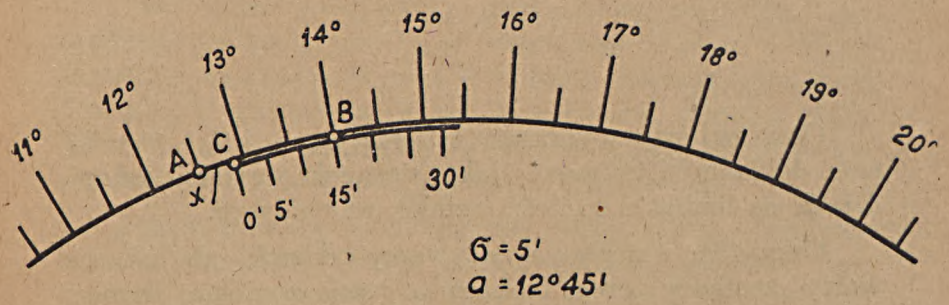
$$AB = n \cdot L,$$
$$BC = n \cdot N,$$
$$x = nL - nN = n(L - N).$$
$$x = n \cdot \sigma.$$

Całkowity odczyt:

$$a = a_0 + x = a_0 + n \cdot \sigma.$$

Ażeby wykonać odczyt z noniusza, czyli znaleźć wartość x, należy, znając dokładność danego noniusza, odnaleźć kreskę, pokrywającą się z kreską na limbusie i kolejny numer tej kreski pomnożyć przez dokładność noniusza.

Cechowanie działek noniusza polega na wypisaniu przy każdej z nich wartości odczytu z noniusza w wypadku, gdy



Rys. 59.

dana kreska pokrywa się z kreską limbusa, a więc przy początkowej oczywiście 0, przy pierwszej 1σ, przy drugiej 2σ... przy n — tej — $n\sigma$ (rys. 59).

Zadanie: zaprojektować noniusz o dokładności $\sigma = 30''$ i narysować go w położeniu, wskazującym odczyt $a = 236°42'30''$.

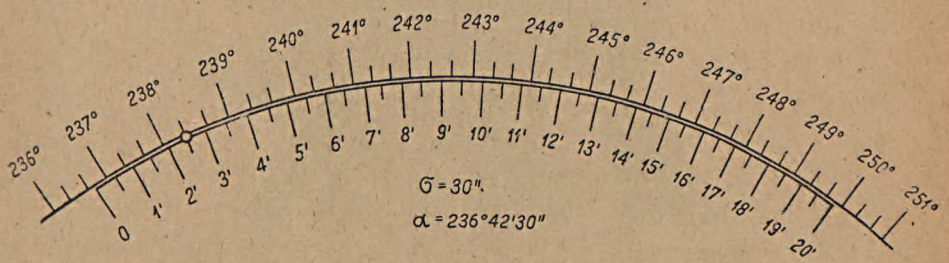
Ustalamy przede wszystkim, jaka jest wartość jednej działki na limbusie, np. $L = 20'$ i według równania $\sigma = \frac{L}{r}$ obliczamy ilość działek na noniuszu $r = \frac{L}{\sigma} = \frac{20'}{30''} = 40$ działek.

Dalej, obliczamy, która działka noniusza powinna się pokrywać z działką limbusa, aby odczyt wyniósł żądaną wartość 236°42'30".

Z samego limbusa możemy odczytać $a_0 = 236°40'$, końcówka $x = 2'30''$ musi być odczytana z noniusza. Numer kolejny pokrywającej się kreski równy jest ilorazowi końcówki odczytu przez dokładność

$$n = \frac{x}{\sigma} = \frac{2'30''}{30''} = \frac{150''}{30''} = 5.$$

5 działka powinna się pokrywać; obliczony noniusz przedstawia rys. 60.



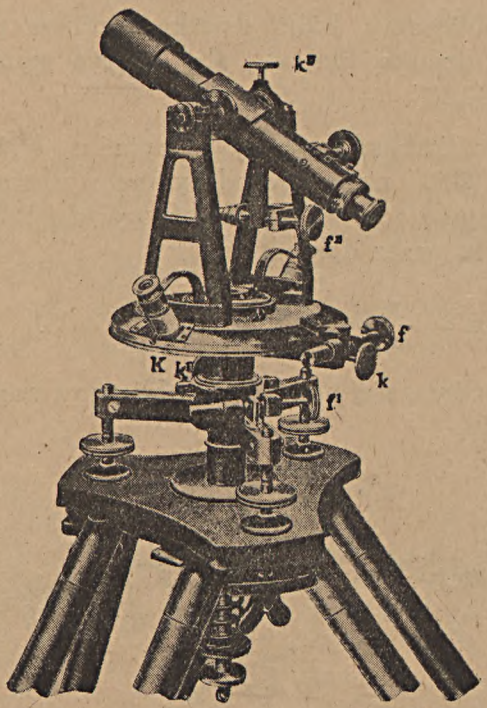
Rys. 60.

§ 3. Teodolit. Opis przyrządu i typy.

Przyrządem służącym do dokładnego pomiaru kątów w terenie jest teodolit (rys. 61 i 62). Składa się on zasadniczo z dwóch części: z trójnogu drewnianego oraz z wła-

ściwego przyrządu, umieszczanego i przymocowywanego do tego trójnogu przy pomocy specjalnej śruby.

Trójnóg wykonany jest z drzewa i składa się z głowicy, na której znajduje się metalowa podstawka pod instrument. W środku głowicy jest otwór, przez który prze-

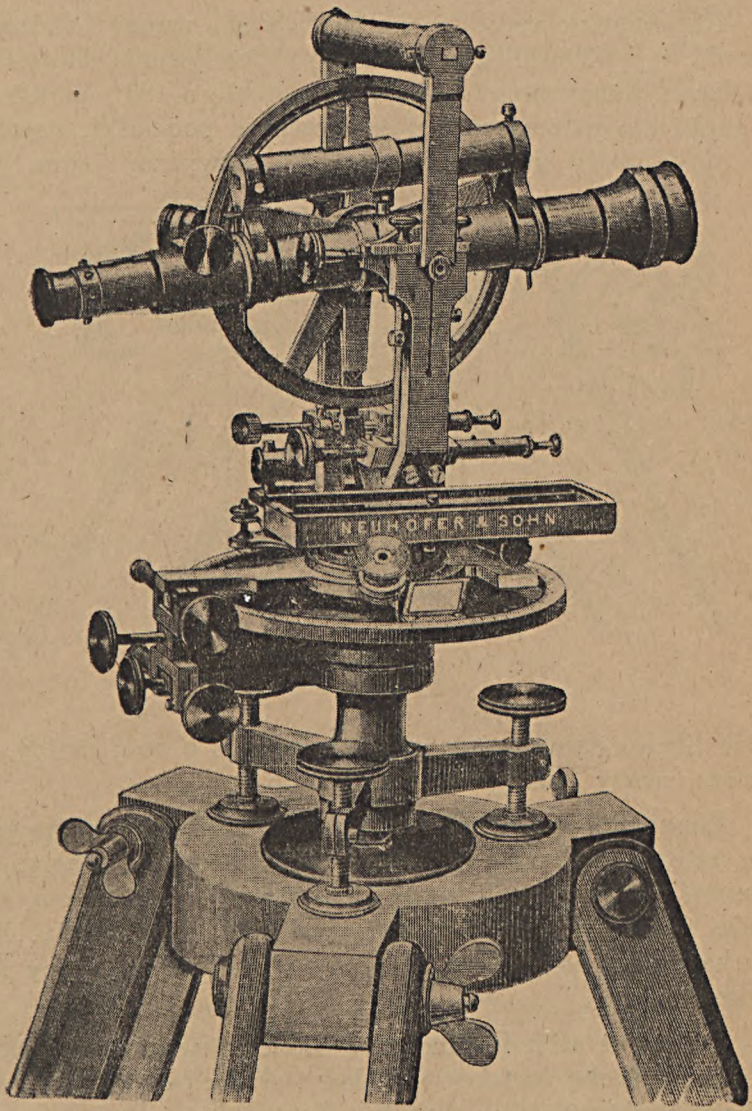


Rys. 61.

chodzi śruba do przymocowywania przyrządu. Do głowicy przymocowane są trzy drewniane nogi, przykręcone śrubami, zwanymi motylkowymi (rys. 63).

Sam przyrząd (rys. 64) wykonany jest z metalu i składa się zasadniczo z dwóch części: dolnej — zwanej spodarką i górnej — zwanej alidadą.

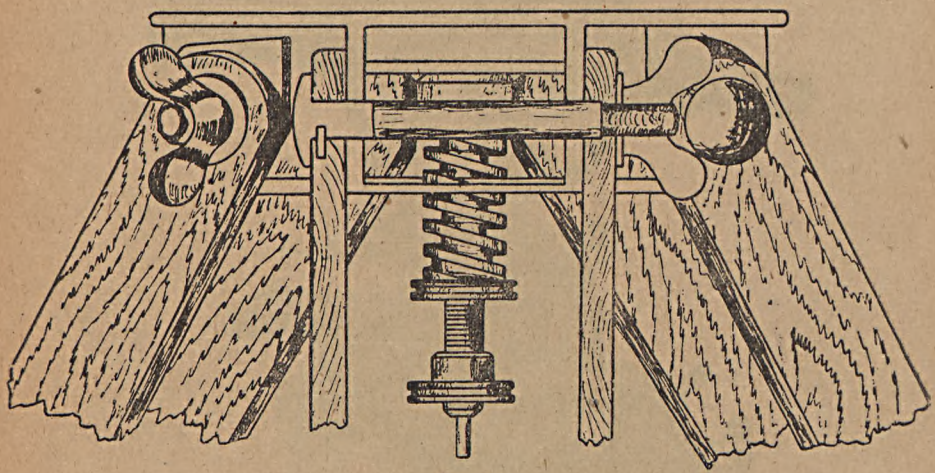
Spodarka posiada dwie części składowe: podstawę instrumentu wykonaną w formie trzech ramion zakończonych



Rys. 62.

śrubami, służącymi do ustawiania instrumentu i zwanymi dlatego śrubami nastawniczymi oraz tarczę poziomą z podziałem na stopnie, zwaną limbusem.

Na alidadzie znajdują się następujące części składowe: przede wszystkim dwa noniusze do wykonywania odczytów, osadzone diametralnie naprzeciwko siebie o 180°, opatrzone w lupki dla ostrzejszego obserwowania podziałki; następnie do alidady przymocowana jest zazwyczaj jedna lub



Rys. 63.

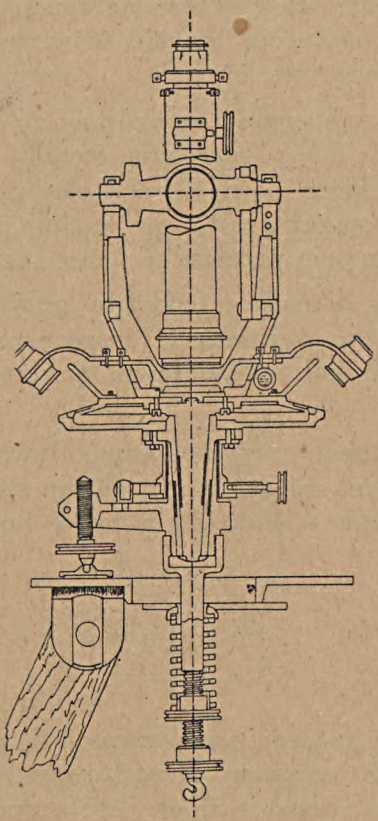
dwie libele; dalej mamy podpórki pod oś obrotu lunety, oś obrotu lunety i wreszcie samą lunetę.

Luneta teodolitu porusza się w płaszczyźnie pionowej; dla unieruchomienia jej mamy śrubę zaciskową lunety, celem zaś wykonywania bardzo małych poruszeń lunetą, istnieje śrubka mikrometryczna zwana leniwką lunety. Leniwka działa oczywiście dopiero po zaciśnięciu śruby zaciskowej.

Ponieważ alidada musi być ruchoma względem limbusa, mamy śrubę zaciskową alidady, służącą do chwilowego jej unieruchomienia w chwili wykonywania odczytu na no-

niuszu. Do drobnych ruchów istnieje także śruba mikrometryczna, czyli leniwka alidady.

Czasami limbus teodolitu jest ruchomy względem spodarki, wówczas celem unieruchomienia go na czas pomiaru istnieje śruba zaciskowa limbusa, sprzęgająca limbus ze



Rys. 64

spodarką oraz śruba mikrometryczna, czyli leniwka limbusa, do małych obrotów limbusa względem spodarki.

W zależności od tego, czy limbus jest na stałe przymocowany do spodarki czy też ma możność obracania się

względem niej, dzielimy teodolity na dwa zasadnicze typy: teodolit zwyczajny ze stałym limbusem i teodolit repetycyjny, albo powtarzający z limbusem ruchomym.

Libela teodolitu może być przymocowana na stałe na alidadzie i wtedy nazywamy go teodolitem z libelą stałą, albo też może być umieszczona na specjalnych widełkach i nasadzana na oś obrotu lunety; wówczas mamy teodolit z libelą nasadkową (rys. 62).

Trzeci wreszcie podział teodolitów ze względu na długość posiadanej lunety rozróżnia teodolit kompensacyjny z krótką lunetą, którą można obrócić około osi lunety o 360°, czyli przerzucić przez zenit oraz teodolit zwykły z długą lunetą, nie dającą się przerzucać przez zenit.

Czasami na alidadzie teodolitu przymocowana bywa busola do pomiaru azymutów. Płaszczyzna celowa lunety winna przecinać koło podziałowe busoli wzdłuż średnicy 0° — 180°.

Często do lunety przymocowane bywa także koło podziałowe pionowe, służące do pomiaru kątów pionowych. Zasadniczo jednak teodolit służy tylko po pomiaru kątów poziomych.

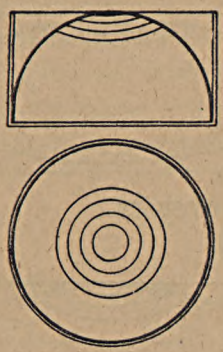
§ 4. Części składowe teodolitu. Libela.

Libela, albo inaczej poziomnica, jest to przyrząd, przy pomocy którego osiągamy zrealizowanie linii poziomej. Rozróżniamy dwa rodzaje libel: libele pudełkowe i (bardziej dokładne) libele rurkowe.

Libela pudełkowa jest to szklane naczynie o kształcie walcowatym, którego górna powierzchnia jest czaszą kuli, wypełnione lekką cieczą (np. eterem lub spirytusem), i zalutowane. Wypełnianie cieczą wykonuje się w stanie podgrzanym tak, że po ostygnięciu tworzy się pewna wol-

na przestrzeń, która wypełniona jest gazami parującymi z danej cieczy. Tę wolną przestrzeń nazywamy banieczką albo pęcherzykiem libeli. Ponieważ pęcherzyk jest lżejszy od cieczy wypełniającej libelę, dąży zawsze do zajęcia położenia najwyższego.

Jeżeli na szklanej powierzchni libeli w jej punkcie najwyższym obierzemy punkt zerowy libeli i zakreślimy dookoła niego szereg kół współśrodkowych, to utworzy się pewna podziałka na libeli. Osią libeli nazywamy styczną do wewnętrznej powierzchni libeli w punkcie zerowym. Jeżeli pęcherzyk libeli będzie się znajdował w takim położeniu, że punkt zerowy będzie leżał w środku pęcherzyka, to wówczas oś libeli będzie zajmowała w przestrzeni położenie poziome. Libele pudełkowe (rys. 65) są bardzo mało dokładne

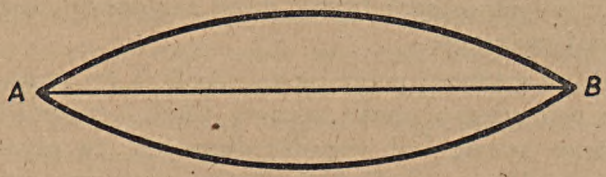


Rys. 65.

i służą w przyrządach mierniczych tylko do prowizorycznego, orientacyjnego ustawiania przyrządów z grubsza poziomo.

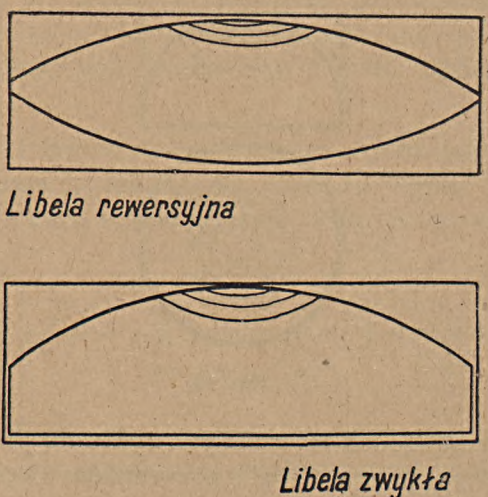
Do celów dokładniejszych służą libele rurkowe. Libela rurkowa wykonana jest w formie podłużnej rurki szklanej specjalnie wyszlifowanej wewnątrz i ujętej w taki lub inny rodzaj oprawki metalowej. Wewnętrzna powierzchnia libeli jest powierzchnią sferyczną, która powstaje przez obrót pewnego odcinka łuku dookoła cięciwy (rys. 66). Rozróżnia-

my libele dwustronne, tj. takie, których zarówno górna jak i dolna powierzchnia są wyszlifowane wg powierzchni obrotowej i nazywamy je libelami rewersyjnymi oraz libele jed-



Rys. 66.

nostronne, których tylko górna powierzchnia jest powierzchnią o przekroju podłużnym kulistym, zaś dolna jest zwykłą powierzchnią walcową (rys. 67). Libelę rurkową wypeł-



Rys. 67.

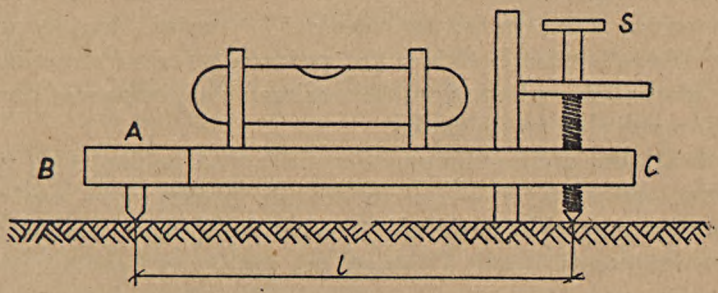
niamy wewnątrz eterem z domieszką spirytusu, ale nie całkowicie, tak żeby utworzyła się wewnątrz banieczka o długości równej około ⅓ części długości całej libeli. Wewnątrz libeli obieramy na jej powierzchni dowolny punkt *M*, któ-

ry nazywamy punktem zerowym libeli. Punkt *M* zazwyczaj leży na przecięciu się dwóch płaszczyzn pionowych symetrii libeli z jej wewnętrzną powierzchnią. Od punktu zerowego nanosimy w obie strony po kilka działek o długości 2 mm. Dawniej cechowano libelę działkami równymi długości linii paryskiej, tj. 2,3 mm.

Osią libeli rurkowej nazywamy prostą styczną do wewnętrznej powierzchni libeli w punkcie zerowym. Jeżeli banieczka libeli znajduje się w takim położeniu, że punkt zerowy leży w jej środku, to wówczas oś libeli jest poziozioma. Położenie środka pęcherzyka określamy na podstawie podziałki libeli.

Libela powinna być dostatecznie czuła, tzn. winna szybko reagować na wszelkie, najmniejsze nawet, wychylenia osi libeli z położenia poziomego, przez wychylanie się środka pęcherzyka z punktu zerowego. Wychylenie bańki z położenia zerowego nazywa się odskokiem pęcherzyka.

Czułość danej libeli charakteryzuje wartość kąta, o który należy pochylić oś libeli do poziomu, aby odskok pęche-



Rys. 68.

rzyka wyniósł jedną działkę. Wartość tę nazywamy przewagą danej libeli. Wartość przewagi libeli, czyli czułość libeli zależy od promienia krzywizny wewnętrznej powierzchni libeli. Im mniejsza będzie krzywizna, tym czu-

łość libeli będzie większą. Określanie czułości libeli wykonujemy przy pomocy specjalnego przyrządu, przedstawionego na rys 68. Składa się on z podstawki BC, której koniec A jest nieruchomy, przez drugi zaś przechodzi nagwintowana śruba S, przy pomocy której można go podnosić lub obniżać. Śruba S zaopatrzona jest w kółko z podziałką. Długość przyrządu wynosi l, a skok śruby równy jest d. Jeżeli pokręciwszy śrubą o jeden skok wychylimy oś libeli z położenia poziomego o pewien kąt φ to

$$tg\ \varphi = \frac{d}{l}.$$

Analogicznie znajdziemy wartość przewagi libeli

$$tg\ \alpha = \frac{k}{l}$$

gdzie k będzie odpowiadało pewnej ilości obrotów śruby, które należało wykonać aby odskok pęcherzyka wyniósł jedną działkę. Określenie wartości kąta α należy wykonać co najmniej 20 do 30 razy i wartość wypośrodkować ze wszystkich pomiarów. Libele teodolitów mają średnio wartość przewagi około 20″, libele w niwelatorach precyzyjnych winny mieć przewagę około 5″ i mniej. Znając przewagę libeli, można będzie z jej pomocą mierzyć niewielkie kąty pochylenia płaszczyzn do poziomu na podstawie obserwacji wychyleń pęcherzyka.

Skutkiem zmian temperatury, długość pęcherzyka libeli ulega zmianom, co — jak wykazała praktyka — wpływa nie tylko na dokładność ale i na czułość, czyli na wartość przewagi danej libeli. Dlatego też należy ochraniać libelę w miarę możności przed wpływami termicznymi, specjalnie zaś przy operacji słonecznej należy pamiętać o osłonięciu libeli parasolem.

Można na podstawie obserwacji długości pęcherzyka przy zmianach temperatury wypośrodkować jednostkowe wydłużenie pęcherzyka i wówczas libela może być użyta jako termometr.

§ 5. Luneta.

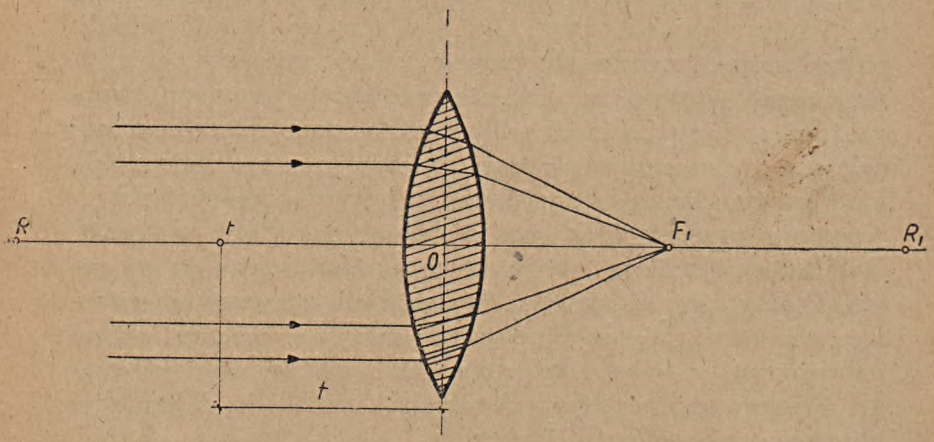
Wykonywanie pomiarów kątów w terenie wymaga wytworzenia pewnej płaszczyzny celowej. Płaszczyznę celową tworzyły nam w poznanych dotychczas instrumentach mierniczych przezierniki. Celowanie przy pomocy przezierników wymaga równoczesnego obserwowania celu, odległego o kilkanaście czy kilkadziesiąt metrów oraz nitki pionowej przezierników, odległej o kilkanaście centymetrów od oka obserwatora. Wiadome jest, że oko ludzkie ma zdolność obserwowania przedmiotów różnie od niego odległych; możemy obserwować przedmioty zupełnie bliskie a także znajdujące się na znacznych odległościach. Zdolność tę nazywamy przystosowywaniem się lub akomodacją oczną. Jednakże równoczesne obserwowanie dwóch różnie odległych przedmiotów jest niemożliwe; obserwujemy je zawsze jeden po drugim. Różnica czasu obserwacji jest znikomo mała, ale istnieje zawsze, gdyż oko, po przystosowaniu się do obserwowania przedmiotu jednego, musi mieć czas na przystosowanie się do obserwowania przedmiotu drugiego, znajznajdującego się na innej odległości. Dlatego też dokładność celowania płaszczyznami przezierników nie jest zbyt wielka. Poza tym każde oko posiada ograniczoną zdolność obserwowania przedmiotów bardzo odległych, które w miarę oddalania się maleją i stają się coraz trudniejsze do widzenia. Dlatego też w bardziej doskonałych przyrządach mierniczych wizowanie czyli celowanie odbywać się musi okiem uzbrojonym w lunetę, która zwiększa możliwość dokładnego obserwowania celów odległych i zwiększa dokładność obserwowania celów bliższych.

Każda luneta składa się z kompletu soczewek, dlatego też musimy się pokrótce zapoznać z teorią soczewki.

Najczęściej stosowaną w lunetach jest soczewka dwuwypukła. Jest ona wykonana ze szkła i ograniczona z obu stron powierzchniami kulistymi o jednakowej lub różnej krzywiźnie. Grubość soczewki jest bardzo niewielka. Dzia-

łanie soczewki polega na załamywaniu padających na nią promieni świetlnych, ponieważ przechodzą one z powietrza do szkła, czyli z jednego ośrodka o określonej gęstości do innego ośrodka o innej gęstości.

Prostą, która łączy ośrodki obydwóch kul tworzących boczne ściany soczewki, nazywamy osią soczewki (rys. 69). Oś przechodzi przez środek soczewki O. Na osi soczewki leżą dwa punkty F i F_1, których odległości od środka soczewki są równe $FO = F_1O = f$. Punkty te nazywamy ogniskami soczewki; posiadają one tę własność, że wiązka promieni równoległych, rzuconych na soczewkę z jednej strony, po załamaniu się przejdzie przez ognisko z drugiej strony, czyli, że promienie równoległe zostaną niejako w ognisku zebrane; dlatego soczewka taka nazywa się zbierającą.



Rys. 69.

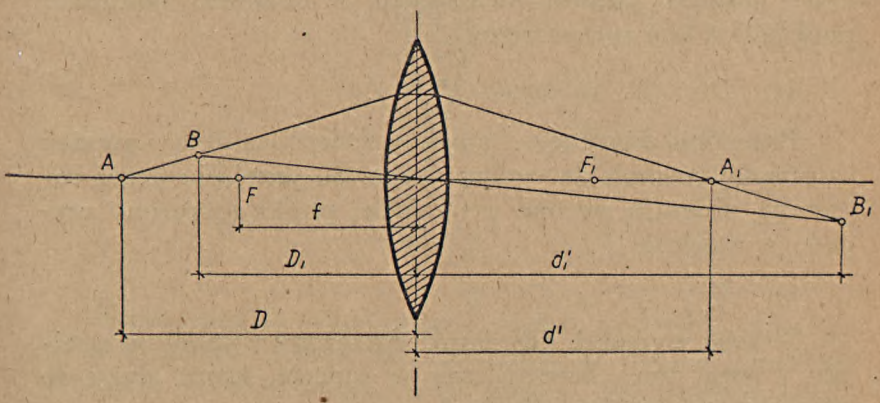
Odległości ognisk od środka soczewki nazywamy odległościami ogniskowymi. Wielkość odległości ogniskowej zależna jest od kształtu soczewki, tzn. od wielkości promieni krzywizny jej ścian bocznych oraz od rodzaju szkła,

z którego jest wyszlifowana. Wartość f określa w optyce następujące równanie:

$$f = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right).$$

R i R' są to promienie kul, tworzących soczewkę, zaś n jest to spółczynnik załamania się światła w szkle.

Soczewka posiada wewnątrz pewien punkt zwany środkiem optycznym soczewki, który posiada tę własność, że przechodzące przezeń promienie biegną bez załamania się. Leży on na osi optycznej soczewki i dzieli jej grubość w pewnym określonym stosunku, zależnym od wielkości promieni krzywizny soczewki. Gdy soczewka posiada jednakową krzywiznę ścian, wówczas środek optyczny leży w środku grubości soczewki. W wypadku różnej krzywizny leży on bliżej bardziej wypukłej ściany soczewki. Wszystkie promienie, przechodzące przez środek optyczny soczewki nazywamy promieniami głównymi. Prócz tego



Rys. 70.

głównymi nazywamy także promienie równoległe do osi soczewki (rys. 70).

Jeżeli na osi soczewki lub w odległości bardzo niewielkiej od osi wyobrazimy sobie po jednej stronie soczewki

punkt świecący A, to promienie biegnące od niego po załamaniu się na ścianach soczewki przetną się wszystkie z drugiej strony soczewki w pewnym punkcie A_1, który będze jakby obrazem punktu świecącego A poza soczewką. Punkty A i A_1 nazywamy sprzężonymi ze sobą. Ich odległości od środka optycznego soczewki są w pewnej określonej zależności od siebie, wyrażającej się przez następujące równanie soczewki:

$$\frac{1}{G} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}.$$

Analogiczna zależność zachodzi pomiędzy punktami sprzężonymi położonymi nie na samej osi, ale w pobliżu osi, (punkty B i B_1 na rys. 70).

$$\frac{1}{D_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{f}.$$

Analizując równanie soczewki, będziemy mogli dla różnych położeń punktu świecącego S odnaleźć położenie punktu S' z nim sprzężonego.

1) $D = \infty$ wówczas $d' = f$.

Promienie biegnące z nieskończoności możemy uważać za wiązkę równoległą, wobec czego, po przejściu przez soczewkę, zbierają się one w ognisku; punkt sprzężony wypada w punkcie F.

2) $D > 2f, \ldots d' > f$.

Te dwa wypadki, gdy punkt sprzężony wypada w ognisku i poza nim, obserwujemy w lunecie, która służy do obserwowania celów odległych, a więc:

$$\infty > D > 2f$$

3) $D = 2f \ldots d' = 2f$.

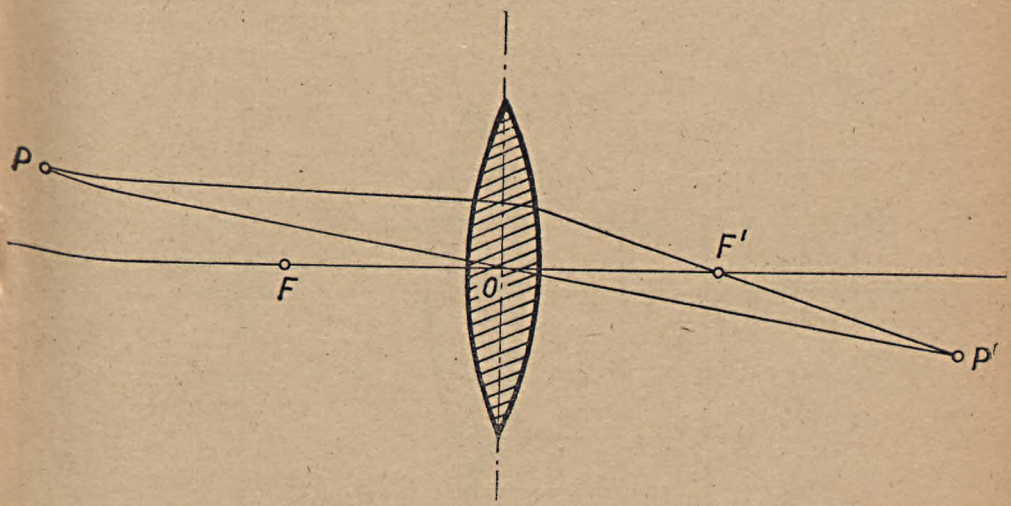
4) $2f > D > f \ldots d' > D$.

5) $D = f \ldots d' = \infty$.

Promienie wychodzące z ogniska po przejściu przez soczewkę tworzą wiązkę równoległą.

6) $D < f$ .... $d' =$ ujemne,

punkt sprzężony jest urojony i obraz jego tworzy się po tej samej stronie soczewki co punkt świecący. Ostatni wypadek wykorzystujemy w lupach dla zwiększenia dokładności obserwacji celów bardzo bliskich.



Rys. 71.

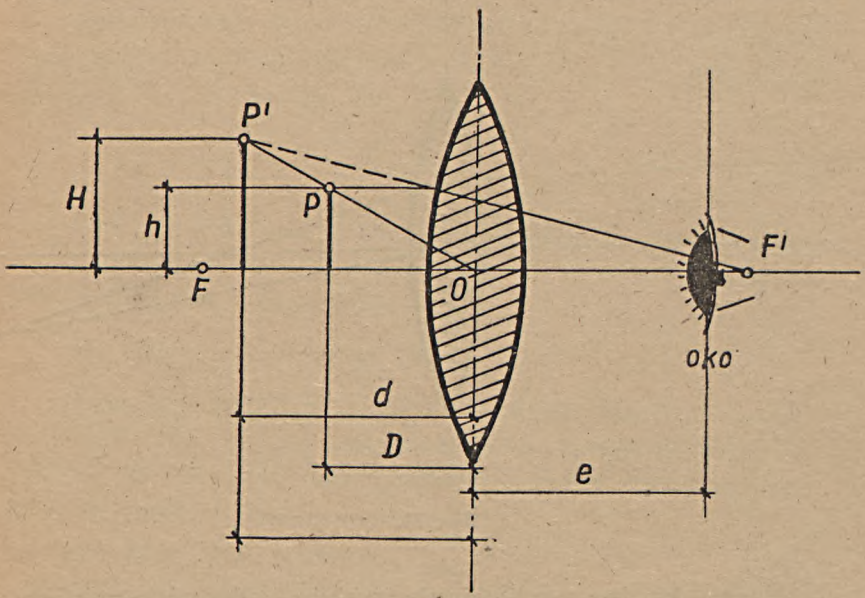
Konstrukcyjne odnalezienie punktu z danym punktem P sprzężonego polega na narysowaniu dwóch promieni głównych, wychodzących z tego punktu. Po przejściu przez soczewkę przetną się one ze sobą w punkcie P' sprzężonym z punktem P (rys. 71).

Do powiększania obrazu przedmiotów bliskich służy soczewka dwuwypukła o małej odległości ogniskowej, którą nazywamy lupą. Obserwowany przedmiot umieszczony

jest pomiędzy ogniskiem a soczewką na odległości $D < f$. Odnaleziony przy pomocy promieni głównych punkt sprzężony P' na odległości $d > D$ leży z tejże strony soczewki, co punkt P (rys. 72). Z równania soczewki możemy ustalić związek pomiędzy D i d:

$$\frac{1}{D} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f}; \qquad D = \frac{d \cdot f}{f + d}.$$

Przy pomocy oka, umieszczonego w odległości e od środka optycznego soczewki, obserwujemy punkt P' akomodując oko na odległość dobrego widzenia. Obserwowany



Rys. 72.

przedmiot H widzimy ostro na odległości $w = d + e$; stąd możemy określić $d = w - e$, wobec czego:

$$D = \frac{(w - e)\ f}{f + w - e}.$$

Najistotniejszą jednak sprawą będzie określenie powiększenia soczewki. Powiększeniem nazywamy stosunek

kąta, pod którym obserwujemy dany przedmiot okiem uzbrojonym (tj. przez soczewkę), do kąta, pod którym obserwujemy go okiem nieuzbrojonym. Ponieważ kąty te są bardzo małe, przyjmujemy w przybliżeniu, że ich stosunek jest równy stosunkowi ich tangensów. Chcąc obserwować przedmiot h okiem nieuzbrojonym, musimy umieścić oko na odległości dobrego widzenia w. Wówczas określimy powiększenie lupy:

$$v = (H : w) : (h : w);$$

$$v = \frac{H}{h} = \frac{d}{D} =$$

$$= \frac{(w - e)(f + w - e)}{(w - e) \cdot f} = \frac{f + w - e}{f};$$

$$v = \frac{w}{f} + 1 - \frac{e}{f}.$$

Jeżeli lupa ma zwiększać obserwowane przedmioty, to $v > 1$, czyli

$$\frac{w}{f} + 1 - \frac{e}{f} > 1, \text{ tj. } f < w.$$

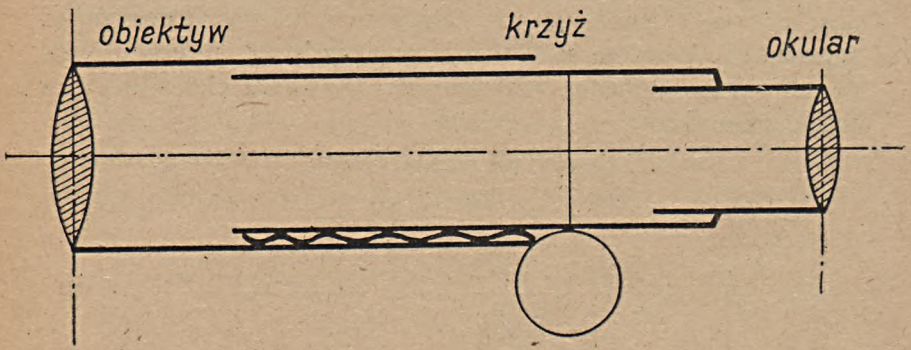
Ogniskowa soczewki lupy jest mała, jak to na wstępie zaznaczyliśmy.

* * *

Najprostszym typem lunety jest zwykła luneta Keplera. Składa się ona z trzech walców, umieszczonych jeden wewnątrz drugiego z możliwością poruszania się każdego z nich oddzielnie (rys. 73).

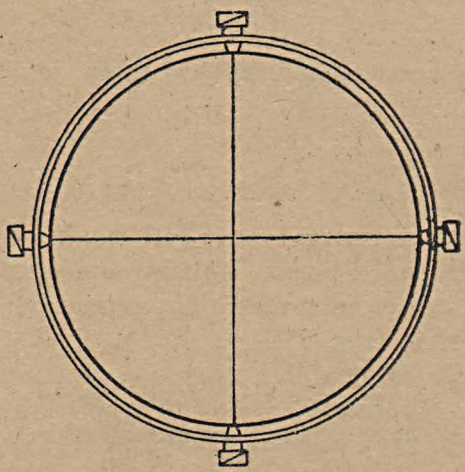
W najmniejszym walcu znajduje się soczewka dwuwypukła zwana okulare m; walec ten porusza się wewnątrz walca drugiego przy pomocy śruby, zwanej wyciągiem okularowym. W walcu drugim znajduje się płytka szklana lub ramka z wyrytym lub naciągniętym krzyżem nitek, składającym się z dwóch prostopadłych do siebie kresek: poziomej i pionowej (rys. 74). Walec drugi łącznie z pierwszym po-

rusza się wewnątrz walca trzeciego (zakończonego drugą soczewką dwuwypukłą, zwaną obiektywem) przy pomocy śruby zwanej zębatką.



Rys. 73.

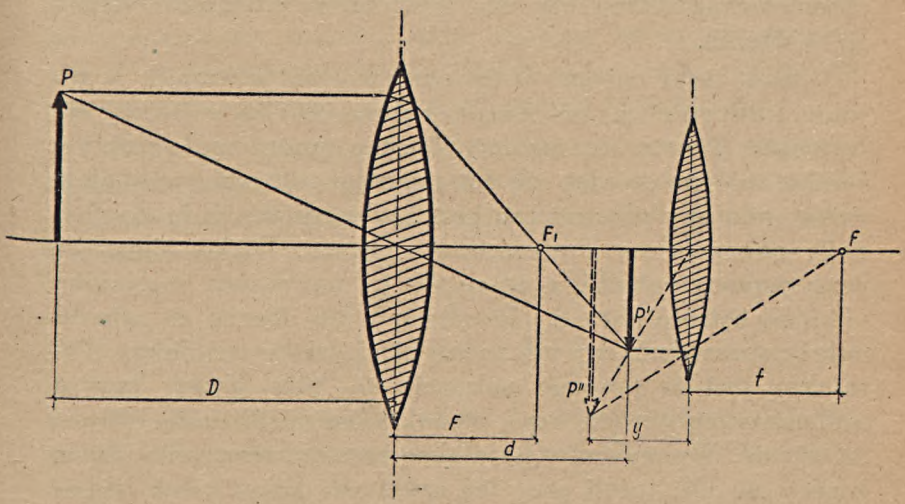
Działanie lunety jest następujące: odległy przedmiot P, wysyłający promienie świetlne w kierunku obiektywu da-



Rys. 74.

je, po ich przejściu przez obiektyw, pewien odwrócony obraz P', który przez soczewkę okularową, działającą jak

lupa, obserwowany jest okiem obserwatora. W oku otrzymujemy pewien obraz P'' obrazu P', prosty, urojony (tworzy się bowiem po tej samej stronie ogniska okularu, co P') i powiększony (rys. 75).



Rys. 75.

Celowanie lunetą do pewnego punktu w terenie polega na skierowaniu osi celowej lunety tak, aby się ten punkt z nią pokrywał.

Osią celową lunety nazywamy prostą, przechodzącą przez środek nitek krzyża oraz przez optyczny środek obiektywu. Doprowadzenie osi celowej do pokrycia się z dowolnym punktem w terenie sprowadza się do naprowadzenia środka krzyża nitek na ten punkt.

Obserwowane przez lunetę przedmioty winny być wyraźne; mówimy, że nastawienie lunety na dany cel musi być ostre. Nastawienie na ostrość obserwowanego obrazu składa się z dwóch czynności. Przede wszystkim, skierowując lunetę na otwartą jasną przestrzeń (a więc na niebo), nastawiamy na ostrość krzyż nitek, zmieniając położenie

soczewki okularu, przybliżając lub oddalając ją od płaszczyzny krzyża przy pomocy wyciągu okularowego. Po ustawieniu krzyża nitek na ostrość otrzymujemy to, że płaszczyzna krzyża jest jedyną płaszczyzną wewnątrz lunety, obserwowaną ostro, leży ona bowiem na odległości dobrego widzenia.

Jeżeli teraz chcemy ostro obserwować przedmiot w terenie, którego obraz po przejściu przez obiektyw tworzy się wewnątrz lunety, to musimy łącznie przesunąć obiektyw i krzyż, nie zmieniając ich wzajemnego położenia względem siebie tak, aby płaszczyznę krzyża doprowadzić do dokładnego pokrycia się z płaszczyzną obrazu. Wykonujemy to przy pomocy zębatki, a czynność tę nazywamy nastawieniem na ostrość obrazu. Po nastawieniu obrazu na ostrość należy sprawdzić, czy nie zachodzi zjawisko paralaksy. Paralaksa jest to pozorne pokrycie się płaszczyzny krzyża z płaszczyzną obrazu, czyli niedokładne nastawienie obrazu na ostrość. Wykrywamy paralaksę przez przesuwanie okiem z góry na dół; jeżeli przy tej czynności krzyż nitek będzie się przesuwał względem obrazu, paralaksa istnieje. Należy ją usunąć przez dokładniejsze nastawienie ostrości obrazu przy pomocy zębatki.

Z równania soczewki możemy każdorazowo określić odległość d obrazu od środka optycznego soczewki obiektywu, w zależności od odległości D przedmiotu obserwowanego:

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F},$$

gdzie F jest odległością ogniskową obiektywu. Rozwiązując to równanie względem d otrzymamy

$$d = F \frac{D}{D - F};$$

zaś

$$d - F = \frac{F^2}{D - F},$$

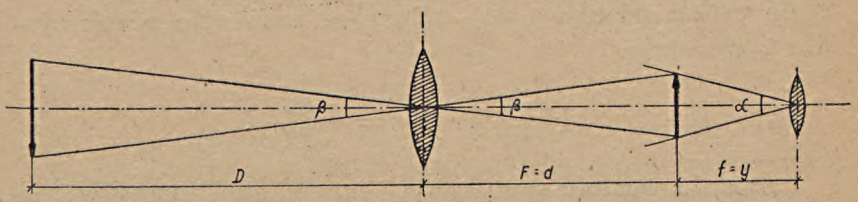
Ponieważ D jest w większości wypadków wielkością dość znaczną, możemy z pewnym przybliżeniem przyjąć $d \approx f$. Dla odległości, np. $D = 300$ m i ogniskowej soczewki $F = 0{,}3$ m ,otrzymujemy $d - F = 0{,}0003$ m, tj. $= 0{,}3$ mm. Praktycznie nastawienie lunety z dokładnością do 0,3 mm jest niemożliwe, możemy więc zupełnie spokojnie przyjąć $d = F$, a nastawienie lunety będzie takie same, jak na cel nieskończony, którego obraz odbieramy w ognisku.

Odległość y obrazu P'' od środka optycznego soczewki okularowej zależna jest od wartości ogniskowej f okularu i od odległości dobrego widzenia w. Tutaj, z pewnym przybliżeniem możemy twierdzić, że $y \approx f$.

*

* *

Określenie dla każdej lunety jej powiększenia jako stosunku kąta, pod którym widzimy dany obraz okiem uzbro-



Rys. 76.

jonym w lunetę, do kąta, pod którym obserwujemy dany przedmiot okiem nieuzbrojonym, jest bardzo proste. Kąt widzenia obrazu można przyjąć, według rys. 76, równy α, zaś kąt widzenia przedmiotu — w przybliżeniu β. Powiększenie

$$v = \frac{\alpha}{\beta} \approx \frac{tg\ \alpha}{tg\ \beta} = \frac{d}{y} \approx \frac{F}{f}.$$

A więc, aby określić powiększenie lunety, należy zmierzyć odległość ogniskową obiektywu i okularu i wziąć ich stosunek do siebie.

Praktycznie można to wykonać inaczej. Stawiając przed lunetą w pewnej odległości łatę z podziałem, skierowujemy na tę łatę lunetę i patrzymy równocześnie prawym okiem przez lunetę, a lewym bezpośrednio na łatę. Powiększenie będzie stosunkiem ilości działek łaty obserwowanych bezpośrednio, a odpowiadających wielkości jednej działki obserwowanej przez lunetę. Można to wykonać tylko na nieznacznej odległości, a dokładność tego rodzaju określenia jest niezbyt wielka.

Dokładniej robimy to w sposób następujący: obserwujemy prawym okiem przez lunetę łatę, zaś naprzeciw oka lewego — w odległości dobrego widzenia — trzymamy w ręku cyrkiel. Doprowadzamy końce cyrkla do pokrycia się z obrazem w lunecie i rozwarcie cyrkla mierzymy następnie przy pomocy dokładnej podziałki. Jeżeli odległość łaty od lunety wynosi L, odcinek widziany na łacie T, odległość cyrkla od oka l, zaś zmierzone rozwarcie nóżek cyrkla t, wówczas:

$$v = \frac{t}{l} : \frac{T}{L} = \frac{tL}{Tl} .$$

Średnia wartość spotykanych powiększeń lunety w teodolitach zwykłych wynosi od 15 do 30 razy.

Drugą ważną charakterystyczną cechą lunety jest tzw. jasność obrazu. Pod pojęciem jasności danego przedmiotu świecącego rozumiemy pewną wartość:

$$H = \frac{L}{N^2} ,$$

gdzie L jest całkowitą ilością światła, jaką dany przedmiot w kierunku oka wysyła, zaś N^2 jest to powierzchnia na siatkówce oka, na którą ta ilość światła pada. Jeżeli ten

świecący przedmiot obserwować będziemy przez lunetę, to jasność:

$$H = \frac{L'}{N'^2} .$$

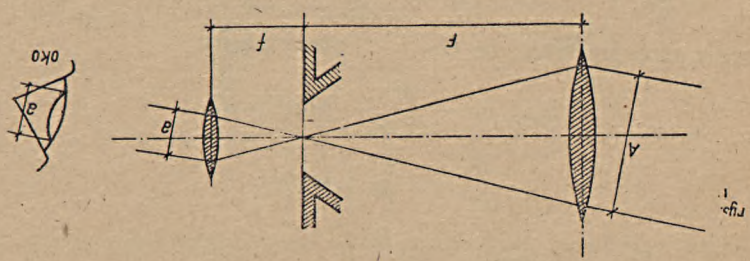
Stosunek

$$\frac{H'}{H} = h$$

nazywamy jasnością lunety,

$$h = \frac{L'N^2}{LN'^2} .$$

Ażeby bliżej sprecyzować wartość h, musimy znać wielkość otworu źrenicy O (rys. 77). Przyjmujemy, że otwór



Rys. 77.

ten jest większy albo równy średnicy o wiązki promieni wychodzących z okularu. Ilość światła, którą może przyjąć źrenica przez otwór O bezpośrednio jest proporcjonalna do powierzchni otworu

$$L = k \cdot O^2,$$

zaś ilość światła, pochodzącego z lunety jest proporcjonalna do powierzchni przekroju poprzecznego wiązki promieni

$$L' = k'o^2.$$

Ilość światła padającego na obiektyw (która po przejściu przez lunetę tworzy wiązkę o promieniu o)

$$L' = k \cdot A^2,$$

gdzie A jest średnicą objektywu. Z zestawienia widzimy, że

$$k' = k \left(\frac{A}{o} \right)^2 .$$

Jasność lunety:

$$h = \frac{L'}{L} \cdot \frac{N^2}{N'^2} = \frac{kA^2}{kO^2} \cdot \frac{N^2}{N'^2} = \frac{A^2}{O^2} \cdot \frac{N^2}{N'^2}$$

Stosunek $\frac{N'^2}{N^2} = v^2$ jest to kwadrat powiększenia lunety. Pwiększenie bowiem jest to stosunek obrazu otrzymanego przez lunetę N' do obrazu obserwowanego bezpośrednio N. Ostatecznie więc jasność

$$h = \frac{A^2}{O^2 v^2} ,$$

jeżeli przyjmiemy, że $O = o$ otrzymamy

$$h_{max} = \frac{A^2}{o^2 v^2} \quad \text{ponieważ}$$

$$\frac{A^2}{o^2} = \frac{F^2}{f^2} , \text{ więc}$$

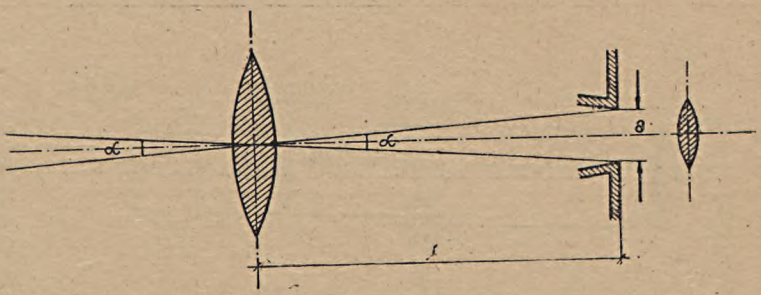
$$h_{max} = \frac{F^2}{f^2 \cdot v^2}$$

ponieważ $\frac{F}{f} = v$, $h_{max} = 1$.

A więc otrzymaliśmy, że maksymalna jasność lunety jest równa jasności rzeczywistej. Przedmioty obserwowane przez lunetę obserwujemy zwykle z jasnością mniejszą lub najwyżej równą jasnością rzeczywistej. Jasność lunety jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu powiększenia. Gdyby wiązka promieni wychodzących z okularu miała średnicę większą aniżeli otwór źrenicy, to nie wszystkie promienie, a więc nie całkowita ilość światła mogłaby się dostać do oka.

W przyrządach mierniczych wypadek ten zdarza się bardzo rzadko. Przeciętna wartość jasności lunety wynosi od 0,8 do 0,35.

Trzecią ważną cechą lunety jest wielkość jej pola widzenia. Pole widzenia lunety jest to ta część przestrzeni w kształcie stożka, którą przy pomocy lunety jednorazowo widzimy. Wewnątrz lunety, w tej samej płaszczyźnie co krzyż nitek, znajduje się pewien pierścień o otworze, którego średnica równa się a, zwany diafragmą. Diafragma ma na celu niedopuszczenie do oka tych promieni, które leżą zbyt daleko od osi soczewek. Wobec tego wielkość pola widzenia charakteryzuje kąt α o wierzchołku w op-



Rys. 78.

tycznym środku obiektywu, a o ramionach przechodzących przez krawędzie diafragmy (rys. 78).

$$\alpha = \frac{a}{F}\,\rho\,.$$

Średnica diafragmy wynosi około połowy ogniskowej okularu $a = 0{,}5\,f$, wobec czego

$$\alpha = \frac{f}{2F}\,\rho = 0{,}5\,\frac{\rho}{v}\,;$$

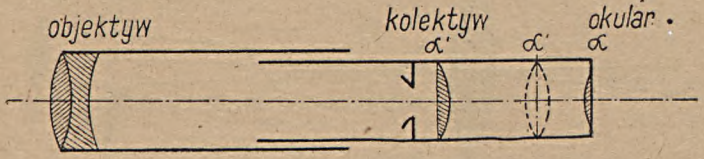
w zaokrągleniu w stopniach $\alpha \approx \frac{30}{v}$.

Im większa jest wartość powiększenia lunety, tym mniejsze jest jej pole widzenia. Określenie pola widzenia jest bardzo proste: zaznaczamy na łacie dwa punkty graniczne, leżące na pionowej średnicy pola widzenia, i przy pomocy przyrządu do pomiaru kątów pionowych mierzymy kąt za-

warty pomiędzy dwoma promieniami wychodzącymi z lunety do tych punktów.

Najczęściej spotykane wartości pola widzenia lunety wynoszą od 3° do 0°45′.

Oprócz zwykłej lunety astronomicznej Kepplera w przyrządach mierniczych stosowana jest luneta systemu Ramsdena. Schemat takiej lunety pokazany jest na rys. 79. Luneta Ramsdena składa się z obiektywu



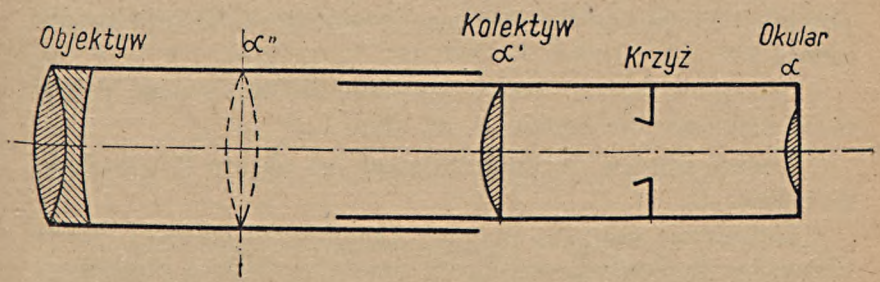
Rys. 79.

wykonanego z kronglasu i flintglasu w kształcie dwóch soczewek, wypukłej i wklęsłej, sklejonych ze sobą i posiadających znaczenie jednej soczewki oraz z okularu składającego się z systemu dwóch soczewek płasko-wypukłych, umieszczonych w stałej odległości od siebie.

Jedna z nich L jest właściwym okularem, druga zaś L' nosi nazwę kolektywu. Działanie zespołu dwóch soczewek można zawsze zastąpić przez działanie jednej soczewki, tzw. soczewki równoważnej, której położenie i wielkość ogniskowej jest ściśle zależna od rozmieszczenia i ogniskowych soczewek składowych i da się zawsze obliczyć. Z chwilą gdy wyobrazimy sobie zamiast układu dwóch soczewek okularowych soczewkę jedną, równoważną, wówczas cała teoria lunety będzie taka sama, jak zwykłej lunety kepplerowskiej.

W porównaniu z lunetą zwykłą, luneta Ramsdena posiada nieco większe powiększenie, natomiast mniejszą jasność i pole widzenia.

Innym typem stosowanych lunet jest luneta Huyghensa (rys. 80). Luneta Huyghensa, podobnie jak luneta Ramsdena, posiada obiektyw dwusoczewkowy z flintglasu i kronglasu, działający jako jedna soczewka wklęsło-wypukła, okular zaś składa się z dwóch soczewek płasko-wypukłych,



Rys. 80.

w środku pomiędzy którymi znajduje się płaszczyzna krzyża nitek. Promienie świetlne odebrane przez obiektyw przed utworzeniem obrazu zostają powtórnie załamane przez kolektyw i wytwarzają po przejściu przezeń zmniejszony obraz, który z kolei oglądany jest przez obserwatora za pomocą właściwej soczewki okularowej, działającej jako lupa. Aby teorię lunety Huyghensa sprowadzić do teorii zwykłej lunety kepplerowskiej, należy wyobrazić sobie soczewkę równoważną, zastępującą obiektyw i kolektyw.

W porównaniu ze zwykłą lunetą, powiększenie w lunecie Hughensa jest nieco mniejsze, natomiast większe jest pole widzenia obrazu oraz jasność lunety.

§ 6. Geometryczny układ osi w teodolicie i ich wzajemne położenie względem siebie.

Rozpatrując geometryczny szkielet teodolitu możemy go sobie przedstawić w postaci szeregu osi, których wzajemne położenie musi być ściśle oznaczone i niezmienne.

Cały instrument obraca się dookoła pewnej prostej, którą nazywamy osią obrotu instrumentu O. W teodolitach repetycyjnych, gdzie obraca się nie tylko alidada, ale także i limbus, rozróżnić można oddzielnie oś obrotu alidady O' i oś obrotu limbusa O''. W dobrym instrumencie osie te powinny się pokrywać tworząc wspólną oś obrotu instrumentu O.

Następnie każdy teodolit posiada libelę, a więc druga oś w instrumencie będzie to oś libeli L.

Luneta obraca się dookoła swej osi obrotu P i posiada oś celową C.

Celowanie odbywa się przy pomocy osi celowej, która obracając się dookoła osi obrotu lunety wytwarza płaszczyznę celową. Płaszczyzna celowa powinna być przede wszystkim płaszczyzna, a następnie winna być pionowa, mierzenie bowiem kątów polega na rzutowaniu ich ramion płaszczyznami pionowymi na poziomą płaszczyźnę odniesienia, którą w danym wypadku jest płaszczyzną limbusa. Płaszczyzna więc limbusa winna być pozioma, a oś obrotu — pionowa w każdym położeniu limbusa.

Pomiędzy osią obrotu instrumentu i osią libeli musi więc zachodzić warunek prostopadłości: $L \perp O$; wtedy po ustawieniu osi L poziomo w każdym położeniu limbusa będziemy mogli stwierdzić, że oś O jest tym samym ustawiona pionowo.

Ażeby oś celowa C przy obrocie dookoła osi P tworzyła płaszczyznę, a nie powierzchnię stożkową, muszą te dwie osie być do siebie prostopadłe: $C \perp P$.

I wreszcie, aby płaszczyzna celowa była pionowa, to prosta, dookoła której odbywa się obrót, czyli oś P winna być pozioma; a więc $P \parallel L$ albo $P \perp O$, co na jedno wychodzi. Powyższe trzy zasadnicze warunki, jakie powinny spełniać osie teodolitu, można nazwać warunkami pracy dobrego teodolitu w odróżnieniu od warunków konstrukcyjnych, którym instrument powinien odpowiadać. Warunki pracy muszą być sprawdzone każdorazowo przed użyciem przyrządu, a ewentualne błędy usunięte.

Czynność usuwania błędów nazywamy rektyfikacją instrumentu.

Warunek pierwszy: $L \perp O$ nazywamy warunkiem libeli, jego zaś nie spełnienie — błędem libeli. Warunek drugi: $C \perp P$ nazywamy warunkiem kolimacji, trzeci zaś $P \parallel L$ warunkiem osi poziomej.

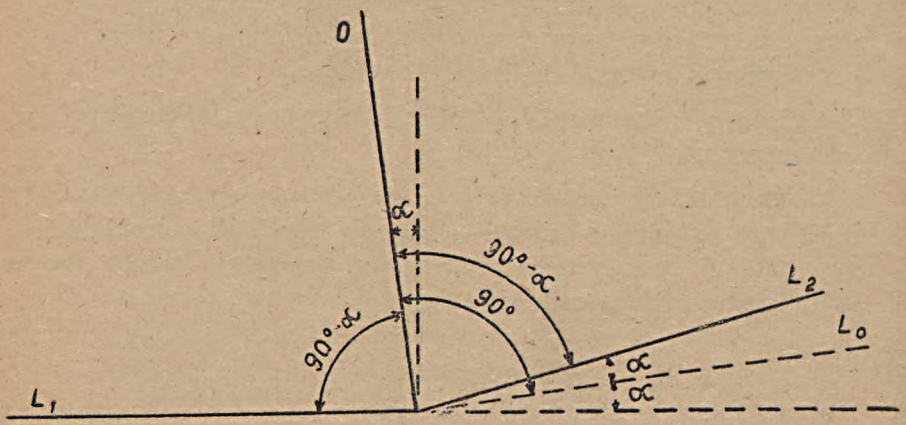
§ 7. Rektyfikacja teodolitu.

W zależności od położenia libeli w teodolicie, kolejność usuwania błędów będzie nieco inna. Najpierw rozpatrzmy teodolit z libelą stałą umieszczoną na alidadzie.

Przede wszystkim ustawiamy instrument mniej więcej w poziomie posługując się libelą pudełkową, która zazwyczaj znajduje się na instrumencie prócz libeli rurkowej. Następnie, w pierwszym rzędzie sprawdzamy, czy nie ma błędu libeli, tzn. czy oś $L \perp O$.

Wykonujemy to w sposób następujący: ustawiamy libelę rurkową tak, by była mniej więcej równoległa do prostej łączącej którekolwiek dwie śruby nastawnicze i zamocowawszy limbus i alidadę, kręcimy tymi dwiema śrubami jednocześnie i w przeciwne strony oraz sprowadzamy pęcherzyk libeli do położenia zerowego, czyli doprowadzamy oś libeli do położenia poziomego. Następnie, zrobiwszy odczyt na jednym z noniuszy, zwalniamy alidadę i obraca-

my ją dokładnie o 180°. Po obrocie obserwujemy banieczkę libeli: jeżeli powstanie odskok pęcherzyka, to jest on miarą podwójnego błędu libeli (rys. 81). Połowę odskoku pęcherzyka, czyli cały błąd libeli, regulujemy śrubką rektyfikacyjną przy libeli, doprowadzając tym samym oś libeli do położenia prostopadłego względem osi obrotu in-



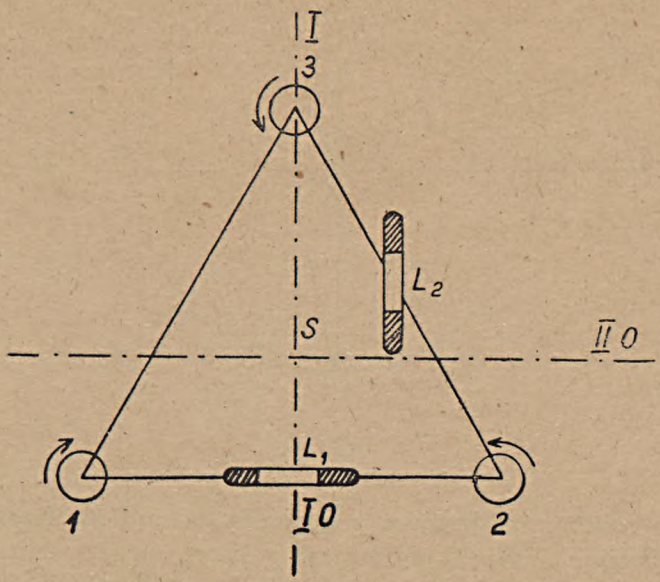
Rys. 81.

strumentu, drugą zaś połowę odskoku znosimy dwiema śrubami nastawniczymi, doprowadzając oś libeli do położenia poziomego.

Czynność tę musimy powtórzyć, aby błąd libeli usunąć jak najdokładniej.

Ponieważ oś obrotu instrumentu jest krawędzią przecięcia się wszystkich płaszczyzn celowych, zatem oś ta w chwili pomiaru kąta musi być ustawiona pionowo. Czynność tę nazywamy poziomowaniem instrumentu. Ażeby pewna prosta w przestrzeni zajmowała położenie pionowe, winna ona leżeć równocześnie co najmniej w dwóch płaszczyznach pionowych. Należy więc oś *O* wprowadzić do dwóch płaszczyzn pionowych, aby móc twierdzić, że instrument został upoziomowany. Robimy to w sposób następujący: usta-

wiamy libelę równolegle do prostej łączącej którekolwiek dwie śruby nastawnicze i, kręcąc nimi równomiernie i równocześnie w przeciwnych kierunkach, sprowadzamy oś libeli do położenia poziomego. Oś obrotu instrumentu równocześnie zostanie wprowadzona do płaszczyzny pionowej (ponieważ jest ⊥ do *L*), przechodzącej przez śrubę trzecią i środek instrumentu. Następnie obracamy instrument o 90°, ustawiając libelę na trzecią śrubę i kręcąc tą trzecią śrubą

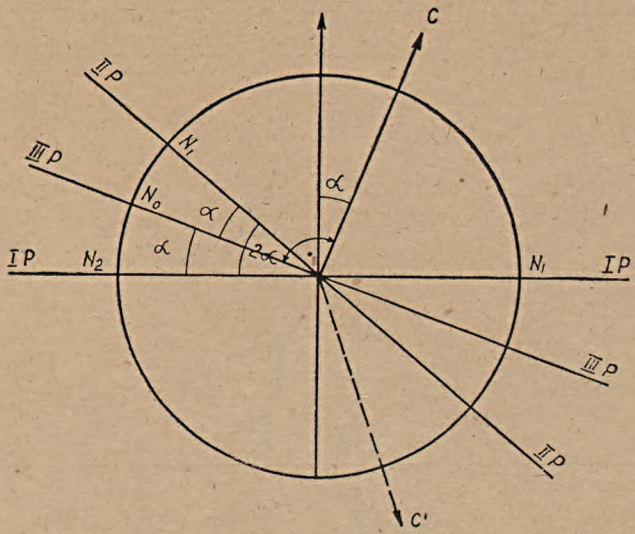


Rys. 82.

sprowadzamy znowu oś libeli do poziomu, a tym samym oś obrotu instrumentu wprowadzamy do drugiej płaszczyzny pionowej, przechodzącej przez środek instrumentu i równoległej do prostej łączącej dwie śruby pierwsze (rys. 82). Po wykonaniu tych dwóch czynności instrument został już upoziomowany. Poziomowanie instrumentu można wykonać równocześnie z usuwaniem błędu libeli.

Po usunięciu błędu libeli i po upoziomowaniu instrumentu, przystępujemy do sprawdzenia błędu kolimacji, czyli warunku $C \perp P$.

Obieramy w terenie dowolny, dość odległy punkt, położony mniej więcej w poziomie, tzn. na wysokości osi P i celujemy do niego przy pomocy lunety (rys. 83). Po wycelo-

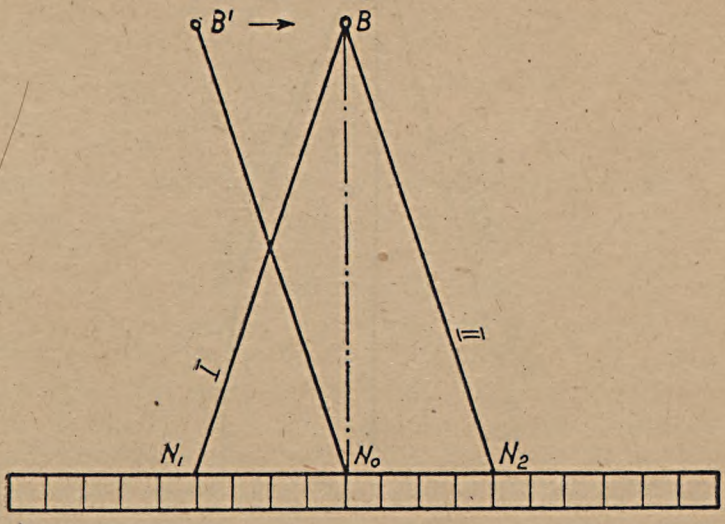


Rys. 83.

waniu robimy na jednym z noniuszy odczyt a_1. Następnie, nie ruszając limbusa, przerzucamy lunetę przez zenit, zwalniamy alidadę i, obracając ją dookoła osi obrotu instrumentu, celujemy powtórnie do tego samego punktu, po czym na tym samym noniuszu co poprzednio robimy drugi odczyt a_2. Różnica odczytów winna być 180°. Jeżeli jest inna, to znaczy, że istnieje błąd kolimacji, równy połowie różnicy odczytów $\frac{a_2 - a_1}{2}$; aby go usunąć, obliczamy odczyt średni, $\frac{a_1 + a_2 + 180}{2}$ i na ten odczyt nastawiamy zero noniusza leniwką przy alidadzie. Przy nastawieniu na odczyt śred-

ni przesunęliśmy alidadę (a więc i lunetę) o wartość błędu kolimacji. Patrząc przez lunetę, obserwujemy zsunięcie się krzyża nitek z obranego celu. Śrubkami rektyfikacyjnymi przy krzyżu nitek przesuwamy go na dany punkt, zmieniając w ten sposób położenie osi celowej i usuwając błąd kolimacji.

Po usunięciu błędu kolimacji przystępujemy do rektyfikacji warunku trzeciego, tzn. warunku prostopadłości osi *P* do osi *O*. W tym celu obieramy sobie wysoko położony punkt *B* pod nim zaś, na wysokości mniej więcej osi obrotu lunety, kładziemy poziomo łatę. Celujemy do punktu *B*



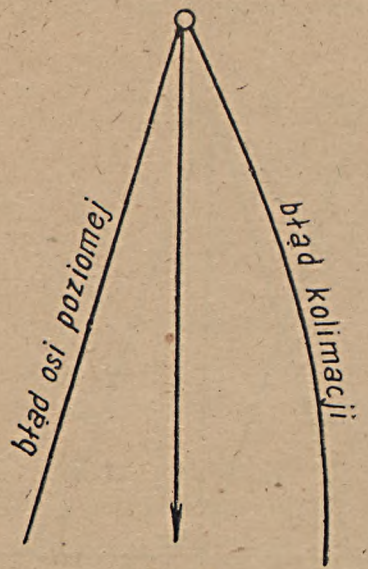
Rys. 84.

i, spuszczając lunetę w dół, odrzutowujemy go na łatę robiąc na podziałce łaty odczyt N_1. Następnie przerzucamy lunetę przez zenit i celujemy powtórnie do punktu *B* po czym rzutujemy go na łatę, na której otrzymujemy odczyt

N_2 (rys. 84). Odczyty N_1 i N_2 powinny być sobie równe. Jeżeli istnieje różnica, to obliczamy odczyt średni

$$N_0 = \frac{N_1 + N_2}{2}$$

i na ten odczyt nastawiamy środek krzyża przy pomocy leniwki przy alidadzie. Następnie podnosimy lunetę do góry i stwierdzamy, że środek krzyża zsunął się z punktu B. Wobec tego śrubkami rektyfikacyjnymi przy łożysku lunety nasuwamy środek krzyża z powrotem na dany punkt, zmieniając położenie osi obrotu lunety, a więc rektyfikując błąd.



Rys. 85.

W ten sposób sprawdzone zostały wszystkie warunki i usunięte wszystkie błędy przy pomocy odpowiednich śrubek rektyfikacyjnych.

Sprawdzanie dwóch ostatnich warunków można wykonać łącznie w następujący sposób: zawieszamy długi pionowy sznur w pewnej odległości od instrumentu i celujemy do dowolnego punktu na sznurze. Następnie, patrząc cały

czas przez lunetę, przesuwamy ją wzdłuż sznura. Jeżeli środek krzyża cały czas schodzi po pionie, to znaczy, że płaszczyzna celowa jest płaszczyzną pionową, a więc ani błędu kolimacji, ani błędu osi obrotu lunety w przyrządzie nie ma.

Jeżeli środek krzyża schodzi z pionu i odchyla się od niego po linii prostej, to znaczy, że płaszczyzna celowa jest płaszczyzną, a więc nie ma błędu kolimacji, ale płaszczyzna ta nie jest pionowa, czyli oś obrotu lunety nie jest pozioma. Jeżeli zaś środek krzyża schodzi z pionu i odchyla się od pionu wzdłuż linii krzywej, to znaczy, że płaszczyzna celowa nie jest płaszczyzną, ale powierzchnią stożkową, a więc istnieje błąd kolimacji i możliwe jest też istnienie błędu osi obrotu lunety (rys. 85). Sposób powyższy pozwala oczywiście tylko na skonstatowanie, czy odpowiednie błędy istnieją. Usuwanie ich winno być wykonywane kolejno i oddzielnie.

W teodolicie z libelą nasadkową kolejność rektyfikacji ze względu na położenie libeli jest nieco inna. Mianowicie przede wszystkim sprawdzamy warunek trzeci, tzn. $L \parallel P$. Ustawiwszy libelę równolegle do którychkolwiek dwóch śrub nastawniczych, sprowadzamy pęcherzyk na środek, czyli oś libeli doprowadzamy do położenia poziomego; następnie zdejmujemy libelę i przekładamy ją o 180°. Jeżeli stwierdzimy istnienie odskoku bańki libeli, to znaczy, że L nie jest równolgłe do P. Połowę odskoku znosimy śrubką rektyfikacyjną przy libeli, znosząc w ten sposób całkowity błąd, drugą zaś połowę odskoku znosimy przy pomocy śrub nastawniczych. Po usunięciu tego błędu, jako drugi warunek sprawdzamy czy oś libeli jest prostopadłą do osi obrotu instrumentu $L \perp O$. Po upoziomowaniu libeli śrubami nastawniczymi w jednym położeniu, obracamy instrument o 180°. Odskok pęcherzyka wskaże nam podwójną wartość błędu. Połowę odskoku usuwamy śrubką rektyfkacyjną przy łożysku lunety, zmieniając tym samym położenie osi libeli, która na osi obrotu lunety jest

osadzona. Poruszenie śrubką rektyfikacyjną libeli zepsułoby uregulowane jej położenie względem osi *P*. Drugą połowę odskoku usuwamy śrubami nastawniczymi. Następną czynnością jest upoziomowanie instrumentu i wreszcie, w końcu dopiero, — sprawdzanie i usunięcie błędu kolimacji sposobem podanym powyżej.

Prócz powyższych warunków teodolit winien odpowiadać szeregowi warunków konstrukcyjnych, a więc przede wszystkim koło limbusowe winno mieć równomierną podziałkę. Limbus teodolitu miewa zazwyczaj podziałkę prawostronną, tj. wzrastającą w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara, przy tym wartość najmniejszej działki może wynosić 1°, 30′, 20′, 15′, 10′. Równomierność podziałki sprawdzamy przy pomocy noniusza, ustawiając go tak, aby zero pokryło się z którąkolwiek działką na limbusie i sprawdzamy, czy ostatnia działka także pokrywa się z kreską limbusa. Następnie, przesuwamy noniusz o jedną działkę i znów sprawdzamy jego działkę końcową. W ten sposób winniśmy przejść cały limbus. Nierównomierności podziałki usunąć nie możemy, należy zmienić tarczę podziałową albo, jeśli nierównomierność nie jest duża, to wpływ jej usunąć przy pomocy zastosowania specjalnej metody pomiarowej. W nowoczesnych instrumentach podział jest zazwyczaj b. dokładny.

Następnie, należy sprawdzić równomierność podziału noniusza oraz centryczne osadzenie alidady.

Centryczność alidady sprawdzamy przez odczytanie obydwóch noniuszy. Jeżeli różnica odczytów wynosi 180°, to alidada jest osadzona centrycznie. W przeciwnym razie— wpływ ekscentryczności alidady eliminujemy biorąc każdorazowo odczyty z obu noniuszy; wartość średniej arytmetycznej będzie wolna od błędu.

Oś alidady i oś limbusa winny tworzyć jedną oś wspólną. Sprawdzić to można w ten sposób: po upoziomowaniu instrumentu, zaciskamy limbus i obracając alidadę obser-

wujemy libelę. Jeżeli się nie wychyla, to alidada jest upoziomowana. Następnie sprzęgamy alidadę z limbusem i zwolniwszy limbus od spodarki obracamy instrument dookoła osi obrotu. Jeżeli i teraz libela nie wskazuje odchyleń, to osi alidady i limbusa pokrywają się ze sobą.

Jeżeli na teodolicie znajduje się busola, należy oddzielnie sprawdzić busolę.

§ 8. Pomiar kątów teodolitem.

Najprostszy sposób pomiaru kąta przy pomocy teodolitu polega na dwukrotnym pomiarze kąta przy dwóch różnych położeniach lunety: przed i po przerzuceniu lunety przez zenit. Jest to tzw. zwyczajna metoda pomiaru kątów.

Ustawiamy instrument w wierzchołku mierzonego kąta, tak aby zawieszony w środku trójnogu pion pokrywał się z punktem w terenie, następnie celujemy kolejno najpierw do lewego ramienia kąta, a potem do prawego (kierunek wzrastania podziałki koła limbusowego teodolitu jest zazwyczaj prawy, tj. zgodny z ruchem wskazówek zegara). W czasie pomiaru kąta, limbus musi być sprzężony ze spodarką i unieruchomiony. Po każdym wycelowaniu robimy odczyty na obydwóch noniuszach, przy tym stopnie, minuty i sekundy odczytujemy z noniusza I, z II zaś — tylko minuty i sekundy. Następnie obliczamy odczyty średnie biorąc stopnie z pierwszego noniusza, zaś — dla minut i sekund — wartość średnią arytmetyczną z obydwóch noniuszy. Jeżeli odczyt średni lewego ramienia wynosi a_1 zaś prawego — a_2, wartość mierzonego kąta wyniesie:

$$\alpha = a_2 - a_1.$$

lub

$$\alpha = (a_2 + 360^0) - a_1$$

Po przerzuceniu lunety przez zenit, powtarzamy pomiar po raz drugi celując do obu ramion kąta i otrzymując odczyty

a'_1 i a'_2 zaś wartość kąta obliczona powtórnie będzie wówczas

$$\alpha' = a'_2 - a'_1$$

lub

$$\alpha' = (a'_2 + 360^0) - a_1.$$

Różnica pomiędzy obydwoma pomiarami nie powinna przekraczać dwukrotnej dokładności przyrządu 2σ.

Wartość ostateczną kąta z pomiaru obliczamy jako średnią arytmetyczną obydwóch wyników

$$\alpha_s = \frac{\alpha + \alpha'}{2}.$$

Poniższa tabelka podaje sposób notowania pomiaru kątów (tab. 7).

Tabela 7.

Wierzchołek kąta	Cel	Położenie lunety	Odczyty			Kąty obliczone	Kąty średnie	Uwagi
			Noniusz I	N. II	Średni			
A	B	K.P.	184°32′	33′	184°32′30″			
	C		206°43′	44′	206°43′30″	22°11′		
A	B	K.L.	94°31′	32′	94°31′30″			
	C		116°43′	43′	116°43′	22°11′30″	22°11′15″	

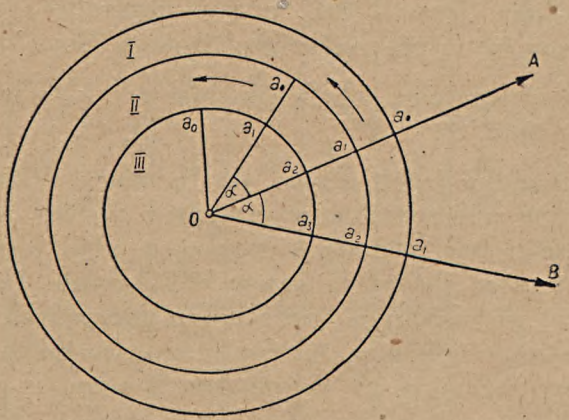
Notatnik kątowy.

Celem zwiększenia dokładności, należy kąt mierzyć większą ilość razy.

Ażeby równocześnie wyeliminować, a przynajmniej w znacznej mierze zredukować błąd nierównomiernego podziału limbusa, błąd który zawsze istnieje w mniejszym lub

większym stopniu, stosujemy pomiar kąta tzw. metodą repetycyjną lub powtarzającą. Metoda ta polega na kilkakrotnym pomiarze danego kąta na sąsiednich, przylegających do siebie partiach limbusa.

W tym celu ustawiamy instrument w wierzchołku mierzonego kąta O, unieruchamiamy limbus i celujemy najpierw na lewe ramię kąta A robiąc odczyt a_0 oraz następnie — na prawe ramię kąta B robiąc odczyt a_1. Wartość kąta obliczyć możemy jako różnicę $\alpha = a_1 - a_0$. Następnie, sprzęgamy alidadę z limbusem i zwolniwszy limbus od spodarki cofamy cały instrument o wartość kąta α, czyli celujemy powtórnie do punktu A. Po wycelowaniu do punktu A odczyt na noniuszu nie zmienił się, gdyż alidada była sprzężona z limbusem. Po wycelowaniu do punktu A znowu sprzęgamy limbus ze spodarką i zwolniwszy alidadę celujemy po raz drugi do punktu B, gdzie odczyt wyniesie a_2.



Rys. 86.

W dalszym ciągu, znów sprzęgamy alidadę z limbusem i cofnąwszy po raz drugi limbus o kąt α, znów sprzegnąwszy limbus ze spodarką, mierzymy kąt po raz trzeci, czwarty, itd. (rys. 86).

Po n pomiarach, odczyt na ramieniu B wyniesie a_n. Różnica pomiędzy wartością a_n i a_0 daje nam n — krotną wielkość mierzonego kąta, podzielona zaś przez ilość powtórzeń da nam pewną średnią wartość kąta. Jeżeli w czasie pomiaru zero noniusza jeden lub więcej, np. m razy, przekroczy przez zero limbusa, to dla znalezienia wartości kąta, należy oczywiście odczyt a_n zwiększyć o 360° lub o $m.360_0$ Ostatecznie więc, wartość kąta mierzonego metodą repetycyjną wynosi

$$\alpha = \frac{(a_n + m \,.\, 360) - a_0}{n}.$$

Widzimy, że wszystkie odczyty pośrednie a_1, a_2 itd. — wcale nie wchodzą do obliczenia kąta, nie należy więc ich wykonywać. Jedyny pośredni odczyt, który zwykle notujemy, jest to odczyt a_0, czyli pierwszy odczyt na prawym ramieniu kąta. Jest to tzw. odczyt kontrolny, z którego orientujemy się w przybliżeniu o wielkości kąta.

Poniżej podajemy tabelkę do pomiaru kąta metodą repetycyjną (tab. 8).

W wypadku jeżeli mamy do pomiaru kilka kątów o wspólnym wierzchołku, prowadzimy pomiar wszystkich równocześnie tzw. metodą kierunkową, albo seryjną, wykonując pomiar każdego z kątów kilkakrotnie. Ustawiwszy instrument we wspólnym wierzchołku mierzonych kątów O sprzęgamy zero noniusza z zerem limbusa, po czym celujemy do jednego z ramion, np. do punktu P.

Dalej unieruchomiwszy limbus, zwalniamy alidadę i celujemy kolejno do wszystkich następnych punktów Q, R, S, aż wreszcie obróciwszy instrument dookoła wrócimy do punktu P, w którym odczyt musi się równać zeru, co będzie sprawdzianem pomiaru. W punktach Q, R, S wykonujemy odczyty a_1, a_2 i a_3 notując je w notatniku (rys. 87). Zespół wykonanych do tej pory czynności stanowi pół serii.

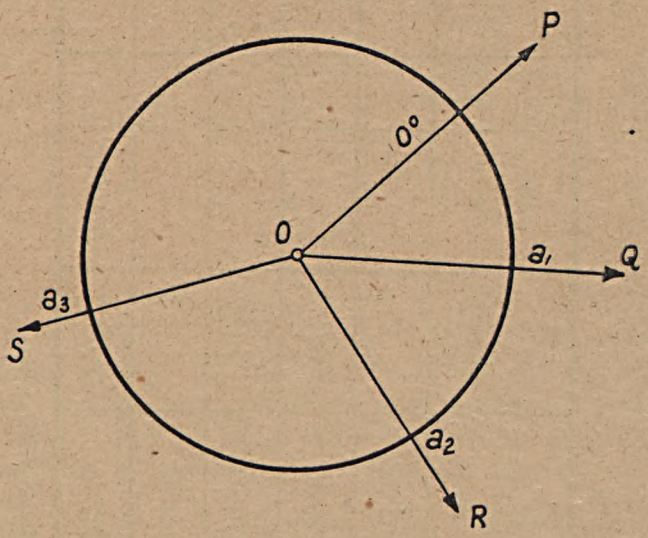
Następnie przerzucamy lunetę przez zenit i powtórnie celujemy do punktu początkowego *P* oraz do wszystkich pozostałych, obracając alidadę w przeciwną stronę niż po-

Tabela 8.

Pomiar kąta metodą repetycyjną.

Wierzchołek kąta	Cel	Położenie lunety	Ilość powtórzeń	Ilość przejść przez 0	Odczyty N. I	Odczyty N. II	Odczyty Średni	Kąty obliczone	Kąty średnie	Kąty wyrównane	Uwagi
	B	K. L.	5	1	95°32′	32′	95°32′				
A	*C*				126°45′	45′	126°45′	31°13′			
	C				251°37′	38′	251°37′30″	31°13′06″			
A	*B*	K. P.	5		71°37′	37′	31°37′				
	C				227°41′	41′	227°41′	31°12′4″	31°12′57″		

przednio, czyli S, R, Q i z powrotem do P. Wykonana została jedna seria, w której każdy kąt zmierzony został dwukrotnie.



Rys. 87.

Następne serie wykonujemy na innej partii limbusa, a więc należy limbus przesunąć. Ustaliwszy z góry ilość serii, jaką mamy wykonać, przesuwamy limbus o odpowiednią wartość $\frac{180^0}{n}$, a więc np. przy trzech seriach przesuwamy limbus o 60°, przy sześciu o 30°, itd. Jako wartość ostateczną kątów przyjmujemy wartości średnie ze średnich poszczególnych serii. Metoda kierunkowa pomiaru kątów ma zastosowanie przy zdjęciach triangulacyjnych. Poniżej podana jest tabelka pomiaru kątów metodą kierunkową (tab. 9).

Tabela 9.

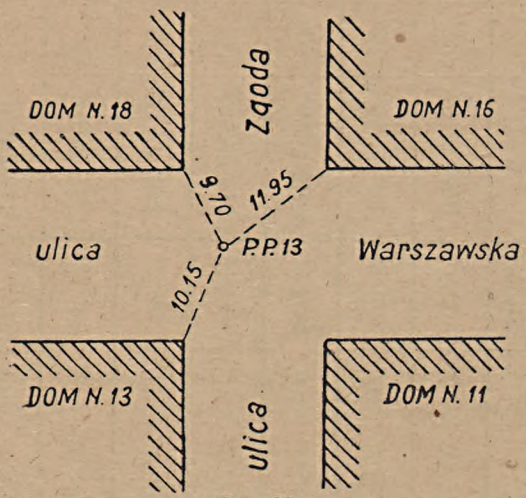
Stanow. instr.	Cel	K. P.			K. L.			$\frac{1}{2}$(KP+KL)	Kierunki zredukowane	Uwagi
		N. I	N. II	Sredni	N. I	N. II	Sredni			
	A	0° 0′ 0″	0′	0′ 0″	180° 0′ 0″	0″	0′ 0″	0° 0′ 0″	0° 0′ 0″	
O	B	25°34′10″	10″	34′10″	205°34′10″	10″	34′10″	25°34′10″	25°34′10″	
	C	66°48′20″	10″	48°15″	246°48′30″	20″	48′25″	68°48′20″	68°48′20″	
	A	0° 0′10″	10″	0′10″	179°59′50″	50″	59′50″	0° 0′ 0″		
	A	90° 0′ 0″	0″	0′ 0″	270° 0′ 0″	0′0″	0′ 0″	90° 0′ 0″	0° 0′ 0″	
O	B	115°34′ 0″	0″	34′ 0″	295°34′10″	10″	34′10″	115°34′ 5″	25°34′ 0″	
	C	156°48′10″	10″	48′10″	336°48′20″	20″	48′20″	156°48′15″	68°48′10″	
	A	90° 0′10″	10″	0′10″	270° 0′10″	10″	0′10″	90° 0′10″		

Pomiar kąta metodą kierunkową.

§ 9. Zdjęcie poligonu metodą obejścia.

Na zdejmowanym obszarze zakładamy szereg punktów głównych, tworzących pewną linię łamaną w kształcie zamkniętego wieloboku, którą nazywamy ciągiem poligonowym lub obwodnicą. Punkty poligonowe oznaczamy odpowiednio trwale w terenie przy pomocy znaków stabilizacyjnych. Następnie wykonujemy tzw. szkice topograficzne punktów, mające na celu ułatwienie odnalezienia danego punktu w terenie i ewentualne jego odtworzenie, w razie jeżeli znak stabilizacyjny ulegnie zniszczeniu.

W tym celu odmierzamy ruletką odległości punktu od kilku, co najmniej trzech punktów stałych w postaci narożników domów czy ogrodzeń, grubych drzew itp. (rys. 88).

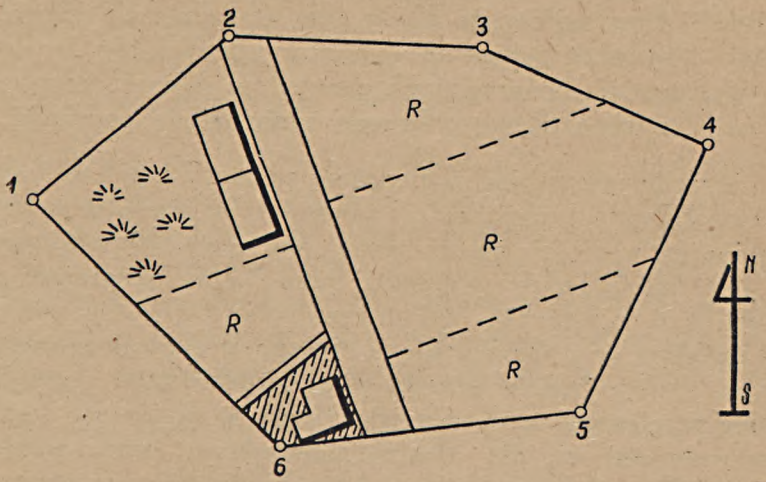


Rys. 88.

Szkice topograficzne robimy na arkuszach szarego papieru mniej więcej odręcznie i bez zachowania skali, podając tylko odpowiednie wymiary w ich rzeczywistej wielkości. Następnie wykonujemy ogólny szkic całego poligonu, też bez dokładnego zachowania skali, ale z odręcznym uwidocz-

nieniem wszelkich szczegółów, które zdjęcie danego terenu ma objąć (rys. 89).

Po wykonaniu tych czynności wstępnych przystępujemy do samych pomiarów. W każdym poligonie mierzymy zawsze wszystkie jego kąty wewnętrzne, wszystkie boki



Rys. 89.

oraz co najmniej dwa azymuty którychkolwiek dwóch boków. W praktyce pożądane jest pomierzenie wszystkich azymutów, można jednak poprzestać na dwóch. Pomiar prowadzimy w ten sposób, że obchodzimy z instrumentem poligon dookoła w kierunku prawym, mierząc kąty wewnętrzne prawe naszego poligonu. Boki poligonu mierzymy każdy co najmniej dwukrotnie raz — w jedną, drugi raz — w przeciwną strone przy pomocy taśmy stalowej lub łat mierniczych, notując otrzymane wyniki pomiaru w notatnikach pomiarowych. Kąty poligonu mierzymy teodolitem, metodą zwyczajną, albo repetycyjną, notując wynik w dzienniku katowym. Jeżeli teodolit posiada busolę, to równocześnie z pomiarem kątów odczytujemy azymuty boków notując je albo w specjalnie na ten cel przeznaczonej rubryce

azymutów, lub też w uwagach. Na tym kończą się właściwe czynności pomiarowe. Opracowanie danych celem zebrania materiału do kreślenia planu wykonujemy w biurze.

Opracowanie danych polega na sprawdzeniu, czy otrzymane wyniki nie są obarczone błędami niedopuszczalnymi i jeżeli sprawdzimy, że błędy leżą w granicach dozwolonych, — to praca polega na wyelinowaniu tych błędów drogą wyrównania pomierzonych elementów, a więc drogą poprawienia ich o pewne obliczone odpowiednio poprawki.

Przede wszystkim sprawdzamy pomiary kątowe. Ponieważ poligon jest wielobokiem zamkniętym, zatem suma jego kątów jest wartością z góry znaną i równa się $180^0(n-2)$, gdzie n jest ilością boków poligonu. Suma kątów pomierzonych musi być równa tej teoretycznej wartości. Oczywiście w praktyce, na skutek całego szeregu przyczyn zewnętrznych, zawsze będzie istniała pewna rozbieżność pomiędzy sumą pomierzoną a teoretyczną. Błędy w pomiarach kątów spowodowane są nie idealnie dokładnym scentrowaniem przyrządu nad wierzchołkiem kąta, niedokładnie pionowym ustawieniem tyczki na danym punkcie, grubością tyczki (nitka krzyża jest zawsze cieńsza niż tyczka i przy celowaniu może istnieć różnica w nastawieniu na jej środek), dokładnością samego odczytywania, błędami konstrukcyjnymi przyrządu, przyczynami atmosferycznymi (jak drganie warstw powietrza, wiatr), itp. Niektóre z tych błędów dadzą się w dużej mierze wyeliminować, (np. niepionowe ustawienie tyczki nad punktem da się usunąć przez celowanie na sam spód tyczki), ale zawsze pozostanie szereg innych, wpływających ujemnie na wynik pomiarów.

Różne instrukcje pomiarowe przewidują różne normy dla wartości dopuszczalnej odchyłki sumy kątów pomierzonych od teoretycznej, w zależności od celów danego zdjęcia i warunków terenowych. Jako pewną przeciętną normę wartości błędu dopuszczalnego możemy przyjąć wartość

$1{,}5\,\sigma\sqrt{n}$, gdzie σ jest dokładnością noniusza danego przyrządu, zaś n jest ilością mierzonych elementów.

Jeżeli błąd wypadnie większy niż dopuszczalny, pomiar należy bezwzględnie powtórzyć, w wypadku gdy błąd będzie mniejszy lub równy dopuszczalnemu — należy go wyrównać, tzn. poprawić każdy z kątów o pewną poprawkę, tak, aby suma kątów wyrównanych była dokładnie równa teoretycznej. Wprawdzie dokładność pomiarów wszystkich kątów nie jest idealnie jednakowa, chociażby na skutek różnych długości celowych, można jednak z wystarczającym przybliżeniem przyjąć, że skoro warunki zewnętrzne pomiaru (instrument, obserwator, pogoda) są takie same, to prawdopodobieństwo powstania błędów będzie jednakowe. W dalszej konsekwencji tego założenia, poprawki kątowe będą także jednakowe, czyli wyrównanie kątów przeprowadzimy równomiernie, poprawiając każdy kąt o jednakową poprawkę $\Delta = -\frac{f}{n}$, gdzie f jest całkowitym błędem sumy kątów i równa się

$$f = \Sigma \text{ kątów pomierzonych} - \Sigma \text{ teoretyczna},$$

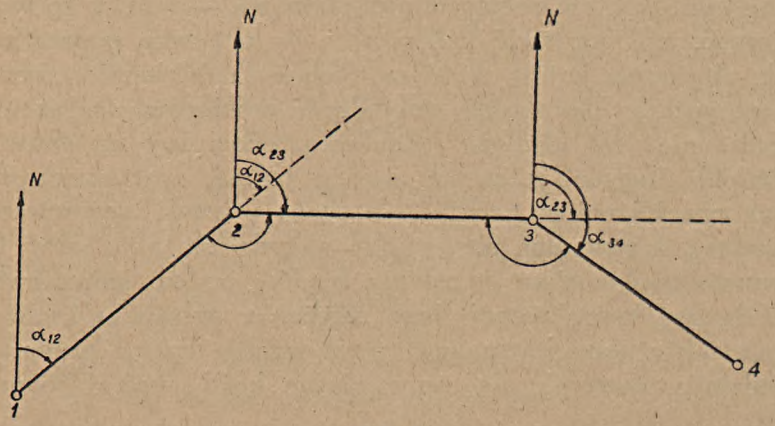
zaś n jest ilością kątów.

Po wyrównaniu kątów przystępujemy do sprawdzenia lub obliczenia wszystkich azymutów. Jeżeli znamy jakikolwiek jeden azymut oraz wszystkie kąty wewnętrzne, możemy pozostałe azymuty obliczyć według następującego wzoru (rys. 90):

$$\begin{aligned}
\alpha_{2,3} &= \alpha_{1,2} + 180^0 - K_2 \\
\alpha_{3,4} &= \alpha_{2,3} + 180^0 - K_3 \\
&\cdots\cdots\cdots \\
\alpha_n &= \alpha_{n-1} \pm 180^0 - K_{n,\,n-1}.
\end{aligned}$$

Azymut boku następnego równa się azymutowi boku poprzedniego plus (albo minus) 180°, minus kąt wewnętrzny prawy, zawarty pomiędzy bokiem poprzednim i następnym.

Obliczamy, na podstawie jednego pomierzonego, wszystkie pozostałe azymuty w koło, aż do wyjściowego, celem sprawdzenia rachunku. Jeżeli pomierzonych jest więcej azymutów, to przyjąwszy którykolwiek za początkowy, oblicza-



Rys. 90.

my pozostałe i sprawdzamy różnicę pomiędzy azymutami obliczonymi i odczytanymi. Jeżeli stwierdzimy duże rozbieżności, większe od jednego stopnia, to świadczy to o błędzie w odczytaniu azymutów. Wobec tego, przyjmując inny azymut za wyjściowy, powtórnie obliczamy pozostałe, znów porównując różnice, i na podstawie tych różnic będziemy mogli skonstatować, który azymut odczytano błędnie. Do dalszej pracy potrzebne nam będą oczywiście azymuty wyrównane, tzn. te, które zostały obliczone na podstawie któregokolwiek prawidłowo odczytanego jednego azymutu i wyrównanych kątów wewnętrznych.

§ 10. Graficzne nanoszenie poligonu.

Po wyrównaniu kątów i azymutów należy, obrawszy skalę, nanieść dany poligon na papier. Nanoszenie może być

wykonane dwojako, albo za pomocą kolejnego odmierzania azymutów i długości odpowiednich boków, albo przez naniesienie pierwszego kierunku przy pomocy azymutu, a pozostałych przy pomocy odmierzania poszczególnych kątów wewnętrznych.

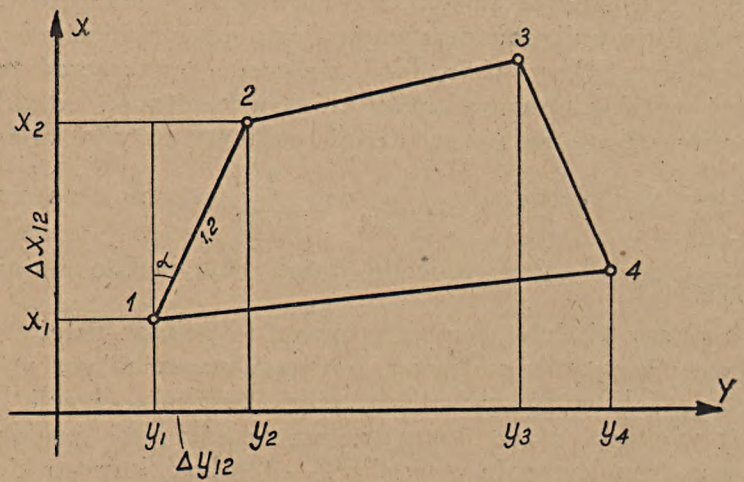
Z powyżej podanych dwóch sposobów nanoszenia pierwszy jest znacznie dokładniejszy aniżeli drugi, w drugim bowiem sumują się kolejno wszystkie błędy w odkładaniu kątów, dając coraz większe przesunięcia następnych kierunków. Dlatego też tego sposobu nie należy stosować.

Po narysowaniu, wielobok powinien się zamknąć, ale w praktyce prawie nigdy się nie zamknie. Niezamknięcie poligonu spowodowane jest po pierwsze, błędami w pomiarze długości, a po drugie — błędami samego wykreślenia. Błędy kreślenia są stosunkowo niewielkie, dlatego też niezamknięcie poligonu nazywamy jego niezamknięciem długościowym. Oczywiście, błąd nie może przekraczać pewnych granic dopuszczalnych, które w zależności od celów danego zdjęcia są różne. Średnio możemy przyjąć dopuszczalny błąd równy od $\frac{1}{4.000}$ do $\frac{1}{2.000}$ a czasem nawet do $\frac{1}{1.000}$ części całego obwodu. Jeżeli błąd będzie mniejszy lub równy błędowi dopuszczalnemu, to poligon należy wyrównać w sposób graficzny, lub graficzno-analityczny, podobnie jak wyrównywaliśmy ciągi busolowe. Jeżeli błąd jest większy aniżeli dopuszczalny, należy boki pomierzyć jeszcze raz, a przede wszystkim — ten bok, którego kierunek jest mniej więcej równoległy do odcinka błędu, gdyż w nim najprawdopodobniej tkwi gruby błąd, np. opuszczenie jednej taśmy.

§ 11. Obliczanie współrzędnych wierzchołków poligonu.

Celem dokładniejszego naniesienia zdjętego poligonu na plan, należy, odniósłszy go do pewnego układu współrzędnych prostokątnych, obliczyć współrzędne wierzchołków i nanieść poligon przy pomocy współrzędnych.

Jako układ współrzędnych X i Y przyjmujemy kierunek północ-południe i wschód- zachód. Oś X przyjmujemy za pokrywającą się z kierunkiem południka geograficznego, lub magnetycznego, w zależności od tego, jaki mamy azymut, przy tym jej dodatni zwrot przyjmujemy w kierunku na północ. Dodatni zwrot osi Y przyjmujemy na wschód. W tak obranym układzie osi, azymut pewnego kierunku jest równocześnie kątem kierunkowym danej prostej w obranym układzie osi.



Rys. 91.

Po wyrównaniu kątów i azymutów danego poligonu, przystępujemy do obliczenia jego współrzędnych. W tym celu obieramy dowolny wierzchołek za początkowy i zakładamy sobie wartości jego współrzędnych, np. x_1 i y_1. Chcąc

w dalszym ciągu obliczyć współrzędne wierzchołka drugiego (rys. 91) musimy do współrzędnych punktu pierwszego dodać pewne odcinki Δx_{12} i Δy_{12} będące rzutami boku 1 — 2 na obie osie współrzędnych. Odcinki te nazywamy przyrostami współrzędnych na drodze od punktu 1 do punktu 2. Przyrosty równają się odpowiednio:

$$\Delta x_{12} = d_{12} \cdot \cos \alpha_{12}$$
$$\Delta y_{12} = d_{12} \cdot \sin \alpha_{12}.$$

Przyrosty mogą być dodatnie i ujemne, w zależności od wartości azymutu.

Przyrost na oś X jest dodatni dla azymutów od 0° do 90° i od 270° do 360°. Dla pozostałych wartości przyrost jest ujemny. Przyrost Δy jest dodatni dla azymutów od 0° do 180°, dla pozostałych — jest ujemny.

Obliczywszy przyrosty, współrzędne znajdujemy według następującego wzoru:

$$x_2 = x_1 + \Delta x_{12}$$
$$y_2 = y_1 + \Delta y_{12}.$$

Analogicznie

$$x_3 = x_2 + \Delta x_{23} \qquad y_3 = y_2 + \Delta y_{23}$$

. . . . . .

$$x_n = x_{n-1} + \Delta x_{(n-1).n}, \; ; \; y_n = y_{n-1} + \Delta y_{(n-1),\, n}.$$

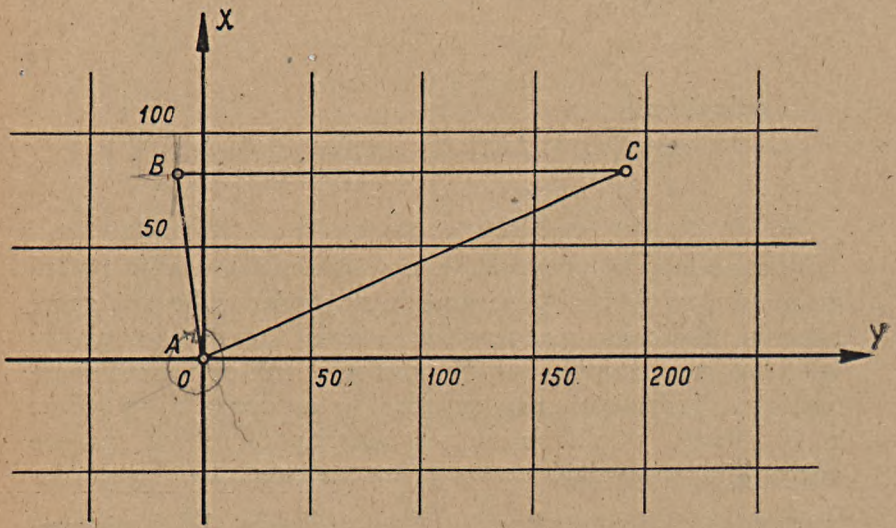
Po obliczeniu przyrostów, co wykonujemy albo posługując się zwykłymi tablicami logarytmów, albo też specjalnymi tablicami przyrostów Gaussa, sprawdzamy, czy wielobok nasz zamyka się długościowo, tzn. czy suma przyrostów na jedną oś i suma przyrostów na drugą oś są równe zeru. Jeżeli wielobok się nie zamyka, to znowu przede wszystkim sprawdzić musimy czy niezamknięcie jest dopuszczalne, tj. mniejsze od $\frac{1}{2.000}$ obwodu. Błąd niezamknięcia równy jest pierwiastkowi kwadratowemu z sumy kwadratów sum przyrostów na jedną i drugą oś.

$$f_s = \sqrt{(\Sigma \Delta x)^2 + (\Sigma \Delta y)^2}.$$

Jeżeli błąd jest niedopuszczalny, należy poligon pomierzyć powtórnie, jeżeli zaś błąd jest dopuszczalny, to należy go wyrównać, wyrównując przyrosty.

Ponieważ przy pomiarze długości błąd jest tym większy im większa jest mierzona długość, to wobec tego przyrosty należy wyrównać także w zależności od długości boków. Znając całkowity błąd f_y i f_x, każdy przyrost na osi X poprawimy o wartość $-\frac{f_x}{P} d_n$, gdzie P jest obwodem całego poligonu, zaś d_n — długością odpowiedniego boku. Po wyrównaniu przyrostów, suma ich winna równać się dokładnie zeru, po czym możemy już obliczać współrzędne i następnie, obrawszy skalę, wykreślić plan poligonu.

§ 12. Przykład obliczania współrzędnych.



Rys. 92.

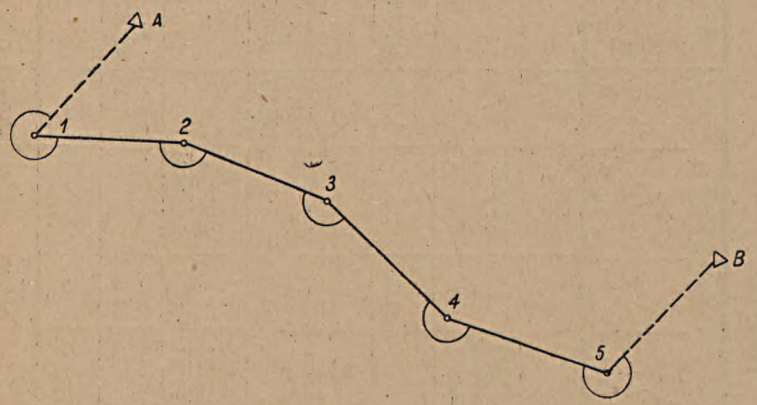
Poniżej podajemy obliczenie współrzędnych poligonu trójkątnego ABC i wyrównanie (rys. 92, tab. 10).

Tabela 10.

Wierzc. ołek kąta	Cel	Kąty pomierzone	Kąty wyrównane	Azymuty odczytane	Azymuty obliczone α	Długości boków d	Przyrosty obliczone				Przyrosty wyrównane		Współrzędne		Uwagi
							$\lg \Delta x = \lg d + \lg \cos \alpha$	Δx	$\lg \Delta y = \lg d + \lg \sin \alpha$	Δy	Δx	Δy	X	Y	
	B														
A		$68^0 15'$	$68^0 16'$				1.92505 9 99930 1.92435		1.92505 8.75535 0.67858				0.000	0.000	
	C				$356^0 45'$	84,15		+ 84,014		− 4,770	+ 84,012	− 4,780			
B		$86^0 44'$	$86^0 45'$										+ 84,012	− 4,780	
	A			$90^0 00$	$90^0 00'$	185.10		+ 0.000		+ 185,10	+ 0.000	+ 185,08			
C		$24^0 58'$	$24^0 59'$				2.29863 9.62568 1.92431		2.29863 9.95733 2.25596				+ 84,012	+ 180,30	
	B				$245^0 01'$	198,90		− 84 006		− 180,28	− 84,012	− 180,30			
A													0.000	0.000	
		$179^0 57'$	$180^0 00'$					+ 00,080		+0,05	0,000	0.000			

§ 13. Poligony otwarte i węzłowe.

Częstokroć zdarzającym się w praktyce pomiarowej wypadkiem zdjęcia jest zdjęcie wydłużonego pasa terenu, leżącego pomiędzy dwoma punktami państwowej sieci triangulacyjnej (rys. 93). Wówczas pomiędzy tymi punktami zakładamy w terenie poligon otwarty, oparty o nie.

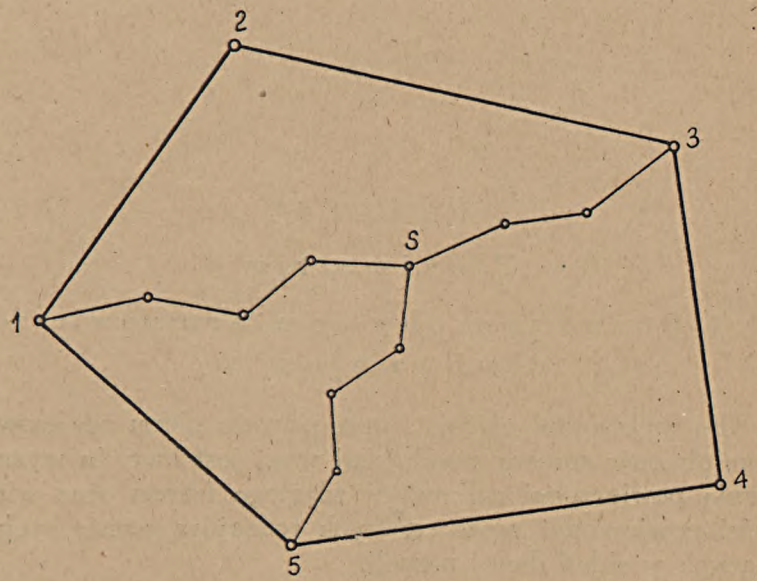


Rys. 93.

Zdjęcie takiego poligonu jest identyczne, jak poligonu zamkniętego, przy tym kontrolę dla pomiarów stanowią wartości współrzędnych punktów końcowych, czyli oporowych zdjęcia.

Często zdejmowany duży teren otoczony zostaje poligonem zamkniętym obwodowym, zaś do środka prowadzi się kilka ciągów pomocniczych, przecinających się we wspólnym punkcie S, który nazywamy węzłowym (rys. 94). Obliczenie ciągów pomocniczych doprowadzi nas kolejno do ustalenia kilku różnych wartości współrzędnych dla punktu węzłowego. W wypadku jeżeli długość wszystkich ciągów pomocniczych będzie mniej więcej równa, istotne

współrzędne punktu S można będzie przyjąć jako średnią arytmetyczną wszystkich pomiarów, po czym, po ustaleniu współrzędnych punktu S, trzeba będzie wyrównać kolejno



Rys. 94.

poszczególne poligony, jako poligony otwarte, oparte z każdej strony na dwóch punktach stałych.

Jeżeli ciągi wewnętrzne będą różnej długości, to wyrównanie współrzędnych punktu węzłowego należy przeprowadzić z uwzględnieniem długości ciągów, przy tym poprawki będą proporcjonalne do długości ciągu.

ROZDZIAŁ IV.

Planimetria.

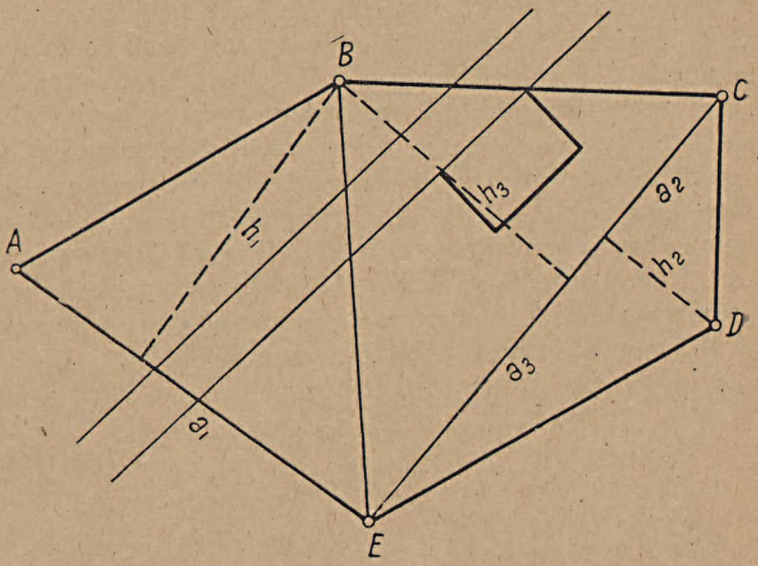
§ 1. Różne sposoby pomiaru powierzchni na planie.

Po wykonaniu zdjęcia i opracowaniu planu zdejmowanego obszaru, sprawą zasadniczej wagi jest kwestia wyznaczenia powierzchni całkowitej zdjętego terenu oraz wielkości powierzchni poszczególnych rodzajów gruntu, wchodzących w skład danej parceli.

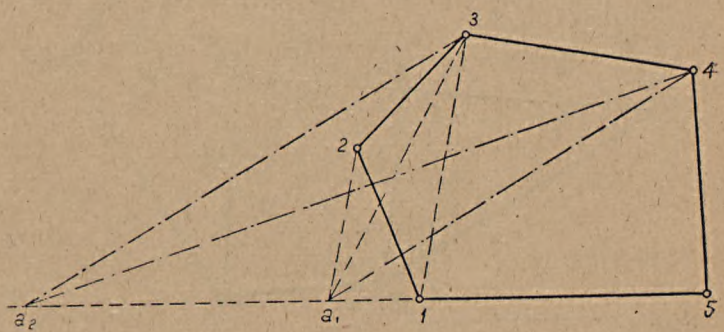
Istnieje kilka różnych sposobów wyznaczania powierzchni na planie. Jeżeli zdjęty obszar jest ograniczony odcinkami prostolinijnymi, wówczas powierzchnię obliczamy sposobem geometrycznym, dzieląc cały obszar na szereg trójkątów i obliczając kolejno powierzchnię każdego z trójkątów jako iloczyn podstawy przez połowę wysokości oraz sumując następnie wszystkie powierzchnie trójkątów (rys. 95).

Inny, także geometryczny sposób pomiaru powierzchni dowolnego wieloboku, polega na graficznej zamianie wieloboku na równoważny mu trójkąt, oraz na obliczeniu powierzchni otrzymanego trójkąta (rys. 96). Zamianę wieloboku na równoważny mu trójkąt robimy w ten sposób, że kolejno zastępujemy jego dwa boki sąsiednie, tworzące li-

nię łamaną, przez jeden bok, poprowadzony, jak to wskazuje rysunek, tak, żeby odjęta od wieloboku część powierzchni z jednej strony poprowadzonego nowego boku była



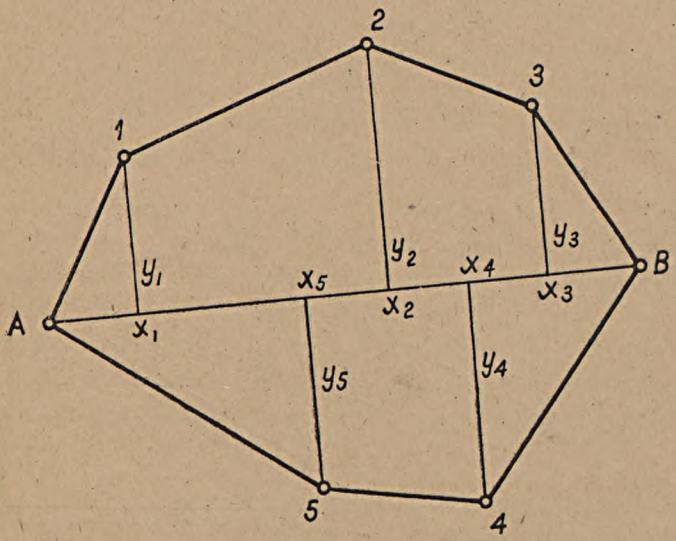
Rys. 95.



Rys. 96.

równoważna z dodaną do wieloboku częścią powierzchni z drugiej strony nowego boku. Jeśli weźmiemy pięciobok

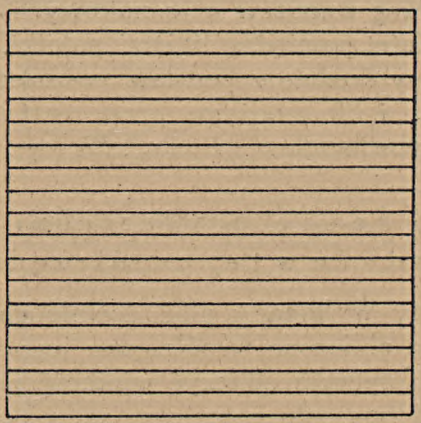
1, 2, 3, 4, 5; (rys. 96), to chcąc zastąpić boki 1—2 i 2—3 przez jeden bok, najpierw łączymy punkty 1 i 3 ze sobą przez co nasz pięciobok zamienił się na czworobok, ale o powierzchni mniejszej o wielkość trójkąta 1, 2, 3. Wobec tego należy linię 1—3 przesunąć do położenia $3—a_1$, tak, żeby dodana powierzchnia 1, 3, a_1 była równa odjętej powierzchni 1, 2, 3. W tym celu przez punkt 2 prowadzimy równoległą do prostej 3—1, aż do przecięcia się z przedłużeniem boku 5—1 w punkcie a_1. Prosta $3—a_1$ jest właśnie tą szukaną linią, zastępującą boki 1—2 i 2—3. Czworobok zaś a_1, 3, 4, 5 jest równoważny pięciokątowi 1, 2, 3, 4, 5 (trójkąty 1, 2, 3 i 1, a_1, 3 mają równe podstawy 1—3 i równe wysokości więc są równoważne). W dalszym ciągu analogicznie czworokąt a_1, 3, 4, 5 zamieniamy na trójkąt; zastępując boki a_1—3 i 3—4 przez jeden bok a_2—4.



Rys. 97.

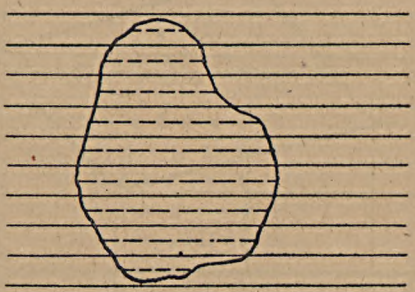
Jeżeli zdjęcie wykonane było metodą domiarów prostopadłych, to powierzchnię całego obszaru obliczymy jako

sumę powierzchni poszczególnych trapezów i trójkątów (rys. 97), na które zdejmowany obszar został podzielony przez rzędne i odcięte poszczególnych punktów krańcowych.



Rys. 98.

Oczywiście, wszystkie wymiary brane z planu należy brać w odpowiedniej skali, w której cały plan został wykonany.



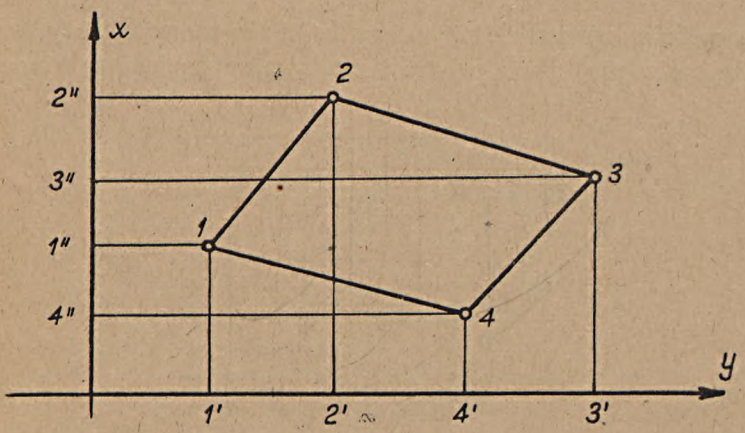
Rys. 99.

Jeżeli zdjęta powierzchnia ograniczona jest konturem krzywolinijnym, to pomiar możemy wykonać przy pomocy tzw. paletki. Paletka jest to kalka przezroczysta, na której narysowany jest zespół linii równoległych do siebie w rów-

nych odległościach, np. co dwa milimetry. (rys. 98). Pomiar wykonujemy w ten sposób, że nakładamy paletkę na mierzoną powierzchnię, przez co obszar mierzony zostaje podzielony na szereg trapezów o jednakowych wysokościach, równych odległości pomiędzy liniami paletki. Przy pomocy cyrkla mierzymy średnie z podstaw poszczególnych trapezów h_1, h_2, ... h_n i Σh mnożymy przez rozstaw linii paletki a, otrzymując powierzchnię: $F = a \cdot \Sigma h$ (rys. 99).

§ 2. Obliczenie powierzchni poligonu na podstawie współrzędnych.

Jeżeli mamy wykonany plan dowolnego poligonu zamkniętego oraz obliczone współrzędne jego wierzchołków, to możemy analitycznie obliczyć wielkość powierzchni tego poligonu. W tym celu rzutujemy wszystkie wierzchołki poligonu na oś Y — ów, przez co tworzy się szereg trapezów o znanych podstawach i wysokościach (rys. 100). Powierzchnia poligonu 1, 2, 3, 4 równa jest różnicy sum odpowiednich trapezów:



Rys. 100.

$$F_{1234} = F_{122'1'} + F_{233'2'} - F_{433'4'} - F_{44'1'1}.$$

Jeżeli współrzędne poszczególnych wierzchołków oznaczymy odpowiednio przez x_1, y_1, x_2, y_2 ... itd, to powierzchnie poszczególnych trapezów obliczymy w funkcji poszczególnych wartości x i y w sposób bardzo prosty

$$F_{122'1'} = \frac{x_1 + x_2}{2} (y_2 - y_1)$$

$$F_{233'2'} = \frac{x_2 + x_3}{2} (y_3 - y_2)$$

$$F_{433'4'} = \frac{x_3 + x_4}{2} (y_3 - y_4)$$

$$F_{44'1'1} = \frac{x_4 + x_1}{2} (y_4 - y_1).$$

W dalszym ciągu wartość powierzchni wynosi:

$$F_{1234} = \frac{x_1 + x_2}{2} (y_2 - y_1) + \frac{x_2 + x_3}{2} (y_3 - y_2) - \frac{x_3 + x_4}{2} (y_3 - y_4) - \frac{x_4 + x_1}{2} (y_4 - y_1);$$

$$2F = (x_1 + x_2)(y_2 - y_1) + (x_2 + x_3)(y_3 - y_2) - (x_3 + x_4)(y_3 - y_4) - (x_4 + x_1)(y_4 - y_1).$$

Po przemnożeniu i zredukowaniu otrzymamy

$$2F = x_1 (y_2 - y_4) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_4 - y_2) + x_4 (y_1 - y_3),$$

czyli ostatecznie

$$2F = \sum_1^n x_n (y_{n+1} - y_{n-1}).$$

Zatem podwójna wartość mierzonego pola poligonu równa jest sumie iloczynów współrzędnych x poszczególnych wierzchołków, mnożonych przez odpowiednie różnice y-ów wierzchołków następnych, minus y-ki wierzchołków poprzednich.

Tabela 11.

Nr wierzchołka	X_n	Y_n	$X_{n+1}-X_{n-1}$	$Y_{n+1}-Y_{n-1}$	$X_n\,(Y_{n+1}-Y_{n-1})$	$Y_n\,(X_{n+1}-X_{n-1})$	UWAGI
4	+21,3	+85,9					
1	00,0	0,00	+ 18,2	− 134,1	0	0	
2	+39,5	−48,2	+ 75,8	+ 46,7	+1844,65	−3553,56	
3	+75,8	+46,7	− 18,2	+ 134,1	+10164,78	−849,94	
4	+21,3	+85,9	− 75,8	− 46,7	−994,71	−6511,22	
1	0,00	0,00					$F=5507{,}36_{m^2}=$
				Σ	+11014,72	−11014,72	$=0{,}550736_{ha}$

Obliczenie powierzchni.

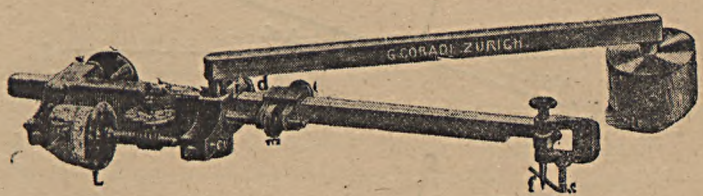
Oczywiście, analogicznie wielkość powierzchni poligonu 1, 2, 3, 4, można znaleźć rzutując wszystkie wierzchołki na oś x-ów i znajdując szukane pole jako różnicę sum odpowiednich trapezów. Otrzymamy wówczas

$$2F = \sum_{1}^{n} y_n \, (x_{n+1} - x_{n-1}) \, .$$

Powyżej podaliśmy przykład obliczania powierzchni na podstawie współrzędnych poligonu (tab. 11).

§ 3. Mechaniczne wyznaczanie powierzchni. Planimetr.

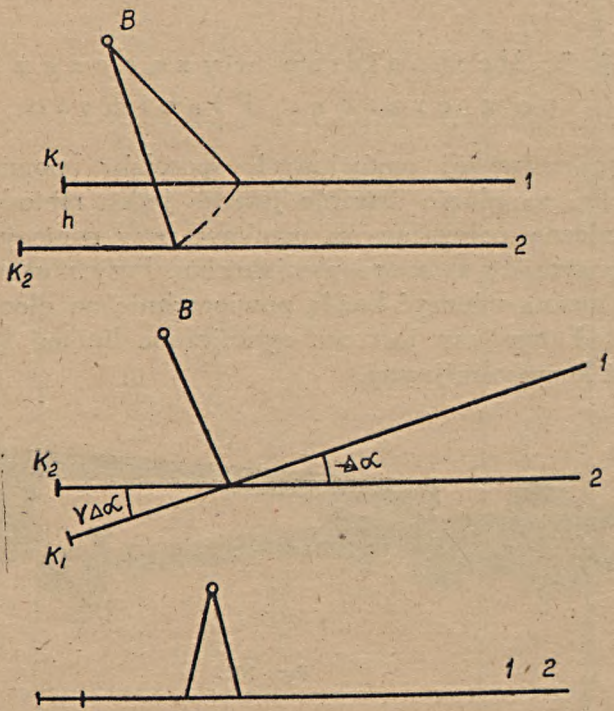
Oprócz wyżej omówionych sposobów pomiaru powierzchni na planie istnieje jeszcze jedna metoda, zwana mechaniczną, polegająca na pomiarze przy pomocy specjalnego przyrządu zwanego planimetrem. Przy pomocy planimetru można mierzyć każdą powierzchnię na planie niezależnie od tego, czy jest ona ograniczona liniami łamanymi czy też krzywolinijnymi.



Rys. 101.

Istnieje kilka różnych typów planimetrów; najbardziej rozpowszechniony w użyciu jest planimetr Amsler-Coradi'ego (rys. 101). Planimetr składa się z dwóch ramion R i r połączonych ze sobą przegubowo w punkcie P. Jedno z ramion zakończone jest ciężarkiem B, zwanym biegunem; ra-

mię to nazywamy ramieniem biegunowym. Drugie ramię R nazywa się wodzącym i z jednego końca zakończone jest szpileczką, zwaną wodzidłem, na drugim zaś końcu posiada kółeczko C, zwane kółkiem całkującym. Kółko C połączone jest z mechanizmem L liczącym jego obroty. Mechanizm liczący składa się z trzech części: poziomej tarczy T, bębna K oraz noniusza N. Ilość obrotów kółka całkującego odczytujemy zawsze w postaci liczby czterocyfrowej, przy



Rys. 102.

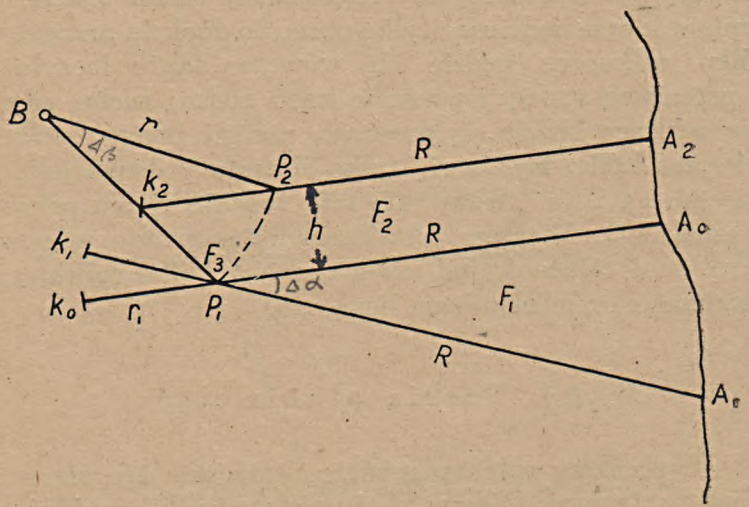
tym pierwszą cyfrę odczytujemy z tarczy, dwie następne — z bębna, czwartą zaś — z noniusza. Pomiar powierzchni planimetrem wykonujemy w sposób następujący: ustawiamy

biegun planimetru nieruchomo na zewnątrz lub wewnątrz mierzonej figury, po czym przy pomocy wodzidła oprowadzamy mierzone pole dookoła wzdłuż konturu. Przy oprowadzaniu kółko całkujące toczy się po papierze lub ślizga się, zaś mechanizm liczący — liczy jego obroty. Kółko całkujące może mieć trzy rodzaje ruchu: pierwszy będzie zachodził wówczas, gdy ramię wodzące będzie się przesuwało w kierunku równoległym do siebie — kółko całkujące będzie się wówczas toczyło; drugi rodzaj ruchu będzie, gdy ramię wodzące będzie się tylko obracało dookoła przegubu — kółko całkujące będzie się wówczas także toczyło ale w przeciwną stronę; i wreszcie trzeci rodzaj ruchu, gdy ramię wodzące będzie się posuwało wzdłuż samego siebie — wówczas kółko będzie się tylko ślizgało i droga jego będzie równa zeru. Wszystkie trzy rodzaje ruchu pokazuje rysunek 102. Mierzona powierzchnia pozostaje w pewnej określonej zależności od ilości obrotów kółka całkującego, odczytanych z mechanizmu liczącego.

§ 4. Teoria planimetru.

Wyobraźmy sobie planimetr ustawiony biegunem wewnątrz mierzonej figury, którego wodzidło znajduje się w punkcie A_1 na obwodzie danej figruy. Jeżeli w dalszym ciągu przesuniemy wodzidło po obwodzie figury z punktu A_1 do punktu A_2, nieskończenie blisko położonych względem siebie, to cały planimetr zatoczy nam powierzchnię $P_2BP_1A_1A_2$, (rys. 103). Powierzchnię tę nazwijmy elementarnym przesunięciem planimetru. Całkowita mierzona przez nas powierzchnia będzie sumą przesunięć elementarnych, przy czym sumowanie prowadzimy od zera do 2π, ponieważ wykonujemy planimetrem pełny obwód 2π przy pomiarze. Przesunięcie wodzidła z punktu A_1 do punktu A_2 można rozbić na dwa posunięcia: najpierw wodzidło wykonało tylko obrót o kąt $\Delta\alpha$ i przeszło z punktu

A_1 do punktu A_0, po czym w dalszym ciągu ramię wodzące wykonało ruch równoległy do siebie i wodzidło przeszło z punktu A_0 do punktu A_2. Wobec tego powierzchnię elementarnego przesunięcia możemy przedstawić jako sumę następujących trzech części składowych: F_1 — powierzchnia wycinka kołowego o promieniu równym długości ramienia wodzącego R i nieskończenie małym kące obrotu



Rys. 103.

$\Delta\alpha$, F_2 — powierzchnia równoległoboku, którego bokiem jest długość ramienia wodzącego R, zaś wysokością nieskończenie mały odcinek $A_0A_2 = h$ i wreszcie F_3 — powierzchnia wycinka kołowego o promieniu równym długości ramienia biegunowego i nieskończenie małym kącie obrotu $\Delta\beta$. Przy nieskończenie małych przesunięciach można uważać, że określenie powyższe części składowych powierzchni elementarnej jest zupełnie wystarczająco dokładne mimo, że w rzeczywistości i przy dużym skażeniu rysunku widać, że

ani powierzchnie F_1 i F_3 nie są wycinankami koła, ani też F_2 nie jest równoległobokiem. Powierzchnia elementarna

$$E = F_1 + F_2 + F_3 =$$
$$= \frac{R^2}{2}\Delta\alpha + Rh + \frac{r^2}{2}\Delta\beta .$$

Całkowita zaś powierzchnia mierzonej figury F równa jest sumie wszystkich powierzchni elementarnych, powstałych przez obrót wodzidła dookoła obwodu danej figury.

$$F = \sum_{o}^{2\pi} E;$$

$$E = \sum_{o}^{2\pi} E = \sum_{o}^{2\pi} (F_1 + F_2 + F_3) = \sum_{o}^{2\pi} F_1 + \sum_{o}^{2\pi} F_2 + \sum_{o}^{2\pi} F_3;$$

$$F = \Sigma \frac{R^2}{2}\Delta\alpha + \Sigma R.h + \Sigma \frac{r^2}{2}\Delta\beta = \pi R^2 + \Sigma R.h + \pi r^2;$$

$$F = \pi (R^2 + r^2) + R \Sigma h.$$

Pozostaje nam teraz kwestia wyznaczenia wartości Σh w funkcji ilości obrotów kółka całkującego. Jeżeli kółko całkujące obróci się i liczydło przesunie się o wartość jednej działki na noniuszu to przyjmijmy, że droga, jaką kółko wykonało wynosi d. Wobec tego, jeżeli kółko całkujące wykona dowolną drogę x, to liczydło przesunie się o $\frac{x}{d}$ działek.

Rozpatrzmy, jaką drogę wykonało kółko całkujące przy przejściu wodzidła planimetru z punktu A_1 do punktu A_2. Gdy wodzidło przeszło z punktu A_1 do punktu A_0, — wówczas kółko cofnęło się wzdłuż drogi łukowej z K_1 do K_0, a więc odbyło jak gdyby drogę ujemną, po czym, gdy wodzidło przesunęło się z punktu A_0 do punktu A_2, — kółko całkujące wykonało dodatnią drogę K_0K_2 rów-

ną wartości h. Całkowita droga, jaką odbyło kółko całkujące przy elementarnym przesunięciu wynosi więc:

$$h - K_1 K_0 = h - r_1 \Delta\alpha,$$

gdzie r_1 jest odległością kółka całkującego od przegubu. Ilość obrotów, jakie wykona kółko przy elementarnym przesunięciu:

$$n = \frac{h - r_1 \Delta\alpha}{d} = \frac{h}{d} - \frac{r_1 \Delta\alpha}{d}.$$

Wobec tego całkowita ilość obrotów N, jaką wykona kółko całkujące przy oprowadzeniu całej figury dookoła będzie równa sumie ilości obrotów przy wszystkich przesunięciach elementarnych:

$$N = \sum_{o}^{2\pi} n = \sum_{o}^{2\pi} \frac{h}{d} - \sum_{o}^{2\pi} \frac{r_1 \Delta\alpha}{d}.$$

Z tego wyrażenia określimy sobie Σh w funkcji wartość N:

$$\Sigma h = N \cdot d + 2\pi r_1.$$

Wartość tę podstawiamy do równania wyrażającego nam szukaną wielkość powierzchni danej figury F.

$$F = \pi R^2 + \pi r^2 + R (N \cdot d + 2\pi r_1) =$$
$$= N (d \cdot R) + \pi R^2 + \pi r^2 + 2\pi R r_1.$$

Jeżeli iloczyn $d.R$, jako iloczyn dwóch czynników stałych, określimy jednym symbolem k, zaś sumę wyrazów

$$\pi R^2 + \pi r^2 + 2\pi r_1 R$$

nazwiemy jedną literą C, to powierzchnia F wyrazi się:

$$F = k \cdot N + C.$$

We wzorze tym k i C są to wielkości stałe, zwane stałymi planimetru, zaś N jest ilością obrotów kółka całkującego. Pierwsza, albo mała stała planimetru k, jest to powierzchnia pewnego prostokąta, którego jednym bokiem jest długość ramienia wodzącego R, zaś drugim bokiem jest d,

czyli jedna tysiączna część obwodu kółka całkującego (droga, którą wykona kółko, gdy liczydło przesunie się o jedną działkę noniusza). Druga stała planimetru, czyli C, jest to powierzchnia tzw. koła głównego lub martwego; jest to takie koło, po którym oprowadzając wodzidło nie otrzymujemy żadnych obrotów, a tylko ślizganie się kółka całkującego.

Obydwie stałe planimetru są wyrażone w jednostkach powierzchni, a więc w mm^2 lub m^2.

Ilość obrotów kółka całkującego N otrzymujemy wykonując na liczydle dwa odczyty: A_1 — przed rozpoczęciem oprowadzania danej figury oraz A_2 — po skończonym oprowadzaniu $N = A_2 - A_1$.

Stałe planimetru należy wyznaczyć doświadczalnie.

Pomiar powierzchni planimetrem można wykonać także umieszczając biegun planimetru na zewnątrz mierzonego pola. Wartość powierzchni obliczymy w analogiczny sposób, obliczając najpierw powierzchnie elementarne. W danym wypadku inne będą granice sumowania, mianowicie od jakiejś wartości $+\alpha$ do wartości $-\alpha$, oprowadzając bowiem figurę do połowy dodajemy poszczególne powierzchnie elementarne, oprowadzając zaś ją od połowy — odejmujemy powierzchnie elementarne (rys. 104). W rezultacie otrzymujemy:

$$F = \sum_{+\alpha}^{-\alpha} E = \sum_{+\alpha}^{-\alpha} \frac{R^2 \Delta\alpha}{2} + \sum_{+\alpha}^{-\alpha} \frac{r^2 \Delta\beta}{2} + \sum_{+\alpha}^{-\alpha} R \,.\, h.$$

Przy tych granicach sumowania pierwsze dwa czynniki są równe zeru, a

$$F = \Sigma\, R \,.\, h = R\, \Sigma\, h.$$

Σh wyrażona w funkcji ilości obrotów kółka całkującego wyrazi się identycznie jak w wypadku poprzednim:

$$\Sigma\, h = N \,.\, d + \sum_{+\alpha}^{-\alpha} r_1\, \Delta\alpha\,,$$

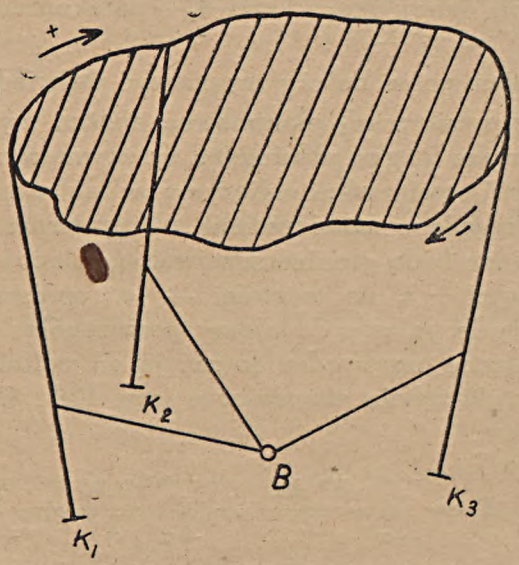
przy czym drugi czynnik jest równy zeru, a więc

$$\Sigma h = N . d,$$

wobec tego

$$F = N . d . R = k . N.$$

Otrzymaliśmy na określenie wielkości powierzchni wzór prostszy, który wyraża, że pole danej figury mierzone przy umieszczeniu bieguna na zewnątrz figury równa się iloczynowi stałej planimetru k przez ilość obrotów N kółka całkującego.



Rys. 104.

§ 5. Wyznaczanie stałych planimetru.

Wyznaczanie stałych planimetru jest bardzo proste i polega na pomiarze przy pomocy planimetru jakiejś figury o znanej powierzchni. Najpierw wyznaczamy małą stałą

planimetru, czyli k. W tym celu obieramy jakąś powierzchnię o znanym polu, np. kwadrat o boku = 10 cm lub koło o znanej średnicy R = 2 cm lub więcej i ustawiwszy biegun planimetru na zewnątrz tego koła, oprowadzamy je dookoła wodzidłem, po czym z różnicy odczytów przed i po oprowadzaniu obliczamy ilość obrotów kółka całkującego. Następnie według wzoru $F = k.N$, w którym znamy ilość obrotów N oraz powierzchnię F, obliczamy stałą

$$k = \frac{F}{N}.$$

W ten sposób oznaczymy stałą planimetru k w jednostkach rzeczywistych. Jeżeli chcemy mierzyć powierzchnię na planie w pewnej określonej skali $\frac{1}{n}$, to należy wyrazić stałą k w danej skali mnożąc jej wartość rzeczywistą przez n^2, tj. przez kwadrat skali.

Po wyznaczeniu pierwszej stałej w analogiczny sposób wyznaczamy drugą stałą C. Znów obieramy pole o znanej powierzchni, dostatecznie dużej, aby można było umieścić biegun planimetru wewnątrz i oprowadzamy je przy pomocy wodzidła dookoła. Następnie ze wzoru na wartość powierzchni, mierzonej planimetrem przy biegunie wewnątrz,

$$F = k.N + C$$

znajdujemy C jako jedyną niewiadomą równania:

$$C = F - kN.$$

Wyznaczenie stałych należy przeprowadzić kilkakrotnie dla uzyskania możliwie dużej dokładności.

Ze wzorów na wielkość powierzchni mierzonej planimetrem widzimy, że dogodniejsze jest mierzenie powierzchni umieszczając biegun na zewnątrz, pole bowiem otrzymujemy jako iloczyn stałej k przez ilość obrotów kółka całkującego N. Wartość stałej k zależna jest od długości ramie-

nia wodzącego i może być zmieniana w pewnych granicach, ponieważ ramię wodzące jest tak skonstruowane, że mamy możność wydłużać go lub skracać w miarę potrzeby. Jest to o tyle dogodne, że możemy zawsze obliczyć sobie, jaka powinna być długość ramienia wodzącego, żeby stała k wyraziła się w okrągłych liczbach, np. 10 czy 20 mm². Obliczenie potrzebnej długości wykonujemy w sposób następujący: określiwszy stałą planimetru k dla pewnej długości ramienia wodzącego, np. r_1 obliczamy ze wzoru $k = r.\ d$ wartość jednej tysiącznej części obwodu kółka całkującego

$$d = \frac{k}{r_1};$$

znając d w dalszym ciągu obieramy sobie wartość stałej k_1, np. $k_1 = 10$ mm² i z tego wzoru określamy, jaka długość ramienia wodzącego odpowiada obranej przez nas wartości stałej k.

$$r_0 = \frac{k_1}{d} = \frac{k_1 r_1}{k}.$$

Obliczywszy potrzebną wielkość ramienia wodzącego, nastawiamy odpowiednio jego długość, po czym sprawdzamy stałą w sposób normalny.

§ 6. Uwagi o pomiarze planimetrem.

W dobrze skonstruowanym planimetrze oś kółka całkującego winna być równoległa do ramienia wodzącego, w przeciwnym bowiem razie powstawać będą błędy w wyznaczaniu powierzchni. Aby tego ewentualnego błędu uniknąć, należy pomiar przeprowadzić w dwóch różnych położeniach bieguna planimetru, symetrycznych względem mierzonej powierzchni, a więc umieszczając biegun raz z jednej a drugi raz z drugiej strony mierzonego pola. Wartość istotną powierzchni przyjmuje się jako średnią arytme-

tyczną z dwóch pomiarów. Różnica pomiędzy pomiarami nie powinna przekraczać 0,5%. Mierząc powierzchnię planimetrem należy mieć na uwadze dokładne i gładkie napięcie arkusza, żeby powierzchnia, po której porusza się kółko całkujące, była jak najrówniejsza. Chropowatość papieru wpływa ujemnie zarówno na dokładność wyznaczenia stałych planimetru, jak też i na dokładność samego pomiaru. Należy zwracać baczną uwagę na to, aby kółko całkujące nie schodziło w trakcie pomiaru z arkusza. Przed rozpoczęciem pomiaru należy najpierw, obrawszy położenie bieguna, sprawdzić, czy ramię wodzące obejmie całe mierzone pole i o ile nie — przestawić biegun. Jeżeli mierzymy dużą bardzo powierzchnię, taką że nie da się jej objąć przy jednym położeniu bieguna, to wówczas należy podzielić mierzone pole na kilka części i planimetrować je kolejno. Planimetrujemy, umieszczając zwykle biegun planimetru na zewnątrz mierzonego pola.

Wyznaczanie mechaniczne powierzchni jest bardzo szybkie i daje się zastosować przy każdym rodzaju konturów mierzonego obiektu z wyjątkiem wydłużonych wąskich pasków, np. dróg oraz bardzo małych powierzchni, to też posiada bardzo szerokie zastosowanie tym bardziej, że dokładność tego sposobu dla celów praktyki inżynieryjnej jest najzupełniej wystarczająca.

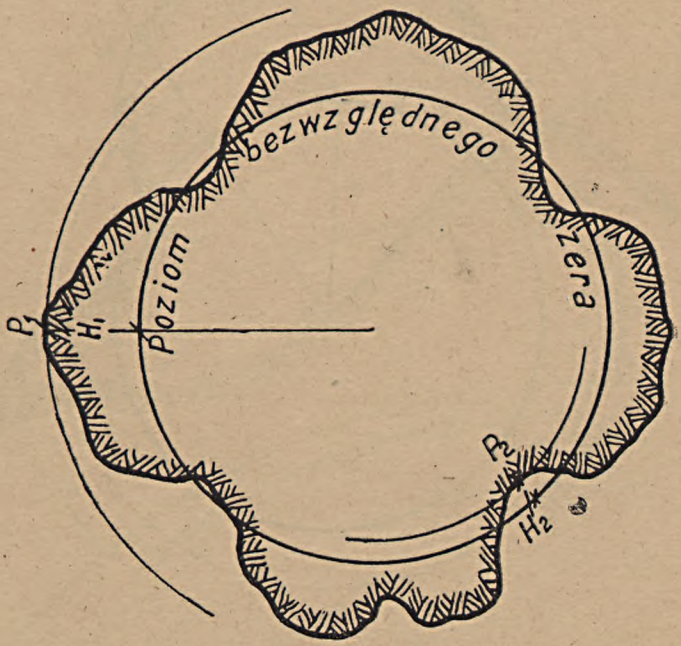
ROZDZIAŁ V. NIWELACJA.

§.1. Różne rodzaje zdjęć wysokościowych (hipsometrycznych).

Do tej pory zapoznawaliśmy się z różnymi metodami zdjęć poziomych, mających na celu wykonanie planu sytuacyjnego, tzn. planu na którym uwidocznione są wszelkie szczegóły oraz obiekty znajdujące się na danym obszarze. Z punktu widzenia potrzeb inżynieryjnych taki plan jest niewystarczający, ponieważ nic nie mówi o ukształtowaniu terenu, o konfiguracji skorupy ziemskiej na danym obszarze. Przy projektowaniu jakichkolwiek budowli inżynieryjnych, np. szosy czy kanału, najważniejszą interesującą nas sprawą będzie kwestia, jakiego rodzaju roboty ziemne trzeba będzie przeprowadzić, gdzie i ile będziemy musieli wykonać nasypów oraz ile wykopów. W tym celu musimy znać spadki terenowe oraz rodzaj ukształtowania terenu, czyli rzeźbę terenu. Dlatego też wykonujemy specjalne pomiary zwane pomiarami wysokościowymi. Dążą one do ustalenie wysokości poszczególnych punktów ponad pewną powierzchnią odniesienia, która zasadniczo pokrywa się z powierzchnią średniego poziomu morza.

Jeżeli wyobrazimy sobie kulę ziemską otoczoną w sposób nieprzerwany powierzchnią wód oceanów, to poszczególne

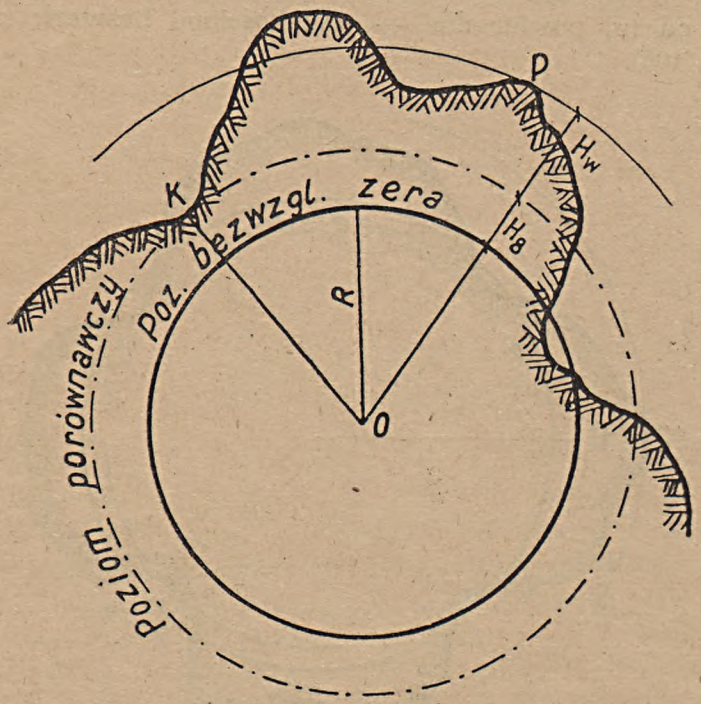
punkty globu ziemskiego będą położone w różnych odległościach od tej powierzchni. Powierzchnie oceanów nazywamy poziomem bezwzględnego zera, a odległości punktów od tej powierzchni — wysokościami bezwzględnymi (rys. 105).



Rys. 105.

Pod odległością punktu od powierzchni bezwzględnego zera rozumiemy różnicę pomiędzy promieniem kuli utworzonej przez powierzchnię wód a promieniem koncentrycznej z nią kuli, poprowadzonej przez dany punkt. Liczby wyrażające wysokości nazywamy cechą lub rzędną danego punktu. Oprócz rzędnych bezwzględnych poszczególnych punktów, wysokości punktów możemy określić przez tzw. rzędne względne. Rzędne względne są to odległości poszcze-

gólnych punktów od pewnego poziomu porównawczego, przyjętego dowolnie jako poziom odniesienia (rys. 106).



Rys. 106.

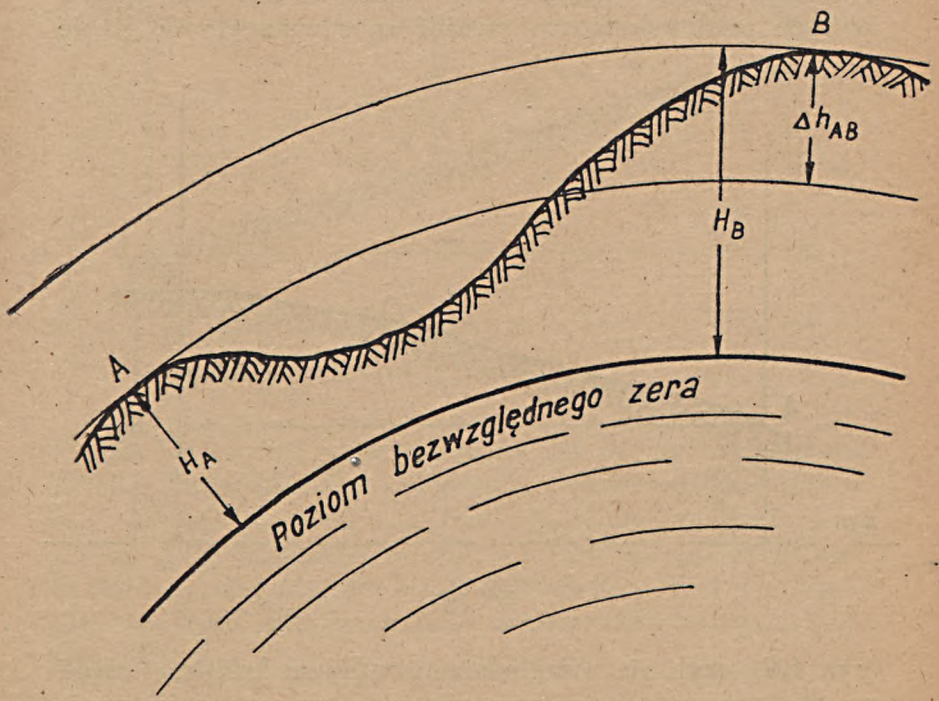
Istnieje kilka różnych metod wykonywania zdjęć wysokościowych:

1. Niwelacja geometryczna.
2. Tachimetria.
3. Niwelacja barometryczna.

W rozdziale tym będziemy się zapoznawali ze sposobami zdjęć niwelacyjnych. Z wyżej wymienionych trzech sposobów zdjęcia wysokościowego najdokładniejsza jest

niwelacja geometryczna, najmniej zaś dokładna — niwelacja barometryczna.

Celem określenia rzędnych poszczególnych punktów w terenie należy mierzyć różnice wysokości pomiędzy tymi punktami Δh. Jeżeli rzędna dowolnego punktu A będzie nam znana i równa H_A, to dla określenia rzędnej punktu B,



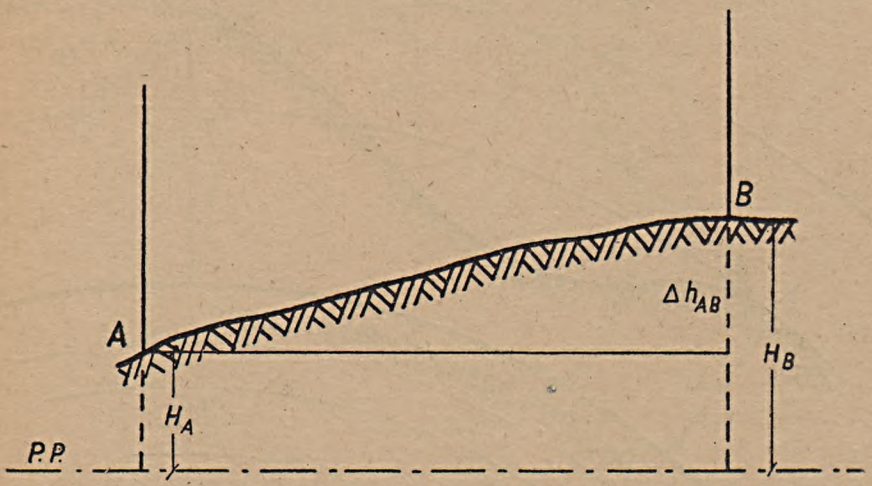
Rys. 107.

czyli H_B, wystarczy pomierzyć różnicę wysokości pomiędzy punktem A i B równą Δh_{AB}. Wówczas rzędną punktu B znajdziemy dodając do rzędnej punktu A odpowiednią różnicę wysokości (rys. 107).

$$H_B = H_A + \Delta h_{AB}.$$

§ 2. Określanie rzędnych punktów drogą niwelacji geometrycznej.

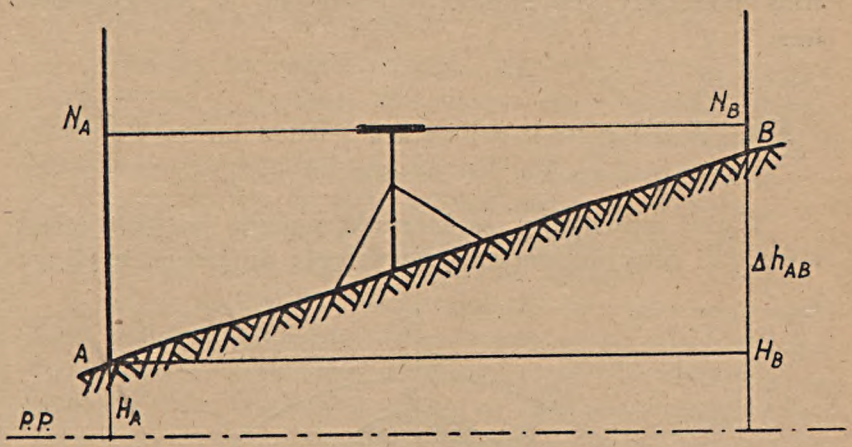
Pomiary niwelacyjne, mające na celu określenie różnic wysokości pomiędzy poszczególnymi punktami w terenie, prowadzimy w założeniu, że odległości pomiędzy tymi punktami są tak względnie niewielkie, że kierunki pionów w tych punktach można uważać za równoległe do siebie



Rys. 108.

(rys. 108), czyli nie uwzględniamy wpływu kulistości ziemi na zbieżność promieni. Do pomiaru różnic wysokości musimy mieć dwa rodzaje przyrządów: jeden — to przyrząd dający możność celowania poziomą płaszczyzną celową, drugi zaś przyrząd służący do pomiaru odcinków pionowych zawartych pomiędzy punktem na gruncie a poziomą płaszczyzną celową (rys. 109). Przyrządy dające poziomą płaszczyznę celowania nazywamy niwelatorami, przyrządy zaś do pomiaru odcinków pionowych — są to łaty niwelacyjne z podziałką.

Pomiar różnic wysokości poszczególnych punktów w terenie można wykonywać dwoma sposobami: niwelacją ze środka, lub też niwelacją z końca, zwaną niwelacją w przód.



Rys. 109.

Niwelacja ze środka polega na ustawieniu instrumentu niwelacyjnego pomiędzy punktami, których różnicę wysokości chcemy określić, a na tych punktach ustawiamy łaty niwelacyjne. Następnie, celując niwelatorem do obydwóch łat kolejno, wykonujemy na łatach odczyty N_A i N_B i różnicę wysokości określamy jako różnicę odczytów na łatach (rys. 109).

$$\Delta h_{AB} = N_A - N_B .$$

Punkt A nazywamy punktem wstecz, punkt B — punktem w przód. Różnica wysokości pomiędzy punktami A i B równa jest różnicy odczytu wstecz minus odczyt w przód. Różnica wysokości może być dodatnia lub ujemna w zależności od tego, czy teren się wznosi czy opada.

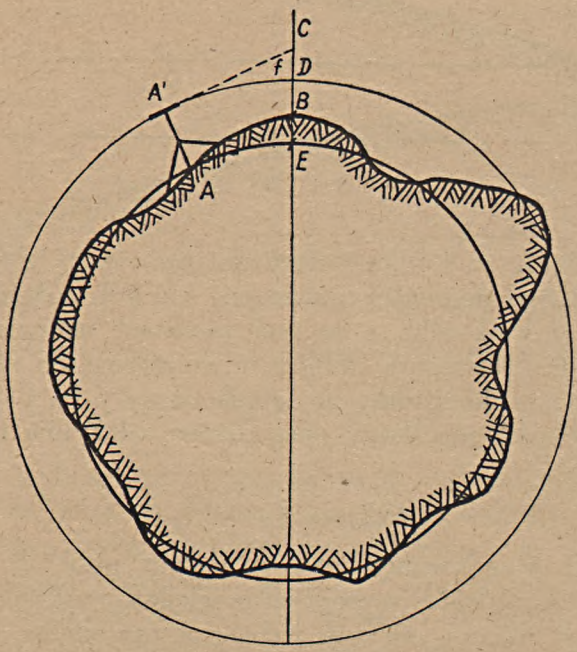
Pomiar różnicy wysokości niwelacją z końca wykonujemy w ten sposób, że ustawiamy niwelator nad jednym z punktów niwelowanych A, a łatę niwelacyjną nad dru-

gim punktem *B*. Następnie celujemy do łaty i wykonujemy odczyt N_B, po czym mierzymy wysokość instrumentu na stanowisku *A* równą i_A. Różnica wysokości równa jest różnicy pomiędzy wysokością instrumentu a odczytem na łacie.

$$\Delta h_{AB} = i_A - N_B .$$

§ 3. Wpływ kulistości ziemi i refrakcji ziemskiej.

Wyżej mówiliśmy, że kierunki pionów punktów niwelowanych przyjmujemy za równoległe do siebie, czyli po-



Rys. 110.

mijamy wpływ zakrzywienia ziemi zakładając, że powierzchnia ziemska pomiędzy tymi punktami jest płaszczyzną.

Należy rozpatrzyć, jaki popełniamy błąd w pomiarach i do jakich granicznych odległości pomiędzy punktami niwelowanymi możemy pomijać wpływ kulistości ziemi. Weźmy w tym celu niwelację z końca (rys. 110).

Płaszczyzna celowa przecina w punkcie C łatę ustawioną pionowo w punkcie B; odczyt więc $N_B = BC$. Różnica wysokości $\Delta h_{AB} = DE - DB$, gdzie DE jest wysokością instrumentu na stanowisku A, zaś DB można nazwać właściwym odczytem na łacie, gdyby celowanie wykonane było powierzchnią równoległą do powierzchni ziemi. Wobec zakrzywienia ziemi odczyt na łacie wypada w punkcie C zamiast w punkcie D, więc odcinek CD nazwiemy wpływem kulistości ziemi na odczyt. Wielkość odcinka CD zależy od odległości pomiędzy punktami A i B. Im odległość jest większa, tym większy jest wpływ kulistości ziemi. Jeżeli przedłużymy pion punktu B aż do przecięcia się z poziomem porównawczym poza środkiem ziemi w punkcie K (rys. 111), to na tej zasadzie, że styczna jest średnią proporcjonalną pomiędzy sieczną a zewnętrznym odcinkiem siecznej możemy napisać:

$$(AC)^2 = CK \cdot CP.$$

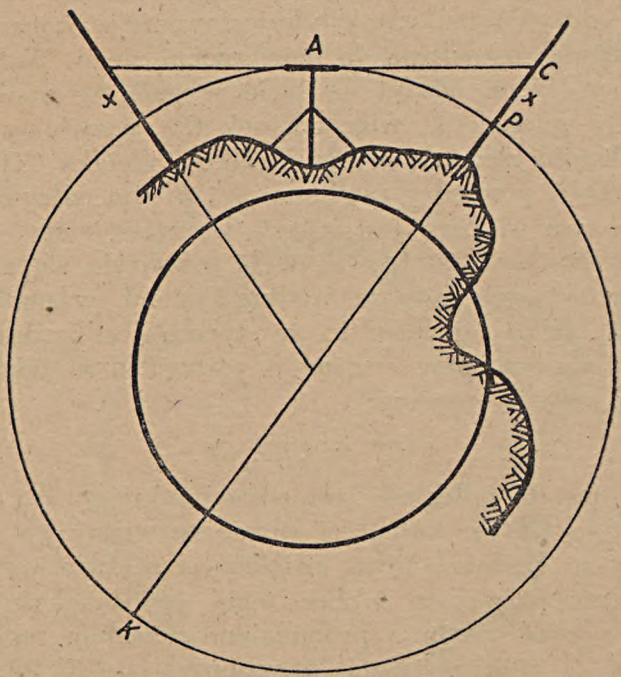
AC jest to odległość pomiędzy punktami A i B, zaś CP jest to wpływ kulistości ziemi; nazwijmy go $CP = f$; CK jest to średnica ziemi zwiększona o dwie wysokości instrumentu, przy czym wobec tego, że wysokość instrumentu w porównaniu z promieniem ziemskim może być uważana za znikomo małą, przyjmujemy $CK = 2R$. Jeżeli AC nazwiemy przez d, to wpływ kulistości obliczymy jako

$$f = \frac{d^2}{2R}.$$

Wartość f rośnie proporcjonalnie do kwadratu odległości. Jeżeli obliczymy wartość f dla różnych wielkości d, przyjmując R równe 6.370 km to okaże się, że dla $d \leqslant 116$ m wartość $f \leqslant 0{,}001$, czyli jest mniejsza od dokład-

ności odczytywania na łacie, a więc może być całkowicie pominięta. Natomiast dla odległości większych od 116 m wpływ kulistości szybko rośnie i staje się znacznie większy od dokładności pomiaru, a więc powinien być każdorazowo uwzględniony przy niwelowaniu.

Przy niwelacji ze środka, jeżeli odległość od instrumentu do obydwóch łat jest jednakowa, wpływ kulistości

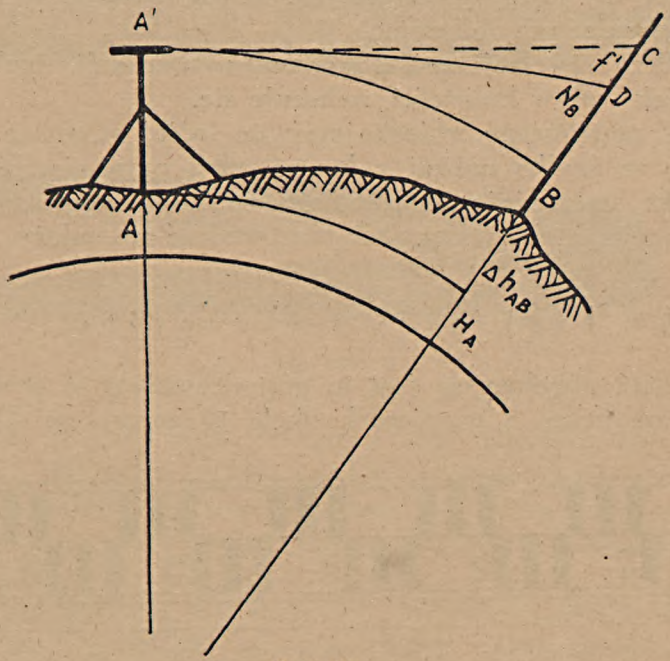


Rys. 111.

się znosi, obydwa bowiem odczyty wstecz i w przód obarczone są taką samą wartością wpływu kulistości x, wobec czego różnica dwóch odczytów błędnych o x, będzie całkowicie wolna od błędu (rys. 111). Jeżeli odległości od instrumentu do obydwóch łat nie są równe, to wówczas wpływ

kulistości nie znosi się całkowicie, ale w dużej mierze redukuje się.

Oprócz kulistości ziemi, na wielkość odczytów wpływa zjawisko refrakcji ziemskiej, które powoduje to, że na skutek różnej gęstości warstw powietrze promień celowy załamuje się przy przejściu z jednej warstwy do drugiej i, zamiast drogi prostolinijnej, przebiega wzdłuż drogi łamanej, zbliżonej do krzywolinijnej, przychylającej się do ziemi (rys. 112).



Rys. 112.

Wpływ refrakcji jest odwrotnego znaku aniżeli wpływ kulistości ziemi; o ile wpływ kulistości ziemi zwiększa odczyt, o tyle wpływ refrakcji zmniejsza go. Wartość wpływu refrakcji jest zależna od odległości instrumentu od

łaty; przyjmujemy go, co zostało uzasadnione empirycznie, jako równy

$$f' = \frac{0.13\ d^2}{2\ R}.$$

Wobec tego łączny wpływ kulistości ziemi i refrakcji wyraża się jako

$$v = \frac{0.43\ d^2}{R}.$$

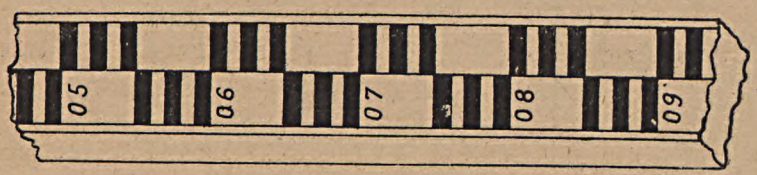
Przy odległościach od łaty do instrumentu większych aniżeli 150 m, przy niwelacji z końca, wartość tę należy uwzględniać przy odczytach.

Przy niwelacji ze środka wpływ refrakcji, analogicznie jak wpływ kulistości, redukuje się.

Z powyższego wnioskujemy, że lepiej stosować niwelację ze środka aniżeli z końca, gdyż przy niwelacji ze środka, niezależnie od odległości na którą celujemy, żadnych poprawek w odczytach wprowadzać nie należy.

§ 4. Przyrządy niwelacyjne.

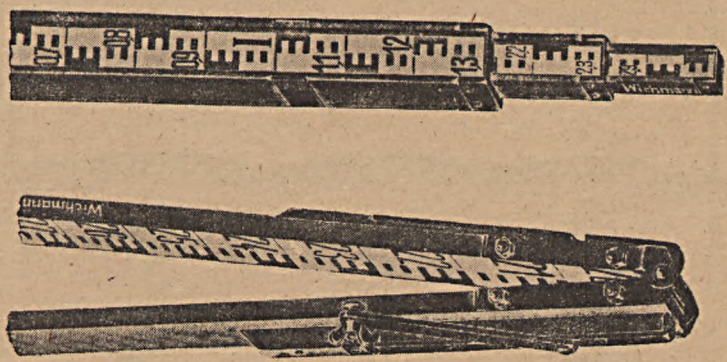
Łata niwelacyjna jest to pręt drewniany o przekroju prostokątnym o wymiarach około 10 cm x 5 cm. Drzewo



Rys. 113.

musi być dobrze suche i w celu uodpornienia na wpływy atmosferyczne pomalowane na zewnątrz farbą olejną (rys. 113). Na jednej płaszczyźnie naniesiona jest podziałka malowana farbą olejną białą i czerwoną, lub białą i czarną na

przemian, z dokładnością do jednego centymetra. Zasadniczo łata powinna być wykonana z jednego kawałka drzewa, jednak ze względu na to, że długość takiej łaty byłaby bardzo ograniczona, bywają łaty składające się z dwóch i więcej kawałków, a mianowicie łaty wysuwane lub składane. Lepsze są łaty rozkładane. Długość łaty rozkładanej wynosi cztery metry. Łata wysuwana składa się z trzech odcinków, ogólna jej długość wynosi trzy i pół metra (rys. 114).



Rys. 114.

Przy wykonywaniu odczytów na łatach, należy łatę ustawiać dokładnie pionowo. Ażeby wykonać odczyt w położeniu dokładnie pionowym należy łatą lekko kiwać w tył i naprzód — najmniejszy odczyt odpowiada pionowemu położeniu łaty (rys. 115).

Przed użyciem łata musi być sprawdzona przy pomocy specjalnie dokładnie wycechowanego pręta metalowego, przykładanego do podziału łaty po jej osi.

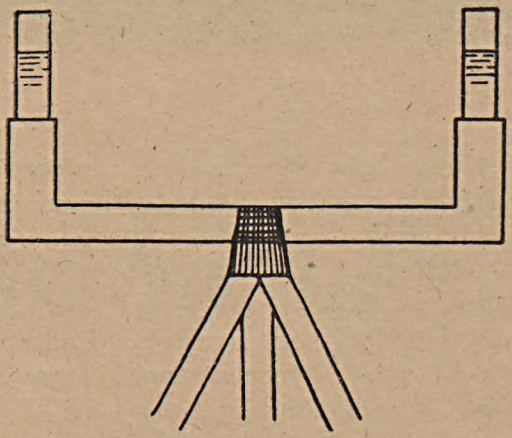
Drugim przyrządem niezbędnym do pracy niwelacyjnej są niwelatory. Rozróżniamy trzy typy niwelatorów:

niwelatory hydrostatyczne czyli wodne,
niwelatory wahadłowe,
niwelatory libelowe.

Pierwsze dwa typy należą do instrumentów już tylko historycznych. Obecnie do niwelacji stosowane są wyłącznie niwelatory libelowe.

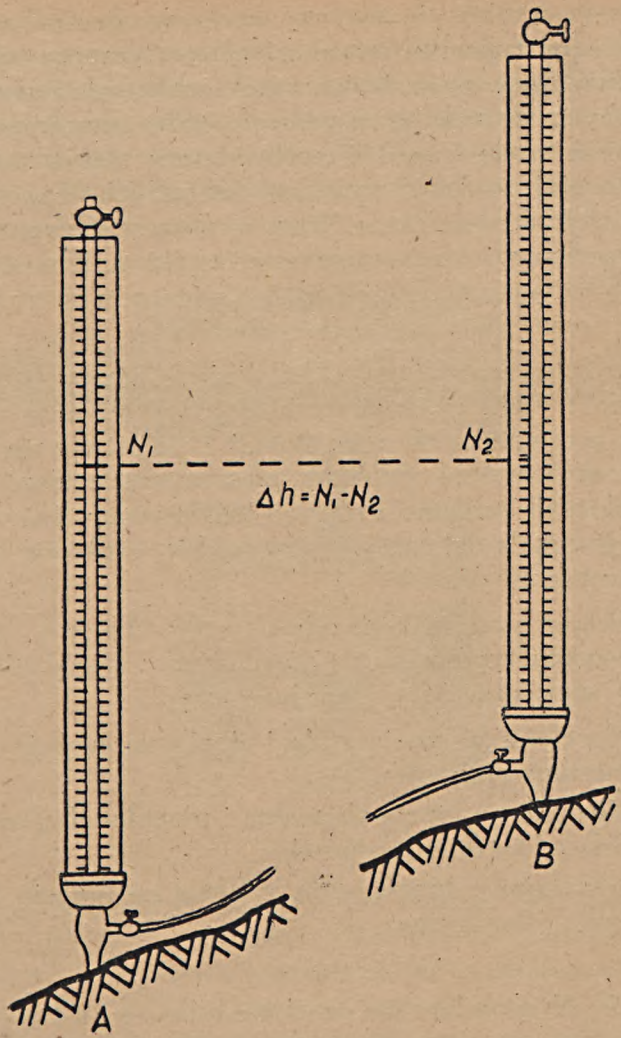


Rys. 115.



Rys. 116.

Niwelatory hydrostatyczne oparte były na zasadzie zachowania się cieczy w naczyniach połączonych. Niwelator taki składał się ze zgiętej rurki metalowej, na której koń-



Rys. 117.

cach przymocowane były rureczki szklane. Wewnątrz rurki wypełnione były cieczą: wodą, a czasem — rtęcią. Cała rurka oparta była na statywie. Celowanie odbywało się go-

łym okiem wzdłuż płaszczyzny cieczy w obu rurkach (rys. 116). Drugim typem niwelatora hydrostatycznego był niwelator składający się z dwóch rurek szklanych z podziałką, połączonych ze sobą przy pomocy węża gumowego i wypełnionych wodą (rys. 117). Niwelatory takie stosowane były dawniej do dosyć znacznych odległości. Wąż gumowy miał długość średnio około 30 m; w poszczególnych wypadkach stosowano węże gumowe powyżej 100 m. W miarę wzrostu długości węża dokładność malała z powodu oporów ruchu wody w wężu.

Niwelator wahadłowy składał się z lunety z przymocowanym u dołu ciężarkiem, którego oś powinna być dokładnie prostopadła do osi celowej i do osi obrotu lunety. Po unieruchomieniu wahadła płaszczyzna celowa zajmowała położenie poziome. Przyrząd ten, używany już w XVIII wieku, jest mało dokładny i niewygodny w użyciu; obecnie zastosowania nie posiada.

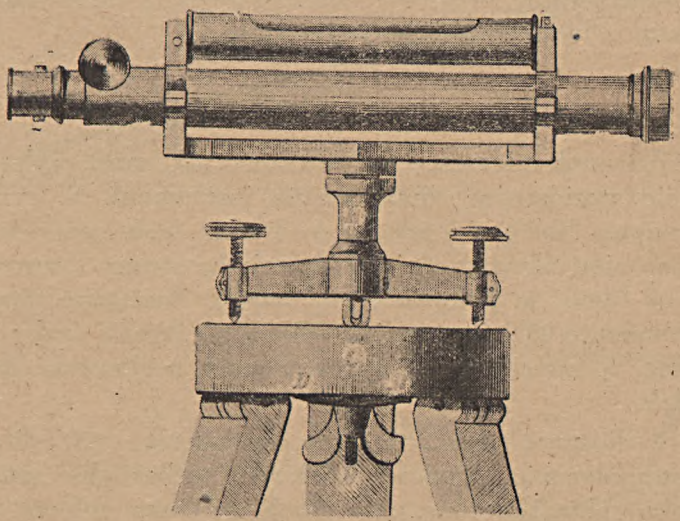
Obecnie stosowane są niwelatory libelowe. Istnieje kilka różnych typów takich niwelatorów; wśród nich najczęściej spotykane są następujące trzy:

1. Niwelator z lunetą stałą i libelą na lunecie lub na łącznicy podpórek.
2. Niwelator z lunetą obracalną i przekładalną oraz z libelą na łącznicy podpórek.
3. Niwelator z lunetą stałą, z libelą na lunecie oraz ze śrubą elewacyjną.

§ 5. Niwelator z lunetą stałą.

Niwelator z lunetą stałą i libelą na lunecie składa się ze spodarki, zaopatrzonej w trzy ramiona zakończone śrubami nastawniczymi oraz z części górnej, na której znajduje się podstawa z dwiema podpórkami, luneta oparta na podpórkach oraz libela na lunecie. Luneta jest

przymocowana do podpórek na stałe. Część górna może się oczywiście obracać względem części dolnej; unieruchomienie wykonujemy przy pomocy śruby zaciskowej, która posiada leniwkę do drobnych ruchów poziomych lunety (rys. 118). Luneta niwelatora posiada taką samą konstrukcję, jak luneta teodolitu. Libela rurkowa winna być bardziej czuła aniżeli libela w teodolicie.



Rys. 118.

Geometryczny układ osi w niwelatorze jest następujący: górna część instrumentu obraca się dookoła osi pionowej, zwanej osią obrotu instrumentu *O;* następnie druga oś jest to oś libeli *L;* dalej mamy oś celową *C* oraz oś geometryczną lunety *G*. Oś geometryczna jest to prosta łącząca środki pierścieni lunety.

Zasadniczym wymaganiem, jakie stawiamy niwelatorowi jest warunek, aby płaszczyzna celowa, która powstaje przez obrót osi celowej *C* dookoła osi obrotu instrumentu *O*, była pozioma. Czyli oś $C \perp O$.

Ponieważ bezpośrednio warunku tego sprawdzić i ustawić nie możemy, posługujemy się libelą i ustalamy, że oś celowa w każdym typie niwelatora winna być równoległą do osi libeli $C \parallel L$ oraz oś libeli winna być prostopadła do osi obrotu instrumentu $L \perp O$.

Oś obrotu instrumentu winna być ustawiona pionowo, analogicznie jak w teodolicie.

Reasumując, warunki jakim powinien odpowiadać niwelator z lunetą stałą są następujące:

1. $L \perp 0$;
2. $C \parallel L$.

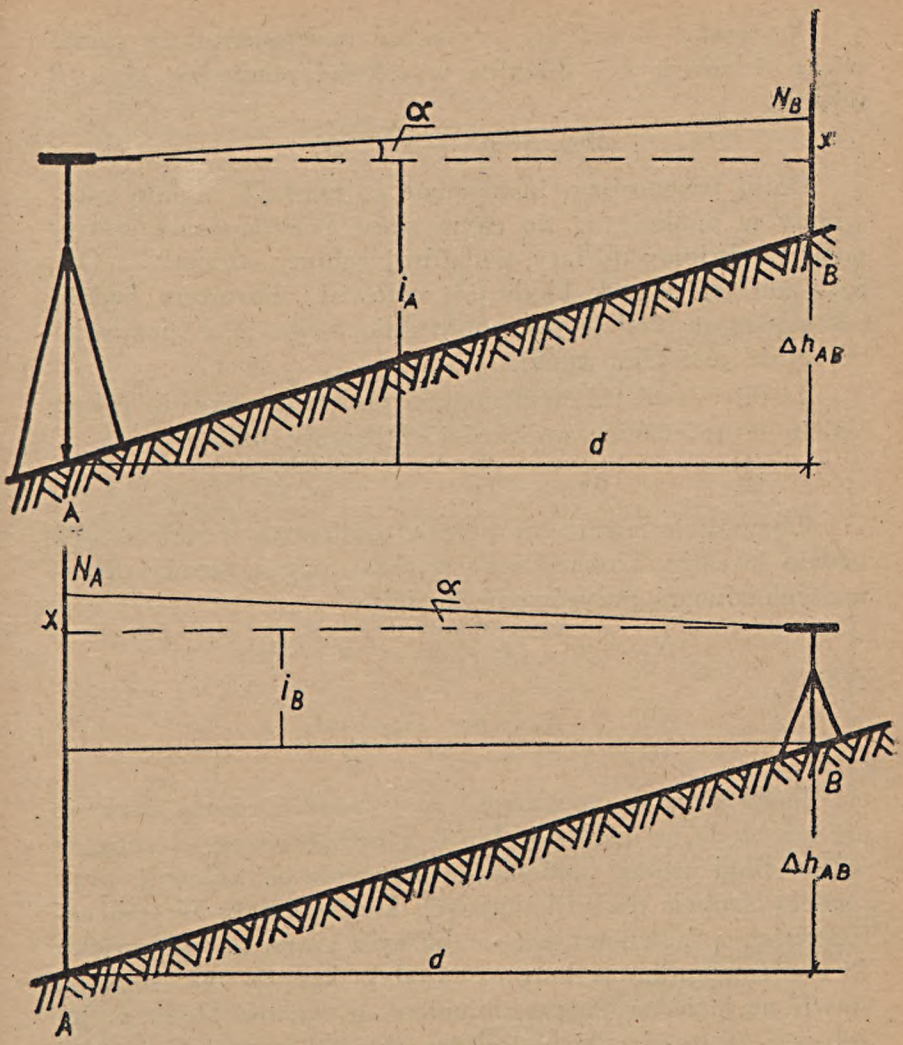
Warunek pierwszy sprawdzamy tak samo, jak w teodolicie, poziomując równocześnie instrument. W tym celu ustawiamy libelę równolegle do dwóch śrub nastawniczych kręcąc nimi równocześnie w przeciwne strony i sprowadzamy oś libeli do położenia poziomego. Następnie obracamy instrument o 90°, tj. ustawiamy libelę na trzecią śrubę i znów kręcąc tą trzecią śrubą, sprowadzamy pęcherzyk libeli na środek.

W dalszym ciągu obracamy instrument o 180° od pierwszego położenia i połowę odskoku pęcherzyka usuwamy śrubką rektyfikacyjną przy libeli, a drugą połowę — śrubami nastawniczymi.

Następnie przystępujemy do sprawdzenia drugiego warunku, tzn. równoległości osi celowej do osi libeli. Warunek ten sprawdzić możemy dwoma sposobami: albo niwelacją ze środka, albo metodą podwójnej niwelacji.

Metoda podwójnej niwelacji polega na tym, że obieramy w terenie dwa punkty: A i B, odległe od siebie o 80 — 100 m i w punktach tych wbijamy równo z ziemią dwa kołeczki. Następnie niwelacją z końca znajdujemy różnicę wysokości pomiędzy tymi punktami.

W tym celu ustawiamy niwelator nad punktem A a łatę niwelacyjną nad punktem B. Po upoziomowaniu instrumen-



Rys. 119.

tu, celujemy na łatę i robimy odczyt N_B. Jeżeli oś celowa nie jest równoległa do osi libeli, lecz pochylona do niej pod pewnym kątem α, to odczyt będzie obarczony pewnym błędem x (rys. 119).

Następnie mierzymy wysokość instrumentu na stanowisku A równą i_A. Różnica wysokości pomiędzy A i B wynosi:

$$\Delta h_{AB} = i_A + x - N_B.$$

Dalej przenosimy instrument na punkt B, a łatę ustawiamy w punkcie A, po czym znów poziomujemy instrument i celujemy do łaty, na której robimy odczyt N_A. Odczyt ten, na skutek błędu osi celowej, obarczony będzie takim samym błędem jak poprzednio, równym x (ponieważ odległość jest taka sama).

Jeżeli wysokość instrumentu na stanowisku B równa będzie i_B, to różnicę wysokości obliczymy jako

$$\Delta h_{AB} = N_A - x - i_B.$$

Oczywiście różnica wysokości obliczona w obu razach będzie ta sama, wobec czego możemy prawe strony otrzymanych równań przyrównać do siebie

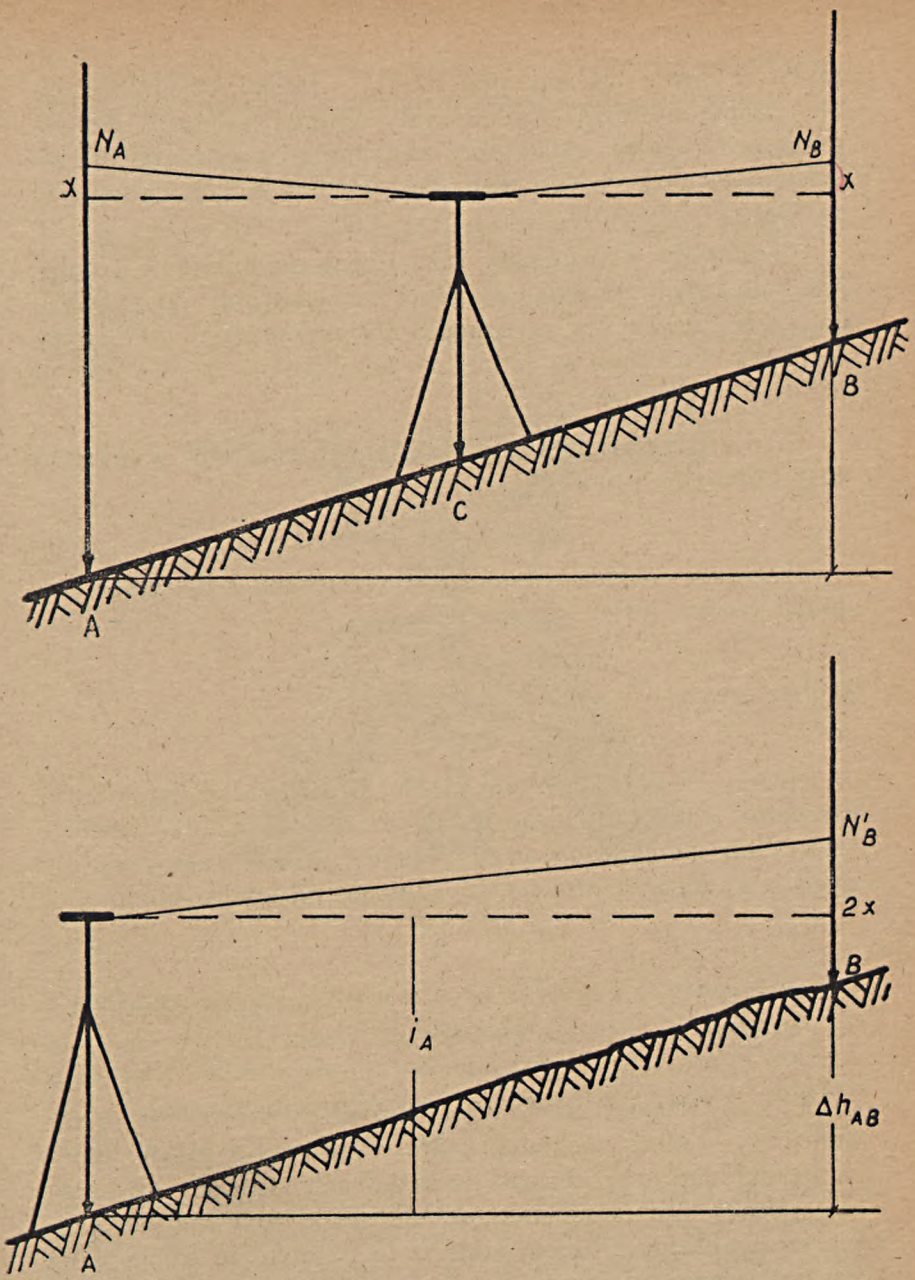
$$N_A - x - i_B = i_A + x - N_B,$$

skąd

$$x = \frac{N_A + N_B}{2} - \frac{i_A + i_B}{2}.$$

Jeżeli otrzymana wartość x wypadnie równa zeru, to nie ma błędu osi celowej. Jeżeli x będzie różne od zera, to należy błąd usunąć zmieniając położenie osi celowej przy pomocy śrubek rektyfikacyjnych krzyża nitek. W tym celu, stojąc z instrumentem w dalszym ciągu na stanowisku B, obniżamy albo podnosimy środek krzyża tak, żeby nastawić na łacie na odczyt zmieniony o wartość błędu x. Jeżeli $x > 0$, to oś celową należy obniżyć o wartość x, czyli nastawić na łacie na odczyt $N_A - x$; jeżeli $x < 0$, to oś celową należy podnieść o wielkość x, czyli nastawić na odczyt $N_A + x$.

Rektyfikacja niwelatora metodą niwelacji ze środka polega na obraniu w terenie dwóch punktów A i B odle-



Rys. 120.

głych od siebie tak jak poprzednio o około 100 m. Następnie taśmą stalową wyznaczamy środek odcinka AB w punkcie C. Dalej ustawiamy instrument w punkcie C i po upoziomowaniu go celujemy do punktów A i B wykonując na łatach odczyty N_A i N_B (rys. 120).

Następnie przenosimy instrument na punkt A i celujemy do łaty w punkcie B, gdzie otrzymujemy odczyt N'_B, po czym mierzymy wysokość instrumentu i_A. Odczyty N_A i N_B obarczone są jednakowymi błędami x, zaś odczyt N'_B jest błędny o wartość $2x$.

Z pierwszego pomiaru obliczamy różnicę wysokości Δh_{AB} pomiędzy punktami A i B

$$\Delta h_{AB} = N_A - N_B.$$

Ta sama różnica wysokości wyznaczona z drugiego pomiaru równa jest

$$\Delta h_{AB} = i_A + 2x - N'_B.$$

Wobec czego

$$2x = (N_A - N_B) - i_A - N'_B.$$

Jeżeli $2x = 0$ to błędu nie ma. Jeśli błąd istnieje to usuwamy go, nastawiając na łacie na odczyt N'_B zmniejszony lub zwiększony przy pomocy śrubek rektyfikacyjnych przy krzyżu nitek o $2x$, zależnie od znaku błędu.

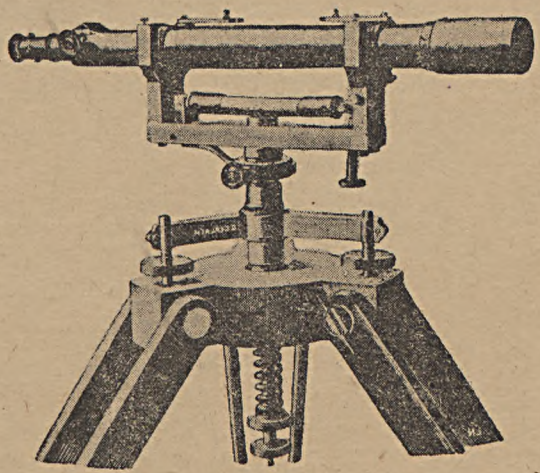
§ 6. Niwelator z lunetą obracalną i przekładalną.

Drugim typem często spotykanych niwelatorów są niwelatory z lunetą ruchomą, którą wyjąwszy z łożysk można przekładać oraz obracać w łożyskach dookoła osi geometrycznej. Niwelator taki składa się z tych samych części co niwelator z lunetą stałą z tą różnicą, że libela zawsze umieszczona jest na łącznicy podpórek (rys. 121).

Warunki, jakim taki niwelator powinien odpowiadać są te same, co w niwelatorze z lunetą stałą. A więc

1. $L \perp O$,
2. $C \parallel L$.

Rektyfikację warunku pierwszego przeprowadzamy równocześnie z poziomowaniem instrumentu tak, jak w teodolicie czy w niwelatorze z lunetą stałą. Natomiast sprawdzenie warunku drugiego rozpada się na trzy podwarunki.



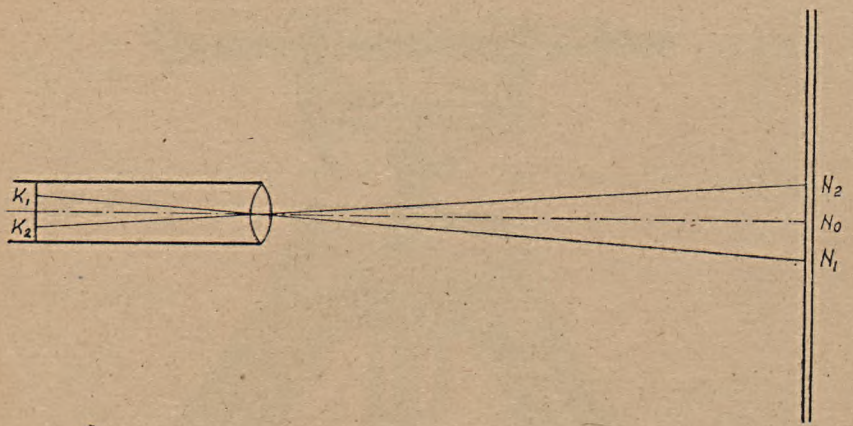
Rys. 121.

Przede wszystkim, ponieważ luneta jest obracalna, musimy po wycelowaniu do pewnego punktu w każdym jej położeniu mieć stale ten sam odczyt na łacie, czyli oś celowa winna być identyczna z osią geometryczną lunety:

a) $C \equiv G$.

Pokrywanie się osi celowej z osią geometryczną sprawdzamy w sposób następujący: po upoziomowaniu instrumentu celujemy do łaty w pewnym położeniu lunety i ro-

bimy na łacie odczyt N_1 (rys. 122). Następnie obracamy lunetę w łożyskach o 180° i robimy drugi odczyt N_2. Jeżeli odczyty te wypadną niejednakowe, to błąd istnieje. Obliczamy wówczas odczyt średni $N_0 = \frac{N_1 + N_2}{2}$ i przy pomocy śrubek rektyfikacyjnych przy krzyżu nastawiamy środek krzyża na odczyt średni zmieniając przez to położenie osi celowej i doprowadzając ją do pokrycia się z osią geometryczna.



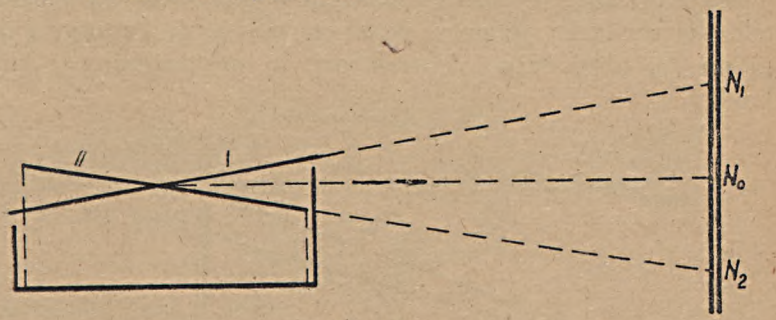
Rys. 122.

Ponieważ lunetę można przekładać w łożyskach, należy przy obydwóch położeniach lunety, przed i po przełożeniu w łożyskach, mieć odczyt na łacie stale taki sam. Inaczej mówiąc, proste łączące punkty oparcia lunety w łożyskach, czyli tworzące lunety, winny być poziome, tj. równoległe do osi libeli.

b) $T \parallel L$.

Inaczej mówiąc podpórki lunety winny być jednakowej wysokości. Warunek ten sprawdzamy w ten sposób, że po wycelowaniu do łaty robimy odczyt N_1, a następnie

wyjmujemy lunetę i przekładamy ją w łożyskach o 180°, po czym ponownie celujemy do łaty i robimy drugi odczyt N_2. Jeżeli istnieje błąd, to odczyty te nie będą sobie równe. Obliczamy wówczas odczyt średni $N_0 = \frac{N_1 + N_2}{2}$ i na ten odczyt nastawiamy środek krzyża, obniżając lub podnosząc przy pomocy śrubek rektyfikacyjnych przy łożysku jedną z podpórek (rys. 123).



Rys. 123.

Następnym wymaganiem jest warunek, aby luneta była kształtu walcowatego, a nie stożkowatego, czyli aby średnice pierścieni lunety były sobie równe:

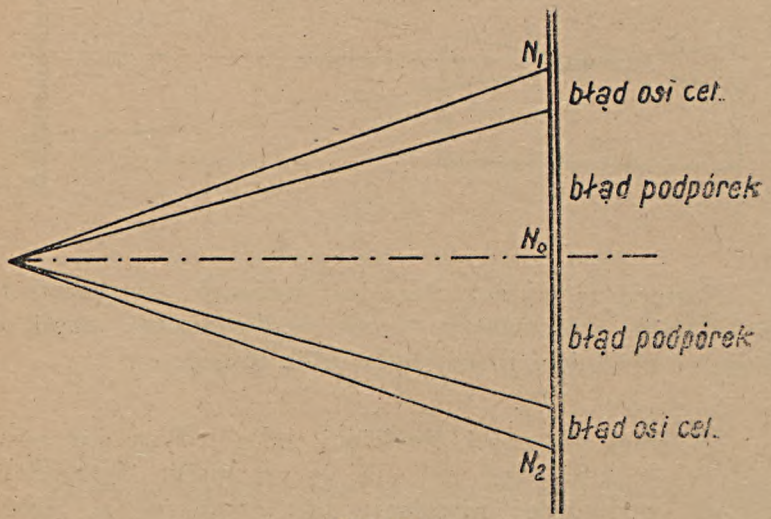
c) $D_1 = D_2$.

Warunek równości pierścieni, jako jedyny już powód nierównoległości osi celowej do osi libeli, sprawdzamy metodą podwójnej niwelacji lub niwelacji ze środka. Ewentualnego błędu sami usunąć nie możemy, — należy oddać przyrząd do fabryki celem obtoczenia pierścieni.

Jeżeli zważymy, że warunek ostatni sprawdzamy w przyrządzie stosunkowo rzadko, bo raz na kilka miesięcy (gdyż pierścienie nie wycierają się z dnia na dzień), to widzimy, że właściwie rektyfikacja niwelatora z lunetą obracalną i przekładalną jest znacznie łatwiejsza i mniej skomplikowana aniżeli rektyfikacja niwelatora z lunetą stałą, gdzie co dzień, przed każdym wyjściem w teren, musimy

sprawdzać metodą podwójnej niwelacji równoległość osi celowej do osi libeli, zawsze bowiem istnieje obawa obluzowania się śrubek rektyfikacyjnych przy krzyżu i rozrektyfikowania się instrumentu.

Niwelatorem z lunetą obracalną i przekładalną można pracować nawet nie rektyfikując dwóch pierwszych warunków, tj. identyczności osi celowej z geometryczną i równości podpórek, wystarczy bowiem wykonywać zawsze dwa odczyty na łacie, jeden w pewnym położeniu lunety, a drugi po jej obróceniu i równoczesnym przełożeniu w łożyskach.

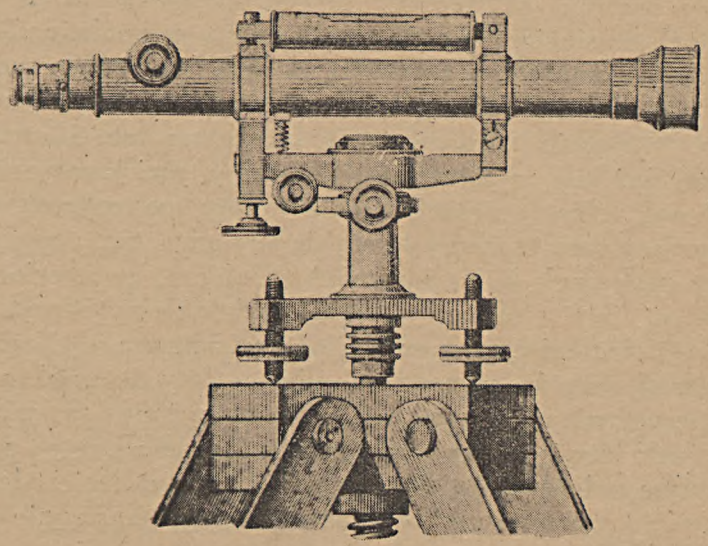


Rys. 124.

Średnia arytmetyczna będzie wolna od wszelkich błędów (rys. 124). Niezależnie od tego należy skrupulatnie zrektyfikować instrument niwelacyjny, a przy obserwacjach stosować metodę symetrii, o ile na to pozwala budowa narzędzia.

§ 7. Niwelator z lunetą stałą i ze śrubą elewacyjną.

Bardzo wygodny w pracy jest trzeci typ niwelatora, mianowicie niwelator z lunetą stałą i ze śrubą elewacyjną (rys. 125). Niwelator taki składa się z tych samych części składowych co niwelator z lunetą stałą, posiada tylko dodatkowo pewne urządzenie, zwane śrubą elewacyjną, słu-



Rys. 125.

żące do równoczesnego poruszania lunety i libeli, nie zmieniając ich wzajemnego położenia względem siebie.

Urządzenie to umożliwia każdorazowe upoziomowanie osi celowej, jeżeli jest ona równoległa do osi libeli, przy pomocy śruby elewacyjnej niezależnie od tego, czy oś obrotu całego instrumentu jest, czy nie jest pionowa. Odpada więc w tym typie konieczność ustawiania warunku

prostopadłości osi libeli do osi obrotu instrumentu oraz dokładnego poziomowania instrumentu.

Jedynym warunkiem, jakiemu niwelator ze śrubą elewacyjną powinien odpowiadać, jest warunek, aby oś libeli była równoległa od osi celowej:

$$L \parallel C.$$

Warunek ten sprawdzamy metodą podwójnej niwelacji.

Po obraniu w terenie dwóch punktów A i B, odległych od siebie około 80 m, ustawiamy w punkcie A niwelator poziomując go z grubsza na oko lub przy pomocy libeli pudelkowej, zaś w punkcie B stawiamy łatę niwelacyjną. Następnie skierowujemy lunetę na łatę i otrzymawszy już łatę w polu widzenia lunety, zaciskamy śrubę zaciskową celem unieruchomienia lunety, po czym śrubą elewacyjną sprowadzamy libelę do poziomu, tzn. doprowadzamy pęcherzyk libeli na środek. Dopiero po upoziomowaniu osi libeli śrubą elewacyjną, wykonujemy odczyt na łacie N_B oraz mierzymy wysokość instrumentu i_A. Następnie, przenosimy instrument na miejsce łaty do punktu B, zaś łatę ustawiamy w punkcie A. Po czym, znowu po wycelowaniu do łaty, poziomujemy libelę śrubą elewacyjną i przy poziomym położeniu osi libeli wykonujemy na łacie odczyt N_A oraz mierzymy wysokość instrumentu i_B. Następnie obliczamy błąd:

$$x = \frac{N_A + N_B}{2} - \frac{i_A + i_B}{2}.$$

Celem usunięcia błędu nastawiamy na łacie stojącej w punkcie A środek krzyża na odczyt $N_A \pm x$ przy pomocy śruby elewacyjnej. Osiągnęliśmy przez to poziome położenie osi celowej, natomiast oś libeli wychyliła się z położenia poziomego. Wobec tego śrubkami rektyfikacyjnymi przy libeli doprowadzamy pęcherzyk libeli na środek, czyli usuwamy cały odskok banieczki.

Doprowadziwszy w ten sposób oś libeli do poziomu osiągamy równocześnie równoległość osi libeli do osi celowej, gdyż dwie proste leżące w jednej płaszczyźnie, które są równocześnie poziome, są oczywiście do siebie równoległe.

Praca niwelatorem ze śrubą elewacyjną jest o tyle łatwiejsza i szybsza, że odpada dokładne poziomowanie instrumentu na każdym stanowisku; wystarczy tylko w przybliżeniu ustawić instrument w poziomie i po każdorazowym wycelowaniu do łaty przed wykonaniem odczytu upoziomować oś celową przy pomocy śruby elewacyjnej, sprowadzając pęcherzyk libeli do położenia środkowego. O tym należy dobrze pamiętać i zawsze przed każdym odczytem najpierw sprawdzić libelę, czy pęcherzyk jest na środku i jeżeli nie, — to przez pokręcenie śrubą elewacyjną doprowadzić go do właściwego położenia.

§ 8. Repery niwelacyjne.

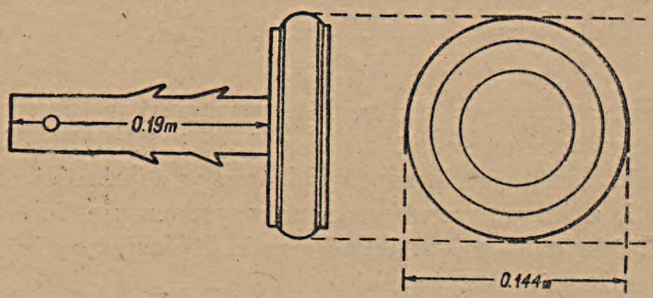
Punkty o znanych rzędnych bezwzględnych lub względnych nazywamy reperami niwelacyjnymi. Klasyfikację reperów niwelacyjnych przeprowadzamy w zależności od dokładności, z jaką przeprowadzono wyznaczenie ich rzędnych. Każde państwo posiadać powinno dostatecznie gęstą sieć reperów niwelacyjnych.

W celu ustalenia punktu zerowego powierzchni odniesienia przeprowadza się specjalne badanie średniej powierzchni morza w określonym punkcie, a następnie punkt ten niwelacją precyzyjną łączy się ze specjalnie założonym fundamentalnym reperem, jako głównym punktem sieci niwelacji państwowej.

Dalsze repery zakłada się tak, by tworzyły sieć reperów klasy pierwszej, równomiernie pokrywającą teren całego państwa i wiąże się je z reperem głównym niwelacją precyzyjną.

Repery klasy pierwszej rozmieszczone są w odległościach kilkudziesięciu kilometrów od siebie. Pomiędzy nimi zakładamy szereg reperów klasy drugiej, w odległościach mniejszych, a pomiędzy tymi zagęszczamy sieć reperów przez repery klasy trzeciej, rozmieszczone już w bardzo niewielkich odległościach.

Na terenie Polski, na skutek niewoli i pozostawania różnych ziem pod różnymi zaborami, sprawa sieci reperów niwelacyjnych była bardzo zagmatwana. Spowodowane to było głównie tym, że poszczególne dzielnice dowiązane były do różnych poziomów morskich. Poziomy bowiem różnych mórz na skutek różnych przyczyn nie są identyczne. Dlatego też inny jest poziom Morza Śródziemnego, do którego dowiązana była sieć reperów południowej Polski, aniżeli np. poziom Morza Północnego, do którego dowiązane były dzielnice zachodnie.

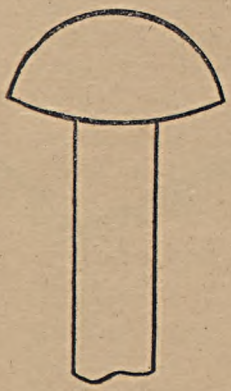


Rys. 126.

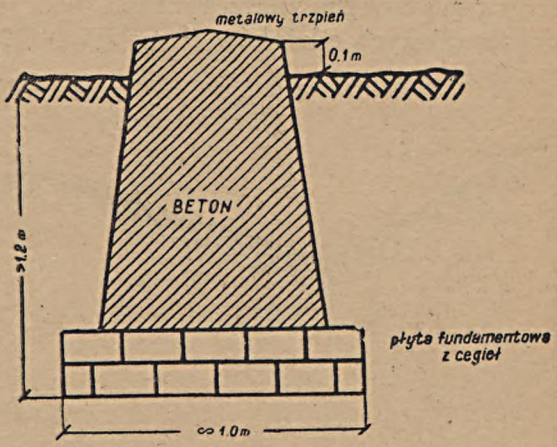
Po odzyskaniu niepodległości, prowadzono prace nad ujednostajnieniem poziomu porównawczego dla wszystkich reperów, dowiązując je pośrednio do poziomu Morza Północnego w Amsterdamie.

Repery niwelacyjne muszą być w terenie odpowiednio oznaczone i utrwalone, ażeby położenie ich nie ulegało żadnym zmianom. Przeważnie repery wykonuje się w ścianach

i cokołach budynków mieszkalnych lub kościołów, wybierając na ten cel budowle fundamentalne, które nie są już narażone na osiadanie fundamentów. Częstokroć stosuje się także samodzielne znaki reperowe.



Rys. 127.



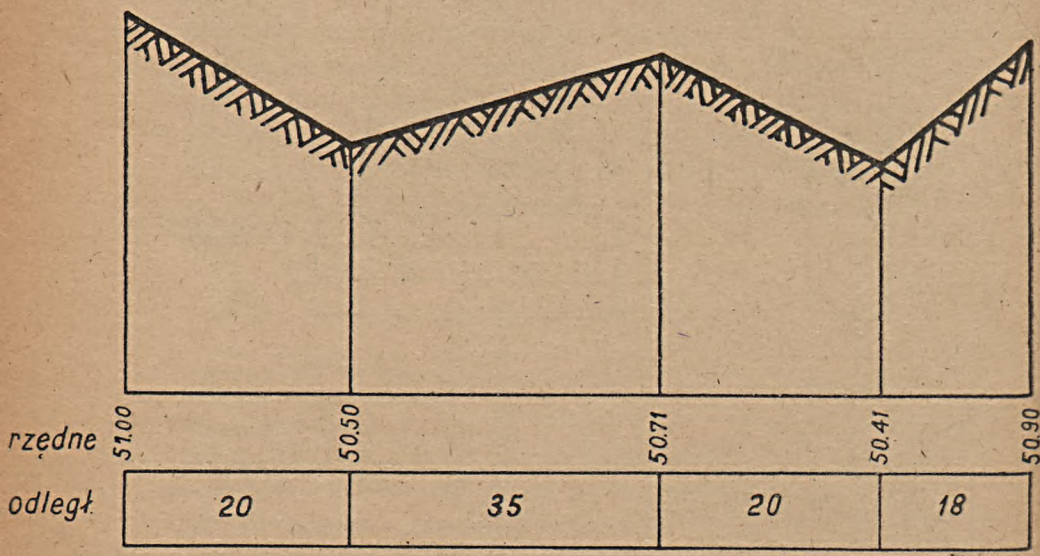
Rys. 128.

Szereg różnych rodzajów reperów przedstawiają rysunki 126, 127 i 128.

§ 9. Niwelacja podłużna trasy.

W praktyce spotykamy się z dwoma wypadkami zdjęcia niwelacyjnego. Jeden, jest to wypadek, gdy chodzi nam o znajomość rzeźby terenu wzdłuż długiego bardzo ale wąskiego pasa terenu, np. przy budowie drogi, kolei, czy kanałów, — musimy wtedy przeprowadzić niwelację podłużną drugi wypadek, gdy chodzi o znajomość rzeźby terenu na obszarze stosunkowo dużym, np. dla celów melioracyjnych: — wówczas przeprowadzamy niwelację powierzchni.

Niwelacja podłużna polega na wytyczeniu w terenie linii trasy niwelacyjnej oraz na znalezieniu jej spadków i załamań terenowych. W wyniku dokonanych pomiarów otrzymujemy rysunek zwany profilem podłużnym wzdłuż osi trasy, na którym przedstawiona jest linia przecięcia terenu z pionowymi płaszczyznami, poprowadzonymi wzdłuż poszczególnych odcinków trasy (rys. 129).



Rys. 129.

Znajomość różnic wysokości wzdłuż samej osi trasy nie mówi nic o spadkach terenu w kierunku prostopadłym do osi, wobec tego nie daje kompletnych danych co do rzeźby terenu na przestrzeni pasa terenu o określonej szerokości. Dlatego też dodatkowo należy wykonać szereg profili poprzecznych, tzn. wyznaczywszy w terenie dość gęstą sieć linii prostopadłych do osi trasy, zaniwelować je na pewnej określonej długości.

Przed przystąpieniem do samego zdjęcia należy oś trasy niwelacyjnej odpowiednio przygotować. Przygotowanie trasy polega przede wszystkim na jej wytyczeniu w terenie. Trasa składa się z odcinków prostych tworzących pewną linię łamaną, będącą osią danej trasy.

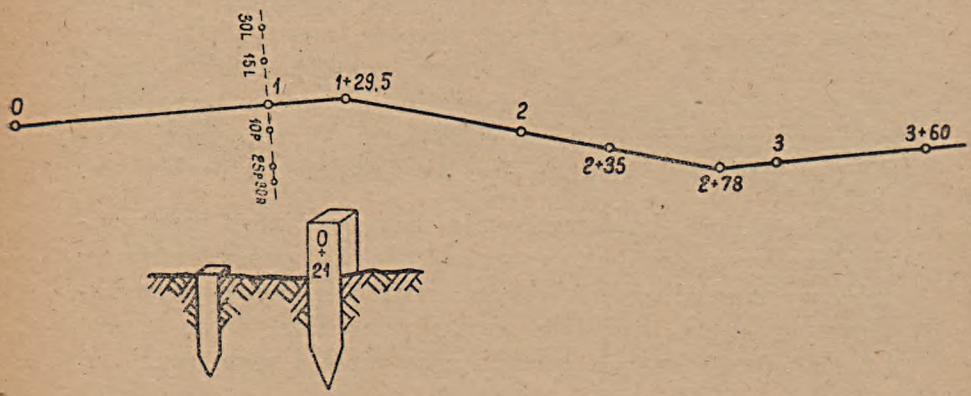
Po wytyczeniu trasy mierzymy ją jeden raz taśmą stalową i co każde 100 m wbijamy w osi trasy kołek równo z ziemią, obok niego zaś — w pewnej odległości — drugi kołek, wystający nieco ponad terenem, zwany świadkiem. Na świadku piszemy nazwę danego punktu. Punkty położone w odległościach stumetrowych od siebie nazywamy hektometrami. Stanowią one jakby szkielet zdjęcia niwelacyjnego i wszystkie muszą być bezwzględnie zaniwelowane.

Oczywiście hektometry nie zobrazują nam rzeczywistej rzeźby terenu wobec czego należy, oprócz hektometrów wyznaczyć wzdłuż trasy wszystkie jej punkty charakterystyczne, tzn. wszystkie punkty załamania terenu w profilu, a więc wszystkie punkty najwyższe i najniższe.

W punktach charakterystycznych wbijamy także kołki i świadki z odpowiednią nazwą danego punktu. Oprócz tego wbijamy także kołki we wszystkich punktach załamania trasy w planie. Wszystkie te punkty charakterystyczne nazywamy pośrednimi albo plusami. Hektometry numerujemy kolejno od zera, 1, 2 itd., punkty pośrednie oznaczamy w ten sposób, że piszemy na kołku numer najbliższego poprzedniego hektometra plus odległość punktu pośredniego od tego hektometra. Dlatego też punkty charakterystyczne nazywamy plusami (rys. 130).

Po przygotowaniu osi trasy przez wbicie hektometrów i plusów, czyli po wykonaniu pikietażu trasy, przystępujemy do wyznaczenia przekrojów poprzecznych trasy. W tym celu przede wszystkim ustalamy szerokość pasa, jaki mamy zaniwelować. Szerokość niwelowanego pasa wynosi od 20 do 200 m. Średnio niweluje się pas szerokości 100 m, tzn.

po 50 m w każdą stronę od osi. W zależności od ukształtowania terenu, obieramy gęstość profili poprzecznych. Najracjonalniejszym byłoby niwelowanie profili poprzecznych wszędzie tam, gdzie następuje zmiana kształtu profilu poprzecznego. Ponieważ praktycznie trudno nieraz ustalić,



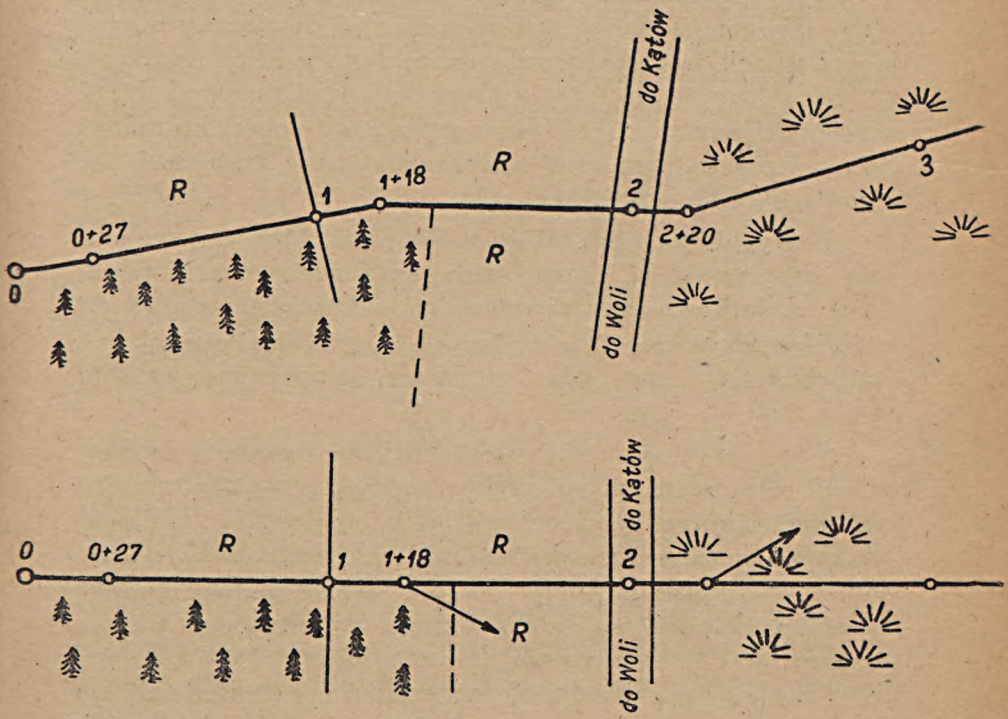
Rys. 130.

gdzie profil poprzeczny zmienia swój kształt, niweluje się co pewną określoną odległość, np. co 200 m, czyli na każdym parzystym hektometrze. Jeżeli teren jest urozmaicony pod względem ukształtowania, to profile muszą być gęściej, co 100 m, albo nawet co 50 m.

Dla wyznaczenia profilu poprzecznego tyczymy przy pomocy węgielnicy linię prostopadłą do osi trasy i wyznaczamy na niej, na odległości 50 m z każdej strony, wszystkie punkty charakterystyczne, odmierzając ruletką ich odległości od osi trasy w lewo i w prawo. Jeżeli trudno ustalić na oko punkty charakterysytczne z powodu równomierności rzeczywistej, czy pozornej spadku terenu, wyznaczamy szablonowo punkty co 5 m od osi trasy i te następnie niwe-

lujemy. Na kołkach profilu poprzecznego piszemy odległości poszczególnych punktów od osi trasy zaznaczając literami *l* i *p*, czy punkt znajduje się na lewo czy na prawo od osi.

Równocześnie z tyczeniem i pikietowanem trasy wykonujemy szkic trasy niwelacyjnej bądź to na papierze milimetrowym w pewnej obranej skali, bądź też — na zwykłym papierze szkicowym, bez dokładnego uwzględnienia skali. Na tym szkicu muszą być oczywiście uwidocznione



Rys. 131.

wszystkie hektometry i plusy oraz profile poprzeczne. Szkic trasy wykonuje się zwykle w postaci wyprostowanej, zaznaczając tylko w każdym punkcie załamania strzałką zmianę kierunku trasy. Jeżeli szkic robimy nie na papierze

milimetrowym, wówczas przedstawiamy trasę w postaci linii łamanej, oznaczając kąty załamania trasy w przybliżeniu (rys. 131).

Na szkicu trasy oznaczamy także sytuację po obu stronach osi trasy, oczywiście w przybliżeniu; w wypadku tylko, gdy jakieś budowle znajdują się w pobliżu osi trasy, zdejmujemy je metodą domiarów, rzutując na oś trasy i na szkicu notujemy wartości domierzonych odcinków

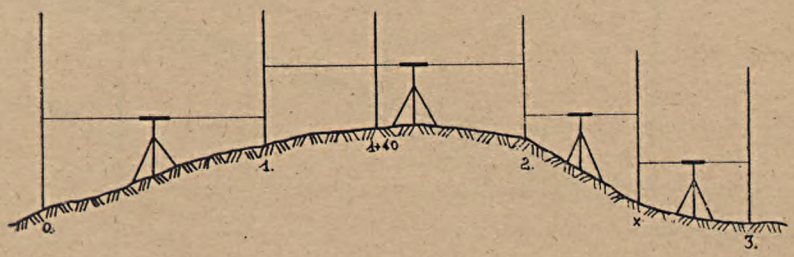
Po przygotowaniu trasy do zdjęcia przystępujemy do samej niwelacji. Każdy pomiar musi być dowiązany do jakiegokolwiek jednego przynajmniej reperu niwelacyjnego. Zdarza się często, że trasę rozpoczynamy od reperu, lub też przechodzi ona w swej drodze przez jakiś reper, który należy w trakcie pomiarów zaniwelować, aby trasę związać z poziomem bezwzględnego zera.

W wypadku, jeżeli na trasie nie ma żadnego reperu należy trasę dowiązać do najbliżej położonego reperu zakładając dodatkowo ciąg niwelacyjny wiążący od reperu do najbliższego hektometru na trasie. Ciąg wiążący musi być zaniwelowany specjalnie starannie dwukrotnie w obie strony tam i z powrotem.

Niwelację trasy wykonujemy zwykle metodą ze środka: w tym celu ustawiamy niwelator pomiędzy każdymi dwoma hektometrami, mniej więcej w środku, odmierzając odległość krokami, po czym ustawiwszy na hektometrach dwie łaty, celujemy kolejno najpierw do łaty wstecz, potem do łaty w przód. Odczyty na hektometrach wykonujemy zawsze dwukrotnie dla zwiększenia dokładności i dla kontroli. Jeżeli niwelator posiada lunetę obracalną i przekładalną, to drugie odczyty robimy po przełożeniu i obróceniu lunety. Jeżeli luneta jest stała, to należy nieco przestawić instrument przed wykonaniem drugiej pary odczytów. Po wykonaniu odczytów na hektometrach, które nazywamy punktami wiążącymi niwelacji, gdyż wytwarzają ciągłość obliczeń niwelacyjnych, robotnik wsteczny przechodzi z łatą kolej-

no na wszystkie punkty pośrednie, gdzie łata zostaje odczytana tylko jednokrotnie. Po obejściu wszystkich punktów pośrednich łącznie z punktami przekroju poprzecznego, robotnik przechodzi na następny hektometr, robotnik zaś, który stał na hektometrze w przód, pozostaje na miejscu. Niwelator z kolei przenosimy na następne stanowisko pomiędzy dwoma następnymi hektometrami.

Jeżeli różnica wysokości pomiędzy dwoma sąsiednimi hektometrami jest tak znaczna, że instrument „nie chwyta" łaty równocześne w obu punktach, należy ustawić go bliżej a łatę, zamiast na hektometrze, ustawić w dowolnym punkcie zwanym „*x* punktem", który będzie służył jako pośredni punkt wiążący i którego odległość od hektometru jest



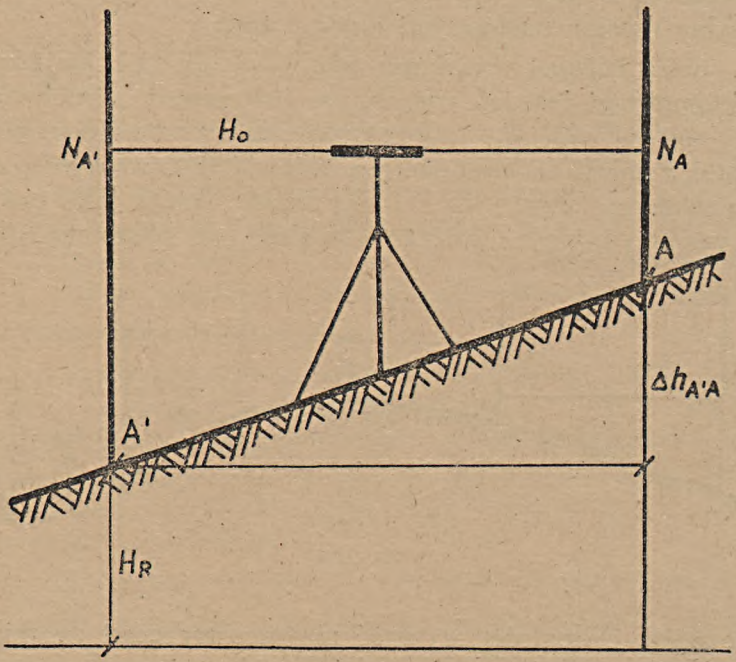
Rys. 132.

nieznana. Odległości tej znać nie musimy gdyż „*x* punkt" na profilu podłużnym nie będzie uwidoczniony, a wykorzystany będzie tylko w celu obliczenia drogą pośrednią różnicy wysokości pomiędzy hektometrami licząc najpierw różnicę wysokości pomiędzy hektometrem wstecz i punktem *x*, a następnie — pomiędzy punktem *x* i hektometrem w przód (rys. 132).

W wypadku stromych spadków, takich *x* punktów pomiędzy dwoma hektometrami może wypaść kilka. Jeżeli cała trasa lub znaczna jej część przebiega wzdłuż terenu o znacznych różnicach wysokości można punkty wiążące trasy, aby uniknąć *x* punktów, wyznaczyć nie co 100 m,

a co 50 m i niwelując ustawiać każdorazowo instrument pomiędzy sąsiednimi 50-metrówkami.

Notowanie i obliczanie wyników niwelacji wykonujemy w specjalnych notatnikach niwelacyjnych (tab. 12 i 13). Obliczenie rzędnych można wykonywać dwoma sposobami:



Rys. 133.

albo metodą różnic wysokości, albo też metodą rzędnej osi celowej. Przy metodzie pierwszej znajdujemy różnice wysokości pomiędzy dwoma punktami (z których jeden jest punktem o znanej rzędnej, a więc reperem) jako różnicę odczytów na tych punktach, po czym dla znalezienia rzędnej punktu drugiego dodajemy do znanej rzędnej pierwszego różnicę wysokości.

$$H_2 = H_1 + \Delta h_{12}.$$

Analogicznie obliczamy dalej rzędną punktu trzeciego, traktując obliczony już punkt drugi jako reper następnego stanowiska:

$$H_3 = H_2 + \Delta h_{23} .$$

Obliczenie metodą rzędnej osi celowej polega na obliczeniu na danym stanowisku (z któ ego zaniwelowano chociaż jeden punkt o znanej rzędnej, czyli reper) rzędnej osi celowej lunety. Rzędna osi celowej równa jest rzędnej reperu plus odczyt na łacie stojącej na reperze:

$$H_0 = H_R + N_R .$$

Mając rzędną osi celowej (rys. 133), jeżeli chcemy znaleźć rzędną dowolnego punktu zaniwelowanego z tego stanowiska, np. punktu A, winniśmy od rzędnej osi celowej odjąć odczyt na łacie na zdjętym punkcie A:

$$H_A = H_0 - N_A .$$

Obliczenie metodą rzędnej osi celowej jest specjalnie dogodne wówczas, gdy z jednego stanowiska zaniwelowanych jest dużo punktów. W przeciwnym razie szybsze rezultaty daje obliczenie przy pomocy różnic wysokości.

§ 10. Niwelacja powierzchni.

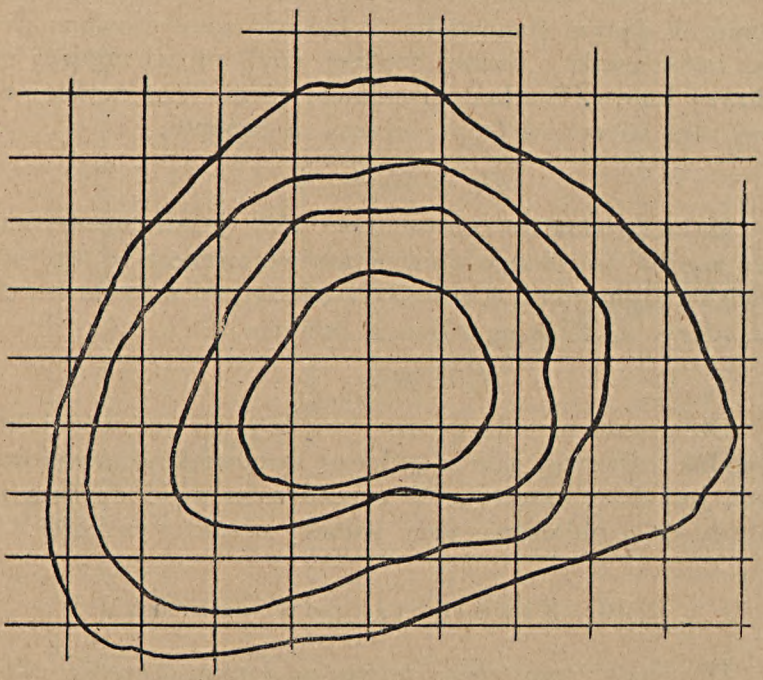
Dla znalezienia rzeźby terenu na danym obszarze o dość znacznej powierzchni należy zastosować inny sposób niwelacji, aniżeli niwelacja podłużna, a mianowicie niwelację powierzchniową. W tym celu należy na danym terenie obrać dostatecznie gęstą sieć punktów i znaleźć ich rzędne, które zobrazują nam ukształtowanie terenu.

Istnieją dwa sposoby niwelacji powierzchni:

1. Niwelacja metodą siatki kwadratów i
2. Niwelacja metodą punktów rozproszonych.

Niwelacja metodą siatki kwadratów polega na tym, że na zdejmowanym terenie zakładamy siatkę punktów tak,

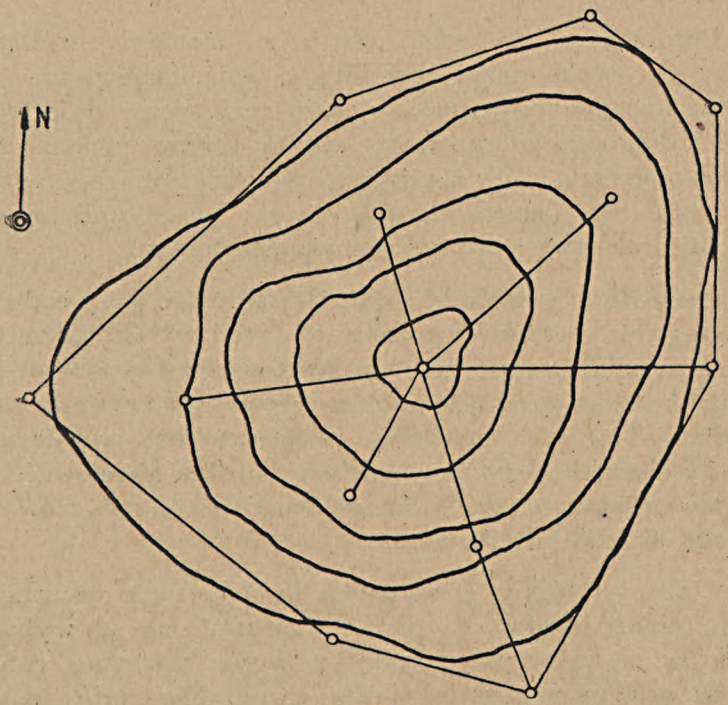
by tworzyły one wierzchołki przylegających do siebie kwadratów (rys. 134). Po wytyczeniu i pomierzeniu sytuacyjnego położenia wierzchołków siatki kwadratów względem siebie niwelujemy je wszystkie, znajdując odpo-



Rys. 134.

wiednie różnice wysokości pomiędzy nimi. Jeżeli na zdejmowanym obszarze jest jakiś reper niwelacji państwowej, to zaniwelowujemy go także celem związania naszej niwelacji z poziomem bewzględnego zera. Jeżeli na terenie zdjęcia nie ma reperu, to wówczas zakładamy ciąg wiążący od jakiegokolwiek punktu na zdejmowanym terenie do najbliżej położonego reperu. Ciąg wiążący niwelujemy bardzo starannie dwukrotnie.

Boki siatki kwadratów, pokrywających dany teren, mogą być rozmaitej wielkości w zależności od ukształtowania terenu. Jeżeli teren jest bardziej urozmaicony to siatka musi być bardziej gęsta, a boki kwadratów — mniejsze; jeżeli teren jest jednostajny, to boki siatki mogą być większe. Średnio można przyjmować nawet do 40 m.



Rys. 135.

Druga metoda niwelacji przy pomocy punktów rozproszonych polega na tym, że na zdejmowanym obszarze obieramy punkty nie szablonowo jak poprzednio, a tak, że wybieramy punkty charakterystyczne dla rzeźby terenowej. A więc obserwując teren wyszukujemy wszelkie punkty

najwyższe i najniższe oraz te punkty, które charakteryzują poszczególne spadki terenowe, wybierając linię największych spadków (rys. 135).

Obraną w ten sposób sieć punktów, po uprzednim sytuacyjnym wyznaczeniu ich wzajemnego położenia względem siebie, następnie niwelujemy, pamiętając oczywiście o konieczności związania się z jakimkolwiek reperem niwelacji państwowej.

Porównując ze sobą obydwie metody widzimy jasno, że sposób drugi jest lepszy aniżeli pierwszy, ponieważ uwzględniając punkty charakterystyczne daje właściwe i dokładne zobrazowanie rzeźby terenu, podczas gdy sposób pierwszy, który nie uwzględnia punktów rzeczywiście istotnych dla danego ukształtowania, może czasem dać zupełnie fałszywy obraz zdejmowanego terenu.

Oczywście w metodzie siatki kwadratów, przy coraz to gęstszej sieci punktów, możemy osiągnąć wyniki także zupełnie prawidłowe ale kosztem zwiększenia ilości punktów, a więc kosztem przedłużenia czasu pracy, podczas gdy przy niwelacji metodą punktów rozproszonych, wybierając punkty charakterystyczne, będziemy musieli niwelować tylko pewne minimum punktów, niezbędnych do zobrazowania danego ukształtowania terenu.

Z drugiej strony, w wypadku terenów mało urozmaiconych, nieraz trudno na oko zorientować się w wyborze punktów charakterystycznych; wówczas pokrycie całego terenu dostatecznie gęstą siatką kwadratów daje jedyne rozwiązanie kwestii odtworzenia rzeźby terenu. Poza tym przy wyborze punktów charakterystycznych należy mieć dobrze wyrobione oko w ocenie tych punktów, które są dla rzeźby terenu rzeczywiście punktami charakterystycznymi, co szczególnie w początkowych stadiach pracy jest dość trudne. Wówczas siatka kwadratów znowu całkowicie rozwiązuje sprawę.

Dlatego też mimo widocznej wyższości metody punktów rozproszonych nad metodą siatki kwadratów stosujemy w praktyce obydwie metody, a nawet w naszych warunkach terenowych (płaskich), częściej metodę siatki kwadratów.

§ 11. Obliczenie i wyrównanie wyników niwelacji.

Jak wszelkie obserwacje miernicze tak i niwelacja obarczona jest szeregiem różnych błędów, powodujących nieścisłości otrzymywanych wyników. Zadaniem naszym będzie sprawdzenie, czy otrzymane nieścisłości leżą w granicach dopuszczalnych i następnie usunięcie ich drogą wyrównania. W wypadku jeżeli stwierdzimy, że otrzymane błędy są niedopuszczalne, należy pomiary przeprowadzić powtórnie.

Teoria błędów zajmuje się ustaleniem granicznych wartości dopuszczalnych nieścisłości przy pomiarach, poszczególne zaś przepisy i normy regulują wartości błędów dopuszczalnych dla różnych celów praktyki inżynieryjnej.

Przy każdym zdjęciu niwelacyjnym winniśmy wytworzyć takie warunki zdjęcia, aby zawsze istniała kontrola wykonanego pomiaru. Jeżeli prowadzimy niwelację trasy zamkniętej to kontrola wytwarza się sama przez się, wyszedłszy bowiem z punktu wyjściowego o określonej rzędnej H, wracamy do tego samego punktu, wobec czego winniśmy otrzymać tę samą wartość rzędnej. Jeżeli trasa jest niezamknięta, to należy albo oprzeć ją z obu końców o dwa repery niwelacyjne, albo też przeniwelować dwukrotnie: raz w jedną drugi raz w drugą stronę.

Po przeprowadzeniu obliczeń sprawdzamy jak wielka jest odchyłka i następnie porównujemy jej wartość z wartością błędu dopuszczalnego. Średnią wartość błędu dopuszczalnego można przyjąć według normy w zależności od

długości niwelowanej trasy, albo w zależności od ilości ustawień instrumentu.

Jeżeli przyjmiemy, że błąd rośnie w miarę zwiększania długości niwelowanj, to jako normę przeciętną błędu dopuszczalnego przyjmuje się błąd równy jednemu centymetrowi na długości jednego kilometra niwelowanego odcinka. Przyjmując, że błąd rośnie w miarę zwiększania się ilości stanowisk niwelacyjnych, jako normę błędu dopuszczalnego przyjmujemy wartość $5\sqrt{n}$ gdzie n jest ilością stanowisk. Wartość błędu wyrażona jest w milimetrach.

Jeżeli otrzymany przy pomiarze błąd będzie mniejszy, lub co najwyżej równy błędowi dopuszczalnemu, to należy doprowadzić niwelację do zamknięcia drogą odpowiedniego wyrównania. Wyrównanie można wykonać dwojako: albo przyjąć, że błąd rozkłada się proporcjonalnie do długości trasy i wyrównać go zwiększając lub zmniejszając rzędne proporcjonalnie do ich odległości od reperu, albo też przyjąć, że błąd rozkłada się proporcjonalnie do ilości stanowisk i obliczywszy poprawkę dla każdego stanowiska wyrównywać rzędne proporcjonalnie do ilości stanowisk począwszy od reperu.

Poniżej podajemy dwa przykłady obliczenia i wyrównania rzędnych niwelacji zamkniętej i niezamkniętej opartej o dwa repery (tabl. 12 i 13).

§ 12. Niwelacja schodkowa przy pomocy łat.

Przy niwelowaniu stromych bardzo zboczy stosujemy niwelację metodą schodkową przy pomocy łat.

Niwelację taką wykonujemy w sposób następujący: po wytyczeniu osi trasy niwelowanej bierzemy łatę miernicą długości trzech lub pięciu metrów i układamy ją poziomo w linii niwelowanej trasy. Poziome ułożenie łaty osiągamy

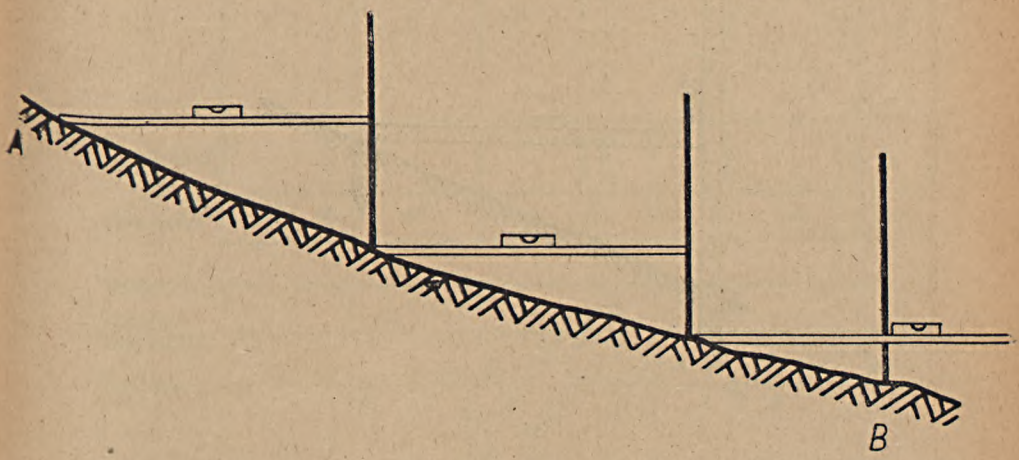
Tabela 12.

Stanowisko instrumentu	Nazwa punktu	Odległości wzdłuż osi	Odległości od osi		Odczyty			Różnice wysokości		Rzędne osi celowej	Rzędne punktów		Uwagi
			lewo	prawo	wstecz	w przód	pośred.	+	—		obliczone	wyrównane	
	0	0			1673						38.459	38.459	Reper
	1	100			1726	1846			0,173		38,286	38.287	
	1+20	120					1438	0.288			38.574	38.575	
	1+40	140					1496		0,058		38.516	38.517	
	2	200			1842	1528			0,032		38.484	38.486	
	3	300			1489	1476		0,366			38.850	38.853	
	4	400			1932	1746			0.257		38.593	38.597	
	5	500			1194	1286		0.546			39.139	39.144	
	6	600			1238	1875			0,681		38.458	38 464	
	0	700				1244			0.006		38.452	38.459	Reper

Tabela 13.

Stanowisko instrumentu	Nazwa punktu	Odległości wzdłuż osi	Odległości od osi		Odczyty			Różnice wysokości		Rzędne osi celowej	Rzędne punktów		Uwagi
			lewo	prawo	wstecz	w przód	pośred.	+	−		obliczone	wyrównane	
	0	0			1673						32.998	32.998	Reper
	1	100			1532	1846				34.671	32.825	32.824	
	1+20	120					1845			34.357	32.512	32.511	
	2	200			1006	1362				34.001	32.995	32.993	
	a	200	10				1238				32.763	32.761	
	b	200	25				1354				32.647	32.645	
	a'	200		15			1623				32.378	32.376	
	b'	200		28			1815				32.186	32.184	
	3	300			0970	1400				33.571	32.601	32.598	
	4	400				0869					32.702	32.698	Reper

przy pomocy libeli umieszczonej na łacie (rys. 136). Następnie na końcu łaty ustawiamy, w styk do łaty mierniczej, łatę niwelacyjną z podziałką i na tej podziałce odczytujemy od razu różnicę wysokości pomiędzy początkiem i końcem



Rys. 136.

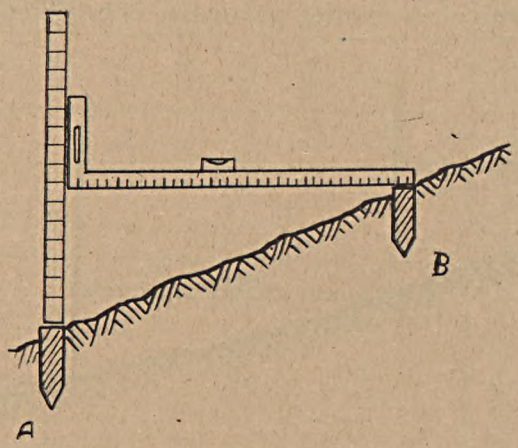
łaty mierniczej. Następnie przenosimy łatę mierniczą do następnego położenia i w dalszym ciągu mierzymy różnicę wysokości pomiędzy punktami: początkowym i końcowym łaty.

Całkowita różnica wysokości pomiędzy punktem początkowym i końcowym danego odcinka równa będzie sumie poszczególnych różnic wysokości pomiędzy poszczególnymi przyłożeniami łaty.

$$H = h_1 + h_2 + \ldots + h_n .$$

Niwelację schodkową można wykonywać przy pomocy specjalnych łat, tzw. łat profilowych (rys. 137). Ponieważ niwelacja schodkowa jest mało dokładna należy zawsze dążyć do tego, żeby w ten czy inny sposób skontrolować pomiar. W wypadku, jeżeli naprzykład niwelujemy głęboki

wąwóz przy pomocy niwelacji schodkowej, należy instrumentem niwelacyjnym wyznaczyć różnicę wysokości po-



Rys. 137.

między jednym i drugim brzegiem, co będzie stanowiło kontrolę dla niwelacji schodkowej.

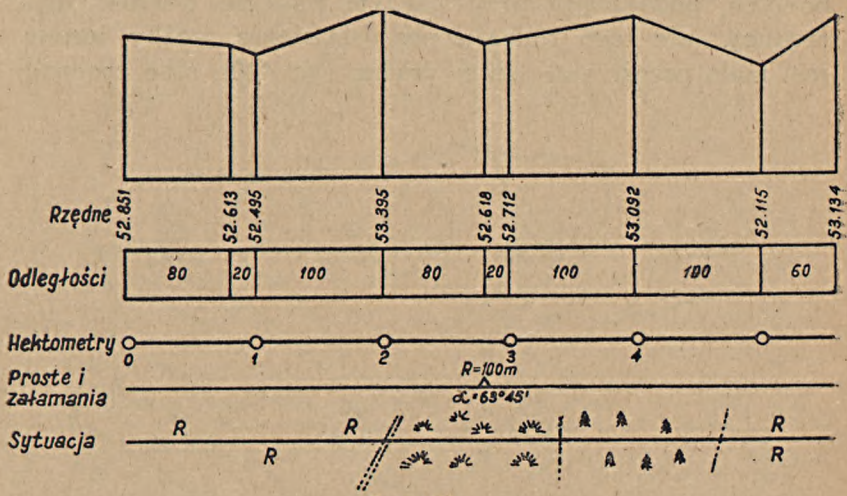
§ 13. Graficzne przedstawienie rzeźby terenu.

Wyniki niwelacji podłużnej trasy po obliczeniu i wyrównaniu rzędnych przedstawiamy w postaci profilu podłużnego wykonanego w odpowiedniej skali. Skala długości jest zwykle inna aniżeli skala wysokości, ponieważ długość niwelowanej trasy jest znaczna natomiast różnice wysokości są znacznie mniejsze.

Zwykle skala długości jest dziesięciokrotnie mniejsza, niż skala wysokości.

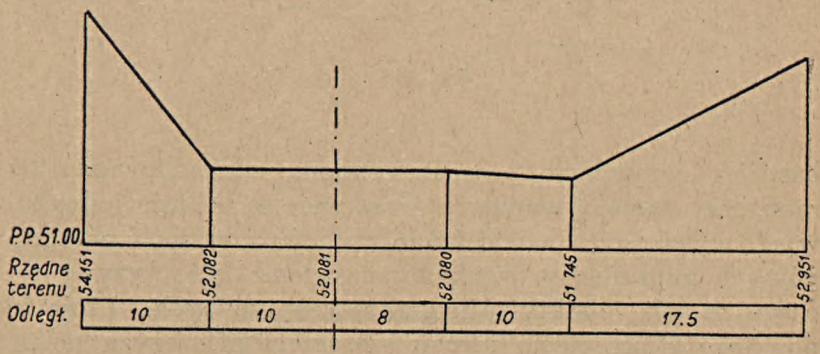
Najczęściej stosowane są skale profilów podłużnych 1 : 1000 i 1 : 100. Pod wykreślonym profilem podłużnym pi-

szemy w specjalnych rubrykach rzędne terenu, odległości pomiędzy poszczególnymi punktami, hektometraż, załama-



Rys. 138.

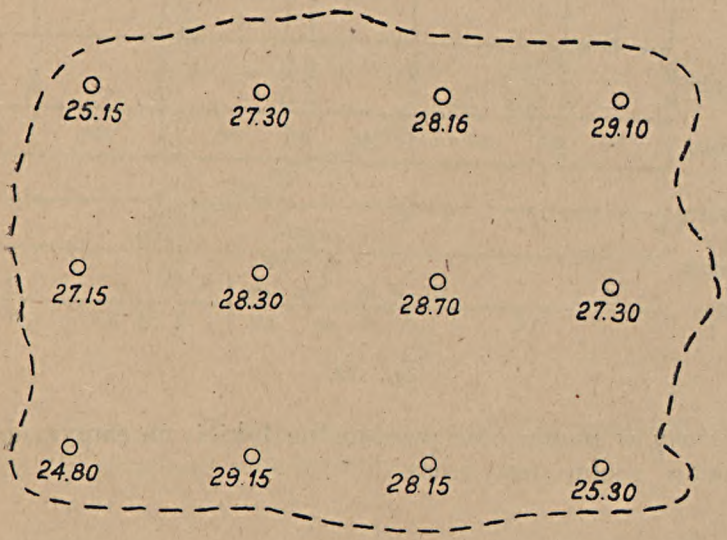
nia trasy w planie oraz ewentualne łuki i na samym dole sytuację z obu stron trasy.



Rys. 139.

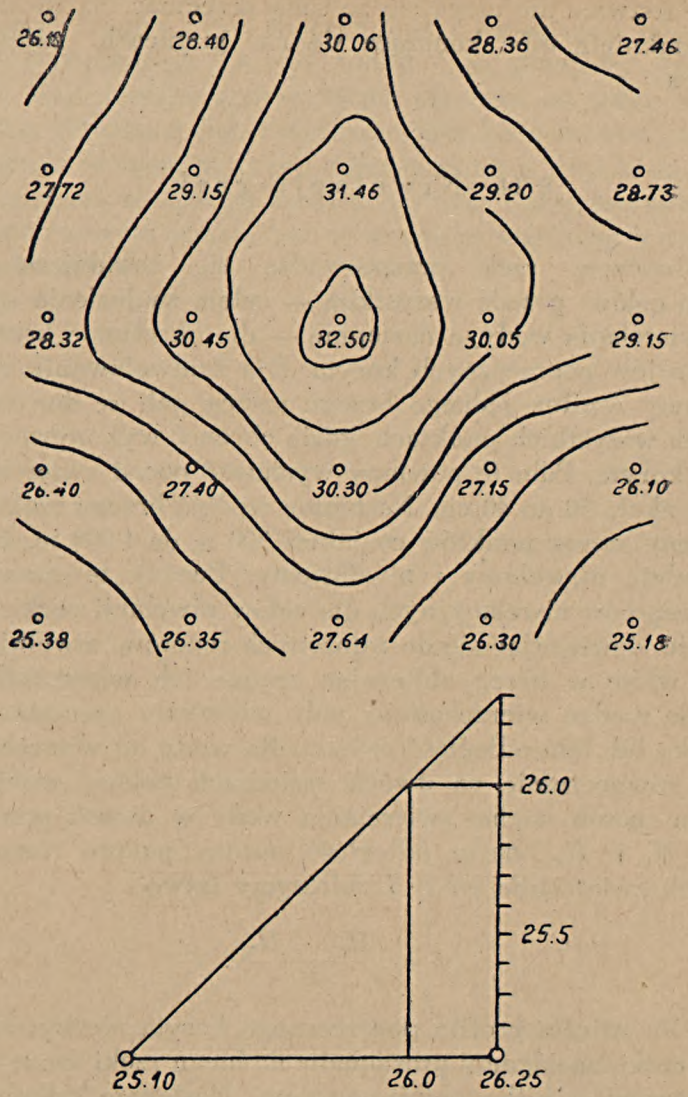
Schemat przekroju podłużnego oraz poprzecznego przedstawia rysunek 138 i 139.

Wyniki niwelacji powierzchni mogą być przedstawione dwoma sposobami: albo po prostu zespołem danych liczbowych, podających przy każdym punkcie wartość jego rzędnej, (ale tego rodzaju przedstawienie rzeźby terenu jest mało przejrzyste i niewyraźne rys. 140), albo znacznie



Rys. 140.

bardziej obrazowym przedstawieniem ukształtowania terenu przy pomocy warstwic. Warstwice są to linie jednakowych wysokości. Na podstawie znanych rzędnych poszczególnych punktów prowadzimy na planie linie krzywe łączące ze sobą punkty o jednakowych rzędnych. Linie te powstają z przecięcia terenu szeregiem płaszczyzn poziomych równoległych do płaszczyzny odniesienia. Płaszczyzny te prowadzimy w odległościach co 1 m lub rzadziej, np. co 5 m przy dużych spadkach, zaś przy terenach względnie równinnych — gęściej, np. co 0,25 m. Otrzymujemy wów-



Rys. 141.

czas warstwice co 1 m czy co 5 m, lub co 0,25 m (rys. 141). Na każdej warstwicy piszemy wartość jej rzędnej.

Warstwice nie mogą się ze sobą przecinać. Są to krzywe zamknięte albo kończące się na granicach zdjętego obszaru.

§ 14. Niwelacja rzek.

Niwelację rzek przeprowadza się zasadniczo dla dwóch celów: przede wszystkim — celem znalezienia spadku zwierciadła wody, a następnie — dla określenia kształtu przekrojów poprzecznych koryta. Dla zaniwelowania rzeki wbijamy wzdłuż jednego brzegu szereg pali w dno rzeki w tych wszystkich punktach gdzie chcemy wykonywać pomiar koryta. Pale te powinny wystawać ponad zwierciadło wody około 30 do 40 cm. Następnie wzdłuż brzegu rzeki zakładamy szereg punktów co jakieś 500 m do 1.000 m, które dokładnie utrwalamy i niwelujemy. Punkty te stanowią ciąg reperów niwelacyjnych dla celów niwelacji rzeki. Następnie dowiązując się do założonych reperów niwelujemy pale wbite w brzeg obliczając rzędne ich wierzchołków. Znając rzędne wierzchołków pali mierzymy specjalną podziałką lub łatą odległość zwierciadła wody od wierzchołka pala równocześnie na dwóch sąsiednich palach, ustalając w ten sposób rzędne zwierciadła wody w dwóch przekrojach H_1 i H_2. Znając odległość między palami równą d, spadek zwierciadła wody i, obliczymy łatwo.

$$i = \frac{H_1 - H_2}{d}.$$

Dla zdjęcia profilu poprzecznego koryta niezbyt szerokiej rzeki naciągamy prostopadle do biegu rzeki sznur z zawiązanymi co kilka metrów węzłami. Następnie łódką posuwamy się wzdłuż sznura, mierząc przy każdym węźle przy pomocy łaty głębokość dna i notując wynik na odpowiednim szkicu. Rozpoczynamy oczywiście od pomierzenia wy-

sokości głowicy pala wbitego w brzeg ponad poziomem zwierciadła wody. Przy rzekach dużej szerokości, pomiar koryta wykonujemy w ten sposób, że płyniemy łódką wzdłuż linii profilu poprzecznego mierząc co kilka metrów łatą głębokość dna. Położenie łódki każdorazowo ustalamy przez wcięcie w przód równocześnie z dwóch stanowisk teodolitu na brzegu rzeki (z powodu dużej szerokości rzeki naciągnięcie sznura, jak w wypadku wąskiego koryta, jest niemożliwe).

ROZDZIAŁ VI. TYCZENIE ŁUKÓW.

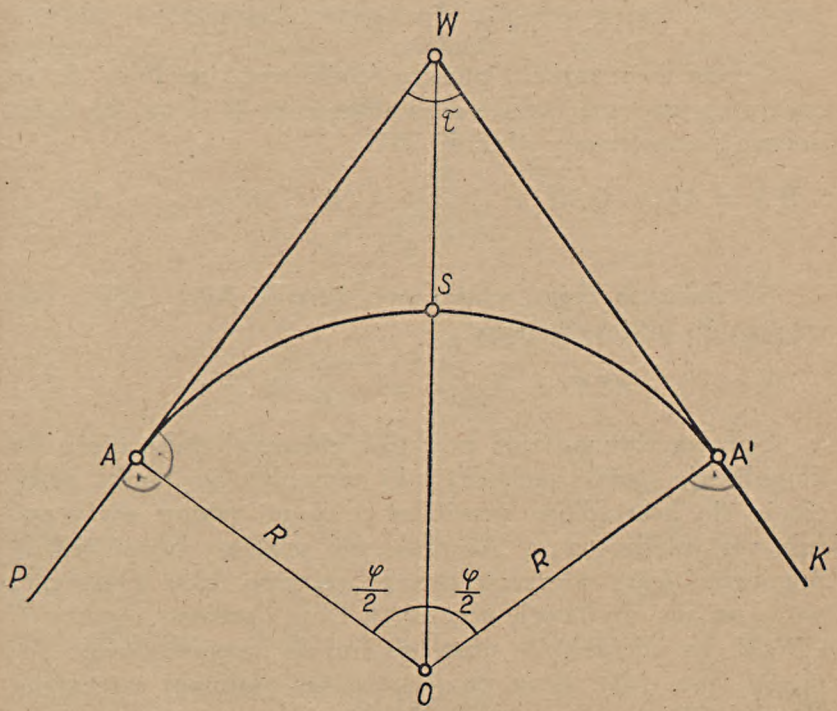
§ 1. Punkty główne łuku.

Jeżeli w terenie mamy dwa kierunki i należy je połączyć ze sobą przy pomocy łuku kołowego, to trzeba wyznaczyć dostatecznie wielką ilość punktów leżących na osi łuku, aby krzywizna jego była wyraźnie widoczna.

Przede wszystkim należy dla danego łuku wyznaczyć jego trzy punkty główne. Punktami głównymi łuku są: jego początek i koniec, czyli obydwa punkty styczności łuku z prostymi pomiędzy którymi łuk ma być wyznaczony oraz punkt środkowy na łuku. Celem wytyczenia w terenie punktów głównych musimy znać promień łuku *R*. Pomiędzy dane dwa kierunki można wtyczyć nieskończenie wiele łuków o różnych promieniach, dlatego też wielkość promienia w zagadnieniu tyczenia łuków musi być z góry sprecyzowana.

W zależności od celów, jakim dany łuk będzie służył, istnieją oczywiście różne ograniczenia dla wielkości promienia danego łuku. Jeżeli tyczymy oś drogi żelaznej to promień łuku nie powinien być mniejszy aniżeli 250 m, tak samo dla szos różnych klas wielkość promienia jest z dołu ograniczona. W każdym razie zawsze przed przystąpieniem do wyznaczania łuków w terenie winniśmy odpowiednio ustalić wartość *R*.

W dalszym ciągu dla obliczenia poszczególnych elementów łuku winniśmy znaleźć wielkość kąta utworzonego przez proste, pomiędzy którymi tyczymy łuk. Wartość kąta wierzchołkowego τ znajdujemy mierząc go w terenie bez-



Rys. 142.

pośrednio przy pomocy teodolitu (rys. 142). Następnie obliczamy wartość kąta środkowego odpowiadającego danemu kątowi wierzchołkowemu. Kąt środkowy φ stanowi dopełnienie do 180° kąta wierzchołkowego.

$$\varphi = 180^0 - \tau.$$

Znajdujemy to z czworoboku $AWA'O$:

$$A + W + A' + O = 360^0$$

$$A = A' = 90^0, \qquad O = \varphi, \; W = \tau.$$

Ażeby znaleźć w terenie punkt styczności A wystarczy obliczyć długość stycznej WA i następnie odmierzyć jej wielkość wzdłuż stycznej od punktu W. Odcinek WA obliczamy z trójkąta WAO:

$$WA = R \cdot tg \frac{\varphi}{2}; \quad WA' = WA.$$

Celem wyznaczenia punktu środkowego na łuku S tyczymy dwusieczną kąta wierzchołkowego W i na tej dwusiecznej odmierzamy długość WS

$$WS = WO - SO = \frac{R}{\cos\frac{\varphi}{2}} - R = R\left(\sec\frac{\varphi}{2} - 1\right);$$

W dalszym ciągu obliczamy długość łuku ASA', potrzebną do pikietażu trasy.

$$ASA' = \frac{2\pi R\varphi}{360^0} = \frac{\pi}{180^0} R \cdot \varphi.$$

Sprawa wyznaczenia punktów głównych łuku nieco się komplikuje jeżeli zachodzi taki wypadek, że punkt przecięcia się kierunków, pomiędzy którymi mamy wytyczyć łuk, jest niedostępny. Wówczas nie możemy bezpośrednio pomierzyć kąta wierzchołkowego naszego łuku. Obieramy wówczas na obydwóch stycznych dwa dowolne punkty C i D tak, by odcinek CD dostępny był do bezpośredniego pomiaru (rys. 143). Przy pomocy taśmy stalowej mierzymy długość $CD = d$ — metrów. Następnie przy pomocy teodolitu mierzymy kąty $PCD = \alpha$ i $KDC = \beta$. W dalszym ciągu obliczamy z trójkąta WCD wielkość kąta W:

$$W = \tau = (\alpha + \beta) - 180^0.$$

Dalej obliczamy na podstawie twierdzenia sinusowego długości odcinków WC i WD.

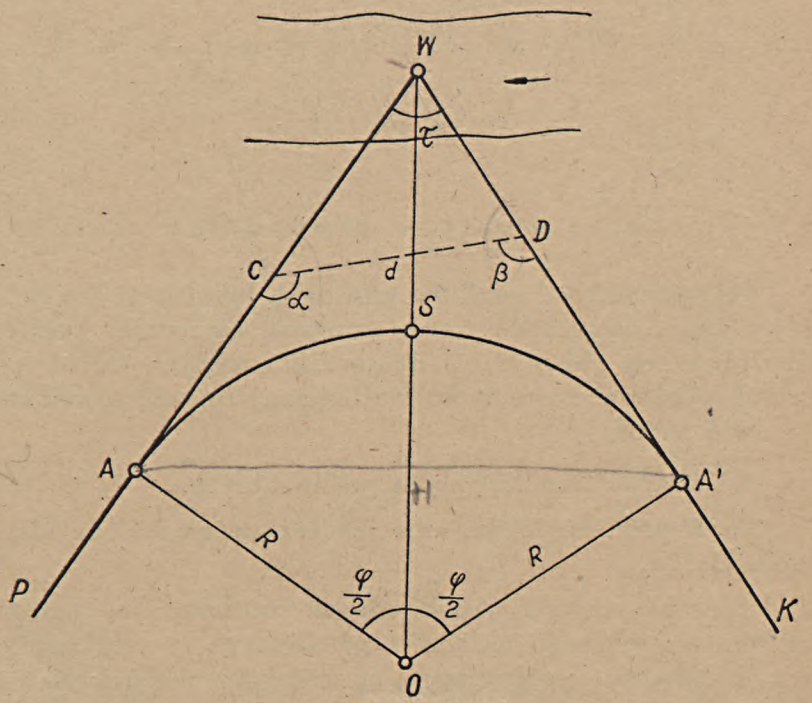
$$WC = d \cdot \frac{\sin(180^0 - \beta)}{\sin(\alpha + \beta - 180^0)};$$

$$WD = d \cdot \frac{\sin(180^0 - \alpha)}{\sin(\alpha + \beta - 180^0)}.$$

Dalej już, jak przy wierzchołku dostępnym, obliczamy długości stycznych

$$WA = WA' = R \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$$

i celem wyznaczenia punktów styczności A i A' w terenie odmierzamy od punktu C odcinek CA, wzdłuż prostej CP:



Rys. 143

$$CA = WA - WC = R \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} - d \cdot \frac{\sin (180^0 - \beta)}{\sin (\alpha + \beta - 180^0)},$$

zaś od punktu D, wzdłuż DK, odcinek DA':

$$DA' = WA' - WD = R \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} - d \cdot \frac{\sin (180 - \alpha)}{\sin (\alpha + \beta - 180^0)}.$$

Celem wyznaczenia w terenie punktu środkowego, znajdujemy środek odcinka AA' w punkcie H, tyczymy prostopadłą do prostej AA' i na tej prostopadłej, wyznaczonej przy pomocy węgielnicy, odmierzamy odcinek HS, będący strzałką naszego łuku.

$$HA = HA' = R \sin \frac{\varphi}{2};$$

$$HS = SO - OH = R - R \cos \frac{\varphi}{2} = R\left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right) =$$

$$= 2R \sin^2 \frac{\varphi}{4}.$$

§ 2. Tyczenie punktów pośrednich na łuku.

Po wyznaczeniu punktów głównych łuku należy w dalszym ciągu wyznaczyć szereg punktów pośrednich pomiędzy punktami głównymi. Istnieje kilka różnych metod tyczenia punktów pośrednich. Najbardziej rozpowszechnione są dwie metody.

1. Metoda współrzędnych prostokątnych.

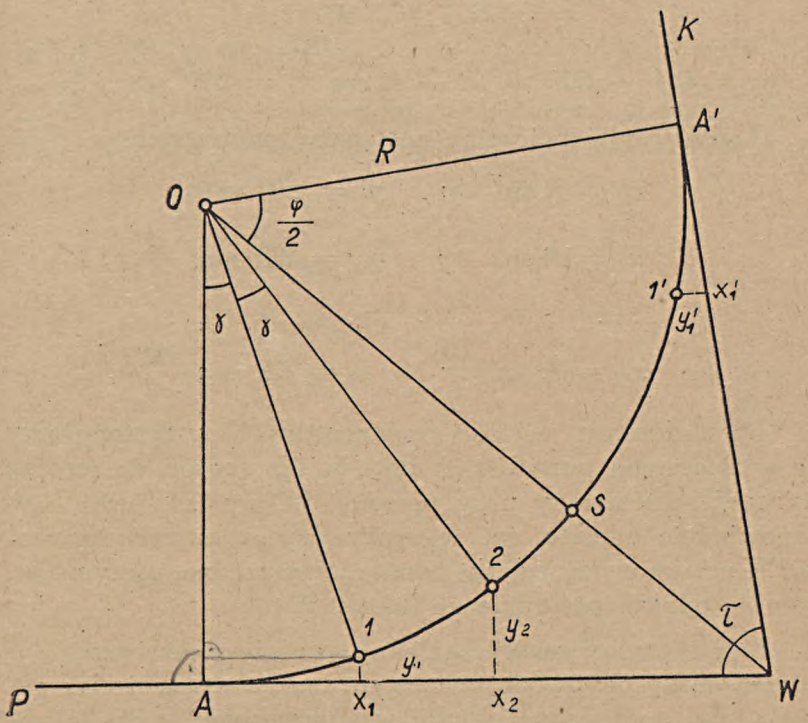
2. Metoda angielska albo inaczej zwana metoda równych cięciw.

Tyczenie metodą współrzędnych prostokątnych polega na obraniu pewnego układu współrzędnych i obliczeniu w tym układzie współrzędnych poszczególnych punktów na łuku.

Jako układ osi współrzędnych przyjmujemy kierunki stycznej i prostopadłego do niej promienia (rys. 144). Punkt styczności łuku jest początkiem układu współrzędnych.

Przystępując do tyczenia punktów pośrednich ustalamy w zależności od potrzeb jak gęsto chcemy wyznaczyć punkty na łuku, zakładając odległość pomiędzy poszczególnymi punktami równą 50, czy 20, czy też 10 metrów. Ogól-

nie biorąc, odległość pomiędzy punktami pośrednimi na łuku przyjmujemy „s" metrów.



Rys. 144

Następnie, obliczamy wartość kąta środkowego odpowiadającego danej długości łuku s—metrów:

$$\gamma = \frac{360^0 \cdot s}{2\pi R} = \frac{180^0}{\pi} \cdot \frac{s}{R}.$$

Następnie w funkcji promienia R i wartości kąta γ obliczamy współrzędne prostokątne x i y kolejnych punktów pośrednich: 1, 2, 3 itd. Współrzędne obliczamy z trójkąta prostokątnego OK_1 1, który powstanie jeżeli przez

punkt 1 poprowadzimy równoległą do prostej PW aż do przecięcia się z prostą AO w punkcie K_1.

$$x_1 = K_1 1 = R \sin \gamma;$$

$$y_1 = OA - OK_1 = (R - R \cos \gamma) = 2R \sin^2 \frac{\gamma}{2}.$$

Analogicznie obliczamy następne współrzędne:

$$x_2 = R \sin 2\gamma; \qquad y_2 = 2R \sin^2 \gamma;$$

$$x_3 = R \sin 3\gamma; \qquad y_3 = 2R \sin^2 \frac{3}{2}\gamma;$$

. . . . . .

$$x_n = R \sin n\gamma; \qquad y_n = 2R \sin^2 \frac{n\gamma}{2}.$$

Po obliczeniu wartości współrzędnych przystępujemy do wyznaczenia punktów na łuku w ten sposób, że wzdłuż stycznej odmierzamy przy pomocy taśmy stalowej odpowiednie odcięte, zaś wytyczywszy węgielnicą prostopadłe, przy pomocy ruletki odmierzamy rzędne, otrzymując kolejne punkty pośrednie na łuku 1, 2, itd.

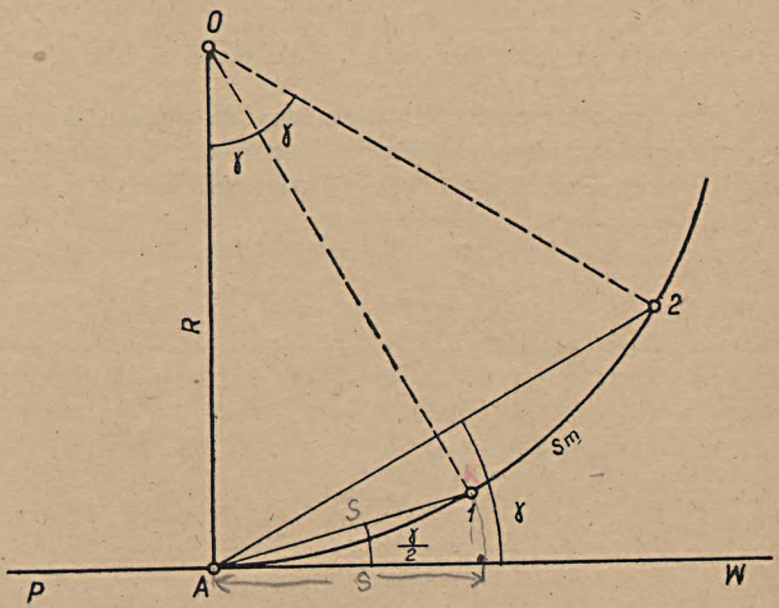
Łuk tyczymy zazwyczaj równocześnie z obu stron, domierzając do obydwóch stycznych, tzn. odnosząc jedną połowę łuku do jednego układu współrzędnych, a drugą połowę łuku — do drugiego układu współrzędnych.

Druga metoda, równych cięciw polega znowu na obraniu odległości pomiędzy poszczególnymi punktami pośrednimi równej, np. s —metrów oraz na obliczeniu następnie wielkości kąta środkowego, odpowiadającej łukowi długości s —metrów:

$$\gamma = \frac{360^0 \cdot s}{2\pi R} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{s}{R}.$$

Następnie zakładamy, że dla małych odcinków łuku można przyjąć, że łuk równy jest cięciwie, czyli dla obra-

nej wielkości łuku s—metrów, cięciwa tego łuku równa się także s—metrów (rys. 145). W dalszym ciągu, ustawiamy instrument w punkcie styczności A i tyczymy prostą AK_1 pod kątem $\frac{\gamma}{2}$ do prostej AW. Na tej prostej odmierzamy taśmą s—metrów i otrzymujemy pierwszy punkt pośredni łuku. Następnie tyczymy prostą AK_2 pod kątem γ do pros-



Rys. 145.

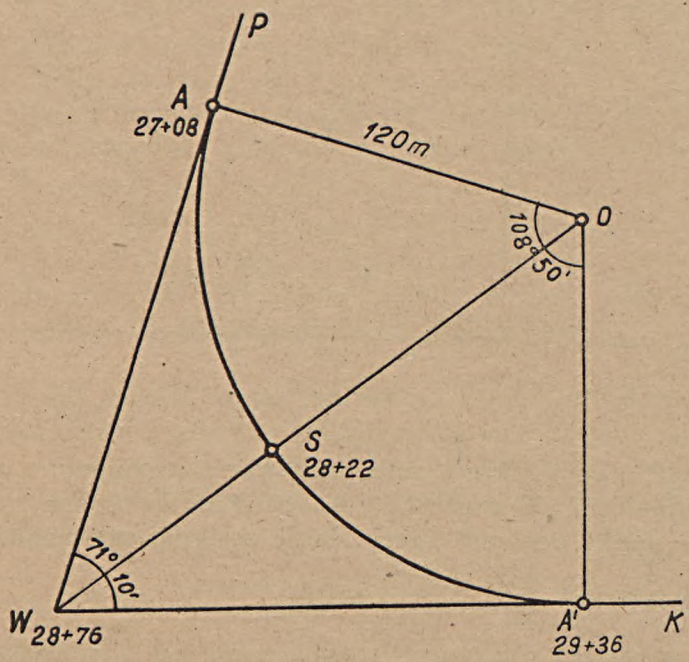
tej AW i od punktu 1 zataczamy łuk o promieniu s m, aż do przecięcia się z prostą AK_2, otrzymując w ten sposób drugi punkt pośredni łuku. Dalej postępujemy analogicznie tycząc kąt $\frac{3}{2}\gamma$, 2γ, . . . itd

Zazwyczaj łuk tyczymy równocześnie od obu stycznych do środka.

Do tyczenia punktów głównych i pośrednich na łuku istnieje cały szereg tablic, w których, w zależności od wartości promienia łuku R, kąta środkowego φ oraz odległości s pomiędzy punktami pośrednimi, podane są wszystkie potrzebne do tyczenia elementy łuku. Najdogodniejsze i najprzejrzyściej ułożone są tablice Kröhnke-Seyferta. Istnieją także powszechnie u nas używane tablice polskie Skibińskiego.

§ 3. Przykład obliczenia łuku.

Idąc trasą od punktu P doszliśmy do punktu W, będącego skrzyżowaniem. Należy z kierunku PW przejść łukiem o promieniu $R = 120$ m na kierunek WK. Kąt wierz-



Rys. 146.

chołkowy PWK pomierzono teodolitem $\tau = 71°10'$. Pikietaż punktu W wynosi 28 + 76 (rys 146).

Wytyczyć punkty główne łuku i określić ich pikietaż oraz punkty pośrednie co 20 m, tycząc jedną połowę łuku metodą współrzędnych prostokątnych, drugą zaś połowę — metodą równych cięciw.

Przede wszystkim dla wytyczenia łuku należy obliczyć kąt środkowy łuku

$$\varphi = 180° - \tau = 108°50'.$$

Dla wyznaczenia punktów głównych łuku należy z tablic do tyczenia łuków odnaleźć wielkość stycznych $WA = WA'$ oraz długość WS, tj. odległość wierzchołka od środka łuku. Korzystając z tablic Kröhnkego szukamy potrzebnych danych dla danej wartości kąta środkowego

$$\gamma = 108°50'.$$

Z tablicy otrzymujemy wszystkie potrzebne wartości dla promienia $R = 1000$ m. Ponieważ zadany promień wynosi $r = 120$ m, należy wszystkie wielkości otrzymane z tablic odpowiednio zredukować mnożąc przez stosunek promieni

$$\frac{r}{R} = \frac{120}{1000} = 0{,}12;$$

$$WA = WA' = 167.72 \text{ m};$$

$$WS = 86.23 \text{ m}.$$

$$ASA' = 227.94 \text{ m}.$$

Mając obliczoną długość łuku obliczamy pikietaż punktów głównych. Pikietaż punktu A równy jest pikietażowi punktu W minus długość stycznej WA; wynosi on 27+08,28. Pikietaż punktu A' równy jest pikietażowi punktu A plus

całkowita długość łuku i wynosi 29 + 36.22. Pikietaż zaś punktu S wynosi 28 + 22,25.

Chcąc w dalszym ciągu wyznaczyć punkty pośrednie co dwadzieścia metrów metodą współrzędnych prostokątnych, odnajdujemy z tablic wartości odciętych i rzędnych dla łuku o promieniu $r = 120$ m.

Punkty	Odcięte	Rzędne
1	0,00	0,00
2	19,87	1,99
3	38,94	7,89
4	56,46	17,47
5	71,74	30,33
6	84,15	45,97

Na połowie łuku będzie sześć punktów (łącznie z punktem styczności A), odległość zaś od punktu 6 do środka łuku wyniesie 13 m 97 cm. Tycząc drugą połowę łuku wyznaczamy także sześć punktów pośrednich, przy czym znowu z tablicy odnajdujemy wartość kąta środkowego odpowiadającą długości łuku dwadzieścia metrów (bo chcemy tyczyć punkty pośrednie co 20 metrów) dla łuku o promieniu $r = 120$ m.

$$\gamma = \frac{180 \cdot s}{\pi \cdot R} = 57'17.75'' \times 10 = 9°32'57.5''.$$

Po ustawieniu teodolitu w punkcie A' sprzęgamy zero noniusza z zerem limbusa i kierujemy lunetę wzdłuż stycznej $A'W$. Następnie tyczymy kolejno proste $A'1$, $A'2$, itd. pod kątami $\frac{\gamma}{2}$, γ, $\frac{3}{2}\gamma$, itd. do stycznej, odmierzając na nich odcinki po 20 metrów.

ROZDZIAŁ VII

TACHIMETRIA.

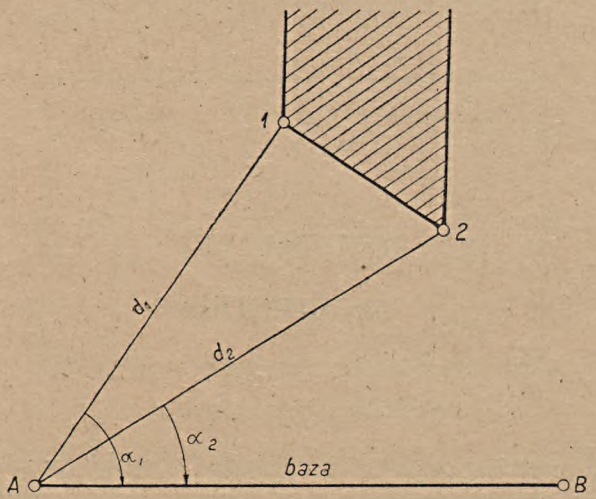
§ 1. Ogólne zasady zdjęcia tachimetrycznego.

Tachimetria, czyli z greckiego „szybki pomiar", jest zdjęciem odróżniającym się od metod do tej pory poznanych tym, że równocześnie wykonujemy pomiary, mające na celu uzyskania zarówno planu sytuacyjnego, jak wysokościowego zdejmowanego obszaru. Równocześnie wykonujemy zespół pomiarów, mających na celu obliczenie trzech współrzędnych przestrzennych każdego ze zdejmowanych punktów. Dwie współrzędne określają sytuacyjne położenie danego punktu na płaszczyźnie odniesienia, trzecia zaś określa jego wysokość czyli rzędną.

Zdjęcie tachimetryczne jest biegunowym rodzajem zdjęcia i polega na pomiarze współrzędnych biegunowych danego punktu, czyli kąta zawartego pomiędzy jakimś kierunkiem stałym a celem na dany punkt oraz odległości biegunowej punktu zdejmowanego (rys. 147).

Celem pomierzenia różnicy wysokości pomiędzy stanowiskiem instrumentu a punktami zdejmowanymi ustawia-

my na nich łaty niwelacyjne i wykonujemy odczyty na łatach niwelacyjnych celując bądź w poziomie, jak przy niwelacji z końca, bądź też pochyliwszy oś celową pod pewnym kątem do poziomu.



Rys. 147.

Przed rozpoczęciem prac pomiarowych obieramy na zdejmowanym terenie sieć punktów szkieletowych w postaci poligonu zamkniętego, obejmującego cały teren dookoła. Jeżeli teren jest rozległy, to pomiędzy punktami poligonu obwodowego zakładamy dodatkowo poligony wiążące.

Następnie wykonujemy zdjęcie poligonu i ustalamy dokładnie wzajemne położenie punktów poligonowych względem siebie, obliczając ich współrzędne. Dalej przy pomocy niwelatora przeprowadzamy niewlację punktów poligonowych dowiązując się do najbliższego reperu niwelacyjnego oraz obliczamy rzędne punktów poligonowych, które w dalszym ciągu służyć będą jako stanowiska tachimetryczne do zdjęcia tachimetrycznego. W dalszym ciągu

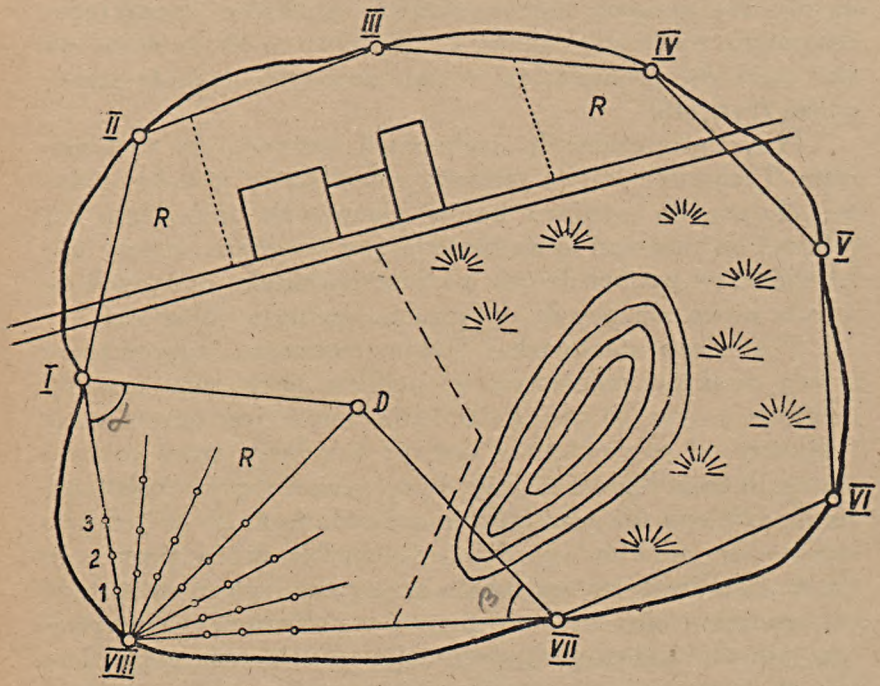
zdjęcie szczegółów wykonujemy metodą tachimetryczną, ustawiając kolejno przyrząd na stanowiskach i zdejmując z każdego stanowiska znajdujące się w pobliżu punkty. Najpierw zdejmujemy wszystkie obiekty, znajdujące się na danym terenie celem uzyskania dostatecznej ilości danych dla wykonania planu sytuacyjnego danego obszaru, po czym zdejmujemy punkty charakterystyczne, charakteryzujące rzeźbę terenu, analogicznie jak przy zdjęciu niwelacyjnym metodą punktów rozproszonych. W wypadku, gdy na oko nie możemy dobrze określić punktów charakterystycznych, zakładamy siatkę kwadratów co 40 do 60 m lub sieć punktów promieniście rozmieszczonych dookoła stanowiska (rys. 148).

Przyrząd służący do tachimetrii nazywa się tachimetrem. Tachimetr jest to teodolit zaopatrzony w koło pionowe, służące do pomiaru kątów pionowych pochylenia osi celowej do poziomu oraz posiadający wewnątrz lunety dalekomierz w postaci dwóch poziomych nitek dodanych do krzyża nitek, służący do optycznego pomiaru odległości.

Z każdego stanowiska tachimetrycznego zdejmujemy szereg punktów położonych w pobliżu, przy tym musimy pamiętać o tym, że zasięg działania lunety jest ograniczony i zależny od powiększenia lunety; następnie przy celowaniu na dużą odległość należy uwzględniać wpływ kulistości ziemi. Dlatego też praktycznie nie należy brać z jednego stanowiska punktów bardziej odległych niż w promieniu 150 m. Ustaliwszy w ten sposób zasięg każdego ze stanowisk, zorientujemy się, czy ilość punktów poligonowych wystarcza jako ilość stanowisk tachimetrycznych, czy może jest ich za dużo; bowiem wtedy z niektórych punktów zdjęcia nie robimy, gdyż punkty w pobliżu tego stanowiska zostaną zdjęte z sąsiedniego stanowiska tachimetrycznego.

Jeżeli punktów poligonowych obwodowych będzie za mało aby pokryć teren zdjęciem tachimetrycznym, to wówczas należy: albo założyć dodatkowy poligon wiązący, albo po prostu jedno czy dwa dodatkowe stanowiska tachime-

tryczne, które z punktami poligonowymi winny być dokładnie powiązane zarówno sytuacyjnie jak i wysokościowo. Sytuacyjne dowiązanie dodatkowego stanowiska tachimetrycznego robimy metodą wcinania w przód w sposób następujący. Obieramy dowolny bok poligonu np. I — VIII jako bazę i z punktów I i VIII mierzymy kąty α i β pomiędzy bokiem poligonu a celem na punkt zdejmowany D. Dla zwiększenia dokładności i kontroli dokonanego dowiązania nale-



Rys. 148.

ży wykonać powtórne wcięcie z drugiego boku poligonu np. VIII — VII, mierząc kąty α_1 i β_1.

Na podstawie otrzymanych obserwacji kątowych należy obliczyć i wyrównać współrzędne dodatkowego stanowi-

ska tachimetrycznego D i wnieść je razem z punktami poligonowymi na plan (rys. 148).

§ 2. Tachimetr.

Jak wyżej wspomniano, tachimetr jest to teodolit zaopatrzony w koło pionowe oraz w dalekomierz, znajdujący się w lunecie. Wobec tego tachimetr powinien po pierwsze odpowiadać wszystkim tym warunkom, którym zadość czyni teodolit, tzn.:

$$L \perp O$$
$$C \perp P$$
$$P \parallel L,$$

a następnie — warunkom, wypływającym z istnienia koła pionowego.

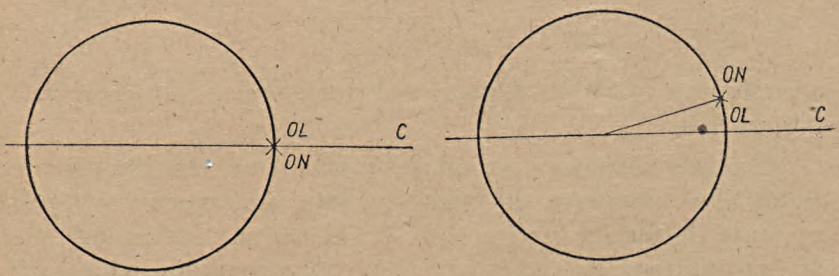
Limbus pionowy, posiadający tak samo jak limbus poziomy dwa noniusze do odczytywania, przymocowany jest na stałe do lunety i obraca się z nią razem. Natomiast noniusze umieszczone są nieruchomo. Konstrukcja więc koła pionowego jest zasadniczo różna do konstrukcji koła poziomego. O ile przy pomiarze kątów poziomych limbus poziomy musi być nieruchomy, ruchome natomiast są noniusze, o tyle przy kole pionowym mamy sytuację przeciwną, mianowicie: ruchomy jest limbus wraz z lunetą, natomiast nieruchome są noniusze.

Koło pionowe musi spełniać pewien zasadniczy warunek aby pomiar kątów pionowych można było wykonywać w sposób dogodny. Przy poziomo położonej osi celowej, odczyt na kole pionowym winien być równy zeru. Wówczas po pochyleniu osi celowej do poziomu pod dowolnym kątem α wartość tego kąta odczytamy bezpośrednio na noniuszu koła pionowego.

Błędem wobec tego koła pionowego nazwiemy odczyt na kole, — przy poziomo położonej osi celowej, równy a_0.

Błąd koła pionowego może być spowodowany dwiema przyczynami: po pierwsze koło pionowe może być wadliwie przymocowane do lunety, a następnie po drugie — noniusze mogą być błędnie przymocowane. W prawidłowo skonstruowanym kole pionowym rzut osi celowej na płaszczyznę koła winien przecinać ją wzdłuż średnicy przechodzącej przez zero podziału. Prawidłowe zaś położenie noniuszy będzie wówczas, gdy prosta łącząca zero noniusza ze środkiem koła podziałowego będzie pozioma.

Ponieważ przy pomocy specjalnych śrubek rektyfikacyjnych mamy możność rektyfikować tylko położenie no-



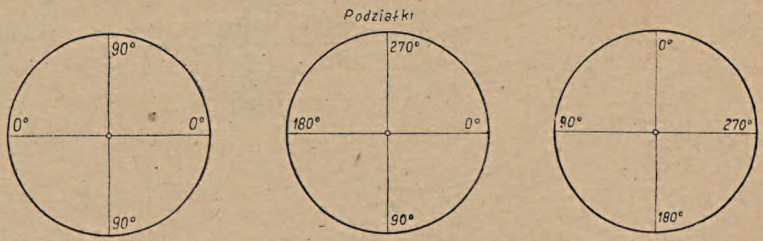
Rys. 149.

niuszy, natomiast nie możemy zmieniać położenia koła względem lunety, w wypadku gdy poziomo położona oś celowa nie będzie się pokrywała z zerową średnicą limbusa pionowego, wystarczy, jeżeli wówczas prosta, łącząca zero noniusza ze środkiem koła pokryje się z zerową średnicą limbusa (rys. 149).

Podziałka koła pionowego zazwyczaj jest podziałką kwadrantową od zera położonego w poziomie. Czasem istnieje jednakże podziałka ciągła lewo lub prawo-stronna, od zera położonego w poziomie; spotykamy także podziałkę, rozpoczynającą się od zera w pionie, zwaną podziałką zenitalną (rys. 150).

Błąd koła pionowego wykrywamy celując dwukrotnie do dowolnego punktu położonego nad lub pod poziomem.

Jeżeli mamy koło pionowe z podziałką kwadrantową i jeżeli błąd spowodowany złym umieszczeniem noniuszy, czyli kąt zawarty pomiędzy prostą łączącą zero noniusza ze środkiem koła a poziomem nazwiemy przez ν, zaś błąd spowodowany fałszywym przymocowaniem limbusa do lunety, czyli kąt zawarty pomiędzy rzutem poziomo położo-



Rys. 150.

nej osi celowej na płaszczyznę koła a zerową średnicą limbusa, nazwiemy przez λ, to całkowity błąd koła wyniesie (rys. 151):

$$a_0 = \lambda + \nu.$$

Celem usunięcia błędu obieramy dowolny punkt S wysoko położony i celujemy do niego przy pomocy lunety. Po wycelowaniu wykonujemy odczyt na noniuszu (rys. 152).

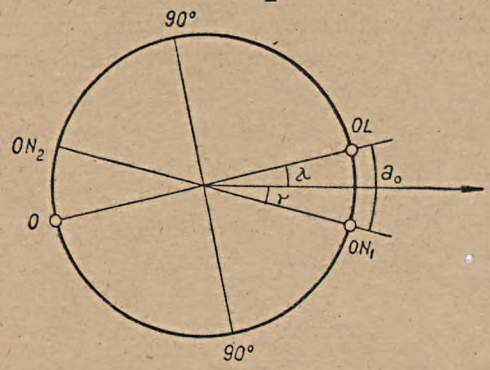
$$a_1 = \alpha + \lambda + \nu = \alpha + a_0.$$

Następnie, przerzucamy lunetę przez zenit (rys. 153), po czym, obróciwszy cały instrument o 180° powtórnie celujemy do punktu S i wykonujemy na noniuszu drugi odczyt (rys. 154).

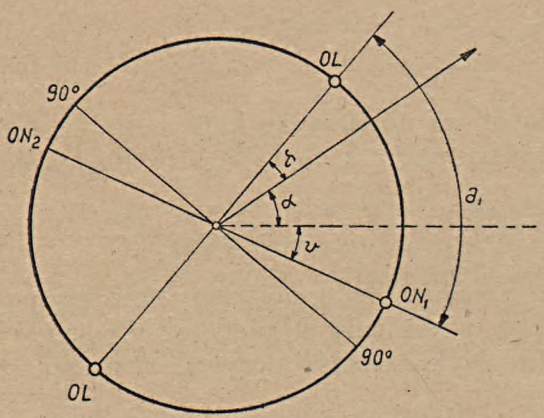
$$a_2 = \alpha - \lambda - \nu = \alpha - a_0.$$

Z tych dwóch odczytów możemy wyrugować już to jedną niewiadomą, jaką jest kąt pochylenia osi celowej do poziomu i obliczyć wielkość błędu koła pionowego:

$$a_0 = \frac{a_1 - a_2}{2},$$



Rys. 151.

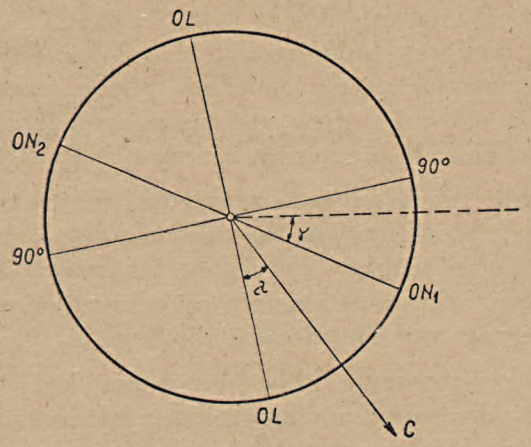


Rys. 152.

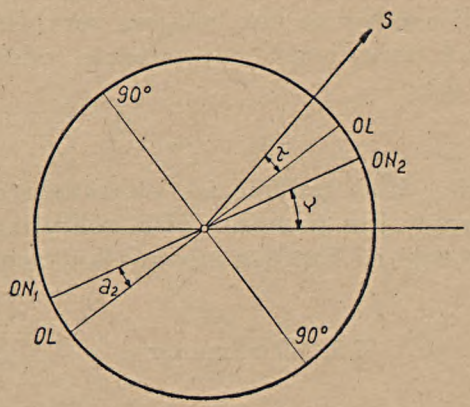
bądź też — drugą niewiadomą, jaką jest błąd koła a_0 i obliczyć bezbłędnie wartość pochylenia osi celowej do poziomu:

$$\alpha = \frac{a_1 + a_2}{2}.$$

Wartość błędu koła pionowego a_0 może być zarówno dodatnia jak ujemna. Umawiamy się, że przy celowaniu do góry odczyty będziemy traktowali jako dodatnie, zaś przy celowaniu w dół — jako ujemne.



Rys. 153.



Rys. 154.

Celem zrektyfikowania koła pionowego nastawiamy limbus pionowy tak, żeby odczyt na noniuszu wynosił a_0, przy tym jeżeli a_0 wypadło ujemne, to wartość tę nastawia-

my w dolnym kwadrancie, natomiast jeżeli a_0 wypadło dodatnie — to w górnym kwadrancie.

Po nastawieniu limbusa, tak by odczyt wyniósł a_0, osiągnęliśmy poziome położenie osi celowej (w myśl definicji błędu koła pionowego). Wobec tego, śrubkami rektyfikacyjnymi przy noniuszu zmieniamy jego położenie tak, by zero noniusza doprowadzić do pokrycia się z zerem limbusa. Osiągniemy wówczas, przy poziomym położeniu osi celowej, odczyt na kole pionowym równy 0°.

Ponieważ luneta posiada zazwyczaj umieszczoną na sobie libelkę, ustawiamy jej oś równolegle do osi celowej przez usunięcie śrubką rektyfikacyjną przy libeli całego odskoku banieczki po ustawieniu osi celowej w poziomie, tj. po nastawieniu na kole odczytu równego a_0.

Po zrektyfikowaniu koła pionowego, kąty pochylenia osi celowej do poziomu odczytujemy każdorazowo bezpośrednio na kole pionowym. Można koła pionowego nie rektyfikować zadowoliwszy się tylko obliczeniem wartości błędu a_0, czyli ustaleniem tzw. miejsca zera. Następnie zaś, przy pomiarach redukować odpowiednio odczyty o wartość błędu, a więc

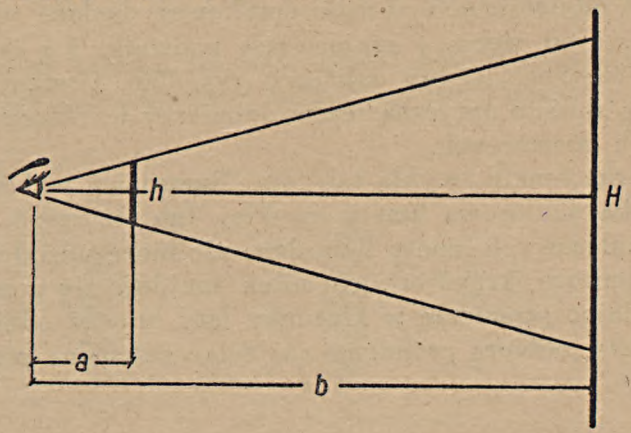
$$\alpha = a_n - a_0 .$$

Oczywiście, dla uniknięcia ewentualnych pomyłek w znakach, lepiej jest przeprowadzić rektyfikację. Należy koło rektyfikować na każdym stanowisku tachimetru.

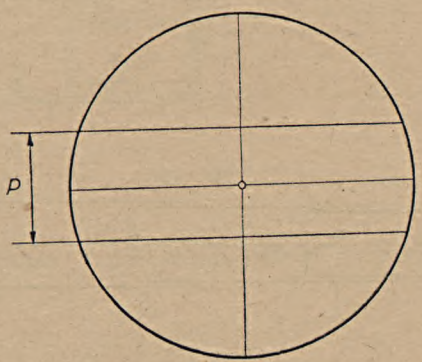
§ 3. Dalmierz.

Dalmierz jest to przyrząd służący do pośredniego pomiaru odległości z jednego stanowiska. Ustawiamy dalmierz na jednym końcu mierzonego odcinka, zaś na drugim — pionową łatę niwelacyjną z podziałką. Schemat dalmierza możemy wyobrazić sobie w postaci pionowej po-

działki o wysokości h, trzymanej w odległości a od oka (rys. 155). Celując krańcowymi promieniami celowymi, przechodzącymi przez podziałkę na łatę ustawioną w od-



Rys. 155.



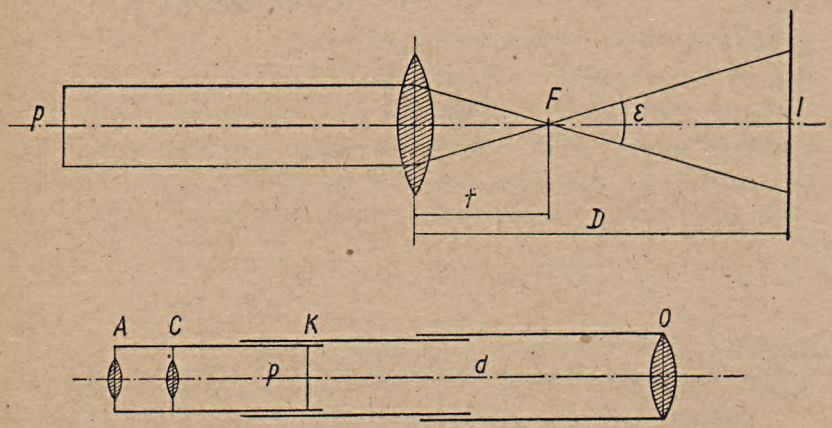
Rys- 156.

ległości b od oka, odcinamy na niej odcinek H (zmienny w miarę zmiany odległości). Jeżeli wartości a, h i H są znane, to:

$$b = \frac{a}{h} \cdot H.$$

W przyrządach mierniczych stosowany jest dalmierz zbudowany według powyższego schematu. W płaszczyźnie krzyża nitek dodane są dwie poziome nitki M i P, w jednakowych odległościach od nitki środkowej, będące w stałej odległości od siebie i grające rolę podziałki h z rys. 155 oraz stanowiące istotny dalmierz (rys. 156). Poniżej podajemy w skrócie optyczną teorię dalmierzy w różnego typu lunetach mierniczych.

Biorąc lunetę zwykłą lub typu Ramsdena widzimy, że soczewka okularowa lunety zwykłej, lub też zespół soczewek okularowych lunety Ramsdena nie biorą udziału w teorii dalmierza, krzyż bowiem nitek znajduje się poza nimi i wysyłając promienie w kierunku łaty lub też odbierając je od łaty, odbiera promienie raz tylko załamane przez so-



Rys. 157.

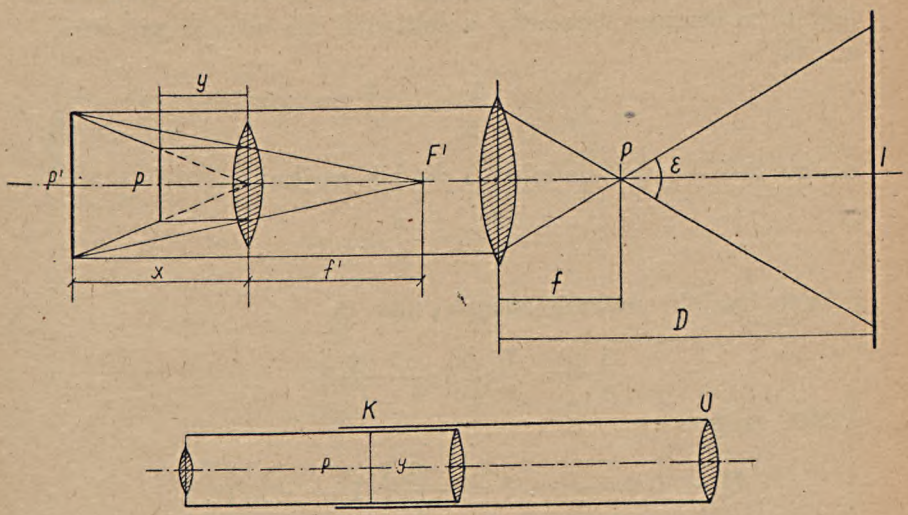
czewkę obiektywu (rys. 157). Odległość od przedniego ogniska soczewki obiektywu do łaty wynosi w danym wypadku

$$D - f = \frac{f}{p} \cdot l,$$

jeżeli zaś stosunek $\frac{f}{p}$, czyli odległości ogniskowej od rozstawu nitek krzyża nazwiemy przez k, to wówczas

$$D - f = k \, . \, l.$$

Wartość k jest stała dla danego dalmierza i nosi nazwę dużej, albo mnożnej stałej dalmierza. Może ona być wyra-



Rys- 158.

żona w funkcji kąta ε, zwanego kątem paralaktycznym danego dalmierza.

$$k = \frac{1}{2} \, ctg \, \frac{\varepsilon}{2} \, .$$

W lunecie Huyghensa krzyż nitek, czyli dalmierz, znajduje się pomiędzy właściwą soczewką okularową a soczewką zbierającą, tj. kolektywem w stałej odległości od kolektywu równej y. Otrzymany obraz łaty pomiędzy nitkami powstaje na skutek dwukrotnego załamania się przez so-

czewkę obiektywu i przez kolektyw i tworzy się w odległości y od soczewki kolektywu (rys. 158). Tak jak poprzednio, otrzymujemy:

$$D - f = \frac{f}{p'} \cdot l.$$

Celem określenia wartości p' w funkcji rzeczywistego rozstawu nitek krzyża p mamy dwa równania: jedno — jest to równanie soczewki kolektywu dla urojonego obrazu p':

$$\frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'},$$

drugie zaś — z podobieństwa dwóch trójkątów:

$$\frac{p'}{p} = \frac{x}{y}.$$

Z tych dwóch równań znajdujemy:

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{p}\left(1 - \frac{y}{f'}\right),$$

wobec czego

$$D - f = \frac{f}{p'} \cdot l = \frac{f}{p}\left(1 - \frac{y}{f'}\right) \cdot l;$$

jeżeli zaś

$$\frac{f}{p}\left(1 - \frac{y}{f'}\right) = k, \quad \text{to} \quad D - f = k \cdot l$$

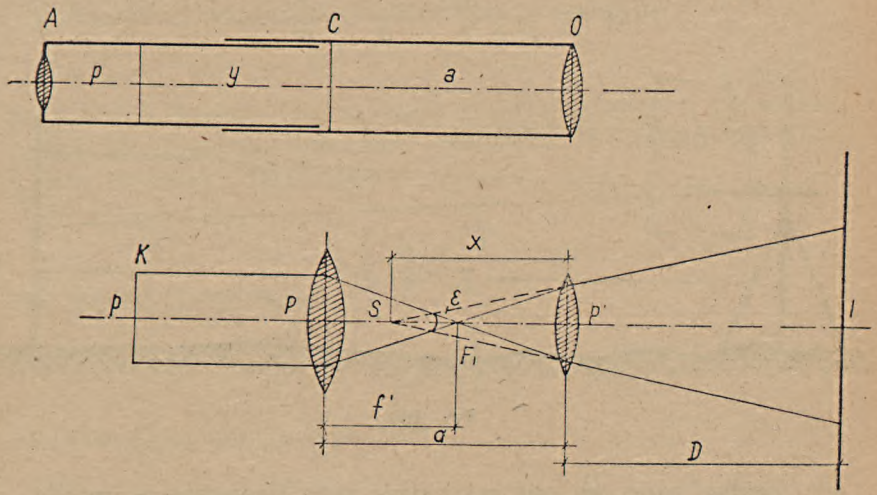
i w tym wypadku

$$k = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varepsilon}{2}.$$

W tachimetrach najczęściej stosowanym typem lunety jest luneta Porro, która prócz soczewki obiektywu i właściwego okularu posiada wewnątrz lunety dodatkowo kolektyw, umieszczony w stałej odległości a od soczewki obiektywu (rys. 159). Promienie biegnące od nitek krzyża przez kolektyw ulegają zebraniu w jego przednim ognisku F', po

czym w dalszej swej drodze zostają po raz wtóry załamane przez soczewkę obiektywu, tak że w ostatecznym swym kierunku tworzą ze sobą kąt o wierzchołku w pewnym punkcie S. Ponieważ odległość a kolektywu od obiektywu jest stała, p zeto położenie punktu S jest także stałe.

$$p' = p\,\frac{a - f'}{f'}.$$



Rys. 159.

Ponieważ punkt S jest pozornym obrazem punktu F', otrzymujemy:

$$\frac{1}{a - f'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f}$$

gdzie f jest ogniskową obiektywu. Stąd znajdujemy

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{a - f'} - \frac{1}{f} = \frac{f + f' - a}{f\,(a - f')}.$$

Ponieważ

$$\frac{D + x}{x} = \frac{l}{p'}$$

otrzymujemy:

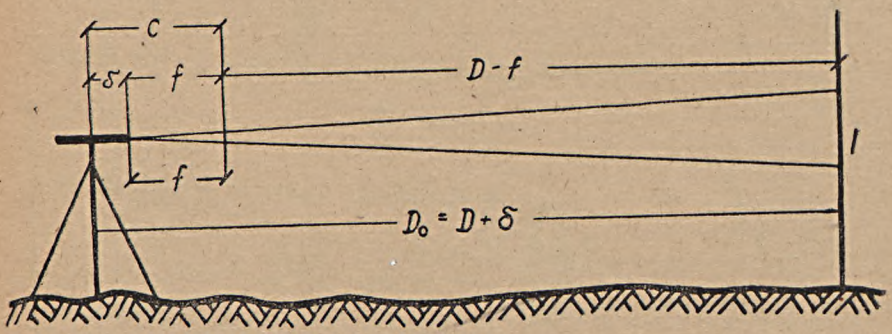
$$D + x = x \cdot \frac{l}{p'} .$$

Podstawiając odpowiednie x i p' otrzymujemy:

$$D = -\frac{f(a - f')}{f + f' - a} + \frac{ff'}{f + f' - a} \cdot \frac{l}{p} .$$

Stała k otrzymuje tutaj wartość:

$$k = \frac{ff'}{f + f' - a} \cdot \frac{1}{p} .$$



Rys. 160

Zestawiając ze sobą wszystkie trzy powyższe wypadki w których obliczone zostały odległości od łaty do środka optycznego soczewki obiektywu O, równocześnie będziemy chcieli określić odległość od łaty do osi obrotu instrumentu (rys. 160). Odległość ta

$$D_0 = D + \delta .$$

Nieznaczna wielkość δ jest każdorazowo możliwa do znalezienia i równa się około połowy długości lunety. Dla trzech wyżej wymienionych typów lunety będziemy mieli: dla lunety zwykłej i Ramsdena

$$D_0 = \delta + f + \frac{f}{p} \cdot l ;$$

dla lunety Huyghensa

$$D_0 = \delta + f + \frac{f}{p}\left(1 - \frac{y}{f'}\right) \cdot l$$

i wreszcie dla luenty Porro

$$D_0 = \delta + f - \frac{f(a - f')}{f + f' - a} + \frac{f \cdot f'}{f + f' - a} \cdot \frac{1}{p} \cdot l.$$

Wszystkie powyższe formuły możemy ująć we wzór o jednakowej postaci dla wszystkich wypadków:

$$D_0 = k \cdot l + c,$$

przy tym wartości k i c są to dwie stałe dalmierza; posiadają one dla różnych lunet różne znaczenia. A mianowicie dla lunety zwykłej i Ramsdena

$$c = \delta + f, \qquad k = \frac{f}{p}.$$

dla lunety Huyghensa

$$c = \delta + f, \qquad k = \frac{f}{p}\left(1 - \frac{y}{f'}\right)$$

i wreszcie dla lunety typu Porro

$$c = \delta - \frac{f(a - f')}{f + f' - a}, \; k = \frac{ff'}{f + f' - a} \cdot \frac{1}{p}.$$

Analizując wielkość stałej c widzimy, że dla dwóch pierwszych typów lunet

$$c = \delta + f,$$

czyli praktycznie około 1,5 długości lunety, czyli że można przyjąć $c = 0{,}5$ m. Natomiast dla lunety Porro wartość c drogą dobrania odpowiednich wartości f, f' i a może być równą zeru i praktycznie biorąc tak zawsze w lunecie Porro jest, że stała $c = 0$. Wówczas wzór na odległość D_0 nabiera prostej bardzo formy

$$D_0 = k \cdot l.$$

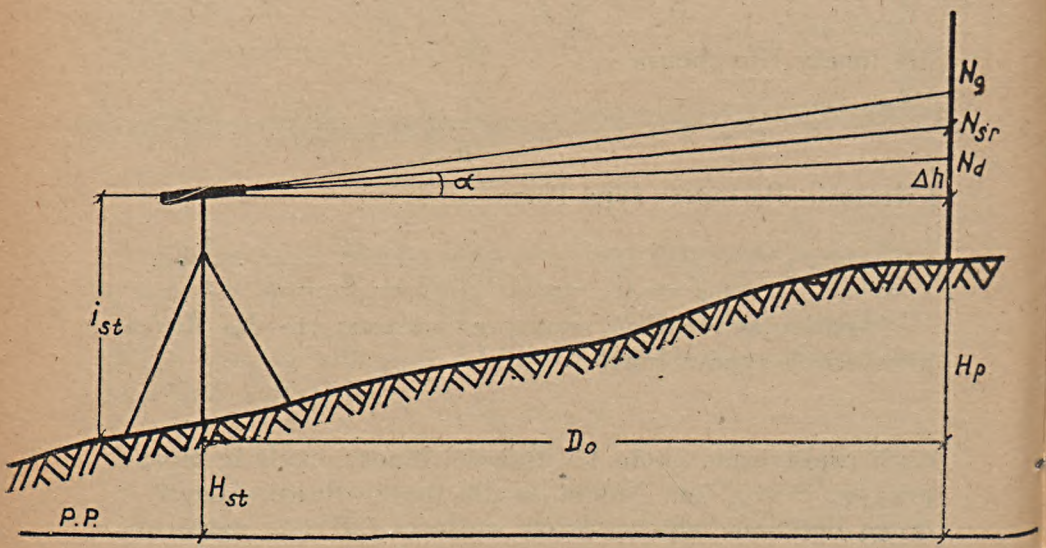
Stała k jest zwykle równa 100, co łatwo da się urzeczywistnić drogą odpowiedniego dobrania wartości p, f, f', y i a.

Praktycznie wyznaczenie stałej polega na pomiarze przy pomocy dalmierza zmierzonych uprzednio dokładnie odcinków przy pomocy taśmy lub łaty mierniczej.

Gdybyśmy znali dokładnie wielkości danych optycznych soczewek, moglibyśmy wyznaczyć stałe drogą obliczenia według optycznych wzorów dalmierza.

§ 4. Obliczanie rzędnych.

Ustawiwszy tachimetr na stanowisku, którego rzędna została uprzednio wyznaczona niwelacyjnie i równa się



Rys. 161.

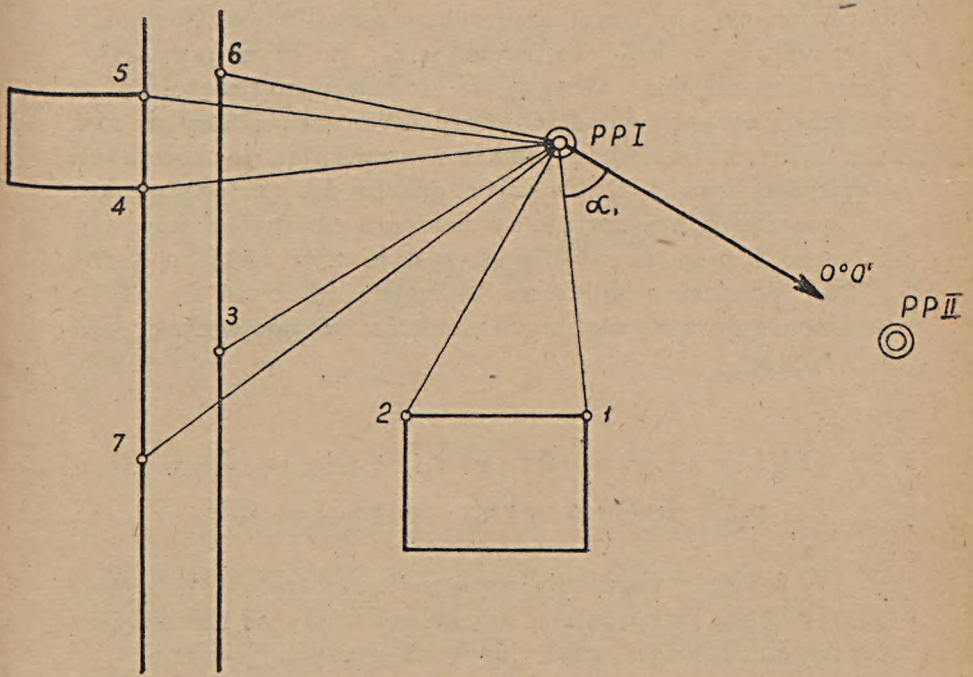
H_{st}, ustawiamy łatę niwelacyjną na punkcie zdejmowanym P i pomierzywszy wysokość instrumentu i_{st} celu-

jemy do łaty robiąc odczyty na wszystkich trzech nitkach N_g, $N_{śr}$, N_d. Następnie odczytujemy na kole pionowym kąt pochylenia osi celowej do poziomu α (rys. 161). Rzędną punktu obliczamy następująco:

$$H_p = H_{st} + i_{st} + \Delta h - N_{śr}.$$

Δh jest to odcinek na łacie zawarty pomiędzy osią celową a poziomem i nazywa się wpływem celowania pod kątem. Jeżeli celujemy w poziomie to $\Delta h = 0$ i rzędna punktu jak przy niwelacji „z końca" będzie równa:

$$H_p = H_{st} + i_{st} - N_{śr}.$$



Rys. 162.

Jeżeli celujemy do góry, to kąt pochylenia osi celowej do poziomu jest dodatni i wartość Δh jest także dodat-

nia, jeżeli zaś celujemy w dół, to kąt pochylenia osi celowej do poziomu jest ujemny i wartość Δh także jest ujemna.

Prócz odczytów na łacie i pomiaru kąta pionowego należy wykonać odczyt na kole poziomym, aby znaleźć kąt poziomy pomiędzy danym kierunkiem a przyjętym pewnym stałym kierunkiem za zerowy.

Reasumując, zespół czynności pomiarowych na danym stanowisku jest następujący: po ustawieniu tachimetru na stanowisku orientujemy instrument zerowym kierunkiem limbusa poziomego w kierunku jakiegoś punktu poligonowego, po czym unieruchamiamy limbus. Następnie mierzymy wysokość instrumentu i_{st}, po czym przystępujemy do zdjęcia. Oczywiście musimy równocześnie ze zdjęciem wykonywać szkic, przy czym zaznaczamy na nim wszystkie zdejmowane punkty oznaczając je kolejnymi numerami (rys. 162). Po wycelowaniu do każdego punktu zdejmowanego odczytujemy noniusze obydwóch kół: poziomego i pionowego oraz wszystkie trzy nitki na łacie. Z tych pomiarów obliczamy następnie odległość D_0 od instrumentu do poszczególnych punktów zdejmowanych oraz ich rzędne.

§ 5. Obliczenie odległości przy celowaniu pod kątem oraz wartości Δh.

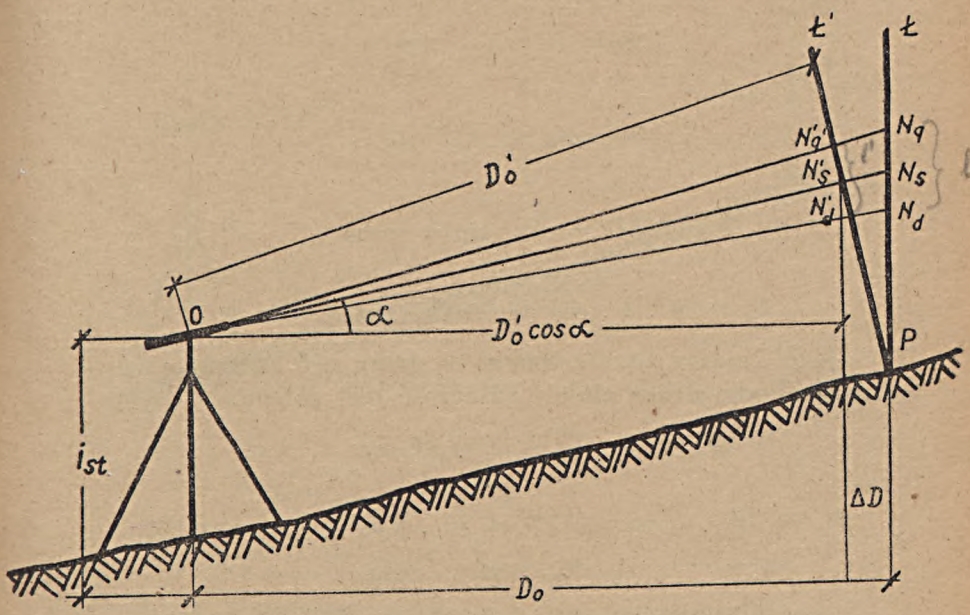
W § 3 ustaliliśmy ogólny wzór na odległość mierzoną przy pomocy dalmierza w wypadku kiedy oś celowa jest prostopadła do łaty, czyli jeżeli celujemy w poziomie.

$$D_0 = k \cdot l + c.$$

Gdy natomiast oś celową pochylimy do poziomu pod pewnym kątem α, przestanie ona być prostopadła do łaty

i wówczas odległość będzie uzależniona od kąta pochylenia celowej (rys. 163).

Wyobraźmy sobie, że łata stojąca w punkcie *P* jest ustawiona nie pionowo a pochyło tak, że jest prostopadła



Rys. 163.

do osi celowej. Wówczas kąt pomiędzy rzeczywistym położeniem łaty a wyobrażalnym będzie równy α, czyli kątowi pochylenia osi celowej do poziomu. Jeżeli rzeczywista różnica odczytów pomiędzy górną a dolną nitką na łacie wynosi *l*, to różnica odczytów na łacie pochylonej będzie równa *l'*, przy tym możemy z pewnym przybliżeniem przyjąć

$$l' = l \cdot \cos \alpha.$$

Różnicy odczytów na łacie l' odpowiada pewna pochyła odległość od instrumentu do łaty

$$D'_0 = k \cdot l' = k \cdot l. \cos \alpha.$$

Rzeczywista odległość od łaty do instrumentu

$$D_0 = D'_0 \cdot \cos \alpha + \Delta D$$

$$\Delta D = N'_{śr}\ N_{śr} \cdot \cos \alpha,$$

ponieważ zaś

$$N'_{śr}\ N_{śr} = N_{śr} \cdot \sin \alpha,$$

zatem

$$\Delta D = N_{śr} \sin \alpha \cos \alpha,$$

zaś

$$D_0 = k \cdot l \cdot \cos^2 \alpha + N_{śr} \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

Jeżeli mamy lunetę innego systemu niż Porro, to wówczas dochodzi druga stała i odległość jest równa:

$$D'_0 = k \cdot l' + c = kl \cos \alpha + c,$$

zaś

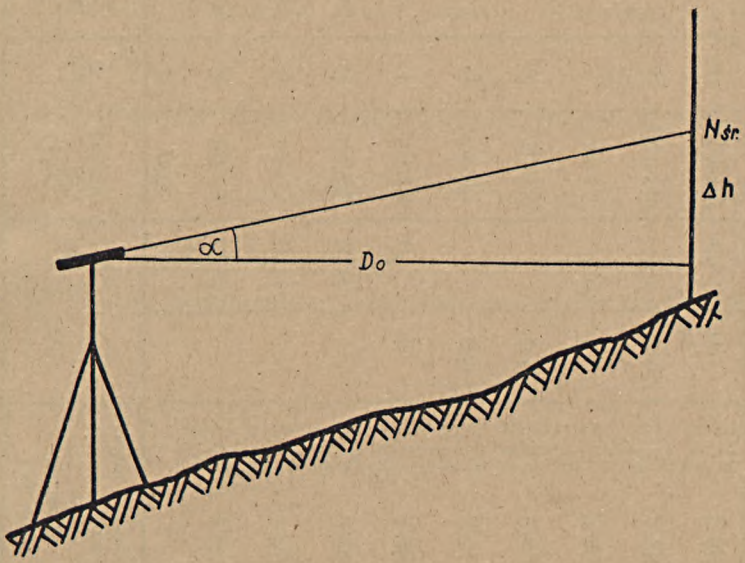
$$D_0 = D'_0 \cdot \cos\alpha + \Delta D = kl \cdot \cos^2 + c \cdot \cos\alpha +$$
$$+ N_{śr} \sin\alpha \cdot \cos\alpha.$$

Dla małych kątów pochylenia osi celowej do poziomu czynnik $N_{śr} \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ jest bardzo mały i może być z powodzeniem pominięty. W wypadku zaś, kiedy wykonujemy plany w skali mniejszej niż 1:1000, czynnik c cosα jest wartością mniejszą od dokładności kreślenia, a więc może być także pominięty, wobec czego otrzymujemy bardzo prosty wzór określający odległość od instrumentu do łaty, mierzoną przy celowaniu pod kątem:

$$D_0 = k \cdot l \cdot \cos^2 \alpha.$$

Aby obliczyć rzędne punktów, musimy uprzednio obliczyć wartość Δh, tj. odcinek zawarty pomiędzy osią ce-

lową, czyli między środkową nitką na łacie a poziomem (rys. 164).



Rys. 164.

$$\Delta h = D_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha =$$

$$= (k \cdot l \cdot \cos^2 \alpha + c \cos + N_{śr} \sin \alpha \cos \alpha) \operatorname{tg} \alpha =$$

$$= kl \sin \alpha \cos \alpha + c \sin \alpha + N_{śr} \sin^2 \alpha.$$

Czynniki drugi i trzeci przy małych kątach mogą być całkowicie pominięte i wówczas wysokość średniej nitki łaty nad poziomem instrumentu, czyli Δh wynosi:

$$\Delta h = kl \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} kl \sin 2 \alpha.$$

Do obliczenia wartości Δh oraz odległości mierzonych dalmierzem istnieją specjalne tablice tachimetryczne Jordana, gdzie dla różnych wartości l i α podane są od razu gotowe wielkości D oraz Δh.

Tabela 14.

Stanowisko instr.	Cel	Odczyt na kole poziom.	Odczyt na kole pion.		Odczyt na łacie		$l = N_g - N_d$	$D = kl\cos^2\alpha$	$\Delta h = \frac{1}{2} kl \sin 2\alpha$	Rzędne	Uwagi
			+	−	górny dolny	środkowy					
I	*II*	0°0′									
H_{st} =	1	25°31′	2°15′		1,74 1,86	1,80	0,12	12,0	+0,47	38,41	
38,24	2	32°14′	2°11′		1,35 1,76	1,55	0,41	40,9	+1,56	39,75	
i_{st} =	3	64°35′	2°10′		1,54 2,56	2,06	1,02	101,9	+3,85	41,53	
1,50	4	76°18′	0°	0′	1,83 2,94	2,38	1,11	110,0	0,00	37,36	
	5	89°32′		1°50′	2,34 2,68	2,51	0,34	34,0	−1,09	33,14	
	6	176°15′		1°15′	3,41 3,97	3,69	0,56	56,0	−1,22	34,83	
	7	192°15′	2°30′		2,18 3,20	2,69	1,02	101,8	+4,44	41,49	
	8	184°10′		3°11′	2,14 3,16	2,65	1,02	101,7	−5,65	31,44	
	9	215°10′	0′	0°	2,74 3,18	2,96	0,44	44,0	0,00	36,98	

Przykład obliczenia notatnika tachimetrycznego.

Dokładność pomiarów tachimetrycznych jest znacznie mniejsza niż przy stosowaniu innych metod do tej pory poznanych. Odległości przy pomocy dalmierza wyznaczamy średnio z dokładnością od $\frac{1}{200}$ do $\frac{1}{400}$, zaś rzędne z dokładnością około dziesięć razy mniejszą niż niwelacyjnie.

Dla celów praktycznych jest to najzupełniej wystarczające.

Przy zdjęciach tachimetrycznych najzupełniej wystarcza odczytywanie łaty z dokładnością do centymetrów.

ROZDZIAŁ VIII.

ZDJĘCIA STOLIKOWE.

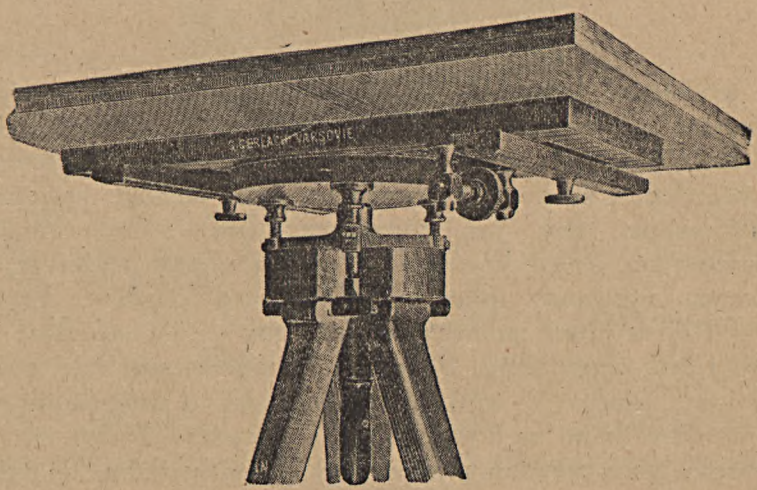
§ 1 Ogólne zasady zdjęć stolikowych.

W poznanych do tej pory metodach pomiarowych, których celem było uzyskanie odpowiedniej ilości danych dla wykreślenia planu danego obiektu, przed przystąpieniem do kreślenia planu musieliśmy przeprowadzić cały szereg prac biurowych, polegających na rachunkowym opracowaniu materiałów pomiarowych, aby na podstawie przygotowanego operatu obliczeniowego można było plan wykreślić. Zdjęcia stolikowe, o których będzie mowa w niniejszym rozdziale, stanowią grupę zdjęć zasadniczo różniących się od metod do tej pory poznanych, polegają bowiem na równoczesnym wykonywaniu pomiarów i rysunku zdejmowanego obiektu bez żadnych prawie dodatkowych obliczeń. Drobne prace rachunkowe wykonujemy w terenie na miejscu, gdzie też od razu otrzymujemy gotowy wynik danego zdjęcia w postaci planu. Zdjęcie stolikowe wprowadzone zostało przez prof. Prätoriusa w XVI wieku, przyrząd służący do zdjęcia nazwano od jego nazwiska stolikiem pretoriańskim (mensula praetoriana). Na skutek wygody i szybkości prac pomiarowych, zdjęcia stolikowe zostały szybko rozpowszechnione i miały duże zastosowanie przy pracach

kartograficznych oraz przy wykonywaniu planów katastralnych. Wojskowe zdjęcia topograficzne do niedawna wykonywane były wyłącznie przy pomocy stolika. W ostatnich latach wprowadzenie fotogrametrii zaczęło wyrugowywać po trochu zdjęcia stolikowe i w niedalekiej przyszłości wyruguje je całkowicie. Dokładność bowiem zdjęcia stolikowego pozostawia dość dużo do życzenia. Jest to jedna z najmniej dokładnych metod zdjęcia mierniczego.

§ 2. Stolik mierniczy.

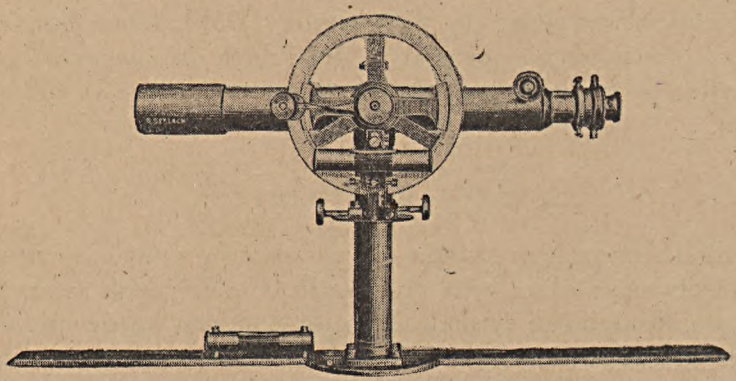
Stolik mierniczy składa się zasadniczo z dwóch części: z właściwego stolika oraz przyrządu celowniczego zwanego alidadą, albo jeżeli posiada koło do pomiaru kątów pionowych — kierownicą (rys. 165, 166). Stolik mierniczy tak jak



Rys. 165.

każdy inny przyrząd spoczywa na drewnianym trójnogu z głowicą, do której jest przymocowany śrubą zaciskową. Na głowicy trójnogu spoczywa dolna część stolika zwana,

jak w teodolicie, spodarką, posiadającą trzy ramiona zakończone śrubami nastawniczymi. Do spodarki przymocowana jest kwadratowa deska o wymiarach 70 x 70 cm. Bywają także stoliki większe. Deska stanowi odpowiednik limbusa



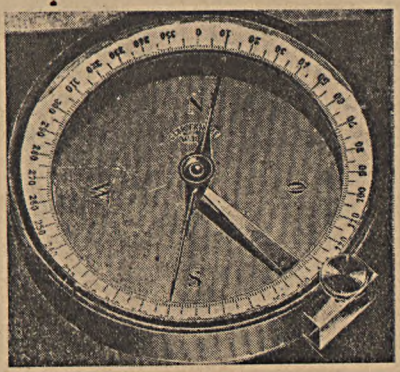
Rys. 166.

w teodolicie; można ją obracać dookoła osi instrumentu, a można też, zacisnąwszy śrubę zaciskową, unieruchamiać w dowolnym położeniu. Deska stolika musi być wykonana z twardego i suchego drzewa, musi być bardzo starannie sheblowana, aby jej górna powierzchnia była idealną płaszczyzną. Deskę w czasie zdjęcia oklejamy papierem, na którym rysujemy plan zdejmowanego obszaru. Papier przyklejamy przy pomocy białka, żeby się dawał zdjąć łatwo i bez zniszczenia. Oczywiście papier musi być przyklejony gładko i równo. Alidada jest to linia metalowa z przezierniikami na końcach, gdzie celowanie będzie się odbywało przy pomocy płaszczyzny przezierników, a więc okiem nieuzbrojonym.

Kierownica jest to linia metalowa z podpórką, na której z kolei umieszczona jest oś, dookoła której obraca się luneta. Na linijce kierownicy mamy zazwyczaj libelę, służącą do poziomowania stolika. Prócz tego każdy stolik powinien

posiadać specjalną busolę stolikową na kwadratowej podstawce, której bok jest równoległy do napisu *NS* na kole podziałowym busoli, co ułatwia orientowanie stolika tak, by jego krawędź była równoległa do kierunku *NS* (rys. 167).

Prócz tego stolik posiada czasem tzw. pionownik (rys. 168), służący do ustawiania stolika nad danym punktem, czyli do pionowania stolika. Pionowanie stolika wobec małej dokładności zdjęć, a szczególniej przy zdjęciach wykonywa-



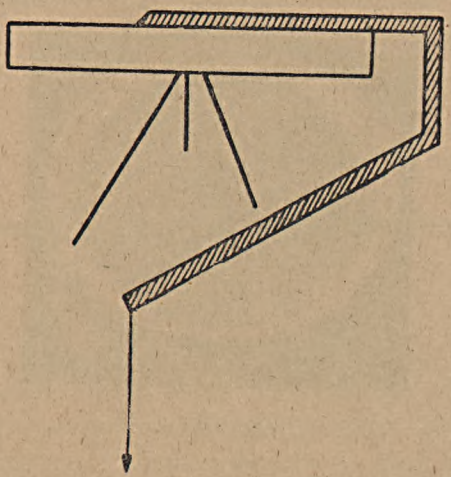
Rys. 167.

nych w mniejszej skali jest niecelowe, toteż stoliki przeważnie pionownika nie posiadają.

Dobry stolik powinien odpowiadać następującym warunkom: deska stolika powinna być płaszczyzną oraz musi być ustawiona w czasie pomiaru poziomo. Poziomowanie stolika wykonujemy przy pomocy libeli zupełnie tak samo jak poziomowanie teodolitu, posiłkując się śrubami nastawniczymi.

Płaszczyzna celowa kierownicy winna też być płaszczyzną, czyli kierownica nie może zawierać błędu kolimacji. Sprawdzamy to w ten sposób, że obrawszy w terenie dowolny punkt położony mniej więcej na wysokości osi obro-

tu lunety, celujemy do niego przy pomocy lunety. Po wycelowaniu przy krawędzi liniału kreślimy prostą. Następnie wbijamy na tej prostej w dowolnym miejscu szpilkę i przerzuciwszy lunetę przez zenit oraz przełożywszy kierownicę o 180°, tak by krawędź liniału dotykała szpilki, celujemy powtórnie do tego samego punktu. Po wycelowaniu kreślimy przy krawędzi liniału drugą prostą; jeżeli obie proste pokryją się ze sobą, to oczywiście błędu kolimacji



Rys. 168.

nie ma. W przeciwnym razie utworzy się pomiędzy nimi kąt o wierzchołku przy szpilce. Rysujemy dwusieczną tego kąta i przykładamy do niej krawędź liniału kierownicy. Następnie, patrząc przez lunetę, śrubkami rektyfikacyjnemi przy krzyżu nasuwamy krzyż na dany punkt, usuwając błąd kolimacji.

Płaszczyzna celowa powinna przecinać się z płaszczyzną deski wzdłuż krawędzi liniału. Sprawdzamy to w ten sposób, że po wycelowaniu wzdłuż wytkniętego w terenie kierunku, rysujemy przy krawędzi liniału prostą. Następ-

nie odsuwamy kierownicę i wzdłuż wykreślonej prostej wbijamy dwie szpilki. Następnie patrzymy gołym okiem wzdłuż płaszczyzny szpilek i sprawdzamy, czy pokrywa się ona z kierunkiem w terenie. Jeżeli istnieje błąd, to usunąć go można jedynie w warsztacie mechanicznym.

Przed przystąpieniem do zdjęcia należy upionować stolik mierniczy na danym stanowisku (bądź przy pomocy pionownika, bądź w przybliżeniu na oko), upoziomować przy pomocy libeli i zorientować. Stolik może być zorientowany dwojako: albo według południka magnetycznego przy pomocy busoli, albo względem jakiegokolwiek kierunku w terenie. Jeżeli chcemy zorientować stolik przy pomocy busoli, to przykładamy busolę stolikową do krawędzi ramki planu i zwolniwszy igłę czekamy, aż się ona ustabilizuje, po czym wolnym ruchem obracamy całą deskę dotąd, dopóki igła magnetyczna nie pokryje się z kierunkiem zerowym *NS* na kole podziałowym busoli: potem unieruchamiamy deskę śrubą zaciskową i już jej na danym stanowisku nie ruszamy.

Jeżeli chcemy zorientować deskę wzdłuż jakiegoś kierunku *AB* w terenie to ustawiamy stolik nad jednym z punktów tego kierunku, np. nad punktem *A*, po czym przykładamy kierownicę do prostej *AB*, uprzednio narysowanej na stoliku (w dowolny sposób). Następnie, obracając deskę patrzymy cały czas przez lunetę i celujemy do punktu *B*. Nastawiwszy ruchem stolika płaszczyznę celową na punkt *B*, unieruchamiamy deskę i stolik już jest zorientowany. W dalszym ciągu przy pomiarach deski już nie poruszamy.

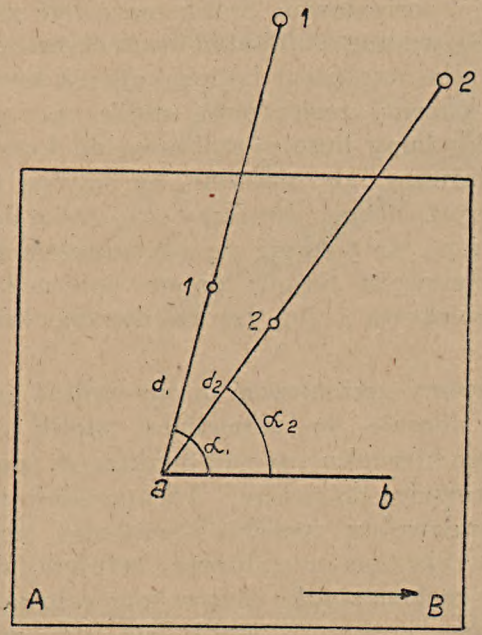
Po upionowaniu, upoziomowaniu i zorientowaniu stolika w terenie możemy przystąpić do zdjęcia.

§ 5. Różne metody zdjęć stolikowych.

Przystępując do wykonania zdjęcia stolikowego musimy przede wszystkim ustalić sieć punktów głównych

zdjęcia, które w dalszym ciągu będą służyły jako stanowiska stolika przy zdejmowaniu szczegółów.

Szczegóły zdejmujemy zwykle metodą biegunową posługując się do pomiaru odległości dalekomierzem. W tym celu ustawiamy stolik na którymkolwiek z punktów głównych, orientujemy go w kierunku na drugi punkt główny i unieruchomiwszy deskę, celujemy do dowolnego punktu 1, który chcemy nanieść na stolik. W punkcie 1 ustawiamy



Rys. 169.

łatę niwelacyjną i odczytujemy na niej wartość odczytu nitek górnej, środkowej i dolnej. Z różnicy odczytów, po pomierzeniu kąta pochylenia osi celowej do poziomu od razu w terenie znajdujemy z tablic tachimetrycznych odległość A—1, którą na stoliku w odpowiedniej skali nanosimy (rys. 169). Równocześnie wyznaczamy różnice wysokości.

Oczywiście, przed przystąpieniem do zdejmowania szczegółów, musimy uprzednio nanieść na stolik punkty, które mają służyć jako punkty oporowe całego zdjęcia. Najlepiej trzeba dążyć do tego, żeby zdjęcie stolikowe oprzeć o istniejące już w terenie punkty stałe, np. punkty triangulacji państwowej lub punkty poligonizacji państwowej. Jeżeli na zdejmowanym terenie będziemy mieli trzy lub co najmniej dwa punkty oporowe, to przede wszystkim nanosimy je na podstawie znanych współrzędnych w skali zdjęcia na deskę stolika, rysując je w ten sposób, żeby cały zdejmowany teren zmieścił się na stoliku; następnie zaś, odpowiednio zagęszczamy sieć punktów głównych, obierając je w terenie tak, by pokryły obszar zdejmowany mniej więcej równomiernie tworząc siatkę trójkątów na danym terenie. Każdy z nowych punktów głównych dowiązujemy do punktów triangulacyjnych naniesionych uprzednio na stoliku metodą wcinania w przód.

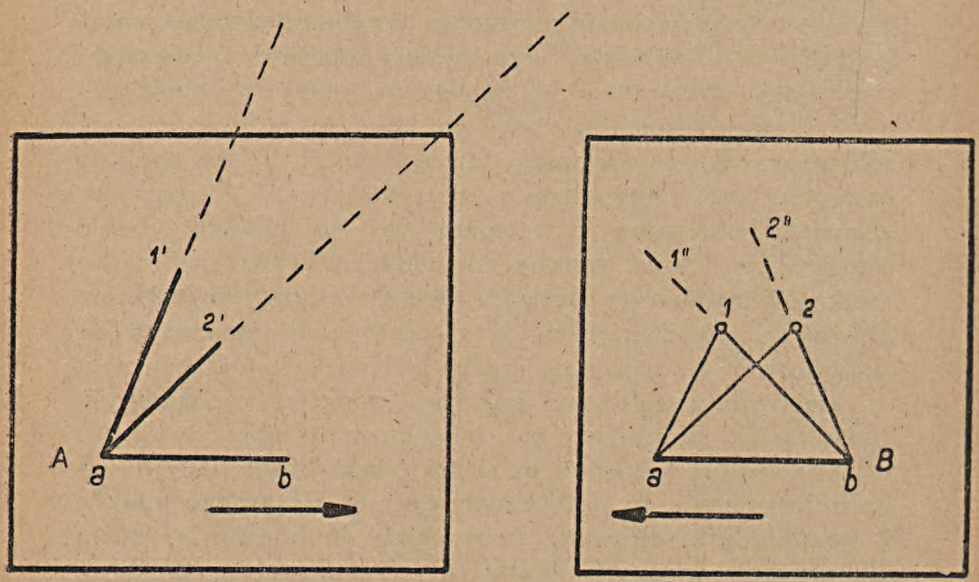
Ustawiamy stolik nad jednym z punktów triangulacyjnych, np. *A*, pionujemy go i poziomujemy, po czym orientujemy wzdłuż kierunku na drugi punkt triangulacyjny *B*. Po unieruchomieniu stolika celujemy do wiązanego punktu *P* przykładając krawędź kierownicy do punktu *A*, gdzie dla wygody wbijamy szpilkę. Po wycelowaniu, kreślimy przy krawędzi liniału prostą, czyli odkładamy na desce kąt, zawarty pomiędzy kierunkiem *AB* a celem na dany punkt *P*.

Następnie przenosimy stolik na drugi punkt triangulacyjny *B*, znów go pionujemy i poziomujemy oraz orientujemy wzdłuż kierunku *BA*, po czym po unieruchomieniu stolika znów celujemy do punktu dowiązywanego *P*, mierząc i rysując równocześnie kąt zawarty pomiędzy kierunkiem *BA* a kierunkiem na punkt *P* (rys. 170).

Na przecięciu się odpowiednich kierunków otrzymujemy położenie punktu *P*.

Sprawdzenie należy wykonać przez powtórne wcięcie w przód punktu *P* z dwóch innych punktów triangulacyjnych np. *A i C* lub *B i C*.

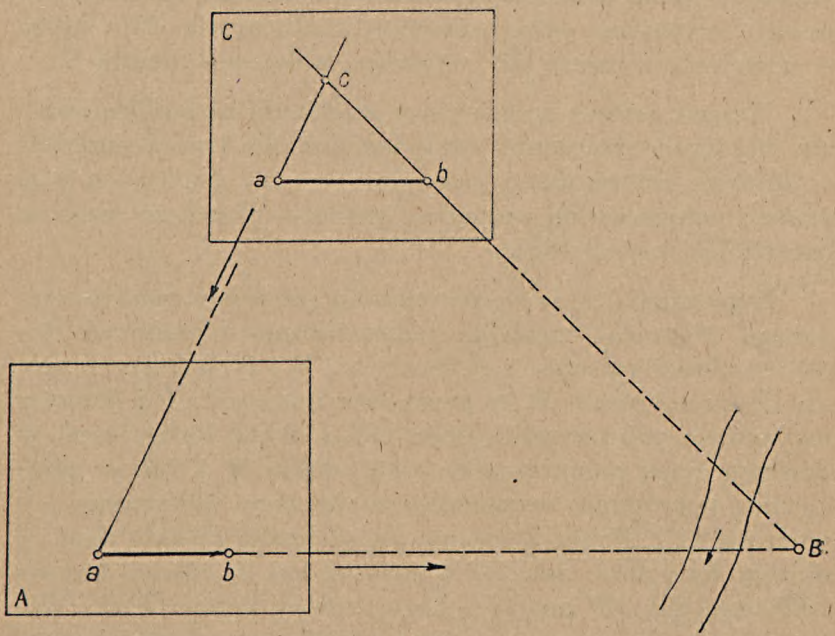
Jeżeli na zdejmowanym obszarze nie mamy żadnych punktów triangulacyjnych ani poligonowych, na których można było by oprzeć zdjęcie, musimy sami stworzyć sobie własną sieć punktów szkieletowych, które nam w dalszym ciągu będą służyły jako podstawa do zdjęć szczegółowych.



Rys. 170.

W tym celu obieramy sobie wzdłuż jakiegoś równego terenu, np. wzdłuż drogi, dwa punkty *A* i *B* tak odległe od siebie, aby odległość między nimi naniesiona w skali na stolik wynosiła nie mniej aniżeli 5 cm. Następnie dwukrotnie jak najstaranniej i jak najdokładniej przy pomocy taśmy stalowej mierzymy bezpośrednio odległość *AB*, w terenie, po czym punkty *A* i *B* nanosimy na stolik w ten sposób, że punkt *A* rysujemy dowolnie (orientując się oczywiście, żeby cały zdejmowany obszar wypadł na stoliku, a nie poza nim), punkt zaś *B* nanosimy po zorientowaniu (w punkcie *A* stolika według południka magnetycznego

przy pomocy busoli. W dalszym ciągu zagęszczamy sieć punktów szkieletowych tworzących siatkę trójkątów, pokrywających zdejmowany obszar, dowiązując wszystkie następne metodą wcinania w przód.



Rys. 171.

Ó ile w trakcie zdjęcia szczegółowego ilość punktów głównych okaże się niewystarczająca jako ilość stanowisk do zdjęcia, to trzeba założyć punkty dodatkowe, wiążąc je z punktami uprzednio wyznaczonymi albo podaną wyżej metodą wcinania w przód, albo też metodą wcinania w bok lub wstecz.

Wcięcie w bok polega na tym, że chcąc związać pewien punkt *C* z punktami *A* i *B* uprzednio znanymi i naniesionymi na stolik, ustawiamy stolik w punkcie *A* i po zorientowaniu go w kierunku *AB* unieruchamiamy deskę i celując

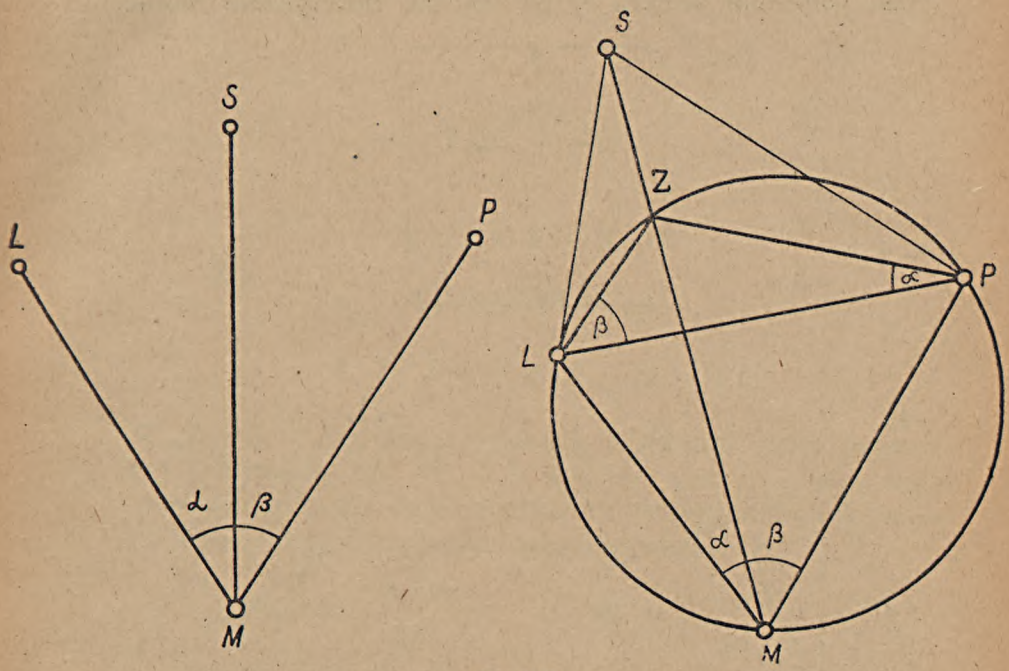
do punktu C kreślimy przy krawędzi liniału prostą AC' (rys. 171). Następnie przenosimy stolik na punkt C i po zorientowaniu go w kierunku CA, przykładamy kierownicę do punktu B i obracając nią dookoła niego szukamy przez lunetę w polu widzenia punktu B w terenie. Odnalazłszy punkt B rysujemy przy krawędzi liniału prostą $B'C'$, która w przecięciu z prostą AC' wyznacza położenie punktu C.

Wcięcie wstecz polega na odnalezieniu na stoliku punktu M, którego położenie względem jakichś trzech punktów w terenie jest nieznane, natomiast te trzy punkty są nam znane i położenie ich względem siebie — określone oraz są one naniesione na stolik.

Zagadnienie to da się rozwiązać i położenie punktu wiązanego M można zupełnie jednoznacznie wyznaczyć. Jeżeli wyobrazimy sobie trzy punkty L, S i P, do których mamy dowiązać punkt M, to przez trzy punkty L, P i M możemy zawsze poprowadzić jeden tylko okrąg koła. Jeżeli w dalszym ciągu połączymy ze sobą punkty M i S to w przecięciu z poprzednio wyznaczonym okręgiem otrzymamy pewien punkt Z. Punkt Z posiada tę własność, że daje nam na okręgu dwa łuki: łuk LZ oparty o kąt β, równy kątowi SMP oraz łuk ZP oparty o kąt α, równy kątowi SML. Wobec tego o ile w ten czy inny sposób potrafimy określić wielkość kątów α i β, to w dalszym ciągu zagadnienie odnalezienia położenia punktu M względem punktów L, S i P będzie polegało na wyznaczeniu od kierunku LP z jednej strony kąta α a z drugiej strony kąta β. W przecięciu tych dwóch kierunków otrzymamy pomocniczy punkt Z. W dalszym ciągu, prowadząc przez punkty L, Z i P okrąg koła oraz łącząc punkt Z z punktem S otrzymamy w przecięciu szukany punkt M (rys. 172).

Mamy na stoliku naniesione trzy punkty oporowe: L, S i P. W dalszym ciągu ustawiamy stolik w wyznaczanym punkcie M i orientujemy go prostą lp na stoliku wzdłuż kierunku MP w terenie. Następnie unieruchamiamy deskę

stolika i celując do punktu *S*, kreślimy na stoliku prostą *ls*. W dalszym ciągu zwalniamy deskę i orientujemy stolik kierunkiem *pl* na stoliku wzdłuż prostej *ML* w terenie, po czym znów unieruchamiamy deskę i celujemy do punktu

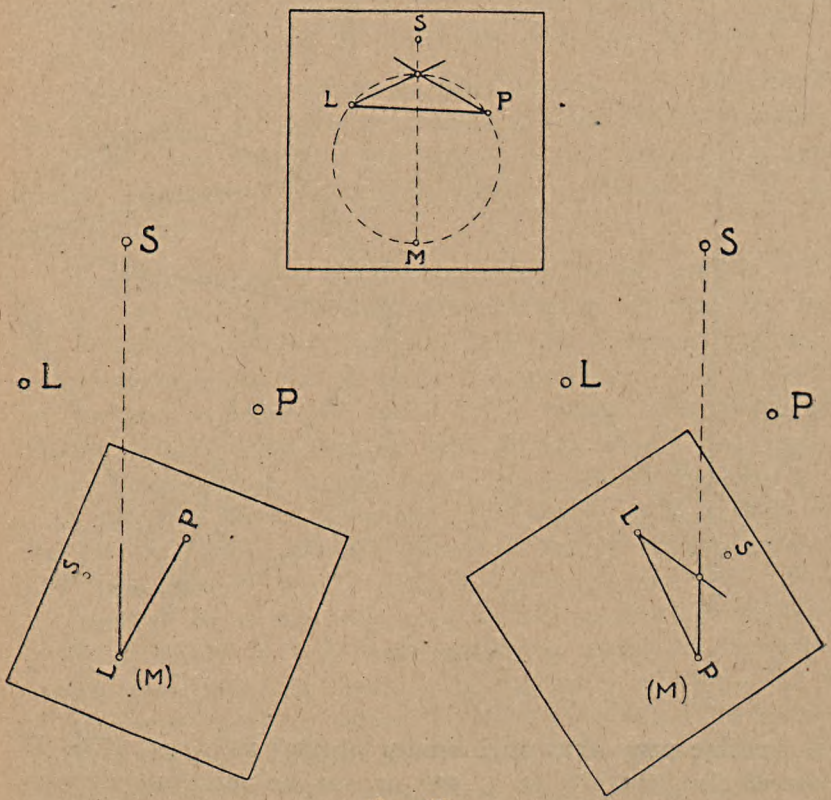


Rys. 172.

S, kreśląc przy krawędzi liniału prostą *ps'* (rys. 173). W przecięciu prostych *ls* i *ps'* na stoliku otrzymujemy pomocniczy punkt *Z*. Łączymy punkt *Z* z punktem *S*, otrzymując prostą *ZS*.

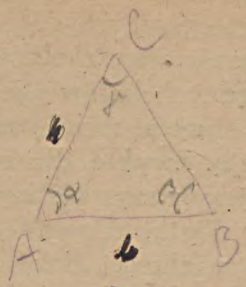
Następnie, przyłożywszy krawędź liniału do prostej *ZS* na stoliku orientujemy stolik wzdłuż kierunku *MS* w terenie. Po zorientowaniu stolika unieruchamiamy deskę i przyłożywszy krawędź liniału do punktu *p* na stoliku celujemy do punktu *P* w terenie, otrzymując na descę prostą

pm, przyłożywszy zaś krawędź liniału do punktu *l* na stoliku i wycelowawszy do punktu *L* w terenie, otrzymujemy prostą *lm'* na desce. Teoretycznie proste *ZS*, *pm* i *lm'* powinny się przeciąć w jednym punkcie wyznaczając szukane położenie punktu *M* na stoliku. Praktycznie biorąc,



Rys. 173.

utworzy się pewien trójkąt błędów, z którego będziemy mogli określić właściwe, wyrównane położenie punktu *M*. Oczywiście, o ile trójkąt błędów wypadnie duży, będzie to świadczyło o pomyłce w wykonaniu i zadanie trzeba będzie powtórzyć.



ROZDZIAŁ IX.

TRIANGULACJA.

§ 1. Pojęcie ogólne.

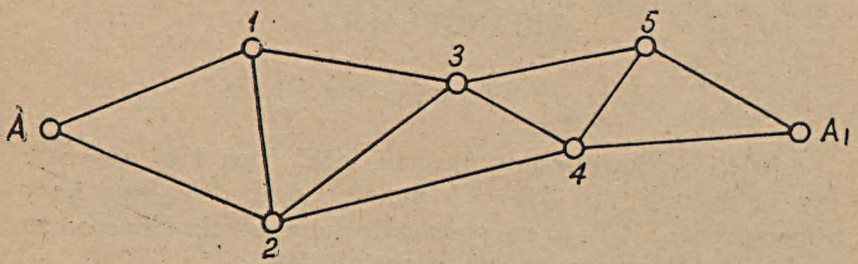
Jeżeli w dowolnym trójkącie ABC (rys. 174) zmierzymy jeden bok, np. $AB = b$ metrów oraz dwa jego kąty wewnętrzne: α i β, to na podstawie twierdzenia sinusowego możemy obliczyć wszystkie pozostałe boki:

$$AC = b\,\frac{\sin\beta}{\sin\gamma} \qquad BC = b\,\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}.$$

Jeżeli w dalszym ciągu dobudujemy do danego trójkąta drugi trójkąt, tak by miał z pierwszym jeden bok wspólny, np. ΔBDC i pomierzymy w nim znowu dwa jego kąty wewnętrzne, to znów na podstawie twierdzenia sinusowego i znajomości wspólnego boku BC obliczonego poprzednio, wyznaczymy wszystkie pozostałe boki. W ten sposób możemy zbudować cały układ przylegających do siebie trójkątów i na podstawie jednego tylko pomiaru liniowego oraz pomiaru dwóch kątów w każdym z trójkątów będziemy mogli analitycznie obliczyć wszystkie boki w całym układzie trójkątów.

Tworzenie takich siatek, składających się z szeregu przelegających do siebie trójkątów oraz wyznaczanie położenia wierzchołków względem siebie przez pomiar niezbędnych kątów i jednego boku, który nazywamy bazą sieci, stanowi zasadę zdjęcia zwanego w miernictwie triangulacją. Zwykle dla kontroli i zwiększenia dokładności mierzymy wszystkie kąty we wszystkich trójkątach.

Siatki triangulacyjne dzielimy na rzędy w zależności od wielkości boków poszczególnych trójkątów. Siatka triangulacyjna rzędu pierwszego składa się z trójkątów o bokach od 20 km do 50 km i powyżej 50 km, siatka triangulacyjna drugiego rzędu są to trójkąty o bokach od 10 km



Rys. 174.

do 20 km, siatka trzeciego rzędu ma boki od 3 km do 10 km i wreszcie siatka triangulacyjna czwartego rzędu, składa się z trójkątów o bokach poniżej 3 km.

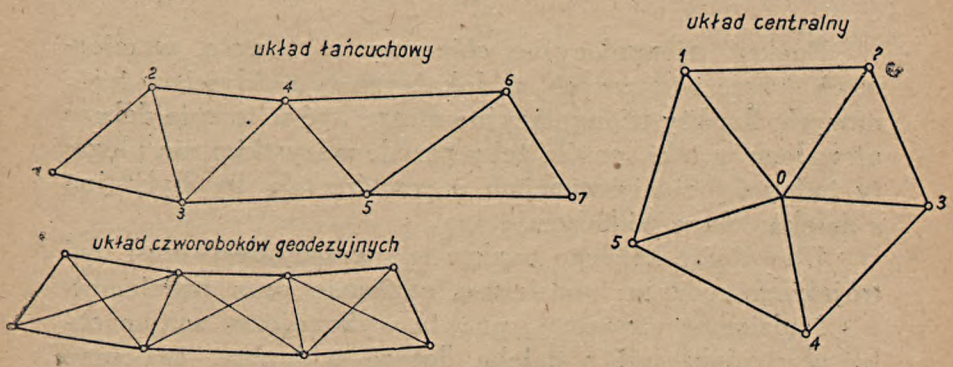
Siatki triangulacyjne pierwszego i drugiego rzędu nazywamy triangulacją podstawową, trzeciego zaś i czwartego — szczegółową.

Odpowiednio gęsta sieć triagulacyjna na terenie całego państwa stanowi podstawę wszelkich zdjęć i pomiarów szczegółowych.

Prócz tego przy pomocy siatki triangulacyjnej możemy trygonometrycznie z dużą dokładnością obliczyć znaczną odległość pomiędzy, np. końcowymi punktami siatki, wobec

czego metoda triangulacyjna ma też zastosowanie dla naukowych celów badania kształtów i wymiarów ziemi. Jeżeli obierzemy sobie dwa punkty A i A_1, leżące na jednym południku i założymy pomiędzy nimi siatkę trójkątów, to po pomierzeniu boków i bazy będziemy mogli obliczyć odległość $A\,A_1$, która będzie odcinkiem łuku południka (rys. 174). Obliczywszy wszystkie elementy siatki triangulacyjnej obliczymy kolejno współrzędne wszystkich wierzchołków siatki, a następnie ze współrzędnych znajdziemy odległość $A\,A_1$.

Obierając punkty triangulacyjne dążymy do tego, żeby jak najmniejszą ilością punktów pokryć jak największą



Rys. 175.

przestrzeń. Z tego punktu widzenia kształt trójkątów winien być równoboczny. Następnie, jeżeli chodzi o dokładność pomiaru kątów, to także najkorzystniejszy jest taki kształt trójkątów, w których wszystkie kąty są sobie równe, czyli trójkąty są równoboczne. Teoretycznie więc biorąc siatki triangulacyjne powinny się składać z trójkątów równobocznych. Ponieważ praktycznie założenie siatki trójkątów idealnie równobocznych jest prawie niemożliwe, dopuszczalne są pewne odchylenia w wielkości kątów. W siatkach

triangulacyjnych pierwszego i drugiego rzędu kąty nie mogą być mniejsze aniżeli 40°, zaś w siatkach triangulacyjnych niższych rzędów — nie powinny być mniejsze aniżeli 30°.

Jako elementy siatki triangulacyjnej występują: pojedyńczy trójkąt, czworobok geodezyjny oraz układ centralny trójkątów (rys. 175).

Każda sieć składa się z szeregu tych zasadniczych elementów.

2. Wybór i stabilizacja punktów triangulacyjnych.

Punkty triangulacyjne obieramy w terenie, w miejscach dobrze widocznych, na lokalnych wyniosłościach terenowych. Punkty triangulacyjne muszą być w terenie dobrze utrwalone w taki sposób, żeby przede wszystkim nie ulegały żadnym przemieszczeniom, a powtóre tak, by były już z daleka dobrze widoczne.

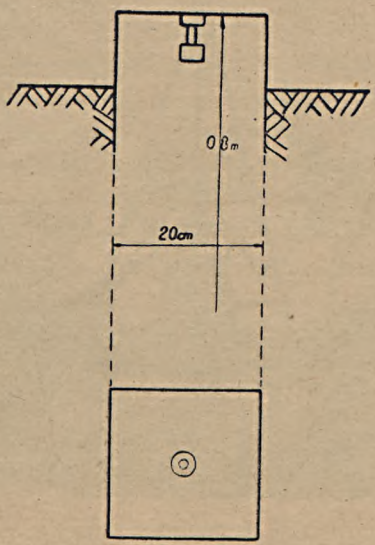
Utrwalenie każdego punktu triangulacyjnego musi być trojakiego rodzaju: podziemne, naziemne oraz nadziemne.

Nadziemne utrwalenie punktu wykonujemy w tym celu, aby punkt był z daleka dobrze widoczny, naziemne utrwalenie punktu oznacza położenie punktu w terenie, podziemne zaś służy jako zabezpieczenie na wypadek zaginięcia lub zniszczenia oznaczenia naziemnego.

Dla uwidocznienia punktów z daleka, ustawiamy nad punktami sygnały albo wieże triangulacyjne, odpowiednio wysokie, wykonane jako kratowe konstrukcje drewniane, obliczone na działanie sił zewnętrznych. Wieże triangulacyjne pierwszego i drugiego rzędu są bardzo wysokie, ponieważ odległości pomiędzy punktami są bardzo znaczne, a chodzi o to, żeby z jednego punktu widać było sąsiednie. Wysokość wież triangulacyjnych wynosi od kilku do kilkudziesięciu, a nawet powyżej trzydziestu metrów. Przy

znacznych odległościach obserwowanie punktów triangulacyjnych bezpośrednio z ziemi jest niemożliwe; należy podnieść się na pewną wysokość, aby sąsiednie wieże zobaczyć. Dlatego też wieże triangulacyjne posiadają zawsze pomosty wykonane na pewnej wysokości, służące dla obserwatora oraz oddzielne pomosty dla ustawiania instrumentu. Pomost dla instrumentu musi być konstrukcyjnie niezależny od pomostu obserwatora, żeby przy chodzeniu nie wywoływać wstrząsów instrumentu.

Jako cel przy pomiarach kątów służy szczyt sygnału w postaci pionowego pala odpowiednio umocowanego do samej wieży dokładnie w pionie wyznaczonym przez pod-



Rys. 176.

i naziemne oznaczenie punktu triangulacyjnego. Rys. 177 przedstawia prosty typ wieży triangulacyjnej triangulacji szczegółowej.

Utrwalenie naziemne wykonujemy w postaci bloku betonowego, zafundowanego około 1·0 — 1.2 metra w gruncie,

wystającego ok. 10 do 20 cm ponad teren o przekroju kwadratowym około 20 x 20 cm. W środku bloku wbetonowany jest bolec metalowy, którego oś wyznacza położenie punktu (rys. 176). Na bocznej powierzchni bloku rysuje się oznaczenie punktu triangulacyjnego w postaci wyrytego w bloku



Rys. 177.

trójkąta. Podziemnie utrwalamy punkt przy pomocy kostki betonowej lub kamiennej o wymiarach 20 × 20 × 20 cm z wyrytym w środku krzyżem, analogicznie jak utrwalenie punktów poligonowych. Dla punktów triangulacji niższego rzędu można zastosować rurkę drenarską pokrytą płytą betonową.

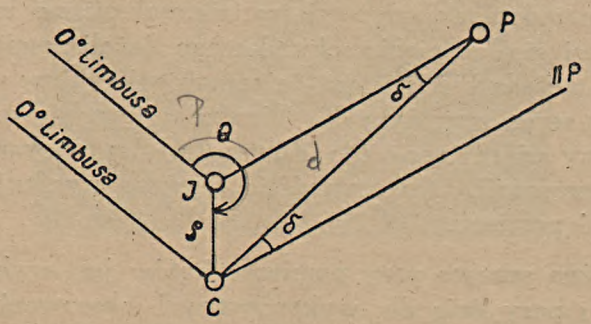
§ 3. Pomiar kątów.

Ponieważ pomiary kątowe stanowią najistotniejszą i najważniejszą część pomiarów triangulacyjnych, dlatego też muszą być wykonane ze specjalną starannością i dużą dokładnością. Aby dokładność tę uzyskać, należy stosować precyzyjniejsze narzędzia i wielokrotnie mierzyć kąty lub kierunki. Metody stosuje się tutaj te same, tj. zwyczajny pomiar kąta, pomiar metodą kierunkową lub wreszcie w rzadkich razach możemy obrać metodę repetycyjną. Jeżeli w danym punkcie triangulacyjnym mamy jeden tylko kąt siatki, to stosujemy pomiar zwykły, wykonując go kilka (do dwunastu) razy, na różnych partiach limbusa. Jeżeli zaś w danym punkcie triangulacyjnym zbiegają się dwa lub więcej kątów siatki, jak np. w punkcie środkowym siatki centralnej, to stosujemy równoczesny pomiar wszystkich tych kątów metodą kierunkową. Pomiary wykonujemy przy pomocy teodolitu o dużej dokładności odczytu. Pomiar kątów triangulacji podstawowej wykonujemy przy pomocy teodolitu jedno-sekundowego, w triangulacji zaś szczegółowej dziesięcio lub pięcio sekundowego. Jeżeli pomiar wykonujemy metodą kierunkową, to zazwyczaj robimy nie mniej niż trzy serie, przy tym dla triangulacji podstawowej wykonujemy więcej serii (do dwunastu). Im większą mamy ilość obserwacji, tym oczywiście większą uzyskujemy dokładność pomiaru.

Ważną sprawą przy pomiarze kątów jest wybór odpowiedniej pory dnia dla wykonywanych obserwacji. Na dokładność bowiem pomiaru wpływają nie tylko czynniki takie, jak dokładność odczytu danego przyrządu, dokładność podziału limbusa i inne warunki instrumentalne, ale także i to w znacznym stopniu, — warunki atmosferyczne: nasłonecznienie, wilgotność powietrza, wiatry. Duże nasłonecznienie powoduje drganie warstw powietrza, co utrudnia pomiar kąta. Najdogodniejszą porą obserwacji jest pora

przedwieczorna około godz. 4-ej do 6-ej po południu, — najniekorzystniejszą są godziny południowe.

Ważną bardzo rzeczą przy pomiarze kątów jest centryczne ustawienie instrumentu nad punktem triangulacyjnym, co przy ustawianiu przyrządu na ziemi bezpośrednio nad znakiem jest proste i łatwe, ale staje się znacznie trudniejsze, gdy instrument ustawiamy na pewnej wysokości, na platformie wieży triangulacyjnej. Wówczas, z reguły instrument zostanie ustawiony ekscentrycznie względem wierzchołka kąta mierzonego. Może także zajść wypadek tego rodzaju, że punktem triangulacyjnym będzie np. krzyż na wieży kościelnej, nad którym, czy nawet pod którym dokładnie instrumentu ustawić w pionie nie podobna. Wówczas stawiamy instrument np. w oknie wieży kościelnej i mierzymy kąty o innym wierzchołku, ekscentrycznym z wierzchołkiem właściwym. Oczywiście w każdym wypadku pomiaru ekscentrycznego należy przeprowadzić scentrowanie danego pomiaru, czyli doprowadzenie go do właściwego wierzchołka.



Rys. 178.

Scentrowanie pomiaru polega na pomiarze elementów ekscentryczności (rys. 178), którymi są mimośród ρ i kierunek mimośrodu Θ. Jeżeli ustawimy instrument, zamiast we właściwym wierzchołku kąta C, w punkcie I i obserwować

będziemy zamiast kierunku CP kierunek IP, to będzie on błędny o wartość — δ''. Wielkość tę możemy znaleźć z trójkąta ICP na podstawie twierdzenia sinusowego; jeżeli będziemy znali długość boku CP mimośród $IP = \rho$ oraz kąt PIC, który będzie równy różnicy kierunków IC i IP. Kierunki IP i IC obserwujemy bezpośrednio, mimośród ρ, po wyznaczeniu właściwego położenia wierzchołka C także mierzymy bezpośrednio, bok zaś CP znamy jako bok siatki triangulacyjnej $CP = d$. Wobec tego otrzymujemy:

$$\frac{\sin \delta}{\rho} = \frac{\sin (\Theta - P)}{d}$$

$$\sin \delta = \frac{\rho}{d} \sin (P - \Theta)$$

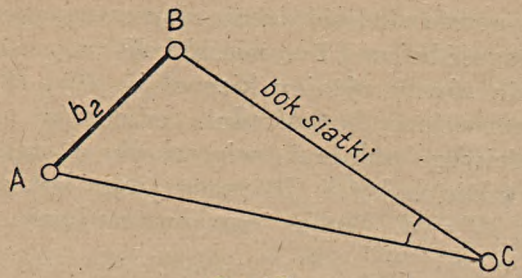
$$\delta'' = \frac{\rho}{d} \frac{\sin (P - \Theta)}{\sin 1''}.$$

§ 4. Pomiar bazy.

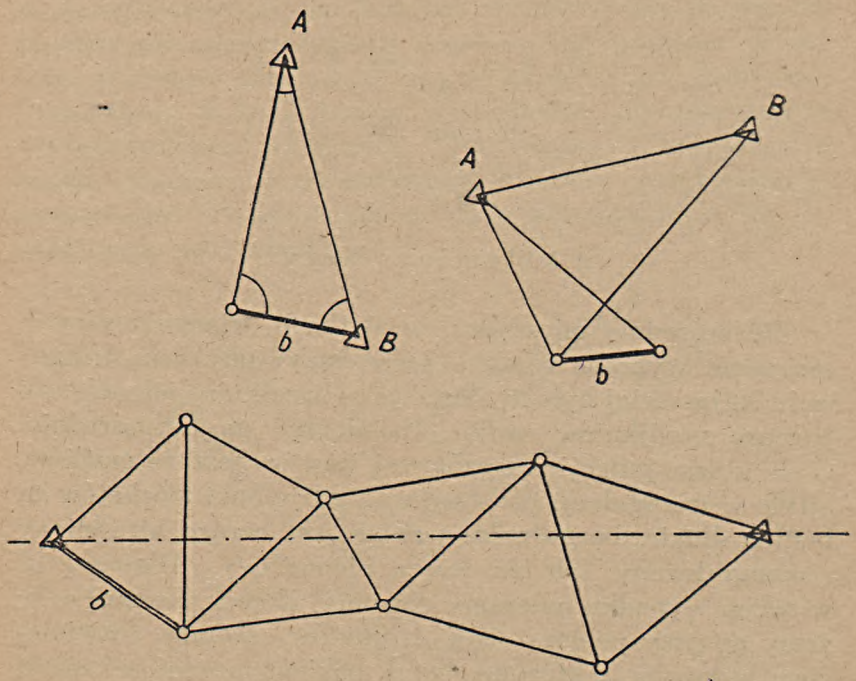
Bezpośrednio mierzymy w siatkach triangulacyjnych specjalnie wybrane odcinki, które nazywamy bazą tringulacji. Najprościej było by obrać jako bazę którykolwiek bok jednego z trójkątów siatki i pomierzyć go bezpośrednio. O ile w triangulacji szczegółowej jest to jeszcze możliwe, o tyle w triangulacji podstawowej, gdzie boki trójkątów są bardzo długie, bezpośredni pomiar jest bardzo utrudniony i skomplikowany, lub też wręcz niemożliwy. Dlatego też w takim wypadku obieramy dowolny odcinek terenu i wiążemy go przy pomocy siatki trójkątów, zwanej rozwinięciem bazowym, z którymkolwiek bokiem zasadniczej siatki triangulacyjnej (rys. 179).

W siatce pomocniczej mierzymy wszystkie kąty i obrany odcinek jako bazę oraz w dalszym ciągu obliczamy trygonometrycznie obrany bok zasadniczej siatki triangulacyj-

nej, będący bokiem wyjściowym siatki, pomierzonym pośrednio.



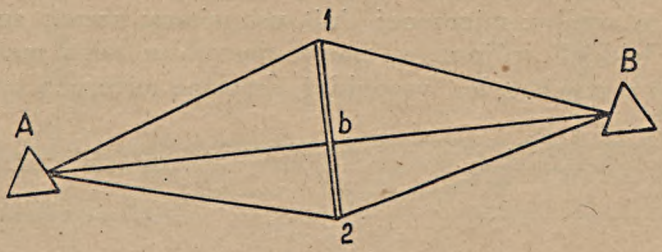
Rys. 179.



Rys. 180.

Rozwinięcie bazowe można wykonać w postaci siatki składającej się z jednego trójkąta; nazywamy je wtedy

rozwinięciem pojedyńczym trójkątnym; w postaci dwóch trójkątów, mamy wówczas rozwinięcie bazowe podwójne trójkątne, lub w postaci szeregu trójkątów, zwane rozwinięciem łańcuchowym (rys. 180). Oprócz tego istnieje jeszcze tzw. rozwinięcie bazy rombowe (rys. 181), w którym bokiem wyjściowym siatki jest większa przekątna, zaś mniejsza przekątna stanowi odcinek mierzony bezpośrednio w terenie, tj. bazę.



Rys. 181.

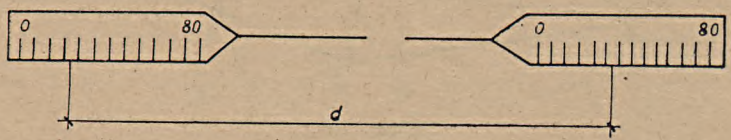
Baza mierzona bezpośrednio w terenie powinna być przede wszystkim dostępna do pomiaru na całej swej długości. Przed pomiarem bazę należy dokładnie wytyczyć przy pomocy teodolitu oraz na całej długości przygotować do pomiaru.

Dawniej do pomiaru bazy stosowano specjalne pręty drewniane, a później metalowe, coraz bardziej udoskonalane, o długości do czterech metrów. Pręty układano wzdłuż mierzonej bazy na kołeczkach wbitych odpowiednio gęsto w linii bazy i zaniwelowanych przy pomocy niwelatora.

Pomiar taki był bardzo uciążliwy, ale mimo to dawał bardzo dobre wyniki przy starannym wykonaniu. Dokładność, jaką osiągano przy specjalnie udoskonalonych przyrządach i po wprowadzeniu poprawek na temperaturę, wynosiła nie więcej niż 1 : 10.000 mierzonej długości bazy. Długość mierzonych w ten sposób baz wynosiła do 11 km.

W połowie XIX wieku wprowadzony został przez Jäderina nowy typ przyrządu do pomiaru bazy, zwany przyrządem Jäderina. Składa się on z dwóch drutów, wykonanych z inwaru, grubości 1.65 mm i o długości 24 m, zakończonych z każdej strony płytką metalową, z naniesioną podziałką około 8 cm długości. Odległość pomiędzy zerowymi kreskami podziałek wynosi 24 m. Kierunek wzrastania obydwóch podziałek jest zgodny (rys. 182).

Pomiar przy pomocy przyrządu Jäderina polega na tym, że wzdłuż mierzonej linii ustawiamy szereg specjalnych lekkich trójnogów, posiadających u góry metalowe czopki o powierzchni wypukłej, dzielące mierzoną bazę na



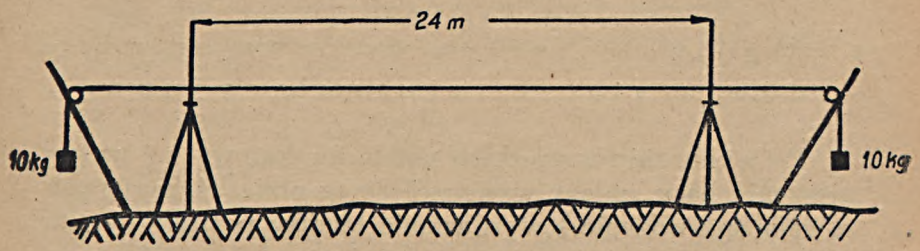
Rys. 182.

odcinki. Często zamiast statywów wbijamy w linii bazy pale drewniane, na których osi wbijamy szpilkę lub gwóźdź, na który znów nasadzamy mały czopek. Drut rozwieszamy kolejno pomiędzy dwoma sąsiednimi statywami lub palami, zawieszając go na specjalnych trójnogach, zaopatrzonych w bloczek służący do przeciągania drutu i naciągamy dwustronnie z siłą 10 kg. Drut posiada pewien zwis i równocześnie, pod działaniem siły naciągającej, ulega wydłużeniu. Zbadane zostało, że przy naciągnięciu drutu dwudziestoczterometrowego, inwarowego, z siłą 10 kg z obu stron, długość cięciwy łuku zwisającego drutu wynosi ściśle 24 m.

Statywy rozstawiamy w odległościach mniej więcej 24 metrowych, wymierzając odległość z dokładnością do centymetrów przy pomocy 24 metrowej linki stalowej.

Pomiar prowadzimy trzema lub najmniej dwoma drutami, mierząc każdą odległość pomiędzy statywami kolejno jednym i drugim drutem.

Po rozciągnięciu drutu na statywach i po naciągnięciu go (rys. 183) odczytujemy równocześnie wartość z podziałek początkowej A i końcowej R, wskazywane przez nacięte na czopkach wskaźniki w postaci kresek prostopadłych do



Rys. 183.

kierunku drutu. Odległość pomiędzy sąsiednimi statywami wynosi

$$d = l + (A - R),$$

gdzie l jest rzeczywistą długością drutu.

Po wykonaniu pomiaru należy wprowadzić do otrzymanych wyników szereg poprawek. Przede wszystkim należy zredukować mierzoną długość do poziomu; w tym celu należy zaniwelować głowice wszystkich statywów lub pali. Drugą poprawką jest poprawka od rozszerzalności cieplnej danego przyrządu, zależna od temperatury, w jakiej prowadzimy pomiar; trzecią wreszcie poprawką jest poprawka na skutek ewentualnego niedokładnego spionowania punktu początkowego i końcowego bazy na przyrząd pomiarowy.

Po uwzględnieniu wszystkich poprawek obliczamy wreszcie rzeczywistą długość mierzonej bazy.

Dokładność pomiaru bazy przyrządem Jäderina jest bardzo wysoka, gdyż wynosi około 1:1.000.000 długości bazy,

zaś wykonywanie pomiaru znacznie wygodniejsze, aniżeli innymi precyzyjnymi nawet aparatami. Konieczna dokładność pomiaru bazy w siatkach triangulacyjnych triangulacji podstawowej wynosi 1:500.000, zaś szczegółowej — 1:50.000. W Polsce wykonano pomiar szeregu baz o długości od 11 do 18 km z dokładnością przekraczającą kilkakrotnie normę minimalną.

§ 5. Ogólne pojęcie o wyrównywaniu błędów w siatce triangulacyjnej.

Po wykonaniu wszystkich pomiarów kątowych i po pomierzeniu bazy należy wykonać szereg obliczeń, mających na celu sprawdzenie i wyrównanie błędów pomiaru. Każda siatka triangulacyjna musi spełniać zasadniczy pierwszy warunek, a mianowicie ten, aby suma kątów w poszczególnych trójkątach była równa 180°. Warunek ten nazywa się warunkiem figur. Wszystkie kąty poszczególnych trójkątów muszą spełniać warunek figur i z tego tytułu będą wszystkie obarczone pewnym błędem; jeżeli warunek ten nie będzie spełniony, to będą musiały też ulec wszystkie pewnej poprawce Δ, przy czym wartości tych poprawek dla kątów jednego trójkąta są jednakowe.

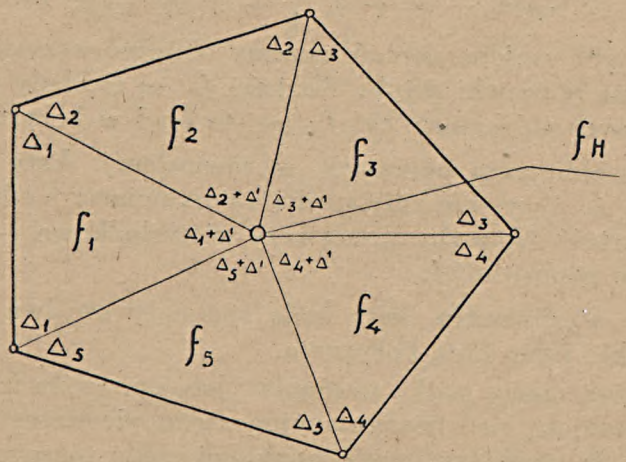
Gdybyśmy mieli siatkę triangulacyjną składającą się z jednego trójkąta, to wyrównanie warunku figur wykonalibyśmy w ten sposób, że istniejący błąd rozłożylibyśmy równomiernie na wszystkie trzy kąty.

Błędem f nazywamy różnicę pomiędzy sumą kątów pomierzonych a sumą teoretyczną; poprawka Δ ma oczywiście znak przeciwny błędowi. Dla jednego trójkąta mamy

$$3\Delta = -f;\ \Delta = -\frac{f}{3}.$$

Jeżeli mamy siatkę triangulacyjną centralną, to oprócz warunku figur, który muszą spełniać wszystkie trójkąty, siat-

ka powinna jeszcze odpowiadać warunkowi horyzontu. Warunek horyzontu polega na tym, że wszystkie kąty zbiegające się we wspólnym wierzchołku, czyli horyzoncie, muszą dawać w sumie wartość 360°. A więc wszystkie kąty wierzchołkowe muszą spełniać dwa warunki: zarówno warunek figur, jak warunek horyzontu; to też prócz poprawki Δ przypadającej na nie z tytułu warunku figur, będą miały drugą poprawkę Δ', przypadającą z tytułu warunku horyzontu. Wszystkie kąty wierzchołkowe będą miały oczywiście jednakowe poprawki Δ' z tytułu warunku horyzontu (rys. 184).



Rys. 184.

Dla znalezienia wartości poprawek Δ i Δ', należy dla każdej siatki ułożyć równania poprawkowe, polegające na przyrównaniu sumy wszystkich poprawek w poszczególnych trójkątach do odpowiednich wartości błędu w tych trójkątach oraz sumy wszystkich poprawek w horyzoncie — do wartości błędu w horyzoncie.

Dla siatki centralnej, składającej się z pięciu trójkątów (rys. 184) równania poprawek są następujące:

dla trójkąta pierwszego

$$3\Delta_1 + \Delta' = -f_1$$

dla drugiego i następnych

$$3\Delta_2 + \Delta' = -f_2$$
$$3\Delta_3 + \Delta' = -f_3$$
$$\cdots\cdots$$
$$3\Delta_5 + \Delta' = -f_5$$

dla horyzontu zaś

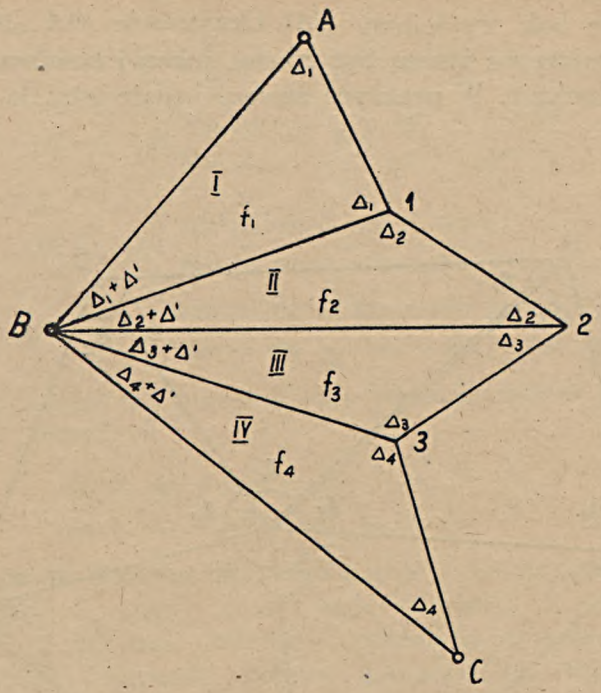
$$\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 + \Delta_5 + 5\Delta' = -f_H.$$

Z tych sześciu równań możemy obliczyć wszystkie niewiadome poprawki Δ i Δ'. Wartości f_n są to błędy w poszczególnych trójkątach, zaś f_H jest to błąd w horyzoncie.

Po obliczeniu poprawek wyrównujemy kąty w ten sposób, że wszystkie kąty trójkąta poprawiamy o odpowiednią wartość poprawki Δ_n, zaś kąty wierzchołkowe — dodatkowo o poprawkę Δ'.

Po wyrównaniu kąty będą spełniały obydwa żądane warunki: figur oraz horyzontu.

Jeżeli mamy siatkę triangulacyjną, np. rzędu trzeciego, zagęszczającą sieć triangulacyjną rzędu pierwszego w ten sposób, że pomiędzy trzema punktami rzędu pierwszego założone są dodatkowe punkty rzędu trzeciego, tworzące łańcuch trójkątów, to ponieważ kąt pomiędzy punktami rzędu pierwszego jest już znany na skutek znanego położenia tych punktów względem siebie, kąty siatki zagęszczającej zbiegające się w wierzchołku znanego kąta muszą oczywiście w sumie dawać wielkość z góry określoną. Jest to warunek analogiczny do warunku horyzontu w siatce centralnej i wyrównanie wykonujemy identycznie jak poprzednio znajdując z równań poprawkowych wartości poprawek Δ_n odpowiednio dla wszystkich kątów poszczególnych trójkątów, oraz dodatkowe poprawki Δ' dla kątów zbiega-



Rys. 185.

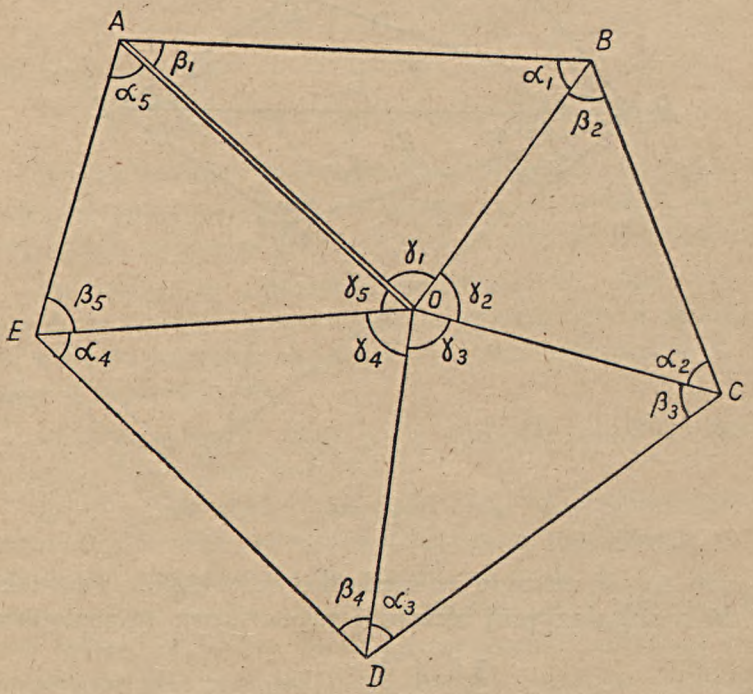
jących się w znanym wierzchołku (rys. 185). Dla takiej siatki triangulacyjnej równania poprawkowe są następujące

$$\begin{aligned} 3\Delta_1 + \Delta' &= -f_1 \\ 3\Delta_2 + \Delta' &= -f_2 \\ 3\Delta_3 + \Delta' &= -f_3 \\ 3\Delta_4 + \Delta' &= -f_4 \end{aligned}$$

$$\sum_{1}^{4} \Delta_n + 4\Delta' = -f_H.$$

Po wyrównaniu kątów siatki triangulacyjnej przystępujemy do kolejnego obliczenia wszystkich jej elementów liniowych czyli boków. Jeżeli mamy siatkę centralną (rys. 186), w której bazą jest np. bok OA, to obliczamy ko-

lejno boki *OB*, *OC*, *OE* i wreszcie, na podstawie *OE*, — powtórnie bok wyjściowy *OA*. Oczywiście *OA* obliczone i *OA* pomierzone muszą być równe, inaczej bowiem siatka się nie zamknie. W praktyce zawsze będzie istniała pewna



Rys. 186.

odchyłka pomiędzy bazą pomierzoną i obliczoną. Trzeba będzie przeprowadzić dodatkowe wyrównanie, mające na celu usunięcie tego błędu. Warunek ten — trzeci z kolei, któremu winna odpowiadać siatka triangulacyjna, nazywamy warunkiem boków.

Obliczając kolejno boki otrzymujemy:

$$OB = OA \frac{\sin \beta_1}{\sin \alpha_1}$$

$$OC = OB \frac{\sin \beta_2}{\sin \alpha_2} = OA \frac{\sin \beta_1 \sin \beta_2}{\sin \alpha_1 \sin \alpha_2}$$

. . . .

$$OE = OA \frac{\sin \beta_1 \sin \beta_2 \sin \beta_3 \sin \beta_4}{\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 \sin \alpha_4}$$

$$OA = OA \frac{\sin \beta_1 \sin \beta_2 \sin \beta_3 \sin \beta_4 \sin \beta_5}{\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 \sin \alpha_4 \sin \alpha_5}$$

Redukując OA otrzymujemy warunek boków w następującej postaci:

$$\frac{\sin \beta_1 \sin \beta_2 \sin \beta_3 \sin \beta_4 \sin \beta_5}{\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 \sin \alpha_4 \sin \alpha_5} = 1.$$

Stosunek iloczynu sinusów kątów β do iloczynu sinusów kątów α winien być równy jedności. A więc kąty α i β muszą otrzymać dodatkowe poprawki przypadające na nie z tytułu warunku boków, zwanego też warunkiem sinusów.

Jeżeli wyrażenie powyższe zlogarytmujemy, to otrzymamy

$$\sum_1^n \lg \sin \beta_n - \sum_1^n \lg \sin \alpha_n = 0.$$

Jeżeli błąd warunku boków istnieje, to jest on równy pewnej wartości

$$f_s = \Sigma \lg \sin \beta - \Sigma \lg \sin \alpha.$$

Chcąc przeprowadzić wyrównanie, musimy uprzytomnić sobie, że ponieważ kąty są już raz wyrównane i spełniają warunek figur, to z chwilą gdy je będziemy ponownie korygowali należy to wykonać tak, by nie zepsuć warunków już uprzednio wyrównanych. Z tego wynika, że jeżeli

kąt β danego trójkąta poprawimy o wartość poprawki np. $+\tau''$ to kąt α tegoż trójkąta musimy poprawić o poprawkę $-\tau''$. Jeżeli kąt β_1, pierwszego trójkąta poprawimy o jedną sekundę, to logarytm jego sinusa zmieni się o pewną wielkość δ_1, wielkość która jest sekundową zmianą logarytmu i którą znajdujemy w tablicach logarytmicznych. Jeżeli zaś kąt β_1 zmienimy o τ'', to jego logarytm zmieni się o $\delta_1 \tau$.

Suma wszystkich zmian logarytmów sinusów kątów α i β musi być równa wartości błędu f_s.

Stąd otrzymujemy równanie poprawkowe w następującej formie:

$$\delta_1 \tau + \delta_2 \tau + \delta_3 \tau + \delta_4 \tau + \delta_5 \tau - \left\{ \delta'_1 (-\tau) + \delta'_2 (-\tau) + \delta'_3 (-\tau) + \delta'_4 (-\tau) + \delta'_5 (-\tau) \right\} = f_s,$$

z którego możemy obliczyć wielkość poprawki τ dla kątów β (dla kątów α poprawka będzie $-\tau$):

$$\tau = \frac{f_s}{\Sigma \delta_n + \Sigma \delta'_n}.$$

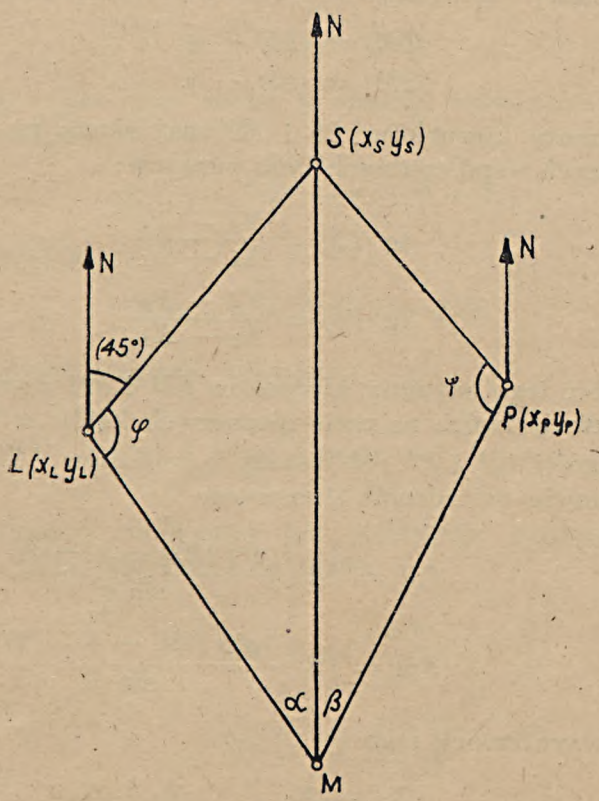
Po obliczeniu tej poprawki, wyrównujemy dodatkowo kąty α i β, po czym obliczamy ponownie wszystkie boki naszej siatki w celu dalszego obliczenia współrzędnych punktów triangulacyjnych.

Siatka triangulacyjna powinna być oczywiście zorientowana względem stron świata, przy tym orientacja siatki winna być względem południka geograficznego.

§ 6. Zagadnienie Pothenotha.

Zagęszczanie istniejącej w terenie siatki triangulacyjnej przez poszczególne punkty wykonujemy albo wcięciem w przód, albo wcięciem wstecz.

Wcięcie wstecz, czyli zagadnienie Pothenota, polega na pomiarze w terenie dwóch kątów pomiędzy kierunkami z punktu wiązanego M na trzy punkty znane L,S i P, których współrzędne są X_L, Y_L, X_S, Y_S, X_P, Y_P. Mając te współrzędne oraz pomierzone kąty: $LMS = \alpha$ i $SMP = \beta$, można zarówno graficznie (porównaj rozdz. VIII), jak też analitycznie znaleźć współrzędne punktu M (rys. 187).



Rys. 187.

Dla obliczenia współrzędnych punktu M musimy znaleźć długości LM i PM oraz azymuty kierunków LM i PM.

$$X_M = X_L + \Delta X_{LM} = X_P + \Delta X_{PM}$$
$$Y_M = Y_L + \Delta Y_{LM} = Y_P + \Delta Y_{PM}.$$

Przyrosty współrzędnych są odpowiednio równe

$$\Delta X_{LM} = LM \cdot \cos (LM)$$
$$\Delta X_{PM} = PM \cdot \cos (PM)$$
$$\Delta Y_{LM} = LM \cdot \sin (LM)$$
$$\Delta Y_{PM} = PM \cdot \sin (PM).$$

Azymuty kierunków LM i PM są odpowiednio równe

$$(LM) = (LS) + \varphi$$
$$(PM) = (PS) - \psi.$$

Azymuty kierunków LS i PS znajdziemy na podstawie znanych współrzędnych tych punktów:

$$\operatorname{tg} (LS) = \frac{Y_S - Y_L}{X_S - X_L}$$

$$\operatorname{tg} (PS) = \frac{Y_S - Y_P}{X_S - X_P}.$$

Wobec tego azymuty kierunków LM i PM wyznaczone są w funkcji dwóch na razie nieznanych kątów φ i ψ.

Długości LM i PM obliczymy z trójkątów LSM i PSM na podstawie twierdzenia sinusowego

$$LM = LS \frac{\sin (180 - \alpha - \varphi)}{\sin \alpha}$$

$$PM = PS \frac{\sin (180 - \beta - \psi)}{\sin \beta}$$

W wyrażeniach tych

$$LS = \frac{X_S - X_L}{\cos (LS)} = \frac{Y_S - Y_L}{\sin (LS)}$$

$$PS = \frac{X_S - X_P}{\cos (PS)} = \frac{Y_S - Y_L}{\sin (PS)}$$

jedynie nieznane są wielkości kątów φ i ψ.

Rozwiązanie więc zagadnienia będzie polegało na obliczeniu wartości tych kątów. W tym celu ułożymy dwa równania sumy i różnicy kątów φ i ψ.

Z czworoboku $LSPM$ obliczamy sumę jego kątów wewnętrznych, która powinna być równa 360°.

$$\varphi + S + \psi + \alpha + \beta = 360^0$$

$$S = (SL) - (SP).$$

Kąt S jest więc znany w funkcji znanych współrzędnych punktów S, L i P.

$$\varphi + \psi = 360^0 - \alpha - \beta - S.$$

Określając

$$360^0 - \alpha - \beta - S = 2\,\mathrm{m}$$

otrzymujemy pierwsze równanie

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = \mathrm{m}.$$

Następnie obliczamy SM z dwóch trójkątów LSM i SPM i przyrównujemy do siebie.

$$SM = LS \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha}$$

$$SM = PS \frac{\sin \psi}{\sin \beta}$$

$$LS \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha} = PS \frac{\sin \psi}{\sin \beta}$$

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{LS}{PS} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}.$$

Prawą stronę tego równania określamy jednym symbolem tg Q:

$$\operatorname{tg} Q = \frac{LS}{PS} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha},$$

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \operatorname{tg} Q$$

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{1}{\operatorname{tg} Q}.$$

Z powyższej proporcji układamy proporcję pochodną:

$$\frac{\sin \varphi + \sin \psi}{\sin \varphi - \sin \psi} = \frac{1 + \operatorname{tg} Q}{1 - \operatorname{tg} Q},$$

$$\frac{2 \sin \left(\frac{\varphi + \psi}{2}\right) \cos \left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right)}{2 \sin \left(\frac{\varphi - \psi}{2}\right) \cos \frac{\varphi + \psi}{2}} = \frac{\operatorname{tg}(45^0 + Q)}{1 - \operatorname{tg} 45^0 \operatorname{tg} Q};$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi + \psi}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{tg} (45^0 + Q).$$

Ponieważ uprzednio już obliczone zostało, że:

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = m$$

otrzymujemy równanie

$$\operatorname{ctg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{tg} (45 + Q) \operatorname{ctg} m$$

Prawa strona równania składa się z wielkości znanych, można ją więc określić jednym symbolem Z

$$\operatorname{tg} (45^0 + Q) \cdot \operatorname{ctg} m = Z,$$

wobec czego

$$\operatorname{ctg} \frac{\varphi - \psi}{2} = Z;$$

jeśli znamy cotangens jakiegoś kąta, to znamy tym samym i sam kąt, czyli

$$\frac{\varphi - \psi}{2} = n.$$

Zestawiając otrzymujemy

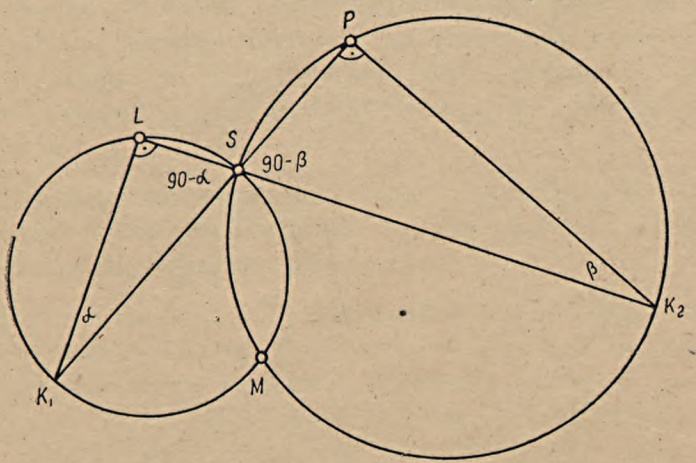
$$\frac{\varphi + \psi}{2} = m$$

$$\frac{\varphi - \psi}{2} = n.$$

Stąd wyznaczamy

$$\varphi = m + n; \quad \psi = m - n$$

i wobec tego zagadnienie uważamy za rozwiązane.



Rys. 188.

Graficzne rozwiązanie zadania Pothenota polega na znalezieniu z odcinka *LS* miejsca geometrycznego punktów,

z których ten odcinek widać pod kątem α (będzie to okręg koła), zaś z odcinka PS — miejsca geometrycznego punktów, z których widać go pod kątem β (drugi okrąg). W przecięciu tych dwóch okręgów leży szukany przez nas punkt M (rys. 188).

Zagadnienie Pothenota jest nieokreślone w pewnym wypadku i nie daje się rozwiązać ani analitycznie, ani wykreślnie. Zachodzi to wówczas, gdy wszystkie punkty L, S i P oraz punkt M leżą na obwodzie jednego okręgu koła, które nazywamy kołem niebezpiecznym. Należy więc dążyć do tego, aby punkt M nie leżał na kole niebezpiecznym.

ROZDZIAŁ X.

NIWELACJA BAROMETRYCZNA.

§ 1. Wiadomości ogólne.

Oznaczanie różnic wysokości pomiędzy poszczególnymi punktami w terenie opiera się na obserwacji ciśnienia atmosferycznego w tych punktach oraz istniejącej różnicy ciśnień pomiędzy punktami położonymi na różnych wysokościach.

Ciśnienie atmosferyczne w danym punkcie jest to waga słupa powietrza znajdującego się nad danym punktem, odniesiona do jednostki powierzchni.

Punkty leżące wyżej mają ciśnienie mniejsze, aniżeli punkty położone niżej. Różnica ciśnień jest w pewnej zależności od różnicy wysokości. Ciśnienie w danym punkcie zależy nie tylko od wysokości danego punktu nad poziomem bezwzględnego zera, ale także od innych czynników ubocznych, jak np. wilgotność powietrza, wiatry, szerokość geograficzna oraz temperatura powietrza; dlatego też nieścisłe było by twierdzenie, że różnica wysokości pomiędzy dwoma punktam w terene jest wprost proporcjonalna

do różnicy ciśnień w tych punktach, aczkolwiek dla uproszczenia często się ją za taką przyjmuje.

Istnieje cały szereg różnych wzorów wyprowadzających zależność pomiędzy różnicą wysokości dwóch punktów w terenie a różnicą ciśnień, panujących w tych punktach. Najdokładniejszy jest wzór Laplace'a, który wyraża się następująco:

$$h_{12} = 18400 \log \frac{b_1}{b_2} \left(1 + \frac{T}{273}\right) \left(1 + 0.377 \cdot \frac{2e}{b_1 + b_2}\right)$$

$$\left(1 + \frac{\cos 2\varphi}{377}\right) \left(1 + \frac{2H}{R}\right);$$

b_1 oraz b_2 są to wartości ciśnienia atmosferycznego w punktach porównawczych, T jest średnią temperaturą w tych punktach, wyrażoną w stopniach Celsiusza, e jest to prężność pary wodnej wyrażona w milimetrach, φ — szerokość geograficzna, H — średnia wysokość obu punktów nad poziomem morza i R — promień ziemi wyrażony w tych samych jednostkach co H; h_{12} jest to różnica wysokości pomiędzy punktami 1 i 2.

Do wzoru Laplace'a są ułożone dodatkowo tablice ułatwiające rachunek.

Prostsze jest korzystanie ze wzoru Babineta, według którego przyjmuje się, że różnica wysokości pomiędzy dwoma punktami jest wprost proporcjonalna do różnicy ciśnień w tych punktach i równa się

$$h_{1\,2} = \Delta h \cdot \Delta b,$$

gdzie Δb jest różnicą ciśnień w punktach porównywanych, zaś Δh jest jednostkową różnicą wysokości, odpowiadającą różnicy wysokości w dwóch punktach, w których ciśnienie różni się o jeden milimetr

$$\Delta h = \frac{8019}{B} \left(1 + \frac{T}{273}\right),$$

przy czym B jest średnią arytmetyczną ciśnień w obu punktach porównywanych

$$B = \frac{b_1 + b_2}{2},$$

zaś T jest średnią arytmetyczną temperatur

$$T = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

Specjalnie opracowane tablice podają, dla różnych wartości T oraz B, wartość jednostkowej różnicy wysokości Δh. Jeżeli mamy np. dwa punkty A i B, w których ciśnienie i temperatura wynoszą odpowiednio $b_1 = 754{,}3$, $t_1 = 14^\circ C$, $b_2 = 742{,}5$, $t_2 = 12^\circ$, to obliczywszy średnią ciśnień $B = 748.4$ mm oraz średnią temperatur $T = 13^\circ$, znajdujemy bądź ze wzoru, bądź z tablicy $\Delta h = 11.32$ m, skąd dalej obliczamy $h_{AB} = \Delta h \cdot \Delta b = 132{,}4$ m.

Jeżeli rzędna punktu A wynosi 100.00, to rzędna punktu B wyniesie 232,4 m.

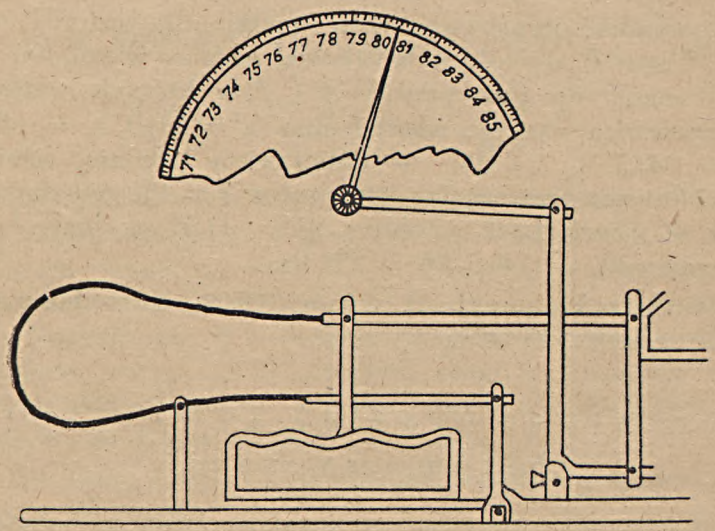
§ 2. Przyrządy do niwelacji barometrycznej.

Przyrządem służącym do pomiaru ciśnienia atmosferycznego jest znany nam z fizyki barometr rtęciowy, który przy niwelacji barometrycznej nie bywa nigdy używany z uwagi na wielkie trudności w jego przenoszeniu i w przewożeniu.

Do poziomowania barometrycznego używany jest specjalny typ przyrządów, zwanych aneroidami; są to barometry metalowe rozmaitych typów, łatwe do przenoszenia i obsługi, wymagające tylko zabezpieczenia ich przed insolacją słoneczną oraz chronienia przed specjalnymi wstrząsami.

Zasadniczą częścią składową takiego barometru metalowego jest pudełko metalowe, którego górna pokrywka

wykonana jest z blachy falistej. Pudełko to posiada wewnątrz próżnię fizyczną. Na ciśnienie, panujące na zewnątrz oraz na jego zmiany reaguje zewnętrzna przykrywka pudełka, ulegając deformacjom, które notowane są na specjalnie wycechowanej tarczy przez wskazówkę, połączoną bezpośrednio z przykrywką pudełka. Ażeby zapobiec całkowitemu spłaszczeniu pudełka, zaopatrzone jest



Rys. 189.

ono w specjalną sprężynę uniemożliwiającą deformację poza pewną granicą (rys. 189). Aneroidy cechujemy przez porównanie ich ze zwykłym barometrem rtęciowym. Ponieważ na odkształcenie wpływa także temperatura wewnętrzna przyrządu, należy przy cechowaniu podać temperaturę wewnętrzną, której odpowiada skala aneroidu, tudzież notując każdorazowo przy pomiarach temperaturę wewnętrzną, odpowiadającą danej obserwacji ciśnienia, uwzględniać odpowiednią poprawkę wskazań przyrządu.

Prócz poprawki od wpływu temperatury wewnętrznej, którą odczytujemy na specjalnie wmontowanym do przyrządu termometrze, należy uwzględnić drugą poprawkę, tzw. poprawkę podziału, pochodzącą stąd, że napisy na podziałce aneroidu niezupełnie odpowiadają ciśnieniom atmosferycznym. Spowodowane to jest tym, że cyferblat aneroidu posiada podziałkę równomierną, odkształcenia zaś pudełka metalowego nie są równomierne. Poprawka od podziału może ulec zmianie na skutek wstrząsów przy przewożeniu aneroidu, dlatego też przy każdej nadarzającej się okazji należy porównywać aneroid z barometrem rtęciowym.

§ 3. Wykonywanie niwelacji barometrycznej.

Ciśnienie barometryczne w jednym i tym samym punkcie ulega ciągłym zmianom; dzienne zmiany ciśnienia dochodzą do kilku a nawet do kilkunastu milimetrów. Każdy milimetr zmiany ciśnienia odpowiada jednostkowej zmianie wysokości Δh równej około 11 metrom.

Jeżeli przyjmiemy teraz, że w trakcie drogi z jednego punktu do drugiego, ciśnienie w jednym z nich zmieniło się o 10 mm, to otrzymamy błąd w wyznaczeniu różnicy wysokości tych punktów ponad 100 metrów. Gdybyśmy więc nie uwzględnili dziennych zmian ciśnienia to wyniki, które osiągniemy będą całkowicie fałszywe. Ażeby uniknąć tego rodzaju nieporozumień, należy w obydwóch punktach porównywanych wykonywać obserwacje równocześnie. Jest to kardynalny warunek, gdy chcemy osiągnąć dokładne wyniki pomiarów. Jeżeli nie posiadamy dwóch aneroidów dla wykonywania równoczesnej obserwacji w obu punktach porównywanych, to należy przynajmniej uwzględnić zmianę ciśnienia w czasie pomiędzy dwoma spostrzeżeniami.

Na dokładność poziomowania barometrycznego wpływa ujemnie jeszcze jedna okoliczność, mianowicie istniejące różnice ciśnień w kierunku poziomym, powodujące, że w dwóch punktach o jednakowej wysokości nad poziomem morza ciśnienia nie są jednakowe, lecz nieco różne. Poziome różnice ciśnień są najmniejsze w lecie, dlatego też niwelację barometryczną wykonuje się zwykle latem. Należy też unikać obserwacji przy silnym wietrze, który wzmaga poziome różnice ciśnień.

Jeżeli mamy określić różnicę wysokości pomiędzy pewnym punktem porównawczym *A* i szeregiem punktów *B, C, D*... w terenie, postępujemy wówczas jak następuje. Bierzemy dwóch obserwatorów zaopatrzonych każdy w aneroid, zegarek oraz termometr. Jeden z nich pozostaje na punkcie porównawczym *A* i notuje co pół godziny czas, temperaturę i ciśnienie w punkcie *A*, drugi zaś idzie w drogę i obchodzi wszystkie punkty porównywane *B, C, D*... notując na nich czas, temperaturę i ciśnienie według swego aneroidu, po czym powraca do punktu *A*, gdzie znów porównuje, tak jak w chwili wyruszenia temperaturę, czas i ciśnienie z obserwacjami pierwszego aneroidu.

Jeżeli nie mamy do dyspozycji dwóch aneroidów, a tylko jeden, to wówczas wyszedłszy z punktu *A*, po zanotowaniu w nim czasu: temperatury i ciśnienia, obchodzimy kolejno punkty porównywane, gdzie notujemy wszystkie potrzebne obserwacje, po czym wracamy ponownie do punktu *A* nie później niż po dwóch, trzech godzinach i powtórnie obserwujemy w punkcie *A* ciśnienie i temperatury. Z różnicy obserwacji początkowej i końcowej, przyjmując liniową zmianę ciśnienia i temperatury na punkcie porównawczym, obliczamy odpowiednie wartości ciśnienia w punkcie *A*, równoczasowe z obserwacjami na punktach *B, C, D*, itd., po czym według odpowiednich wzorów obliczamy różnicę wysokości pomiędzy poszczególnymi punktami w terenie.

Dokładność odczytów na aneroidach wynosi zwykle nie więcej niż 0,1 mm; jeżeli nadto jeszcze uwzględnimy błędy odpowiednich poprawek, to można przyjąć, że błąd w określeniu ciśnienia atmosferycznego przy pomocy aneroidu wynosi 0,15 mm, co w określeniu rzędnej daje błąd około 1.5 m.

Praktyka wskazuje, że przy różnicach wysokości paruset metrów błąd wyznaczenia rzędnej wynosi nie więcej niż dwa, trzy metry; przy większych różnicach wysokości — rośnie jednak i dochodzi do 10 m dla różnicy wysokości kilometra. Widzimy, że błędy niwelacji barometrycznej są bardzo wielkie. W wypadkach, gdzie tak wielkie błędy można dopuścić, poziomowanie barometryczne jako szybkie i łatwe w wykonaniu oddaje praktyce inżynierskiej duże usługi. Stosujemy je w miejscowościach górzystych, w wąwozach i wszędzie tam, gdzie przeprowadzenie ciągu niwelacyjnego jest niemożliwe. Przy wszelkiego rodzaju studiach wstępnych, terenowych dla celów projektów inżynierskich, gdzie chodzi o szybkie orientacyjne określenie przybliżonych różnic wysokości, niwelacja barometryczna oddaje wielkie usługi. Do celów dokładniejszych oczywiście stosowana być nie może.

Tablica zamiany gradów na stopnie.

G	°	′	G	°	′	G	°	′	G	°	′
1		54	26	23	24	51	45	54	76	68	24
2	1	48	27	24	18	52	46	48	77	69	18
3	2	42	28	25	12	53	47	42	78	70	12
4	3	36	29	26	06	54	48	36	79	71	06
5	4	30	30	27	00	55	49	30	80	72	00
6	5	24	31	27	54	56	50	24	81	72	54
7	6	18	32	28	48	57	51	18	82	73	48
8	7	12	33	29	42	58	52	12	83	74	42
9	8	06	34	30	36	59	53	06	84	75	36
10	9	00	35	31	30	60	54	00	85	76	30
11	9	54	36	32	24	61	54	54	86	77	24
12	10	48	37	33	18	62	55	48	87	78	18
13	11	42	38	34	12	63	56	42	88	79	12
14	12	36	39	35	06	64	57	36	89	80	06
15	13	30	40	36	00	65	58	30	90	81	00
16	14	24	41	36	54	66	59	24	91	81	54
17	15	18	42	37	48	67	60	10	92	82	48
18	16	12	43	38	41	68	61	12	93	83	42
19	17	06	44	39	36	69	62	06	94	84	36
20	18	00	45	40	30	70	63	00	95	85	30
21	18	54	46	41	24	71	63	54	96	86	24
22	19	48	47	42	18	72	64	48	97	87	18
23	20	42	48	43	12	73	65	42	98	88	12
24	21	36	49	44	06	74	66	36	99	89	06
25	22	30	50	45	00	75	67	30	100	90	00
									200	180	00
									300	270	00
									400	360	00

G	′	″	G	′	″	G	′	″	G	′	″
0,01		32.4	0,26	14	02,4	0,51	27	32,4	0,76	41	02,4
0,02	1	04,8	0,27	14	34.8	0,52	28	04.8	0,77	41	34,8
0,03	1	37,2	0,28	15	07.2	0,53	28	37,2	0,78	42	07,2
0.04	2	09,6	0,29	15	39,6	0,54	29	09,6	0,79	42	39,6
0,05	2	42,0	0,30	16	12,0	0,55	29	42,0	0,80	43	12,0
0,06	3	14,4	0,31	16	44,4	0,56	30	14,4	0,81	43	44,4
0,07	3	46,8	0,32	17	16,8	0,57	30	46,8	0,82	44	16,8
0,08	4	19,2	0,33	17	49,2	0,58	31	19,2	0,83	44	49,2
0,09	4	51,6	0,34	18	21,6	0,59	31	56,6	0,84	45	21,6
0,10	5	24,0	0,35	18	54.0	0,60	32	24,0	0,85	45	54,0
0.11	5	56,4	0,36	19	26,4	0,61	32	56,4	0,86	46	26,4
0.12	6	28,8	0,37	19	58,8	0,62	33	28,8	0,87	46	58,8
0,13	7	01,2	0,38	20	31,2	0,63	34	01,2	0,88	47	31,2
0,14	7	33.6	0,39	21	03,6	0,64	34	33 6	0,89	48	03,6
0,15	8	06,0	0,40	21	36,0	0,65	35	06,0	0,90	48	36,0
0,16	8	38,4	0,41	22	08.4	0,66	35	38,4	0,91	49	08,4
0.17	9	10,8	0,42	22	40,8	0,67	36	10,8	0,92	49	40.8
0,18	9	43,2	0.43	23	13.2	0,68	36	43,2	0,93	50	13,2
0,19	10	15,6	0,44	23	45,6	0,69	37	15,6	0,94	50	45.6
0,20	10	48,0	0,45	24	18,0	0,70	37	48,0	0,95	51	18,0
0,21	11	20,4	0,46	24	50,4	0,71	38	20.4	0,96	51	50,4
0,22	11	52.8	0,47	25	22,8	0,72	38	52,8	0,97	52	22,8
0,23	12	25,2	0,48	25	55,2	0,73	39	25,2	0.98	52	55,2
0,24	12	57,6	0,49	26	27,6	0,74	39	57,6	0,99	53	27,6
0,25	13	30,0	0,50	27	00,0	0,75	40	30,0	1,00	54	00,0

G	"	G	"	G	"	G	"
0,0001	00,324	0,0026	08,424	0,0051	16.524	0,0076	24,624
0,0002	00.648	0,0027	08,748	0,0052	16,848	0,0077	24,948
0,0003	00,972	0,0028	09,072	0,0053	17,172	0,0078	25,272
0,0004	01,296	0,0029	09,396	0,0054	17.496	0,0079	25,596
0,0005	01,620	0,0030	09,720	0,0055	17,820	0,0080	25,920
0,0006	01,944	0,0031	10,044	0,0056	18,144	0,0081	26,244
0,0007	02,268	0,0032	10,368	0,0057	18,468	0,0082	26,568
0,0008	02,592	0,0033	10,692	0,0058	18.792	0,0083	26,892
0,0009	02.916	0,0034	11,016	0,0059	19,116	0,0084	27,216
0,0010	03.240	0,0035	11,340	0,0060	19,440	0,0085	27,540
0,0011	03,564	0,0036	11,664	0,0061	19,764	0,0086	27,864
0,0012	03,888	0,0037	11,988	0,0062	20,088	0,0087	28,188
0.0013	04,212	0,0038	12,312	0,0063	20,412	0,0088	28,512
0,0014	04,536	0,0039	12,636	0,0064	20,736	0,0089	28,836
0.0015	04,860	0,0040	12,960	0,0065	21,060	0,0090	29,160
0,0016	05,184	0,0041	13,284	0,0066	21,384	0,0091	29,484
0,0017	05.508	0,0042	13,608	0,0067	21,708	0,0092	29,808
0.0018	05,832	0,0043	13,932	0,0068	22.032	0,0093	30,132
0,0019	06,156	0,0044	14,256	0,0069	22,356	0,0094	30,456
0,0020	06,480	0,0045	14.580	0,0070	22,680	0,0095	30,780
0,0021	06,805	0,0046	14,904	0,0071	23.004	0,0096	31,104
0,0022	07,128	0.0047	15,228	0,0072	23,328	0,0097	31,428
0,0023	07,452	0,0048	15,552	0,0073	23,652	0,0098	31,752
0,0024	07,776	0,0049	15,876	0,0074	23,976	0,0099	32,076
0,0025	08,100	0,0050	16,200	0,0075	24,300	0,0100	32,400

ŹRÓDŁA i LITERATURA

D. CLARK — Plane and geodetic surveying — London, 1945.

M. DITZ — Geodezja dla hydrotechników — Moskwa, 1934.

W. EHRENFEUCHT — Miernictwo — Lwów, 1917.

W. JORDAN — Handbuch der Vermessungskunde — Stuttgart, 1908.

S. KLUŹNIAK — Geodezja niższa — Warszawa, 1928.

S. SOŁOWJEW — Kurs niższej geodezji — Moskwa, 1914.

E. WARCHAŁOWSKI — Rachunek wyrównawczy według teorii najmniejszych kwadratów — Warszawa, 1923.

E. WARCHAŁOWSKI — Niwelacja geometryczna — Warszawa, 1930.

K. WEIGEL — Geodezja — Warszawa, 1938.

P. WERKMEISTER — Vermessungskunde — Lipsk, 1910.

SPIS RZECZY

WSTĘP

str.

§ 1. Istota i podział przedmiotu 9
§ 2. Zarys historyczny badania kształtu i wymiarów ziemi . . 10
§ 3. Główne zadania miernictwa. Mapa i plan 15
§ 4. Mierzenie 16
§ 5. Ogólne zasady wykonywania pomiarów 18
§ 6. Skale 19
§ 7. Krótkie pojęcie o mapie 23

Rozdział I. POMIARY LINIOWE.

§ 1. Stabilizacja punktów w terenie 25
§ 2. Tyczenie linii w terenie 28
§ 3. Przyrządy do pomiaru długości 31
§ 4. Komparacja przyrządów 35
§ 5. Pomiar długości taśmą stalową 36
§ 6. Pomiar długości łatami 40
§ 7. Redukcja pomiaru do poziomu 42
§ 8. Pochylniki 44
§ 9. Zagadnienia na tyczenie i pomiar długości 48
§ 10. Zdjęcie planu przy pomocy taśmy i tyczek 51
§ 11. Dokładność pomiarów liniowych i ich błędy 52
§ 12. Wyznaczanie kierunków prostopadłych 61
§ 13. Węgielnice zwierciadlane 63
§ 14. Węgielnice pryzmatyczne 66
§ 15. Krzyż pryzmatyczny. Pentagon 71
§ 16. Prace węgielnicami 72
§ 17. Zdjęcie planów metodą domiarów 75

str.

Rozdział II. ORIENTOWANIE PLANÓW.

§ 1. Orientowanie planów względem południka geograficznego i magnetycznego 77
§ 2. Azymuty 78
§ 3. Przybliżone sposoby wyznaczania kierunku południka geograficznego w terenie 80
§ 4. Wyznaczanie południka magnetycznego 82
§ 5. Busola 84
§ 6. Pomiar azymutów i czwartaków 86
§ 7. Ciągi busolowe 89

Rozdział III. POMIARY KĄTOWE.

§ 1. Kąty poziome w terenie. Elementarne przyrządy do pomiaru kątów 93
§ 2. Noniusz 96
§ 3. Teodolit. Opis przyrządu i typy 99
§ 4. Części składowe teodolitu. Libela 104
§ 5. Luneta 109
§ 6. Geometryczny układ osi w teodolicie i ich wzajemne położenie względem siebie 126
§ 7. Rektyfikacja teodolitu 127
§ 8. Pomiar kątów teodolitem 135
§ 9. Zdjęcie poligonu metodą obejścia 142
§ 10. Graficzne nanoszenie poligonu 146
§ 11. Obliczanie współrzędnych wierzchołków poligonu . . . 148
§ 12. Przykład obliczenia współrzędnych 150
§ 13. Poligony otwarte i węzłowe 152

Rozdział IV. PLANIMETRIA.

§ 1. Różne sposoby pomiaru powierzchni na planie 154
§ 2. Obliczenie powierzchni poligonu na podstawie współrzędnych . 158
§ 3. Mechaniczne wyznaczanie powierzchni. Planimetr. . . . 161
§ 4. Teoria planimetru 163
§ 5. Wyznaczanie stałych planimetru 168
§ 6. Uwagi o pomiarze planimetrem 170

Rozdział V. NIWELACJA.

§ 1. Różne sposoby zdjęć wysokościowych (hipsometrycznych) . 172
§ 2. Określenie rzędnych punktów przy pomocy niwelacji geometrycznej 176
§ 3. Wpływ kulistości ziemi i refrakcji ziemskiej 178
§ 4. Przyrządy niwelacyjne 182

str.

§ 5. Niwelator z lunetą stałą 186
§ 6. Niwelator z lunetą obracalną i przekładalną 192
§ 7. Niwelator z lunetą stałą i ze śrubą elewacyjną 197
§ 8. Repery niwelacyjne 199
§ 9. Niwelacja podłużna trasy 201
§ 10. Niwelacja powierzchni 209
§ 11. Obliczenie i wyrównanie wyników niwelacji 213
§ 12. Niwelacja schodkowa przy pomocy łat. 214
§ 13. Graficzne przedstawienie rzeźby terenu 218
§ 14. Niwelacja rzek 222

Rozdział VI. TYCZENIE ŁUKÓW.

§ 1. Punkty główne łuku 224
§ 2. Tyczenie punktów pośrednich na łuku 228
§ 3. Przykład obliczenia łuku 232

Rozdział VII. TACHIMETRIA.

§ 1. Ogólne zasady zdjęcia tachimetrycznego 235
§ 2. Tachimetr 239
§ 3. Dalmierz 244
§ 4. Obliczanie rzędnych 252
§ 5. Obliczanie odległości przy celowaniu pod kątem oraz wartości Δh 254

Rozdział VIII. ZDJĘCIA STOLIKOWE.

§ 1. Ogólne zasady zdjęć stolikowych 260
§ 2. Stolik mierniczy 261
§ 3. Różne metody zdjęć stolikowych 265

Rozdział IX. TRIANGULACJA.

§ 1. Pojęcie ogólne 273
§ 2. Wybór i stabilizacja punktów triangulacyjnych 276
§ 3. Pomiar kątów 279
§ 4. Pomiar bazy 281
§ 5. Ogólne pojęcie o wyrównaniu błędów w siatce triangulacyjnej . 286
§ 6. Zagadnienie Pothenota 292

Rozdział X. NIWELACJA BAROMETRYCZNA.

§ 1. Wiadomości ogólne 299
§ 2. Przyrządy do niwelacji barometrycznej. 301
§ 3. Wykonywanie niwelacji barometrycznej 303
Tabela przeliczenia gradów na stopnie 307
Źródła i literatura 311

ERRATA

Str.	Wiersz od góry	Wydrukowano	Powinno być
57	3	$\frac{l}{n} l_1 + \frac{l}{n} l_2 + \ldots \frac{1}{n} l_n;$	$\frac{1}{n} l_1 + \frac{1}{n} l_2 + \ldots \frac{1}{n} l_n$
57	5	współczynnik $\frac{l}{n}$.	współczynnik $\frac{1}{n}$
58	8	$\varepsilon_n = v_n (L - l)$ . .	$\varepsilon_n = v_n + (L - l)$
69	7	kąt *DFE*	kąt *FDE*
112	9	$\frac{1}{G}$	$\frac{1}{D}$
121		Rysunek Nr. 77 należy obrócić.	
192	18	$2x = (N_A - N_B) - i_A - N'_B$	$2x = (N_A - N_B) - i_A + N'_B$

WYDAWNICTWA MINISTERSTWA ODBUDOWY

W sprzedaży:

Nr. 1 — Prof. F. Piaścik
„ODBUDOWA I PRZEBUDOWA WSI".
Nr. 2 — M. Łukaszewicz
„OGNIOTRWAŁE BUDOWNICTWO NA WSI".
Nr. 3 — „PROJEKTY ZAGRÓD WIEJSKICH".
Nr. 4 — Inż. W. Skoraszewski i Inż. Karnas
„TABLICE TERMICZNE KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH".
Nr. 5 — Inż. K. Rodkiewicz i Inż. W. Skoraszewski
„KATALOG SPRZĘTU BUDOWLANEGO".
Nr. 6 — „SPRAWOZDANIE Z KRAJOWEJ KONFERENCJI ODBUDOWY WSI".
Nr. 7 — „PLANOWANIE PRZESTRZENNE — REGION LUBELSKI I".
Nr. 8 — Dr Inż. K. Wejchert
„MIASTECZKA POLSKIE JAKO ZAGADNIENIE URBANISTYCZNE".
Nr. 9 — Dr Inż. S. Sienicki
„MATERIAŁY DO PROJEKTOWANIA ZAKŁADÓW PRZEMYSŁOWYCH":
I. Produktów mlecznych,
II. Przetworów owocowych i warzywnych,
III. Przetworów mięsnych i bekonów.
Nr. 10 — Inż. Z. Warchałowska-Kietlińska
„MIERNICTWO NA USŁUGACH INŻYNIERII".
„PHYSICAL PLANNING AND HAUSING IN POLAND 1946".

W druku:

Inż. J. Galer
„CEGIELNIE POLOWE I ROLNICZE".

Inż. J. Kamler
„INSTALACJE WODY CIEPŁEJ".
„ANALIZA ROBÓT BUDOWLANYCH cz. I. PODSTAWY ANALITYCZNE ROBÓT BUDOWLANYCH".

Inż. J. Sawaszyński
„PRZECIWPOŻAROWE ZAOPATRZENIE WODNE".

Prof. T. Tołwiński
„URBANISTYKA".

Prof. K. Wóycicki
„WODOCIĄGI I KANALIZACJE".